求解旅行商问题的循环局部搜索算法的运行时间和性能分布分析

邹 鹏[1)] 周 智[1)] 江 贺[1)] 陈国良[1)] 顾 钧[1),2)]

[1)]（中国科学技术大学计算机科学技术系国家高性能计算中心（合肥） 合肥 230027）

[2)]（香港科技大学计算机科学与技术系 香港）

摘 要 旅行商问题（Traveling Salesman Problem, TSP）是组合优化中最典型的NP难问题之一，长期以来人们都在寻求快速高效的近似算法以在合理的计算时间内准确地解决大规模问题，并设计出许多高效实用的启发式和宏启发式算法，其中循环LK算法是性能最好和最具代表性的算法之一．作者研究了该算法的运行时间分布：通过对TSPLIB中大量不同规模的TSP实例的运行时间分布的统计分析和拟合，发现求解TSP问题的循环LK算法的运行时间分布很好地服从Weibull分布，并进一步给出了该分布对求解TSP问题的物理意义．作者同时首次给出了循环LK算法求解TSP问题得到的解的性能分布以及由此得到的一些有实际指导意义的结论．

关键词 旅行商；循环LK算法；运行时间分布；解的性能分布；Weibull分布

中图法分类号 TP301

Analysis of the Run-Time Distribution and Solution Performance Distribution of Iterated Local Search for the TSP

ZOU Peng[1)] ZHOU Zhi[1)] JIANG He[1)] CHEN Guo-Liang[1)] GU Jun[1),2)]

[1)]（*National High Performance Computing Center at Hefei, Department of Computer Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230027*）

[2)]（*Department of Computer Science and Technology, Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong*）

Abstract The Traveling Salesman Problem (TSP) is one of the most classical problems in combinatorial optimization. Many heuristics, as well as efficient meta-heuristics that followed, have been developed for the TSP. In this paper authors investigate the empirical run-time distributions (RTDs) of Iterated Lin-Kernighan algorithm, one of the state-of-the-art meta-heuristics algorithms for TSP, on a series of scalable TSP instances in TSPLIB. It has been shown that the resulted run-time distributions can be well approximated by Weibull distributions. Moreover, authors propose, for the first time, the solution performance distributions (SPDs) of iterated LK algorithm. By analyzing the characteristics of SPDs, authors obtain some practical conclusions that may give guidance to application design for the TSP.

Keywords TSP; iterated Lin-Kernighan algorithm; RTDs; SPDs; Weibull distribution

---

收稿日期：2003-08-28；修改稿收到日期：2005-10-09．本课题得到国家“九七三”重点基础研究发展规划项目基金（G1998030403）资助．邹 鹏，男，1979年生，博士，主要研究方向为NP难问题的算法设计与分析、并行计算．E-mail：zouchar@mail.ustc.edu.cn．周 智，男，1976年生，博士，讲师，主要研究方向为组合优化和并行算法．江 贺，男，1980年生，博士，主要研究方向为并行计算和组合优化．陈国良，男，1938年生，中国科学院院士，教授，博士生导师，主要研究领域为并行算法、计算机体系结构和组合优化．顾 钧，男，1956年生，博士，教授，博士生导师，主要研究领域为求解NP难问题的算法设计与分析．

1 引 言

旅行商问题(TSP)是为人们所广泛研究的典型NP难组合优化问题[1],即在$P\neq NP$的假设下,找不到一个算法能保证在多项式时间内得到最优解. 该问题广泛应用在VLSI芯片设计、电路版布局、机器人控制和车辆选路等领域. 对该问题的最新综述见文献[2~4],其形式化描述为:给定加权图$G=(V, E, w)$,V为顶点集,$|V|=n$,E为边集,$w: E\rightarrow R^{+}$为边权函数,G中一个TSP环路就是一条不重复地访问V中所有顶点的Hamilton环路,记为$T=\langle v_1, v_2, \cdots, v_n\rangle$,其中$\forall 1\leq i\neq j\leq n$,$v_i\neq v_j$且对$1\leq i\leq n$,$\langle v_i, v_{(i \bmod n)+1}\rangle\in E$,记$TSP(G)$为$G$中所有TSP环路的集合. 定义$w(T)=w(\langle v_1, v_n\rangle)+\sum_{1\leq i\leq n-1} w(\langle v_i, v_{i+1}\rangle)$,要求权最小的TSP环路$T^*$,使得$w(T^*)=\min_{T\in TSP(G)} w(T)$.

