第二章　単回帰[1]

劉慶豊[2]

小樽商科大学

October 4, 2017

[1]第二章からの資料は森棟公夫先生著「基礎コース　計量経済学」をもとに作成したものである。

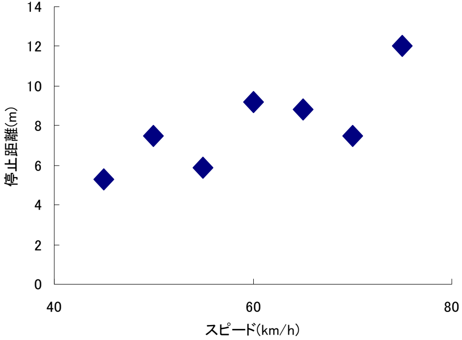
[2]E-mail:qliu@res.otaru-uc.ac.jp, URL:http://www.otaru-uc.ac.jp/~qliu/

線形回帰式

表2.1　スピードと停止距離

x	45	50	55	60	65	70	75（km/h）
y	5.3	7.5	5.9	9.2	8.8	7.5	12（m）

図2.1　スピードと停止距離



線形回帰式

回帰 確率変数 Y を X に回帰するというのは、X を持って Y の変動を説明することを意味する。

例 停止距離 (Y) を車の走行スピード (X) に回帰する。車の走行スピード (X) を持って停止距離 (Y) の変動を説明する。

回帰式

$$y_i = \alpha + \beta x_i + u_i \qquad i = 1, 2, \cdots, n \tag{1}$$

データ $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \cdots, \quad (x_n, y_n)\}$

用語の説明 x_i は説明変数（独立変数）、y_i は被説明変数（従属変数）、u_i は誤差

誤差項について

(1) 式の u_i は誤差

- 誤差項がないなら、$y_i = \alpha + \beta x_i$ は一本の直線を表す。しかし、各観測値は必ずしも直線に乗らない。そのずれを表すために u_i を足した。
- 誤差項 u_i と説明変数 x_i は互いに独立である（互いに影響を与えない）。
$$E(u_i) = 0, V(u_i) = \sigma^2, i = 1, 2, \cdots, n \tag{2}$$
- 個々のズレが互いに影響し合うことはない、$u_i, i = 1, 2, \cdots, n$, n 個の誤差項は互いに独立である。

推定

- $y_i = \alpha + \beta x_i$ の中の α と β が未知である。データを用いて未知の α と β を計算する。これを推定という。
- 推定結果は $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ と表記して、推定値と呼ぶ。
- 推定値を利用して $\widehat{\alpha} + \widehat{\beta} x_i$ で $\widehat{y}_i$ を計算する、それを回帰値または予測値と呼ぶ。

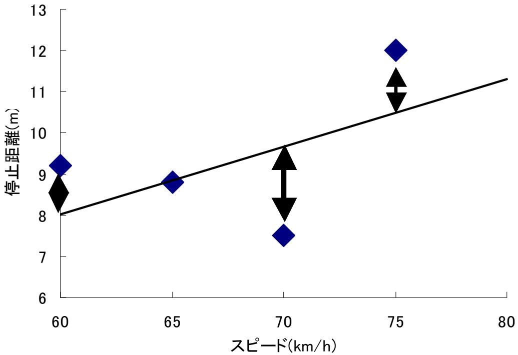
$$\widehat{y}_i \equiv \widehat{\alpha} + \widehat{\beta} x_i$$

- 残差は観測値 y_i と予測値 $\hat{y}_i$ の差

$$\hat{u}_i = y_i - \widehat{y}_i = y_i - \left(\widehat{\alpha} + \widehat{\beta} x_i\right) \qquad i = 1, 2, \cdots, n$$

回帰直線

図2.2　回帰直線



一次式と直線

二つの変数x, yの関係を数式で表すことが出来る。例えば、$y = \alpha + \beta x$。
$\alpha = 3, \beta = 2$として、$y = 3 + 2x$となる。
$x = 0$の時、$y = 3 + 2 \times 0 = 3, x = 2$の時、$y = 3 + 2 \times 2 = 7, x = 5$のとき$y = 13.$
グラフにこの2つの点を書いて繋げば一本の直線になる。

