数学建模

2021年9月 第1卷 第1期

Mathematical Modeling

Volume 1 Number 1 September 2021



闽江学院数学建模协会
MJU Mathematical Modeling
Association

闽江学院第十五届大学生数学建模竞赛获奖名单

一等奖

王水蝶 陈莉菁 石琦琦

江晓莹 郑嘉莉 林寒冰

二等奖

王 浩 李洋洋 石斌婉儿

温昕昊 温舒怡 李文清

金玉新 郭琳 陈秋华

邹 婕 马晨昕 方欣怡

三等奖

林昊翔 郑兴宇 吴宝亮

陈怡昕 吴嘉颖 欧佳佳

许婷婷 施晓亚 李晓寒

苏郅宏 许 可 叶玮康

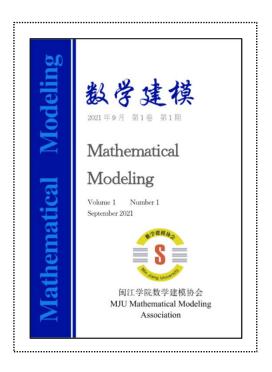
溥 淼 俞振江 付 静

洪婉婷 黄洪丽琳 闭 琳

叶昕娜 刘 威 张 巧

彭文怡 黄灵男 欧 欢

叶顺滟 陈华敬 陈 欣

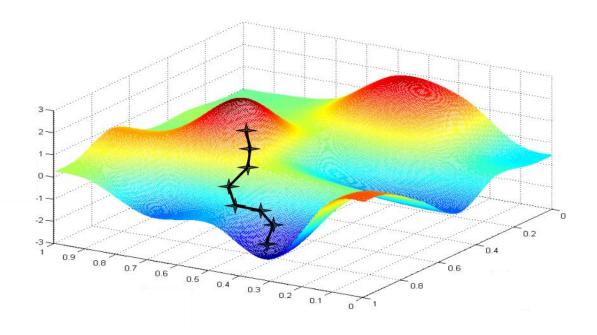


数学建模协会 2021.09



| CONTENTS | 2021.09

走进数学建模	. 1
举例: 商人过河	. 2
数学建模竞赛的前世今生	4
近年全国大学生数学建模竞赛赛题	. 5
数学建模竞赛时间表	. 5
数学建模竞赛中应当掌握的十类算法	6
闽江学院第十五届大学生数学建模竞赛题目	. 7
A 题优秀论文 王水蝶 陈莉菁 石琦琦	9



走进数学建模

古代的数学一般认为起源于人类的生产活动与商业上的计算需要,涵盖了几何与算术。通常我们在运用数学知识解决一个问题时,首要的一步就是把问题所涉及的各种物理量及各个物理量之间的关系暂时地剥离去它们的物理含义,转换成数学的量及数学符号、语言、表达式,通过数学的推理、演算得到结果,然后再结合原来的物理含义,得出实际问题的答案。这个就是一个简单的数学建模过程。如今的社会正在数学化,随着数学逐步向各个领域渗透,理工、经济、管理、甚至是人文、社会学科等科目都提出了对数学的需求。同时,学科交叉也成了必然趋势。

20 世纪 50 年代随着电子计算机的出现和计算机程序设计的突破,电子计算机以其飞快的计算速度和惊人的准确性使过去由于计算量太大,无法进行数学计算的问题有了解决的可能,所以他首先被应用于大型的数学计算、气象预报和军工科技领域。进入 70 年代,电子计算机无论从计算速度。存储容量,硬件的可靠性,人机对话,软件开发,设备价格等方面都取得了巨大的进展,这就使一般的工程技术人员和管理工作人员在他们所从事的技术工作和管理工作中不但可以运用工程技术原理建立起相应问题的数学模型,而且具备了求解这些数学问题的计算手段。人们可以通过计算机对现实中的过程进行仿真,通过数字计算和逻辑演算寻求答案,作出最优的设计方法。其结果,或是大大地节约成本,或是大大地缩短技术开发周期,或是大大地提高工程质量或生产的技术含量。总之,大大地增进了经济效益。因此运用数学建模的手段来解决实际问题,将日益成为技术工作者和管理工作者必须掌握的一种技能。

简单的说,数学建模就是建立数学模型的过程。在姜启源《数学模型》一书中对数学模型是这样描述的:数学模型一般可描述为对于现实世界的一个特定对象,为了一个特定目的,根据内在规律,做出一些必要的简化假设,运用适当的数学工具,得到的一个数学结构。数学结构可以理解为由数学符号及运算符所构成的数学表达式。

我们常见的数学结构有

牛顿第二定律: F = ma

Mathematical Modeling 一书中对数学建模也有着一个比较通俗易懂的解释

Mathematical modeling is the link between mathematics and the rest of the world. You ask a question. You think a bit, and then you refine the question, phrasing it in precise mathematical terms. Once the question becomes a mathematics question, you use mathematics to find an answer. Then finally (and this is the part that too many people forget), you have to reverse the process, translating the mathematical solution back into a comprehensible, no-nonsense answer to the original question. Some people are fluent in English, and some people are fluent in calculus. We have plenty of each. We need more people who are fluent in both languages and are willing and able to translate. These are the people who will be influential in solving the problems of the future.

数学建模是数学与世界其他地方(其他领域)之间建立的联系的方法。您提出一个问题,然后稍作思考,然后细化问题,最后以精确的数学术语表述。一旦问题变成数学问题,您就要使用数学来找到答案。最后(这是很多人忘记的部分),您必须逆转这一过程,将数学解转换回对原始问题的可理解的,有意义的答案。我们知道,有些人说英语流利,有些人做微积分运算熟练,擅长不同领域的人多种多样。我们需要精通不同领域的人并且愿意将不同领域进行转化,这些人将对解决未来的问题产生影响。

在了解了什么是数学建模后,让我们来看一个简单的例子:

三名商人各带一个仆人乘船渡河,一只小船只能容纳二人,由他们自己划行。仆人们密谋在河的任意岸,一旦仆人的人数比商人多,就杀人越货。但是如何乘船渡河的大权掌握在商人手里,商人们怎么样才能安全渡河呢?

