7. Найти вероятность обнаружения частицы квантового осциллятора, находящегося в основном состоянии, вне пределов классической области.

Поскольку осциллятор находится в основном состоянии, его энергия равна $E_0 \equiv \dfrac{\bar{h}\cdot w_0}{2}$

а волновая функция имеет вид $\psi_0(x) \equiv \dfrac{e^{-\left(\frac{x}{x_0}\right)^2}}{\sqrt{x_0\cdot\sqrt{\pi}}}$ где $x_0 \equiv \sqrt{\dfrac{\bar{h}}{m_0\cdot w_0}}$

При максимальном отклонении классического осциллятора от положения равновесия его полная энергия должна быть равна потенциальной энергии, т.е.

$$\frac{k\cdot\left(a_0\right)^2}{2} \equiv \frac{\bar{h}\cdot w_0}{2}$$

Отсюда следует, что амплитуда классических колебаний

$$a_0 \equiv \sqrt{\frac{\bar{h}\cdot w_0}{k}} = \sqrt{\frac{\bar{h}}{w_0\cdot m_0}} = x_0$$

Найдем вероятность обнаружения частицы в классической области

$$P_{кл} \equiv \int_{-a_0}^{a_0} \left[\left|\psi_0(x)\right|\right]^2 dx = \blacksquare\cdot\int_{-a_0}^{a_0} \frac{e^{-\left(\frac{x}{x_0}\right)^2}}{x_0\cdot\sqrt{\pi}}\,dx = \int_{-1}^{1} \frac{e^{-y^2}}{\sqrt{\pi}}\,dy \leftarrow y = \blacksquare\cdot\frac{x}{x_0}$$

Поскольку под интегралом стоит четная функция переменной y, то

$$Pkl := \int_0^1 \frac{e^{-y^2}\cdot 2}{\sqrt{\pi}}\,dy$$

Соответственно, вероятность того, что частица будет обнаружена вне классической области, равна

$P := 1 - Pkl \qquad P = 0.157$

Таким образом, вероятность обнаружения частицы гармонического осциллятора, находящегося в основном состоянии, вне пределов классической области составляет ~ 16 %, т.е. имеет заметную величину.