

# 基于本征函数的电磁波和声波反/折射类比

吴博清, 朱倩瑶, 余 聪

(中山大学 物理与天文学院, 广东 珠海 519082)

**摘要:**波动传播问题在物理学研究中十分普遍,而电磁波与声波是十分常见的波动类型. 它们具有相似的方程形式以及反射折射条件,但是又在偏振态数量与全折射条件等方面有差异. 本文主要通过基于量子力学思想的本征函数法进行理论计算与数值模拟,得到电磁波与声波在两种介质交界面的折射、反射系数. 这种方法更利于区分波动的传播方向,并且能够在更为复杂的波动方程求解中发挥优势.

**关键词:**声波;磁波;反射系数

**中图分类号:**O 411.2

**文献标识码:**A

**文章编号:**1000-0712 (2024)08-0078-07

**【DOI】**10.16854/j.cnki.1000-0712.230281

波的传播是大学物理的重要内容,这部分内容独特之处它遍布力学,电磁学,热学等各个物理学分支,以一种统一的观点把不同物理属性的波加以比较和研究可以帮助我们更深入的理解波的行为. 这里我们将以电磁波和机械波(声波)为例,分析这两种波的反射和折射行为,更好的理解波的传播. 非线性波的分析 and 讨论过于复杂,因此本文专注讨论线性波.

在传统大学物理教材中,推导波的折射反射系数一般使用边界处的一些约束条件以及直观的物理图像,这样的方式虽然能使快速直观理解反射,折射现象,但不具有普遍性,很难进行不同类别的波动的比较,且在处理较为复杂的波动时较为乏力. 本篇文章使用量子力学中常用的本征函数分解思想,得到电磁波与声波的相似结果,有助于学生深入了解波动的本质.

根据线性波动方程的本征结构,把波做相应的本征分解,并利用相应波的能流密度计算反射系数和折射系数,得到电磁波和机械波具有相似的反射、折射行为. 发现电磁波具有两种不同的偏振态,而声波只有一种,且声波的反射系数的性质与电场垂直于波动平面的偏振态的反射系数形式更为类似. 本文采用数值模拟进行结果验证,得到较好的结果.

## 1 线性波动方程

电磁波与声波的方程都是常见的波动方程,分

别由麦克斯韦方程组和流体力学的密度与动量方程推导得出.

首先推导电磁波方程,根据无源情况下的麦克斯韦方程组,可得到关于电场和磁场的方程:

$$\nabla \times E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times H = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} \quad (2)$$

其中  $\mu, \varepsilon$  分别为介质的电介质常数与磁介质常数. 假设电场、磁场在  $x, y$  方向均为平面波,即  $E = E(z) e^{ik_x x + ik_y y - i\omega t}$ ,  $H = H(z) e^{ik_x x + ik_y y - i\omega t}$ . 考虑在  $x, z$  平面上传播的电磁波,则  $k_y = 0$ . 代入电场、磁场矢量不同方向的分量求解波动方程,  $z$  方向上的电场与磁场分量可以由  $x, y$  方向上的分量与  $k_x$  表示,  $E_z = (-k_x / \varepsilon \omega) H_y$ ,  $H_z = (k_x / \mu \omega) E_y$ . 利用这两个关系可得

$$\begin{cases} \frac{dE_x}{dz} = \left( i\mu\omega - i \frac{k_x^2}{\varepsilon\omega} \right) H_y, \\ \frac{dH_y}{dz} = i\varepsilon\omega E_x \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \frac{dE_y}{dz} = -i\omega\mu H_x, \\ \frac{dH_x}{dz} = \left( i \frac{k_x^2}{\mu\omega} - i\varepsilon\omega \right) E_y \end{cases} \quad (4)$$

可以看出式(3)、(4)之间并不相关,式(3)代表电场平行于  $xz$  平面的偏振态,而式(4)代表电场

收稿日期:2023-08-02;修回日期:2023-10-11

基金项目:国家自然科学基金(11873103)资助

作者简介:吴博清(2000—),女,山东济南人,中山大学物理与天文学院 2020 级本科生.

通信作者:余 聪, E-mail: yucong@mail.sysu.edu.cn

垂直于  $x, z$  平面的偏振态. 如果使用 WKB (Wenzel-Kramers-Brillouin approximation) 假设<sup>[1]</sup>, 可以得到电磁波  $z$  方向的波数:

$$k_z = \pm \sqrt{\omega^2 \mu \varepsilon - k_x^2} \quad (5)$$

其中,  $k_z > 0$  的解代表电磁波向  $z$  轴正向传播, 这里定义为右行, 而  $k_z < 0$  的解代表电磁波向  $z$  轴反向传播, 这里定义为左行. 这里可以看出在低频时  $z$  方向的波数可能为虚数, 这与介质的导电性有关<sup>[2]</sup>.

