# Report16

胡琦浩　PB21000235

# 一、问题

进行单中心DLA模型的模拟(可以用圆形边界，也可以用正方形边界)，并用两种方法计算模拟得到的DLA图形的分形维数，求分形维数时需要作出双对数图。

# 二、方法

## 2.1 DLA模拟

DLA模拟过程在问题11中已解决，大致算法流程如下：

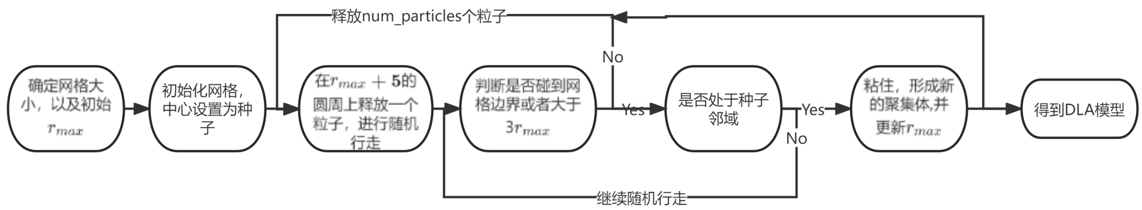



图1：算法流程

在本题中，初始化数据如下：

网格大小：grid_size = 256

释放粒子数目：num_particles = 5000

初始：r_max = 10

## 2.2 Sandbox法

Sandbox 法（图 3.13）是将一系列尺寸 *r*（>1）不断增大的方框（也可以是圆）覆盖到分形图形（如 DLA 图形）上，计数不同方框（或圆）中象素数 *N*（即以象素为测量单元）在$lnN$~$lnr$图上如有直线部分，则在此范围内存在：$N$~$r^D$，直线部分的斜率即分形维数$D$

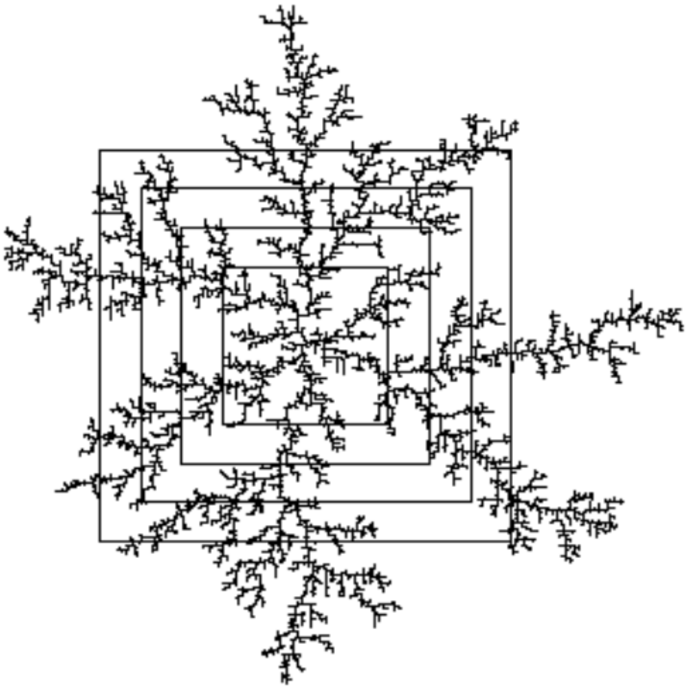
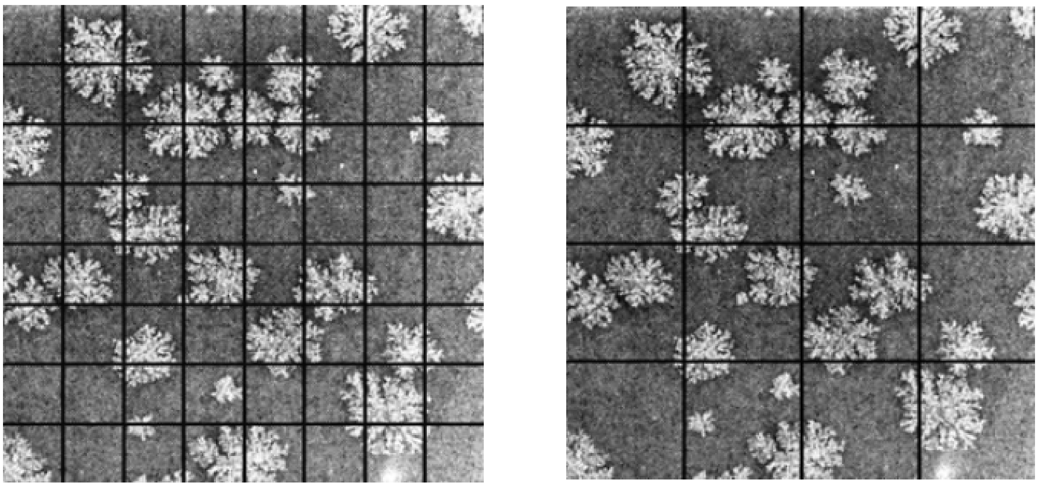