目前对于旅行商问题的研究主要分为完全算法和近似算法两个方向,前者能保证得到最优解,但是运行时间是指数复杂度的,因而难以适应大规模的实例;后者则只要求找到近似解,而在多项式时间内结束. 在TSP问题上的近似算法分为环路构造算法和环路改进算法两类[2]. 前者从某个非法解开始,通过某种增广策略逐步改变该解,直到得到一个合法解为止,这类算法包括最近邻算法、贪心算法、Clarke-Wright算法[5]和Christofides算法[6]等. 环路改进算法则在给定初始的合法解后使用某种策略来改进初始解. 这些策略包括局部搜索、模拟退火[7]、遗传算法[8]等,其中最简单有效的方法为局部搜索,如2-OPT[9]、3-OPT[10]、LK[11]以及一些基于这些局部搜索算法之上的宏启发式算法(meta-heuristics),如循环LK[12]、链式LK[13]、多级归约算法[14]以及LKH[15]算法等. 通常这两类算法被结合使用,用环路构造算法来构造初始解,而用环路改进算法改进这个初始解.

最早的针对算法运行时间分布(Running Time Distribution, RTD)的研究是Hoos对SAT问题的局部搜索算法提出的. Hoos等人的研究[16,17]表明,对局部搜索算法,在难的可满足实例上,运行时间服从指数分布. 该结论的意义在于难问题的局部搜索,重启动无法提高算法的性能. 而Selman等人同时研究了SAT问题的DPLL类完全算法的RTD,发现明显的尾重分布性质[18],由此,当前几乎所有的DPLL类完全算法都采用重启策略来提高算法性能. SAT问题上的RTD研究使得对组合优化问题的RTD分析的研究成为新的重要课题.

本文研究了当前最好的循环局部搜索算法之一的循环LK算法[12]的RTD,大量的实验统计数据表明该RTD服从Weibull分布;分析了该Weibull分布的危险函数在求解TSP问题上的物理意义. 此外,注意到SAT问题是经典的决策问题,其解是否合法存在简单的判定标准,而对于TSP问题这样经典的组合优化问题,一个合法解是否是最优解是无法简单判定的,因此,分析算法在不同运行时间下得到的解的性能分布是不同于RTD的另一重要特性. 本文首次提出这一概念,并称之为解的性能分布(Solution Performance Distribution, SPD). 本文研究了循环LK算法的SPD,并通过对该SPD分布分析得到了一些对TSP问题的实际应用具有指导意义的结论.

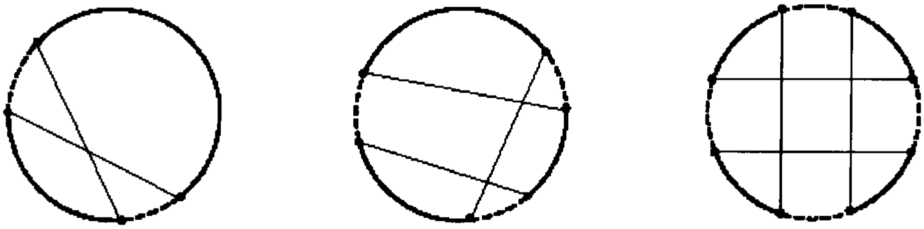
本文第2节简单介绍求解TSP问题的循环局部搜索算法,包括循环LK算法;第3节给出了循环LK算法求解TSP问题所得到的运行时间分布分析;第4节给出了循环LK算法求解TSP问题所得到的解的性能分布分析;第5节给出结论及今后工作的展望.

2 求解旅行商问题的循环局部搜索算法

在介绍循环局部搜索算法之前,我们首先介绍局部搜索算法. 求解旅行商问题的局部搜索算法也就是k-交换策略. 使用k-交换策略,对于某一个TSP问题的合法解的相邻解可以通过删除当前环路中的k条边同时加入k条不同的边组成新的环路来得到. k-交换策略包括2-交换[9]、3-交换[10]和Lin-Kernighan(LK)[11]等(如图1所示).

循环局部搜索算法就是基于这些局部搜索算法之上的一种宏启发式算法(Meta-Heuristics). 通过运用不同的初始化方法、不同的局部搜索算法、不同的修改、接受策略以及不同的数据结构,可以得到各种各样的循环局部搜索算法和不同的代码实现. 其中包括循环2-交换算法[19]、循环3-交换算法[19]、循环LK算法[12,19]以及链式LK算法[13]①等,在文献[20]中Johnson更详细地介绍了当前所有的循环局部搜索算法. 算法1给出了循环局部搜索算法的基本算

① Applegate D., Bixby R., Chvatal V., Cook W.. Finding tours in the TSP. Preliminary version of a book chapter available via www.keck.caam.rice.edu/concorde.html. 2000



(a) 2-Opt move　　(b) 3-Opt move　　(c) Non-sequential 4-Opt move

图 1　TSP问题的 k-交换策略示意图

法框架.

算法 1　循环局部搜索算法.

