
Capacitated Vehicle Routing Problem(CVRP)

集合与下标:

- K 表示货车编号集合, 下标为 k
- N 表示客户点集合, 下标为 n
- $\{o(k)\}$ 表示驶出车场方向的车场点集合
- $\{e(k)\}$ 表示进入车场方向的车场点集合

参数:

- Q 表示每辆车的总容量
- q_n 表示客户点 n 的需求量
- $t_{n,n'}$ 表示货车从 n 到 n' 花费的时间
- M 表示一个足够大的正数

决策变量:

- $\gamma_{n,k}$ 连续变量, 货车 k 抵达 n 点的时间
- $\alpha_{n,k}$ 0-1 变量, 若客户点 n 由货车 k 进行服务则为1, 否则为0
- $\beta_{n,n',k}$ 0-1 变量, 若货车 k 先服务客户点 n , 后服务客户点 n' 则为1, 否则为0

数学模型:

$$[M1] \text{minimize } \sum_{k \in K} \sum_{n \in N \cup \{o(k)\}} \sum_{n' \in N \cup \{e(k)\}} t_{n,n'} \beta_{n,n',k} \quad (1)$$

Subject to:

$$\sum_{k \in K} \alpha_{n,k} = 1 \quad \forall n \in N \quad (2)$$

$$\sum_{n \in N \cup \{e(k)\}} \beta_{n',n,k} = \sum_{n \in N \cup \{o(k)\}} \beta_{n,n',k} = \alpha_{n',k} \quad \forall n' \in N, k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{n \in N \cup \{o(k)\}} \beta_{n,e(k),k} = \sum_{n \in N \cup \{e(k)\}} \beta_{o(k),n,k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (4)$$

$$\gamma_{n,k} \geq \gamma_{n',k} + t_{n,n'} - M(1 - \beta_{n',n,k}) \quad \forall n \in N \cup \{e(k)\}, n' \in N \cup \{o(k)\}, k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{n \in N} q_n \alpha_{n,k} \leq Q \quad \forall k \in K \quad (6)$$

$$\gamma_{n,k} \geq 0 \quad \forall n \in N, k \in K \quad (7)$$

$$\alpha_{n,k} \in \{0,1\} \quad \forall n \in N, k \in K \quad (8)$$

$$\beta_{n,n',k} \in \{0,1\} \quad \forall n, n' \in N, k \in K \quad (9)$$

目标函数(1)希望最小化总行驶时间。约束(2)确保了对于任意一个顾客点，均有一辆货车对其进行运输。约束(3)确保了在任意一条路径中的顾客点都有一前一后。约束(4)确保了对于任意一辆车都有起点和终点。约束(5)保证了对于任意一辆车，如果它先服务 n' 再服务 n ，则其到达两者的时间存在先后顺序。约束(6)确保了对于每辆车运输过程中不会超过其容量约束。约束(7)-约束(9)为变量的取值约束。