第七章习题参考答案：

7-1 解：

①由 X*(t)定义式以及 X*（s）定义式得：

$$X^*(t)=\sum_{K=0}^{+\infty} te^{-at}\cdot\delta(t-KT_S)$$

$$X^*(s)=\sum_{K=0}^{+\infty} KT_S\cdot e^{-aKT_s}\cdot e^{KT_s s}=\sum_{K=0}^{+\infty} KT_s e^{-KT_s(s+a)}=\frac{T_s e^{-T_s(s+a)}}{[1-e^{-T_s(s+a)}]^2}$$

②由 X*(t)定义式：

$$X*(s)=F(\text{s+a})=\frac{e^{sT_s}\sin wT_s}{e^{2sT_s}-2e^{sT_s}\cos wT_s+1}$$

令: $F(s)=L(\sin wKT_s)=\dfrac{e^{sT_s}\sin wT_s}{e^{2sT_s}-2e^{sT_s}\cos wT_s+1}$

则由复位移定理：$X*(s)=F(\text{s+a})=\dfrac{e^{(s+a)T_s}\sin wT_s}{e^{2(s+a)T_s}-2e^{(s+a)T_s}\cos wT_s+1}$

③由 X*(t)定义式：

$$X^*(t)=\sum_{K=0}^{+\infty} t^2\cos wt\cdot\delta(t-KT_S)$$

令: $F(s)=L(\cos wKT_s)=\dfrac{e^{sT_s}(e^{sT_s}-\cos wT_s)}{e^{2sT_s}-2e^{sT_s}\cos wT_s+1}$，则：

$$X*(s)=\frac{d^2F(s)}{ds}=\frac{T_s^2\cos wT_s(e^{2sT_s}-2e^{sT_s}\cos wT_s-2e^{-sT_s}\cos wT_s+e^{-2sT_s})}{(e^{2sT_s}-2e^{sT_s}\cos wT_s+1)^4}$$

④ $x(t)=ta^{4t}=te^{(4\ln a)t}$，由 X*(t)定义式：

$$X^*(t)=\sum_{K=0}^{+\infty} ta^{4t}\cdot\delta(t-KT_S)$$

令：$F(\text{s})=L（\text{t}）=\dfrac{\text{T}_\text{S}e^{sT_s}}{(e^{sT_s}-1)^2}$，则：

$$X^*(s)=F（\text{s}-4\ln\text{a}）=\frac{\text{T}_\text{S}e^{(s-4\ln a)T_s}}{(e^{(s-4\ln a)T_s}-1)^2}=\frac{\text{T}_\text{S}e^{sT_s}a^{4T_s}}{(e^{sT_s}-a^{4T_s})^2}$$

7-5 解：

① 系统脉冲传递函数为：

$$G(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=Z(\frac{1-e^{-Ts}}{s}\cdot\frac{1}{s+1})=\frac{z-1}{z}Z(\frac{1}{s(s+1)})=\frac{z-1}{z}(\frac{z}{z-1}-\frac{z}{z-0.368})=\frac{z-1.368}{z-0.368}$$

② 因为

$$G(z)=\frac{z-1.368}{z-0.368}=1-\frac{z^{-1}}{1-0.368z^{-1}}=1-[z^{-1}+0.368z^{-2}+(0.368)^2z^{-3}+\cdots]$$
$$=1-z^{-1}-0.368z^{-2}-0.135z^{-3}-\cdots$$

所以，当输入为阶跃输入时：

$$y^*(t)=Z^{-1}[G(z)]=\delta(t)-\delta(t-1)-0.368\delta(t-2)-0.135\delta(t-3)-\cdots$$

7-7 解：

如图，$G_1(s)$ 与 $H_1(s)$ 、$G_1(s)$ 与 $H_2(s)$ 之间均无采样开关，由梅逊增益公式得系统脉冲传递函数为：

$$\Phi(z)=\frac{G_1(z)}{1+G_1H_1(z)+G_1H_2(z)}$$

7-8 解：

如图，$G_1(s)$ 与 $H_1(s)$ 间无采样开关，$G_1(s)$ 与 $H_2(s)$ 间有采样开关，由梅逊增益公式得系统脉冲传递函数为：

$$\Phi(z)=\frac{G_1(z)}{1+G_1H_1(z)+G_1(z)H_2(z)}$$

7-10 解：

①系统开环传递函数为：$G(s)=\dfrac{(1-e^{-sT})}{s(s+1)}$，故开环脉冲传递函数为：$G(z)=\dfrac{(1-e^{-T})}{z-e^{-T}}$ 故得闭环特征方程：$z=2e^{-T}-1$,即：$|z|=<1$，系统稳定。

