

第三章

1. 题目

列主元 Gauss 消去法对于某电路的分析，归结为求解线性方程组 $RI = V$ 。其中

$$R = \begin{pmatrix} 31 & -13 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & 0 \\ -13 & 35 & -9 & 0 & -11 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 31 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & 79 & -30 & 0 & 0 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & -30 & 57 & -7 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -7 & 47 & -30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -30 & 41 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 & 0 & 27 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -9 & 0 & 0 & 0 & -2 & 29 \end{pmatrix}$$

$$V^T = (-15, 27, -23, 0, -20, 12, -7, 7, 10)^T$$

- (1) 编制解 n 阶线性方程组 $Ax = b$ 的列主元高斯消去法的通用程序；
- (2) 用所编程序线性方程组 $RI = V$ ，并打印出解向量，保存 5 位有效数；

2. 程序代码

代码一：编写解 n 阶线性方程组 $Ax=b$ 的列主元高斯消去法的通用程序

```
gauss.py > ...
1  import numpy as np
2
3  def gaussian_elimination(A, b):
4      n = len(b)
5
6      # 增广矩阵
7      augmented_matrix = np.concatenate((A, b), axis=1).astype(float)
8
9      # 初等行变换
10     for i in range(n):
11         # 选取主元
12         max_index = np.argmax(abs(augmented_matrix[i:, i])) + i
13         augmented_matrix[[i, max_index]] = augmented_matrix[[max_index, i]]
14
15         # 消元过程
16         for j in range(i+1, n):
17             ratio = augmented_matrix[j, i] / augmented_matrix[i, i]
18             augmented_matrix[j, i:] -= ratio * augmented_matrix[i, i:]
19
20     # 回代过程
21     x = np.zeros(n)
22     for i in range(n-1, -1, -1):
23         x[i] = (augmented_matrix[i, n] - np.dot(augmented_matrix[i, i:n], x[i:n])) / augmented_matrix[i, i]
24
25     return x
```

代码二：用解线性方程组的程序求解此题

```

test_40.py > ...
1  from gauss import gaussian_elimination
2  R=[
3      [31,-13,0,0,0,-10,0,0,0],
4      [-13,35,-9,0,-11,0,0,0,0],
5      [0,-9,31,-10,0,0,0,0,0],
6      [0,0,-10,79,-30,0,0,0,-9],
7      [0,0,0,-30,57,-7,0,-5,0],
8      [0,0,0,0,-7,47,-30,0,0],
9      [0,0,0,0,0,-30,41,0,0],
10     [0,0,0,0,-5,0,0,27,-2],
11     [0,0,0,-9,0,0,0,-2,29]
12 ]
13 V=[
14     [-15],
15     [27],
16     [-23],
17     [0],
18     [-20],
19     [12],
20     [-7],
21     [7],
22     [10],
23 ]
24 I = gaussian_elimination(R, V)
25 format_I=[f"{x:.5g}" for x in I]
26 print("方程组的解为: ",format_I)

```

3. 运行结果

方程组的解为: ['-0.28923', '0.34544', '-0.71281', '-0.22061', '-0.4304', '0.15431', '-0.057823', '0.20105', '0.29023']
 请按任意键继续. . .

图 1 程序结果

最后求解结果如表 1 所示:

表 1 方程求解结果

I0	-0.28923
I1	0.34544
I2	-0.71281
I3	-0.22061
I4	-0.43040
I5	0.15431
I6	-0.057823
I7	0.20105
I8	0.29023

4. 结果分析与上机体会

4.1 结果分析:

编写完解 n 阶线性方程组 $Ax=b$ 的列主元高斯消去法的通用程序, 自己通过测试验证了程序的正确性, 之后用所编写的程序求解 $RI=V$ 的方程, 最后求解答案与计算器所求答案一致。

4.2 上机体会:

本次上机实验采用了python编写, 深刻理解了列主元高斯消去法的含义。程序运行花费了 0.0035066 秒, 所消耗时间短, 原因是 R 矩阵为稀疏矩阵, 使得进行列主元消去法的时候, 计算量大

大减小。