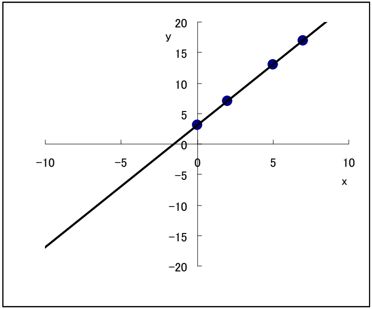
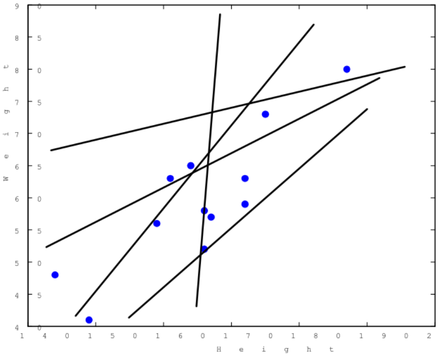


図１ 一次式と直線

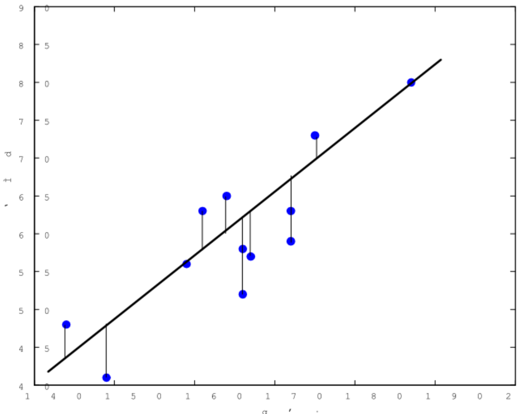
データの散布図に直線を当てはめよう

- 一本の直線を引きたいが、どうやって引けば身長と体重の関係をよく表せるのかを考えよう。
- 何本も直線を引けるが、どれがいいか基準をないと分からない。



最小二乗法の発想

- 観測値（データ）の点から直線への縦の距離の二乗の総和が一番小さくなるように直線、すなわち α と β の推定値を決める。
- 縦の距離そのものを使うこともあるが、その場合では後で出てくる計算が難しくなる。



回帰式の推定

残差二乗和（残差変動）

$$
\begin{aligned}
RSS &= \sum_{i=1}^{n}(y_i - \widehat{\alpha} - \widehat{\beta}x_i)^2 &(3)\\
&= \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \widehat{\alpha}\sum_{i=1}^{n} y_i - \widehat{\beta}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i. &(4)
\end{aligned}
$$

回帰式の推定

最小２乗法(Ordinary Least Squares, OLS) **残差の二乗和を最小にするように$\hat{\alpha}$と$\hat{\beta}$を決める方法。**

$$\widehat{\beta} = \frac{s_{xy}}{s_{xx}} = r_{xy}\frac{s_y}{s_x} \tag{5}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)\left(y_i - \bar{y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2} \tag{6}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2} \tag{7}$$

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} \tag{8}$$

•

残差分散

誤差項 $u_i = y_i - (\alpha + \beta x_i)$

残差 $\widehat{u}_i = y_i - (\widehat{\alpha} + \widehat{\beta} x_i)$

残差分散

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1,n} \widehat{u}_i^2}{n-2} \tag{9}$$

推定の例

表2.2　係数の推定

変数	y	x	x^2	xy	y^2
	5.3	45	2025	238.5	28.09
	7.5	50	2500	375	56.25
	5.9	55	3025	324.5	34.81
	9.2	60	3600	552	84.64
	8.8	65	4225	572	77.44
	7.5	70	4900	525	56.25
	12	75	5625	900	144
和	56.2	420	25900	3487	481.48

$$
\begin{aligned}
\widehat{\beta} &= \frac{\sum_{i=1,n} x_i y_i - (\sum_{i=1,n} x_i)(\sum_{i=1,n} y_i)/n}{\sum_{i=1,n} x_i^2 - (\sum_{i=1,n} x_i)^2/n} \\
&= \frac{3487 - (420 \times 56.2)/7}{25900 - (420 \times 420)/7} \\
&= 0.1643,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\widehat{\alpha} &= (\frac{1}{n}\sum_{i=1,n} y_i) - \widehat{\beta}(\frac{1}{n}\sum_{i=1,n} x_i) \\
&= \frac{56.2}{7} - 0.1643 \times \frac{420}{7} \\
&= -1.8294
\end{aligned}
$$

