1、求极限.（32 分）

（1）$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+3}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n+1}}\right)$　　（2）$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}\right)^{n+1}$

（3）$\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{\tan x-\sin x}{x^3}\right)$　　（4）$\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1}{\ln(1+x)}-\dfrac{1}{x}\right)$

2、求导数.（20 分）

（1）设 $y=\ln\tan\dfrac{x}{3}+e^{\sqrt{x}}\sin x^2$，求 y' .

（2）设函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^y-xy=e$ 所确定，求 $y'(0)$.

3、已知 $f(x)=\begin{cases} x^2\cos\dfrac{1}{x^2} & x\neq0 \\ a & x=0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，求 a 的值，并讨论此时 $f(x)$ 在 $x=0$ 处是否可导，若可导，则求出 $f'(0)$；若不可导，说明理由.（16 分）

4、设 $\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)=3$，求 $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x+5)-f(x)]$.（16 分）

5、设某同学在操场跑步时速度函数为 $S(t)=2t^3-9t^2+12t$，时间 $t\in[0,3]$.试判断该同学在这段时间内有几次加速过程和几次减速过程？并给出具体时间段以及加速度为零的时刻.（16 分）

汤子扬 080825013

1.(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+3}}+\cdots\frac{1}{\sqrt{n^2+n+1}}\right)\overset{?}{=}1$ −7

(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n+1}=1$ −8

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\tan x-\sin x}{x^3}\right)\overset{?}{=}\frac{1}{2}$ −7

(4) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{\ln(1+x)}-\frac{1}{x}\right)=0$ −8

2. (1) $y'=\frac{1}{\tan\frac{x}{3}}\cdot\frac{1}{\cos^2\frac{x}{3}}\cdot\frac{1}{3}+e^{\sqrt{x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot\sin x^2+e^{\sqrt{x}}\cos x^2\cdot 2x$

(2).

−10

3. $\lim\limits_{x\to 0}(x^2\cos\frac{1}{x^2})=0$

∵ $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续 ∴ $a=0$.

$f(x)$ 在 $x=0$ 处可导

$f'(0)=0$. −6

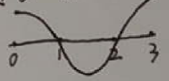
4.

$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x+5)-f(x)]=15$.

−16

5. $S'=6t^2-18t+12$

令 $S'=0$, $t=1$ 或 2.



∴ 在 $t\in[0,1]$ 和 $t\in[2,3]$ 加速, 有两次加速过程

在 $t\in(1,2)$ 内减速, 有1次减速过程,

当 $t=1$ 和 $t=2$ 时加速度为0.