



AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA  
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE

LABORATORIUM PROBLEMOWE II

---

## Magnetyczna lewitacja

---

*Autorzy:*  
Piotr PAŁUCKI  
Filip KUBICZ

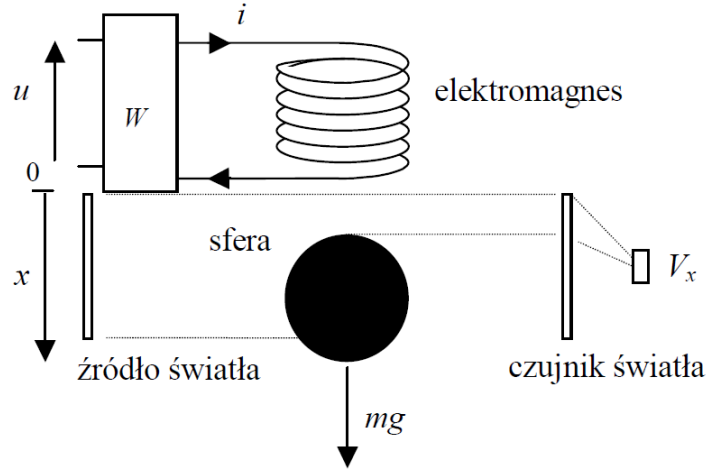
Plan działania na 9 zajęć laboratoryjnych (10 X 2016 - 12 XII 2016):

1. Identyfikacja - scenariusze badań i sygnałów sterujących
2. Optymalizacja parametryczna modelu
3. Model zlinearyzowany + LQR (model + eksperyment -i, dyskusja)
4. Dyskretny regulator (porównanie z ciągłym)
5. Dyskretny regulator - eksperymenty
6. Obserwator
7. Obserwator - eksperymenty i jakość regulacji
8. Eksperymenty
9. Prezentacja końcowa wyników pracy

# 1 Model matematyczny stanowiska MagLev

Lewitacja magnetyczna to zjawisko występujące, kiedy ferromagnetyczny obiekt znajdzie się w polu magnetycznym skierowanym pionowo w górę, na tyle silnym, że wytworzona siła zrównoważy działającą na przedmiot grawitację. Zjawisko to stosuje się obecnie w łożyskach magnetycznych w pociągach, rozwijanych głównie w Japonii (MLX01) i w Niemczech (TR-08).

W laboratorium Katedry Automatyki EAIiB AGH znajduje się stanowisko przeznaczone do badania magnetycznej lewitacji. Obiektem unoszącym się jest metalowa sfera. Pole magnetyczne jest wytwarzane przez cewkę umieszczoną ponad sferą. Dzięki pracom [?], [?] i [?] wiemy w jaki sposób modelować zachowanie układu, a także identyfikować jego parametry fizyczne.



Rysunek 1: Schemat stanowiska służący do wyznaczania równań, źródło [?]

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{2m} \frac{dL(x_1)}{dx_1} x_3^2(t) + 10^{-3}g \\ \dot{x}_3 &= -\frac{1}{T}x_3(t) + \frac{k}{T}(u(t) + u_c) \end{cases} \quad (1)$$

Gdzie:

- $x_1$  - położenie sfery  $[m]$
- $x_2$  - prędkość sfery  $[m/s]$
- $x_3$  - prąd w cewce  $[A]$

Zmienne stanu i sterowanie spełniają warunki:

$$\begin{cases} x_1(t) \in [0, x_{max}] \\ x_2(t) \in R, x_3(t) \in [ku_c, k(u_c + u_{max})] \\ u(t) \in [0, u_{max}] \end{cases} \quad (2)$$