通过题目我们可以很轻易地得出我们的研究对象是商人与仆从安全过河。

问题要求: (1) 船至多载三人(2) 船需要有人划去,有人划回(3) 有商人时,仆人数不大于商人数

这是一个多决策过程的问题,我们的决策是每一步(此岸到彼岸或彼岸到此岸)

船上的人员

要求:在安全的前提下(两岸的仆人数不比商人多),经有限步使全体人员过河模型构成:

小船

(至多2人)

 $s_k = (x_k, y_k)$ ~过程的状态 $S \sim 允许状态集合$

 $S = \{(x,y)|x=0,y=0,1,2,3;x=3,y=0,1,2,3;x=y=1,2\}$

 u_k ~第 k 次渡船上的商人数

 $u_k, v_k=0,1,2$

 v_{k} ~第 k 次渡船上的仆人数

k=1,2...

 d_k =(u_k , v_k)~决策 D={(,)|=1,2}~允许决策集合

 $s_{k+1} = s_k + (-1)^k d_k$ ~数学模型

最终求 $d_k \in D(k=1,2...,n)$,使 $s_k \in S$, 并按转移率由 $s_1=(3,3)$ 到达 $S_{n+1}=(0,0)$ 。

关于学习数学建模的书

- ▲姜启源、谢金星、叶俊《数学建模(第五版)》,高等教育出版社
- ▲朱道元,《数学建模案例精选》,科学出版社
- ▲江裕钊、辛培清,《数学模型与计算机模拟》,电子科技大学出版社

数学建模网课

●厦门大学谭忠,《数学建模》,中国大学 MOOC

数学建模竞赛的前世今生

美国大学生数学建模竞赛(MCM)发展过程

为了培养学生运用数学建模解决实际问题的意识,在国外,上世纪 70 年代,一批有识之士在欧美一些国家的大学里开设了数学模型课,从 1983 年起美国一些人开始探讨组织一项应用数学方面的竞赛的可能性。经过讨论、争论、争取资助等过程,终于在 1985 年开始由美国工业与应用数学学会举办了第一届美国大学生数学建模竞赛(1987 年以前的全称是 Mathematical Competition in Modeling, 1987 年改为 Mathematical Contest in Modeling, 其缩写均为 MCM)。从 1985 年起每年举行一届,在每年的二月下旬或三月初的某个星期五到星期日举行。在1989 年我国大学生开始参加 MCM。

我国大学生数学建模竞赛发展过程

自 20 世纪 80 年代开始,随着改革开放,我国数学建模教学和数学竞赛活动也日益蓬勃发展起来。1982 年复旦大学首先在应用数学作业学生中开设了数学模型课程,随后很多院校也相继开设。1987 年,高等教育出版社出版了清华大学姜启源教授编著的《数学模型》一书。这是我国学者的第一本数学模型著作。1989 年,北京大学,清华大学和北京理工大学首次参加了美国大学生数学建模竞赛。1990 年,上海市举办了本市大学生数学建模竞赛。同年中国工业与数学应用学会成立,协会的分支机构一数学模型专业委员会随之诞生。这一机构后来成为了我国大学生数学建模竞赛和竞赛活动的推动力量和组织者。1992 年 11 月首次举办了 10 个省市,79 所院校参加的部分省市大学生数学建模竞赛。1993 年组织的第二届竞赛规模扩大到 101 所学校。1993 年底和 1994 年3 月,国家教委高教司两次正式下文决定组织全国大学数学建模,机械设计,电子设计竞赛,数学建模竞赛由中国工业与应用数学学会具体组织实施。2020 年,来自全国及美国、英国、马来西亚的 1470 所院校/校区、45680队(本科 41826 队、专科 3854 队)、13 万多人报名参赛。

竞赛内容

- **赛题**:工程技术、管理科学中经过简化的实际问题
- **赛题:** 一篇包含模型假设、建立、求解、计算方法设计和计算机实现、结果分析和检验、模型改进等方面的论文

竞赛形式

- 3 名大学生组队,在4天3夜内完成比赛
- 可使用任何非生命资料(图书、计算机、软件、互联网等), 但不得与对外任何人讨论

近年全国大学生数学建模竞赛赛题

年份	题号与题目
2015	A 太阳影子定位; B 互联网+时代的出租车资源配置
2016	A 系泊系统优化设计; B 小区开放对周边道路通行能力的影响
2017	ACT 系统参数标定与成像; B '拍照赚取'的任务定价
2018	A 高温作业专用服装设计; B 智能 RGV 的动态调度策略
2019	A 高压油管的压力控制; B'同心协力'策略研究;C 机场出租车问题
2020	A 炉温曲线; B 穿越沙漠; C 中小微企业的信贷决策

数学建模竞赛时间表

- ◆国际大学生数学建模竞赛(每年2月)
- ◆MathorCup 高校数学建模挑战赛(每年4月)
- ◆全国五一数学建模联赛(每年5月)
- ◆全国电机工程学生会杯数学建模竞赛(每年5月)
- ◆华东数学建模邀请赛(每年5月)
- ◆华中数学建模联赛(每年5月)
- ◆数字中国网络挑战赛(每年5月)
- ◆全国大学生数学建模竞赛(每年9月)
- ◆全国研究生数学建模竞赛(每年9月)
- ◆亚太地区大学生数学建模竞赛(每年11月)

.

数学建模竞赛中应当掌握的十类算法

1. 蒙特卡罗算法(随机模拟算法)

该算法又称随机性模拟算法,是通过计算机仿真来解决问题的算法,同时可以通过模拟可以来检验自己模型的正确性,是比赛时必用的方法,尤其是用来对付一般没有给出数据的问题。

2. 数据拟合、统计回归、参数估计、插值等数据处理算法

比赛中通常会遇到大量的数据需要处理,而处理数据的关键就在于这些算法,通常使用 Matlab 作为工具。

3. 线性规划、整数规划、多元规划、二次规划等规划类问题

建模竞赛大多数问题属于最优化问题,很多时候这些问题可以用数学规划算法来描述,通常使用 Lingo 软件实现,但近几年赛题往往需要建立的都是较复杂的非线优化问题,则更多的需要用 Matlab 来进行求解。