表2.3　回帰値と残差

変数	y	x	回帰値	残差	y^2	回帰値^2	残差^2
	5.3	45	5.56	−0.26	28.09	30.96	0.07
	7.5	50	6.39	1.11	56.25	40.78	1.24
	5.9	55	7.21	−1.31	34.81	51.94	1.71
	9.2	60	8.03	1.17	84.64	64.46	1.37
	8.8	65	8.85	−0.05	77.44	78.32	0.00
	7.5	70	9.67	−2.17	56.25	93.54	4.72
	12	75	10.49	1.51	144	110.10	2.27
和	56.2	420	56.2	0	481.48	470.10	11.38
変動和					30.27	18.89	11.38

$$\widehat{y}_1 = -1.8294 + 0.1643 \times 45 = 5.564$$

$$\widehat{u}_1 = 5.3 - 5.564 = -0.264$$

$$RSS = 481.48 - (-1.8294) \times 56.2 - (0.1643) \times 3487 = 11.38$$

$$s^2 = \frac{11.38}{5} = 2.28$$

決定係数

総変動 **観測値と平均の差の二乗和**

$$TSS = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y})^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y}) y_i = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\overline{y}^2 \quad (10)$$

決定係数 推定で得られた式の当てはまりの良さを計る尺度。1に近いほど当てはまりが良い。

$$R^2 = 1 - \frac{RSS}{TSS} \tag{11}$$

回帰変動 回帰値と平均の差の二乗和

$$\begin{aligned} ESS &= \sum_{i=1}^{n} (\widehat{y}_i - \overline{y})^2 = \sum_{i=1}^{n} (\widehat{y}_i - \overline{y})\,\widehat{y}_i \\ &= \sum_{i=1}^{n} \widehat{y}_i^2 - \overline{y}\sum_{i=1}^{n} \widehat{y}_i = \sum_{i=1}^{n} \widehat{y}_i^2 - n\overline{y}^2 \end{aligned}$$

$$RSS = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \sum_{i=1}^{n} \widehat{y}_i^2 \tag{12}$$

$$TSS = ESS + RSS \tag{13}$$

$$TSS \geq RSS \tag{14}$$

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} \tag{15}$$

表2.3　回帰値と残差

変数	y	x	回帰値	残差	y^2	回帰値^2	残差^2
	5.3	45	5.56	−0.26	28.09	30.96	0.07
	7.5	50	6.39	1.11	56.25	40.78	1.24
	5.9	55	7.21	−1.31	34.81	51.94	1.71
	9.2	60	8.03	1.17	84.64	64.46	1.37
	8.8	65	8.85	−0.05	77.44	78.32	0.00
	7.5	70	9.67	−2.17	56.25	93.54	4.72
	12	75	10.49	1.51	144	110.10	2.27
和	56.2	420	56.2	0	481.48	470.10	11.38
変動和					30.27	18.89	11.38

$$TSS = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\overline{y}^2 = 481.48 - \frac{1}{7}56.2 \times 56.2$$

$$ESS = \sum_{i=1}^{n} \widehat{y}_i^2 - n\overline{y}^2 = 470.10 - \frac{1}{7}56.2 \times 56.2$$

$$R^2 = \frac{ESS}{RSS} = 0.62$$

検定の根拠

一定の条件のもとでは

$$z = \left(\widehat{\beta} - \beta\right) / \sqrt{V(\widehat{\beta})} = \frac{\widehat{\beta} - \beta}{\sqrt{\sigma^2 / \{(n-1)s_{xx}\}}} \tag{16}$$

が標準正規分布に従う。

$$V(\widehat{\beta}) = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1,n}(x_i - \overline{x})^2} = \frac{\sigma^2}{(n-1)s_{xx}} \tag{17}$$

検定の根拠（続き）

$V(\widehat{\beta})$ を計算するために σ^2 の値が必要、しかし、σ^2 は母集団に関するパラメーターで未知である代わりに以前説明した残差分散 $s^2 = \frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{2} \hat{u}^2$ を利用する。そうすることで $V\left(\hat{\beta}\right)$ が s_{β}^2 となる。

s_β は $\hat{\beta}$ の標準誤差

$$s_\beta = \sqrt{s^2/\{(n-1)s_{xx}\}}$$

t 値

$$t_\beta = \frac{\widehat{\beta} - \beta}{s_\beta}$$

t_β は自由度 $n-2$ の t 分布に従う。

$$t_\alpha = \frac{\hat{\alpha} - \alpha}{s_\alpha} = \frac{\hat{\alpha} - \alpha}{\sqrt{s^2\left\{1/n + \bar{x}^2/\left[(n-1)\, s_{xx}\right]\right\}}}$$

t_α も自由度 $n-2$ の t 分布に従う。

回帰係数に関するt検定

真のβがβ_0であるかどうかを調べる。ただし、β_0が定数である。β_0を0にする場合が多い。
片側検定$H_0 : \beta = \beta_0, H_1 : \beta > \beta_0$と$H_0 : \beta = \beta_0, H_1 : \beta < \beta_0$二種類。
両側検定$H_0 : \beta = \beta_0, H_1 : \beta \neq \beta_0$。

$$t_\beta = \frac{\widehat{\beta} - \beta_0}{\sqrt{s^2/\{(n-1)s_{xx}\}}} \tag{18}$$