而声波方程的推导则由流体力学的连续性方程与动量方程得出, 即

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} \quad (7)$$

与电磁波波动方程的推导有所区别, 声波是在本来静止的流体之中, 压强及密度为常量  $p_0, \rho_0$ , 并且初始的速度为 0 的情况下, 密度、压强与速度受到一个小的扰动, 而这种扰动朝某一个方向传播. 推导声波的方程需要使用微扰法<sup>[3]</sup>. 设  $p = p_0 + \delta p$ ,  $\rho = \rho_0 + \delta \rho$ ,  $\mathbf{v} = \mathbf{v}'$ , 这里的扰动项相对于整体为一个小量, 代入流体力学公式之中, 则可以得到声波的方程. 我们假设声波传播过程中符合绝热条件, 结合声速与扰动之间的关系:

$$\delta p = \left( \frac{\partial p_0}{\partial \rho_0} \right)_s \delta \rho = c_s^2 \delta \rho \quad (8)$$

可得到只包含压强扰动和速度扰动的公式. 与电磁波类似假设在  $x, y$  方向上的波动为平面波, 波在  $xz$  平面传播, 得到

$$\begin{cases} \frac{dv_z}{dz} = \frac{i\omega}{\rho_0 c_s^2} \left( 1 - \frac{k_x^2 c_s^2}{\omega^2} \right) \delta p, \\ \frac{d\delta p}{dz} = i\omega \rho_0 v_z \end{cases} \quad (9)$$

在非交界面的区域, 密度和声速被认为是常量. 利用 WKB 假设, 求出以上方程中可以使行列式为 0 的  $k_z$  的本征值, 由此可以得到声波的色散关系

$$k_z = \pm \sqrt{\frac{\omega^2}{c_s^2} - k_x^2} \quad (10)$$

其中  $k_z > 0$  代表右行波的波数,  $k_z < 0$  代表左行波的波数.

可以看出, 电磁波与声波的方程形式是相似的, 并且具有相似的色散关系, 但是电磁波方程由两组独立的方程组共同构成, 而声波只具有其中的一种偏振态. 且因为在推导无源电磁波方程时需要  $\mathbf{k} \cdot$

$\mathbf{E} = 0, \mathbf{k} \cdot \mathbf{B} = 0$ , 在推导声波方程时需要  $\mathbf{k} \times \mathbf{v} = 0$ , 得到电磁波为横波, 而声波为纵波.

按照类似于量子力学的方式寻找电磁波与声波的本征函数, 发现两种波动都可以被分解为 2 个向不同方向传播的本征波函数. 式(3)对应的本征波函数组合为

$$\begin{pmatrix} E_x \\ H_y \end{pmatrix} = a_1 \begin{pmatrix} \mu\omega - \frac{k_x^2}{\varepsilon\omega} \\ \sqrt{\mu\varepsilon\omega^2 - k_x^2} \end{pmatrix} e^{ik_z z} + a_2 \begin{pmatrix} \mu\omega - \frac{k_x^2}{\varepsilon\omega} \\ -\sqrt{\mu\varepsilon\omega^2 - k_x^2} \end{pmatrix} e^{-ik_z z} \quad (11)$$

式(4)对应的本征波函数组合为

$$\begin{pmatrix} E_y \\ H_x \end{pmatrix} = a_1 \begin{pmatrix} \omega\mu \\ \sqrt{\mu\varepsilon\omega^2 - k_x^2} \end{pmatrix} e^{ik_z z} + a_2 \begin{pmatrix} \omega\mu \\ -\sqrt{\mu\varepsilon\omega^2 - k_x^2} \end{pmatrix} e^{-ik_z z} \quad (12)$$

式(9)对应的本征波函数组合为

$$\begin{pmatrix} v_z \\ \delta p \end{pmatrix} = a_1 \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\omega^2}{c_s^2} - k_x^2} \\ \rho_0 \omega \end{pmatrix} e^{ik_z z} + a_2 \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\omega^2}{c_s^2} - k_x^2} \\ -\rho_0 \omega \end{pmatrix} e^{-ik_z z} \quad (13)$$

其中  $a_1$  代表沿  $z$  轴正向传播的波的振幅系数,  $a_2$  代表沿  $z$  轴反向传播的波的振幅系数.

## 2 波动反射系数

当波传播通过  $z$  方向上两种不同的介质时, 将会发生折射与反射, 如图 1. 假设穿过两种介质时波的频率  $\omega$  不变, 且横向的波数  $k_x$  大小方向都不变.