4. 图论算法

这类算法可以分为很多种,包括最短路、网络流、二分图等算法,涉及到图论的问题可以 用这些方法解决,需要认真准备。

5. 动态规划、回溯搜索、分治算法、分支定界等计算机算法

这些算法是算法设计中比较常用的方法,很多场合可以用到竞赛中。

6. 最优化理论的三大非经典算法: 模拟退火法、神经网络、遗传算法

这些问题是用来解决一些较困难的最优化问题的算法,对于有些问题非常有帮助,但是算 法的实现比较困难,需慎重使用。

7. 网格算法和穷举法

网格算法和穷举法都是暴力搜索最优解的算法,在很多竞赛题中有应用,当重点讨论模型本身而轻视算法的时候,可以使用这种暴力方案,最好使用一些高级语言作为编程工具。

8. 一些连续离散化方法

很多问题都是实际来的,数据可以是连续的,而计算机只认的是离散的数据,因此将其离散化后进行差分代替微分、求和代替积分等思想是非常重要的。

9. 数值分析算法

如果在比赛中采用高级语言进行编程的话,那一些数值分析中常用的算法比如方程组求解、矩阵运算、函数积分等算法就需要额外编写库函数进行调用。

10. 图形图象处理算法

赛题中有一类问题与图形有关,即使与图形无关,论文中也应该要不乏图片的,这些图形如何展示以及如何处理就是需要解决的问题,通常使用 Matlab 进行处理

闽江学院第十五届大学生数学建模竞赛题目

A 题: "青你"广告策划问题研究

"青春有你"是湖南卫视推出的才艺明星大赛。自 2019 年创办意外在国内外引起了巨大的反响。据权威部门预测,观看"青你"表演的观众超过几亿,"青你"蕴含着巨大的商机,然而,我们并不知道那些人对"青你"表演感兴趣,哪个层次的人喜欢"青你",什么职业的人青睐"青你"。弄清这些,对于广告公司因人制宜的开展"青你"广告宣传,提高社会与经济效益具有重要意义。

问题:请分析并解决如下问题:

问题1:调查人员从已经观看了才艺的观众中随机抽取了28名进行有奖问卷如果我们只考察观看比赛观众的情况。将观看场数多少定义对"青你"的热衷程度。你能否得出:不同的性别,不同的年龄,不同的职业,不同的家庭收入,不同的身处区域,不同的学历对这种热衷程度是否有显著性差异;观看"青你"比赛观众群体结构特征是什么?

问题 2: 影响对"青你"的热衷程度是综合的。可能有性别、年龄、职业、家庭收入、身处区域、学历一起发生着这种影响作用,那你能否得出各个因素对"青你"热衷如何进行影响。

问题 3: 根据问题 2,3 得出结论,你能否为"青你"组委会提供一些广告策划的建议,

即与什么企业合作,如何广告。

B 题: 在线教学的分析与研究

随着教育信息化的发展,在线教学与传统教学深度融合已成为必然趋势。多 媒体课件的展示,或 MOOC 教学在高校中已经是非常常见的一种教学模式。在线 教学智能教室的建设,正在不断颠覆传统的教学模式和方法。

在线教学是在一定教学理论和思想指导下,应用多媒体和网络技术来完成教学的一中教学方式,该技术需要通过借助多媒体教学信息来实现教学目标。近年来,在线教学不断发展,打破了传统教学受地点和空间的约束,因此受到了很大

一部分学生的喜爱。值得思考的是,在线教学虽然时间和空间相对自由,但老师却很难对学生进行管控,为了更好的提高教学质量,请结合提供的附表并设计相关问卷调查,收集另需的相关数据,完成下列各题。

问题一:请你选择一个学校,根据学校现有的教学资源,建立合适的数学模型,给出一种组合式教学方案,并预估该方案的实施效果。

问题二:由于城乡之间的教学资源相差较大,而在线教学则不受空间地域的限制,请你建立合适的数学模型,分析在线教学如何在乡村地区进行实施,并根据你研究的成果,给教育部门写一封建议信。

问题三:基于你的研究成果,分析面对市场上多样化的资源工具和平台,如何选择正确的教学模式,利用合适的教学平台,做好网络教学工作。

"青你"广告策划问题研究

王水蝶 陈莉菁 石琦琦

摘要

《青春有你》是一档新青年励志综艺节目,它给予热爱唱歌跳舞的练习生们 一个平台去给大众展现自我魅力与专业能力,同时,它通过偶像的力量传播正能 量,鼓舞了不少身处逆境的人,受到不少人的喜爱与追捧,播放量上亿,由此可 见《青春有你》的背后有着巨大的商业密码。

本文以不同观众观看"青你"比赛表演场数的情况作为判断热衷程度的依据,对各个因素进行单因素方差分析,得到各个因素对观众收看"青你"表演场数是否有显著性影响。使用 R 软件以观看表演场数为因变量建立多元线性回归模型,运用 SPSS 软件的统计分析得到合理的结果,最终根据模型和结果为"青你"组委会提出一些广告策划建议。

针对问题 1,我们利用 aov 函数通过对观看表演场次和其他变量之间进行单因素方差分析以及自定义函数 anova.tab()来得到完整的方差分析表,并对方差分析表中的数据进行分析,最后得出年龄、职业、家庭收入以及学历因素对比赛的热衷(即观看"青你"比赛表演场数)有着显著性差异;做出观看表演场次和其他变量之间的箱线图,从而得到观看"青你"比赛观众群体结构特征。

针对问题 2,考虑观看"青你"比赛表演场次影响因素多于一个的情况,建立多元线性回归方程,并对其进行逐步回归分析,通过对 AIC 信息统计量以及残差平方和为主要指标,得到初步模型,再由各个因素与观看"青你"比赛表演场数的散点图改善模型得到基础模型,考虑双元素之间的交互作用,进而优化模型,使得模型更有实际作用,得到对观看"青你"比赛表演场次一起起影响作用的因素。再者,我们通过直方图以及箱线图得到多个因素中对于观看"青你"热衷程度有着较大作用的部分。

针对问题 3,结合问题 1 与问题 2 得到的结果详细探究,推断出观看"青你" 表演有较大兴趣观众人群,以该部分人群为主体出发考虑广告策划建议。

关键词: 多元线性回归模型 单因素方差分析 交互作用 逐步回归

一、问题重述

"青春有你"是一档爱奇艺自制综艺,自2019年创办以来,受到了大众不少的 关注,热度居高不下。据相关权威部门预测,"青你"的播放量上亿,所以"青你" 对于有些人而言无疑是一种财富密码。所以我们对于"青你"的受众人群的特征的 研究是很有意义的,通过研究可以的到有效可行的广告宣传方案,而有效的广告 宣传对于提高"青你"的社会影响力以及提高经济效益而言是很重要的。

问题:

1: 下面有相关数据,调查人员从已经观看了才艺的观众中随机抽取了28名进行有奖问卷,咨询观众观看了今年"青你"比赛直播的场数(总计4场),最终人数比例统计数据见表1,问卷数据编号整理见表2。