② 根据开环脉冲传递函数可知为 0 型系统，

r(t)=1(t)+t

其中阶跃分量输入下，系统静态系数：$K_p=\lim\limits_{z\to1}[1+G(z)]=2$，稳态误差分量为 0.5

斜坡分量输入下，稳态误差分量为∞

因此总稳态误差为∞

7-11 解：系统脉冲传递函数为：

$$G(z)=\frac{z-1}{z}Z(\frac{K}{s^2(s+5)})=\frac{K}{25}(\frac{5}{z-1}+\frac{z-1}{z-0.0067}-1)$$

系统闭环特征方程为：$1+\dfrac{K}{25}(\dfrac{5}{z-1}+\dfrac{z-1}{z-0.0067}-1)=0$，即：

$$z^2+(0.16K-1.0067)z+0.0384K+0.0067=0$$

令 $z=\dfrac{w+1}{w-1}$ 得：$0.198Kw^2+2(9.993-0.0384K)w+2.016-0.122K=0$

由 $\begin{cases} k>0 \\ 9.993-0.0384K>0 \\ 2.013-0.122K>0 \end{cases}$ 得：0<K<16.5

7-15 解：

系统开环脉冲传递函数为：

$$G(z)=Z(\frac{1-e^{-Ts}}{s}\cdot\frac{K}{s(0.1s+1)})=\frac{z-1}{z}Z[\frac{K}{s^2(0.1s+1)}]=K\,\frac{z-1}{z}\cdot\frac{9z+1}{10(z-1)^2}$$

$$=\frac{0.9Kz^{-1}(1+0.11z^{-1})}{1-z^{-1}}$$

输入为 t 时：（其他输入同理）

选取 $G_B(z)=2z^{-1}-z^{-2}$，则

$$D(z)=\frac{G_B(z)}{G(z)(1-G_B(z))}=\frac{2.22(1-0.5z^{-1})}{K(1-z^{-1})(1+0.11z^{-1})}$$

$$Y(z)=G_B(z)R(z)=2z^{-2}+3z^{-3}+\cdots$$

$$y^*(t)=2\delta(t-2)+3\delta(t-3)+4\delta(t-4)\cdots$$

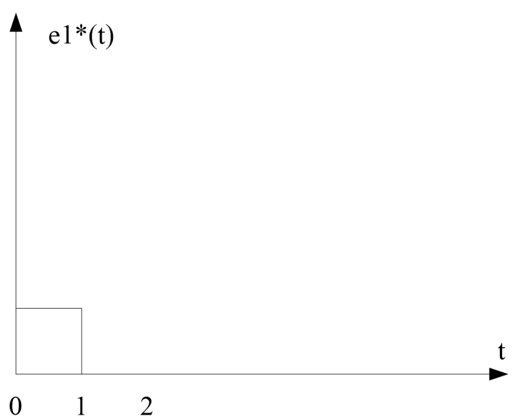
$$E_1(z)=G_e(z)R(z)=z^{-1}$$

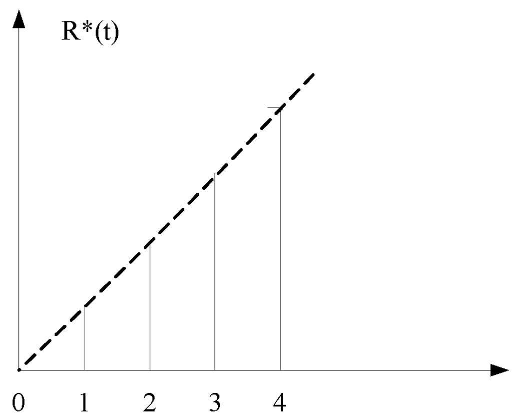
$$e_1^*(t)=\delta(t-1)$$

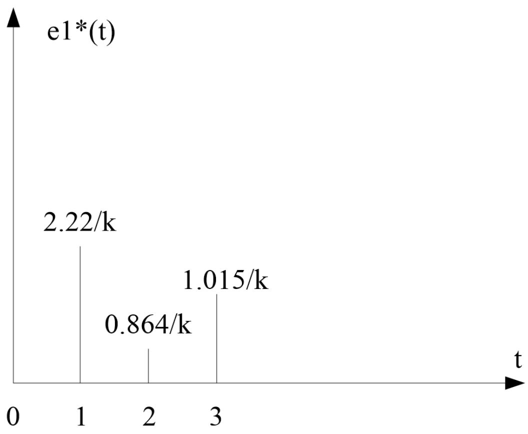
$$E_2(z)=G_e(z)R(z)D(z)=\frac{2.22(1-0.5z^{-1})}{Kz^{-1}(1-z^{-1})(1+0.11z^{-1})}=\frac{2.22}{K}z^{-1}+\frac{0.864}{K}z^{-2}+\frac{1.015}{K}z^{-3}+\ldots$$