当两个介质间厚度为无穷小时, 设  $\theta_1$  为入射角,  $\theta_2$  为折射角, 反射角大小等于入射角, 由此可以得到入射角与折射角之间的关系. 对于电磁波和声波分别满足

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\sqrt{\mu_2 \varepsilon_2}}{\sqrt{\mu_1 \varepsilon_1}} \quad (14)$$

中  $\mu_1, \varepsilon_1$  与  $\mu_2, \varepsilon_2$  分别代表两种介质中的电介质与磁介质常数.

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{c_{s1}}{c_{s2}} \quad (15)$$

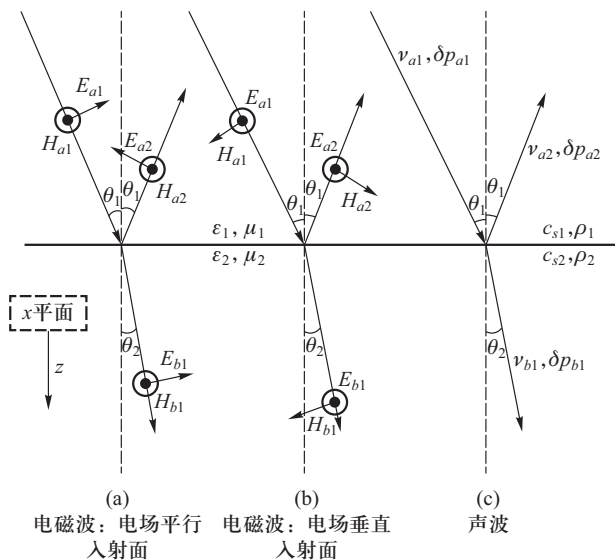


图1 电磁波与声波的反射折射示意图(下标 $a_1$ 代表入射, $a_2$ 代表反射, $b_1$ 代表折射)

而式(15)中 $c_{s1}$ 与 $c_{s2}$ 分别代表两种介质中的声速.对于两种不同的波动,如果 $\theta_1 < \theta_2$ ,则在入射角比较大时,都将产生全反射现象.

接下来计算电磁波与声波的反射系数 $R$ ,而折射系数 $T=1-R$ .不论是声波还是电磁波,其能量都需要满足一定的连续性条件:

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{S}) = 0 \quad (16)$$

式(16)中 $\rho_e$ 代表波的能量密度, $\mathbf{S}$ 则代表波动的能量流大小.反射系数的定义为入射能流与反射能流大小的比值.电磁波的能量流密度可以表示为<sup>[4]</sup>

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (17)$$

而按照朗道书上的定义<sup>[5]</sup>,声波的能流密度可以表示为

$$\mathbf{S} = c_s \rho_0 v^2 \mathbf{e}_k \quad (18)$$

可以发现,不论是声波还是电磁波,其能流密度大小都正比于振幅系数的模的平方,由此得到入射波为右行波时反射系数的计算公式

$$R = \frac{|a_2|^2}{|a_1|^2} \quad (19)$$

如果入射波为左行波,则得到的反射系数为式(19)的倒数.

电磁波有两组相互独立的偏振态,因此可以求出两组不同的反射系数,而声波只能求出一种反射系数.又因为在两种介质的交界处,由边界处麦克斯韦方程组以及流体力学方程组可知,电磁波需要满足 $x, y$ 方向的 $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ 连续,而声波则需要满足 $v_z$ 、

$\delta p$ 连续.利用式(11)一式(13),计算入射波为右行波时的反射系数.

在电场平行于 $xz$ 平面的情况下<sup>[6]</sup>,有

$$\begin{cases} \left( \mu_1 \omega - \frac{k_x^2}{\varepsilon_1 \omega} \right) (a_1 + a_2) = \left( \mu_2 \omega - \frac{k_x^2}{\varepsilon_2 \omega} \right) b_1, \\ \sqrt{\mu_1 \varepsilon_1 \omega^2 - k_x^2} (a_1 - a_2) = \sqrt{\mu_2 \varepsilon_2 \omega^2 - k_x^2} b_1 \end{cases} \quad (20)$$

而在电场垂直于 $xz$ 平面的情况下

$$\begin{cases} \mu_1 (a_1 + a_2) = \mu_2 b_1, \\ \sqrt{\mu_1 \varepsilon_1 \omega^2 - k_x^2} (a_1 - a_2) = \sqrt{\mu_2 \varepsilon_2 \omega^2 - k_x^2} b_1 \end{cases} \quad (21)$$

其中 $a_1$ 代表入射波的振幅系数, $a_2$ 代表反射波的振幅系数, $b_1$ 代表折射波所对应的振幅系数.声波的方程也可以类似列出方程:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{\omega^2}{c_{s1}^2} - k_x^2} (a_1 + a_2) = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_{s2}^2} - k_x^2} b_1, \\ (a_1 - a_2) = b_1 \end{cases} \quad (22)$$