输入：TSPLIB中的典型实例

输出：TSPLIB中的典型实例的解

begin

1. 初始化(对当前实例求解一个初始解，记为 S_0)
2. 用给定的局部搜索算法优化 S_0(记为 S)
3. while(满足结束条件) do

　　对局部最优解 S 做一个修改得到解 S'

　　用给定的局部搜索算法优化 S' 得到局部最优解 S''

　　if满足接受策略 then $S=S''$

　endwhile

4. return (S)

end

本文所研究的循环 LK 算法描述如算法 2所示. 其中的局部搜索策略 LK 算法的源代码来自 Concorde库①.

算法 2　循环 LK 算法.

输入：TSPLIB中的典型实例

输出：TSPLIB中的典型实例的解

begin

1. 使用最近邻方法求解一个初始解，记为 S_0
2. 用 LK局部搜索算法优化 S_0(记为 S)
3. for(循环次数) do

　　对局部最优解 S 做一个随机 4交换得到解 S'

　　用 LK算法优化 S' 得到局部最优解 S''

　　if(S'' 优于 S) then $S=S''$

　　if(S 等于全局最优解) then 跳出循环

　endfor

4. return (S)

end

3　循环 LK算法的运行时间分布分析

3.1　基本定义

求解 TSP问题的算法的运行时间分布(RTD)是指算法的运行时间与在这个时间内得到全局最优解(或与全局最优解在一定误差范围内的解)的概率之间的对应关系. 具体来说 RTD分布图上的一个数据点(t, $F_e(t)$)是指在运行时间 t 内我们得到与全局最优解误差小于等于 $e\%$ 的解的概率为 $F_e(t)$.

3.2　实验统计结果

为了获得循环 LK算法求解 TSP问题实例的运行时间分布，我们对 TSPLIB中具有代表性的几类实例进行了分析. 对各自类中每一个实例，我们通过设置不同的随机种子运行 1000次独立的循环 LK 算法，并将每一次运行循环 LK算法的循环次数设为 3000或是得到全局最优解. 对于每一次运行循环 LK算法，我们记录得到全局最优解时的 CPU运行时间，对于一些大规模的实例如果在 3000次循环中都未能获得最优解，我们就取一个与最优解相差 $e\%$ 的近似阈值，当得到的解小于等于这个阈值的时候我们就跳出循环同时记录当前的 CPU运行时间. 这样我们就得到了一组循环 LK算法运行时间的数据，然后根据运行时间分布[21] (式(1))得到循环 LK算法的 RTD分布.

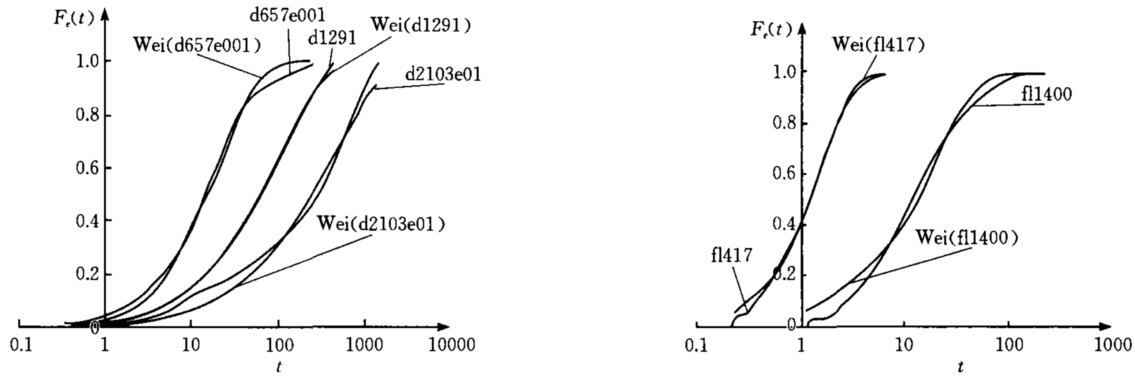
$$F_e(t)=|\{j \mid rt(j)\leq t \text{ and } f(x_j)\leq e\% \times optimal\}| / k \quad (1)$$

在式(1)中 $rt(j)$ 表示在第 j 次独立运行循环 LK 算法所用的时间，$f(x_j)$ 表示在第 j 次运行得到的 TSP实例的解的质量即所求得的环路长度，$optimal$ 表示 TSP实例的全局最优解即全局最优的环路长度. k 为对同一个实例运行的循环 LK算法的次数，本文中 $k=1000$

我们发现用 Stützle和 Hoos[21] 所给出的指数分布或者是 2参数的指数分布并不能得到可以令人接受的拟合结果，当我们用 2参数的 Weibull分布(式(2))来拟合循环 LK的运行时间分布，所有的拟合结果都非常好地满足回归假设(决定系数均大于 0.98). 为了给出更清晰的结论，下面我们给出了对 TSPLIB中 6种不同类型中的 14个不同规模的 TSP

