建模技术

Modeling

华中科技大学
何云峰

CONTENTS

PART 01

基本概念

01 基本概念

造型技术

研究如何在计算机中建立恰当的模型表示不同图形对象的技术称为造型技术

图形对象
- 规则对象 → 几何造型、几何模型
- 非规则对象 → 过程式模拟

01 基本概念

□ 几何信息与拓扑信息

- 图形信息与非图形信息
- 几何信息

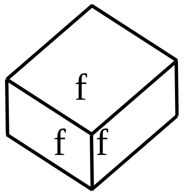
  形体在欧氏空间中的位置和大小
- 拓扑信息

  形体各分量（点、边、面）的数目及其相互间的连接关系

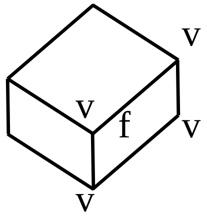
01 基本概念

◻ 几何信息与拓扑信息

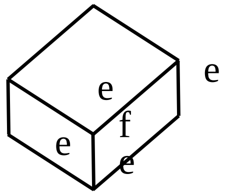
- 拓扑信息



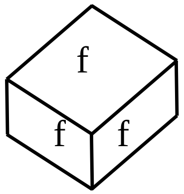
面相邻性 f:{f}



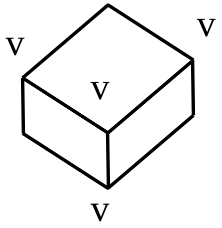
面-顶点包含性



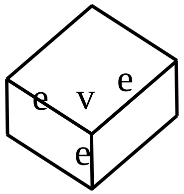
面-边包含性 f:{e}



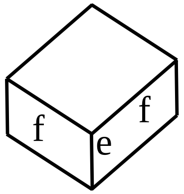
顶点—面相邻性



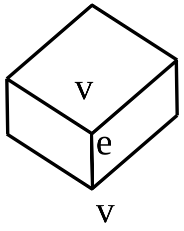
顶点相邻性



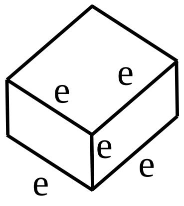
顶点-边相邻性 v:{e}



边-面相邻性 e:{f}



边-顶点包含性 e:{v}



边相邻性 e:{e:}

01 基本概念

几何信息与拓扑信息

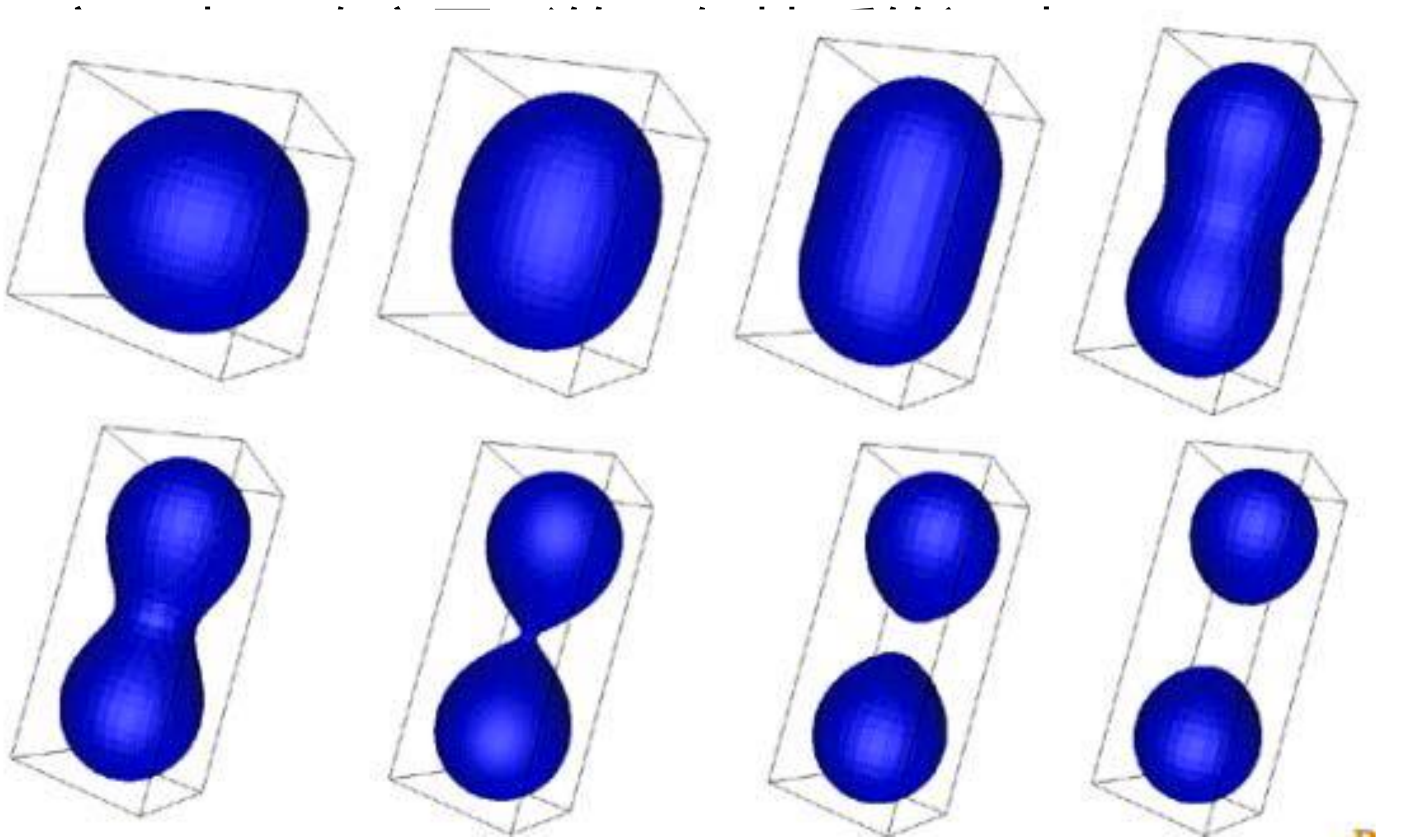
- 刚体运动

  不改变图形上任意两点间的

- 拓扑运动

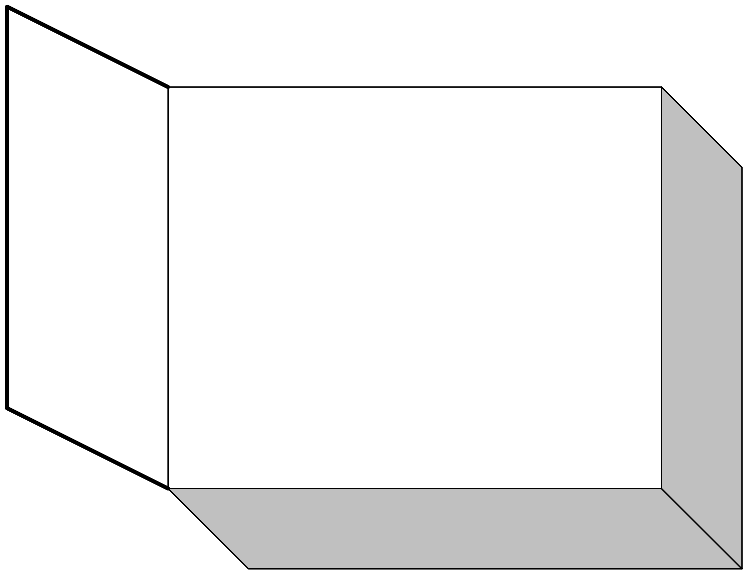
  允许形体作弹性运动，即在

上各个点仍为不同的点，决不



01 基本概念

□ 实体



带有悬挂边的立方体

01 基本概念

实体

- **点的领域**：如果P是点集S的一个元素，那么点P的以R（R>0）为半径的领域指的是围绕点P的半径为R的小球（二维情况下为小圆）
- **开集的闭包**：是指该开集与其所有边界点的集合并集，本身是一个闭集
- **正则集**：由内部点构成的点集的闭包就是正则集，三维空间的正则集就是正则形体