需要注意,这里求解的是振幅系数之间的比例关系.求解式(20)~(22),可以得到对应反射系数分别为

$$R_{20} = \left( \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} \cos \theta_1 - \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_2}{\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_2 + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} \cos \theta_1} \right)^2 \quad (23)$$

$$R_{21} = \left( \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_1 - \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} \cos \theta_2}{\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_1 + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} \cos \theta_2} \right)^2 \quad (24)$$

$$R_{22} = \left( \frac{\rho_2 c_{s2} \cos \theta_1 - \rho_1 c_{s1} \cos \theta_2}{\rho_2 c_{s2} \cos \theta_1 + \rho_1 c_{s1} \cos \theta_2} \right)^2 \quad (25)$$

由式(23)一式(25)得到,存在一定的参数和角度组合,使得电磁波或者声波的反射系数为0,即全折射.分析电磁波全折射,在电场平行于 $xz$ 平面的偏振态下,得到全折射时的入射角度 $\theta_1$ 对应的正切值的平方:

$$\tan^2 \theta_1 = \frac{\varepsilon_2 / \varepsilon_1 - \mu_2 / \mu_1}{\mu_2 / \mu_1 - \varepsilon_1 / \varepsilon_2} \quad (26)$$

电场垂直于 $xz$ 平面时,则

$$\tan^2 \theta_1 = \frac{\mu_2 / \mu_1 - \varepsilon_2 / \varepsilon_1}{\varepsilon_2 / \varepsilon_1 - \mu_1 / \mu_2} \quad (27)$$

仔细观察式(26)、(27),发现两种情况下的全折射角表达式相当于参数 $\varepsilon_{1,2}$ 与参数 $\mu_{1,2}$ 位置互换.在大学物理的范围内讨论,则可以假设 $\mu_1 = \mu_2 = 1$ ,在本文后面的模拟计算中全部都采用这种假设,

以降低计算的难度.

计算式(26),当 $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$ 时,对应反射系数为0,即为布如斯特角,而计算式(27),在两种不同介质中 $\tan^2 \theta_1 = -1$ 恒成立,因此反射系数为0的角度不存在.

分析声波的全折射,得到全折射时的入射角度 $\theta_1$ 对应的正切值的平方:

$$\tan^2 \theta_1 = \frac{\rho_2^2 c_{s2}^2 - \rho_1^2 c_{s1}^2}{\rho_1^2 (c_{s1}^2 - c_{s2}^2)} \quad (28)$$

分析式(28),如果 $\rho_2 = \rho_1$ ,则 $\tan^2 \theta_1 = -1$ 恒成立,反射系数为0的角度将不存在.因此声波的反射规律更类似于电场垂直于 $xz$ 平面时的电磁波反射规律.但研究声波的反射规律时,除了声速之外密度也是变量,当密度和声速同时变化,可能会出现满足全折射条件的角度,此时参数需要满足的条件有两种可能, $c_{s2} < c_{s1}$ , $\rho_2 c_{s2} > \rho_1 c_{s1}$ ,或 $c_{s2} > c_{s1}$ , $\rho_2 c_{s2} < \rho_1 c_{s1}$ .

### 3 波动方程数值模拟

本文采用Python的scipy中的integrate包中的ode函数来进行计算,相较于传统的odient函数,它可以计算复数的初值问题,如果想要计算波动方程的边值问题,则需要使用松弛法或打靶法<sup>[7]</sup>.这里我们并不讨论边值问题.

为了尽量符合理论计算的假设,即界面的厚度趋近于0,使用tanh函数可以达到效果

$$\kappa = (\kappa_2 - \kappa_1) \tanh(a \cdot z) / 2 + (\kappa_2 + \kappa_1) / 2 \quad (29)$$

式中 $a$ 表征了由边界带来的参数变化的陡峭程度, $\kappa$ 代表在两种介质中发生突变的参数, $\kappa_2$ 代表折射波介质的参数,而 $\kappa_1$ 代表入射,反射波介质的参数. $\kappa$ 可以是电介质常数,声速或者密度.在下面模拟中分界面都处于 $z=0$ 位置.图2为式(29)的示意图,随着 $a$ 变大阶梯变得陡峭, $a=500$ 时可以认为参数发生突变.图中只展示了 $a=5, 50$ 的情况,是因为 $a=500$ 较难在图像上与 $a=50$ 的曲线得到区分.