## 2 Identyfikacja

### 2.1 Identyfikacja charakterystyki czujnika położenia

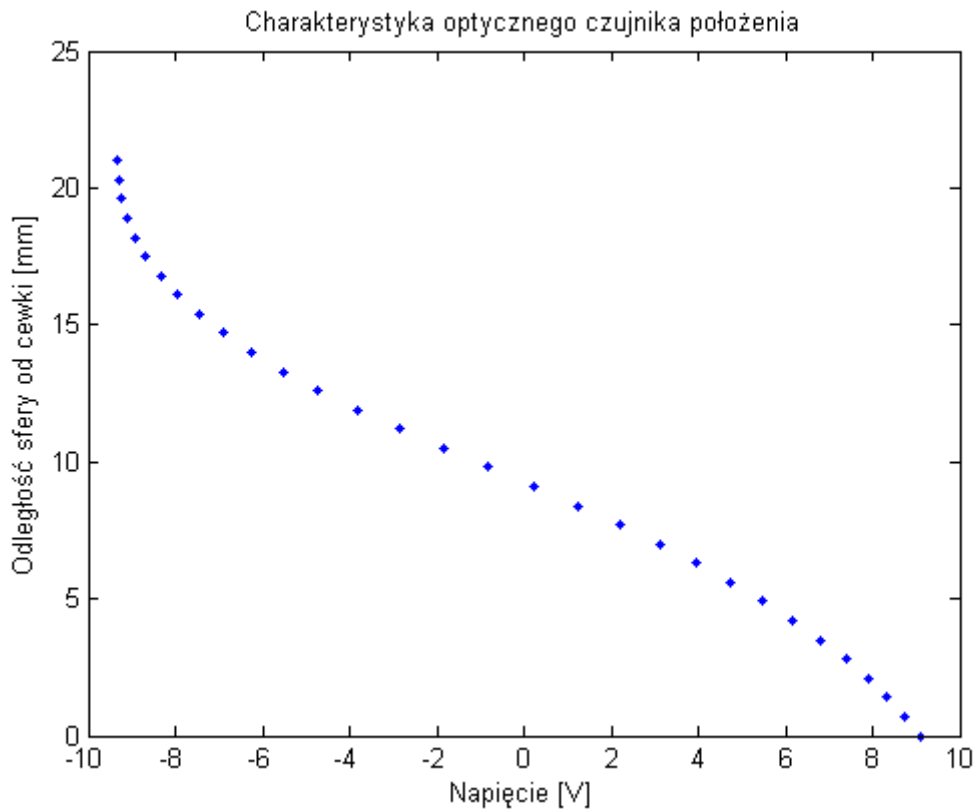
Pomiar położenia sfery w układzie magnetycznej lewitacji jest dokonywany optycznie. Z jednej strony znajduje się źródło światła, a po przeciwnej stronie fotodioda z przetwornikiem A/C, która podaje pewne napięcie  $u_x$ . Podczas identyfikacji poszukujemy zależności tego napięcia od położenia sfery:

$$u_x = g(x_1) \quad (3)$$

Poszukujemy charakterystyki statycznej  $g(x_1)$ , którą otrzymamy przykręcając sferę do śruby i podnosząc ją co ustalony skok 0,7 mm. Za każdym razem dokonujemy pomiaru napięcia podanego przez detektor światła.

Do pracy z modelem potrzebna jest znajomość położenia sfery, dlatego na rysunku 2 charakterystyka odwrotną do zależności 3.

[trzeba przeskalować napięcie jeszcze, można zrobić wykres od - $u_x$ ]



Rysunek 2: Charakterystyka statyczna optycznego czujnika położenia

W pracy [?] autor dokonał aproksymacji otrzymanej charakterystyki odwrotnej sumą funkcji wykładniczych metodą prób i błędów. Nie będziemy dokonywać takiej aproksymacji, ponieważ podczas pracy z modelem w laboratorium użyjemy bloku *LUT z interpolacją* oferowanego przez Simulink.

### 2.2 Identyfikacja parametrów cewki $k, T, u_c$

Aby wiedzieć, jak zmienia się prąd cewki w zależności od użytego sterowania, czyli przyłożonego napięcia  $u$ , należy wyznaczyć parametry  $k, T$  oraz  $u_c$ .

### 2.2.1 Pomiary w stanie ustalonym cewki

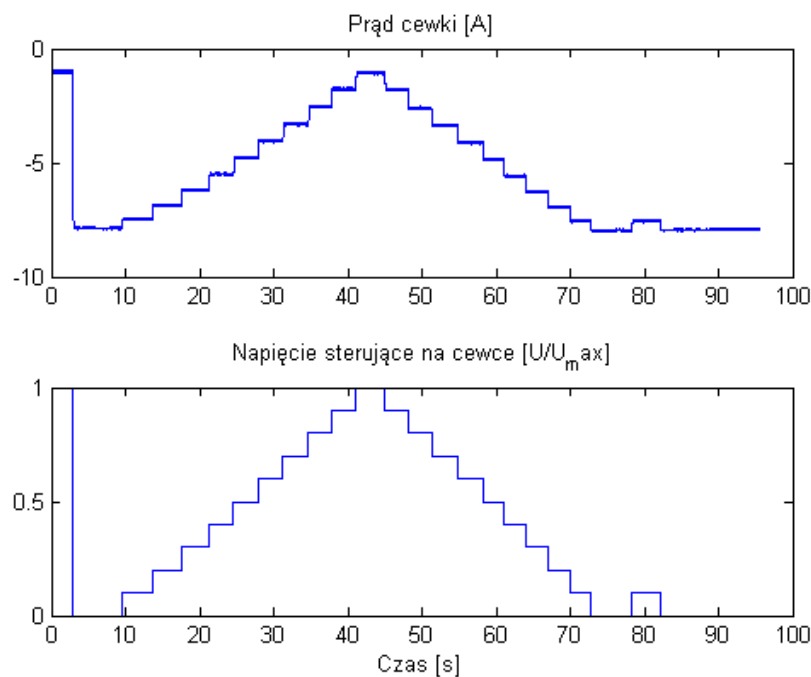
Zależność prądu od napięcia jest liniowa