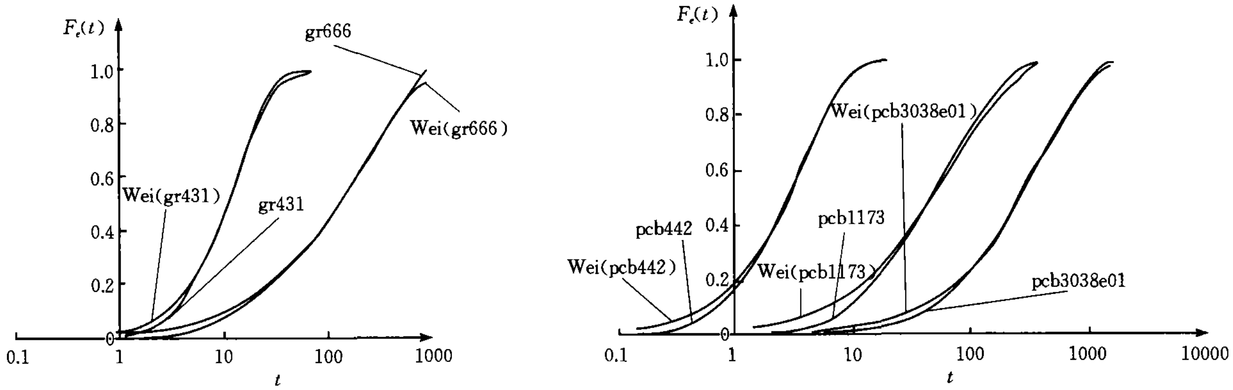
① http://www.math.princeton.edu/tsp/concorde.html

实例的 RTD以及它们对应的 Weibull拟合分布，如图 2 ~图 4所示（图中横坐标为循环 LK 算法的 CPU 运行时间，纵坐标表示的是 $F_e(t)$；例如 d657e001和 Wei(d657e001)是指所取误差阈值为 $e\% = 0.001\%$ 时的 RTD分布及 Weibull拟合分布）.



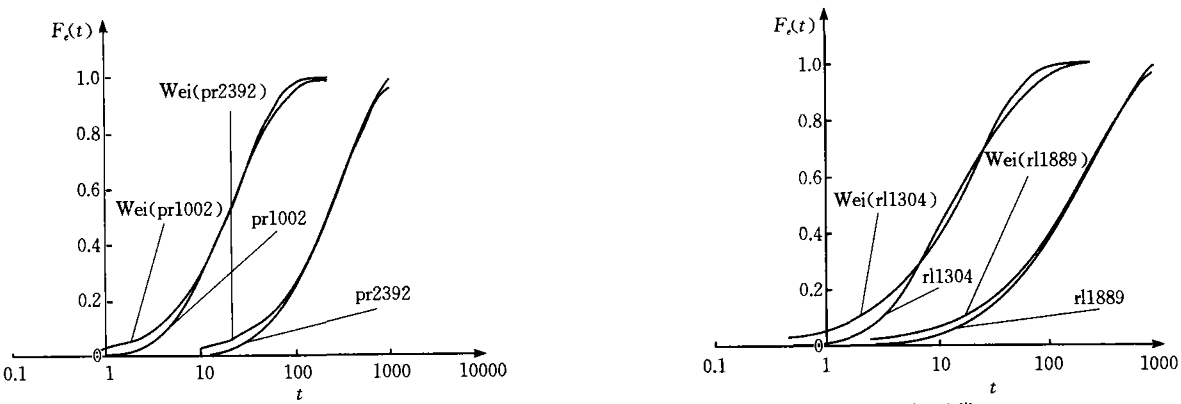
(a) d 类 (b) fl 类

图 2 TSPLIB中 d类、fl类实例运行时间分布图



(a) gr 类 (b) pcb 类

图 3 TSPLIB中 gr类、pcb类实例运行时间分布图



(a) pr 类 (b) rl 类

图 4 TSPLIB中 pr类、rl类实例运行时间分布图

$$F(x) = 1 - 2^{-(x/a)^b} \quad (2)$$

Stützle和 Hoos在文献[21]中对循环 LK算法的 RTD分布也进行了研究，他们指出对于小规模容易求解的 TSP实例，循环 LK算法可以得到指数分布的拟合. 但是随着实例规模的变大，循环 LK算法的 RTD分布会出现尾重现象，也就是说算法在执行到一定阶段后对解的性能并不能得到进一步的改进，出现了停滞. 同时他们对小规模实例给出的指数分布的拟合结果也不是很吻合（图 5所示为文献[21]中给出的拟合结果）.