 类别
 观看1场
 观看2场
 观看3场
 观看4场

 人数比例%
 35.7
 28.6
 25
 10.7

表1 调查观众中观看"青你"场数的人数比例

为了更方便地进行数学建模研究问题,将问卷数据进行编号整理,具体见表2。其中,性别: 男性记为1,女性记为2;年龄: 12岁以下记为1,13-18岁记为2,19-26岁记为3,27-35岁记为4,36-50岁记为5,51岁以上记为6;所处家庭月收入:2-3千元记为1,3-4千元记为2,4-5千元记为3,5千元以上记为4;职业:国家工作人员记为1,退休人员记为2,公司职员记为3,私营业主记为4,大学生记为5,中小学生记为6;学历:博士记为1,硕士记为2,本科记为3,大专记为4,中学记为5,小学记为6;身处地域:大城市记为1,中等城市记为2,小城镇记为3。

编号	观看表演场数	性别	年龄	职业	所在家庭月 总收入(千 元)	身处地域	学历			
1	1	1	4	1	2	1	3			
2	1	2	5	1	3	1	2			
3	1	1	6	2	1	1	4			
4	1	2	4	3	1	2	3			
5	1	1	5	4	2	2	4			
6	1	2	3	5	4	2	3			

表2 问卷数据进行编号整理表

7	1	2	4	3	1	1	4
8	1	1	5	4	2	2	2
9	1	2	4	4	1	3	4
10	1	2	3	1	1	1	1
11	2	2	5	1	1	1	2
12	2	1	4	3	2	2	2
13	2	1	4	3	3	2	2
14	2	2	3	1	4	1	3
15	2	2	3	3	3	1	3
16	2	2	2	6	3	1	4
17	2	1	2	6	2	2	4
18	2	2	3	5	2	1	3
19	3	2	1	6	3	1	6
20	3	2	2	6	3	1	5
21	3	2	2	6	4	1	5
22	3	2	3	5	2	1	3
23	3	2	3	5	3	2	2
24	3	2	2	6	3	1	5
25	3	2	3	5	2	1	3
26	4	2	2	6	4	2	5
27	4	1	1	6	3	1	6
28	4	2	2	6	4	1	5

此题调查人员抽取样本量较小,在此情况下,我们需要考察观看节目观众的情况,并将观看场数多少定义对"青你"节目的热衷程度,通过数学建模分析尝试得出相关结论:性别、年龄阶段、职业、所在家庭月收入、身处地域、自身学历的不同,对这种热衷程度是否有显著性差异,观看"青你"比赛观众群体结构特征是什么?

- 2: 多种因素对"青你"的热衷程度的影响是综合的,可能是年龄、性别、职业、身处区域、家庭收入、学历等方面共同对"青你"节目产生着某种影响,需要得出各个因素对"青你"热衷程度产生了怎样的影响?
- 3: 依据问题 1、2 得出相关结论,针对性地为"青你"组委会提供一些广告策划的建议,即应该与什么样的企业合作,广告策划应当如何进行。

二、问题分析

本文的目的是通过对已经观看了"青你"的观众进行调查,使广告公司可以因 人制官的开展"青你"广告官传,提高社会和经济效益。

在对"青你"广告策划问题研究的过程中,当我们只考虑观众观看比赛场数的情况,并用观看场数多少来确定观众对"青你"的热衷程度,则可以以观看场数作为因变量来讨论和分析问题,并且建立它与相关因素的数学模型,从而求解模型得到结果,根据结果为"青你"组委会提出一些广告策划建议。

问题 1: 首先将所给数据中的文字变量转化为数字变量,即将定性变量转化为定量变量,然后在不考虑各因素综和影响的条件下,研究不同因素的观众对"青你"热衷程度是否有显著性影响,通过 R 软件的单因素方差分析法即可对各个因素进行显著性分析,并根据各因素对观众收看"青你"比赛的平均场数的箱线图得到观看"青你"比赛观众群体结构特征。

问题 2: 因为 6 个解释变量都属于定性变量,非数值型变量,在这种情况下,我们采用引入虚拟变量的方法,首先建立包含定性变量和定量变量的基本回归模型,在对其进行逐步回归分析,通过 AIC 信息统计量以及残差平方和的指标,得到初步模型,再通过双元素之间的交互作用,得到最终带有交互作用项的多元回归模型,分析模型的合理性进一步得出结论。

问题 3: 根据问题 1、2 的结论,对各个因素的特征及造成这个特征的原因为"青你"主委会提出广告策划建议。

三、模型假设

- 1、假设各个因素所给的数据能够通过误差的正态性检验和方差齐次检验,即符合进行单因素分析的条件;
- 2、随机抽取的调查问卷的数据具有普遍性,即能够反映观看"青你"比赛观 众群体结构特征。

四、符号说明

x1: 性别: x2: 年龄:

x3: 职业; x4: 所在家庭收入(千元);

x5: 身处地域; x6: 学历;

y: 观看表演场数

五、建模前准备

普遍情况下,自变量相互之间会存在一定程度的相关性,如果自变量的相关程度较高,将会使各回归系数估计的方差变大,导致估计的性质不够稳定,若相关程度较低,其影响可以忽略不计。故此,我们通过 spss 软件对相关因素进行共线性诊断,如下表:

表3 初次多重共线性判断 共线性诊断^a

				方差比例						
			条件指		年龄			所处家庭月	身处地	
模型	维	特征值	标	(常量)	(岁)	性别	职业	总收入	域	学历
1	1	6.317	1.000	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	2	.358	4.199	.00	.05	.00	.03	.03	.03	.02
	3	.135	6.840	.00	.01	.08	.06	.07	.36	.00
	4	.091	8.343	.00	.01	.00	.02	.55	.12	.18
	5	.063	10.050	.00	.06	.47	.03	.19	.03	.15
	6	.029	14.720	.00	.18	.08	.78	.00	.44	.50
	7	.007	29.978	1.00	.68	.36	.09	.15	.01	.15

a. 因变量:观看表演场数

表4 第二次多重共线性判断 共线性诊断

				方差比例					
			条件指				所处家庭月	身处地	
模型	维	特征值	标	(常量)	性别	职业	总收入	域	学历
1	1	5.531	1.000	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	2	.197	5.294	.01	.00	.04	.06	.33	.04
	3	.123	6.702	.01	.15	.19	.10	.10	.03
	4	.085	8.065	.01	.11	.00	.78	.07	.09
	5	.048	10.719	.03	.21	.54	.03	.00	.46
	6	.016	18.828	.94	.52	.23	.03	.49	.38
	<u>~ </u>	手士/>17 兆							

a. 因变量: 观看表演场数

表5 第三次多重共线性判断 共线性诊断^a

				方差比例					
						所处家庭月总			
模型	维	特征值	条件指标	(常量)	职业	收入	身处地域	学历	
1	1	4.612	1.000	.00	.00	.00	.00	.00	
	2	.197	4.838	.01	.04	.06	.38	.03	
	3	.101	6.750	.02	.19	.64	.01	.07	
	4	.064	8.464	.21	.35	.14	.11	.24	
	5	.026	13.389	.77	.42	.15	.49	.65	