在只有折射波的边界设置初始条件,设置方式依据式(11)一式(13)中折射波传播方向的本征波函数进行设定.这里选择从右向左传播的折射波作为范例,对应入射波向左传播,反射波向右传播.需要注意不论是电磁波还是声波的本征波函数都是线性的,因此设置初值时变量满足一定的比例关系,即

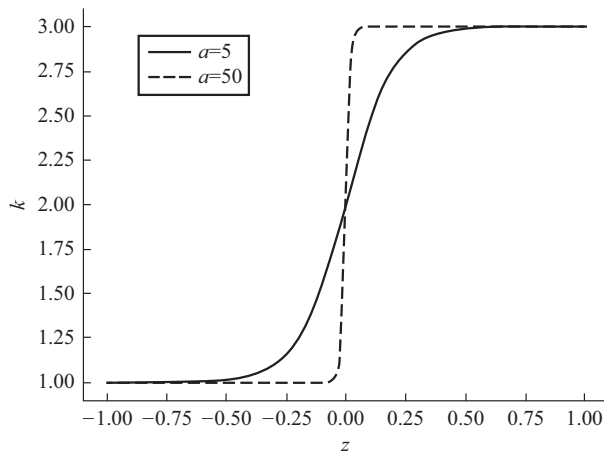


图2 式(29)示意图( $\kappa_1=1, \kappa_2=3$ )

$$\begin{cases} (E_x, H_y) = \left( \omega \mu_2 - \frac{k_x^2}{\varepsilon_2 \omega}, -\sqrt{\mu_2 \varepsilon_2 \omega^2 - k_x^2} \right), \\ (E_y, H_x) = \left( \omega \mu_2, -\sqrt{\mu_2 \varepsilon_2 \omega^2 - k_x^2} \right), \\ (v_z, \delta p) = \left( \sqrt{\frac{\omega^2}{c_{s2}^2} - k_x^2}, -\rho_2 \omega \right) \end{cases} \quad (30)$$

这里展示一组电场平行与 $xz$ 平面时对应的电磁波偏振态的模拟结果(图3),声波以及电磁波垂直于 $xz$ 平面的偏振态与之类似.得到数值模拟可以较好的体现波的折射以及反射情况.

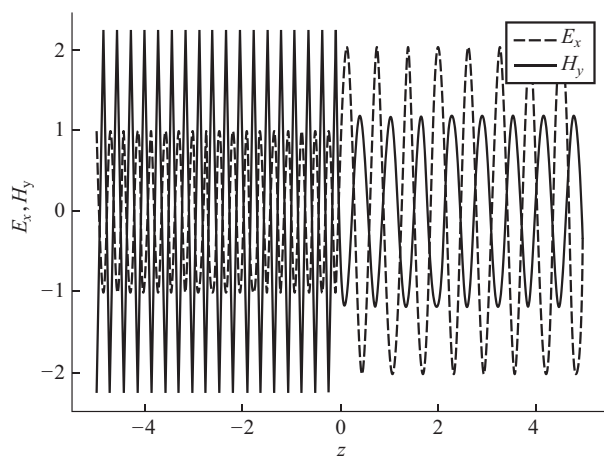


图3  $E_x$ 与 $H_y$ 积分( $\varepsilon_1=5, \varepsilon_2=1, \mu_1=\mu_2=1, k_x=0, \omega=10, a=50$ )

### 4 数值模拟与理论对比

为了验证数值模拟结果与理论推导结果的符合程度,利用数值模拟的图线计算反射系数 $R$ 大小.在模拟中,选取式(29)中的 $a$ 分别等于5, 50, 500.首先计算电磁波的反射系数 $R$ ,取 $\mu_1=\mu_2=1$ ,电介

质常数设置如表 1 所示. 这里设计的数值只是为了反映不同介质的常数大小区别, 因此并不反映特定的单位, 可以认为单位为任意常用单位, 声波同理. 在式(3)对应的电磁波偏振态下, 序号 1, 2 都对应全折射的角度, 其中序号 1 对应的条件不仅有全折射的角度, 还有全反射的角度范围. 如图 4 与 5, 数值模拟结果在  $a=500$  时与理论预言符合较好.

表 1 电磁波参数设置

| 序号              | 1  | 2  |
|-----------------|----|----|
| $\varepsilon_1$ | 11 | 1  |
| $\varepsilon_2$ | 1  | 11 |

