

# Algorytmy i Struktury Danych

## Egzamin 1 (13.VII.2023)

### Format rozwiązań

Rozwiązanie zadania musi się składać z **krótkiego** opisu algorytmu (wraz z uzasadnieniem poprawności) oraz jego implementacji. Zarówno opis algorytmu jak i implementacja powinny się znajdować w tym samym pliku Pythona (rozszerzenie `.py`). Opis powinien być na początku pliku w formie komentarza (w pierwszej linii w komentarzu powinno być imię i nazwisko studenta). Opis nie musi być długi—wystarczy kilka zdań, jasno opisujących ideę algorytmu. Implementacja musi być zgodna z szablonem kodu źródłowego dostarczonym wraz z zadaniem. Niedopuszczalne jest w szczególności:

1. zmienianie nazwy funkcji implementującej algorytm, listy jej argumentów, lub nazwy pliku z rozwiązaniem,
2. modyfikowanie testów dostarczonych wraz z szablonem,
3. wypisywanie na ekranie jakichkolwiek napisów innych niż wypisywane przez dostarczony kod (ew. napisy dodane na potrzeby diagnozowania błędów należy usunąć przed wysłaniem zadania).

Dopuszczalne jest natomiast:

1. korzystanie z następujących elementarnych struktur danych: krotka, lista, słownik, kolejka `collections.deque`, kolejka priorytetowa (`queue.PriorityQueue`, `heapq`),
2. korzystanie ze struktur danych dostarczonych razem z zadaniem (jeśli takie są).
3. korzystanie z wbudowanych funkcji sortujących (można założyć, że mają złożoność  $O(n \log n)$ ).

Wszystkie inne algorytmy lub struktury danych wymagają implementacji przez studenta. Dopuszczalne jest oczywiście implementowanie dodatkowych funkcji pomocniczych w pliku z szablonem rozwiązania.

Zadania niezgodne z powyższymi ograniczeniami otrzymają ocenę 0 punktów. Rozwiązania w innych formatach (np. `.PDF`, `.DOC`, `.PNG`, `.JPG`) z definicji nie będą sprawdzane i otrzymają ocenę 0 punktów, nawet jeśli będą poprawne.

### Testowanie rozwiązań

Żeby przetestować rozwiązanie zadania należy wykonać polecenie: `python3 egz1A.py`

<b>Szablon rozwiązania:</b>	egz1A.py
<b>Złożoność akceptowalna (+2.0pkt):</b>	$O(V^3 \log V)$
<b>Złożoność wzorcowa (+2.0pkt):</b>	$O(V^2 \log V)$
Gdzie $V$ to liczba wierzchołków grafu.	

Złycerz (czyli zły rycerz) wędruje po średniowiecznym grafie  $G = (V, E)$ , gdzie waga każdej krawędzi to liczba sztabek złota, którą trzeba zapłacić za przejazd nią (myta, jedzenie, itp.). W każdym wierzchołku znajduje się zamek, który zawiera w skarbcu pewną daną liczbę sztabek złota. Złycerz może napaść na jeden zamek i zabrać całe jego złoto, ale od tego momentu zaczyna być ścigany i każdy przejazd po krawędzi jest dwa razy droższy, oraz dodatkowo na każdej drodze musi zapłacić  $r$  sztabek złota jako łapówkę (zatem od tej pory koszt przejazdu danej krawędzi jest równy dwukrotności wagi tej krawędzi plus wartość  $r$ ). Co więcej, Złycerz nie może napaść więcej niż jednego zamku, bo jest trochę leniwy (oprócz tego, że zły). Proszę wskazać trasę Złycerza z zamku  $s$  do  $t$  o najmniejszym koszcie (lub największym zysku, jeśli to możliwe).

**Uwaga.** Złycerz może przejechać po danej krawędzi więcej niż raz (np. raz jadąc do zamku, który chce napaść, a potem z niego wracając).

