

西南大学 数学与统计学院
《高等数学1B》课程试题 【A】卷

一、选择题（共5题，3分/题，共15分）

1、下列结论错误的是（ ）

A. $z+2x^2+y^2=0$ 表示椭圆抛物面.

B. $x^2+2y^2=1+3z^2$ 表示双叶双曲面.

C. $x^2+y^2-(z-1)^2=0$ 表示圆锥面.

D. $y^2=5x$ 表示抛物柱面.

2、设 \bar{a}, \bar{b} 为相互垂直的非零向量，则必有（ ）

A. $|\bar{a}+\bar{b}|=|\bar{a}|+|\bar{b}|$ B. $|\bar{a}-\bar{b}|=|\bar{a}|-|\bar{b}|$

C. $|\bar{a}+\bar{b}|=|\bar{a}-\bar{b}|$ D. $\bar{a}+\bar{b}=\bar{a}-\bar{b}$

3、下列级数收敛的是（ ）

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n(n+2)}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{3^n}$

4、幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$ 的收敛区间为（ ）

A. $(-1, 1)$ B. $[-1, 1]$ C. $(-1, 1]$ D. $[-1, 1)$

5、设非齐次线性微分方程 $y' + P(x)y = Q(x)$ 有两个不同的解 $y_1(x)$ 与 $y_2(x)$ ， C 为任意常数，则该方程的通解为（ ）

A. $C[y_1(x) - y_2(x)]$ B. $y_1(x) + C[y_1(x) - y_2(x)]$

C. $C[y_1(x) + y_2(x)]$ D. $y_1(x) + C[y_1(x) + y_2(x)]$

二、填空题（共10题，3分/题，共30分）

1、与向量 $\bar{a}=(6, 7, -6)$ 反方向的单位向量为_____.

2、 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{2-e^{xy}}-1} =$ _____.

3、 $z=x^2y+y^2$ 的全微分为 $dz =$ _____.

4、函数 $z=x^2+y^2$ 在点 $(1, 2)$ 处沿点 $(1, 2)$ 到点 $(2, 2+\sqrt{3})$ 的方向的方向导数为_____.

5、 L 在 xOy 面内沿直线从点 $(0, 0)$ 到点 $(1, 1)$ ，把对坐标的曲线积分

$\int_L P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ 化为对弧长的曲线积分为_____.

6、曲面 Σ 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 的上半球部分，则第一类曲面积分

$$\iint_{\Sigma} 1 dS = \underline{\hspace{10cm}}.$$

7、设 Σ 为长方体 Ω 整个表面的外侧， $\Omega = \{(x, y, z) | 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq c\}$ ，

则第二类曲面积分 $\iint_{\Sigma} x^2 dy dz = \underline{\hspace{10cm}}.$

8、级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{3^{n-1}}$ (请填入：绝对收敛/条件收敛/发散).

9、二阶微分方程 $y'' - 4y' + 3y = 0$ 的通解为 .

10、曲线 $x = t, y = t^2, z = t^3$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处的切线方程为 .

三、计算题 (共 7 题, 其中第 1 题 7 分, 第 2 题—第 7 题 8 分/题, 共 55 分)

1、一平面通过两点 $M_1(1, 2, 3)$ 和 $M_2(0, 2, 1)$ 且垂直于平面 $x + y + z = 1$, 求它的方程。

2、求微分方程 $(y^2 - 6x) \frac{dy}{dx} + 2y = 0$ 的通解

3、设 $w = f(x + y + z, xyz)$, f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial w}{\partial z}$ 及 $\frac{\partial^2 w}{\partial z \partial y}$.

4、计算二重积分 $\iint_D e^{\frac{y}{x+y}} dx dy$, 其中 D 是直线 $x = 0, y = 0, x + y = 1$ 所围成的闭区域.

5、计算三重积分 $\iiint_{\Omega} xz dv$, 其中 Ω 是由平面 $z = 0, z = y, y = 1$ 以及抛物柱面 $y = x^2$ 所围闭区域.

6、证明曲线积分 $\int_{(1,1)}^{(3,2)} (x+y) dx + (x-y) dy$ 在 xOy 面内与路径无关, 并计算积分.

7、求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$ 的和函数.