a. 因变量:观看表演场数

表6 最后一次多重共线性判断 共线性诊断

				方差比例					
						所处家庭月总收			
模型	维	特征值	条件指标	(常量)	职业	入	身处地域		
1	1	3.687	1.000	.00	.01	.01	.01		
	2	.177	4.565	.01	.11	.17	.42		
	3	.092	6.327	.06	.88	.37	.01		
	4	.044	9.174	.93	.00	.45	.56		

a. 因变量:观看表演场数

通过以上多重共线性诊断,我们可以得到各个自变量之间的共线性影响是可以忽略不计的,对我们问题的分析影响较小。

六、模型建立与求解

问题1

只考虑不同性别、不同年龄、不同职业、不同家庭收入、不同身处区域以及不同学历单因素对于《青春有你》的喜爱程度的显著性影响,故通过 aov()函数对各个因素做与观看表演场次之间的单因素分析,再通过构造自定义函数 anvoa.tab()函数得到完整方差分析表,得到情况如下:

表7 针对性别的单因素方差分析

Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
----	--------	---------	---------	--------

x1	1	1.429	1.429	1.363	0.254
Residuals	26	27.250	1.048		
Total	27	28.679			

由上表可知: p 值是大于 0.05, 拒绝原假设, 故不同性别对于观看表演场数没有显著性影响并做不同性别观看"青你"平均场次的箱线图如下,可以直观的看出不同性别对于观看青的场次没有太大影响。

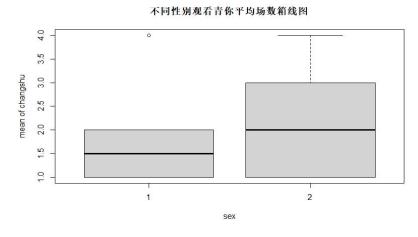


图 1 不同性别观看青你平均场数箱线图 表8 针对年龄的单因素方差分析

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
x2	1	15.88	15.875	32.24	5.67e-06	***
Residuals	26	12.80	0.492			
Total	27	28.68				

由上表可知: p 值是小于 0.05, 并且显著性标识为"***", 说明极为显著, 故不同性别对于观看表演场数有着显著性影响并做不同年龄观看"青你"平均场次的箱线图如下, 再次佐证了我们的结论。

各年龄段观看青你平均场数箱线图

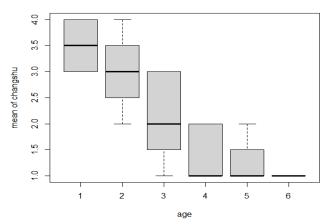


图 2 各年龄段观看青你平均场数箱线图 表8 针对职业的单因素方差分析

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
X3	1	12.82	12.82	21.02	0.00101	***
Residuals	26	15.86	0.61			
Total	27	28.68				

由上表可知: p 值是小于 0.05, 并且显著性标识为"***", 说明极为显著, 故不同性别对于观看表演场数有着显著性影响并做不同职业观看"青你"平均场次的箱线图如下, 进一步直观佐证了我们的结论。

各职业观看青你的平均场数

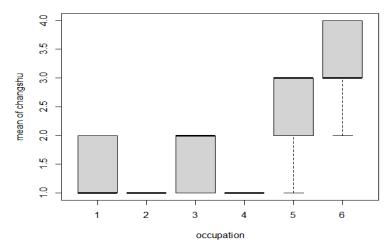


图 3 各职业观看青你的平均场数

表9 针对所在家庭月收入的单因素方差分析

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
x4	1	9.522	9.522	12.92	0.00133	**
Residuals	26	19.157	0.737			
Total	27	28.679				

由上表可知: p 值是小于 0.05, 并且显著性标识为"**", 说明高度显著, 故不同家庭总收入对于观看表演场数有着显著性影响并做不同家庭总收入与观看"青你"平均场次的箱线图如下, 进一步直观佐证了我们的结论。

不同收入的人观看青你的平均场数

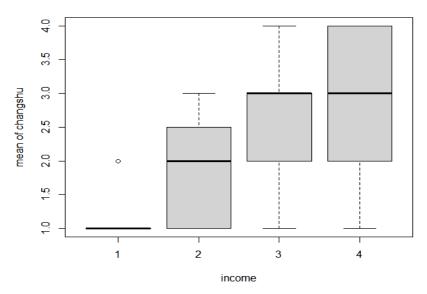


图 4 不同收入的人观看青你的平均场数 表10 针对所在地域的单因素方差分析

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
x5	1	2.012	2.012	1.962	0.173
Residuals	26	26.667	1.026		
Total	27	28.679			

由上表可知: p 值是大于 0.05, 拒绝原假设, 故身处地域的不同对于观看表演场数没有显著性影响, 并做不同身处地域与观看"青你"平均场次的箱线图如下, 进一步直观佐证了我们的结论。

不同地域的人观看青你的平均场数

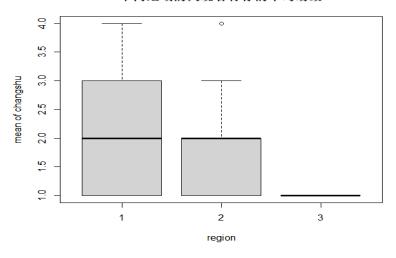


图 5 不同地域的人观看青你的平均场数 表 11 针对学历的单因素方差分析

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
х6	1	8.941	8.941	11.78	.00202	**
Residuals	26	19.737	0.759			
Total	27	28.679				

由上表可知: p 值是小于 0.05, 并且显著性标识为"**", 说明高度显著, 故学历的不同对于观看表演场数有着显著性影响并做不同学历与观看"青你"平均场次的箱线图如下, 进一步直观佐证了我们的结论。

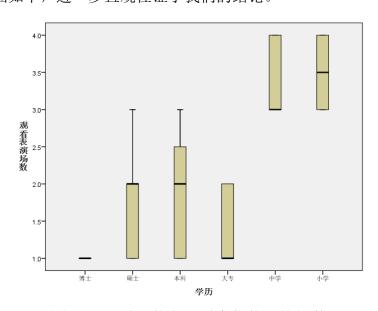


图 6 不同学历的人观看青你的平均场数

问题 2

为了进一步确定各个因素对"青你"热衷如何进行影响。根据上述假设,将观看场数这个定量变量作为因变量与性别、年龄、职业、家庭收入、身处区域、学历6个定性变量建立回归模型。