Zadanie polega na implementacji funkcji:

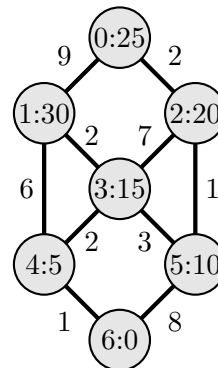
```
gold( G,V,s,t,r )
```

która na wejściu otrzymuje: graf  $G$  reprezentowany w postaci listowej, tablicę  $V$  zawierającą liczby sztabek złota w kolejnych zamkach, zamek początkowy  $s$ , zamek końcowy  $t$  oraz wysokość łapówki  $r$ . Funkcja powinna zwrócić najmniejszy koszt drogi uwzględniający ewentualny napad. Jeżeli zysk z napadu jest większy, od kosztu drogi należy, powstały zysk należy zwrócić jako liczbę ujemną (przykład).

**Przykład.** Dla wejścia:

```
G = [(1,9), (2,2)],           # 0
      [(0,9), (3,2), (4,6)],   # 1
      [(0,2), (3,7), (5,1)],   # 2
      [(1,2), (2,7), (4,2), (5,3)], # 3
      [(1,6), (3,2), (6,1)],   # 4
      [(2,1), (3,3), (6,8)],   # 5
      [(4,1), (5,8)] ]        # 6

V = [25,30,20,15,5,10,0]
s = 0, t = 6, r = 7
```



wynikiem jest 6.

Gdyby nie rabować żadnego z zamków, najmniejszy koszt wyniósłby  $2 + 1 + 3 + 2 + 1 = 9$ , droga  $[0, 2, 5, 3, 4, 6]$ . Jednak jeżeli obrabujemy zamek 1 (30 sztabek złota), koszt wyniesie  $2 + 1 + 3 + 2 - 30 + 19 + 9 = 6$ , droga  $[0, 2, 5, 3, 1, 4, 6]$ . Gdyby łapówka  $r$  wynosiła 10, żadna kradzież nie byłaby opłacalna, jednak gdyby łapówka  $r$  wynosiła 3, wtedy (po obrabowaniu zamku 1), funkcja powinna zwrócić wartość  $-3$ .

Algorytmy i Struktury Danych  
Egzamin/Zaliczenie 1 (13.VII.2023)

### Format rozwiązań

Rozwiązanie zadania musi się składać z **krótkiego** opisu algorytmu (wraz z uzasadnieniem poprawności) oraz jego implementacji. Zarówno opis algorytmu jak i implementacja powinny się znajdować w tym samym pliku Pythona (rozszerzenie `.py`). Opis powinien być na początku pliku w formie komentarza (w pierwszej linii w komentarzu powinno być imię i nazwisko studenta). Opis nie musi być długi—wystarczy kilka zdań, jasno opisujących ideę algorytmu. Implementacja musi być zgodna z szablonem kodu źródłowego dostarczonym wraz z zadaniem. Niedopuszczalne jest w szczególności:

1. zmienianie nazwy funkcji implementującej algorytm, listy jej argumentów, lub nazwy pliku z rozwiązaniem,
2. modyfikowanie testów dostarczonych wraz z szablonem,
3. wypisywanie na ekranie jakichkolwiek napisów innych niż wypisywane przez dostarczony kod (ew. napisy dodane na potrzeby diagnozowania błędów należy usunąć przed wysłaniem zadania).

Dopuszczalne jest natomiast:

1. korzystanie z następujących elementarnych struktur danych: krotka, lista, słownik, kolejka `collections.deque`, kolejka priorytetowa (`queue.PriorityQueue`, `heapq`),
2. korzystanie ze struktur danych dostarczonych razem z zadaniem (jeśli takie są).
3. korzystanie z wbudowanych funkcji sortujących (można założyć, że mają złożoność  $O(n \log n)$ ).

Wszystkie inne algorytmy lub struktury danych wymagają implementacji przez studenta. Dopuszczalne jest oczywiście implementowanie dodatkowych funkcji pomocniczych w pliku z szablonem rozwiązania.