01 基本概念

□ 实体

组成三维物体的点的集合

内点

点集中的这样一些点，它们具有完全包含于该点集的充分小的领域

边界点

实体

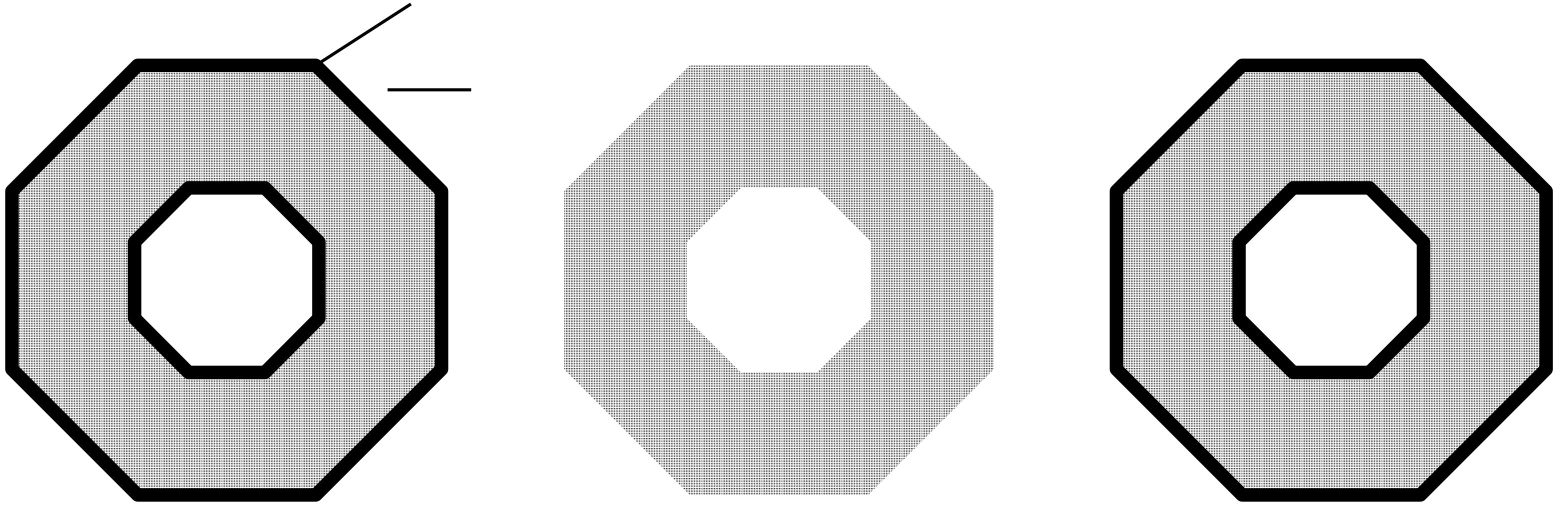
- 定义点集的正则运算r运算为

$$r \cdot A = c \cdot i \cdot A$$

  - 正则运算即为先对物体取内点再取闭包的运算
  - r·A称为A的正则集

01 基本概念

实体



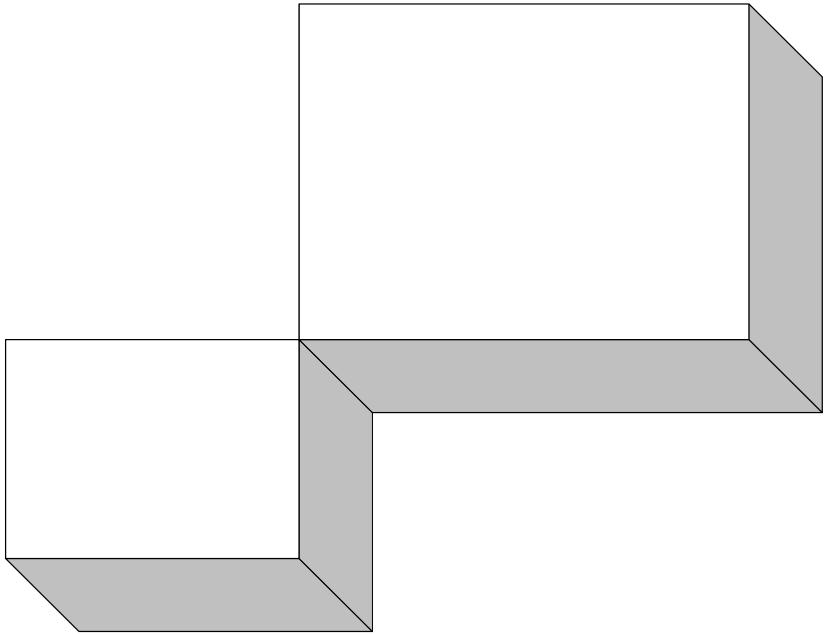
(a)带有孤立点和边的二维点集A

(b)内点集合i·A

(c)正则点集c·i·A

实体的例子

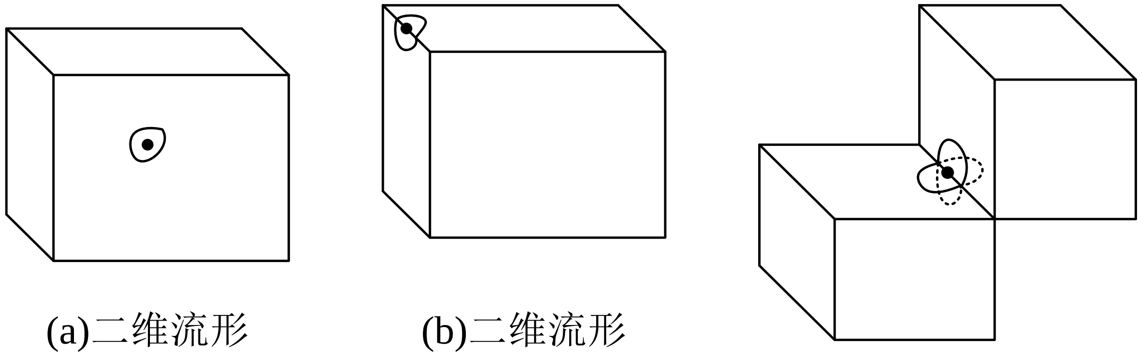
□ 实体



正则形体

实体

- 二维流形性质：对于实体表面上的任意一点，都可以找到一个围绕着它的任意小的领域，该领域与平面上的一个圆盘是拓扑等价的。



(a)二维流形　(b)二维流形　(c)非二维流形

正则形体

01

基本概念

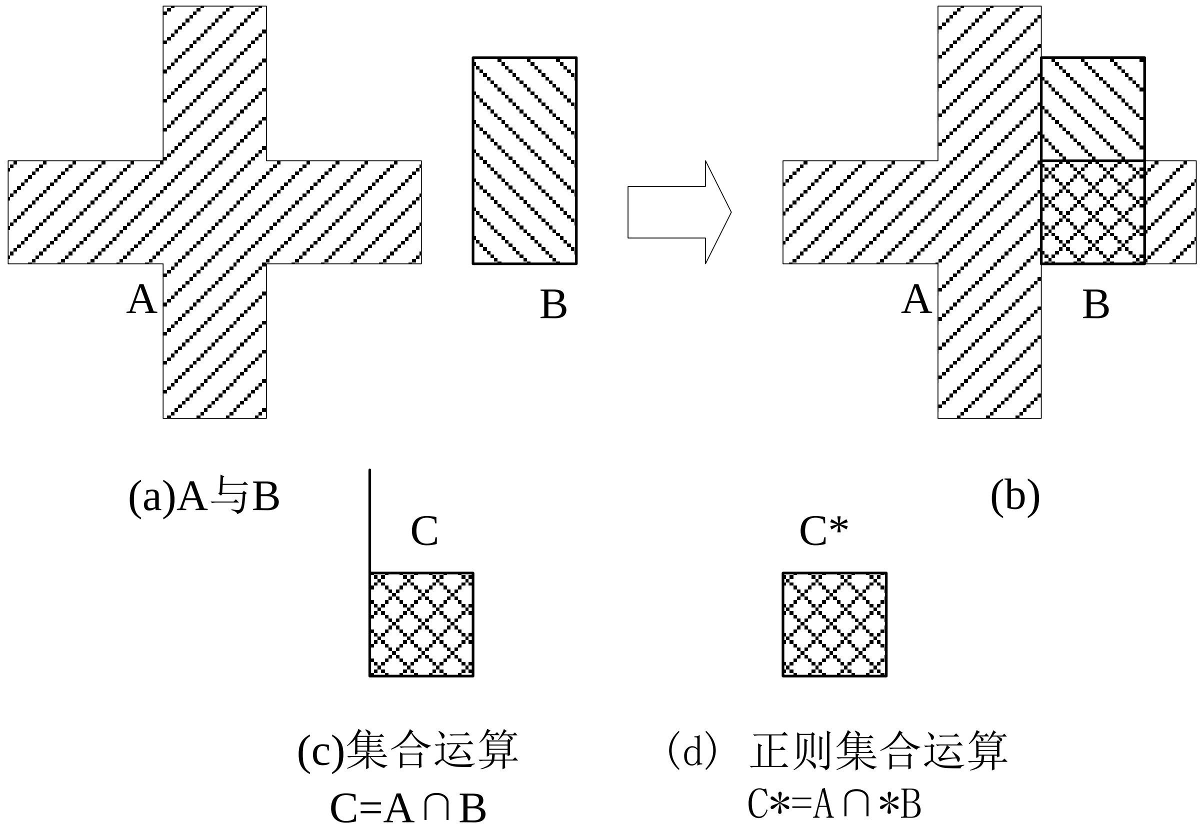
实体

- 对于一个占据有限空间的正则形体，如果其表面是二维流形，则该正则形体为实体