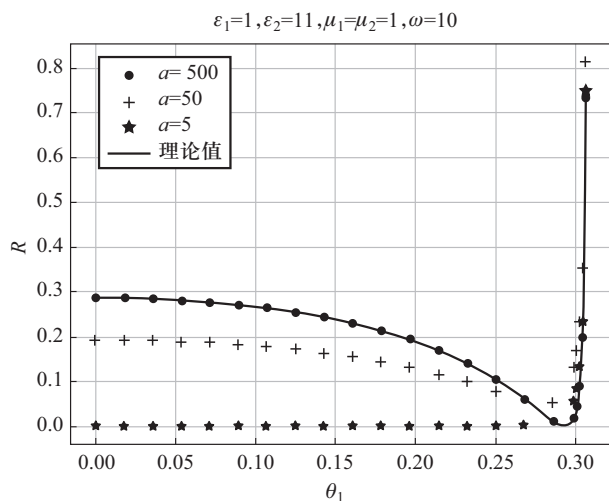


图 4 式(3)与序号 1 条件下反射系数随入射角变化

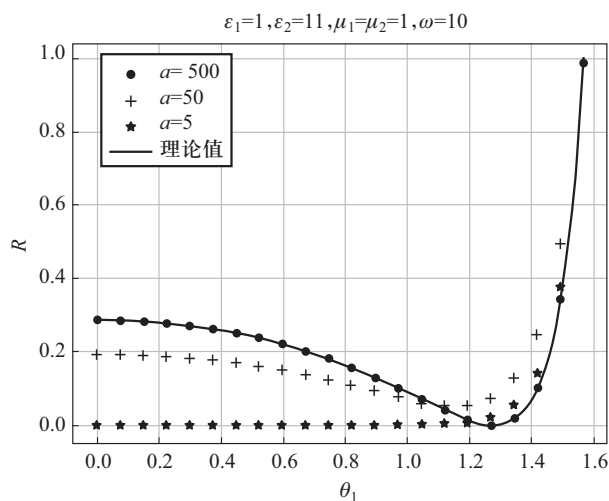


图 5 式(3)与序号 2 条件下反射系数随入射角变化

在式(4)对应的电磁波偏振态下, 序号 1, 2 都没有全折射的角度, 但序号 1 有全反射的角度范围. 如图 6 与 7 所示, 数值模拟结果在  $a=500$  时与理论预言符合较好, 图 2—图 5 也验证了理论推导时界

面厚度趋近于 0 的假设.

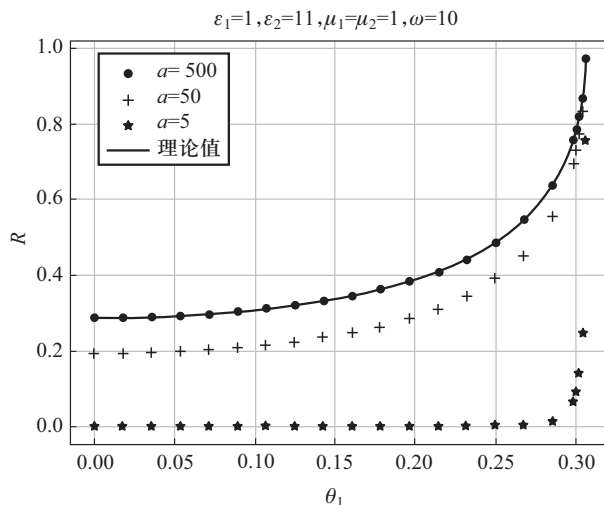


图 6 式(4)与序号 1 条件下反射系数随入射角变化

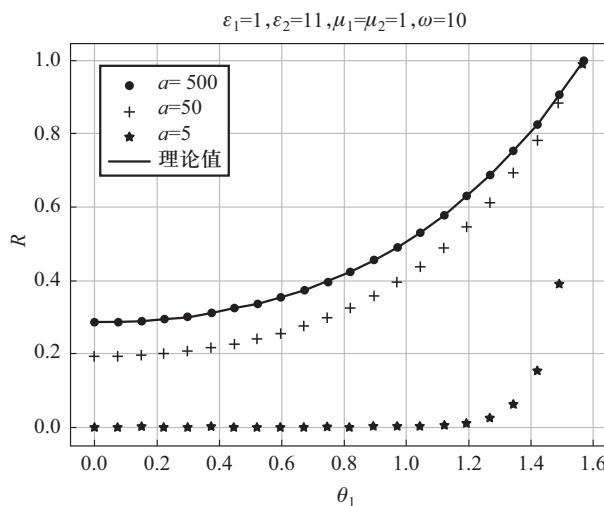


图 7 式(4)与序号 2 条件下反射系数随入射角变化

而声波的模拟可以设置两种不同的参数, 分别为密度和声速. 这里设置参数如表 2 所示, 并解方程组式(9). 其中序号 3 对应参数应在垂直入射下全折射, 序号 4, 5 都是可以实现全折射的参数组合, 其中序号 5 在发生全折射后会继续发生全反射, 而序号 6 则代表了既不发生全折射, 也不发生全反射的情况. 最终得到结果如图 8—图 11 所示.

