第四章（1） 不等式，大数定理

一、不等式部分

1 马尔可夫不等式

$\boxed{\text{马尔可夫不等式：设}X\text{是一个均值有限的非负随机变量，均值为}E(X)\text{，那么，对于任意正数}a\text{，有}P(X \geq a) \leq \frac{E(X)}{a}\text{，换}}$

2 切比雪夫不等式

$\boxed{\text{切比雪夫不等式：设}X\text{是一个随机变量，均值}E(X)\text{，方差}\sigma^2\text{都是有限的。那么，对于任意的}k>0\text{，存在，}P(|X-E(x)| \geq}$

含义：随机变量于均值超过k个标准差的概率，不会超过$\frac{1}{k^2}$

(尝试思考用"**马尔可夫不等式**"，证明"**切比雪夫不等式**")

二、收敛类型

1 依分布收敛（弱收敛）

2 依概率收敛

$\boxed{\lim_{n\to\infty} P(|X_n - X| \geq \delta) = 0\text{对于任意的}\delta > 0\text{都成立，那么说序列}X_N\text{依概率收敛于}X}$

三、大数定律

1 切比雪夫大数定律

内容：随机变量X_1, X_2，$\ldots, X_n$两两不相关，算数平均值$\bar{X}_n$依概率收敛于期望的均值

公式：

$\boxed{\text{若随机变量}X_1, X_2, \ldots, X_n\text{两两不相关，方差}D(X_i)\text{存在且有限，}\lim_{n\to\infty} P(|\frac{1}{n}\Sigma_{i=1}^n X_i - \frac{1}{n}\Sigma_{i=1}^n E(X_i)| < \epsilon) = 1\text{，对于任}}$

记作：

$\frac{1}{n}\Sigma_{i=1}^n (X_i - E(X_i)) \xrightarrow{P} 0$

2 伯努利大数定律

公式： 设n_A为n重伯努利实验中事件A发生的次数，p为A发生的概率

$\boxed{\lim_{n\to\infty} P(|\frac{n_A}{n} - p| < \epsilon = 1}$

3 辛钦大数定律

公式：随机变量序列$\{X_n\}$独立同分布，且$E(X_i) = \mu$存在，对于任意的$\epsilon > 0$，有

$\boxed{\lim_{n\to\infty} P(|\frac{1}{n}\Sigma_{i=1}^n X_i - \mu| < \epsilon) = 1}$