01 基本概念

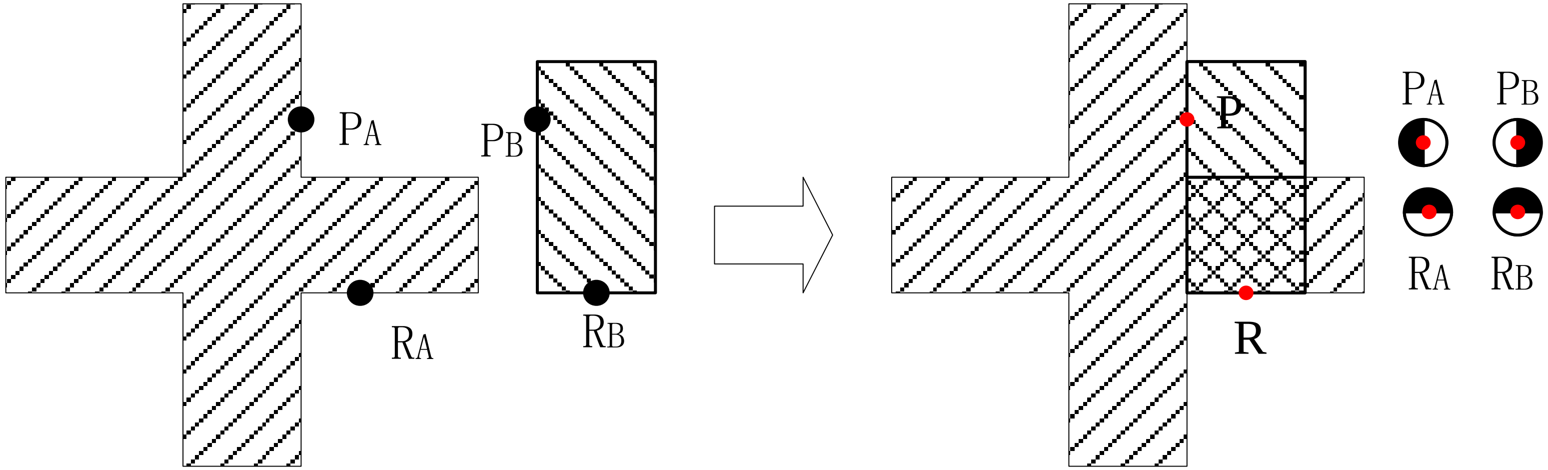
正则集合运算

- 有效实体的封闭性
- 把能够产生正则形体的集合运算称为正则集合运算



01 基本概念

正则集合运算



基于点的领域概念生成正则形体

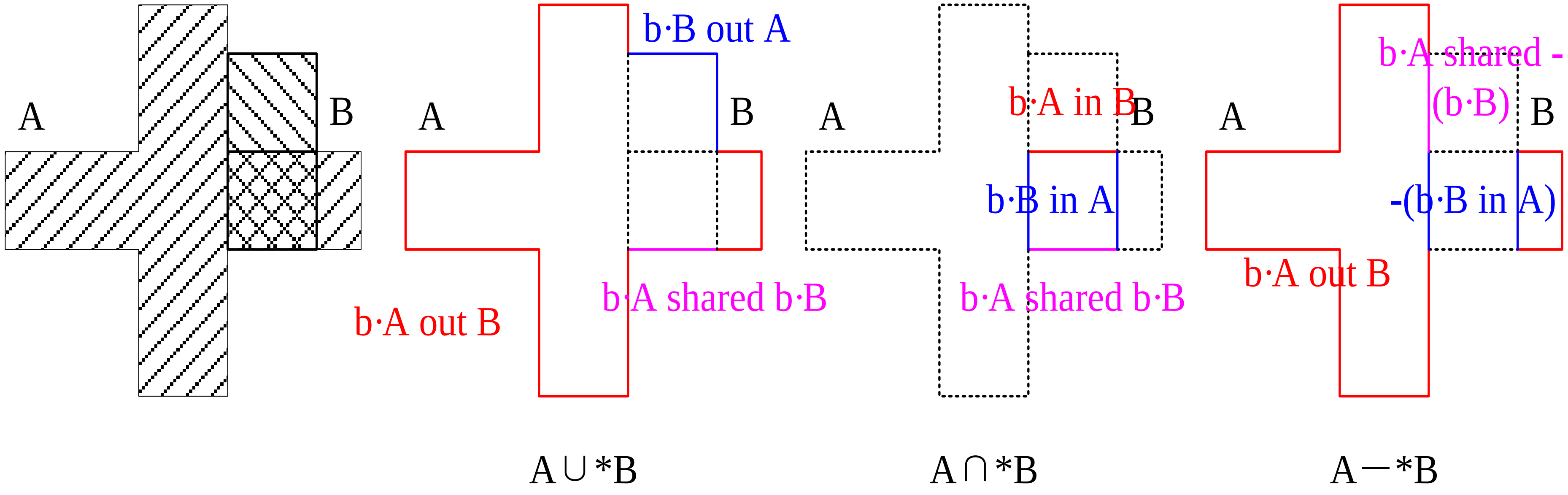
01 基本概念

正则集合运算

$$b\cdot(A\bigcup^{*}B)=\{b\cdot A\ \text{out}\ B,\ b\cdot B\ \text{out}\ A,\ b\cdot A\ \text{shared}\ b\cdot B\}$$

$$b\cdot(A\bigcap^{*}B)=\{b\cdot A\ \text{in}\ B,\ b\cdot B\ \text{in}\ A,\ b\cdot A\ \text{shared}\ b\cdot B\}$$

$$b\cdot(A-^{*}B)=\{b\cdot A\ \text{out}\ B,\ -(b\cdot B\ \text{in}\ A),\ b\cdot A\ \text{shared}\ -(b\cdot B)\}$$



