第四章　多変数の回帰[1]

劉慶豊[2]

小樽商科大学

December 16, 2009

[1]第二章からの資料は森棟公夫先生著「基礎コース　計量経済学」をもとに作成したものである。

[2]E-mail:qliu@res.otaru-uc.ac.jp, URL:http://www.otaru-uc.ac.jp/~qliu/

多重共線性（マルティコ）現象

リターン・モデルの推定の例 r :収益率、div :配当利回り、$cfps$:1株当たりキャッシュ・フロー、bps :1株当たり純資産、$nepr$:1株当たり純利益 / 前月末株価、$cfpr$: $cfps$ / 前月末株価、bpr : bps / 前月末株価、mv :時価総額。

$$\begin{aligned}\widehat{r} = &-10.26(-7.9) + 2.69(1.0)div - 4.41(-1.6)cfps + 0.98(0.40)bps \\ &- 2.6(-0.69)nepr + 7.4(2.0)cfpr - 0.8(-0.29)bpr + 9.3(4.3)\log(mv)\end{aligned}$$

時価総額以外はの説明変数は収益率 r に正の影響を与えると予想されたが、推定結果は係数の符号が逆になっているのもある。

マルティコ現象

相関係数行列

	divyield	cfps	bps	nepr	cfpr	bpr	log(MV)
divyield	1						
cfps	−0.18235	1					
bps	−0.12752	0.574704	1				
nepr	0.380625	0.539313	0.203112	1			
cfpr	0.308971	0.607269	0.104817	0.837967	1		
bpr	0.600748	−0.20429	0.116217	−0.1176	0.061099	1	
log(MV)	−0.44122	0.531162	0.57202	0.033011	−0.0685	−0.39773	1

$$\begin{aligned}\widehat{r} = &-10.26(-7.9) + 2.69(1.0)\,div - 4.41(-1.6)\,cfps + 0.98(0.40)\,bps \\ &- 2.6(-0.69)\,nepr + 7.4(2.0)\,cfpr - 0.8(-0.29)\,bpr + 9.3(4.3)\log(mv)\end{aligned}$$

多重共線性（マルティコ）現象

Definition

変数間の相関が高い場合には、１つの変数が相関の高い他の変数の効果を吸収してしまい、係数の推定結果が本来の符号を示さないことがある。ｔ値も有意になりにくい。このような現象を多重共線性（マルティコ）現象と呼ぶ。

- *cfps*（1株当たりキャッシュ・フロー）と *cfpr*（*cfps* / 前月末株価）、*bps*（1株当たり純資産）と *bpr*（*bps* / 前月末株価）が似たような指標となっている。しかも、相関が高い。
- 相関の高い説明変数を除いて再推定

$$\hat{r} = -10.3(-7.9) + 2.4(1.3)div + 2.5(1.8)cfpr$$
$$+ 0.21(0.13)bpr + 7.4(4.9)\log(mv)$$

- $div, bpr, \log(mv)$ の係数が同時に0である帰無仮説の F 検定

$$f = \frac{31-8}{3}\frac{0.586-0.531}{1-0.586} = 1.02$$

男女ダミー変数

y_i は i 番目の人の体重、x_i は身長である。

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \gamma M_i + u_i, \tag{1}$$

M_i が人工的に作ったダミー変数である。i 番目の人が男性であれば $M_i = 1$、そうでなければ $M_i = 0$。たとえば、$M_i, i = 1, \cdots, n$ は $\{0, 0, 1, 0, 1, 1, ...\}$。
上の式を 2 本の式に分けられる

$$\text{男性式}：y_i = \alpha + \gamma + \beta x_i + u_i,$$
$$\text{女性式}：y_i = \alpha + \beta x_i + u_i,$$