多元线性回归模型及其基本假设[3]为

$$Y = \beta 0 + \beta 1X1 + \beta 2X2 + ... + \beta 6X6 + \epsilon$$

- 1.建立最初模型
- (1) 通过对 x1~x6 建立线性回归模型,得到如下:

 $lm(formula = y \sim x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6, data = data)$

Residuals:

Min 1Q Median 3Q Max -1.4218 -0.3719 -0.1037 0.5863 1.1395

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

(Intercept)	2.242369	1.391517	1.611	0.122
x1	-0.069573	0.319773	-0.218	0.830
x2	-0.258450	0.185963	-1.390	0.179
x3	0.197661	0.128629	1.537	0.139
x4	0.204209	0.157752	1.294	0.210
x5	-0.365293	0.276823	-1.320	0.201
x6	0.006469	0.148972	0.043	0.966

Residual standard error: 0.6916 on 21 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.6498, Adjusted R-squared: 0.5497

F-statistic: 6.493 on 6 and 21 DF, p-value: 0.0005475

(2) 逐步回归分析

从上述计算中可以得到,因为我们所求的回归方程的系数没有一项是通过显著性检验的,所以如果选择所有变量作回归方程,效果不尽人意,所以我们对到的模型进行逐步回归得到新的回归方程(记为方程 A),用函数 summary()提取方程 A 相关信息:

 $lm(formula = y \sim x2 + x3 + x4 + x5, data = data)$

Residuals:

Min 1Q Median 3Q Max

-1.4498 -0.3410 -0.1221 0.5971 1.1109

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

(Intercept)	2.0945	0.9822	2.132	0.0439 *
x2	-0.2504	0.1719	-1.457	0.1587
x3	0.2025	0.1072	1.889	0.0716 .
x4	0.2030	0.1509	1.346	0.1915
x5	-0.3591	0.2511	-1.430	0.1662

Signif.codes: 0'***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ''1

Residual standard error: 0.6617 on 23 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.6489, Adjusted R-squared: 0.5878

F-statistic: 10.63 on 4 and 23 DF, p-value: 5.018e-05

(3)由上述显示结果来看,回归系数检验的显著性水平所提高,但是变量的系数检验的显著性水平仍然是不理想的,故我们用 drop1()函数对方程 A 作逐步回归:

drop1(lm.step)

Single term deletions

Model:

$$y \sim x2 + x3 + x4 + x5$$

Df Sum of Sq RSS AIC

<none> 10.070 -18.633
x2 1 0.92913 10.999 -18.162
x3 1 1.56252 11.633 -16.594
x4 1 0.79307 10.863 -18.511
x5 1 0.89533 10.966 -18.248

(4) 从运算结果来看,出于 AIC 准则以及残差平方和的总和考虑,我们选择删去变量 x2,得到:

Call:

 $lm(formula = y \sim x3 + x4 + x5)$

Residuals:

Min 1Q Median 3Q Max

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

(Intercept) 0.85738 0.50482 1.698 0.10237

x3 0.31097 0.07888 3.942 0.00061 ***

x4 0.28387 0.14352 1.978 0.05953.

x5 -0.50598 0.23528 -2.151 0.04180 *

Signif. codes: 0'***'0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ''1

Residual standard error: 0.677 on 24 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.6165, Adjusted R-squared: 0.5685

G-statistic: 12.86 on 3 and 24 DF, p-value: 3.281e-05

故此,最初的模型回归方程为: y=0.85738+0.31097*x3+0.28387*x4-0.50598*x5

2、建立基础模型,考虑广义线性回归模型

在建立最初模型的时候,可以知道变量 x4 的表现并不好,所以我们考虑将其删去,得到模型 lm1,故有:

Call:

 $lm(formula = y \sim x3 + x5)$

Residuals:

Min 1Q Median 3Q Max

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)

(Intercept) 1.38941 0.45139 3.078 0.0050 **

x3 0.38382 0.07371 5.207 2.18e-05 ***

x5 -0.59678 0.24383 -2.448 0.0217 *

Signif.codes:0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ''1

Residual standard error: 0.7153 on 25 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.5539, Adjusted R-squared: 0.5183

F-statistic: 15.52 on 2 and 25 DF, p-value: 4.144e-05

此外,通过 SPSS 做出 x3、x4、x5 与观看表演场数的散点图与大致的拟合线:

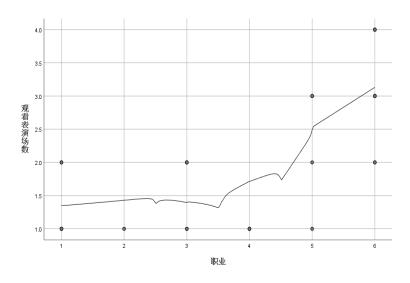


图 7 不同职业人群对"青你"热衷程度 loess 图

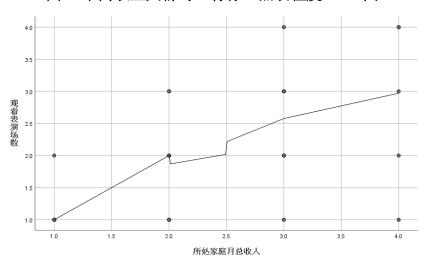


图 8 不同收入对"青你"热衷程度 loess 图

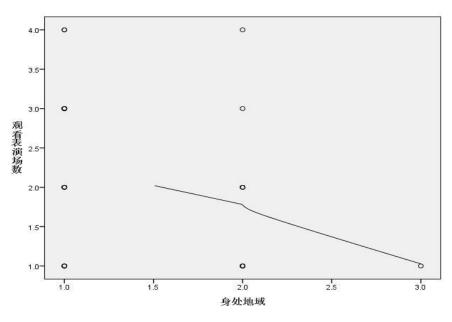


图 9 不同地域人群对"青你"热衷程度 loess 图

我们还在最初模型的基础上考虑了广义的线性回归模型,根据各个元素与观看表演的场次的散点图大致做出判断,建立广义线性回归模型:

lm2=lm(y~I(log(x3))+I(log(x4))+I(x5))#记为模型 lm2

summary(lm2)

lm3=lm(y~I(log(x3)^2)+I(log(x4)^3)+I((x5)^(1/2)))#记为模型 lm3

summary(lm3)

lm4=lm(y~I(log(x3)^2)+I(log(x4)^3)+I(log(x5)^(1/2)))#记为模型 lm4

summary(lm4)

通过最后结果比较我们得到模型 lm4 的表现最好,故我们基础模型回归方程为:

 $y = 1.0434 + 0.4994 * log(x3)^2 + 0.3087 * log(x4)^3 - 0.6864 * log(x5)^(1/2)$

- 3、改进模型,考虑变量之间的交互作用
 - (1) 双因素方差分析(考虑单项交互项对于观看表演场次的显著情况)

aov.1=aov(y~x3:x4)#模型 aov.1

aov.2=aov(y~x4:x5)#模型 aov.2

aov.3=aov(y~x3:x5)#模型 aov.3

aov.4=aov(y~x3:x4:x5)#模型 aov.4

anova.tab(aov.1)

anova.tab(aov.2)

anova.tab(aov.3)

anova.tab(aov.4)

由上述代码得到交互项 x3: x4 与交互项 x3:x4:x5 对于观看表演场次有着显著性。

(2) 考虑交互项与其他因素共同对观看表演场数起作用

#x3:x5

 $lm5 = lm(y \sim I(log(x3)^2) + I(log(x4)^3) + I(log(x5)^(1/2)) + x3:x5)$

summary(lm5)

drop1(lm5)

 $lm6=lm(y\sim I(log(x3)^2)+I(log(x4)^3)+x3:x5)$

summary(lm6)

#x4:x5

```
lm7 = lm(y \sim I(log(x3)^2) + I(log(x4)^3) + I(log(x5)^(1/2)) + x4:x5)
    summary(lm7)
    drop1(lm7)
    lm8=lm(y\sim I(log(x3)^2)+I(log(x5)^(1/2))+x4:x5)
    summary(lm8)#记为模型 lm8
  #x3:x5
    lm9=lm(y\sim I(log(x3)^2)+I(log(x4)^3)+I(log(x5)^(1/2))+x3:x5)
    summary(lm9)
    drop1(lm9)
    lm11=lm(y\sim I(log(x3)^2)+I(log(x4)^3)+x3:x5)
    summary(lm11)
  #x3:x4:x5
    lm12 = lm(y \sim I(log(x3)^2) + I(log(x4)^3) + I(log(x5)^(1/2)) + x3:x5)
    summary(lm12)
    lm12.step=step(lm12)
    drop(lm12.step)
    lm13=lm(y\sim I(log(x3)^2)+I(log(x4)^3)+x3:x5)
    summary(lm13)
    执行代码,通过系数的显著性分析以及 p 值比较得到模型 lm8 的效果最佳,
lm8 相应的回归分析如下:
Call:
  lm(formula = y \sim I(log(x3)^2) + I(log(x5)^(1/2)) + x4:x5)
Residuals:
  Min
             1Q
                   Median
                                  3Q
                                           Max
Coefficients:
  Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
  (Intercept)
                   0.86402
                              0.29946
                                         2.885 0.008136 **
                   0.49258
                               0.11761
                                         4.188 0.000327 ***
  I(\log(x3)^2)
  I(\log(x5)^{(1/2)}) - 1.28261
                             0.40013 -3.205 0.003790 **
                                 0.09753
  x4:x5
                                           2.083 0.048036 *
                     0.20320
 Signif. codes: 0'***'0.001 '**' 0.01'*' 0.05 '.' 0.1 ''1
Residual standard error: 0.6776 on 24 degrees of freedom
```

Multiple R-squared: 0.6158, Adjusted R-squared: 0.5678

F-statistic: 12.82 on 3 and 24 DF, p-value: 3.35e-05

通过(1)(2)结果比较得出,模型 lm8 的显著性效果是最好的,故改进后的模型线性回归方程为:

$y=0.86402+0.49258*log(x3)^2-1.28261*log(x5)^(1/2)+0.20320*x4*x5$

结果说明:运用 SPSS 软件画出显著性效果最好的三个因素的条形图,以及问题一中的箱线图(图3至图5),得到共同对"青你"热衷程度影响较高的因素主要是中小学生,所在家庭月收入为5千元以上,身处大城市。

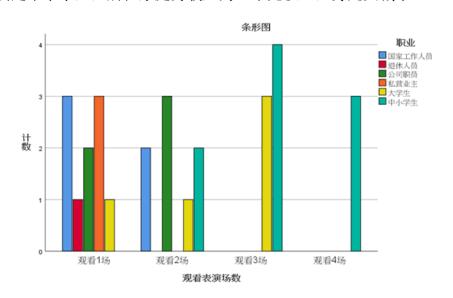


图 10 不同职业对"青你"热衷程度条形图

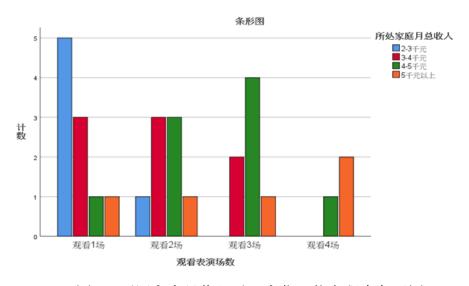


图 11 不同家庭月收入对"青你"热衷程度条形图

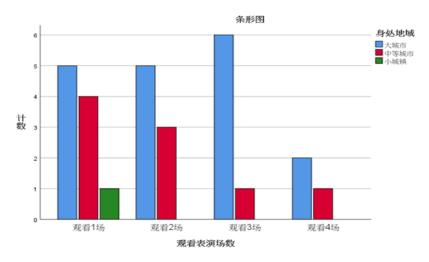


图 12 不同地域对"青你"热衷程度条形图问题 3

通过对问题 1、问题 2 结果的详细探究,我们可以得出,观看"青春有你"的主要观众人群大致为大城市、所在家庭年收入中等、大中小学生居多的青少年。具体观众结构如下:

所在家庭年收入为 3-4 千元、4-5 千元;

年龄阶段为 13-18 岁、19-26 岁、27-35 岁;

职业主要为大学生、中小学生为主:

学历主要为大专、本科为主。

针对观众群体结构,我们可以根据相关因素针对性地给出不同广告策划的建议方案:

广告策划方案一——从家庭年收入中等的群体出发

高收入的家庭群体对于"青你"的关注程度一般,中等收入的家庭群体对于 "青你"的关注程度较高,低收入的家庭群体对于"青你"的关注程度较低,导致该种结果的主要原因在于,"青你"是比赛、竞技、为爱豆打榜类节目,在为自己喜欢的偶像冲榜支持时,中等收入群体会进行少量适度的消费,从而更加注重精神生活上的品质享受。而高收入群体一般会花较高价钱寻求线下、现场版精神生活的体验,会稍少次数随波逐流进行定期打投冲榜,低收入群体因更加注重物质生活,物质对自身生活影响也相对较大。