01

基本概念

□ 欧拉运算

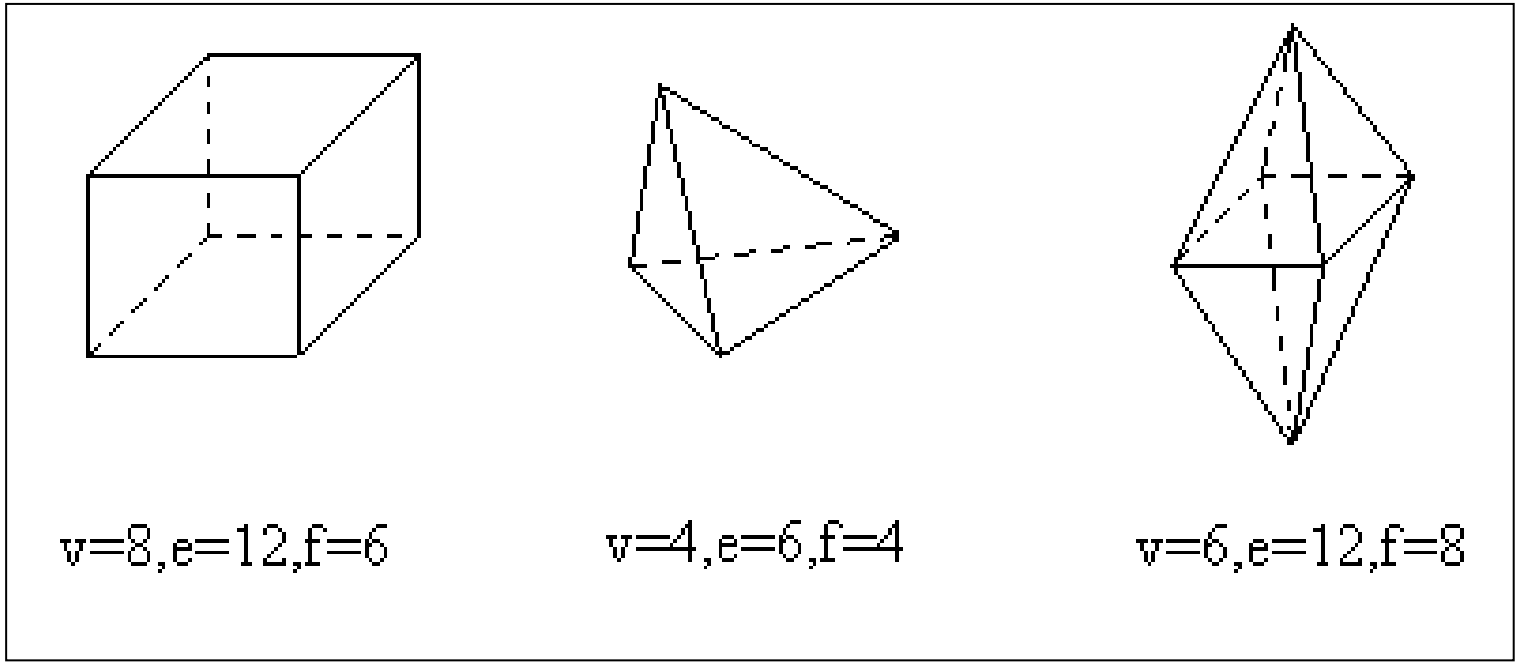
- 欧拉运算是三维物体边界表示数据结构的生成操作
- 运用欧拉运算，可以正确、有效构建三维物体边界表示中的所有拓扑元素和拓扑关系
- 每一种运算所构建的拓扑元素和拓扑关系均要满足欧拉公式

01 基本概念

☐ 欧拉运算

- 欧拉公式：多边形顶点数V，边数E和面数F满足

$$V - E + F = 2$$



01

基本概念

欧拉运算

- 凡是满足欧拉公式的形体，均称为欧拉形体
- 欧拉公式是简单多面体的必要条件
- 附加条件：每边连接两个顶点，每条边只被两个面共享等来保证有效性

01 基本概念

欧拉运算

- 广义欧拉公式:$V - E + F - R = 2(S - H)$

V：顶点数

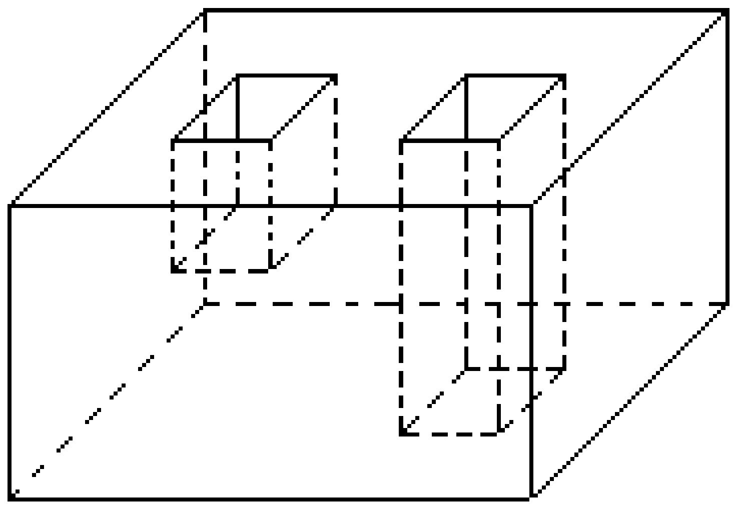
E：棱线数

F：面数

R:多面体表面上孔的数

S：相互分离的多面体数

H：贯穿多面体的孔洞数



v=24,e=36,f=15
r=3,s=1,h=1

01 基本概念

□ 欧拉运算

- 欧拉运算是对形体进行增加，删除点、边、面而生成的一个新的欧拉形体
- 最基本的五种欧拉运算
  - 增加或删除一条边和一个顶点
  - 增加或删除一个面和一条边
  - 增加或删除一条边，一个面和一个顶点
  - 增加或删除一条边和一个顶点
  - 增加或删除一条边，且删除一个孔穴

01 基本概念

向量

- 向量：具有大小和方向的量
- 坐标向量

$$[x \quad y \quad z] \qquad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x1 & x2 \\ y1 & y2 \\ z1 & z2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x1 & y1 & z1 \\ x2 & y2 & z2 \end{bmatrix}^T$$

01 基本概念

向量

- 向量：两个坐标之差
- 向量的运算
  - 向量的模

$$\vec{a} = [x \quad y \quad z]$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

  - 单位向量：归一化

$$S(\vec{a}) = \vec{a}/|\vec{a}|$$

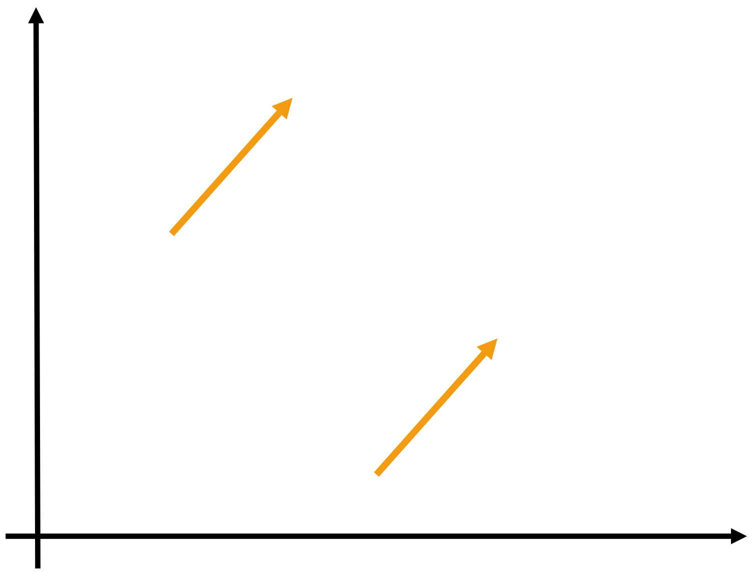


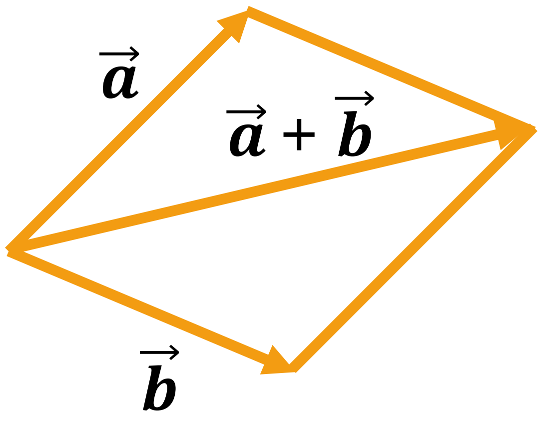
图3.12 向量

01 基本概念

□ 向量

■ 向量的运算

- ➢ 向量的加减
- ➢ 向量的点乘（点积）



$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\left|\vec{b}\right| \cos\theta$$

- ✓ 用于余弦值计算
- ✓ 用于角度判断:点积=0，θ=90；点积>0，θ <90；点积<0，θ >90

向量

向量的运算

- 向量的叉乘

$$\begin{bmatrix} x1 \\ y1 \\ z1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x2 \\ y2 \\ z2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y1z2 - z1y2 \\ z1x2 - x1z2 \\ x1y2 - y1x2 \end{bmatrix}$$