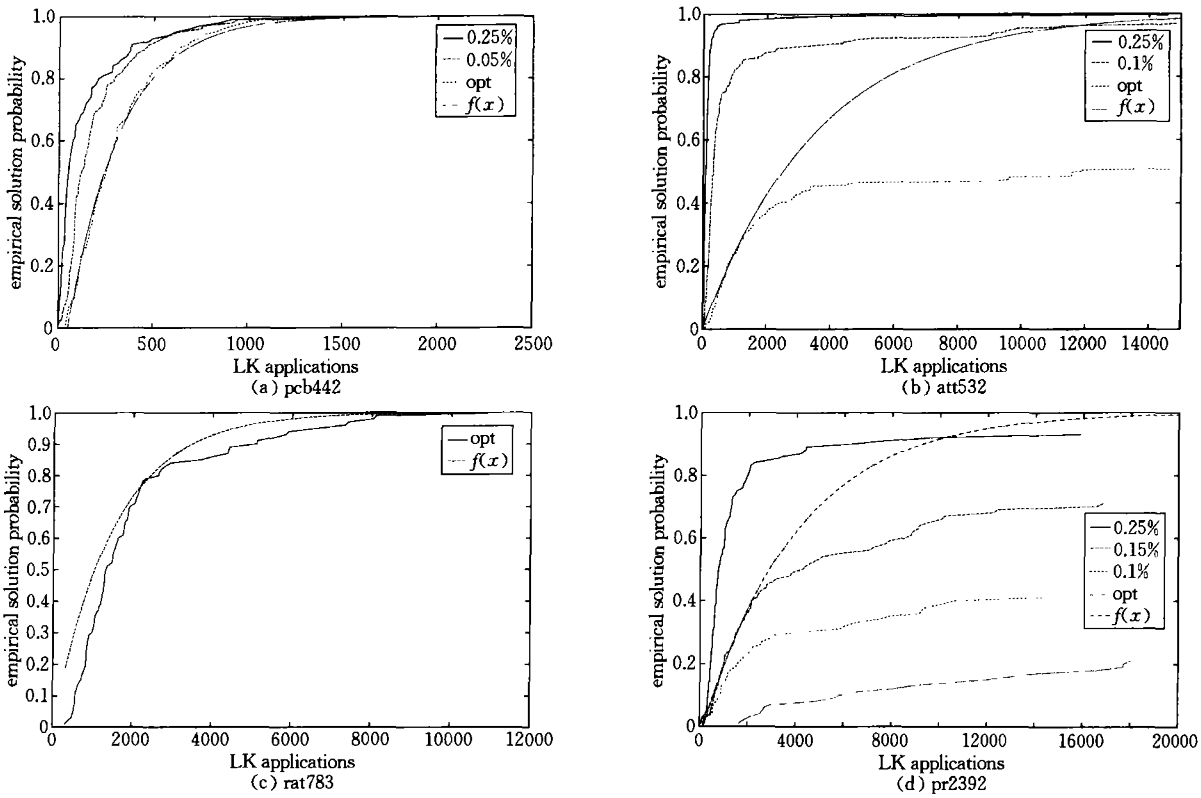


图 5　文献[21]中图 4.3循环 LK 算法求解 pcb442、att532、rat783、pr2392所得的 RTD 及其指数分布拟合结果

我们分析 Stützle和 Hoos没有能够得到 Weibull分布有 3个原因:(1)由于他们主要针对实例规模小于 1000个城市的 TSPLIB中的实例,这样由于没有分析大规模实例就失去了一般性.(2)因为对同一个实例他们只取 100个不同的随机种子来运行,也就是说总共的运行次数为 100次,这样数据采样点相比我们的 1000个采样数据来说具有很大的局限性并且容易产生误差.(3)最主要的原因是他们只是将 SAT问题上的 RTD分析所得的结果[16,17]直接推广到了 TSP问题上,预期想得到类似的结论,但是由于 TSP问题不同于 SAT而是一个典型的优化问题,循环局部搜索算法在 TSP问题上的 RTD并不服从指数分布,因此就得到了文献[21]中的结果.

3.3　统计结果分析

在 Weibull分布(式(2))中 a和 b分别叫做尺度参数和形状参数.由于在寿命分布中 Weibull分布的危险函数 $r(t)$[22](式(3))是指某个个体的瞬时死亡概率随着时间变化的情况[22],因此本文中循环 LK算法的 RTD分布的危险函数描述的就是循环 LK算法瞬时得到最优解的概率随时间变化的情况.当形状参数 $b>1$时危险函数 $r(t)$随着时间的增加为严格递增函数;当 $b<1$时危险函数 $r(t)$随着时间的增加为严格递减函数.在实验中我们发现,对于一些用循环 LK算法比较容易求解的 TSP实例我们的拟合分布中的形状参数 b均大于 1而对于比较难求解的实例参数 b则小于 1(如表 1所示).因此我们得到如下的结论:

对于一些小规模比较容易求得最优解的实例,其 RTD分布的危险函数是严格递增的,也就是说随着运行时间的增加,循环 LK算法瞬时得到最优解的概率是增加的,而对于一些大规模比较难求解的实例,它们的 RTD分布的危险函数是严格递降的,也就是说随着运行时间的增加,循环 LK算法瞬时得到最优解的概率是减小的.该结果与我们在实际中求解 TSP问题所遇到的情况完全吻合,从而说明该 Weibull分布是具有实际意义的.

