

## 第二章 纳什均衡与囚徒困境博弈



1

### 本章概览

- 2.1 博弈论的基本概念；
- 2.2 囚徒困境博弈；
- 2.3 理性化选择；
- 2.4 纳什均衡与一致预期；
- 2.5 混合战略纳什均衡。

2

### 2.1 博弈论的基本概念

- 博弈论是分析存在相互依赖情况下理性人如何决策的理论工具。本章我们将正式介绍博弈论的一些基本概念。
- 博弈论的基本概念包括参与人、行动、信息、战略、支付、均衡和结果。

3

### 博弈论的基本概念（1）

- 参与人 (players): 博弈中决策主体的集合：什么人参与博弈；每个人是什么角色。
- 行动 (actions): 每个人有些什么样行动可以选择；在什么时候行动。
- 信息 (information): 在博弈中的知识；每个人知道些什么（包括特征、行动等）。
- 战略 (strategies): 行动计划；每个人有什么战略可供选择；战略的完备性。

4

## 博弈论的基本概念（2）

- 支付（**payoffs**）：每个人在不同战略组合下得到些什么；依赖于所有参与人的选择。
- 均衡（**equilibrium**）：所有参与人最优战略的组合。
- 结果（**outcomes**）：我们所感兴趣的东西。

5

## 博弈的分类

|      |          |           |
|------|----------|-----------|
|      | 完全信息     | 不完全信息     |
| 静态博弈 | 完全信息静态博弈 | 不完全信息静态博弈 |
| 动态博弈 | 完全信息动态博弈 | 不完全信息动态博弈 |

6

## 静态博弈

- 最简单的博弈：所有参与人同时选择行动，并且只选择一次；
- “同时”是一个信息概念，而不一定与日历上的时间一致；（地球与太阳之间的距离大约是15,000万公里，太阳光照射到地球需要8分多钟；）

7

## 2.2 囚徒困境博弈

- 囚徒困境：个人理性与集体理性的矛盾
- 囚徒困境的一般形式

8

## 囚徒困境 (prisoners' dilemma)

### 囚徒困境

|     | 坦白     | 不坦白    |
|-----|--------|--------|
| 坦白  | -8, -8 | 0, -10 |
| 不坦白 | -10, 0 | -1, -1 |

- 无论对方如何选择，每个人的最优选择：坦白。  
所以，我们可以预测，结果将是（坦白，坦白）

9

## 占优均衡

- 一般来说，由于每个参与人的效用依赖于所有人的选择，因此每个人的最优战略也依赖于所有其他人的战略。但在上述例子中，一个人的最优选择并不依赖于他人的选择。这样的最优战略，被称为“占优战略” (dominant strategy)。由所有参与人的占优战略构成的战略组合被称为“占优战略均衡” (dominant-strategy equilibrium)。
- 占优战略均衡的出现只要求所有人都是理性的，但不要求每个参与人知道其他参与人是否理性。
- 囚徒困境博弈有占优均衡，所以其结果很容易预测。

10

## 个人理性与集体理性的冲突

- “囚徒困境”表明个人理性与集体理性的冲突。
- 这样的例子很多（寡头竞争，军备竞赛，团队生产中的劳动供给，公共产品的供给，等等）
- 许多的制度就是为解决“囚徒困境”而存在的。

11

### example

#### 公共产品 (public goods)

|     | 提供    | 不提供   |
|-----|-------|-------|
| 提供  | 4, 4  | -1, 5 |
| 不提供 | 5, -1 | 0, 0  |

- 无论对方如何选择，每个人的最优选择：不提供。
- 所以，我们可以预测，结果将是（不提供，不提供）。

12

## 公共产品与税收制度

- 比较私人产品与公共产品的不同：使用上排他性；
- 私人产品是自愿购买的，但公共产品可能需要强制购买；
- 税收制度就是保证公共产品的生产，解决公共产品生产上的“囚徒困境”。

13

## 囚徒困境的一般表示

|     | 合作   | 不合作  |
|-----|------|------|
| 合作  | T, T | S, R |
| 不合作 | R, S | P, P |

满足：  $R > T > P > S$ ;  $(S+R) < T+T$

14

## 用法律解决囚徒困境

|     | 合作     | 不合作    |
|-----|--------|--------|
| 合作  | T, T   | S, R-X |
| 不合作 | R-X, S | P, P   |

