

旅行商问题算法研究综述

陈文兰 戴树贵

(滁州学院 数学系, 安徽 滁州 239000)

摘 要 旅行商问题是一个经典的 NP 完全问题, 由于其在许多领域内具有实际的应用价值, 一直有众多学者对其进行研究。本文从介绍 TSP 模型入手, 根据旅行商问题的分类, 概要介绍了近五年来旅行商问题算法的研究状况, 并对旅行商问题未来的研究作了展望。

关键词 旅行商问题; NP 完全问题; 精确算法; 启发式算法

中图分类号: O221

文献标识码: A

文章编号: 1673-1794(2006)03-0001-06

作者简介 陈文兰(1972-), 女, 汉族, 浙江绍兴人, 硕士, 滁州学院数学系讲师。

1 引言

旅行商问题 (Traveling Salesman Problem, TSP) 是一个经典的组合优化问题。经典 TSP 可以描述为: 一个商品推销员要去若干个城市推销商品, 该推销员从一个城市出发, 需要经过所有城市后, 回到出发地。应如何选择行进路线, 以使总的行程最短。从图论的角度来看, 该问题实质是在一个带权完全无向图中, 找一个权值最小的 Hamilton 回路。由于该问题的可行解是所有顶点的全排列, 随着顶点数的增加, 会产生组合爆炸, 它是一个 NP 完全问题。由于其在交通运输、电路板线路设计以及物流配送等领域内有着广泛的应用, 国内外学者对其进行了大量的研究。早期的研究者使用精确算法求解该问题, 常用的方法包括: 分枝定界法^[1]、线性规划法^[2]和动态规划法^[3]等。但是, 随着问题规模的增大, 精确算法将变得无能为力, 因此, 在后来的研究中, 国内外学者重点使用近似算法或启发式算法, 主要有遗传算法^[4]、模拟退火算法^[5]、蚁群算法^[6]、禁忌搜索算法^[7]、贪婪算法^[8]和神经网络方法^[9]等。本文从介绍 TSP 的模型入手, 然后根据 TSP 的分类, 概要介绍了近五年来 TSP 算法的研究状况, 并进行了分析和展望。

2 TSP 的数学模型

$G=(V, E)$ 为一个带权图, $V=\{1, 2, \dots, n\}$ 为顶点集, $E=\{e_{ij} \in (i, j) | i, j \in V, i \neq j\}$ 为边集, $d_{ij} (i, j \in V, i \neq j)$ 为顶点 i 到顶点 j 的距离, 其中 $d_{ij} > 0$ 且 $d_{ij} \neq \infty$, 同时 $d_{ij} = d_{ji} (i, j \in V)$, 则经典 TSP (Classical TSP, CTSP) 的数学模型为:

$$\min F = \sum_{i \neq j} d_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{st. } x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{边 } e_{ij} \text{ 在最优路径上} \\ 0 & \text{边 } e_{ij} \text{ 不在最优路径上} \end{cases} \quad (2)$$

$$\sum_{i \neq j} x_{ij} = 1, \quad i \in V \quad (3)$$

基金项目: 安徽高校省级自然科学基金资助项目(2006KJ253B)。

收稿日期: 2006-05-10

$$\sum_{i \neq j} x_{ij} = 1, \quad j \in V \quad (4)$$

$$\sum_{ij \in S} x_{ij} = |S|, \quad S \text{ 为 } G \text{ 的子图} \quad (5)$$

其中 $|S|$ 为图 S 的顶点数。为CTSP的目标函数 求经过所有顶点的回路的最小距离。~ 限定回路上每个顶点仅有一条入边和一条出边。 限定在回路中不出现子回路。模型实质上是在一个带权图中求一条Hamilton回路。若对所有 $i, j, k \in V$ 不等式 $d_{ij} + d_{jk} \geq d_{ik}$ 均成立 则称该问题是满足三角不等式的。