帰無仮説のもとでt_βは自由度$n-2$のt分布に従う。t_βと自由度$n-2$のt分布の臨界値と比較する。

区間推定

信頼区間 $P\{c_1 \leq \beta \leq c_2\} = 0.95$となるような$c_1$と$c_2$を求め、$\beta$が95%の確率で入る空間が95%信頼区間。

信頼空間の求め方 95%の信頼空間を例に。βのt値t_βがt分布に従うため、$P\{t_{2.5} \leq t_\beta \leq t_{97.5}\} = 0.95$となる。ただし、$t_{2.5}$と$t_{97.5}$はそれぞれ$t$分布の2.5%と97.5%分位点である。

$$P\{t_{2.5} \leq t_\beta \leq t_{97.5}\} = 0.95$$
$$P\{-t_{97.5} \leq t_\beta \leq t_{97.5}\} = 0.95$$
$$P\{-t_{97.5} \leq \frac{\widehat{\beta} - \beta}{s_\beta} \leq t_{97.5}\} = 0.95$$

$$P\left\{\{\widehat{\beta} - t_{97.5} \times s_\beta \leq \beta \leq \widehat{\beta} + t_{97.5} \times s_\beta\right\} = 0.95$$

95%の信頼区間は$\left(\widehat{\beta} - t_{97.5} \times s_\beta, \widehat{\beta} + t_{97.5} \times s_\beta\right)$である。

信頼区間と検定

帰無仮説の β_0 が信頼区間に入れば、帰無仮説は棄却できない、入らなければ、棄却する。

例題

例2.8 **車のスピードと停止距離の例の結果の続き。スピードが停止距離に影響を与えないかどうかを調べる。**

- $H_0 : \beta = 0, H_1 : \beta \geq 0$。**有意水準を**5%**とする。（　）の中は**t**値である（慣例として帰無仮説が係数**$= 0$**のときの**t**統計量を示す）。**

$$\widehat{y} = -1.8294(-0.527) + 0.1643(2.881)x$$

$$t_\beta = \frac{(\hat{\beta} - \beta_0)}{s_\beta} = \frac{(0.1643 - 0)}{s_\beta} = 2.881$$

- **自由度**$n - 2 = 7 - 2 = 5$**の**t**分布の右側**5%**臨界値は**2.02。
$t_\beta > 2.02$**なので**H_0**を棄却する。**

練習問題 **車のスピードと停止距離の例に関して、テキストの表**2 − 2, 2 − 3**の結果を用いて、**α, β**の推定量、**s^2, s_{xx}**を求めなさい。そして**t**値を計算しなさい。**

例題

例2.8**の続き** β**の**90%**信頼区間を求める。**

90%**信頼空間は**

$$\widehat{\beta} - t_{95} \times s_\beta \le \beta \le \widehat{\beta} + t_{95} \times s_\beta$$

- **自由度** $n-2=7-2=5$ **の** t **分布の右側**5%**臨界値（**95%**分位点）は** 2.02.
- $\hat{\beta}$ **の標準誤差** $s_\beta = \sqrt{s^2/\{(n-1)s_{xx}\}} = 0.057$.
- 90%**信頼区間は** $(0.1643 - 2.02 \times 0.057, 0.1643 + 2.02 \times 0.057)$.