$$i = k(u + u_c) \quad (4)$$

Parametry  $k$  i  $u_c$  (wzmocnienie oraz stałe napięcie na cewce) wyznaczymy mierząc prąd w stanie ustalonym dla różnych wartości napięcia sterującego.

- prąd w zależności od napięcia sterującego pomierzony, jakie jest przeskalowanie? Czy lepiej użyć oscyloskopu / czy jest rezystor?

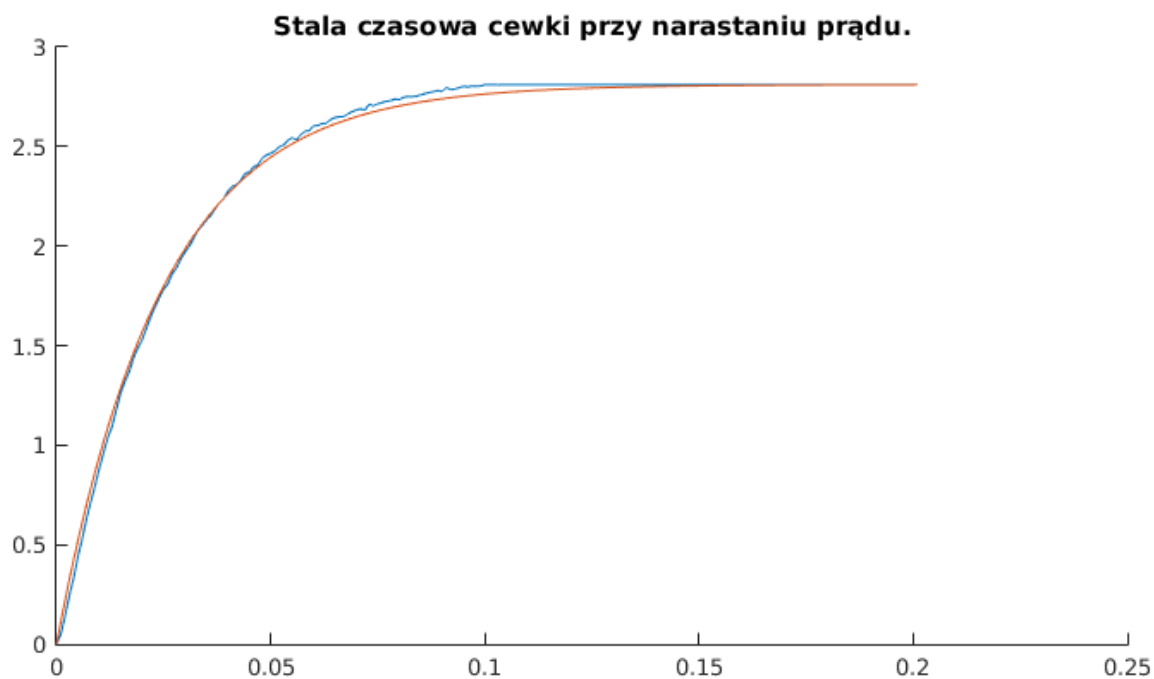
[można też mierzyć spadek napięcia na rezystorze pomiarowym bo są duże błędy prądu]