图2：Sandbox法计算分维示意图

在我的实验中采用的是圆形边框，圆的半径由10~70，统计各半径内像素个数N，然后线性拟合即可

### 2.3 盒计数法



(a) (b)

图3：盒计数法示意图

此方法如图3所示，不断减小网格尺寸$\varepsilon$继续计数含图形象素的网格数$N(\varepsilon)$，直至最小的网格尺寸达到象素为止。

为了减少误差，应该使不同尺寸的网格能覆盖相同大小的图形, 因此在本题中取网格$\varepsilon$大小，并记录相应的$N(\varepsilon)$，作$ln(N(\varepsilon))$~$ln(1/\varepsilon)$图，图中线性部分的斜率即为图形分形维数$D$

## 三、实验结果

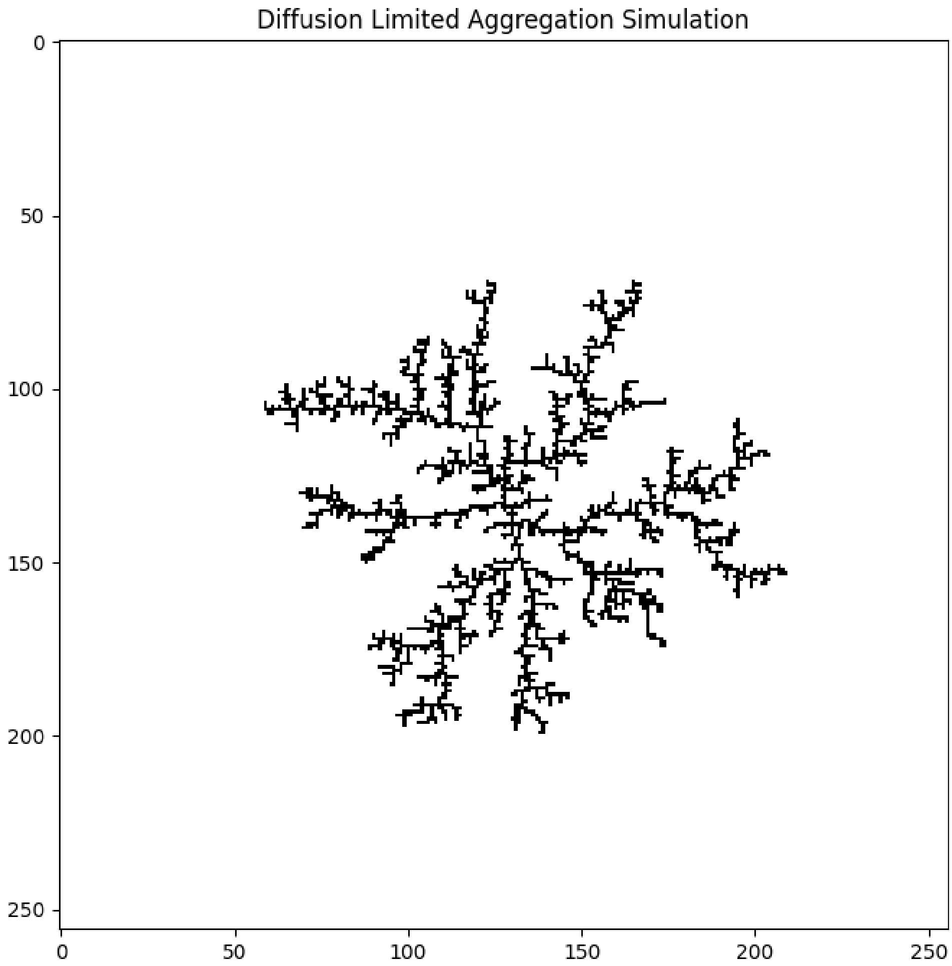



图4：得到的DLA模型图

## 3.1 Sandbox法

```
Sandbox法
半径小于10的范围内，grid[x, y] = 1 的个数为: 109
半径小于15的范围内，grid[x, y] = 1 的个数为: 233
半径小于20的范围内，grid[x, y] = 1 的个数为: 378
半径小于25的范围内，grid[x, y] = 1 的个数为: 559
半径小于30的范围内，grid[x, y] = 1 的个数为: 752
半径小于35的范围内，grid[x, y] = 1 的个数为: 977
半径小于40的范围内，grid[x, y] = 1 的个数为: 1232
半径小于45的范围内，grid[x, y] = 1 的个数为: 1466
半径小于50的范围内，grid[x, y] = 1 的个数为: 1674
半径小于55的范围内，grid[x, y] = 1 的个数为: 1850
半径小于60的范围内，grid[x, y] = 1 的个数为: 2030
半径小于65的范围内，grid[x, y] = 1 的个数为: 2164
半径小于70的范围内，grid[x, y] = 1 的个数为: 2311
```

