1、求极限. （32 分）

（1）$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n+1}}\right)$　　（2）$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n+1}$

（3）$\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\tan x-\sin x}{x^3}\right)$　　（4）$\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{\ln(1+x)}-\frac{1}{x}\right)$

2、求导数. （20 分）

（1）设 $y=\ln\tan\frac{x}{3}+e^{\sqrt{x}}\sin x^2$，求 y' .

（2）设函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^y-xy=e$ 所确定，求 $y'(0)$.

3、已知 $f(x)=\begin{cases} x^2\cos\frac{1}{x^2} & x\neq 0 \\ a & x=0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，求 a 的值，并讨论此时 $f(x)$ 在 $x=0$ 处是否可导，若可导，则求出 $f'(0)$；若不可导，说明理由. （16 分）

4、设 $\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)=3$，求 $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x+5)-f(x)]$. （16 分）

5、设某同学在操场跑步时速度函数为 $S(t)=2t^3-9t^2+12t$，时间 $t\in[0,3]$.试判断该同学在这段时间内有几次加速过程和几次减速过程？并给出具体时间段以及加速度为零的时刻.（16 分）

孔艺璐
081525170
电信5班

1.(1) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n+1}}\right)$

-8

(2) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n+1}$

-8

(3) $\lim\left(\frac{\tan x-\sin x}{x^3}\right)$

当 $x\to 0$ 时.

$(\tan x-\sin x)\to 0$

$x^3\to 0$

$\therefore \lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan x-\sin x}{x^3}\right)=0$

-8

(4) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\ln(1+x)}-\frac{1}{x}\right)$

$x\to 0$, $\ln(1+x)\sim x$

$\therefore \lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\ln(1+x)}-\frac{1}{x}\right)=0$

-7

2. (1) $y=\ln\tan\frac{x}{3}+e^{\sqrt{x}}\sin\cancel{x}\,x^2$

设 $\tan\frac{x}{3}=u$, $\sqrt{x}=m$. $x^2=n$

$\therefore$ 原式 $=$ ~~ln tan~~ $\ln u+e^{m}\sin n$.

$y'=$

-10

(2). $y'e^y-y'=e$

$y'(0)=e$.

-10

3. 设 $f(x)=$ ~~y~~ $y=x^2\cos\frac{1}{x^2}$

$f(x)\neq 0$.

~~f(x)~~ $\lim_{x\to 0}x^2\cos\frac{1}{x^2}=0$.

$\therefore a=0$.

可导.

$f'(0)=0$.

-12

4. $\because f'(x)=3$

$\therefore f(x)=3x$.

~~$\lim_{x\to+\infty}[f(x+5)-f$~~

$f(x+5)=3x+15$.

$\lim_{x\to+\infty}[f(x+5)-f(x)]=\lim_{x\to+\infty}15$.

当 $x\to+\infty$

$\lim_{x\to+\infty}15=15$.

-16

5. ~~$s(t)'=6x^2-18t$~~

~~$s'(t)=6t^2-18t+12=0$.~~

~~$s''(t)=12t-18$~~

~~$t=4$~~

文 ~~$s(t)=6t^2+12t$~~

$s'(t)=6t^2-18t+12$

-13