Zadania niezgodne z powyższymi ograniczeniami otrzymają ocenę 0 punktów. Rozwiązania w innych formatach (np. `.PDF`, `.DOC`, `.PNG`, `.JPG`) z definicji nie będą sprawdzane i otrzymają ocenę 0 punktów, nawet jeśli będą poprawne.

### Testowanie rozwiązań

Żeby przetestować rozwiązanie zadania należy wykonać polecenie: `python3 egz1b.py`

<b>Szablon rozwiązania:</b>	egz1b.py
<b>Złożoność akceptowalna (3.0pkt):</b>	złożoność wielomianowa względem $n$ i $E$ (np. $O(nE^2)$ )
<b>Złożoność wzorcowa (+1.0pkt):</b>	$O(nE)$
Gdzie $n$ to liczba planet a $E$ to pojemność zbiornika paliwa.	

Przedstawiciel Gwiezdnej Floty podróżuje z planety A do planety B. Po drodze będzie musiał wylądować na innych planetach w celu uzupełnienia paliwa. Cena paliwa na każdej planecie może być inna. Dodatkowo na każdej planecie jest teleport, który może przenieść go na jedną z kolejnych planet. Niestety, w tym celu jego statek kosmiczny musi mieć pusty zbiornik paliwa. Zaproponuj i zaimplementuj algorytm, który oblicza minimalny koszt pokonania trasy z planety A do B.

Na trasie przedstawiciela Gwiezdnej Floty znajduje się  $n$  planet opisanych w tablicach D, C i T:

- D[i] to odległość  $i$ -tej planety od planety A wyrażona w latach świetlnych wzdłuż trasy przelotu. Planety uporządkowane są w kolejności rosnącej odległości od A. Nie dopuszczamy sytuacji, w której dwie planety mają tę samą odległość od A.
- C[i] to cena jednej tony paliwa na planecie numer  $i$ ,
- T[i] to para postaci  $(j, p)$ , gdzie  $j$  to numer planety, na którą można dostać się teleportem z planety  $i$  (zawsze zachodzi  $j \geq i$ , gdzie  $j = i$  oznacza, że teleport na tej planecie nie działa) a  $p$  to cena skorzystania z teleportu.

Planeta A ma numer 0 a planeta B ma numer  $n - 1$ . Statek kosmiczny potrzebuje tony paliwa na pokonanie każdego roku świetlnego. Pojemność zbiornika statku kosmicznego wynosi  $E$  ton. Nie ma obowiązku tankowania paliwa do pełna. Zakładamy, że  $E$  oraz wszystkie elementy tablic D, C i T to liczby naturalne. Można założyć, że rozwiązanie istnieje, t.j. da się przelecieć z A do B zgodnie z warunkami zadania.

Algorytm należy zaimplementować jako funkcję:

```
planets( D, C, T, E )
```

Proszę uzasadnić poprawność zaproponowanego algorytmu i oszacować jego złożoność obliczeniową.

**Przykład.** Dla wejścia:

```
#      0      1      2      3
D = [  0,    5,   10,   20]
C = [  2,    1,    3,    9]
T = [(2,3), (3,7), (2,10), (3,10)]
E = 10
```

wynikiem jest 17, co odpowiada zatankowaniu 5 ton paliwa na planecie A (czyli planecie 0, koszt 10), przelotowi na planetę 1 oraz skorzystaniu z teleportu z planety 1 na planetę 3 (czyli planetę B, koszt 7).

**Podpowiedź.** Proszę rozważyć funkcję  $f(i, b)$ , która daje minimalny koszt znalezienia się na planecie  $i$  mając  $b$  ton paliwa. Obliczanie tej funkcji w odpowiednio przemyślany sposób pozwala uzyskać złożoność wzorcową.