满足：  $X > R-T$

15

## 2.3 理性化选择

- 理性人不选择坏战略
- 理性共识

16

## “智猪博弈”

- 有些博弈没有占优均衡，但通过剔除“坏”战略，我们可以预测博弈的结果。如“智猪博弈”。

|    | 按     | 等待   |
|----|-------|------|
| 按  | 3, 1  | 2, 4 |
| 等待 | 7, -1 | 0, 0 |

大猪的最优选择依赖于小猪的选择，但小猪的最优选择与大猪的选择无关。如果大猪知道小猪的理性的，大猪将选择“按”。  
均衡是“大猪按，小猪等待”。  
“劣”战略：无论对方选择什么，如果自己选择A得到的总是收益小于选择B得到的收益，A就是相对于B的劣战略。

17

## 重复剔除占优均衡

- “重复剔除严格劣战略”(iterated elimination of strictly dominated strategy)的思路：首先找出博弈参与人的劣战略(dominated strategy)，把劣战略剔除后，剩下的是一个不包含已剔除劣战略的新的博弈；然后在剔除这个新的博弈中的劣战略；继续这个过程，直到没有劣战略存在。如果剩下的战略组合是唯一的，这个唯一的战略组合就是“重复剔除占优均衡”。
- 如果这样的解存在，我们说该博弈是“重复剔除占优可解的”。

18

## 理性共识

(common knowledge of rationality)

- (1)零阶理性 (Zero-order CKR) :
  - 每个人都是理性的，但不知道其他人是否是理性的；
- (2)一阶理性 (first-order CKR) :
  - 每个人是理性的，并且知道其他每个人也都是理性的，但并不知道其他人是否知道自己是理性的；
- (3)二阶理性 (second-order CKR) :
  - (1)+(2)+每个人知道(2)

19

## 重复剔除与理性共识

- 重复剔除不仅要求每个人是理性的，而且要求每个人知道其他人是理性的，每个人知道每个人知道每个人是理性的，如此等等，即理性是“**共同知识**” (共识)

20

## n阶理性

- 我们分析时，一般认为n足够大，可能保证我们往下走。所以，一般情况下不需要考虑几阶理性的问题。我们之所以给出分析，是为了让大家通过例子理解理性的共同知识，并且理性的共同知识很重要，是我们往下走的前提。
- 选择越多，对理性共识的要求越高。

21

## 好事变坏事？

在单人决策中，个人给定选择在所有情况下的收益都增加，一个人的状况不会变得更坏，但博弈中则不同。

|   | 左     | 右    |
|---|-------|------|
| 上 | -1, 3 | 2, 1 |
| 下 | 0, 2  | 3, 4 |

|   | 左    | 右    |
|---|------|------|
| 上 | 1, 3 | 4, 1 |
| 下 | 0, 2 | 3, 4 |

22

## 不能用重复剔除解的博弈

- 许多博弈没有占优均衡，也没有重复剔除的占优均衡。考虑如下博弈：

|    | C1           | C2          | C3                  |
|----|--------------|-------------|---------------------|
| R1 | 0, <u>4</u>  | 4, 0        | 5, 3                |
| R2 | <u>4</u> , 0 | 0, <u>4</u> | 5, 3                |
| R3 | 3, 5         | 3, 5        | <u>6</u> , <u>6</u> |

23

## 可理性化的选择

- 不能被重复剔除的战略：或者说，可以被合理的信念(belief)所支持的行为。

24

## 风险决策

- 输赢的不对称：当人们面临风险决策时，他们更在乎的是成功与失败，赢和输，财富的变化，而不是最终的财富状态；比如说，100元损失导致的效用的减少远远大于100收益导致的效用的增加；
- 人们是损失规避型的(loss aversion)；
- 效用是“禀赋（占有）依存”的。

25

## 2.4 纳什均衡与一致预期

- 纳什均衡：所有参与人的最优战略的组合：给定该战略中别人的选择，没有人有积极性改变自己的选择。
- 一致预期：基于信念的选择是合理的；支持选择的信念是正确的；
- 混合策略下的纳什均衡。

