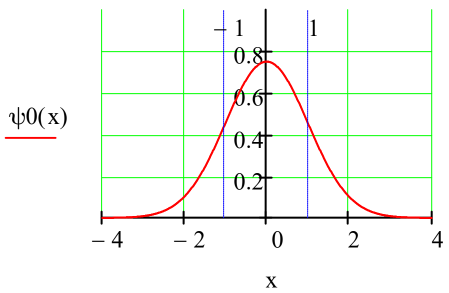
3. Явный вид волновых функций и графики

Результаты($x_0 = 1$)

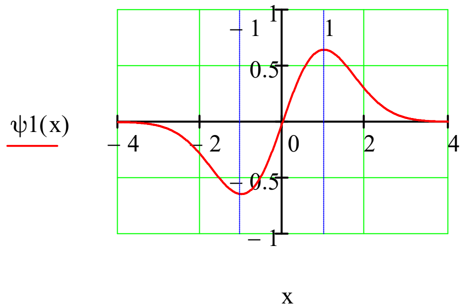
при n = 0

$$\psi 0(x) := 1 \cdot e^{\frac{-x^2}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\sqrt{\pi}}}$$



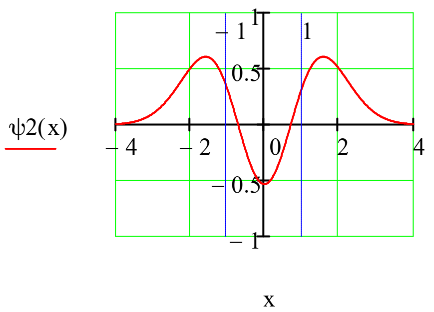
при n = 1

$$\psi 1(x) := 1 \cdot e^{\frac{-x^2}{2}} \cdot 2 \cdot x \cdot \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi}}}$$



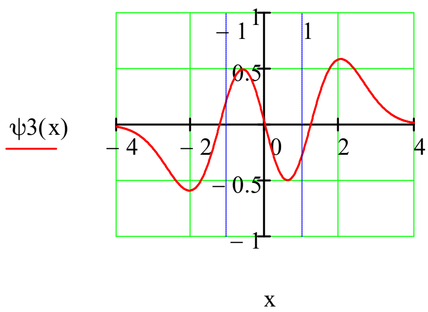
при n=2

$$\psi 2(x) := 1 \cdot e^{\frac{-x^2}{2}} \cdot \left(4 \cdot x^2 - 2\right) \cdot \sqrt{\frac{1}{8 \cdot \sqrt{\pi}}}$$



при n=3

$$\psi 3(x) := e^{\frac{-x^2}{2}} \cdot \left(8 \cdot x^3 - 12 \cdot x\right) \cdot \sqrt{\frac{1}{48 \cdot \sqrt{\pi}}}$$



2) n = 1

Имеем волновую функцию ψ из (1), нормировочный коэффициент a_0 из (2) и полином Эрмита-Чебышева H(ξ) для n = 1:

$$\psi(x) \equiv a_1 \cdot e^{\frac{-x^2}{2}} \cdot H_1\, x \qquad a_1 := \sqrt{\frac{1}{1! \cdot 2^1 \cdot \sqrt{\pi}}} \qquad H_0 := (-1)^1 \cdot e^{x^2}$$ * dif(1,x)

$$\mathrm{dif}(1, x) := \frac{d \cdot e^{-x^2}}{d \cdot x}$$

dif(1,x) соответствует производной первого порядка

$$\mathrm{dif}(1, x) := -2e^{-x^2} \cdot x$$

Следовательно для полинома Эрмита-Чебышева получаем:

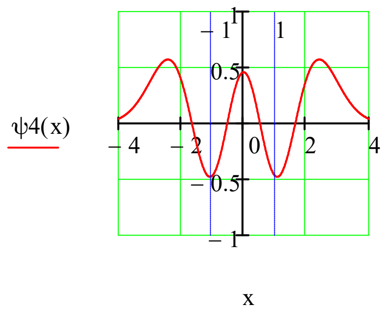
$$H_0 := (-1) \cdot e^{x^2} \cdot (-2) \cdot x \cdot e^{-x^2} \quad \Rightarrow \quad H_0 \equiv 2 \cdot x$$