Algorytmy i Struktury Danych  
Egzamin/Zaliczenie 2 (7.IX.2023)

### Format rozwiązań

Rozwiązanie zadania musi się składać z **krótkiego** opisu algorytmu (wraz z uzasadnieniem poprawności) oraz jego implementacji. Zarówno opis algorytmu jak i implementacja powinny się znajdować w tym samym pliku Pythona (rozszerzenie `.py`). Opis powinien być na początku pliku w formie komentarza (w pierwszej linii w komentarzu powinno być imię i nazwisko studenta). Opis nie musi być długi—wystarczy kilka zdań, jasno opisujących ideę algorytmu. Implementacja musi być zgodna z szablonem kodu źródłowego dostarczonym wraz z zadaniem. Niedopuszczalne jest w szczególności:

1. zmienianie nazwy funkcji implementującej algorytm, listy jej argumentów, lub nazwy pliku z rozwiązaniem,
2. modyfikowanie testów dostarczonych wraz z szablonem,
3. wypisywanie na ekranie jakichkolwiek napisów innych niż wypisywane przez dostarczony kod (ew. napisy dodane na potrzeby diagnozowania błędów należy usunąć przed wysłaniem zadania).

Dopuszczalne jest natomiast:

1. korzystanie z następujących elementarnych struktur danych: krotka, lista, słownik, kolejka `collections.deque`, kolejka priorytetowa (`queue.PriorityQueue`, `heapq`),
2. korzystanie ze struktur danych dostarczonych razem z zadaniem (jeśli takie są).
3. korzystanie z wbudowanych funkcji sortujących (należy założyć, że mają złożoność  $O(n \log n)$ ).

Wszystkie inne algorytmy lub struktury danych wymagają implementacji przez studenta. Dopuszczalne jest oczywiście implementowanie dodatkowych funkcji pomocniczych w pliku z szablonem rozwiązania.

Zadania niezgodne z powyższymi ograniczeniami otrzymają ocenę 0 punktów. Rozwiązania w innych formatach (np. `.PDF`, `.DOC`, `.PNG`, `.JPG`) z definicji nie będą sprawdzane i otrzymają ocenę 0 punktów, nawet jeśli będą poprawne.

### Testowanie rozwiązań

Żeby przetestować rozwiązanie zadania należy wykonać polecenie: `python3 egz2a.py`

<b>Szablon rozwiązania:</b>	egz2a.py
<b>Złożoność akceptowalna (2pkt):</b>	$O(n^2)$
<b>Złożoność lepsza (+1pkt):</b>	$O(n \log n)$
<b>Złożoność wzorcowa (+1pkt):</b>	$O(n)$

Dany jest zbiór  $P = \{p_1, \dots, p_n\}$  punktów na płaszczyźnie. Współrzędne punktów to liczby naturalne ze zbioru  $\{1, \dots, n\}$ . Mówimy, że punkt  $p_i = (x_i, y_i)$  dominuje punkt  $p_j = (x_j, y_j)$  jeśli zachodzi:

$$x_i > x_j \text{ oraz } y_i > y_j.$$

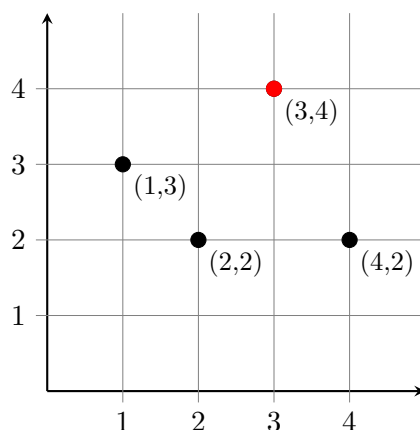
Siłą danego punktu jest to ile punktów dominuje. Zadanie polega na implementacji funkcji:

`dominance( P )`

która na wejściu otrzymuje listę  $P$  zawierającą  $n$  punktów (każdy reprezentowany jako para liczb ze zbioru  $\{1, \dots, n\}$ ) i zwraca siłę najsilniejszego z nich. Funkcja powinna być możliwie jak najszybsza.

**Przykład.** Dla wejścia:

$P = [(1,3),$   
 $(3,4),$   
 $(4,2),$   
 $(2,2)]$



wynikiem jest 2. Punkt o współrzędnych  $(3,4)$  dominuje punkty o współrzędnych  $(1,3)$  oraz  $(2,2)$ .

