

Questions:

- 1 某地健康男子血清总胆固醇含量 (mol/L) 测定如下: 4.77, 3.37, 6.14, 3.95, 3.56, 4.23, 4.31, 4.71, 5.69, 4.12
- (1)求算术平均数和中位数;
  - (2)依据数据, 求样本方差和标准差;
  - (3)标准差和变异系数异同
  - (4)频率和概率区别; 频数和频率区别

3. 袋中有白球5只, 黑球6只,

- (1) 每次无放回地抽取一个球, 取三次后, 这三球为两黑一白的概率;
- (2) 每次有放回地抽取一个球, 取三次后, 这三球为两黑一白的概率;
- (3) 每次无放回地抽取一个球, 取三次后, 这三球的顺序为黑白黑的概率;
- (4) 每次有放回地抽取一个球, 取三次后, 这三球的顺序为黑白黑的概率。

4. 证明

- (1)如果 $A, B$ 独立, 则 $\bar{A}, \bar{B}$ 独立;
- (2)如果 $P(A/B)=P(A/\bar{B})$ , 则 $A, B$ 独立。

5

给定 $p = P(A), q = P(B), r = P(A \cup B)$ , 求 $P(\bar{A}\bar{B})$ 及 $P(\overline{AB})$ 。

Answers:

1 (20')

(1-3)各 4', 1-2 小题中数值、量纲各占 1'; 3 小题注意标示红色的关键点, 可酌情扣分。

(4) 8', 两个区别各 4', 4 小题注意标示红色的关键点, 可酌情扣分。

(1) 4.485 mol/L; 4.27 mol/L

(2)  $0.771 \text{ mol}^2/\text{L}^2$ ;  $0.878 \text{ mol/L}$  (注意量纲, 可写精确值, 也可保留 2 位小数)

(3) 标准差也称均方差, 各数据偏离平均数的距离 (离均差) 的平均数, 它是离差平方和平均后的方根, 有量纲。标准差是方差的算术平方根。标准差能反映一个数据集的离散程度。

标准差与平均数的比值称为变异系数, 记为 CV, 无量纲。变异系数反映单位均值上的离散程度。可以消除量纲和 (或) 平均数不同对两个或多个资料变异程度比较的影响。

当进行两个或多个资料变异程度的比较时, 如果量纲与平均数相同, 比较标准差系数与比较标准差是等价的。如果量纲和 (或) 平均数不同、或者平均数差异较大时, 比较其变异程度需采用变异系数。

(4) 频率和概率区别

事件的频率与概率是度量事件出现可能性大小的两个统计特征数。

频率是在一次试验中某一事件出现的次数与试验总数的比值。概率是某一事件所

**固有的性质。**频率是变化的，每次试验可能不同，概率是稳定值，不变。在一定条件下频率可以近似代替概率。

频数和频率区别

频数也称“次数”，对总数据按某种标准进行分组，统计出各个组内含个体的个数。而频率则每个小组的频数与数据总数的比值。频率=频数/数据总数；频率之比=频数之比。

在变量分配数列中，频数（频率）表明对应组标志值的作用程度。频数（频率）数值越大表明该组标志值对于总体水平所起的作用也越大，反之，频数（频率）数值越小，表明该组标志值对于总体水平所起的作用越小。

## 2 (20') 每个结果 3'~4'；没有过程可酌情扣分

$$(1) A(BC) = \{5\}; P(A(BC)) = \frac{1}{8}$$

$$(2) A'B = \{6, 8\}; P(A'B) = \frac{1}{4}$$

$$(3) A + A' = \Omega; P(A + A') = 1$$

$$(4) A \cup B \cup C = \Omega; P(A \cup B \cup C) = 1$$

$$(5) B' = \{6, 7, 8\}, C' = \{1, 2, 3\}$$

$$B'C' = \emptyset; P(B'C') = 0$$

$$(6) \Omega = \emptyset; P(\Omega) = 0$$

## 2 (20') 每小题 4'：

过程、结果各 2'；过程中，书写错误扣 1'，可累计；最终结果，没约分可酌情扣 1'

**注意：** $\binom{6}{2} = 6^2$ ，解题过程可能不相同，但逻辑需顺畅。

$$(1) \frac{\binom{6}{2}\binom{5}{1}}{\binom{11}{3}} = \frac{5}{11}$$

$$(2) \frac{\binom{3}{1}\binom{6}{1}\binom{5}{1}\binom{6}{1}}{11^3} = \frac{540}{1331}$$

$$(3) \frac{\binom{6}{1}\binom{5}{1}\binom{5}{1}}{11 \times 10 \times 9} = \frac{5}{33}$$

$$(4) \frac{\binom{6}{1}\binom{5}{1}\binom{6}{1}}{11^3} = \frac{180}{1331}$$

## 4 (20') 每小题 10'：

逻辑证明过程 8'，证明开始就错误，可全扣过程分；轻微书写错误，e.g. A 写成 a，扣 1'，严重书写错误，e.g.  $AB$  写成  $A'B$ ，扣 2'；可累计

**(证明方法可能会不尽相同，但是一定要书写证明过程的关键步骤，直接书写结果的扣除过程分 8')**

$$\begin{aligned} (1) P(A')P(B') &= (1 - P(A))(1 - P(B)) \\ &= 1 - P(A) - P(B) + P(A)P(B) \\ &= 1 - P(A) - P(B) + P(AB) \\ &= 1 - P(A \cup B) \\ &= P(A'B) \end{aligned}$$

$\therefore A, B$  也相互独立。.....(2')

$$\begin{aligned} (2) P(A) &= P(AB) + P(A'B) \\ &= P(A \vee B)P(B) + P(A \vee B')P(B') \\ \text{已知 } P(A \vee B) &= P(A \vee B') \\ \therefore P(A) &= P(A \vee B)[P(B) + (1 - P(B))] \\ &= P(A \vee B) \\ \therefore A, B &\text{相互独立。} \end{aligned}$$

## 5 (20') 每小题 10'：

逻辑解题过程 8'，解题开始就错误，可全扣过程分；轻微书写错误，e.g. A 写成 a，扣 1'，严重书写错误，e.g.  $\overline{AB}$  写成  $\overline{A}\overline{B}$ ，扣 2'；可累计最终结果 2'

(解题方法可能会不尽相同，但是一定要按照逻辑思路，书写解题过程的关键步骤，直接书写结果的扣除过程分 8')

$$(1) \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$\therefore P(AB) = p + q - r$$

$$\text{又 } P(A) = P(AB) + P(\overline{A}B)$$

$$\therefore P(\overline{A}B) = P(A) - P(AB) = r - (p + q - r) = r - q$$

$$(2) \text{ 由 } P(A \cup B) + P(\overline{A}\overline{B}) = 1$$

$$\text{得 } P(\overline{A}\overline{B}) = 1 - r$$