3 TSP 算法

由于TSP在许多领域内的应用价值,众多学者对其进行了研究,产生了许多解决该问题的算法。另外,依据该问题在不同领域的应用,由CTSP又衍生出了许多该问题的扩展问题,如不对称TSP(Asymmetrical TSP,ATSP)、配送收集TSP(TSP with Pickup and Delivery,TSPPD)、多人TSP(Multiple TSP,MTSP)、大规模TSP(Large scale TSP,LTSP)、多目标TSP(Multi-object TSP,MoTSP)、有时间约束的TSP(TSP with time windows,TSPTW)、瓶颈TSP(Bottleneck TSP,BTSP)等。下面基于TSP的分类,分别概要介绍近几年来各类TSP算法的研究成果。

3.1 经典 TSP

CTSP是在一个带权无向完全图中找一个权值最小的Hamilton回路。在各类TSP中,该类问题的研究成果最多。近几年来,研究者或者基于数学理论构造近似算法,或者使用各种仿自然的算法框架结合不同的局部搜索方法构造混合算法。同时,神经网络和自组织图方法在该问题上的应用研究也引起了研究者的关注。

基于数学理论构造近似算法方面:

V.Deineko^[10]建立了基于松弛的卡尔曼逊矩阵(relaxed Kalmanson matrix)指数邻域,在此基础上建立了一个解决CTSP的多项式算法,并证明了求解“以松弛的卡尔曼逊矩阵作为距离矩阵”的CTSP算法的时间复杂度为 $O(n^4)$ 。Hans-Joachim Böckenhauer等^[11]通过一个乘法常量因子对Christofides算法进行了修改,从而建立了一个求解不满足三角不等式的CTSP的具有常数近似率的高效近似算法。Gregory Gutin等^[8]基于似然理论、图论、群论以及数论的理论和方法建立了一个时间复杂度为 $O(n^3)$ 的近似算法——贪婪期望算法(greed-expectation algorithm)。Jérôme Monnot^[12]给出了一个微分近似算法。

这些算法具有较好的时间复杂度,可以在较短的时间内求出问题的近似最优解,但是对于有些问题,算法所求得的解的性能可能难以令人满意。

仿自然算法研究方面:

Forbes J.Burkowski^[13]从细胞的基因表达得到灵感,描述了一个最优化策略的数学模型,建立了一个结合常规遗传算法和基因表达算法的CTSP算法。算法通过一个中间过程产生满足适应度评价的表现型个体而不是个体的基因型。姜昌华等^[14]结合遗传算法和2-opt邻域搜索优化技术,并针对TSP的特点,提出了K近邻点集以缩减搜索空间从而加快求解速度。郑立平等^[15]通过混合使用多种杂交算子,提出了一种新的CTSP的遗传算法。

李炳宇等^[16]提出小窗口蚁群算法,并与基于模式的蚁群算法相结合,通过提取模式和改变计算粒度设计了一个高效的蚁群算法。高尚^[17]利用混沌运动的遍历性、随机性和规律性等特点,提出了一种新的混沌蚁群算法。

孙雯华^[18]对求解CTSP的模拟退火算法作了改进,增加了产生新解的函数,修改了原算法计算回路总长度的代价函数,并用混沌随机序列替代不适宜的随机函数。

庞巍等^[19]采用模糊矩阵来表示粒子的位置和速度,并重新定义其更新公式,提出了一种改进的粒子群优化算法。黄岚等^[20]通过引入交换子和交换序的概念,构造一种特殊的粒子群优化算法,并用于求解CTSP。谭皓等^[21]提出一种结合粒子群算法结构和求解CTSP的蚁群算法特点的算法。算法通过杂交粒子选择机制,运用设计的两种杂交算子,成功模拟了自然界中同物种不同种群间的协作与交流,将多子群策略和子群间杂交操作引入粒子群结构之中,增强算法的寻优能力。