26

## 哲学思考

- 如果参与人事前达成一个协议，在不存在外部强制的情况下，每个人都有积极性遵守这个协议，这个协议就是纳什均衡。

27

## 寻找纳什均衡

|    | C1               | C2          | C3               |
|----|------------------|-------------|------------------|
| R1 | <u>100</u> , 100 | 0, 0        | 50, <u>101</u>   |
| R2 | 50, 0            | <b>1, 1</b> | 60, 0            |
| R3 | 0, <u>300</u>    | 0, 0        | <u>200</u> , 200 |

28

## example

## 纳什均衡举例

- 广告博弈

|     |      | 企业2   |        |
|-----|------|-------|--------|
|     |      | 策略    |        |
| 企业1 | 做广告  | 4, 4  | 15, 1  |
|     | 不做广告 | 1, 15 | 10, 10 |

- 纳什均衡：（做广告，做广告）

29

## example

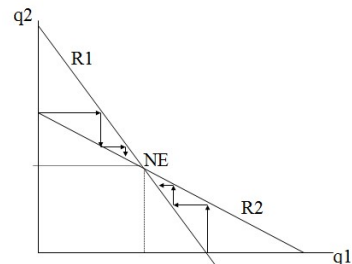
## 所有权配置与等级结构

- 考虑团队生产：让其中的一个人变成所有者

|    | 工作   | 偷懒   |
|----|------|------|
| 工作 | 6, 6 | 0, 8 |
| 偷懒 | 8, 0 | 2, 2 |

30

## 纳什均衡与学习过程



31

## example

## 双寡头竞争

- 企业最大化利润的一阶条件为：

$$q_1 = R_1(q_2) = \frac{a-c}{2} - \frac{q_2}{2}$$

$$q_2 = R_2(q_1) = \frac{a-c}{2} - \frac{q_1}{2}$$

- 纳什均衡产量：  $q_1^{NE} = q_2^{NE} = \frac{a-c}{3}$

- 纳什均衡利润为：  $\Pi_1^{NE} = \Pi_2^{NE} = \frac{(a-c)^2}{9}$

32



example

## 垄断产量和垄断利润

- 垄断企业的目标函数：

$$\Pi_M = QP(Q) - Qc = Q(a - Q - c)$$

- 垄断产量： $Q_M = \frac{a-c}{2}$

- 垄断利润： $\Pi_M = \frac{(a-c)^2}{4}$

33

example

## 划拳博弈

|    | 老虎    | 鸡     | 虫     | 杠子    |
|----|-------|-------|-------|-------|
| 老虎 | 0, 0  | 1, -1 | 0, 0  | -1, 1 |
| 鸡  | -1, 1 | 0, 0  | 1, -1 | 0, 0  |
| 虫  | 0, 0  | -1, 1 | 0, 0  | 1, -1 |
| 杠子 | 1, -1 | 0, 0  | -1, 1 | 0, 0  |

34

## 2.5 混合战略纳什均衡

- 有些博弈没有“纯战略”纳什均衡，但有混合战略纳什均衡，如**监督博弈**。

|     | 偷懒    | 不偷懒   |
|-----|-------|-------|
| 监督  | 1, -1 | -1, 2 |
| 不监督 | -2, 3 | 2, 2  |

给定工人偷懒，老板的最优选择是监督；给定老板监督，工人的最优选择不偷懒；给定工人不偷懒，老板的最优选择不监督；给定老板不监督，工人的最优选择是偷懒；如此循环。

35

## 风险与均衡

由于纳什均衡要求理性共识和一致预期，当人们可能犯小小的错误时，纳什均衡不一定被选择。如下面这个博弈中，多数人将选择“下”而不是“上”。

|   | 左     | 右        |
|---|-------|----------|
| 上 | 8, 10 | -1000, 9 |
| 下 | 7, 6  | 6, 5     |

- 只要B有千分之一的概念错误地选择右，A将选择下；如果B怀疑A怀疑自己可能犯错误，B将选择左。所以，出现的不是纳什均衡。

36

有问题的纳什均衡？

|    | C1   | C2   | C3   |
|----|------|------|------|
| R1 | 2, 2 | 3, 1 | 0, 2 |
| R2 | 1, 3 | 2, 2 | 3, 2 |
| R3 | 2, 0 | 2, 3 | 2, 2 |

37