

## 西南大学

## 《概率论与数理统计》课程试题 【A】卷参考答案和评分标准

|    |   |        |      |      |      |    |    |   |    |        |   |      |  |
|----|---|--------|------|------|------|----|----|---|----|--------|---|------|--|
| 学号 | 2022~2023 学年 第 1 学期   |        |      |      |      |    |    |   |    |        |   | 期末考试 |  |
|    | 考试时间  | 120 分钟 | 考核方式 | 闭卷笔试 | 学生类别 | 本科 | 人数 |   |    |        |   |      |  |
|    | 适用专业或科类   |        |      |      |      |    |    |   | 年级 | 2022 级 |   |      |  |
|    | 题号  | 一      | 二    | 三    | 四    | 五  | 六  | 七 | 八  | 九      | 十 | 合计   |  |
| 姓名 | 得分  |        |      |      |      |    |    |   |    |        |   |      |  |
|    | 签名  |        |      |      |      |    |    |   |    |        |   |      |  |
| 班  | <p>阅卷须知：阅卷用红色墨水笔书写，得分用阿拉伯数字写在每小题题号前，用正分表示，不得分则在题号前写 0；大题得分登录在对应的分数框内；统一命题的课程应集体阅卷，流水作业；阅卷后要进行复核，发现漏评、漏记或总分统计错误应及时更正；对评定分数或统分记录进行修改时，修改人必须签名。</p>  |        |      |      |      |    |    |   |    |        |   |      |  |
| 专业 | <p><b>特别提醒：学生必须遵守课程考核纪律，违规者将受到严肃处理。</b></p>   |        |      |      |      |    |    |   |    |        |   |      |  |
| 年级 | <p>一、单项选择题（每小题 3 分，共 12 分）</p> <p>1) <math>X_1, X_2</math> 独立,且分布率为 <math>\frac{X_i}{P} \begin{matrix} 0 &amp; 1 \\ 1/2 &amp; 1/2 \end{matrix} (i=1,2)</math>,那么下列结论正确的是____.</p> <p>A) <math>X_1 = X_2</math>                      B) <math>P\{X_1 = X_2\} = 1</math></p> <p>C) <math>P\{X_1 = X_2\} = \frac{1}{2}</math>      D) 以上都不正确</p> <p>2) 若 <math>X \sim (\mu_1, \sigma_1^2)</math>, <math>Y \sim (\mu_2, \sigma_2^2)</math> 那么 <math>(X, Y)</math> 的联合分布为____.</p> <p>A) 二维正态, 且 <math>\rho = 0</math>                      B) 二维正态, 且 <math>\rho</math> 不定</p> <p>C) 未必是二维正态                      D) 以上都不对</p> <p>3) 设 <math>X, Y</math> 是相互独立的两个随机变量, 它们的分布函数分别为 <math>F_X(x), F_Y(y)</math>, 则 <math>Z = \max\{X, Y\}</math> 的分布函数是____.</p> <p>A) <math>F_Z(z) = \max\{F_X(x), F_Y(y)\}</math>;      B) <math>F_Z(z) = \max\{ F_X(x) ,  F_Y(y) \}</math></p> <p>C) <math>F_Z(z) = F_X(x) F_Y(y)</math>                      D) 都不是</p> <p>4) 下列二无函数中, ____ 可以作为连续型随机变量的联合概率密度。</p> <p>A) <math>f(x, y) = \begin{cases} \cos x, &amp; -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, &amp; \text{其他} \end{cases}</math>      B) <math>g(x, y) = \begin{cases} \cos x, &amp; -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{1}{2} \\ 0, &amp; \text{其他} \end{cases}</math></p> <p>C) <math>\varphi(x, y) = \begin{cases} \cos x, &amp; 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, &amp; \text{其他} \end{cases}</math>      D) <math>h(x, y) = \begin{cases} \cos x, &amp; 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \frac{1}{2} \\ 0, &amp; \text{其他} \end{cases}</math></p> |        |      |      |      |    |    |   |    |        |   |      |  |
| 密  |   |        |      |      |      |    |    |   |    |        |   |      |  |

拟定人:

年 月 日

## 二、填空题（每小题3分，共15分）

- 1、设  $P\{X \geq 0, Y \geq 0\} = \frac{3}{7}$ ,  $P\{X \geq 0\} = P\{Y \geq 0\} = \frac{4}{7}$ , 则  $P\{\max\{X, Y\} \geq 0\} =$ \_\_\_\_\_。
- 2、用  $(X, Y)$  的联合分布函数  $F(x, y)$  表示  $P\{X < a, Y < b\} =$ \_\_\_\_\_。
- 3、设平面区域  $D$  由  $y=x$ ,  $y=0$  和  $x=2$  所围成, 二维随机变量  $(x, y)$  在区域  $D$  上服从均匀分布, 则  $(x, y)$  关于  $X$  的边缘概率密度在  $x=1$  处的值为\_\_\_\_\_。
- 4、区间  $(0, 1)$  内随机地取两个数, 则两数的乘积小于  $1/2$  的概率为\_\_\_\_\_。
- 5、已知连续型随机变量  $X$  的概率密度函数为  $f(x) = \frac{c}{\sqrt{\pi}} e^{4x-x^2}$ ,  $x \in R$ , 则常数  $c =$ \_\_\_\_\_;  
 $Ex^2 =$ \_\_\_\_\_。

## 三、计算题（共61分）

- 1、（9分）把一枚均匀的硬币连抛三次, 以  $X$  表示出现正面的次数,  $Y$  表示正、反两面次数差的绝对值, 求  $(X, Y)$  的联合分布律与边缘分布。

- 2、（15分）设二维连续型随机变量  $(X, Y)$  的联合分布函数为

$$F(x, y) = A(B + \arctan \frac{x}{2})(C + \arctan \frac{y}{3})$$

- 求（1） $A$ 、 $B$ 、 $C$  的值；（2） $(X, Y)$  的联合密度；（3）判断  $X$ 、 $Y$  的独立性。

- 3、（12分）设连续型随机变量  $(X, Y)$  的密度函数为  $f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-(3x+4y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ,

- 求（1）系数  $A$ ；（2）落在区域  $D: \{0 < x \leq 1, 0 < y \leq 2\}$  的概率。

- 4、（10分）设  $(X, Y)$  的联合密度为  $f(x, y) = Ay(1-x), 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x$ , （1）求系数  $A$ ；  
（2）求  $(X, Y)$  的联合分布函数。

- 5、（15分）已知随机变量  $X$  与  $Y$  独立, 且  $EX = 13$ ,  $DX = 16$ ,  $EY = 8$ ,  $DY = 4$ , 又随机变量  $Z = 2X + 3Y$ , 则由切比雪夫不等式估计的一个  $P\{35 < Z < 70\}$  下界。

## 四、概率题（共12分）

在你外出度假时, 你托邻居帮你浇快要凋谢的花, 若不浇水花凋谢的概率为  $0.8$ , 浇水花仍会凋谢的概率为  $0.15$ , 你有  $90\%$  的把握确信邻居会记着帮你浇花, 求（1）在你回来时, 花活着的概率；（2）如果花凋谢了, 你的邻居忘记帮你浇花的概率。