高尚等^[22]结合遗传算法、蚁群算法和模拟退火算法的思想,提出用混合粒子群算法来求解CTSP。

这些仿自然算法由于具有很强的空间搜索能力,结合恰当的操作算子设计和局部优化策略的应用,所

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

构造的算法都具有较强的寻优能力,通常能求得令人满意的最好解,但相对于前述的近似算法,这些算法的执行时间和结果的优良性很大程度上取决于操作算子的设计,如何设计出优良的操作算子是值得继续研究的问题。

自适应图和神经网络研究方面:

Yanping Bai 等^[23]通过对自组织图算法中两个适应参数 学习率 α (learning rate) 和邻域函数变量 σ (neighborhood function variance) 的研究,给出了一个解决 CTSP 的高效自组织图算法。Wen Dong Zhang 等^[24]研究了初始化方法及参数设置规则,通过两者的联合,设计出了一个自组织图算法,算法具有较高的求解精度和收敛速度。

Mérida-Casermeyro 等^[25]通过为 CTSP 中的每个顶点赋予一个神经元,并使用神经元的值表示城市在回路中位置的方法,建立了一个离散多值 Hopfield 模型,以此来求解 CTSP。陆生勋^[26]对应用 Hopfield 网络解 CTSP 的算法做了改进工作,提出了解 Hopfield 网络方程的动态消元算法,克服了初值和参数的不稳健性,是一个有效的求解 CTSP 的方法。

E.M.Cochrane 等^[9]和 Kwong-Sak Leung 等^[27]给出了基于自组织图与神经网络的 CTSP 算法。

自组织图和神经网络由于具有自学习、联想存储功能和高速寻找优化解的能力,对于组合优化问题的求解具有一定的优势,它们和其它方法相结合可以设计出更具智能性的求解算法。但是 CTSP 解的表示及相关参数的设置尚需要进一步研究。

其它对 CTSP 的研究中,万颖瑜等^[28]的工作成果是值得关注的,它们对求解 CTSP 的环路构造算法和环路改进算法进行了研究。通过在环路中成批加入顶点,并在构造过程中对环路进行局部优化,得到了一种被称为 SizeScale-Construct 的算法,同时在分析局部最优解与全局最优解之间关系的基础上,提出了另一个采用局部最优解的交集作为初始环路的新算法——SizeScale-Improve。

3.2 不对称 TSP

若在 CTSP 模型中,两个顶点 i 和 j 间的距离 d_{ij} 和 d_{ji} 不一定相等,则称为 ATSP。ATSP 由于两点间距离的不对称性,所以求解更困难,但同时对于基于实际交通网络的物流配送来说,其比 CTSP 更具有实际应用价值。

闻振卫^[29]针对 ATSP,利用 3-opt 迭代取代 CTSP 求解中的 2-opt 迭代,给出一个时间复杂度为 $M \cdot Q(N^4)$ (M 为两顶点间的最大距离, N 为顶点数)的启发式迭代算法。Sang-Ho Kwon 等^[30]建立了一个候选弧(很有可能出现在最优解中的弧)集概念,设计了确定候选弧的方法,以此为基础,通过实验研究,设计了一个衰减函数用以求解 ATSP。In-Chan Choi 等^[31]通过有目的地在种群中引入无效个体,并在有效个体和无效个体间进行遗传操作,构造了一个求解 ATSP 的遗传算法。

Gregory Gutin 等^[32]的研究成果对于评价启发式算法的性能具有重要意义。他们认为 NP 问题通常难以用多项式算法求得精确解,所以通常以构造多项式近似算法来求得近似解,或者使用各种启发式算法求得较好解,但是启发式算法缺乏理论支持。他们在 F. Glover^[33]提出的评价启发式算法的支配率的基础上提出了评价启发式算法性能的支配数,并以此为基础构造了一个启发式算法,并对算法进行了理论研究。

3.3 配送收集 TSP

TSPDP 是由 CTSP 适应物流配送领域的实际需求而产生的。这个问题涉及到两类顾客需要:一类是配送需求,要求将货物从配送中心送到需求点;另一类是收集需求,要求将货物从需求点运往配送中心。当所有的配送和收集需求都由一辆从配送中心出发、限定容量的车辆来完成时,怎样安排行驶路线才能构成一条行程最短的 Hamilton 回路。