表 2 声波参数设置

| 序号       | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------|---|---|---|---|
| $c_{s1}$ | 3 | 3 | 1 | 3 |
| $c_{s2}$ | 1 | 1 | 3 | 1 |
| $\rho_1$ | 1 | 1 | 7 | 3 |
| $\rho_2$ | 3 | 7 | 1 | 1 |

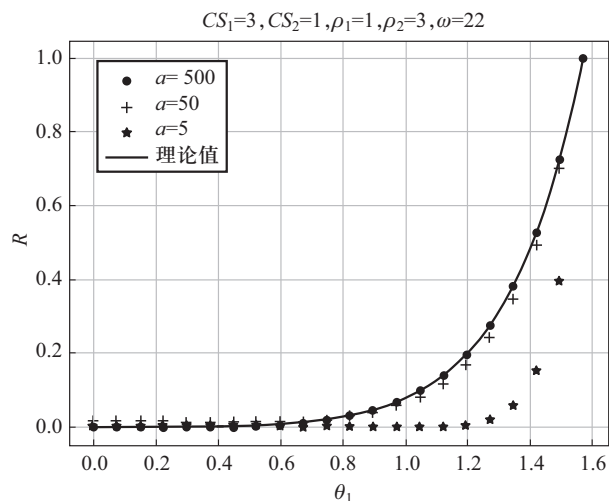


图 8 在序号 3 情况下反射系数随入射角度变化

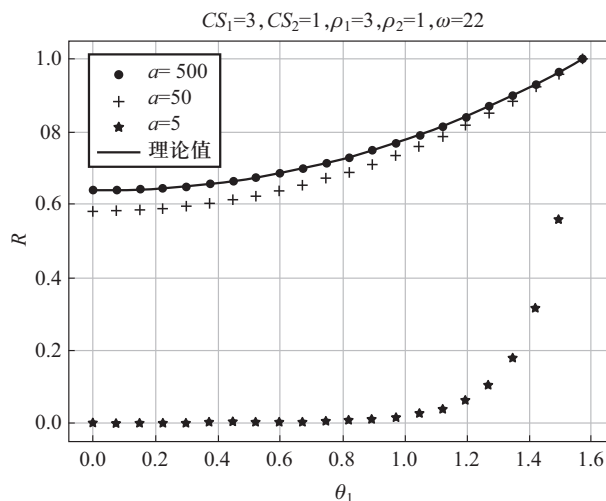


图 11 在序号 6 的情况下的反射系数随角度变化

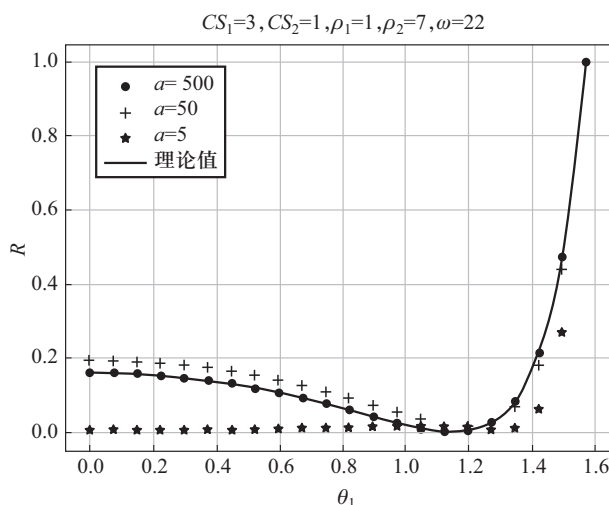


图 9 在序号 4 情况下反射系数随角度变化

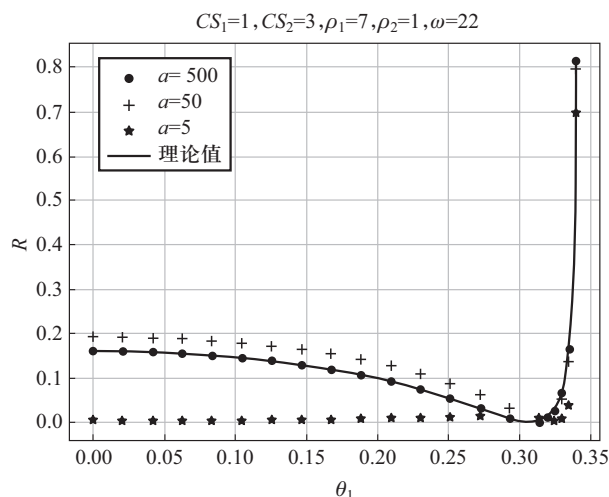


图 10 在序号 5 情况下的反射系数随角度变化

综合所有模拟结果可以看出,随着  $a$  的增大,反射系数将会更加贴合理论结果,这是因为在进行理论计算时使用了界面厚度为 0 的假设, $a$  越大则与此假设越符合。但是不同的系数对应的  $a$  与理论符合的范围不同,实际操作若  $a=500$  的模拟与理论值无法符合,进一步加大  $a$  的值即可符合。特别是在声波模拟中的序号 6 条件下。声波与电磁波相比,同时有声速和密度两类可变参数,组合得到一些不同结果。而这些结果可通过实验进行验证<sup>[8]</sup>。