"青你"广告播放应最为观众群体所熟悉,该类为老百姓所喜爱的综合娱乐性 节目极易与食品生产企业、服装销售企业挂钩,并相互合作。在节目中,选手穿 的衣服、裤子、鞋子大多由某一家服装销售企业提供,选手及嘉宾在比赛过程所饮用的水或乳制品,大多由某一家食品生产企业提供,在宣传方面,相应赞助商企业会将"青你"比赛品牌融入产品口号、包装等等方面,使"青你"品牌能够家喻户晓。正如 2019 年、2020 年,"蒙牛真果粒"每日营销量高达 5000,促使"蒙牛"乳业的口碑及品牌逐步提升,也促使"青你"品牌在潜移默化中更加深入人心。

广告策划方案二——从不同年龄段的群体出发

在调查问卷数据分析下,目前看来,广告宣传应用的对象大多为年轻人,广告策划是一项创新性思维活动,主题生动、鲜明、有趣,使广告能够"准确、独特、及时、有效"传播信息,并针对特定的用户,运用有效的广告手段,明确地用一定的方法宣传产品。"青你"组委会的广告策划偏向于偶像效应,粉丝经济,在如今经济快速发展的时代,庞大的粉丝群体基础来源于青年人,他们有些独立的思维和一定的经济能力。例如,当在"青你"一开始播出时期,广告从热门话题入手,在品牌本身建立的媒体平台上进行各式各样的应援玩法,加强相互之间的互动,引发"青你"粉丝的共鸣。且在我国多元化教育的实地,可以选择与有关教教育单位进行深入合作,通过"青你"活动切实开展素质教育为基本出发点,侧面鼓励学生们积极发挥自己的特长,加入"青你"活动中,为自己喜欢的偶像进行投票。

在面对低年龄段的群体及高年龄段的群体时,应采取不同的方案与方法。对于低年龄段应当侧重阳光、积极向上、多才艺、全方位发展的方向,而针对高年龄段群体,应加大宣传力度,尽可能避免高年龄段群体对此类节目产生的忧虑和排斥心理,打破他们对"青你"比赛的固有认知,故此"青你"组委会的广告策划应着重体现,青春有你训练生的出道成团是凝结着她们的生来的天赋和后期不懈的努力的,并不是靠一些不正当的关系或是上天的运气所致。

此外,广告策划应体现"青春有你"在歌曲及舞蹈的选择具有一定的广泛性,不论是流行名歌,或是一些经典老歌,应为传递正能量的歌曲。这些歌曲及舞蹈经过青春有你练习生们富有个性的全新演绎,将独具特色,吸引观众眼球,还起到了不少的文化传承的作用,各个年龄段的人们均可以有兴致欣赏观看喜欢的节目,这些歌曲及舞蹈在练习生们的演绎中闪闪发光,观众们也能够体验与享受精神生活中的美好。

广告策划方案三——从不同职业的群体出发

中小学生和大学生的业余时间充裕,有固定的周末休息,平时课程安排相对合理,偶尔还会有一些节假日穿插其中,故此,学生们在平时的学习之余可以有充足的时间通过观看"青你"节目舒缓学习压力,或极大可能成为"青你"节目的忠实粉丝。而相对于已经步入社会工作的人群来说,例如国家工作人员、公司职员、私营业主等等,他们的业余时间不够充足,工作压力普遍较大,没有过多的时间去关注"青你"比赛节目,相对于退休人员来说,年级普遍较大些,对于"青你"这类新颖的成团类节目较为陌生,更加会偏爱些时事新闻节目或是传统娱乐节目,如新闻联播、百家讲坛、法制节目、动物世界、曲苑杂坛等,对于"青你"的兴趣不会太大。

"青你"的广告时间可以安排在晚上大概七点、八点这段黄金时间中,在这段时间内,观众对于节目的接收率相对较大,一般情况为大中小学生放学回到家,社会工作人员下班到家,退休人员跳完广场舞到家,在学习或忙碌一天的情况下,大家基本都会选择吃完饭,看些精彩有趣的综艺节目放松心情,"青你"节目正好可以带大家放松一下。同时,"青你"相关广告播放需要控制清楚,时间不能过晚,最合适的时间是在日常休息时间之前,过晚大家会选择休息或是准备第二天的工作,播放成效较低。此外,为了能够加大退休人员这类群体对"青你"节目的关注度,广告播放的时间安排在新闻联播、曲苑杂坛等节目时间的附近较为适宜,可以与传统节目中的精华部分相交叉结合,这包括二人转、小品、戏曲等方面,通过提升价值融合来实现节目上面的创新。

广告策划方案四——从不同学历的群体出发

学历不同,意味着思考方式、工作环境、接触书籍资料有所不同,广告组委会可以从以上方面考虑出发。面对着不同的思考方式、工作环境,我们没办法预知与判断,但在接触书籍资料方面,广告策划可以与两方面进行合作,一是传统媒体,例如读书社、报社、各刊物、杂志社等,通过纸质书籍、报纸进行宣传,从而提高"青你"在不同学历群体之间的知名度,而是新型媒体,例如抖音、微博、QQ、微信等,通过电子显示进行推广转发,从而达到宣传的目的。这样不同学历的群体都可以通过媒体的渠道,了解"青你"、关注"青你"、支持"青你",使"青你"品牌推广效果更加完美。

七、模型评价与推广

一、优点:

本文巧妙的对定性变量进行转换,根据问题开始按部就班,层层推进建立多元线性回归模型,通过得到的模型对问题循序渐进的分析发现可以引入交互项得到比较合理的模型,最终确定最有模型,并对模型进行相关性分析,模型得到的相关结果均有计算机求的,合理运用了相关软件,如R软件和SPSS软件,使所得的结果合理且可信度高。

二、缺点:

由于题目中所给的仅是调查人员从已经观看了才艺的观众中随机抽取了 28 份问卷调查,则进行建模分析的数据较少,再者影响观众对"青你"热衷程度的因素还有很多,不仅仅只是题目中涉及到的 6 个影响因素,还有其他因素会对其造成影响,因此这些问题在一定程度上降低了模型的合理性。

八、参考文献

- [1] 吴良国.虚拟变量在居民消费研究中的应用[J].统计与决策,2004(04):116-117.
- [2] 刘国旗.多重共线性的产生原因及其诊断处理[J].合肥工业大学学报(自然科学版),2001(04):607-610.
- [3] 陈希孺,倪国熙.数理统计学教程[M].上海:上海科学技术出版社,1988.256 -258.



创新意识, 团队精神

重在参与, 公平竞争