$$r(t)=(b/a)\times(t/a)^{b-1} \tag{3}$$

表 1　Weibull分布的形状参数 b统计表

实例名称	实例规模	参数 b
d657(e001)	657	0.96
d1291	1291	0.80
d2103(e01)	2103	0.73
pr1002	1002	1.044
pr2392	2392	0.92
fl417	417	1.35
fl1400	1400	0.94
gr431	431	1.34

（续　表）

实例名称	实例规模	参数 b
gr666	666	0.76
pcb442	442	1.16
pcb1173	1173	0.90
pcb3038	3038	0.97
rl1304	1304	0.93
rl1889	1889	0.87

4　循环 LK算法的解的性能分布分析（SPD）

4.1　基本定义

求解 TSP问题的算法的解的性能分布（SPD）是指在固定的时间阈值内，算法得到的解同全局最优解之间的距离 $D(x_j)$（式（4））和得到这个距离的概率之间的对应关系. 具体来说 SPD分布图上的一个数据点（w, $F_t(w)$）是指在时间阈值 t内算法得到与全局最优解距离小于等于 w的解的概率为 $F_t(w)$. 在式（4）中 $f(x_j)$表示在第 j次运行得到的 TSP实例的解的质量即所求得环路的长度，$optimal$表示 TSP实例的全局最优环路的长度. 由于循环 LK算法中每一次循环的执行时间基本相同，因此在本节中我们令时间 t为循环 LK算法的循环次数.

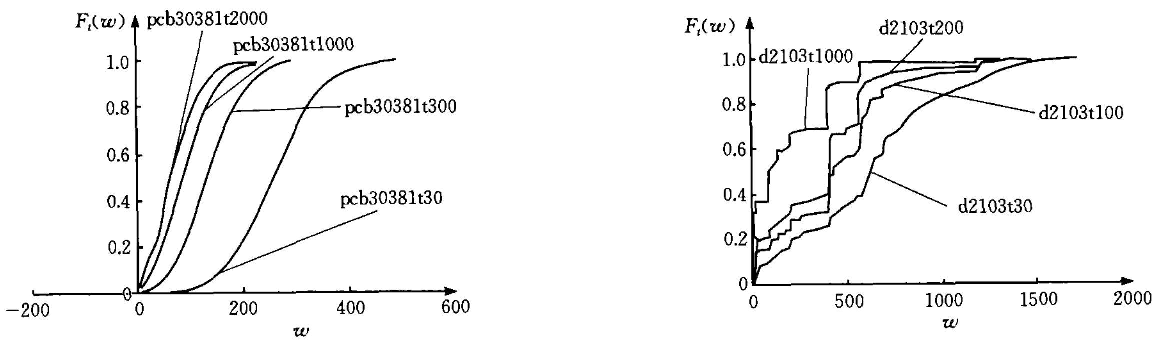
$$D(x_j)=f(x_j)/optimal-1 \tag{4}$$

4.2　实验统计结果

为了获得循环 LK算法求解 TSP问题实例的解的性能分布，我们对 TSPLIB中规模较大的难解实例进行了分析. 对每一个实例，我们通过设置不同的随机种子运行 1000次独立的循环 LK，对于每一次的循环 LK我们记录在时间阈值 t得到的解的性能. 这样对每一个实例我们根据循环 LK算法的不同的时间阈值 t就得到了不同的几组解的数据，每一组数据表示了算法在不同的时间阈值 t的运行情况. 然后根据每一组的数据得到我们的解的性能分布，如式（5）. $rt(j)$表示在第 j次独立运行循环 LK算法所用的时间.

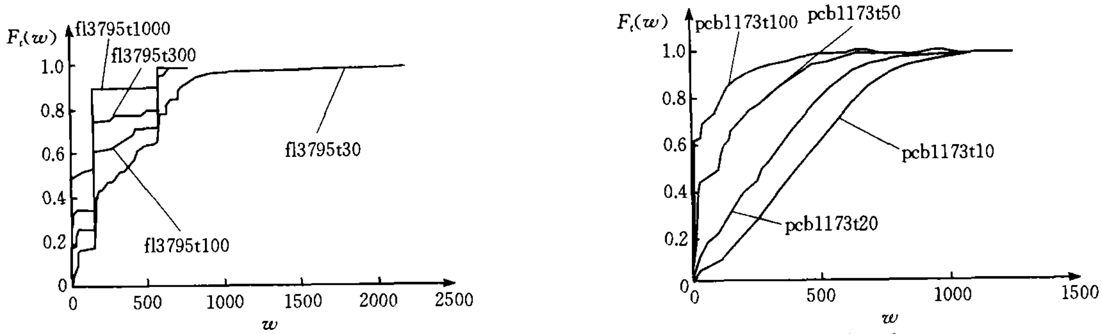
$$F_t(w)=|\{j|rt(j)\le t \text{ and } D(x_j)\le w\}|/k \tag{5}$$