男性の定数項が $(a + \gamma)$ となって、女性の定数項 α と異なる。

検定

男女差の検定 最初の式

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \gamma M_i + u_i, \tag{2}$$

を推定して$\gamma = 0$であるかどうかのt検定を行えば良い。
$\gamma = 0$は棄却できなければ男女差がないことになる。

切片ダミー変数

Example (季節ダミー変数)

季節によって定数項が違う。四半期データ（季節ごとのデータ）を持って分析をするとき、季節性を調整するためにダミー変数を入れる。

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \gamma_1 D_{1t} + \gamma_2 D_{2t} + \gamma_3 D_{3t} + u_t, \tag{3}$$

- D_{1t} : t **が第** 1 **四半期であれば 1、他の期なら** 0、$\{1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, \cdots\}$
- D_{2t} : t **が第** 2 **四半期であれば 1、他の期なら** 0、$\{0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, \cdots\}$,
- D_{3t} : t **が第** 3 **四半期であれば 1、他の期なら** 0、$\{0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, \cdots\}$。

勾配ダミー変数

$$y_t = \alpha + \beta_1(D_{1t}x_t) + \beta_2(D_{2t}x_t) + \beta_3(D_{3t}x_t) + \beta_4(D_{4t}x_t) + \gamma z_t + u_t, \tag{4}$$

$(D_{1t}x_t)$ **は,**$\{x_1, 0, 0, 0, x_5, 0, 0, 0, x_9, 0, 0, 0, x_{13}, 0, \cdots\}$

$(D_{2t}x_t)$ **は,**$\{0, x_2, 0, 0, 0, x_6, 0, 0, 0, x_{10}, 0, 0, 0, x_{14}, \cdots\}$,

$(D_{3t}x_t)$ **は,**$\{0, 0, x_3, 0, 0, 0, x_7, 0, 0, 0, x_{11}, 0, 0, 0, \cdots\}$,

$(D_{4t}x_t)$ **は,**$\{0, 0, 0, x_4, 0, 0, 0, x_8, 0, 0, 0, x_{12}, 0, 0, \cdots\}$,

構造変化の検定

- ある時点を境目に経済システムなどの構造が変わったかどうかの検定である。
- たとえば、1973年に石油ショックが発生した。石油ショックの影響で1973年以前とその後の経済の構造が変わったかどうか。
- または、バブル期とそれ以外の時期の経済構造が同じかどうか。
- 計量経済のモデルに関しては、構造変化はモデルの係数が変わったことを意味する。

構造変化の検定（続き）

構造変化無し 全期間において x_t の係数が変わらない、同じモデルで表す。

$$y_t = \alpha + \beta x_t + u_t,$$

構造変化があり $t = 7$ 以前と $t = 8$ 以後は係数 β の値が違う。

$$\begin{aligned} y_t &= \alpha + \beta_1 x_t + u_t, \quad t = 1, \cdots, 7 \\ y_t &= \alpha + \beta_2 x_t + u_t, \quad t = 8, \cdots, n \end{aligned}$$

構造変化の式を 1 本の式で表す

$$y_t = \alpha + \beta_2 x_t + \delta(D_t x_t) + \gamma z_t + u_t, \tag{5}$$

$D_t x_t$ は，$\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \cdots\}$

構造変化の検定（続き）

Example

マクロ輸入関数の推定

log（**輸入**）$= a + \beta$**実質国内総生産**$+\gamma$ log（**輸入相対価格**）

$$IMR = \alpha + \beta GDPR + \gamma P$$

の推定結果

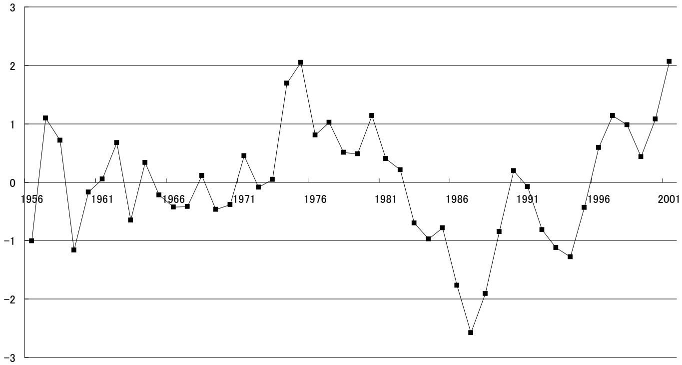
$$\widehat{IMR} = -6.0(-11.5) + 1.28(31.3)GDPR - 0.20(-2.5)P,$$