Hipólito Hernández-Pérez 等^[34]在假设从客户收集的货物可以被运送给其它客户的基础上,建立了一个 TSPDP 的 0-1 整数线性模型,并给出了一个求解模型的分支剪切算法。

由于过去的 TSPDP 研究中,多假设先配送再收集,实际上问题被转化为双向 TSP 问题。国内学者谢秉磊和霍佳震在突破此假设的前提下,对 TSPDP 进行了研究。谢秉磊等^[5]扩展了模拟退火算法和爬山法等启发式算法的指导准则——Metropolis 接受准则(若在当前解的邻域内搜索到的新解 s_j 的目标函数 f_j 小于当前解 s 的目标函数 f 时,接受新解;否则,在 $(0, 1)$ 内随机产生一个 Δ ,当 $\exp[(f-f_j)/t] > \Delta$ 时,接受新解。)将其修正为:

当 $P > \Delta$ 时,接受新解;否则,拒绝接受新解。以此为基础构造了一个求解 TSPPD 的模拟退火算法。

霍佳震等^[35]以修正的 Clarke-Wright 节约启发式算法和最邻近算法为基础进行插入式排序解决了该问题。

3.4 多人旅行商问题

即多个旅行商遍历多个城市,在满足每个城市被一个旅行商经过一次的前提下,求遍历全部城市的最短路径。解决 MTSP 对解决“车辆调度路径安排”问题具有重要意义。过去的研究大多将 MTSP 转化成多个 TSP,再使用求解 TSP 的算法进行求解。

Hong Qu 等^[36]结合胜者全取 (winner-take-all) 的竞争机制设计了一个柱形竞争的神经网络模型来求解 MTSP。并对网络收敛于可行解进行了分析和论证。代坤等^[37]使用路径编码方式,并专门针对 MTSP 设计了遗传算子,构造了求解 MTSP 的遗传算法。

Arthur E. Carter 等^[38]对有 n 个顶点和 m 个旅行商的 MTSP 设计了一种新的长度为 $n+m$ 的个体编码方式(个体的前 n 位是 $1-n$ 的整数的一个排列,后 m 位中每一位是一个整数,表示该旅行商所负责的城市数。)并据此设计了遗传操作,给出了一个求解 MTSP 的遗传算法。这是近几年在应用遗传算法求解 TSP 的研究中,少见的从改变个体编码入手的研究,对遗传算法在 TSP 中的应用研究具有指导意义。

3.5 大规模 TSP

LTSP 一般认为是顶点数超过 200 的 TSP,从严格意义上来说,它仍然是经典的 TSP,但是由于顶点数的增加,往往会使常规求解 TSP 的算法在时间复杂度或解的性能上不能令人满意。为此,有些学者针对 LTSP 设计了求解算法。

Cheng-Fa Tsai 等^[6]提出了一个多种群的蚁群优化算法。各蚁群首先独立地进行搜索,搜索期间按下式进行信息交换:

$$\begin{cases} \text{Clan}_i = \text{Clan}_i \times (1-w) + \text{Clan}_k \times w & \text{若 } i=k \\ \text{Clan}_i = \text{Clan}_i \times (1-w) + \text{Clan}_k \times w & \text{否则} \end{cases} \quad (i \text{ 表示第 } i \text{ 个种群, } k \text{ 为种群数量, } w \text{ 为一个种群在信息素表中的权重, } 1-w \text{ 表示其它种群在信息素表中的权重, } 0 \leq w \leq 1.)$$

并针对 LTSP 提出了多最近邻域和双最近邻域方法对解进行优化。

宁爱兵等^[39]提出了一种解决 LTSP 的竞争决策算法,并给出了该算法的通用模型。Samuel A. Mulder 等^[40]将自适应共振理论引入 Lin-Kernighan 局部优化算法,结合分治聚类法,给出了一个比 Lin-Kernighan 和其它变种更稳定并具有更高并行性的算法。

