

西南大学

《概率论与数理统计》课程试题 【A】卷参考答案和评分标准

<p style="text-align: center;">中 学 年 级 班 级 学 业 专 业 学 院</p> <p style="text-align: center;">密 封 线 ____</p>	2022~2023 学年 第 1 学期 期末 考试											
	考试时间	120 分钟		考核方式	闭卷笔试		学生类别		本科		人数	
	适用专业或科类								年级		2022 级	
	题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	合计
	得分											
	签名											
	阅卷须知: 阅卷用红色墨水笔书写, 得分用阿拉伯数字写在每小题题号前, 用正分表示, 不得分则在题号前写 0; 大题得分登录在对应的分数框内; 统一命题的课程应集体阅卷, 流水作业; 阅卷后要进行复核, 发现漏评、漏记或总分统计错误应及时更正; 对评定分数或统分记录进行修改时, 修改人必须签名。											
	特别提醒: 学生必须遵守课程考核纪律, 违规者将受到严肃处理。											
	一、单项选择题 (每小题 3 分, 共 12 分)											
	1) X_1, X_2 独立, 且分布率为 $\frac{X_i}{P} \begin{matrix} & 0 \\ & 1/2 \end{matrix} \begin{matrix} & 1 \\ & 1/2 \end{matrix}$ ($i=1, 2$), 那么下列结论正确的是 ____. A) $X_1 = X_2$ B) $P\{X_1 = X_2\} = 1$ C) $P\{X_1 = X_2\} = \frac{1}{2}$ D) 以上都不正确											
2) 若 $X \sim (\mu_1, \sigma_1^2)$, $Y \sim (\mu_2, \sigma_2^2)$ 那么 (X, Y) 的联合分布为 ____. A) 二维正态, 且 $\rho = 0$ B) 二维正态, 且 ρ 不定 C) 未必是二维正态 D) 以上都不对												
3) 设 X, Y 是相互独立的两个随机变量, 它们的分布函数分别为 $F_X(x), F_Y(y)$, 则 $Z = \max\{X, Y\}$ 的分布函数是 ____. A) $F_Z(z) = \max\{F_X(x), F_Y(y)\}$; B) $F_Z(z) = \max\{ F_X(x) , F_Y(y) \}$ C) $F_Z(z) = F_X(x) F_Y(y)$ D) 都不是												
4) 下列二元函数中, ____ 可以作为连续型随机变量的联合概率密度。 A) $f(x, y) = \begin{cases} \cos x, & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ B) $g(x, y) = \begin{cases} \cos x, & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ C) $\varphi(x, y) = \begin{cases} \cos x, & 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ D) $h(x, y) = \begin{cases} \cos x, & 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$												

拟定人:

年 月 日

二、填空题（每小题3分，共15分）

1、设 $P\{X \geq 0, Y \geq 0\} = \frac{3}{7}$, $P\{X \geq 0\} = P\{Y \geq 0\} = \frac{4}{7}$, 则 $P\{\max\{X, Y\} \geq 0\} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2、用 (X, Y) 的联合分布函数 $F(x, y)$ 表示 $P\{X < a, Y < b\} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3、设平面区域 D 由 $y=x$, $y=0$ 和 $x=2$ 所围成，二维随机变量 (x, y) 在区域 D 上服从均匀分布，则 (x, y) 关于 X 的边缘概率密度在 $x=1$ 处的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4、区间 $(0, 1)$ 内随机地取两个数，则两数的乘积小于 $1/2$ 的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5、已知连续型随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \frac{c}{\sqrt{\pi}} e^{4x-x^2}$, $x \in R$, 则常数 $c = \underline{\hspace{2cm}}$;
 $E(X^2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、计算题（共61分）

1、(9分) 把一枚均匀的硬币连抛三次，以 X 表示出现正面的次数， Y 表示正、反两面次数差的绝对值，求 (X, Y) 的联合分布律与边缘分布。

2、(15分) 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合分布函数为

$$F(x, y) = A(B + \arctan \frac{x}{2})(C + \arctan \frac{y}{3})$$

求 (1) A 、 B 、 C 的值；(2) (X, Y) 的联合密度；(3) 判断 X 、 Y 的独立性。

3、(12分) 设连续型随机变量 (X, Y) 的密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-(3x+4y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$,

求 (1) 系数 A ；(2) 落在区域 D : $\{0 < x \leq 1, 0 < y \leq 2\}$ 的概率。

4、(10分) 设 (X, Y) 的联合密度为 $f(x, y) = Ay(1-x)$, $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x$ ，(1) 求系数 A ；(2) 求 (X, Y) 的联合分布函数。

5、(15分) 已知随机变量 X 与 Y 独立，且 $EX = 13$, $DX = 16$, $EY = 8$, $DY = 4$ ，又随机变量 $Z = 2X + 3Y$ ，则由切比雪夫不等式估计的一个 $P\{35 < Z < 70\}$ 下界。

四、概率题（共12分）

在你外出度假时，你托邻居帮你浇快要凋谢的花，若不浇水花凋谢的概率为 0.8，浇水花仍会凋谢的概率为 0.15，你有 90% 的把握确信邻居会记着帮你浇花，求 (1) 在你回来时，花活着的概率；(2) 如果花凋谢了，你的邻居忘记帮你浇花的概率。