括弧内はt**値，**$R^2 = 0.99$, $\overline{R}^2 = 0.99$, $RSS = 0.46951$, **である．**

構造変化の検定（続き）

標準化残差：$\hat{u}_t / S$ のグラフ

図4.7　標準化残差



構造変化の検定（続き）

$$
\begin{aligned}
IMR &= \alpha + \beta GDPR + \gamma P \\
&\quad + \lambda D + \delta D \times GDPR + \phi D \times P,
\end{aligned}
$$

1984年まで $D = 0$、1985年以後 $D = 1$ とする。

$$
\left\{ \underbrace{0, 0 \cdots 0, 0}_{1956-1984}, \underbrace{1, 1, \cdots, 1, 1}_{1985-2001} \right\}
$$

1984年以前の式と1985年以後の式の2本の式で表現することもできる

$$
IMR = \alpha + \beta GDPR + \gamma P
$$

$$
IMR = (\alpha + \lambda) + (\beta + \delta)\, GDPR + (\gamma + \phi)\, P
$$

構造変化の検定（続き）

仮説 $H_0 : \lambda = 0, \delta = 0, \phi = 0$、$H_A : \lambda \neq 0, \delta \neq 0, \phi \neq 0$。

帰無仮説モデル H_0 **モデル**

$$IMR = \alpha + \beta GDPR + \gamma P$$

対立仮説のモデル H_A **モデル**

$$\begin{aligned} IMR = {} & \alpha + \beta GDPR + \gamma P \\ & + \lambda D + \delta D \times GDPR + \phi D \times P, \end{aligned}$$

構造変化の検定（続き）

推定結果

- H_0 モデルの結果

$$\widehat{IMR} = -6.0(-11.5) + 1.28(31.3)GDPR - 0.20(-2.5)P,$$

括弧内はt値，$R^2 = 0.99$, $\overline{R}^2 = 0.99$, $RSS = 0.46951$。

- H_A モデルの結果

$$\begin{aligned}\widehat{IMR} = &-6.4(-15) + 1.3(38)GDPR - 0.19(-2.4)P \\ &- 16(-4.5)D + 1.3(4.5)D \times GDPR + 0.38(2.1)D \times P,\end{aligned}$$

括弧内はt値，$R^2 = 0.994$, $\overline{R}^2 = 0.994$, $RSS = 0.2476$。

構造変化の検定（続き）

F 検定（誤差項が正規分布に従うという仮定が必要。）

$$f = \frac{n-K}{m}\frac{RSS(H_0)-RSS(H_A)}{RSS(H_A)}$$

は自由度 $(m, n-K)$ の F 分布に従う。ただし、m は制約の数で、K は対立仮説 H_A モデルの定数項を含んだ説明変数の数である。

$$f = \frac{46-6}{3}\frac{0.46951-0.2476}{0.2476} = 11.9$$

自由度 3 と 40 の F 分布によれば、P 値は 0 になるので、帰無仮説は棄却される。構造変化があると考えられる。

構造変化の検定（続き）

誤差項が正規分布に従うと仮定しない場合、χ^2 検定が利用できる。

公式

$$C = (n-K)\frac{RSS(H_0) - RSS(H_A)}{RSS(H_A)}$$

自由度 m の χ^2 に従う。

検定結果

$$C = 40\frac{0.46951 - 0.2476}{0.2476} = 35.9$$

C は自由度 3 の 5% 有意水準点が 7.82 より大きいため、帰無仮説が棄却される。