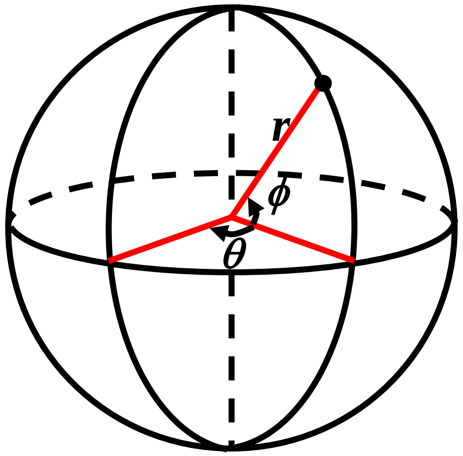
$$\left|\vec{a} \times \vec{b}\right| = |\vec{a}| \left|\vec{b}\right| sin\theta$$

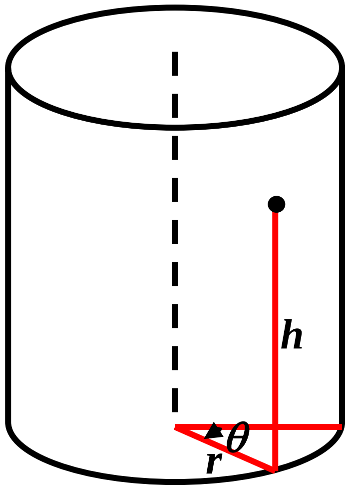
✓ 用于描述右手坐标系

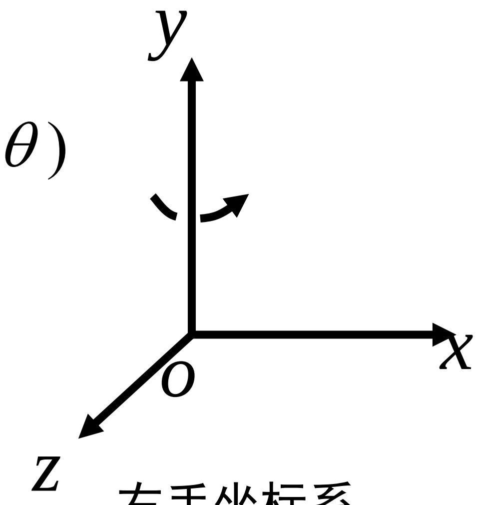
01 基本概念

坐标系

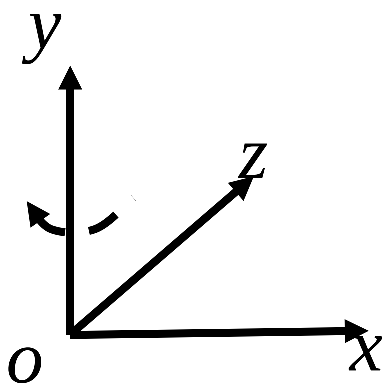
- 在计算机图形学中，常用的是空间直角坐标系
  - 空间任何一点可以用三个坐标(x, y, z)表示
  - 右手系和左手系
  - 球坐标系 (r, θ, ϕ)与柱坐标系 (r, h, θ)







右手坐标系

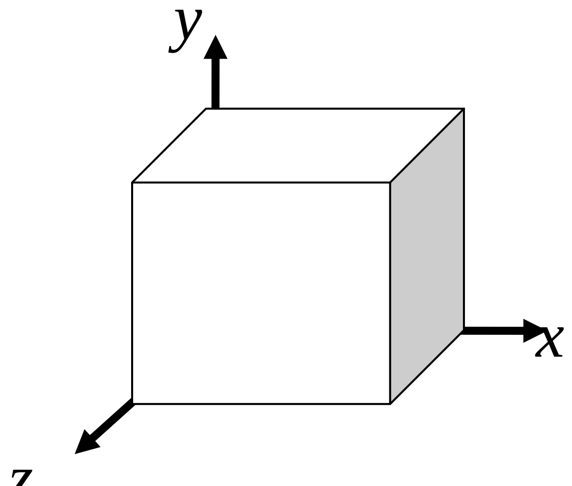


左手坐标系

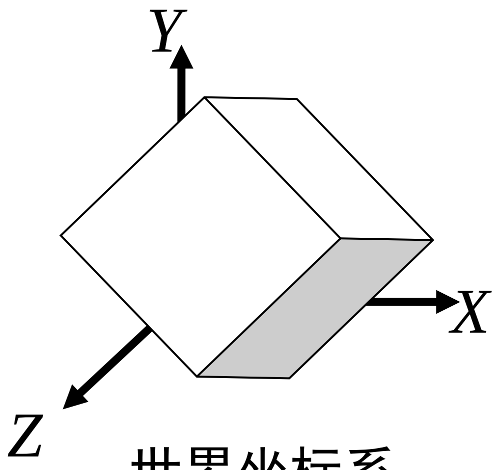
01 基本概念

坐标系

- 几何场景：定义在一个世界坐标系中，由许多物体组成。
- 物体的几何描述与空间坐标系密切相关
  - 对于相同的几何物体，在不同的坐标系中会有不同的表示形式
  - 局部坐标系：选择空间坐标系，使得几何物体的表示最简单