**Podpowiedź.** W realizacji algorytmu o złożoności  $O(n)$  przydatne może być policzenie tablicy  $T$  takiej, że  $T[i]$  to liczba punktów, których współrzędna  $y$  jest większa lub równa  $i$ .

Algorytmy i Struktury Danych  
Egzamin/Zaliczenie 2 (7.IX.2023)

### Format rozwiązań

Rozwiązanie zadania musi się składać z **krótkiego** opisu algorytmu (wraz z uzasadnieniem poprawności) oraz jego implementacji. Zarówno opis algorytmu jak i implementacja powinny się znajdować w tym samym pliku Pythona (rozszerzenie `.py`). Opis powinien być na początku pliku w formie komentarza (w pierwszej linii w komentarzu powinno być imię i nazwisko studenta). Opis nie musi być długi—wystarczy kilka zdań, jasno opisujących ideę algorytmu. Implementacja musi być zgodna z szablonem kodu źródłowego dostarczonym wraz z zadaniem. Niedopuszczalne jest w szczególności:

1. zmienianie nazwy funkcji implementującej algorytm, listy jej argumentów, lub nazwy pliku z rozwiązaniem,
2. modyfikowanie testów dostarczonych wraz z szablonem,
3. wypisywanie na ekranie jakichkolwiek napisów innych niż wypisywane przez dostarczony kod (ew. napisy dodane na potrzeby diagnozowania błędów należy usunąć przed wysłaniem zadania).

Dopuszczalne jest natomiast:

1. korzystanie z następujących elementarnych struktur danych: krotka, lista, słownik, kolejka `collections.deque`, kolejka priorytetowa (`queue.PriorityQueue`, `heapq`),
2. korzystanie ze struktur danych dostarczonych razem z zadaniem (jeśli takie są).
3. korzystanie z wbudowanych funkcji sortujących (należy założyć, że mają złożoność  $O(n \log n)$ ).

Wszystkie inne algorytmy lub struktury danych wymagają implementacji przez studenta. Dopuszczalne jest oczywiście implementowanie dodatkowych funkcji pomocniczych w pliku z szablonem rozwiązania.

Zadania niezgodne z powyższymi ograniczeniami otrzymają ocenę 0 punktów. Rozwiązania w innych formatach (np. `.PDF`, `.DOC`, `.PNG`, `.JPG`) z definicji nie będą sprawdzane i otrzymają ocenę 0 punktów, nawet jeśli będą poprawne.

### Testowanie rozwiązań

Żeby przetestować rozwiązanie zadania należy wykonać polecenie: `python3 egz2b.py`

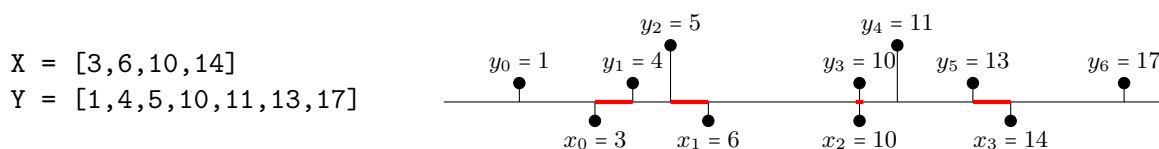
<b>Szablon rozwiązania:</b>	egz2b.py
<b>Złożoność akceptowalna (2pkt):</b>	dowolna złożoność wielomianowa
<b>Złożoność lepsza (+1pkt):</b>	$O(m^3)$
<b>Złożoność wzorcowa (+1pkt):</b>	$O(mn)$

