T8-2

解：输出 y（t）的数学表达式为：

$$y(t)=\begin{cases} k1A\sin\omega t & 0\le\omega t\le\varphi 1 \\ k1a+k2(A\sin\omega t-a) & \varphi 1\le\omega t\le\pi/2 \end{cases}$$ 其中区间端点为

$A\sin\varphi 1=a$即$\varphi 1=\arcsin\dfrac{a}{A}$

由于 y（t）为奇对称函数所以 A1=0，则 B1=$\dfrac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}y(t)\sin\omega td\omega t=$

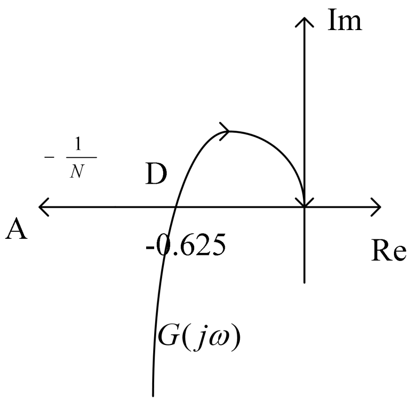
$$\frac{4k1A}{\pi}\int_0^{\varphi 1}\sin^2\omega td\omega t+\frac{4(k1-k2)a}{\pi}\int_{\varphi 1}^{\frac{\pi}{2}}\sin\omega td\omega t+\frac{4k1A}{\pi}\int_{\varphi 1}^{\frac{\pi}{2}}\sin^2\omega td\omega t=$$

$$A\left[k2\frac{2(k1-k2)}{\pi}\left(\arcsin\frac{a}{A}+\frac{a}{A}\sqrt{1-\left(\frac{a}{A}\right)^2}\right)\right]$$

则变量特性的描述函数为$N(A)=\dfrac{B1+jA1}{A}=k2+\dfrac{2(k1-k2)}{\pi}\left(\arcsin\dfrac{a}{A}+\dfrac{a}{A}\sqrt{1-\left(\dfrac{a}{A}\right)^2}\right)$

T8-8

解：（1）自振分析①绘出$-\dfrac{1}{N(A)}$曲线 如图



非线性环节的描述函数$N(A)=\dfrac{4M}{\pi A}=\dfrac{4}{\pi A}$

$-\dfrac{1}{N(A)}$分布在整个负实轴上，方向向左。

②绘出$G(j\omega)$曲线，回路中线性部分的传递函数

$$G(s)=\frac{10}{s(s+2)^2}\Rightarrow G\left(j\omega\right)=\frac{10}{j\omega\left(j\omega+2\right)^2}$$