图5：Sandbox结果

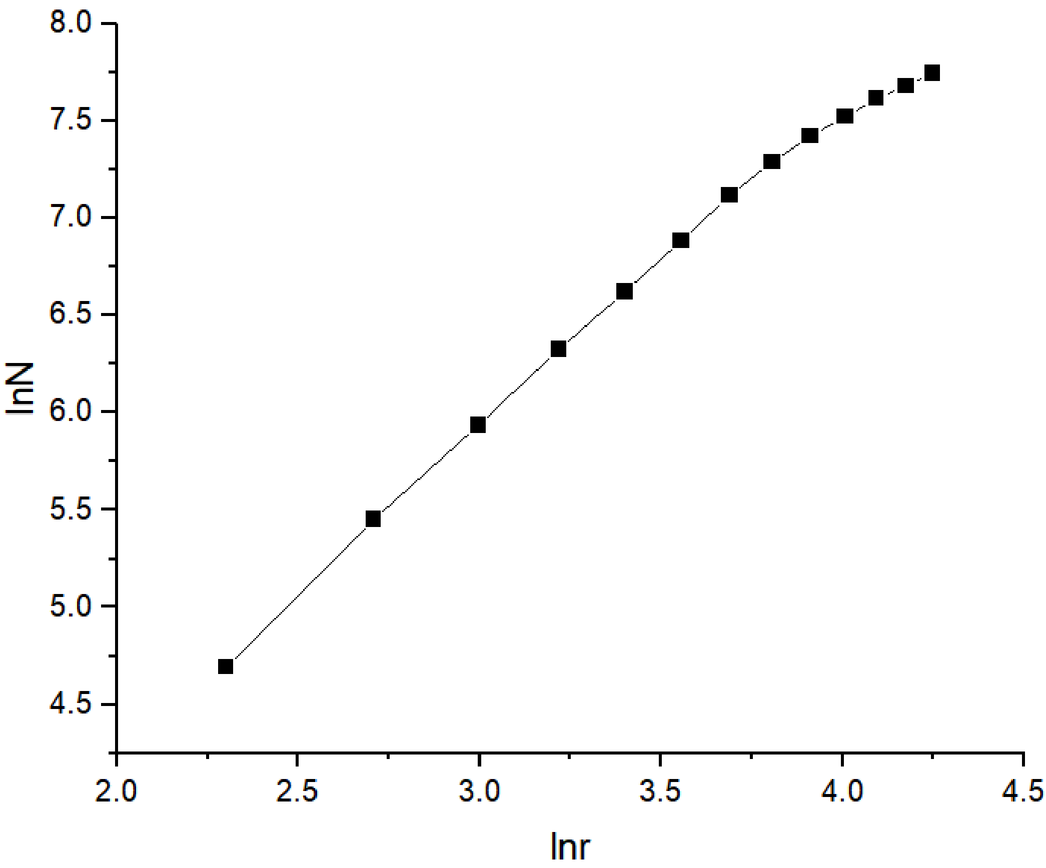



图6：$lnN$与$lnr$的关系图

可以看出后面几个点由于靠近整个分形的边缘导致不合理，应该舍取。因此取前9个点进行拟合，结果如下：

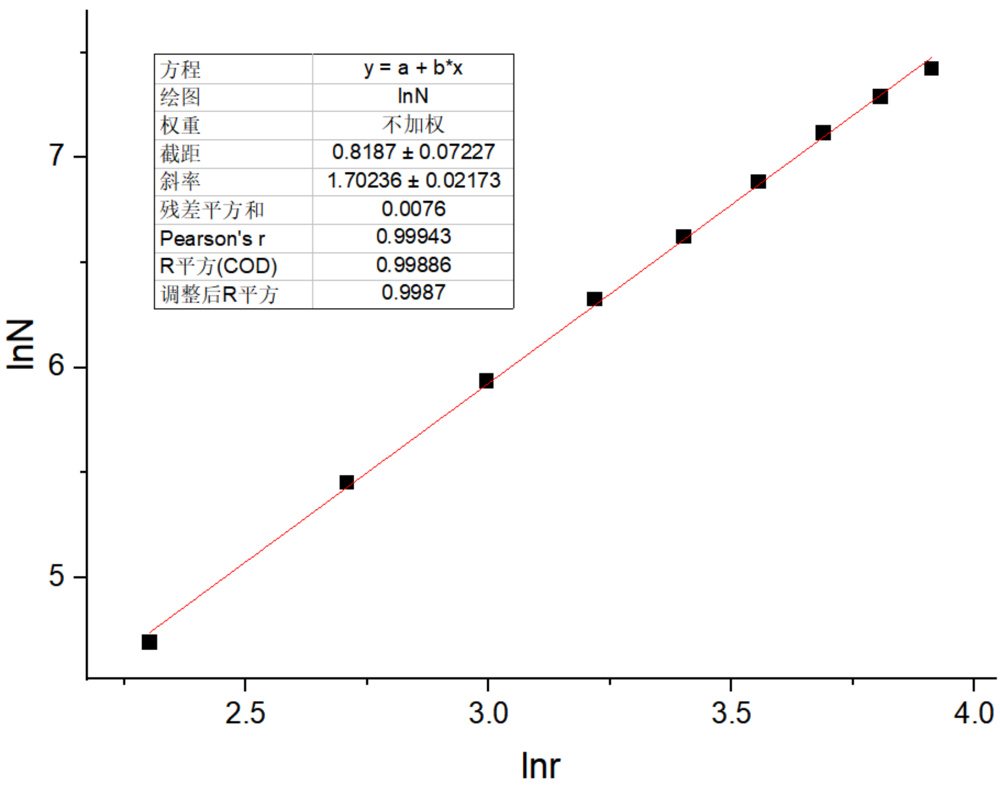



图7：$lnN$与$lnr$拟合结果

由拟合结果可以得到：$D = 1.7024$与理论值很接近，结果较好

### 3.2 盒计数法

```
盒计数法
网格尺寸大小为ε = 1, 有分形的数目为N = 2441
网格尺寸大小为ε = 2, 有分形的数目为N = 1154
网格尺寸大小为ε = 4, 有分形的数目为N = 461
网格尺寸大小为ε = 8, 有分形的数目为N = 162
网格尺寸大小为ε = 16, 有分形的数目为N = 56
网格尺寸大小为ε = 32, 有分形的数目为N = 20
网格尺寸大小为ε = 64, 有分形的数目为N = 8
网格尺寸大小为ε = 128, 有分形的数目为N = 4
网格尺寸大小为ε = 256, 有分形的数目为N = 1
```