局部坐标系



世界坐标系

01 基本概念

▢ 坐标系

- 在局部坐标系中而不是在世界坐标系中直接表示物体的优势
  - 表示形式简洁
  - 在同一场景中，一个物体可能会多次出现，它们可以通过复制加变换的方式得到

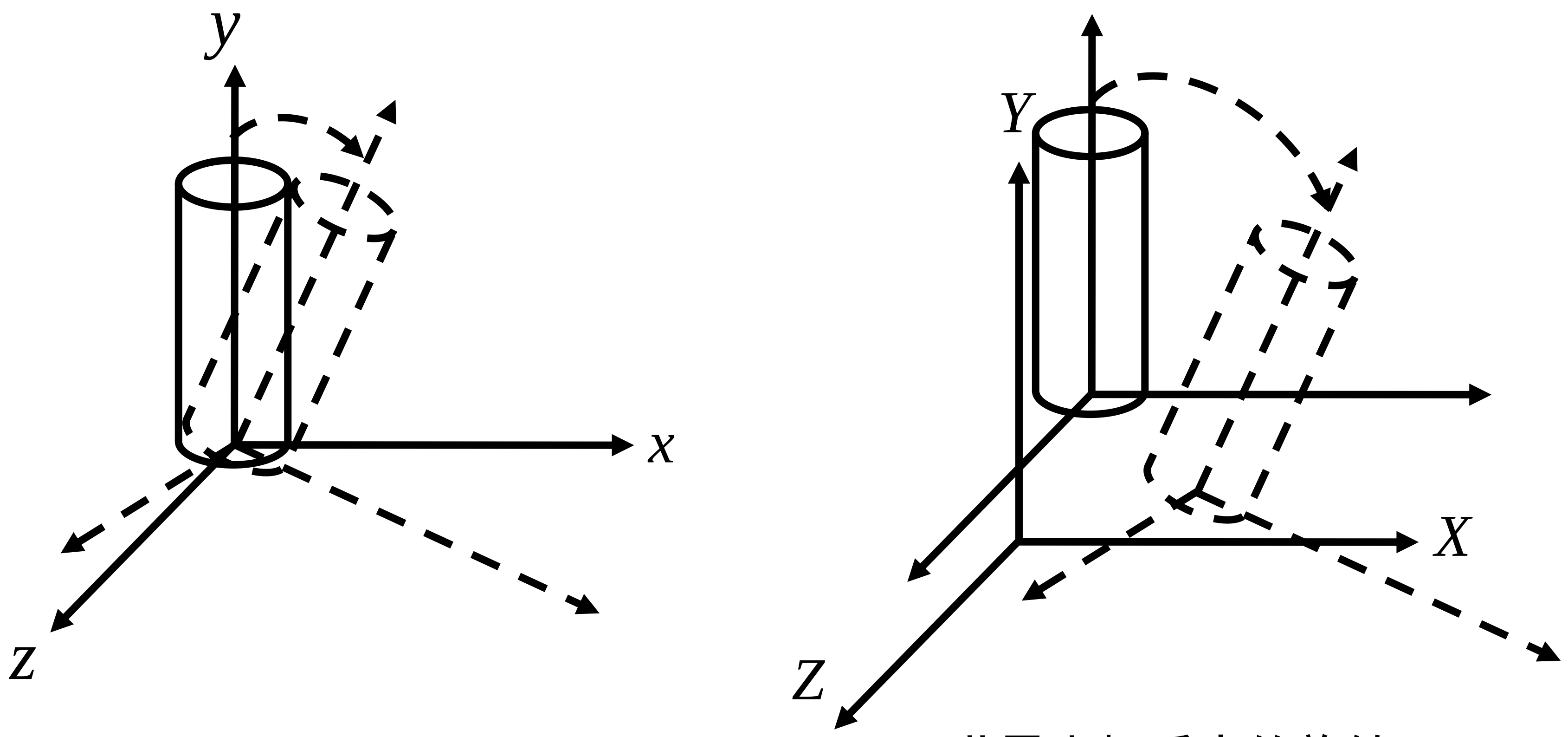
标准体素 “＋” 变换 “＝” 新的物体

  - 局部坐标系便于进行几何操作

01

基本概念

坐标系



世界坐标系中的旋转

PART 02

表示形体的模型

02 表示形体的模型

- 形体表示
  - 数据模型
    - 线框模型
    - 表面模型
    - 实体模型
  - 过程模型

02

表示形体的模型

☐ 线框模型（Wireframe Model）

- 将形体表示成一组轮廓线的集合
- 采用顶点表和边表两个表的数据结构来表示三维物体
  - 顶点表记录各顶点的坐标值
  - 边表记录每条边所连接的两个顶点

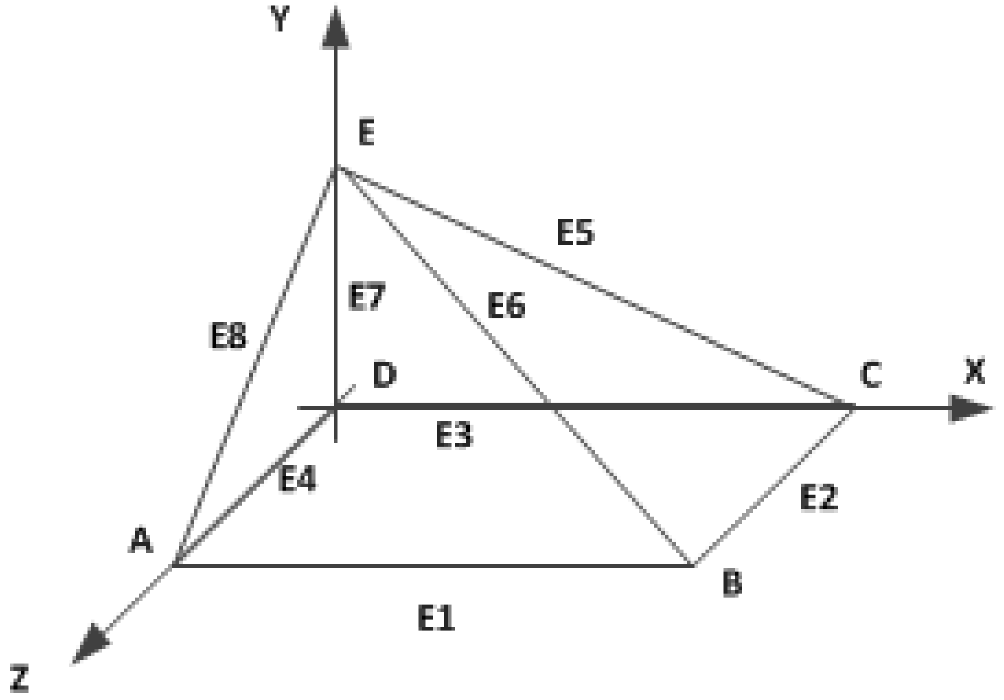
02 表示形体的模型

线框模型（Wireframe Model）

线框模型的顶点表和边表

顶点表	A	B	C	D	E
*x*坐标	0	*a*	*a*	0	0
*y*坐标	0	0	0	0	b
*z*坐标	c	c	0	0	0

边号	*E1*	*E2*	*E3*	*E4*	*E5*	*E6*	*E7*	*E8*
起点号	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*E*	*E*	*E*
终点号	*B*	*C*	*D*	*A*	*C*	*B*	*A*	*D*



02 表示形体的模型

线框模型（Wireframe Model）

- 优点：简单，处理速度快，可以产生任意视图
- 缺点
  - 缺少曲面轮廓线
  - 线框模型与形体之间不存在一一对应关系
  - 缺少面的信息，不能构成实体，有二义性

02 表示形体的模型

□ 表面模型（Surface Model）

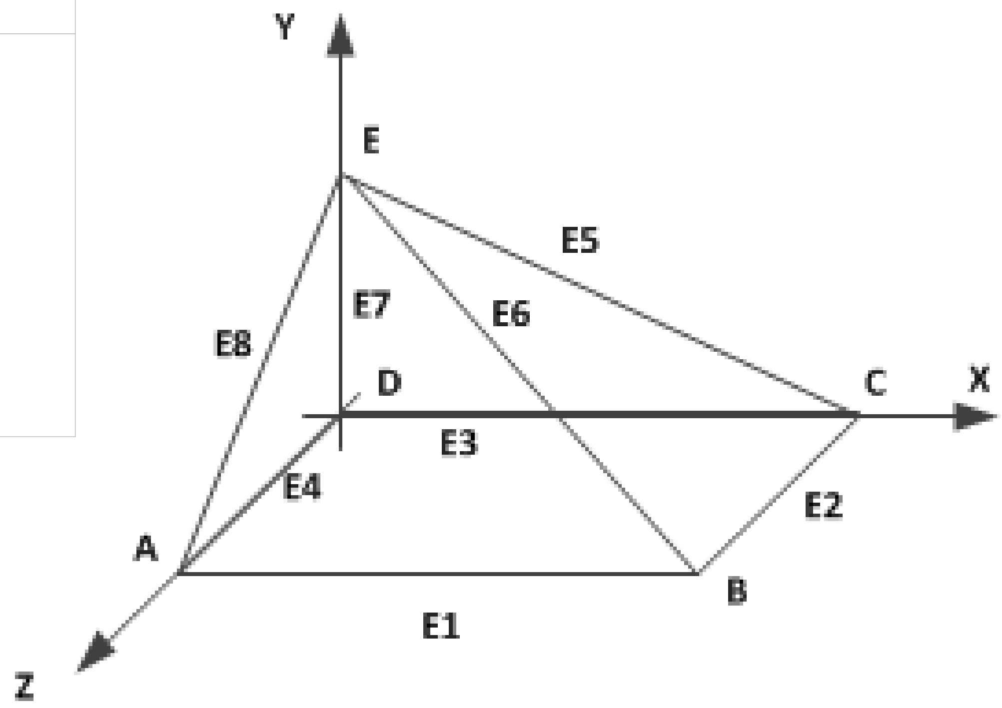
- 将形体表示成一组表面的集合
- 通常用于构造复杂的曲面物体
- 把线框模型中的棱线包围的部分定义为面，所形成的模型便是表面模型
- 数据结构是在顶点表和边表的基础上增加面表

