



AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA  
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE

OPTYMALIZACJA W SYSTEMACH STEROWANIA

---

# Lewitacja magnetyczna - sterowanie docelowe

---

*Prowadzący:*  
dr inż. Piotr BANIA

*Autorzy:*  
Anna MUSIAŁ  
Grzegorz KRÓL  
Filip KUBICZ  
Kazimierz CHUDZIK

# 1 Wstęp

Sterowanie optymalne - znaczenie tego wyrażenia nie jest od razu jasne. Zależy bowiem przede wszystkim od tego, jakie kryterium oceny przyjmujemy. W klasycznym rozumieniu regulator optymalnym jest regulator liniowo-kwadratowy LQ, który minimalizuje wskaźnik biorący pod uwagę uchyb oraz koszt energetyczny sterowania. Co jednak, jeśli chcemy jak najszybciej osiągnąć efekt i przeprowadzić układ dożądanego stanu, nie zważając na jego zachowanie „w drodze”? Rozum podpowiada, że należy układ pobudzić największym dostępnym sterowaniem, a zanim dotrzemy do zadanego punktu, maksymalnym przeciwnym sterowaniem go wyhamować. Rzeczywiście, w pracy [1] dowiedziono że odpowiednio obliczone sterowanie *bang-bang* jest rozwiązaniem problemu sterowania

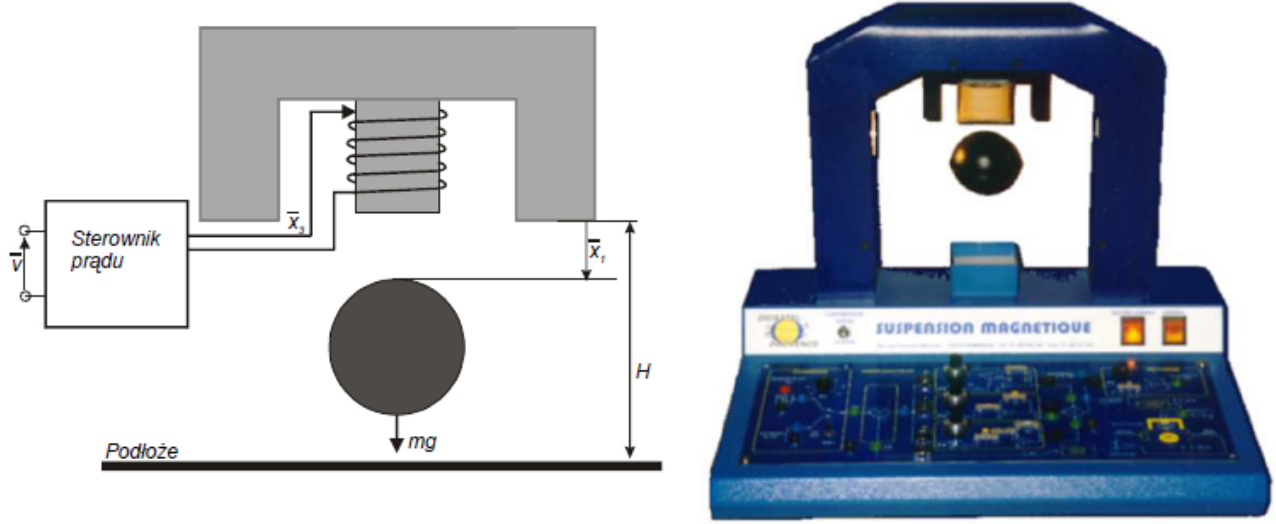
Podczas przedmiotu *Optymalizacja w systemach sterowania* poznaliśmy metodykę wyznaczania sterowania predykcyjnego. W oparciu o pracę [2] przygotowaliśmy algorytm optymalizacji sterowania docelowego układu lewitacji magnetycznej.

Cele projektu:

1. Zapoznanie się z algorytmem QTO-RHC proponowanym w [2]
2. Realizacja rozwiązywania równań różniczkowych układu MagLev w przód
3. Rozwiązywanie równań sprzężonych w tył
4. Przyjęcie wskaźnika jakości regulacji
5. Wyznaczenie gradientu wskaźnika jakości po czasach przełączeń i czasie końcowym
6. Optymalizacja numeryczna sterowania bang-bang względem założonego wskaźnika

## 2 Model matematyczny lewitacji magnetycznej

Do zastosowania algorytmu sterowania QTO-RHC niezbędny jest model układu. Decyzja o sterowaniu podejmowana jest na podstawie rozwiązań równań układu i równań sprzężonych. Stanowisko laboratoryjne magnetycznej lewitacji przedstawia rysunek ??.



Rysunek 1: Stanowisko laboratoryjne magnetycznej lewitacji

Równania różniczkowe układu, po przeskalowaniu skalowania, zmiennych stanu oraz czasu:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -e^{-x_1} \cdot x_3^2 + 1 \\ \dot{x}_3 = -cx_3 + u \end{cases} \quad (1)$$

Zastosowane przeskalowanie:

$$\bar{x}_1 = \alpha x_1, \bar{x}_2 = \beta x_2, \bar{x}_3 = \gamma x_3, \bar{v} = \frac{\eta u \tau + I_{i_s}}{k}, \bar{\tau} = \xi t \quad (2)$$

Gdzie  $\bar{x}_1[m]$  oznacza odległość kuli od elektromagnesu,  $\bar{x}_2[m/s]$  jej prędkość,  $\bar{x}_3[A]$  prąd cewki elektromagnesu oraz  $\bar{v}[V]$  napięcie sterujące. Pełne wyprowadzenie modelu można znaleźć w pracy dyplomowej [3].

Współczynniki przeskalowania zebrano w tabeli.

Współczynnik	Wartość
$\alpha$	0,00773746m
$\beta$	0,275507681m/s
$\gamma$	0,28890446065998A
$\xi$	0,2808437120924
$\eta$	10,28701901522286A/s

Tablica 1: Parametry przeskalowania modelu

### 3 Sterowanie optymalne

Jeżeli układ nieliniowy ma postać

$$\dot{x} = f(x) + g(x) \cdot u \quad (3)$$

Sterowanie optymalne

Funkcja przełączająca

Wskaźnik jakości

Gradient wskaźnika jakości [4]

Parametr/Funkcja	Wartość
$I_v$	0.0489
$l_m$	0.232
$F_m$	—
$f_v$	0.0142
$c_g$	0.252
$\phi_{v0}$	−0.536
$a_m$	0.0000329
$H_m^{-1}$	—
$c_{mm}$	326

Tablica 2: Parametry modelu

## 4 Optymalizacja w środowisku MATLAB

Model matematyczny i znajomość struktury optymalnego sterowania bang-bang wykorzystano do numerycznej optymalizacji wskaźnika jakości określającego jak najszybsze dotarcie do zadanego położenia równowagi.

Rozwiązywanie równań w środowisku MATLAB...

### 4.1 Wykorzystanie ustawień `fmincon()`

## 5 Wnioski

Sterowanie docelowe metodą QTO-RHC ...

## Literatura

- [1] Peter L. Falb Michael Athans. *Optimal Control: An Introduction to the Theory and Its Applications*. Courier Corporation, 1966.
- [2] Piotr Bania. *Algorytmy sterowania optymalnego w nieliniowej regulacji predykcyjnej*. AGH, 2008.
- [3] Piotr Bania. Model i sterowanie magnetyczną lewitacją, 1999.
- [4] Andrzej Turnau. *Sterowanie docelowe układami nieliniowymi w czasie rzeczywistym - algorytmy inteligentne i optymalnoczynasowe*. Wydawnictwa AGH, 2002.