循环 LK算法求得的解的性能分布如图 6、图 7所示（图中横坐标为循环 LK算法在时间 t得到的解与全局最优解之间的距离（图中距离为真实距离放大 100000倍），纵坐标表示的是概率 $F_t(w)$；例如 pcb3038t30表示时间阈值 $t=30$时循环 LK算法求解实例 pcb3038所得到的 SPD分布，这里的 $t=30$表示的是循环 LK算法的循环次数取 30）.



(a)pcb3038　　(b) d2103

图 6　循环 LK算法求解 pcb3038与 d2103所得解的性能分布图



(a) fl3795　　(b) pcb1173

图 7　循环 LK算法求解 fl3795与 pcb1173所得解的性能分布图

对于小规模的实例，用循环 LK 算法在很短的时间内就可以以很大的概率求得全局最优解，同时对解的改进步数也是有限的，也就是说从初始环路到全局最优环路之间只存在很少的几种改进环路．在这样的实例上分析它们的解的性能分布意义不大，因此本文我们只针对较大规模的实例来分析 SPD．

4.3 统计结果分析

根据图 6、图 7中的统计结果，我们可以得到如下结论：

（1）解释重启策略

对于一些大规模的实例如果得到与全局最优解距离在一定范围内的解（如 0.5%）就满足需求的话，那么我们通过至多 100次的循环就可以以大于 50%的概率得到这样的解，也就是说我们可以使用重启策略，即对于一个循环 LK 算法运行超过 100次循环还没有得到满足需求的解的话，我们可以通过选取不同随机种子来重新启动算法，而不需要一直运行下去，从而可以在工程运用中缩短运行时间同时增大获得最优解的概率．Stützle和 Hoos在文献［21］中通过与我们不同的方法得到了相同的结论，并且通过实验证明了重启策略的有效性，因此在本文中我们就不再进行重启策略的实验证明了．

（2）算法的执行效果是分阶段的

例如对实例 pcb3038想得到与最优解距离在 0.5%范围内的解，那么我们只需要设置循环 LK 算法的循环次数为 30就可以很高的概率得到满足要求的解，同时如果我们想以很高的概率得到距离在 0.25%范围内的解那么我们就要设置循环 LK 算法的循环次数至少为 1000．也就是说当循环 LK 算法在刚开始的一些循环中改进解的性能的速度是很快的，但是在 30～1000这么长的循环次数中改进的速度明显减慢．

5 结论及展望

本文在对求解 TSP 问题的循环局部搜索方法简单介绍的基础上，研究了一种最有效的求解旅行商问题的宏启发式算法之一的循环 LK 算法．对 TSPLIB 中的不同类型的实例分析了该算法的运行时间分布（RTD）．通过对该 RTD 分布的大量的数据拟合分析后，我们首次明确地提出了循环 LK 算法的运行时间分布是一个 Weibull分布，同时分析了该 Weibull分布的危险函数在求解 TSP问题上的物理意义．另外在本文中我们首次提出了循环 LK 算法求解 TSP问题获得的解的性能分布（SPD），并通过对该 SPD分布分析后得到了一些结论，这些结论对 TSP问题的实际应用具有一定的指导意义．

在今后的工作中我们将尝试能否从统计分析中入手找到 SPD 分布所满足的概率模型即能否得到 SPD的理论分布．如果针对该 SPD 分布得不到理论模型，那么显然有渐变或者突变的过程，尝试得到这个相变点．比如说，在初始的时候的分布有一个理论分布，在运行到几乎无法改进性能的时候有另一理论分布，这两个模型（或者更多）的变化过程就可以说明算法的执行为什么是分阶段的．

参 考 文 献

1 Garey M. R., Johnson D. S. Computers and Intractability: A guide to the Theory of NP-Completeness. San Francisco: W. H. Freeman, 1979

2 Johnson D. S., McGeoch L. A.. The traveling salesman problem: A case study in local optimization. In: Aarts E. H., Lenstra J. K. eds.. Local Search in Combinatorial Optimization. New York: John Wiley and Sons, 1996

3 Jünger M., Reinelt G., Rinaldi G.. The traveling salesman problem. In: Ball M., Magnanti T., Monma C. L., Nemhauser G. eds.. Handbook on Operations Research and Management Science: Networks. Amsterdam: North-Holland, 1995, 225～330

4 Burkard R. E., Deineko V. G., Dal R. V. *et al*. Well-Solvable special cases of the traveling salesman problem: A survey. SIAM Review, 1998, 40(3): 496～546