02 表示形体的模型

表面模型（Surface Model）

面表

面号	F1	F2	F3	F4	F5
边号	E1 E2 E3 E4	E1 E6 E8	E2 E5 E6	E3 E5 E7	E4 E7 E8



表示形体的模型

□ 表面模型（Surface Model）

- 优点
  - 有面的信息，适合于真实感显示
  - 擅长于构造复杂的曲面物体
- 缺点
  - 模型所有的面未必形成一个封闭的边界
  - 面没有定义朝向

02 表示形体的模型

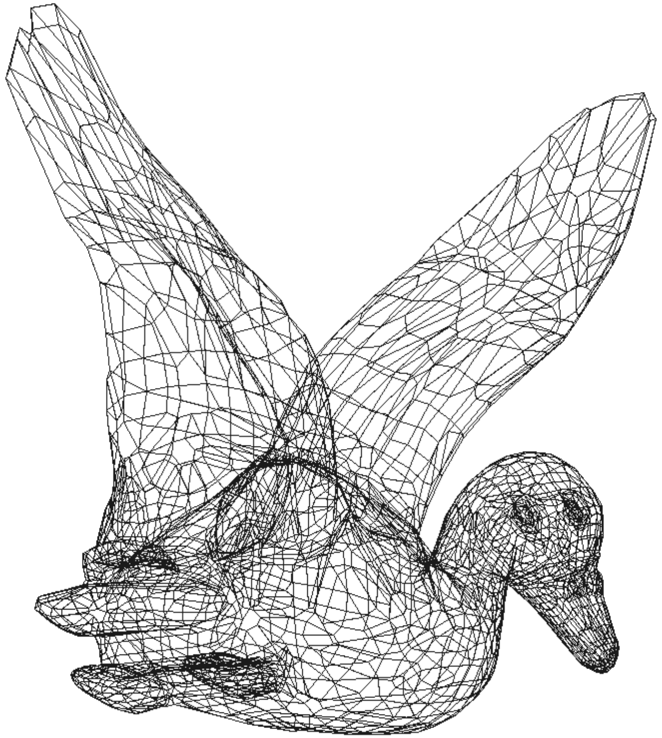
□ 实体模型（Solid Model）

- 用来描述实体
- 包含了描述一个实体所需的几何信息和拓扑信息

02 表示形体的模型

实体模型（Solid Model）

- 实例：OBJ格式
  - 顶点坐标表(x,y,z) ：每个顶点处可能有多个平面片，一般情况下顶点数小于面片数。鸭子模型中含有3474个顶点



鸭子模型

02

表示形体的模型

□ 实体模型（Solid Model）

- 实例： OBJ格式
  - 纹理坐标表(u,v)：控制纹理映射时纹理在表面上的位置。鸭子的身体、脚趾、眼睛和嘴具有不同的颜色

鸭子模型

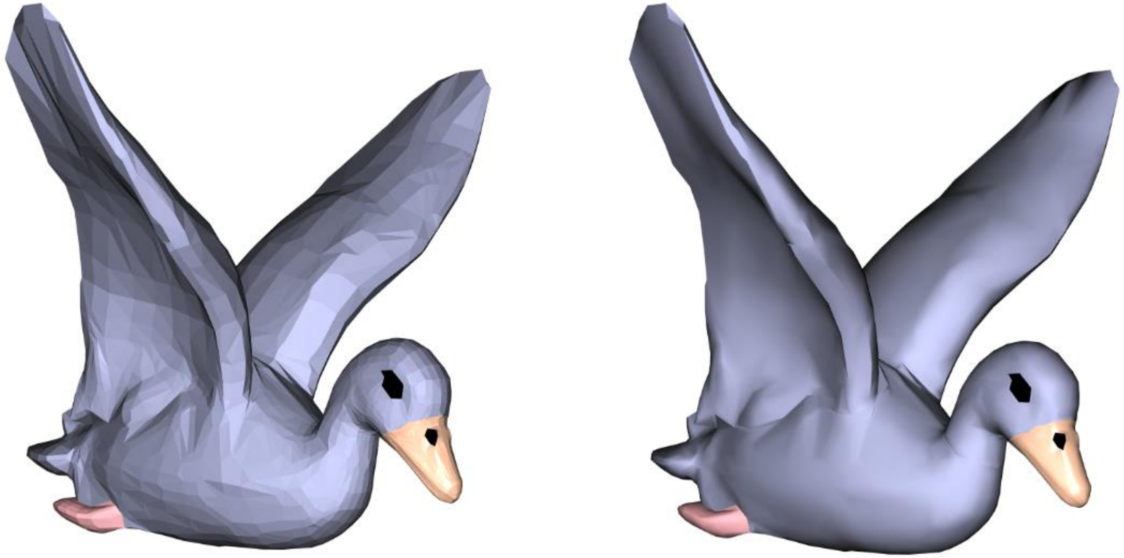
02 表示形体的模型

□ 实体模型（Solid Model）

- ■ 实例： OBJ格式
  - ➢ 法向表 (nx,ny,nz)： 控制物体绘制时的着色光滑程度
    - ✓ 如果顶点法向为取作该面片的法向，绘制出来的多边形物体是处棱角分明的
    - ✓ 如果顶点法向是周围面片法向的某种平均，则绘制结果是光滑的

□ 实体模型（Solid Model）

- 实例： OBJ格式
  - 法向表 (nx,ny,nz)： 控制物体绘制时的着色光滑程度



基于面片法向着色和基于平均法向着色

02

表示形体的模型

实体模型（Solid Model）

- 实例： OBJ格式
  - 面表：由指向顶点、纹理坐标以及法向的指针组成。鸭子模型含有6656个面

02 表示形体的模型

实体模型（Solid Model）

- 实例： OBJ格式

OBJ数据结构

顶点坐标表	$v_i=(x_i, y_i, z_i)$ i=1,2,…,顶点数目
纹理坐标表	$vt_p=(u_p, v_p)$ p=1,2,…纹理坐标数目
法向表	$vn_a=(nx_a, ny_a, nz_a)$ a=1,2,…法向数目
面表	$f_s=(v_i/vt_p/vn_a, v_i/vt_p/vn_a, v_j/vt_q/vn_b, v_k/vt_r/vn_c, \ldots)$ s=1,2,…,面片数

02 表示形体的模型

□ 总结

- 线框模型、表面模型和实体模型是一种广义的概念，并不反映形体在计算机内部的具体表示方式
- 一个几何造型系统一般根据应用的要求和计算机条件采用某几种表示的混合方式

PART 03

三维形体的表示

03 三维形体的表示

三维形体的表示方法

- 构造实体几何表示
- 空间分割（Space-partitioning）表示
- 边界表示（Boundary representation, B-reps）

03 三维形体的表示

三维形体的表示方法

- 扫描表示
- 构造实体几何法
- 空间位置枚举表示
- 八叉树
- 多边形表面模型

03 三维形体的表示

扫描表示

- 扫描表示法（sweep representation）可以利用简单的运动规则生成有效实体
- 包含两个要素
  - 一是作扫描运动的基本图形（截面）
  - 二是扫描运动的方式（广义扫描）
    - ✓ 任意物体沿着任意轨迹推移
    - ✓ 推移过程中物体可以变形

03 三维形体的表示

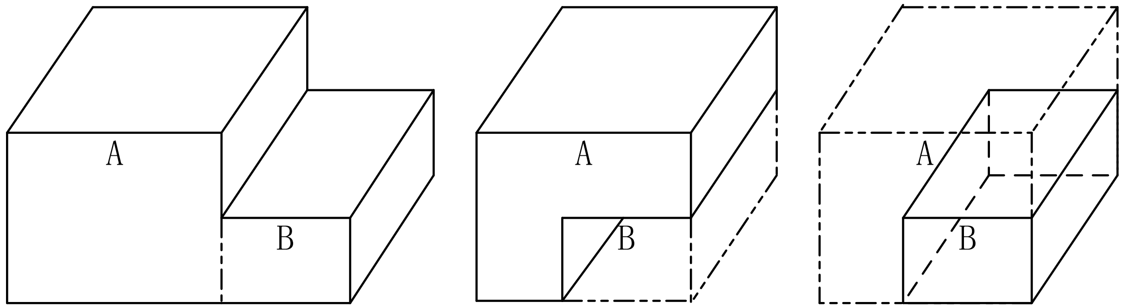
扫描表示

- 优点
  - 表示简单、直观
  - 适合做图形输入手段
- 缺点
  - 几何变换困难
  - 对几何运算不封闭
  - 形体可能出现维数不一致的问题
  - 不能直接获取形体的边界信息

