



東南大學

# 数值分析

-上机报告-

# 第一章

## 1. 题目

设  $S_N = \sum_{j=2}^N \frac{1}{j^2-1}$ , 其精确值为  $\frac{1}{2}(\frac{3}{2} - \frac{1}{N} - \frac{1}{N+1})$ 。

(1) 编制按从大到小的顺序  $S_N = \frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{3^2-1} + \dots + \frac{1}{N^2-1}$ , 计算  $S_N$  的通用程序。

(2) 编制按从小到大的顺序  $S_N = \frac{1}{N^2-1} + \frac{1}{(N-1)^2-1} + \dots + \frac{1}{2^2-1}$ , 计算  $S_N$  的通用程

序。

(3) 按两种顺序分别计算  $S_{10^2}, S_{10^4}, S_{10^6}$ , 并指出有效位数。(编制程序时用单精度)

(4) 通过本次上机题, 你明白了什么?

## 2. 程序代码

```
import numpy as np
def cal_jingquezhi(N):
    jingquezhi=np.float32(1/2*(3/2-1/N-1/(N+1)))
    return np.float32(jingquezhi)

def cal_min2max(N):
    SN_min2max=np.float32(0)
    i=0
    list_min2max=range(2,N+1)
    for i in list_min2max:
        SN_min2max+=np.float32(1/(i*i-1))
    return np.float32(SN_min2max)
def cal_max2min(N):
    SN_max2min=np.float32(0)
    i=0
    list_max2min=range(N,1,-1)
    for i in list_max2min:
        SN_max2min+=np.float32(1/(i*i-1))
    return np.float32(SN_max2min)
def cal_youxiaowei(m):
    if '.' in str(m):
        m_new=(str(m).replace(".",','))
        m=m_new
    m=(str(m).rstrip('0'))
    m=(str(m).lstrip('0'))
    digits = len(str(m))
    return digits
```

```

def cal_wucha(jingquezhi, jisuanzhi):
    wucha=abs(jingquezhi-jisuanzhi)
    return wucha
S_jihe=(100,10000,1000000)
for i in (S_jihe):
    print('\n 计算的 N 值为: ',i,'\t 精确值: ',cal_jingquezhi(i))
    print('\n 从小到大计算值: ',cal_min2max(i),'\t 从小到大误差: ',cal_wucha(cal_jingquezhi(i),cal_min2max(i)),'\t 从小到大计算有效位数: ',cal_youxiaowei(cal_min2max(i)))
    print('\n 从大到小计算值: ',cal_max2min(i),'\t 从大到小误差: ',cal_wucha(cal_jingquezhi(i),cal_max2min(i)),'\t 从大到小计算有效位数: ',cal_youxiaowei(cal_max2min(i)))
    print('\n')

```

### 3. 运行结果

```

计算的N值为:  100      精确值:  0.7400495

从小到大计算值:  0.7400495      从小到大误差:  0.0      从小到大计算有效位数:  7

从大到小计算值:  0.74004954      从大到小误差:  5.9604645e-08      从大到小计算有效位数:  8


计算的N值为:  10000      精确值:  0.7499

从小到大计算值:  0.7498521      从小到大误差:  4.786253e-05      从小到大计算有效位数:  7

从大到小计算值:  0.7499      从大到小误差:  0.0      从大到小计算有效位数:  4


计算的N值为:  1000000      精确值:  0.749999

从小到大计算值:  0.7498521      从小到大误差:  0.00014686584      从小到大计算有效位数:  7

从大到小计算值:  0.74999905      从大到小误差:  5.9604645e-08      从大到小计算有效位数:  8

```

图 1 程序结果

表 1 运算结果

	N=100	N=10000	N=1000000
大到小	0.74004954	0.7499	0.74999905
小到大	0.7400495	0.7498521	0.7498521

表 2 绝对误差

	N=100	N=10000	N=1000000
大到小	5.9604645e-08	0.0	5.9604645e-08
小到大	0.0	4.786253e-05	0.00014686584

表 3 有效位数

	N=100	N=10000	N=1000000
大到小	8	4	8
小到大	7	7	7

## 4. 结果分析与上机体会

### 4.1 结果分析：

从运算结果来看，顺序按从大到小和从小到大的数值上差异不大。但从有效位数的角度出发，可以发现算法的选取对误差传递是有影响的，计算时选择合适的算法能使结果更加准确。从结果来看，**N**较小时顺序按从大到小结果有更高的有效位；**N**增大后，顺序按从大到小会出现大数吃小数的现象，导致产生较大误差。

### 4.2 上机体会：

本次上机实验采用了python编写，需要注意的东西有很多，上课时讲到的要避免大数吃小数的情况得到了验证。程序运行花费了3.80728197秒，需要平衡准确性和算力能耗之间的矛盾。