例題

ジップ（Ziph）の法則 **都市人口 × 都市人口順位 = 定数**

データ

表 2.4 京都12市の人口とその順位

順位	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
人口(千人)	1390	186	94	94	85	77	73	67	53	53	40	25

モデル c**を定数として、**

$$P_i \times i = c$$

$$\log\left(P_i\right) = c - \log\left(i\right)$$

$$\log(P_i) = c + \beta \log(i) + u_i, i = 1, 2, \cdots, n$$

推定結果　（　）の中は帰無仮説が$\beta = 0$のt値である。

$$\widehat{\log(P_i)} = 6.53\,(23.7) - 1.235\,(-8.1)\log(i)$$

検定　$H_0 : \beta = -1, H_1 : \beta \neq -1$（両側検定）。有意水準を$10\%$とする。帰無仮説が$\beta = 0$の$t$値の公式から逆算して標準誤差を求めて、そして$t$値を求める。

$$s_\beta = -1.235 \times \frac{1}{-8.1} = 0.152$$

$$t = \frac{-1.235 - (-1)}{0.152} = -1.55.$$

検定結果　自由度10の右側5%臨界値（95%分位点）$t_{95} = 1.81$。$|t| < t_{95}$、H_0は棄却できない。$\beta = -1$であろうと認識する。

CAPM式の推定

株価の収益率

$$r = \frac{x_t - x_{t-1}}{x_{t-1}}$$

$$r = \log(\frac{x_t}{x_{t-1}})$$

市場ポートフォリオ 市場全体を一つのポートフォリオと見なす。その収益率が r_M.

安産資産の収益率 r_f

CAPM（資産価格決定モデル）

$$r - r_f = \beta(r_M - r_f)$$

CAPMの計量モデル

$$r - r_f = \alpha + \beta(r_M - r_f) + u$$

NTTに関するCAPM式の推定例

設定 日経平均の収益率を市場ポートフォリオの収益率とする（r_M）とする。郵便貯金の利息を r_f とする。$n = 239$.

推定結果 （　）の中は t 値である。

$$\widehat{r} - r_f = -0.00053(-0.44) + 0.874(10.8)(r_M - r_f)$$

α の検定 自由度が $n - 2 = 237$, $|-0.44| < t_{95}$ なので $\alpha = 0$ の帰無仮説が棄却できない。NTTの期待（平均）収益率は0に近いと認識する。

NTTに関するCAPM式の推定例

βの検定 帰無仮説が$\beta = 0$のt値の公式から逆算して標準誤差を求める

$$s_\beta = 0.874 \times \frac{1}{10.8} = 0.081$$

$H_0 : \beta = 1, H_1 : \beta < 1$の検定を有意水準5%で行う。$t$値が

$$t = \frac{0.874 - 1}{0.081} = -1.56$$

右側5%臨界値が1.65となり、$|t| < 1.65$なので、$H_0 : \beta = 1$を棄却できない。NTTの安定さは日経平均と殆ど変わらないと結論を付ける。

最小２乗推定量の導出(1)

$\Phi = RSS = \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \widehat{\alpha} - \widehat{\beta}x_i\right)^2$

最小化の為の１次条件 $\frac{\partial\Phi}{\partial\widehat{\alpha}} = 0, \frac{\partial\Phi}{\partial\widehat{\beta}} = 0.$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\widehat{\alpha}} = \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\left(y_i - \widehat{\alpha} - \widehat{\beta}x_i\right)^2}{\partial\left(y_i - \widehat{\alpha} - \widehat{\beta}x_i\right)}\frac{\partial\left(y_i - \widehat{\alpha} - \widehat{\beta}x_i\right)}{\partial\widehat{\alpha}} \tag{19}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left\{(-2)\left(y_i - \widehat{\alpha} - \widehat{\beta}x_i\right)\right\} = 0$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\widehat{\beta}} = \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\left(y_i - \widehat{\alpha} - \widehat{\beta}x_i\right)^2}{\partial\left(y_i - \widehat{\alpha} - \widehat{\beta}x_i\right)}\frac{\partial\left(y_i - \widehat{\alpha} - \widehat{\beta}x_i\right)}{\partial\widehat{\beta}} \tag{20}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left\{(-2)\left(y_i - \widehat{\alpha} - \widehat{\beta}x_i\right)x_i\right\} = 0$$

最小２乗推定量の導出(2)

正規方程式

$$\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\widehat{\alpha}-\widehat{\beta}x_i\right)=0$$
$$\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\widehat{\alpha}-\widehat{\beta}x_i\right)x_i=0$$

最小化の為の２次条件

$$\frac{\partial^2\Phi}{(\partial\widehat{\beta})^2}=2\sum_{i=1}^{n}(x_i)^2$$

最小２乗推定量の導出(3)