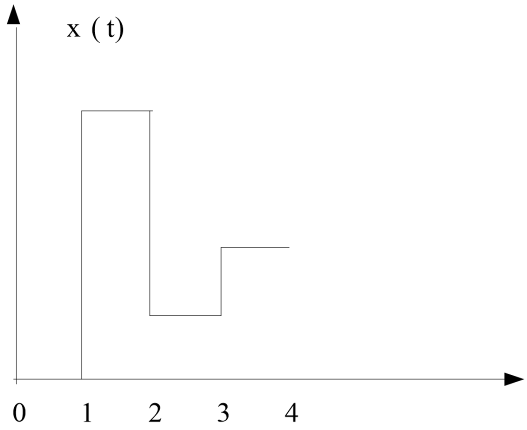
$$e_2^*(t)=\frac{2.22}{K}\delta(t-1)+\frac{0.864}{K}\delta(t-2)+\frac{1.015}{K}\delta(t-3)+\ldots$$

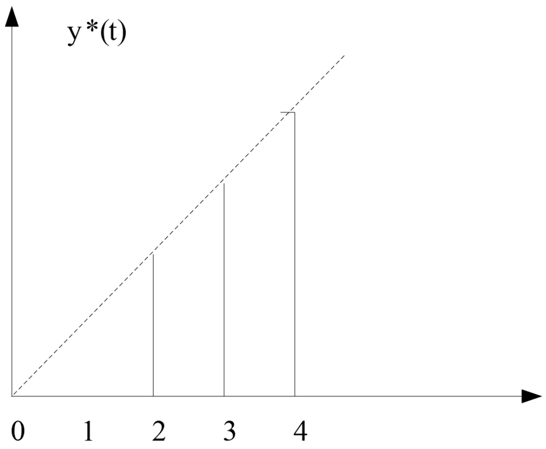
波形图如下：

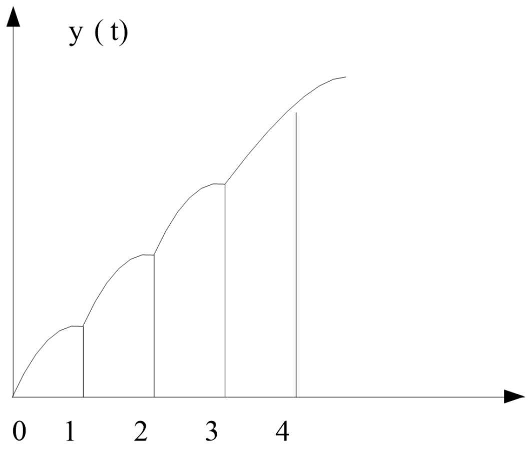





e1*(t)
2.22/k
0.864/k
1.015/k
t
0
1
2
3


x (t)
0
1
2
3
4


y*(t)
0
1
2
3
4


y (t)
0
1
2
3
4

7-2

② $x(kT)=e^{-akT}\cos\omega kT$ 的 Z 变换

$$x(z)=\sum_{\mathrm{k=0}}^{\infty}x(kT)z^{-K}$$
$$=\frac{1}{2}\sum_{\mathrm{k=0}}^{\infty}e^{-akT}(e^{j\omega kT}+e^{-j\omega kT})z^{-k}$$
$$=\frac{1}{2}(\frac{1}{1-e^{(j\omega-a)T}z^{-1}}+\frac{1}{1-e^{-(j\omega+a)T}z^{-1}})$$
$$=\frac{e^{aT}z(e^{aT}z-\cos\omega T)}{e^{2aT}z^2-2\cos\omega Te^{aT}z+1}$$

④ $x(kT)=t\sin\omega t$ 的 Z 变换

$$x(z)=\frac{Tz\sin\omega T(z^2-1)}{(z^2-2\cos\omega Tz+1)^2}$$

⑥ $Z[G(s)]=\frac{z}{2(z-1)}-\frac{z}{z-e^{-T}}+\frac{z}{2(z-e^{-2T})}$

⑧ $Z[G(s)]=\frac{1-e^{-T}}{z^4(z-e^{T})(z-1)}$

7-3

① $x(kT)=\frac{3}{2}\left[(-1)^k-(-5)^k\right]u\left(kT\right)$

③ $x(kT)=\left[(-1)^k-(-2)^k+\frac{1}{2}(-2)^k k\right]u\left(kT\right)$