Dorabela Gamboa 等^[41]注意到数据结构对于算法的重要性,构造了两个被称为双重链表数据列和双重树的数据结构来表示路径,并基于此构造了排出链 (ejection chain) 算法。

3.6 多目标旅行商问题

CTSP 的路径上只有一个权值(即距离),而 MoTSP 研究的是路径上有多个权值的 TSP,要求找一条通过所有顶点并最终回到起点的回路,使回路上的各个权值都尽可能小。由于在多目标情况下,严格最优解并不存在,研究 MoTSP 的目的是找到 Pareto 最优解,这是一个解集,而不是一个单一解。

Andrzej Jaskiewicz^[42]首先构造了一个求解单目标的遗传局部搜索算法,然后基于此给出了一个求解多目标组合优化问题算法,测试结果表明算法具有较好的性能。

游道明等^[43]提出了一种简单实用的评价指标,结合 Pareto 解给出了求解 MoTSP 的蚁群算法。他们定义 $U_{ik} = (L_{ik} - L_i^*) / L_i^* (L_{ik} - \text{第 } k \text{ 只蚂蚁在完成路径后的第 } i \text{ 指标的总代价值} / L_i^* - \text{所有蚂蚁中第 } i \text{ 指标的总代价值的最小值})$ 为第 k 只蚂蚁在第 i 个目标上的偏离度。第 k 只蚂蚁所得到的解相对于理想解的偏离度 $U_k = \sum_{i=1}^r (i) U_{ik}$, (i) 为 r 个目标间的相对权值,从而得出最满意解应该为偏离度 U_k 最小的解,并设计了求解最小偏离度的算法。

3.7 其它旅行商问题

根据实际的应用背景,TSP 还产生了其它一些变种,主要有 TSPTW 和 BTSP。TSPTW 是在 CTSP 模型中加入“每个城市必须在规定的时段内访问”的约束而产生的,根据时间约束是否必须满足可以分为硬时间窗 TSP 和软时间窗 TSP。BTSP 的含义与 CTSP 类似,仅是目标不同,BTSP 要求回路中经过的最长距离最短,即最小化瓶颈距离,该问题并不追求总回路最短,而只希望在回路中每次从一个地点至另一个地点的单次

(C)1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

行程尽可能短。

谢秉磊等^[44]将时间窗约束转化成目标约束,使用路径编码方式,并为此设计了启发式规则,构造了求解具有软硬时间窗限制的 TSP。

宁爱兵等^[45]利用数学推导和证明得出了一个 BTSP 下界快速估算法,在此基础上利用竞争决策算法的通用模型,给出了一个 BTSP 的竞争决策算法。

4 总结与展望

本文对一个经典的 NP 完全问题——旅行商问题及其变种近几年的研究情况作了概要介绍。近几年,研究人员试图运用各种方法对 TSP 进行求解,但是,由于对 TSP 特性的认识的加深,试图使用精确算法求解 TSP 的研究基本销声匿迹,取而代之的是各种近似方法,试图使用单一方法求解 TSP 问题的研究在减少,而使用多种方法结合的研究逐渐占据了研究的主流。纵观近几年的研究成果,研究者主要使用了以下几种方法对 TSP 进行了研究:(1)使用各种纯数学的方法构造时间复杂度为多项式的近似算法。(2)使用常规的启发式算法:通常首先构造一个所有顶点回路,然后使用 2-opt、3-opt 和其它局部优化方法对回路进行优化。(3)使用遗传算法、蚁群算法、模拟退火算法、粒子群算法和神经网络等仿自然算法。由于遗传算法、蚁群算法和粒子群算法具有较强的群体搜索能力,但同时又存在可能陷入局部最优的问题,因而研究者通常将其它搜索算法和这些算法相结合以构造更高效的混合算法。神经网络和自组织图由于具有自学习、联想存储功能和高速寻找优化解的能力,使用它们和其它方法相结合的研究得到了研究者的重视。