图8：盒计数法结果

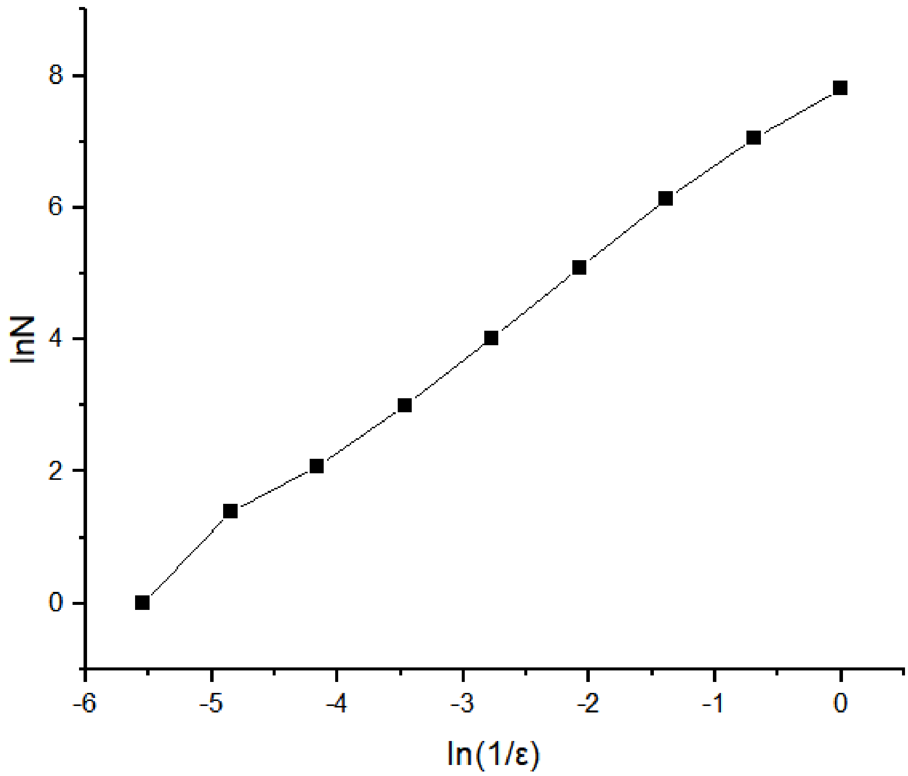



图9：$lnN$与$ln(1/\varepsilon)$的关系图

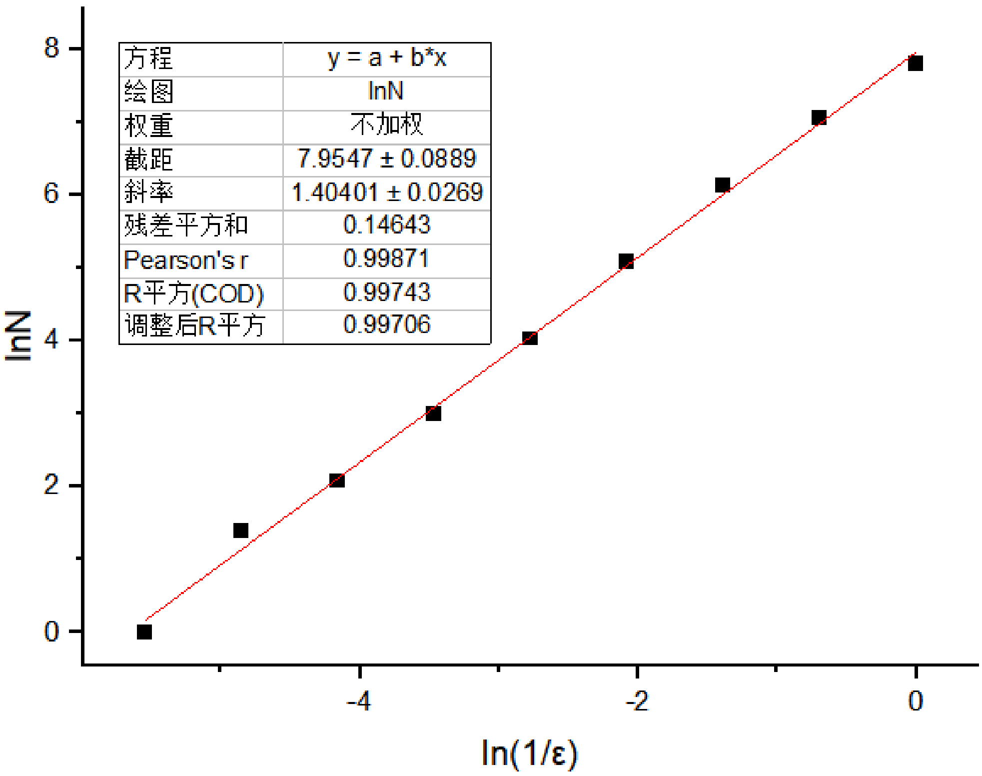



图10：$lnN$与$ln(1/\varepsilon)$拟合关系图

可以看出得到结果较差，$D = 1.404$与标准值相差较大，当我尝试多试几组数值数据时，发现改变并不大，得到的结果始终在1.4附近，我考虑可能的原因是我盒子的放置范围为图4整个范围，而不是包含分形的最小矩阵范围，因此我将范围改为包含分形的最小矩阵范围。由于每次生成的分形最小矩阵范围都不相同，因此同一设定$\varepsilon = 1, 5, 10, 15, 20, 25, 30$，结果如下：

```
盒计数法
网格尺寸大小为ε = 1, 有分形的数目为N = 2571
网格尺寸大小为ε = 5, 有分形的数目为N = 356
网格尺寸大小为ε = 10, 有分形的数目为N = 120
网格尺寸大小为ε = 15, 有分形的数目为N = 64
网格尺寸大小为ε = 20, 有分形的数目为N = 41
网格尺寸大小为ε = 25, 有分形的数目为N = 28
网格尺寸大小为ε = 30, 有分形的数目为N = 20
```