Szalony Inwestor wybudował po południowej stronie drogi  $n$  biurowców, na pozycjach  $x_0 < \dots < x_{n-1}$ . Parkingi tych biurowców mają dopiero zostać wybudowane i dostępne jest w tym celu  $m$  działek ( $m \geq n$ ), dostępnych na północnej stronie drogi, na pozycjach  $y_0 < \dots < y_{m-1}$ . Inwestor chce wybudować dokładnie po jednym parkingu dla każdego biurowca (żadne dwa biurowce nie mogą dzielić tego samego parkingu). Zasady bezpiecznego ruchu wymagają, że  $i$ -ty biurowiec musi mieć parking na pozycji wcześniejszej niż  $i+1$ -szy. Inwestor chce wybudować parkingi na takich pozycjach, żeby suma odległości parkingów od biurowców była minimalna. Odległość  $i$ -go biurowca od  $j$ -ej działki to  $|x_i - y_j|$ . Zadanie polega na implementacji funkcji:

`parking( X, Y )`

która na wejściu otrzymuje listę  $X$  zawierającą  $n$  pozycji biurowców oraz listę  $Y$  zawierającą  $m$  pozycji działek na parkingi (listy  $X$  oraz  $Y$  zawierają nieujemne liczby całkowite). Funkcja powinna być możliwie jak najszybsza.

**Przykład.** Dla wejścia:



wynikiem jest 3:

1. Biurowiec z poycji  $X[0] = 3$  dostaje parking na pozycji  $Y[1] = 4$  (odległość 1),
2. Biurowiec z poycji  $X[1] = 6$  dostaje parking na pozycji  $Y[2] = 5$  (odległość 1),
3. Biurowiec z poycji  $X[2] = 10$  dostaje parking na pozycji  $Y[3] = 10$  (odległość 0),
4. Biurowiec z poycji  $X[3] = 14$  dostaje parking na pozycji  $Y[5] = 13$  (odległość 1).

**Podpowiedź.** W realizacji algorytmu może pomóc obliczanie funkcji  $f(i, j)$ , zdefiniowanej jako:

$f(i, j)$  = minimalna suma odległości biurowców z pozycji  $X[0], \dots, X[i]$  do przydzielonych im działek, przy założeniu że biurowiec z pozycji  $X[i]$  ma przydzieloną działkę z pozycji  $Y[j]$ .

Funkcja ta pozwala zarówno uzyskać algorytm o złożoności “lepszej” jak i “wzrocowej”, choć to drugie wymaga pewnej optymalizacji obliczeń.



Algorytmy i Struktury Danych  
Egzamin/Zaliczenie 3 (14.IX.2023)

### Format rozwiązań

Rozwiązanie zadania musi się składać z **krótkiego** opisu algorytmu (wraz z uzasadnieniem poprawności) oraz jego implementacji. Zarówno opis algorytmu jak i implementacja powinny się znajdować w tym samym pliku Pythona (rozszerzenie `.py`). Opis powinien być na początku pliku w formie komentarza (w pierwszej linii w komentarzu powinno być imię i nazwisko studenta). Opis nie musi być długi—wystarczy kilka zdań, jasno opisujących ideę algorytmu. Implementacja musi być zgodna z szablonem kodu źródłowego dostarczonym wraz z zadaniem. Niedopuszczalne jest w szczególności:

1. zmienianie nazwy funkcji implementującej algorytm, listy jej argumentów, lub nazwy pliku z rozwiązaniem,
2. modyfikowanie testów dostarczonych wraz z szablonem,
3. wypisywanie na ekranie jakichkolwiek napisów innych niż wypisywane przez dostarczony kod (ew. napisy dodane na potrzeby diagnozowania błędów należy usunąć przed wysłaniem zadania).

Dopuszczalne jest natomiast:

1. korzystanie z następujących elementarnych struktur danych: krotka, lista, słownik, kolejka `collections.deque`, kolejka priorytetowa (`queue.PriorityQueue`, `heapq`),
2. korzystanie ze struktur danych dostarczonych razem z zadaniem (jeśli takie są).
3. korzystanie z wbudowanych funkcji sortujących (należy założyć, że mają złożoność  $O(n \log n)$ ).

Wszystkie inne algorytmy lub struktury danych wymagają implementacji przez studenta. Dopuszczalne jest oczywiście implementowanie dodatkowych funkcji pomocniczych w pliku z szablonem rozwiązania.

