

[illegible]

阅卷须知： 阅卷用红色墨水笔书写，得分用阿拉伯数字写在每小题题号前，用正分表示，不得分则在题号前写 0；大题得分登录在对应的分数框内；统一命题的课程应集体阅卷，流水作业；阅卷后要进行复核，发现漏评、漏记或总分统计错误应及时更正；对评定分数或统分记录进行修改时，修改人必须签名。

特别提醒：学生必须遵守课程考核纪律，违规者将受到严肃处理。
禁止使用计算器。

一、单项选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设事件 A 与事件 B 互不相容, 则 ().

A. $P(\overline{AB}) = 0$

B. $P(AB) = P(A)P(B)$

C. $P(A) = 1 - P(B)$

D. $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 1$

2. 设 $f(x)$ 为某分布的概率密度函数, $f(2+x)=f(2-x)$, $\int_0^4 f(x)dx=0.4$,

则 $P(X > 4) =$ ().

A. 0.2

B. 0.3

C. 0.4

D. 0.6

3. 设随机变量 X 和 Y 的相关系数为 0.4, 若 $Z = -2X + 1$, 则 Y 与 Z 的相关系数为 ().

A. 0.4

B. 0.8

C. -0.4

D. -0.8

4. 设随机变量 X, Y 相互独立, 且 $X \sim N(1, 3), Y \sim N(2, 5)$, 则 $D(XY) =$ ().

A. 15

B. 8

C. 36

D. 32

5. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的简单随机样本, 其中 $P(X = -1) = P(X = 3) = \frac{1}{2}$, 则

$$D\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right) = \quad ().$$

A. 4

B. $\frac{4}{n}$

C. $\frac{3}{n}$

D. $\frac{1}{n}$

6. $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 2)$ 为来自正态总体 $N(0, 1)$ 的简单随机样本, \bar{X} 为样本均值,

S^2 为样本方差, 则 ().

A. $n\bar{X} \sim N(0, 1)$

B. $nS^2 \sim \chi^2(n)$

C. $\frac{(n-1)\bar{X}}{S} \sim t(n-1)$

D. $\frac{(n-1)X_1^2}{\sum_{i=2}^n X_i^2} \sim F(1, n-1)$

二、填空题: 本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分.

1. 设随机事件 A 与 B 相互独立, 且 $P(B) = 0.5, P(\bar{A}\bar{B}) = 0.1$, 则 $P(\bar{B}|\bar{A}) =$ _____.

2. 在区间 $(0, 3)$ 中随机地取两个数, 则两数之和小于 2 的概率为 _____.

3. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $E(X^2) =$ _____.

4. 设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布, 其概率密度为 ()

$F(x)$ 为 X 的分布函数, $Y = F(X)$, 则 $P\left(\frac{1}{4} < Y \leq \frac{1}{3}\right) =$ _____.

5. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 1)$ 是来自二项分布总体 $B(100, 0.5)$ 的简单随机样本, \bar{X} 和

S^2 分别为样本均值和样本方差, 则 $E(\bar{X} - S^2) =$ _____.

6. 已知随机变量 $X \sim U(-2, 2)$, $Y = e^{|X|}$, 则 $\text{Cov}(X, Y) =$ _____.

三、本题共 1 小题，共 11 分.

病树的主人外出，委托邻居浇水. 设已知不浇水，树死去的概率为 0.8; 若浇水则死去的概率为 0.15. 有 0.9 的把握确定邻居会记得浇水.

- (1) 求主人回来时树还活着的概率;
- (2) 若主人回来时树已死去，求邻居忘记浇水的概率.

四、本题共 1 小题，共 11 分.

设随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}, & -3 < x < 0, \\ \frac{1}{4}, & 0 \leq x < 2, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$ 求 $Y = |X|$ 的概率密度 $f_Y(y)$.

五、本题共 1 小题，共 11 分.

设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & 0 < x < 2, 0 < y < 2x, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 求

六、本题共 1 小题，共 11 分.

设总体 X 服从区间 $(0,1)$ 上的均匀分布 $U(0,1)$ ， $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 1)$ 是来自总体 X 的简单随机样本， $Y = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ ，求

(1) Y 的分布函数；

(2) $E(Y), D(Y)$.

七、本题共 1 小题，共 10 分.

设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \lambda^2 x e^{-\lambda x}, & x > 0, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$ 其中参数 $\lambda (\lambda > 0)$ 未知, X_1, X_2, \dots, X_n

是来自总体 X 的简单随机样本.

(1) 求参数 λ 的矩估计量; (2) 求参数 λ 最大似然估计量.

八、本题共 1 小题，共 10 分.

某食品厂用自动装罐机装水果罐头，每罐标准重量为 600 克. 为了保证质量，每隔一定时间需要检查机器工作情况. 这天抽得 25 罐，测得其重量的平均值为 $\bar{x} = 602$ 克，样本标准差 $s = 3.6$ 克. 假定产品重量服从正态分布，试问能否认为这天机器工作正常?(取 $\alpha = 0.05$ ， $t_{0.025}(24) = 2.0639$)