

绪论

渐进复杂度：大 θ 记号

Any time you are stuck on a problem, introduce more notation.

- Chris Skinner

Mathematics is more in need of good notations than of new theorems.

- A. Turing

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

渐进分析

❖ 回到原先的问题：

随着问题规模的增长，计算成本如何增长？

❖ 当输入规模 $n \gg 2$ 后，算法

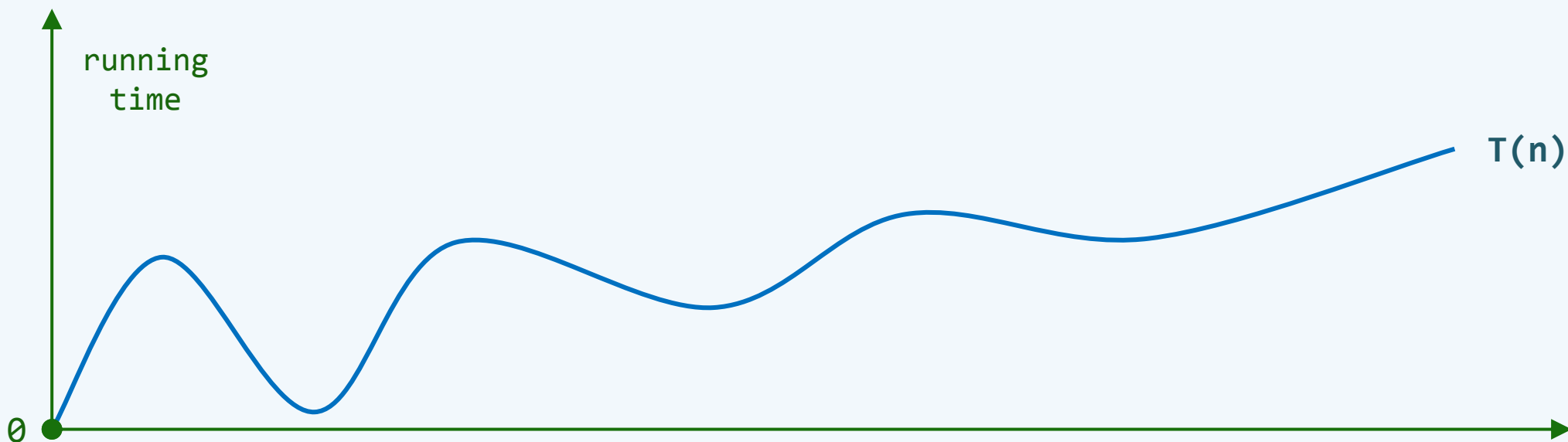
需执行的基本操作次数 $T(n) = ?$

❖ 这里更关心：

问题规模**足够大**之后，计算成本的**增长趋势**

❖ 如欲更为精确地估计，还可考查

需占用的存储单元数 $S(n) = ?$



Big-O notation

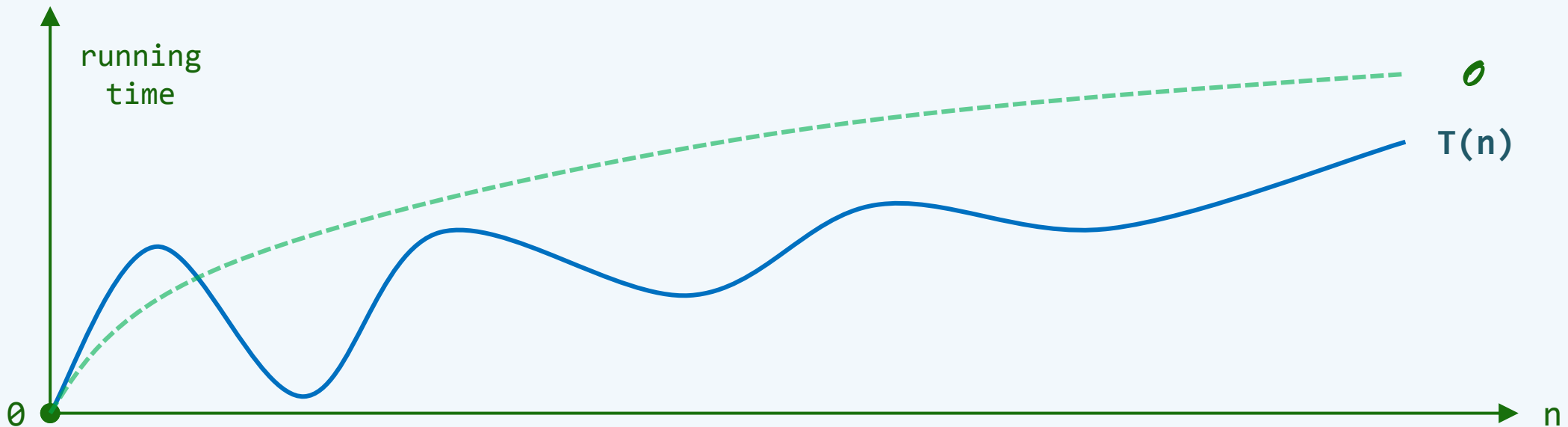
❖ **Paul Bachmann, 1894:** $T(n) = \mathcal{O}(f(n))$ iff $\exists c > 0$ s.t. $T(n) < c \cdot f(n) \quad \forall n \gg 2$

$$Ex: \sqrt{5n \cdot [3n \cdot (n+2) + 4] + 6} < \sqrt{5n \cdot [6n^2 + 4] + 6} < \sqrt{35n^3 + 6} < 6 \cdot n^{1.5} = \mathcal{O}(n^{1.5})$$

❖ 与 $T(n)$ 相比, $f(n)$ 在形式上更为**简洁**, 但依然反映前者的增长**趋势**

$$\mathcal{O}(f(n)) = \mathcal{O}(c \cdot f(n))$$

$$\mathcal{O}(n^a + n^b) = \mathcal{O}(n^a), \quad a \geq b > 0$$



其它记号

$$T(n) = \Omega(f(n)) \quad \text{iff} \quad \exists c > 0 \quad \text{s.t.} \quad T(n) > c \cdot f(n) \quad \forall n \gg 2$$

$$T(n) = \Theta(f(n)) \quad \text{iff} \quad \exists c_1 > c_2 > 0 \quad \text{s.t.} \quad c_1 \cdot f(n) > T(n) > c_2 \cdot f(n) \quad \forall n \gg 2$$

