

西南大学 2020-2021 学年第一学期期末试卷

课程名称 概率论与数理统计 (期末; 闭卷) 适用班级 (或年级、专业)

考试时间 120 分钟 班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	成绩
满 分	15	15	15	15	10	10	10	10	100
得 分									

一、选择题 (每题 3 分, 共 15 分)

1、已知 10 张奖券中含 3 张中奖的奖券, 某人先后买了三次, 最后一次中奖的概率为 ()

(A) $C_3^1 \times 0.3^2 \times 0.7$; (B) $(0.7)^2 \times 0.3$; (C) $0.3^2 \times 0.7$; (D) 0.3.

2、设随机变量 $\frac{X_i}{P} \begin{matrix} | & -1 & 0 & 1 \\ \hline P & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{matrix}$, $i=1,2$, 且满足 $P(X_1 X_2 = 0) = 1$, 则

$P(X_1 < X_2) =$ ()

(A) 0 ; (B) $\frac{1}{2}$; (C) $\frac{1}{4}$; (D) 1.

3、设随机变量 X 与 Y 相互独立同分布于参数为 1 的指数分布, 则 $Z = \max(X, Y)$ 的分布函数为 ()

(A) $F(z) = \begin{cases} (1 - e^{-z})^2, & z > 0 \\ 0, & z \leq 0 \end{cases}$; (B) $F(z) = \begin{cases} e^{-2z}, & z > 0 \\ 0, & z \leq 0 \end{cases}$;

(C) $F(z) = \begin{cases} 2e^{-z}, & z > 0 \\ 0, & z \leq 0 \end{cases}$; (D) $F(z) = \begin{cases} 2(1 - e^{-z}), & z > 0 \\ 0, & z \leq 0 \end{cases}$.

4、设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, $Y \sim N(1, 2^2)$, 且 X 与 Y 相互独立,

则以下结论正确的是 ()

(A) $P(X + Y = 0) = \frac{1}{2}$ (B) $P(X + Y = 1) = \frac{1}{2}$;

(C) $P(X+Y > 0) = \frac{1}{2}$;

(D) $P(X+Y > 1) = \frac{1}{2}$.

5、随机变量 X 与 Y 相互独立，且都服从区间 $(0,1)$ 上的均匀分布，

则 $P(X^2 + Y^2 \leq 1) =$ ()

() $\frac{1}{4}$; () $\frac{1}{2}$; () $\frac{\pi}{4}$; () $\frac{\pi}{8}$.

二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1、已知 A, B 为相互独立事件，且 $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$ ，则

$P(A | A \cup B) =$ _____;

2、已知 $D(X) = 4$, $D(Y) = 1$, $D(X+Y) = 4$ ，则 $D(X-Y) =$ _____;

3、设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ，以 Y 表示对 X 的三次独立重复观

察中事件 $\left\{X \leq \frac{1}{2}\right\}$ 出现的次数，则 $P(Y=2) =$ _____;

4、设二维随机变量 (X, Y) 服从 $N(1, 1; 2^2, 2^2; 0)$ ，则 $E(XY^2) =$ _____;

5、从废品率为 0.03 的大量产品中随机抽取 1000 个，根据棣莫弗-拉普拉斯中心极限定

理的结论，废品数 X 近似服从的分布为 _____ (要求同时写出分布的参数);

三、(本题 15 分) 甲盒中装有 4 个红球和 2 个白球，乙盒中装有 2 个红球和 4 个白球. 掷一枚均匀的硬币，若出现正面，则从甲盒中任取一球；若出现反面，则从乙盒中任取一球，且取球观看颜色后放回原盒中，掷硬币、取球过程再重复一次.

- (1) 求第一次取到红球的概率；
- (2) 若第二次取到红球，该红球来自甲盒的概率多大？
- (3) 两次都取到红球的概率是多少？

四、(本题 15 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, 0 < y < 2x \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$$

求: (1) (X, Y) 关于 X, Y 的边缘密度 $f_X(x), f_Y(y)$; (2) X, Y 是否相互独立?

(3) 条件概率 $P(Y \leq \frac{1}{2} | X \leq \frac{1}{2})$.

五、(本题 10 分) 甲乙两射击运动员进行射击训练,各自射中靶心的概率为 0.6 和 0.7, 现甲乙各射击 2 次.

- (1) 求甲乙射中靶心次数相等的概率;
- (2) 求甲比乙射中靶心次数多的概率.

六、(本题 10 分) 设一台机器上有 3 个部件，在某一时刻需要对部件进行调整，3 个部件是否需要调整是相互独立的，且需要调整的概率分别为 0.1, 0.2, 0.3，规定任一部件需要调整即为机器需要调整.

(1) 求机器需要调整的概率；

(2) 若用 X 表示需要调整的部件个数，计算 X 的数学期望.

七、（本题 10 分） 甲、乙两家灯泡厂生产的灯泡的寿命 X 和 Y 的概率分布列分别为：

X	900	1000	1100
P	0.1	0.8	0.1

Y	950	1000	1050
P	0.3	0.4	0.3

问哪家生产的灯泡质量较好？

八、（本题 10 分） 设随机变量 (X, Y) 的联合概率密度为：

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x+y)e^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求随机变量 $Z = X + Y$ 的概率密度函数.