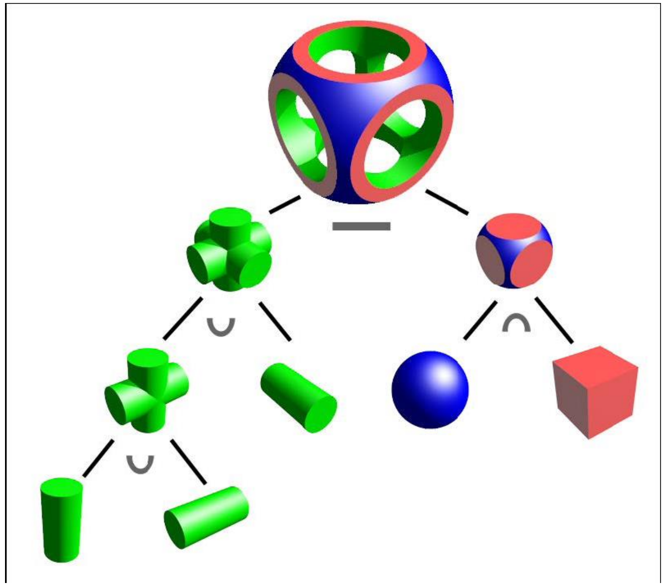
03 三维形体的表示

构造实体几何法

- 构造实体几何法（CSG，Constructive Solid Geometry）由两个实体间的并、交或差操作生成新的实体



(a)A,B形体的并　(b)A,B形体的差　(c)A,B形体的交

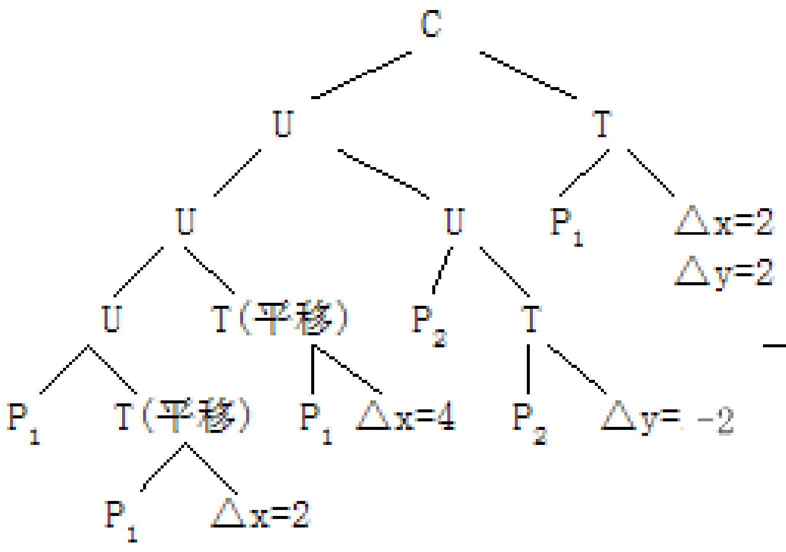


构造实体几何法

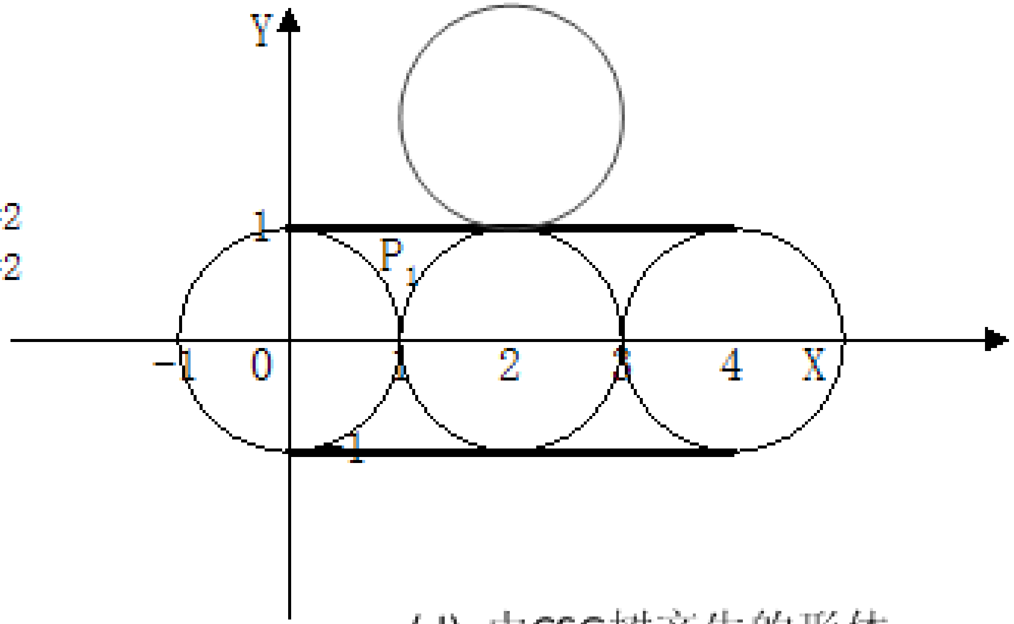
- 在构造实体几何法中，集合运算的实现过程可以用一棵二叉树（称为CSG树）来描述
- 树的叶子是基本体素或是几何变换参数
- 树的非终端结点是施加于其子结点的正则集合算子（正则并、正则交和正则差）或几何变换的定义

03 三维形体的表示

□ 构造实体几何法



(c) CSG树



(d) 由CSG树产生的形体

由CSG树产生二维形体的实例

03 三维形体的表示

构造实体几何法

- 优点
  - 数据结构比较简单，数据量比较小，内部数据的管理比较容易
  - 物体的有效性自动得到保证
  - 比较容易修改

03 三维形体的表示

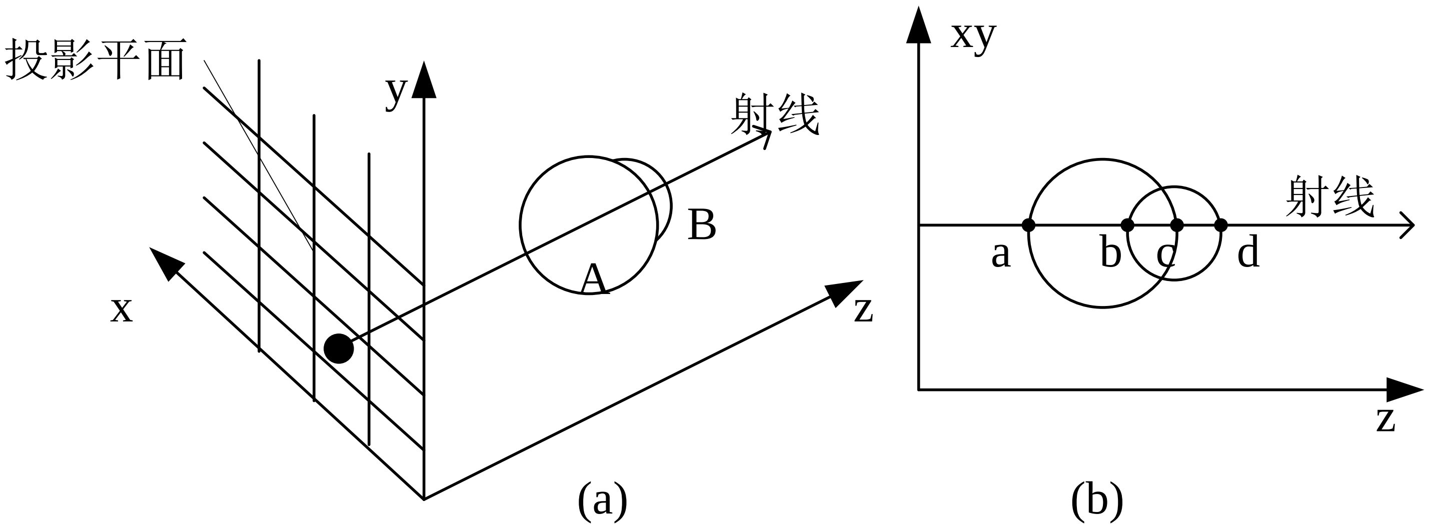
构造实体几何法

- 缺点
  - 受体素的种类和对体素操作的种类的限制
  - 集合运算的中间结果难以用简单的代数方程表示，求交困难
  - CSG树不能显式地表示形体的边界，显示与绘制CSG表示的形体需要较长的时间

03 三维形体的表示

构造实体几何法

- 解决：光线投射算法



光线投射算法

（实体A∪B取ad，实体A∩B则取cb,实体A-B则取ab）

03 三维形体的表示

空间位置枚举表示

- 空间位置枚举表示法将包含实体的空间分割为大小相同、形状规则（正方形或立方体）的体素，然后，以体素的集合来表示图形对象。
  - 二维情况，常用二维数组存放。
  - 三维情况下，常用三维数组p[i][j][k]来存放。

03 三维形体的表示

空间位置枚举表示

- 优点
  - 简单，可以表示任何物体
  - 容易实现物体间的交、并、差集合运算
  - 容易计算物体的整体性质，如体积等

03 三维形体的表示

空间位置枚举表示

- 缺点
  - 占用大量的存储空间
  - 物体的边界面没有显式的解析表达式，不适于图形显示
  - 对物体进行几何变换困难，如非90度的旋转变换
  - 是物体的非精确表示

感谢您的观看