1、求极限.（32 分）

（1）$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n+1}}\right)$　　（2）$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n+1}$

（3）$\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\tan x-\sin x}{x^3}\right)$　　（4）$\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{\ln(1+x)}-\frac{1}{x}\right)$

2、求导数.（20 分）

（1）设 $y=\ln\tan\frac{x}{3}+e^{\sqrt{x}}\sin x^2$，求 y' .

（2）设函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^y-xy=e$ 所确定，求 $y'(0)$.

3、已知 $f(x)=\begin{cases} x^2\cos\frac{1}{x^2} & x\neq 0 \\ a & x=0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，求 a 的值，并讨论此时 $f(x)$ 在 $x=0$ 处是否可导，若可导，则求出 $f'(0)$；若不可导，说明理由.（16 分）

4、设 $\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)=3$，求 $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x+5)-f(x)]$.（16 分）

5、设某同学在操场跑步时速度函数为 $S(t)=2t^3-9t^2+12t$，时间 $t\in[0,3]$.试判断该同学在这段时间内有几次加速过程和几次减速过程？并给出具体时间段以及加速度为零的时刻.（16 分）

方玉达 ~~[illegible]~~ 081525171

(1) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n+1}}\right)$,

$a_n=\frac{1}{\sqrt{n^2+n+1}}$

$n\to\infty$ $S_n\to 1$

−8

(2) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n+1}$

$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n+1}$ $-\frac{\ln(n+1)}{n+1}$.

$=\lim_{n\to\infty}e^{-\frac{\ln(n+1)}{n+1}}$

∴ 极限为1

(3) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan x-\sin x}{x^3}\right)$

$=\frac{\frac{\sin x}{\cos x}-\sin x}{x^3}$

$=\frac{\sin x-\sin x\cos x}{\cos x^3}=\frac{\sin x(1-\cos x)}{\cos x\cdot x^3}$

$=\tan x\,\frac{1-\cos x}{x^3}$

$x\to 0$ ~~[illegible]~~ 该项极限→0

−8

(4) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\ln(1+x)}-\frac{1}{x}\right)$

−8

2. (1) $y=\ln\tan\frac{x}{3}+e^{\sqrt{x}}\sin x^2$

令 $\tan\frac{x}{3}=t$ $\sqrt{x}=u$ $x^2=u$

$y=\ln t+e^{u}\cdot\sin u$

∴

−10

(2)

−10

3. $f(x)=x^2\cos\frac{1}{x^2}$ $(x\neq 0)$

~~[illegible]~~ 令 $\frac{1}{x^2}=u$.

$f'(x)=2x\cdot(-\sin u)$

$=-2x\cdot\sin\frac{1}{x^2}$

$f(0)=a$

x^2

−16

4. lim ~~$[f(x+1)-f(x)]=\lim_{x\to+\infty}f'(x)=5$~~.

−16

5. $v = at \quad a = \frac{v}{t}$

$\frac{s(t)}{t} = 2t^2 - 9t + 12.$

$a(t) = 2t^2 - 9t + 12$

~~$-\frac{-9}{2\cdot 2} = \frac{9}{4}s$~~

令 $a(t) = 0 \quad 2t^2 - 9t + 12 = 0.$

$t = \frac{9}{4}s$ 时. ~~$t = \frac{\quad}{2\cdot 2}$~~

$a = 2\cdot\frac{81}{16} - \frac{81}{4} + 12$

$= \frac{81}{8} - \frac{81}{16} + \frac{192}{16} = \frac{81}{16} m/s^2$

$s'(t) = 6t^2 - 18t + 12$

~~$-\frac{(-18)}{2\cdot 6} = \frac{3}{2}s \quad \therefore [0, \frac{3}{2}]$ 为~~

-8

$t \in [0,1]$ 为加速，$t \in [1,2]$ 为减速，$t \in [2,3]$ 为加速.