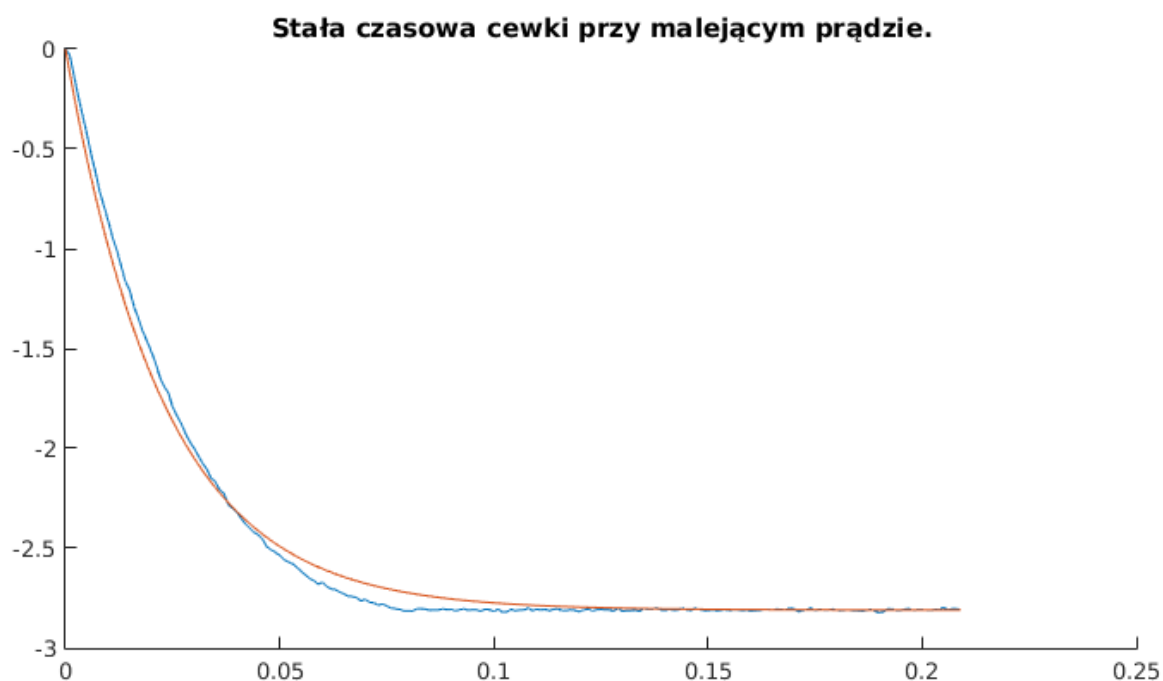
Rysunek 3: Identyfikacja parametrów statycznych cewki

### 2.2.2 Pomiary stanów przejściowych cewki

Stałą czasową cewki  $T$  można wyznaczyć obserwując odpowiedź skokową prądu. Zwalniamy PWM, zapinamy sterowanie (wypelnnienie) na 50 procent i dzięki temu mamy skoki typowo napięciowe. Preskaler 4096.



Rysunek 4: Identyfikacja parametrów statycznych cewki



Rysunek 5: Identyfikacja parametrów statycznych cewki

Korzystając z metody najmniejszych kwadratów wyznaczono parametry, których wartości umieszczono w tabeli 2.

### 2.3 Identyfikacja indukcyjności cewki $L(x_1)$

W celu identyfikacji zależności indukcyjności cewki od położenia w układzie otwartym należy wykonać serię pomiarów napięcia i prądu dla różnych położań sfery. Zmierzona rezystancja

cewki wynosi  $R = 4,7\Omega$ . Indukcyjność obliczymy ze wzoru

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2} \quad (5)$$

gdzie  $\omega$  - częstość napięcia zasilającego ( $\omega = 314 \text{ rad/s}$ )

$U$  - napięcie skuteczne na cewce [V]

$I$  - prąd płynący przez cewkę [A]

$R$  - rezystancja cewki

[wykres doświadczenia]

Poszukujemy funkcji postaci

$$L(x_1) = L_0 + 2 \cdot 10^{-3} \frac{mg}{a^2x + ab} \quad (6)$$

Ze względu na bardzo małe zmiany indukcyjności podczas pomiarów w pętli otwartej, postanowiliśmy użyć regulatora stabilizującego i znaleźć pochodną indukcyjności korzystając z równania drugiego modelu 1. Z pomocą prowadzącego dobrane zostały nastawy pozwalające uzyskać efekt stabilizacji z wystarczającą dokładnością. Przedstawia je tabela 1.

