6. Средние значения

Общий вид волновой функции исходя из предыдущих пунктов

$$\psi(x) \equiv \frac{1\cdot e^{\frac{-x^2}{2}}\cdot H(n,x)}{\sqrt{x_0\cdot 2^n n!\cdot\sqrt{\pi}}} \qquad \text{где } H(n,x) = \quad (-1)^n\cdot e^{x^2}\cdot\frac{d^n}{dx^n}e^{-x^2}$$

Среднее значение координаты найдем с помощью интеграла следующего вида

$$\int_{-\infty}^{\infty}\psi'(x)\cdot\psi(x)\cdot x\,dx \equiv \int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-x^2}\cdot H(n,x)^2}{x_0\cdot 2^n\cdot n!\cdot\sqrt{\pi}}\cdot x\,dx$$

Посчитав значение данного интеграла для n = 0, ... 5 мы убедились что среднее значение координаты для квантового гармонического осцилятора равно нулю. Пример для n = 5

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{x^2}\cdot e^{x^2}\cdot 64\cdot e^{-3x^2}\cdot\left(4x^4-20x^2+15\right)^2\cdot x^3}{2^5\cdot 5!\cdot\sqrt{\pi}}\,dx = \blacksquare\cdot 0$$

Итог <x> = 0

Среднее значение импульса найдем с помощью интеграла следующего вида

$$\int_{-\infty}^{\infty}\psi'(x)\cdot\psi(x)\cdot p\,dx \equiv \int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{\frac{-x^2}{2}}\cdot H(n,x)}{\sqrt{x_0\cdot 2^n\cdot n!\cdot\sqrt{\pi}}}\cdot\frac{e^{\frac{-x^2}{2}}\cdot H(n,x)\cdot d\cdot -i\cdot\bar{h}}{\sqrt{x_0\cdot 2^n\cdot n!\cdot\sqrt{\pi}}\cdot dx}\,dx$$

Посчитав значение данного интеграла для n = 0, ... 5 мы убедились что среднее значение импульса для квантового гармонического осцилятора равно нулю. Пример для n = 2

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{\frac{-x^2}{2}}\cdot\left(5x-2x^3\right)}{\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{\pi}}\cdot\frac{e^{\frac{-x^2}{2}}\cdot e^{-x^2}\cdot e^{x^2}\left(4x^2-2\right)\cdot -i\cdot\bar{h}}{\sqrt{8\cdot\sqrt{\pi}}}\,dx \quad = \quad -i\cdot\bar{h}\cdot 0 = \blacksquare\cdot 0$$

Итог <p> = 0