В итоге волновая функция для главного квантового числа равного 1 имеет вид

$$\psi(x) \equiv \sqrt{\frac{1}{2\sqrt{\pi}}} \cdot e^{\frac{-x^2}{2}} \cdot 2 \cdot x$$

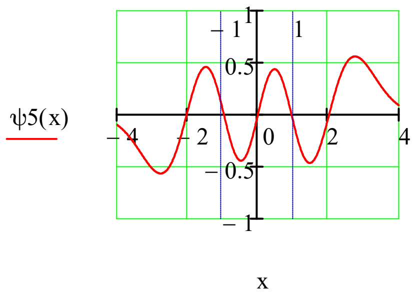
при n = 4

$$\psi4(x) := e^{\frac{-x^2}{2}} \cdot \left(16 \cdot x^4 - 48 \cdot x^2 + 12\right) \cdot \sqrt{\frac{1}{4! \cdot 2^4 \cdot \sqrt{\pi}}}$$



при n=5

$$\psi5(x) := e^{\frac{-x^2}{2}} \cdot \left(32 \cdot x^5 - 160 \cdot x^3 + 15 \cdot 8 \cdot x\right) \cdot \sqrt{\frac{1}{5! \cdot 2^5 \cdot \sqrt{\pi}}}$$



Вычисления для первых трех значений главного квантового числа n

1) n = 0

Имеем волновую функцию ψ из (1), нормировочный коэффициент a_0 из (2) и полином Эрмита-Чебышева H(ξ) для n = 0:

$$\psi(x) \equiv a_0 \cdot e^{\frac{-x^2}{2}} \cdot H_0 x \qquad a_0 := \sqrt{\frac{1}{0! \cdot 2^0 \cdot \sqrt{\pi}}} \qquad H_0 := (-1)^0 \cdot e^{x^2} * \text{dif}(0,x)$$

$$\text{dif}(0,x) := \frac{d^0 \cdot e^{-x^2}}{d \cdot x^0}$$

dif(0,x) соответствует производной нулевого порядка от функции => самой функции

$$\text{dif}(0,x) := e^{-x^2}$$

Следовательно для полинома Эрмита-Чебышева получаем:

$$H_0 := e^{x^2} \cdot e^{-x^2} \quad => \quad H_0 \equiv 1$$

В итоге волновая функция для главного квантового числа равного 0 имеет вид

$$\psi(x) \equiv \sqrt{\frac{1}{\sqrt{\pi}}} \cdot e^{\frac{-x^2}{2}}$$

2) n = 2

Имеем волновую функцию ψ из (1), нормировочный коэффициент a_0 из (2) и полином Эрмита-Чебышева H(ξ) для n = 2:

$$\psi(x) \equiv a_2 \cdot e^{\frac{-x^2}{2}} \cdot H_2\, x \qquad a_2 := \sqrt{\frac{1}{2! \cdot 2^2 \cdot \sqrt{\pi}}}$$

$$dif(2, x) := \frac{d^2 \cdot e^{-x^2}}{d \cdot x^2}$$

dif(2,x) соответствует производной второго порядка

$$dif(2, x) := \left(4 \cdot x^2 - 2\right) e^{-x^2}$$

Следовательно для полинома Эрмита-Чебышева получаем:

$$H_0 := e^{x^2} \cdot \left(4 \cdot x^2 - 2\right) \cdot e^{-x^2} \quad => \quad H_0 \equiv 4 \cdot x^2 - 2$$

В итоге волновая функция для главного квантового числа равного 2 имеет вид

$$\psi(x) \equiv \sqrt{\frac{1}{8\sqrt{\pi}}} \cdot e^{\frac{-x^2}{2}} \cdot \left(4 \cdot x^2 - 2\right)$$