człon	wartość
P	50
I	5
D	2.5
Offset	0.52

Tablica 1: Parametry użytego regulatora PID

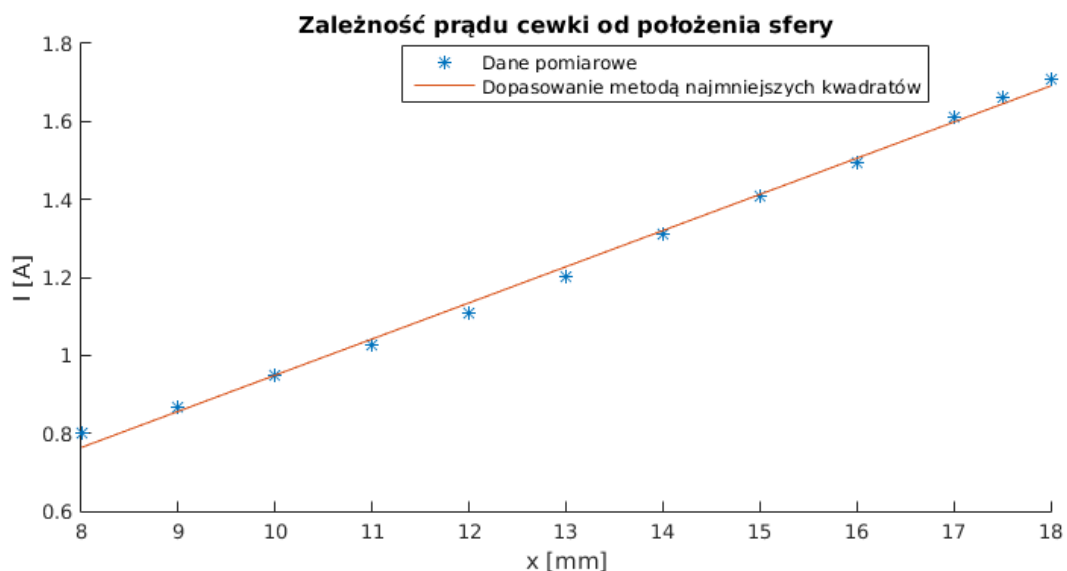
Dysponując możliwością ustawiania pozycji sfery mogliśmy przejść do próby wyznaczenia pochodnej indukcyjności. Poszukiwana postać pochodnej funkcji  $L$ :

$$L'(x) = -2 \cdot 10^{-3} \frac{mg}{(ax + b)^2} \quad (7)$$

W stanie ustalonym zachodzi liniowa zależność prądu w stanie ustalonym od położenia:

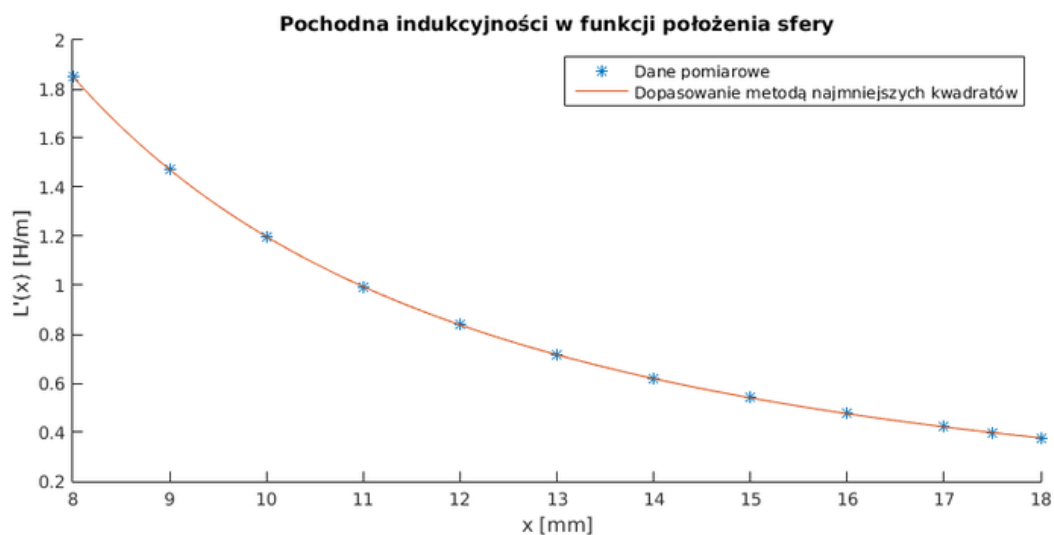
$$I(x) = ax + b = k(u + u_c) \quad (8)$$

Przypuszczenia te potwierdza rysunek 6, przedstawiający dane zebrane podczas identyfikacji obiektu.



Rysunek 6: Identyfikacja prądu cewki w funkcji położenia

Dzięki identyfikacji możliwe było wyznaczenie parametrów prostej wspomnianej we wzorze 8, które niezbędne są do wyznaczenia wzoru na pochodną indukcyjności (wzór 7).



Rysunek 7: Identyfikacja pochodnej indukcyjności cewki w funkcji położenia

Wszystkie wyznaczone parametry przedstawia tabela 2.

parametr	wartość
$k$	...
$T_{up}$	0.0245s
$T_{down}$	0.023s
$u_c$	..
$a$	0.0928
$b$	0.0214
kolejny parametr	2.5
kolejny parametr	0.52

Tablica 2: Parametry wyznaczone w identyfikacji obiektu



## **2.4 Weryfikacja modelu**

Porównanie obiektu i modelu