

假设 $sum = \sum_{i=0}^{n-1} a_i$

众数分为两种情况：

- 如果 $sum \% n = 0$ ，则所有数都可以修改为 $\frac{sum}{n}$
- 如果 $sum \% n \neq 0$ ，则可知必然可以有 $n - 1$ 个数修改为相同的数，因为可以将其中一个数用于与其它数搭配组成一次操作

a

1

2

6

7

8

sum=24, $sum \% n = 24 \% 5 = 4$
让 $n-1$ 个数变为 2

①

2

2

6

7

7

$i=0$, $a[0]=1$, 需要 +1; $a[4]=9$, 一次操作需要 -1

②

2

2

6

7

7

$i=1$, $a[1]=2$, 无需操作

③

2

2

2

7

11

$i=2$, $a[2]=6$, 变为 2, 需要进行 4 次 -1; 则 $a[4]$ 需要进行 4 次 +1

④

2

2

2

2

16

$i=3$, $a[3]=7$, 变为 2, 需要进行 5 次 -1; 则 $a[4]$ 需要进行 5 次 +1

当将 $a[4]$ 作为搭配数时，可最终使得 4 个数变为众数

现在还存在两个问题：

- Q1: 将哪个数作为配对数?
 - 每个数都有可能，枚举每个数作为配对数
- Q2: 将 $n - 1$ 个数都转换为哪些数?
 - 转换为 $n - 1$ 个数的平均数，能使操作数最少

证明:

假设要转换的数为 $target$

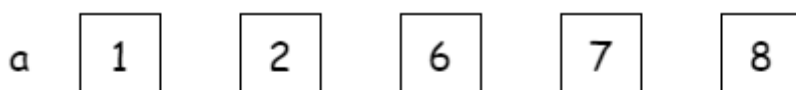
- 有 lc 个小于 $target$ 的数, 这些数的和为 l_sum , 则 $x = lc * target - l_sum$ 是需要 $+1$ 的次数
- 有 rc 个大于 $target$ 的数, 这些数的和为 r_sum , 则 $y = r_sum - rc * target$ 是需要 -1 的次数

最后总的操作数为 $Max(x, y)$, 其中 $abs(x - y)$ 次数可以通过配合数进行消除, 从而使得 $n - 1$ 个数都达到 $target$ 。

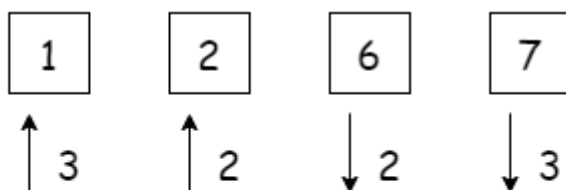
为了使操作数尽可能的少, 则应该让 x 和 y 尽可能的接近, 这时候应当 $target = average$ 。

- 假设 x_avg 为小于 $target$ 的数增加到 $average$ 需要的 $+1$ 次数
- 假设 y_avg 为大于 $target$ 的数减小到 $average$ 需要的 -1 次数

可知 $x_avg = y_avg$, 以上面的例子进行说明:



其中 $n-1$ 个数为 $a[0..3]$, $average = (1+2+6+7) / 4 = 4$



可知, $x_avg = y_avg = 5$

- 调整 $target < average$, 可知大于 $target$ 的数必然需要大于 y_avg 的 -1 的次数才可以到达 $target$
- 调整 $target > average$, 可知小于 $target$ 的数必然需要大于 x_avg 的 $+1$ 的次数才可以到达 $target$
- 从上面两种情况, 可以得证: 当 $target = average$ 时, 能使 x 和 y 尽可能的小

注意:

由于 $average$ 不一定是整数, 所以需要考虑 $floor(average)$ 和 $ceil(average)$ 两种情况。