Zadania niezgodne z powyższymi ograniczeniami otrzymają ocenę 0 punktów. Rozwiązania w innych formatach (np. `.PDF`, `.DOC`, `.PNG`, `.JPG`) z definicji nie będą sprawdzane i otrzymają ocenę 0 punktów, nawet jeśli będą poprawne.

### Testowanie rozwiązań

Żeby przetestować rozwiązanie zadania należy wykonać polecenie: `python3 egz3a.py`

<b>Szablon rozwiązania:</b>	egz3a.py
<b>Złożoność akceptowalna (2pkt):</b>	$O(n^3)$
<b>Złożoność lepsza (+1pkt):</b>	$O(n^2 \log n)$
<b>Złożoność wzorcowa (+1pkt):</b>	$O(n^2)$
Gdzie $n$ to liczba zamków.	

Dobryczerz (czyli rycerz, który zawsze uprzejmie mówi “dzień dobry”) chce się przedostać z zamku  $s$  do zamku  $t$ . Mapa zamków dana jest w postaci grafu nieskierowanego  $G$ , gdzie każda krawędź ma wagę oznaczającą ile godzin potrzeba, żeby ją przebyć. Wagi to liczby naturalne ze zbioru  $\{1, 2, \dots, 8\}$ . Po najdalej 16 godzinach podróży Dobryczerz musi nocować w zamku. Warunki uprzejmości wymagają, żeby spędził w takim zamku 8 godzin (przejazd przez zamki, w których nie nocuje nie kosztuje dodatkowego czasu; szybko mówi “dzień dobry” strażnikom i jedzie dalej). Mapa z której korzysta Dobryczerz ma to do siebie, że liczba dróg jest proporcjonalna do liczby zamków. Czyli jeśli zamków jest  $n$ , to wiadomo, że dróg jest  $O(n)$ .

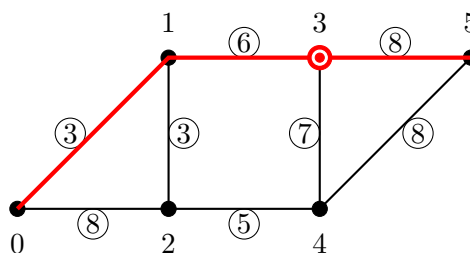
Zadanie polega na implementacji funkcji:

`goodknight( G, s, t )`

która na wejściu otrzymuje graf opisujący mapę zamków, reprezentowany w postaci macierzy sąsiedztwa (czyli  $G[i][j]$  to liczba godzin, konieczna do przejechania bezpośrednio z zamku  $i$  do zamku  $j$ ; w przypadku braku drogi  $G[i][j] = -1$ ), zamek startowy  $s$  oraz zamek docelowy  $t$ , i zwraca minimalny czas (wyrażony w godzinach) potrzebny na przejazd z  $s$  do  $t$  (Dobryczerz nigdy nie musi nocować ani w zamku  $s$  ani w zamku  $t$ ). Można założyć, że zawsze istnieje trasa z zamku  $s$  do  $t$ .

**Przykład.** Dla wejścia:

```
#      0  1  2  3  4  5
G = [ [ -1, 3, 8,-1,-1,-1 ], # 0
      [  3,-1, 3, 6,-1,-1 ], # 1
      [  8, 3,-1,-1, 5,-1 ], # 2
      [ -1, 6,-1,-1, 7, 8 ], # 3
      [ -1,-1, 5, 7,-1, 8 ], # 4
      [ -1,-1,-1, 8, 8,-1 ] ] # 5
s = 0
t = 5
```



wynikiem jest 25. Dobryczerz pokonuje następującą trasę:

1. Jedzie z zamku 0 do zamku 1 (3 godziny).
2. Jedzie z zamku 1 do zamku 3 (6 godzin).
3. Nocuje w zamku 3 (8 godzin).
4. Jedzie z zamku 3 do zamku 5 (8 godzin)

Algorytmy i Struktury Danych  
Egzamin/Zaliczenie 3 (14.IX.2023)