由于 TSP 的广泛的实际应用背景,未来相当长时间内,TSP 仍将是算法研究领域的一个热点问题。但是除非有新的解决组合优化问题的算法框架出现,各种仿自然的算法结合局部优化的算法思想仍将是研究的重点。结合实际问题的设计适当的操作算子和局部优化策略以构造混合算法仍将是解决 TSP 的重要途径。在现行的利用仿自然算法对 TSP 进行的研究中,解的表示方法似乎已经成为限制突破的一个瓶颈,如果能够设计出新型的更易产生更优解的解的表示方法,并据此设计出求解方法,将是 TSP 算法研究的突破。

[参 考 文 献]

- [1]Carpaneto G, Toth P. Some New Branching and Bounding Criteria for the Asymmetric Traveling Salesman Problem [J]. Management Science, 1980 (26)
- [2]Dantzig G B. Solution of a Large Scale Traveling Salesman Problem [J]. Operations Research, 1954 (2)
- [3]Bellman R. Dynamic Programming Treatment of the Traveling Salesman Problem [J]. J.ACM,1962 (9)
- [4]Grefenstette J J, Gopal R, Rosmaita B, et al. Genetic Algorithms for Traveling Salesman Problem[A]. In: Proceedings of an International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications[C], 1985.
- [5]谢秉磊,李良,郭耀煌.求解配送/收集旅行商问题的模拟退火算法[J].系统工程理论方法应用,2002 (11)
- [6]Cheng-Fa Tsai,Chun-Wei Tsai,Ching-Chang Tseng. A new hybrid heuristic approach for solving large traveling salesman problem [J].Information Sciences, 2004 (166)
- [7]贺一,等.禁忌搜索算法求解旅行商问题研究[J].2002 (3)
- [8]Gregory Gutin,Anders Yeo. Polynomial approximation algorithms for the TSP and the QAP with a factorial domination number[J]. Discrete Applied Mathematics, 2002 (119)
- [9]E.M.Cochrane,J.E.Beasley.The co-adaptive neural network approach to the Euclidean Traveling Salesman Problem [J]. Neural Networks, 2003 (16)
- [10]V.Deineko.New exponential neighborhood for polynomially solvable TSPs[J] . Electronic Notes in Discrete Mathematics. 2004 (17)
- [11]Hans-Joachim Böckenhauer, Juraj Hromkovi.c, RalfKlasing,et al. Towards the notion of stability of approximation for hard optimization tasks and the traveling salesman problem[J].Theoretical Computer Science, 2002 (285)
- [12]Jérôme Monnot.Differential approximation results for the traveling salesman and related problems [J]. Information Processing Letters, 2002 (82)
- [13]Forbes J.Burkowski. Proximity and priority: applying a gene expression algorithm to the Traveling Salesperson Problem [J]. Parallel Computing, 2004 (30)