## 5 结论

本篇文章讨论了电磁波与声波反射系数的关系。在第 1,2 节中,使用本征值与本征函数方法分解电磁波和声波的解,使用量子力学的知识来类比分析电磁波与声波的传播。本文着重分析了电磁波与声波反射系数的相似与不同,发现它们具有相似的方程形式与色散关系,但声波计算需要使用微扰法,而电磁波具有两种偏振态。在第 3,4 节中,使用 ode 进行数值模拟,得到电磁波与声波的反射系数与理论比对,得到在界面厚度趋近于 0 时,理论与数值结果一致。

本文使用本征函数的方法,可以加深学生对波动方程相似性的理解,在复杂的,难以快速形成直观物理图像波动方程求解(比如重力波,磁重力波求解<sup>[9]</sup>)中也具有优势。

## 参考文献:

- [1] C M Bender, S A Orszag. Advanced mathematical methods for scientists and engineers[M]. New York:Springer, 1978:484-543.

- [2] 王振林. 如何正确运用介电常数处理导电介质电动力学问题[J]. 大学物理, 2014, 33(10): 41-41.
- [3] 吴望一. 流体力学(下册)[M]. 北京: 北京大学出版社, 1983: 417-423.
- [4] 郭宏硕. 电动力学[M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2008.
- [5] L D Landau, E M Lifshitz. Fluid mechanics[M]. 2nd ed. Pergamon Press, 1987: 255-260.
- [6] 尤金·赫克特. 光学[M]. 北京: 电子工业出版社, 2019: 143-145.
- [7] 刘观福, 余聪. 用松弛法解薛定谔方程[J]. 大学物理, 2021, 40(03): 79-85.
- [8] 韩景涛, 苏为宁. 声波的吸收与反射[J]. 大学物理, 2012, 31(04): 60-60.
- [9] M Belyaev, E Quataert, J Fuller. The properties of G-modes in layered semi-convection[J]. MNRAS, 2015, 452: 2700-2711.

## Analogy study of acoustic wave and electromagnetic wave reflection and refraction through eigenfunction

WU Bo-qing, ZHU Qian-yao, YU Cong

(School of Physics and Astronomy, Sun Yat-Sen University, Zhuhai, Guangdong 519082, China)

**Abstract:** The problem of wave propagation is very common in physics, and electromagnetic waves and acoustic waves are very common types of waves. They have similar equation forms and reflection and refraction conditions, but they differ in terms of the number of polarization states and the total refraction conditions. This paper mainly uses the eigenfunction method based on quantum mechanics to carry out theoretical calculations and numerical simulations, and obtains the refraction and reflection coefficients of electromagnetic waves and acoustic waves at the interface between two media. This method is more suitable for distinguishing the propagation direction of waves and can provide advantages in solving more complex wave equations.

**Key words:** acoustic wave; electromagnetic wave; reflection coefficient

(上接 77 页)

- [8] 尹中文, 轩爱华. 光学薄膜反射率的计算[J]. 南阳师范学院学报, 2007(03): 24-27.
- [9] 李建龙, 吕百达. 非傍轴矢量高斯光束单缝衍射的严格理论[J]. 物理学报, 2008(06): 3481-3485.
- [10] 谢嘉宁, 赵建林, 陈伟成, 等. 夫琅禾费衍射的计算机仿真[J]. 大学物理, 2004, 23(03): 51-54.
- [11] 赵凯华, 钟锡华. 光学[M]. 北京: 北京大学出版社, 1984.

## Simulating the abnormal phenomena in Fraunhofer diffraction

LU Han-lin, BAI Cui-qin

(Department of Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China)

**Abstract:** In the experiment of observing Fraunhofer single-slit and multi-slit diffraction with He-Ne laser as light source, an abnormal concave shape appears at the center of the diffraction intensity distribution curve, which is inconsistent with the theoretical pattern. Considering the weak light transmission of the coating layer of diffraction plate, a non-ideal single-slit/multi-slit diffraction model is constructed under the condition of extra light transmission in the coating layer. Based on Kirchhoff diffraction formula and Gaussian beam formula, the formulas of single-slit and multi-slit diffraction of Gaussian beam under the above model are derived, and the observed abnormal phenomenon is successfully reproduced through numerical simulation. It indicates that the main cause of this phenomenon is the weak light transmission of coating layer near the slit.

**Key words:** Fraunhofer diffraction; light intensity distribution; Gaussian beam; numerical simulation