### Format rozwiązań

Rozwiązanie zadania musi się składać z **krótkiego** opisu algorytmu (wraz z uzasadnieniem poprawności) oraz jego implementacji. Zarówno opis algorytmu jak i implementacja powinny się znajdować w tym samym pliku Pythona (rozszerzenie `.py`). Opis powinien być na początku pliku w formie komentarza (w pierwszej linii w komentarzu powinno być imię i nazwisko studenta). Opis nie musi być długi—wystarczy kilka zdań, jasno opisujących ideę algorytmu. Implementacja musi być zgodna z szablonem kodu źródłowego dostarczonym wraz z zadaniem. Niedopuszczalne jest w szczególności:

1. zmienianie nazwy funkcji implementującej algorytm, listy jej argumentów, lub nazwy pliku z rozwiązaniem,
2. modyfikowanie testów dostarczonych wraz z szablonem,
3. wypisywanie na ekranie jakichkolwiek napisów innych niż wypisywane przez dostarczony kod (ew. napisy dodane na potrzeby diagnozowania błędów należy usunąć przed wysłaniem zadania).

Dopuszczalne jest natomiast:

1. korzystanie z następujących elementarnych struktur danych: krotka, lista, słownik, kolejka `collections.deque`, kolejka priorytetowa (`queue.PriorityQueue`, `heapq`),
2. korzystanie ze struktur danych dostarczonych razem z zadaniem (jeśli takie są).
3. korzystanie z wbudowanych funkcji sortujących (należy założyć, że mają złożoność  $O(n \log n)$ ).

Wszystkie inne algorytmy lub struktury danych wymagają implementacji przez studenta. Dopuszczalne jest oczywiście implementowanie dodatkowych funkcji pomocniczych w pliku z szablonem rozwiązania.

Zadania niezgodne z powyższymi ograniczeniami otrzymają ocenę 0 punktów. Rozwiązania w innych formatach (np. `.PDF`, `.DOC`, `.PNG`, `.JPG`) z definicji nie będą sprawdzane i otrzymają ocenę 0 punktów, nawet jeśli będą poprawne.

### Testowanie rozwiązań

Żeby przetestować rozwiązanie zadania należy wykonać polecenie: `python3 egz3b.py`

<b>Szablon rozwiązania:</b>	egz3b.py
<b>Złożoność akceptowalna (2pkt):</b>	$O(n^2)$
<b>Złożoność wzorcowa (+2pkt):</b>	$O(n \log n)$

Dany jest zbiór  $P = \{[a_0, b_0], \dots, [a_{n-1}, b_{n-1}]\}$  zawierający  $n$  parami różnych przedziałów domkniętych. Mówimy, że para przedziałów jest fajna jeśli albo jeden z nich zawiera się w drugim, albo są rozłączne. Jeśli para przedziałów nie jest fajna, to mówimy na nią niefajna.

**Przykład.** Rozważmy trzy przypadki:

1. Para przedziałów  $[1, 3]$  i  $[6, 7]$  jest fajna, bo przedziały są rozłączne.
2. Para przedziałów  $[2, 6]$  i  $[4, 6]$  jest fajna, bo drugi zawiera się w pierwszym.
3. Para przedziałów  $[1, 8]$  i  $[5, 10]$  jest niefajna, bo ani nie są rozłączne, ani jeden nie zawiera się w drugim.

Zadanie polega na implementacji funkcji:

```
uncool( P )
```

która na wejściu otrzymuje zbiór przedziałów  $P$  (w postaci listy, gdzie każdy element jest postaci  $[a_i, b_i]$  i opisuje przedział domknięty) i zwraca parę indeksów  $(i, j)$  takich, że para przedziałów  $P[i], P[j]$  jest niefajna (można założyć, że taka para przedziałów zawsze istnieje).

**Przykład.** Dla wejścia:

```
#      0      1      2      3      4      5
P =[ [1,3], [6,7], [2,6], [4,6], [1,8], [5,10] ]
```

prawidłowym wynikami są, między innymi,  $(2, 1)$  oraz  $(4, 5)$ .