

1、求极限. (32 分)

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n+1}} \right)$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n+1}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan x - \sin x}{x^3} \right)$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x} \right)$$

2、求导数. (20 分)

$$(1) \text{ 设 } y = \ln \tan \frac{x}{3} + e^{\sqrt{x}} \sin x^2, \text{ 求 } y'.$$

$$(2) \text{ 设函数 } y = y(x) \text{ 由方程 } e^y - xy = e \text{ 所确定, 求 } y'(0).$$

3、已知  $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x^2} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 求  $a$  的值, 并讨论此时  $f(x)$  在

$x=0$  处是否可导, 若可导, 则求出  $f'(0)$ ; 若不可导, 说明理由. (16 分)

$$4、\text{ 设 } \lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 3, \text{ 求 } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x+5) - f(x)]. \quad (16 \text{ 分})$$

5、设某同学在操场跑步时速度函数为  $S(t) = 2t^3 - 9t^2 + 12t$ , 时间  $t \in [0, 3]$ . 试判断该同学在这段时间内有几次加速过程和几次减速过程? 并给出具体时间段以及加速度为零的时刻. (16 分)

叶海燕 电子信息类 081525091

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n+1}} + \frac{1}{\sqrt{n+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n+4n+1}} \right) = 0. -8$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n+1} = 1 - 8$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{\tan x - \sin x}{x^2} \right) = 0 - 8$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\ln(4x)} - \frac{1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\ln(4x)} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0. -8$$

$$2(1) \text{解 } y' = \frac{\frac{1}{\cos^2 x}}{\tan x} + \frac{1}{2} x^{-\frac{3}{2}} e^{x^2} \sin x^2 + e^{\sqrt{x}} 2x \cos x^2.$$

$$y' = \frac{1}{\sin x \cos x} + \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} \sin x^2 + 2x e^{\sqrt{x}} \cos x^2. -2$$

$$(2) \text{解 } e^y y' - y - xy' = 0.$$

$$y'(0) \cdot e^y - y = 0.$$

$$y'(0) = \frac{y}{e^y} -5$$

$$3 \text{解 } \lim_{x \rightarrow 0} x \cos \frac{1}{x^2} = 1$$

$$\therefore a=1$$

$$\therefore f(0) \neq$$

$$-16$$

$$4 \text{角平: } \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x+5) - f(x)] = 5f'(x)$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3. -16$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x+5) - f(x)] = 15$$

$$5 \text{解: } S(t) = 6t^2 - 18t + 12 = 6(t-1)(t-2) = 0 \Rightarrow t=1 \text{ 或 } 2.$$

$\therefore$  当  $t \in [0, 1]$ ,  $S(t)$  单增

当  $t \in [1, 2]$ ,  $S(t)$  单减

当  $t \in [2, 3]$ ,  $S(t)$  单增

该同学在这段时间内有 2 次加速过程, 1 次减速过程.

在  $[0, 1]$  上加速, 在  $[1, 2]$  上减速, 在  $[2, 3]$  上加速.

加速度为零的时刻为  $t=1$  或  $2$ .