5 Clarke G., Wright J. W.. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. Operations Research, 1964, 12(4): 568～581

6 Christofides N.. Worst-Case analysis of a new heuristic for the traveling salesman problem. Graduate School of Industrial Administration, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA: Technical Report No. 388, 1976

7 Kirkpatrick S., Gelatt C. D., Vecchi M. P.. Optimization by simulated annealing. Science, 1983, 220(4598): 671～680

8 Holland J. H.. Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence. Cambridge, MA: MIT Press, 1992

9 Croes G. A.. A method for solving traveling salesman problems. Operations Research, 1958, 6(1): 791～812

10 Lin S.. Computer solutions to the traveling salesman problem. Bell System Technical Journal, 1965, 44(10): 2245～2269

11 Lin S., Kernighan B. W.. An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem. Operations Research, 1973, 21(2): 498～516

12 Johnson D. S. Local optimization and the traveling salesman problem. In: Proceedings of the 17th Colloquia on Automata Language and Programming Warwick University England 1990 446~461

13 Applegate D., Cook W., Rohe A.. Chained Lin-Kernighan for large traveling salesman problem. INFORMS Journal of Computing to appear

14 Zou P., Zhou Z., Chen G. L., Guo J. Multilevel reduction algorithm to TSP. Journal of Software 2003 14(1): 35~42

15 Helsgaun K. An effective implementation of the Lin-Kernighan traveling salesman heuristic. European Journal of Operations Research 2000 12(1): 106~130

16 Hoos H. H.. On the run-time behaviour of stochastic local search algorithms for SAT. In: Proceedings of AAAI-99 Vancoaver 1999 661~666

17 Hoos Holger H., Stützle Thomas Towards a characterisation of the behaviour of stochastic local search algorithms for SAT. Artificial Intelligence 1999 112 213~232

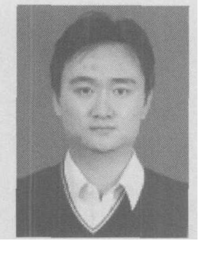
18 Chen H., Gomes C., Selman B. Formal models of heavy tailed behavior in combinatorial search In: Proceedings of the 7th International Conference on the Principles and Practice of Constraint Programming (CP-2001) Paphos Cyprus 2001 408~422

19 Johnson D. S., McGeoch L. A.. The travelling salesman problem: A case study in local optimization. In: Aarts E. H. L., Lenstra J. K. eds. Local Search in Combinatorial Optimization. New York: Wiley and Sons 1997

20 Johnson D. S, McGeoch L. A. Experimental analysis of heuristics for the STSP. In: Gutin G., Punnen A. eds. The Traveling Salesman Problem and its Variations Boston USA: Kluwer Academic Publishers 2002 369~443

21 Stützle T., Hoos H.. Analyzing the run-time behavior of iterated local search for the TSP. In: Hansen P., Ribeiro C. eds. Essays and Surveys on Metaheuristics Boston USA: Kluwer Academic Publishers 2002 589~612

22 Lawless J. F.. Statistical Models and Methods for Lifetime Data New York: John Wiley 1982



ZOU Peng born in 1979 Ph. D.. His current research interests include algorithms for NP-hard problems and parallel computing

ZHOU Zhi born in 1976 Ph. D.. His current research interests include combinatorial problem and parallel computing

JIANG He born in 1980 Ph. D.. His current research interests include parallel computing and combinatorial problem.

CHEN Guo-Liang born in 1938 member of Chinese Academy of Sciences Ph. D. supervisor His current research interests include parallel computing computer architecture and combinatorial optimization

GU Jun born in 1956 Ph. D., professor Ph. D. supervisor His main research interests include algorithms for NP-hard problems

Background

With the development of science and technology lots of combinatorial optimization problems arise from numerous scientific research fields and engineering applications Many of them are NP-hard problems Therefore it has important theoretical meaning and extensive application background to research these problems And these researches can greatly facilitate the development of computer science and construction of national economy.

The Traveling Salesman Problem (TSP) is one of the most classical problems in combinatorial optimization Presently there are mainly two kinds of algorithms for TSP: Exact algorithms and heuristic algorithms The exact algorithms can obtain the global optimal solutions but their computing complexities are exponential So they are not suitable for very large scale instances The heuristic algorithms can find "good enough" solutions which can meet the demand of practical applications but are not always the global optimal solutions Since it is very important to obtain solutions in reasonable computing time for most engineering applications the researches of algorithms mainly focus on heuristic algorithms

Authors investigated one of the best heuristic algorithms the iterated LK algorithm to TSP. After a lot of experiments the running time distribution of the iterated LK algorithm is obtained Auhors prove this kind of distribution can be well approximated by an important theoretical distribution which comes from life span distributions At the same time authors propose for the first time the solution performance distribution and obtain some practical conclusions that may give guidance to solving these problems