最后可以整理得：

$$G(jw)=-\frac{10}{w[16w^2+(w^2-4)^2]}\times(4w-(w^2-4)j)$$

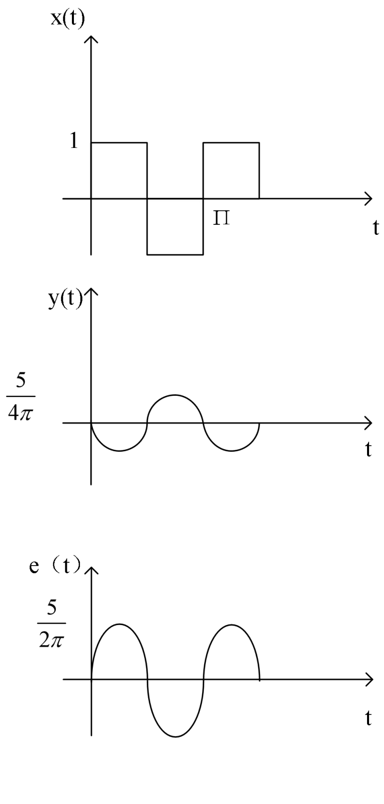
可求得$G(j\omega)$曲线与负实轴的交点处$\omega=2$

③产生自振时$G(j\omega)=-\frac{1}{N(A)}=-\frac{5}{8}$则有$A=\frac{5}{2\pi}$,

因此自激振荡振幅为$A=\frac{5}{2\pi}$，频率为$\omega=2$

$e(t)=\frac{5}{2\pi}\sin 2t$， $y(t)=-\frac{5}{4\pi}\sin 2t$

(2) 绘出波形：

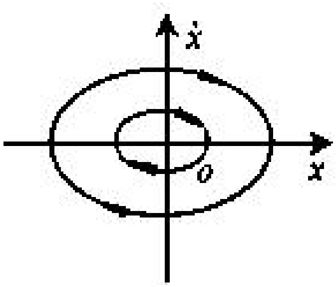


T8-9

解：（2）令 $\ddot{x}=f(\ddot{x},x)=-x\cdot\dot{x}-x=0$ 且 $\dot{x}$=0 在该点线性化有

$\ddot{x} = \dfrac{\partial f(\dot{x}, x)}{\partial \dot{x}} \cdot \dot{x} + \dfrac{\partial f(\dot{x}, x)}{\partial x} \cdot x = -x$ 则特征方程为 $s^2 + 1 = 0$ 。

$s_{1,2} = \pm j$ 故奇点为中心点



图：

T8-16

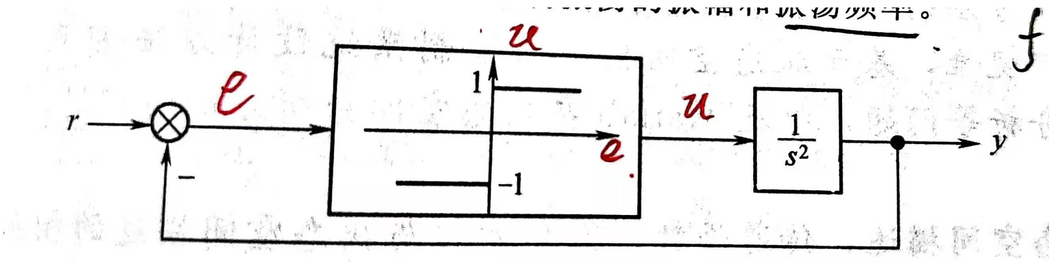
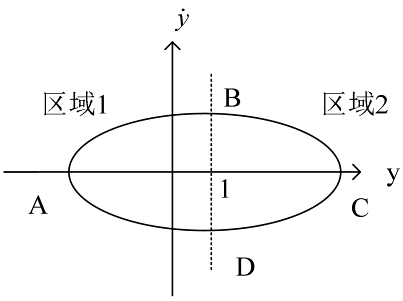


图 8-52 库仑摩擦非线性系统

解：



列写运动方程

$u = \ddot{y}$

$u = \begin{cases} 1, & e>0 \\ -1, & e<0 \end{cases}$，$\ddot{y} = \begin{cases} 1, & 1-y>0 \\ -1, & 1-y<0 \end{cases}$ 即 $\ddot{y} = \begin{cases} 1, & y<1 \\ -1, & y>1 \end{cases}$

区域 1，即 y<1

$$\begin{cases} \ddot{y} = 1 \\ \dot{y} = t + c_1 \\ y = \frac{1}{2}t^2 + c_1 t + c_2 \end{cases}$$

代入初始条件 $y(0) = -8$， $\dot{y}(0) = 0$ 得到 $c1 = 0, c2 = -8$

$$\begin{cases} \dot{y} = t \\ y = \frac{1}{2}t^2 - 8 \end{cases}$$

从 A 点出发，当 y=1 时，求得 $t = 3\sqrt{2}$，此时到达 $B = (3\sqrt{2}, 1)$

进入区域 2，即 y>1

$$\begin{cases} \ddot{y} = -1 \\ \dot{y} = -t + c_3 \\ y = -\frac{1}{2}t^2 + c_3 t + c_4 \end{cases}$$

代入初始条件 $y(0) = 1$， $\dot{y}(0) = 3\sqrt{2}$ 得到 $c3 = 3\sqrt{2}, c4 = 1$

$$\begin{cases} \dot{y} = -t + 3\sqrt{2} \\ y = -\frac{1}{2}t^2 + 3\sqrt{2}t + 1 \end{cases}$$

从 B 点出发，当 $\dot{y} = 0$ 时 $t = 3\sqrt{2}$，则 $y = -9 + 18 + 1 = 10$，到达 $C = (10, 0)$

同样方法得到 $D = (1, -3\sqrt{2})$， $A = (-8, 0)$,总时间为 $t = 4 \times 3\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

因此周期运动 $T = 12\sqrt{2}s$，频率 $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\sqrt{2}}{24} Hz$，振幅为 9