- [14]姜昌华, 胡幼华.一种求解旅行商问题的高效混合遗传算法[J].计算机工程与应用,2004 (22)
- [15]郑立平, 郝忠孝.基于混合杂交的遗传算法求解旅行商问题[J].计算机工程,2005 (20)
- [16]李炳宇, 萧蕴诗.基于模式求解旅行商问题的蚁群算法[J].同济大学学报,2003 (11)
- [17]高尚.解旅行商问题的混沌蚁群算法[J].系统工程理论与实践,2005 (9)
- [18]孙燮华.用模拟退火算法解旅行商问题[J].中国计量学院学报,2005 (1)
- [19]庞巍, 等.模糊离散粒子群优化算法求解旅行商问题[J].小型微型计算机系统,2005 (8)
- [20]黄岚, 等.粒子群优化算法求解旅行商问题[J].吉林大学学报(理学版),2003 (4)
- [21]谭皓, 等.一种基于子群杂交机制的粒子群算法求解旅行商问题[J].系统工程,2005 (4)
- [22]高尚, 等.求解旅行商问题的混合粒子群优化算法[J].控制与决策,2004 (11)
- [23]Yanping Bai, Wendong Zhang, Zhen Jin.A new self-organizing maps strategy for solving the traveling salesman problem [J].Chaos, Solitons and Fractals, 2006 (28)
- [24]Wen Dong Zhang, Yan Ping Bai, Hong Ping Hu.The incorporation of an efficient initialization method and parameter adaptation using self-organizing maps to solve the TSP[J]. Applied Mathematics and Computation, 2006 (172)
- [25]Mériada-Casermeyro E., Galán-Marín G., Muñoz-Peréz, J. (2001) An efficient multivalued Hopfield network for the traveling salesman problem. Neural Processing Letters, 14.
- [26]陆生勋. Hopfield 网络解旅行商问题的动态消元算法[J].浙江大学学报(理学版)2005 (3)
- [27]Kwong-Sak Leung , Hui-Dong Jin, Zong-Ben Xu.An expanding self-organizing neural network for the traveling salesman problem[J]. Neurocomputing, 2004 (62)
- [28]万颖瑜, 等.SizeScale: 求解旅行商问题(TSP)的新算法[J].计算机研究与发展,2002 (10)
- [29]闻振卫.一个关于非对称距离的旅行商问题的迭代算法[J].运筹与管理,2003 (2)
- [30]Sang-Ho Kwon, Hun-Tae Kim, Maing-Kyu Kang.Determination of the candidate arc set for the asymmetric traveling salesman problem[J].Computers & Operations Research,2005 (32)
- [31]In-Chan Choi, Seong-In Kim, Hak-Soo Kim.A genetic algorithm with a mixed region search for the asymmetric traveling salesman problem[J]. Computers & Operations Research,2003 (30)
- [32]Gregory Gutin,Anders Yeo. TSP tour domination and Hamilton cycle decompositions of regular digraphs[J]. Operations Research Letters,2001 (28)
- [33]F. Glover, A.P. Punnen, The traveling salesman problem: new solvable cases and linkages with the development of approximation algorithms [J]. Oper. Res. Soc. 1997 (48)
- [34]Hipólito Hernández-Pérez, Juan-José Salazar-González. A branch-and-cut algorithm for a traveling salesman problem with pickup and delivery[J]. Discrete Applied Mathematics, 2004 (145)
- [35]霍佳震,张磊.求解配送/收集旅行商问题的启发式算法[J]. 同济大学学报(自然科学版)2006 (1)
- [36]Hong Qu, Zhang Yi, Hua Jin Tang, A columnar competitive model for solving multi-traveling salesman problem[J]. Chaos,Solitons and Fractals,2005 (27)
- [37]代坤,鲁士文, 蒋祥刚.基于遗传算法的多人旅行商问题求解[J].计算机工程,2004 (16)
- [38]Arthur E. Carter, Cliff T. Ragsdale. A new approach to solving the multiple traveling salesperson problem using genetic algorithms [J].European Journal of Operational Research, 2005 (167)
- [39]宁爱兵, 等.大规模旅行商问题的竞争决策算法[J]. 计算机工程,2005 (9)
- [40]Samuel A. Mulder, Donald C. Wunsch II. Million city traveling salesman problem solution by divide and conquer clustering with adaptive resonance neural networks[J].Neural Networks,2003 (16)
- [41]Dorabela Gamboa, César Rego, Fred Glover. Data structures and ejection chains for solving large-scale traveling salesman problems [J].European Journal of Operational Research, 2005 (160)
- [42]Andrzej Jaskiewicz. Genetic local search for multi-objective combinatorial optimization[J]. European Journal of Operational Research,2002 (137)
- [43]游道明, 等.用蚂蚁算法解决多目标 TSP 问题[J].小型微型计算机系统,2003 (10)
- [44]谢秉磊, 等.刘建新.约束旅行商问题的启发式遗传算法[J].西南交通大学学报,2001 (2)
- [45]宁爱兵, 等.基于快速下界估算的瓶颈旅行商问题竞争决策算法[J].上海理工大学学报,2005 (3)

[责任编辑 戴支祥]