图11：改进后盒计数法结果

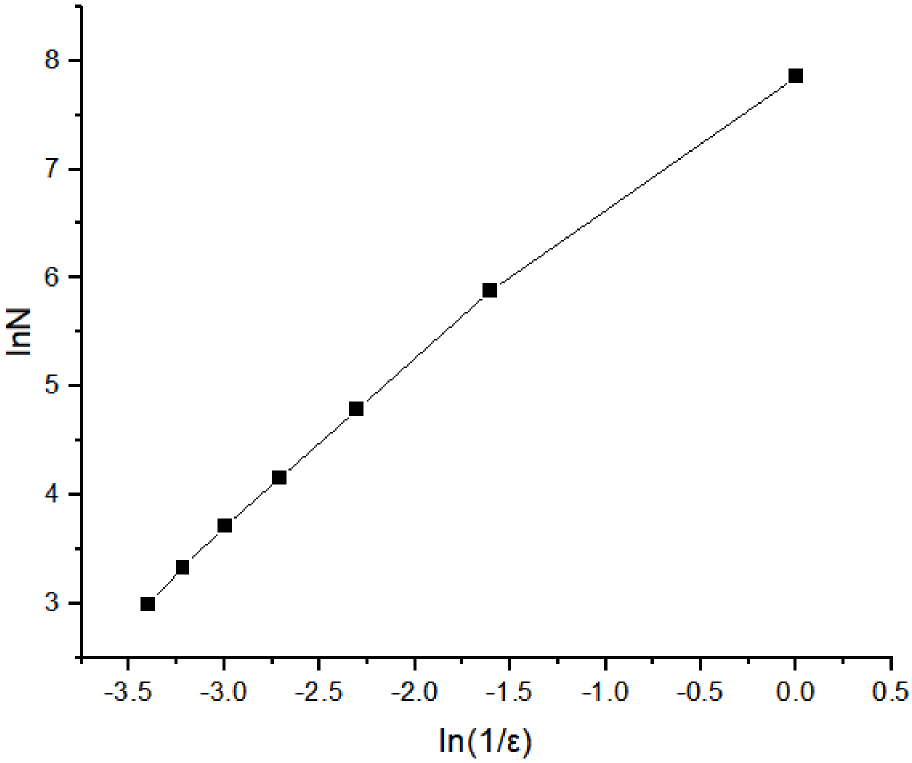



图12：改进后$lnN$与$ln(1/\varepsilon)$的关系图

由图像可以看出，前面几个点较线性，因此舍取最后一个点，拟合结果如下：

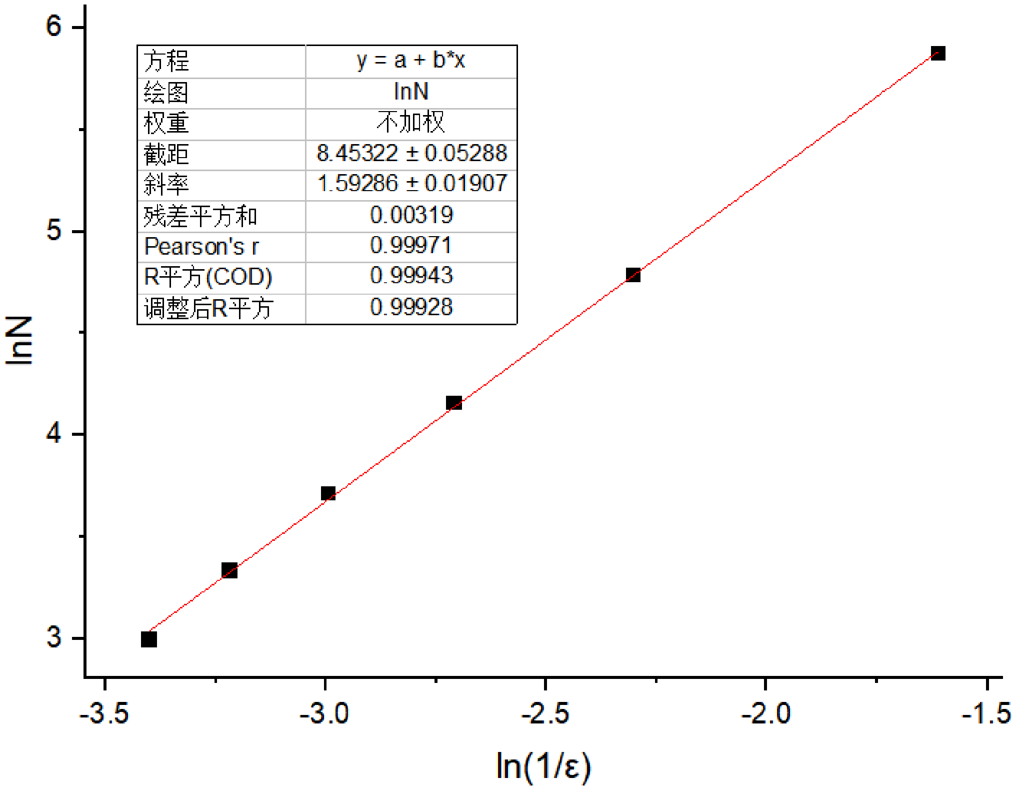



图13：改进后$lnN$与$ln(1/\varepsilon)$拟合关系图

此时可以看出：$D = 1.5928$，与标准值在1.6~1.7之间较为符合，考虑到由于最小矩阵大小的不确定性，我没取能整除矩阵边长的$\varepsilon$值，因此有一定的误差可以理解

# 四、总结

在本题中采用了两种不同的方法去计算DLA分形的维数。

在我的实际实验中，认为Sandbox方法相较于盒计数法更加便捷，它不需要考虑每次生成的分形的不同而采用不同的实验参数，只需要取一系列不完全涵盖分形的圆形边框并记数即可，不过此方法最好需要分形图案有个中心点，本次DLA图形刚好符合。

而对于盒计数法，取一个围住分形的最小边框可能让结果精度更高，不过由于每次生成的分形都不相同，因此无法确定一个同一的$\varepsilon$值，但如果计算确定的分形图案应该会更好。