1、求极限.（32 分）

（1）$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+3}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{n^2+n+1}}\right)$ （2）$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}\right)^{n+1}$

（3）$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\tan x-\sin x}{x^3}\right)$ （4）$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\ln(1+x)}-\dfrac{1}{x}\right)$

2、求导数.（20 分）

（1）设 $y=\ln\tan\dfrac{x}{3}+e^{\sqrt{x}}\sin x^2$，求 y' .

（2）设函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^y-xy=e$ 所确定，求 $y'(0)$.

3、已知 $f(x)=\begin{cases} x^2\cos\dfrac{1}{x^2} & x\neq 0 \\ a & x=0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，求 a 的值，并讨论此时 $f(x)$ 在 $x=0$ 处是否可导，若可导，则求出 $f'(0)$；若不可导，说明理由.（16 分）

4、设 $\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)=3$，求 $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x+5)-f(x)]$.（16 分）

5、设某同学在操场跑步时速度函数为 $S(t)=2t^3-9t^2+12t$，时间 $t\in[0,3]$.试判断该同学在这段时间内有几次加速过程和几次减速过程？并给出具体时间段以及加速度为零的时刻.（16 分）

阮哀袁 080825014

1. (1) 0 -8

(2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n+1} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1}{1+\frac{1}{n}}\right)^{n+1} = 1$ -7

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\tan x-\sin x}{x^3}\right) = \lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{x-x}{x^3}\right) = 0.$ -8

(4) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{\ln(1+x)}-\frac{1}{x}\right) = \lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x}\right) = 0$ -8

2. (1) $y' = \frac{1}{\tan\frac{x}{3}}\cdot\sec^2\frac{x}{3} + e^{\sqrt{x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}} + e^{\sqrt{x}}\cdot 2x\cos x^2$ -2

(2) $\because e^y - xy = e.$

$\therefore y - \ln(xy) = 1.$

$\therefore y = \ln x + \ln y + 1$

$\therefore y' = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ -10

$\therefore y'(0) = \frac{1}{y}$

~~(1)~~ 3. 解: $\because f(x)$ 在 $x=0$ 处连续,

~~当得 $a=0$,~~

-16

4题: -16

5. $S'(t) = 6t^2 - 18t + 12.$

令 $S'(t)=0$. 解得 $t=1$ 或 $t=2$.

即 $t\in[0,3]$ $\therefore S(t)$ 在 $[0,1)$, $(2,3]$ 内两段加速. $(1,2)$ 内减速.

在第1、2时刻加速度为0.