

《复变函数与积分变换》课程主要知识点：

第一章

- *复数的实部，虚部，辐角主值，绝对值的概念以及计算。
- *复数的加减乘除并化简为 $x + iy$ 或者 $r(\cos(\theta) + i \sin(\theta))$ 的形式。
- *计算复数的方幂，计算复数的开方。
- *复曲线的概念和描述方式形如 $z(t) = x(t) + i y(t)$ ，或者形如 $|z - 1| = 2$ 。
- *根据复曲线的描述（比如 $|z - 1| = 2$ ）判断曲线的性质或类型。
- *区域的概念：开区域、闭区域、有界域、无界域、单连通域、多连通域等。
- *根据区域的描述（比如 $|z - 1| > 2$ ）判断区域的性质或类型。
- *复变函数的描述方式形如 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ 或者形如 $f(z) = e^{iz}$
- *已知函数 $f(z)$ 和自变量 z_0 ，计算函数值 $f(z_0)$ 并化简。

第二章

- *复变函数导数的概念，以及解析的概念。
- *可导的充要条件：C-R 方程组，以及可导时的导数公式： $f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial x}$ 。
- *利用 C-R 方程组判断函数 $f(z) = u + iv$ 在何处可导，何处解析。
- *已知函数 $f(z)$ 在 $z = z_0$ 处可导，计算导数值 $f'(z_0)$ 并化简。
- *初等函数只掌握几个： e^z ， $\ln(z)$ ， z^α （包括 z^n ）， $\sin(z)$ ， $\cos(z)$ 。
- *上述初等函数的定义以及性质：解析性，有界性，周期性等。
- *一般幂函数 z^α 的化简计算。

第三章

- *复变函数积分的概念，注意复曲线（包括简单闭曲线）的积分方向。
- *计算曲线积分的一般公式 $\int_C f(z) dz = \int_a^b f(z(t)) z'(t) dt$ 。
- *已知函数 $f(z) = u + iv$ 和曲线 $z(t) = x(t) + i y(t)$ ，计算积分 $\int_C f(z) dz$ 。
- *关于闭曲线积分的柯西积分定理及其各种推论，其中复合闭路原理是重点。
- *柯西积分公式和高阶导数公式在闭曲线积分中的应用。
- *综合利用上述原理和公式，计算函数 $f(z)$ 沿闭曲线 C 的积分 $\oint_C f(z) dz$ 。
- *判断一个二元实函数是否为调和函数。
- *已知一个二元实函数为调和函数，计算它的共轭调和函数。

第四章

- *数项级数的概念，绝对收敛和条件收敛的概念。
- *数项级数敛散性的基本判别方法，多看一些典型的例子。
- *幂级数的概念和收敛圆盘，计算收敛半径的两个方法。
- *掌握三个初等函数 e^z ， $\sin(z)$ ， $\cos(z)$ 以 0 为中心的幂级数展开（泰勒级数）。
- *这个幂级数展开要熟悉： $\frac{1}{1-z} = \sum_{n=0}^{\infty} z^n$ ，条件是： $|z| < 1$ 。

- *洛朗级数的概念，比如展开中心，收敛圆环等。
- *利用上述级数展开并结合一些技巧间接计算一些分式函数的洛朗展式。

第五章

- *孤立奇点的留数是奇点的去心邻域(圆环)上洛朗展式中 -1 次幂项的系数 c_{-1} 。
- *留数根据奇点的类型分类计算，奇点分 3 类：可去奇点、极点、本性奇点。
- *计算极点留数的准则 I (1 级极点) 和准则 II (多级极点)，无需级数展开。
- *本性奇点的留数计算只能以此点为中心洛朗展开，然后取 -1 次项的系数 c_{-1} 。
- *积分的留数理论： $\oint_C f(z)dz$ 为闭曲线内各奇点留数之和再乘 $2\pi i$ 。

*综合利用留数理论和上述留数的各种计算准则计算闭曲线积分 $\oint_C f(z)dz$ 。

如果 $f(z)$ 在 C 中的奇点都是极点，那么也可以采用第三章的方法完成。由于是两套理论，写法上有所差别，但是计算上并无本质不同。

第七章

- *理解傅里叶变换的概念。
- *周期函数的傅里叶变换（傅里叶系数） c_n 的计算公式。
- *非周期函数的傅里叶变换 $F(\omega)$ 的计算公式。
- *上述公式的计算可能用到高数定积分中的一些技术，比如分部积分方法。

第八章

- *拉普拉斯变换的概念。
- *记住常数、 t^m 、 e^{at} 三个函数的拉氏变换。
- *拉氏变换的线性性质和微分性质。
- *拉普拉斯逆变换（反演公式，利用留数计算原函数）。
- *综合利用上述知识求解常微分方程或方程组。