

Report9

胡琦浩 PB21000235

一、问题

考虑泊松分布、指数分布，并再自设若干个随机分布（它们有相同或不同的 μ 和 σ^2 ），通过Monte Carlo模拟，验证中心极限定理成立（ $N=2、5、10$ ）

二、方法

中心极限定理:

$$x = \frac{\langle X \rangle - \mu}{\sigma/\sqrt{N}} \sim N(0,1)$$

式中: $\langle X \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k$, $\sigma = \sqrt{\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2}$

因此,先得到满足 $f(x)$ 分布的 N 个样本,再利用python库依次算出分布函数 $f(x)$ 的 μ 与 σ ,标准化后画概率直方图验证是否满足标准正态分布

选择的分布有:

- 指数分布 $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ $\lambda = \frac{1}{2}$
- 泊松分布 $P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$ $\lambda = 3$
- 二项分布 $P(X = k) = C_n^k (1-p)^k p^k$ $p = 0.3$

三、实验结果

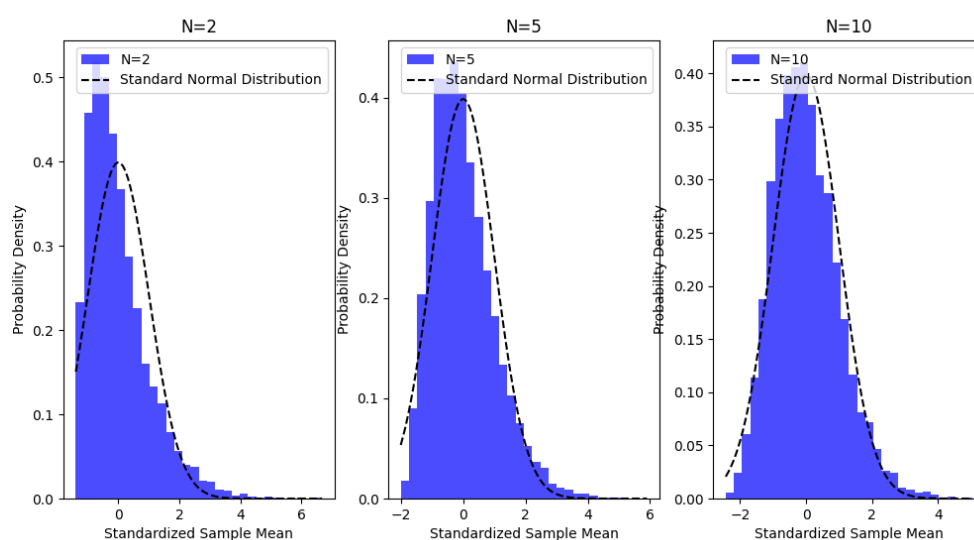


图1: 指数分布

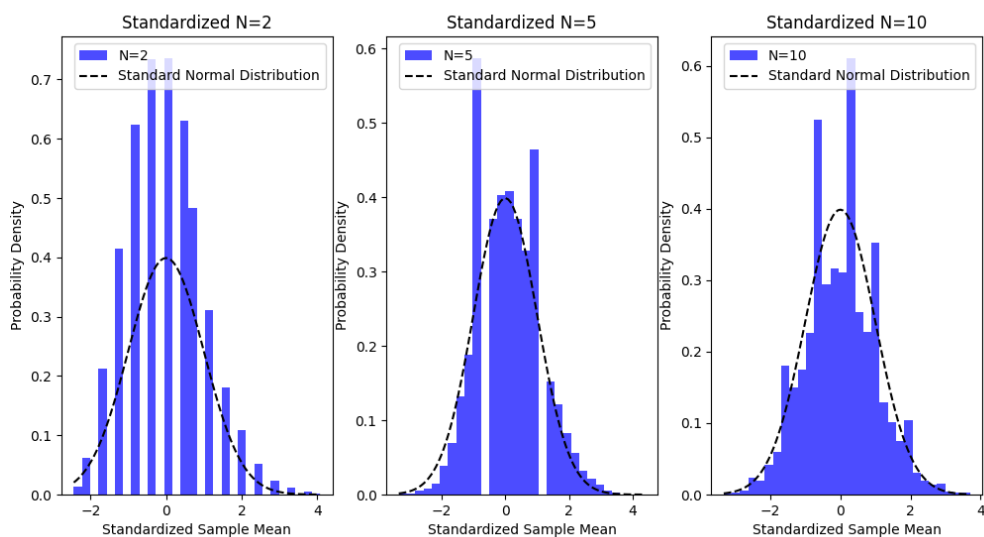


图2：泊松分布

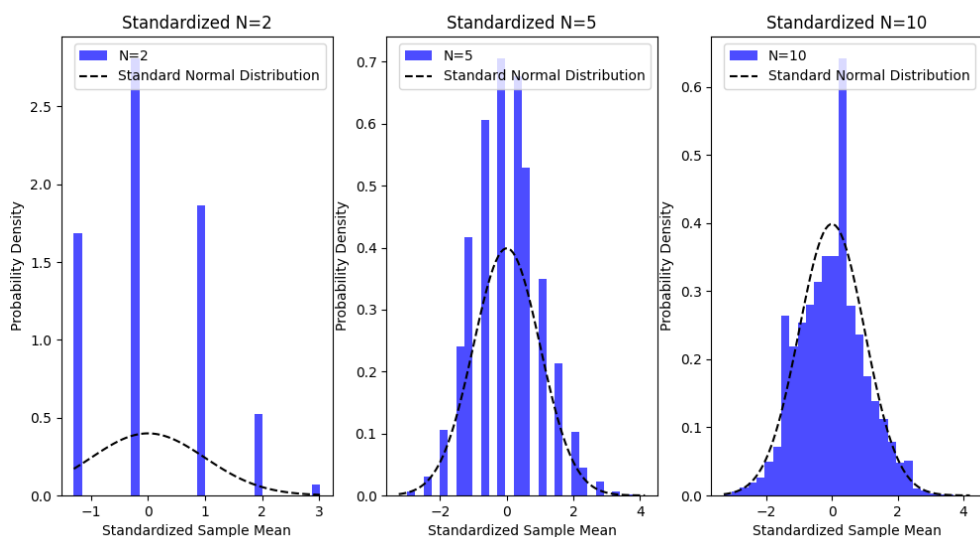


图3：二项分布

可以看出，随着 N 的增大，得到的概率直方图与标准正态分布越吻合，因此可以验证中心极限定理。但泊松分布和二项分布有些部分明显超过标准曲线，可能是样本数太少，得到的直方图并不稳定。

四、总结

此实验基本验证了中心极限定理，随着 N 越大，直方图越吻合标准正态分布

不过，不同参数的 λ 和 p 也会影响直方图与标准正态分布的吻合