正規方程式を解いて最小二乗（OLS）推定量を求める

$$
\begin{aligned}
\widehat{\beta} &= \frac{s_{xy}}{s_{xx}} = r_{xy}\frac{s_y}{s_x} && (21)\\
&= \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)\left(y_i-\bar{y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2} && (22)\\
&= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2} && (23)
\end{aligned}
$$

$$
\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} \qquad (24)
$$

最小２乗法の性質（証明はテキストを参照）

性質1. 残差和は0である

$$\sum_{i=1}^{n} \widehat{u}_i = 0. \tag{25}$$

性質2. 残差と x_i は直交する

$$\sum_{i=1}^{n} \widehat{u}_i x_i = 0.$$

性質3. 観測値の和は，回帰値の和に等しい

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = \sum_{i=1}^{n} \widehat{y}_i. \tag{26}$$

性質4. 観測値の平均は，回帰値の平均に等しい

$$\overline{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \widehat{y}_i. \tag{27}$$

性質5. 残差と回帰値は直交する

$$\sum_{i=1}^{n} \widehat{u}_i \widehat{y}_i = 0. \tag{28}$$

性質6. 座標$(\overline{x},\overline{y})$は，回帰直線上に位置する

$$\overline{y} = \widehat{\alpha} + \widehat{\beta}\overline{x}. \tag{29}$$

性質7. 観測値と回帰値の積和は，回帰値の平方和に等しい

$$\sum_{i=1}^{n} y_i \widehat{y}_i = \sum_{i=1}^{n} \widehat{y}_i^2. \tag{30}$$

性質8. R^2は，回帰値$\widehat{y}_i$と観測値y_iの相関係数の２乗に等しい **回帰値$\widehat{y}_i$と観測値y_iの相関係数は，重相関係数とよばれる．**

性質9. R^2は，y_iとx_iの相関係数の2乗に等しい．(単回帰だけの性質)

予測

予測の方法

$$\widehat{y}_i = \widehat{\alpha} + \widehat{\beta} x_i \tag{31}$$

$$y_{n+1} = \alpha + \beta x_{n+1} + u_{n+1} \tag{32}$$

ただし x_{n+1} **は将来値である。**

$$\widehat{y}_{n+1} = \widehat{\alpha} + \widehat{\beta} x_{n+1} \tag{33}$$

予測分散

$$V(y_{n+1} - \widehat{y}_{n+1}) = \sigma^2 \{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_{n+1} - \overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}\}$$

予測値の信頼空間（95%）

$$\widehat{y}_{n+1} - t_{97.5}\sqrt{\widehat{V}} < y_{n+1} < \widehat{y}_{n+1} + t_{97.5}\sqrt{\widehat{V}}$$

Excelで単回帰分析

ツール→分析ツール→回帰分析→OK→入力 Y 範囲に非説明変数（分析したいまたは予測したい変数）の範囲、入力 X 範囲に説明変数（非説明変数の変化を説明できる変数）の範囲を指定→OK。

出力結果の見方

概要

回帰統計	
重相関 R	0.641785
重決定 R2	0.411887
補正 R2	0.390883
標準誤差	20.70401
観測数	30

分散分析表

	自由度	変動	分散	刂された分昔	有意 F
回帰	1	8405.914	8405.914	19.60993	0.000132
残差	28	12002.37	428.656		
合計	29	20408.28			

	係数	標準誤差	t	P−値	下限 95%	上限 95%	下限 95.0%	上限 95.0%
切片	94.39179	171.995	0.548805	0.587489	−257.924	446.7081	−257.924	446.7081
X 値 1	20.47776	4.624284	4.42831	0.000132	11.00534	29.95019	11.00534	29.95019

黄色の部分の値は求めたい係数です。

出力結果の見方

- 重相関：決定係数の平方根 R。重決定：決定係数 R^2
- 上段にある標準誤差：s
- 回帰変動：ESS
- 係数：一つ目は $\hat{\alpha}$, 二番目は $\hat{\beta}$
- 下段にある標準誤差：一つ目は $\hat{\alpha}$ の標準誤差 s_a、二番目は $\hat{\beta}$ の標準誤差 s_β
- 残差変動：残差二乗和 RSS。合計：ESS+RSS=TSS
- P 値：t 値が対応する点より外側の t 分布の両裾の確率（面積）

演習課題5 DATA03をダウンロードし、まずデータの基本統計量と共分散および相関係数をExcelで計算して下さい。ビールの消費量と平均気温の間はどのような関係があるのかを計算の結果を持って説明しよう。そして、さらに、その関係を厳密に分析するため、Excelで分析ツールで単回帰分析を行って、推定式を求めなさい。仮に2007年の5月に生産計画を立てることになっているとする。2007年7月の平均気温の予測値は37度として、2007年にこのブランドのビールをどのぐらい生産すればいいでしょう？