

統計学練習問題集

西山茂、寺坂崇宏、劉慶豊
小樽商科大学

平成 24 年 5 月 30 日

データの要約

問題 1 以下のデータを質的データと量的データに分類しなさい。性別、年齢、製品カラー、売り上げ、所得税、国籍、GDP、所属。

問題 2 以下の度数分布表を完成しヒストグラムを作成しなさい。

階級	度数	累積度数	相対度数	累積相対度数
180以上	10			
170-179	25			
169-169	35			
150-159	25			
149以下	5			

問題 3 データ $x = \{6, 7, 8, 8, 10, 3, 9, 5\}$ として、 x の平均、中央値、切り落とし平均、最頻値と四分位点を答えなさい。

問題 4 時系列データ $x_t = \{10, 12, 11, 14, 16, 14, 17\}$ とします。 x_t の 4 項移動平均を計算しなさい。

問題 5 以下の A 社銘柄の株価年次データを利用して、この銘柄の 2007 年から 2010 年の間の平均収益率を幾何平均で計算しなさい。

年	2006	2007	2008	2009	2010
株価	2395	2765	2342	2873	3421

問題 6 一定の母集団から無作為に 5 個のデータをとりだしたところ $\sum_{i=1}^5 (X_i - \bar{X})^2 = 100$ となった。記述統計の分散は平均二乗偏差だからデータの分散は となるが、母集団の分散を求めるには $\hat{\sigma}^2 = S^2 = \text{$ を用いるほうがよい。(注意：本資料において以下からデータの分散はすべて不偏の標本分散 S^2 を指す。すなわち $S^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^2$ 。)

問題 7 3 個のデータ

1, 2, 6

の平均値は 3、標本分散は 、標準偏差は である。

問題 8 統計学の試験の答案から 6 人分を抜き取り得点を集計したところ

$$\sum_{i=1}^6 X_i = 360 \quad \sum_{i=1}^6 (X_i - \bar{X})^2 = 2400$$

となった。この結果から、平均値と分散はそれぞれ $\bar{X} = \square$ 、 $S^2 = \square$ と求められる。但し、この 6 人はサンプル であるので $\hat{\sigma}^2 = \square$ を散らばりの尺度 として採用しておく と母集団の分散を推定する際に不偏性をもつ。

問題 9 5 個のデータ

2, 4, 6, 8, 10

の平均値 \bar{X} と標準偏差 S を求めると、 $\bar{X} = \square$ 、 $S = \square$ になる。ここでデータ全体に 14 を加えると、平均値 は \square 、標準偏差は \square となる。

問題 10 以下の空欄に適当な数値ないし式を記入しなさい。

1. 最近 1 週間の読書時間を 5 名の学生にヒアリングしたところ

3, 1, 5, 5, 6 (時間)

というデータが得られた。データ全体から $\bar{X} = \square$ 、 $S = \square$ になる。

2. 設問 (1) の結果を見て「これでは読書時間が足りない」という理由で 全員に 2 倍の時間の読書を求めることにした。その結果、平均と標準偏差はそれぞれ \square 、 \square になる。

問題 11 x の標本分散が c であるとする。 $y = 2x$ として、 y の標本分散を c で表現してください。

問題 12 x の標本分散が 4、平均が 6 とする。 x の 4 シグマ区間を計算しなさい。少なくともデータの何パーセントがこの区間に入るかを答えなさい。

問題 13 前の問題の x のデータを標準化しなさい。

問題 14 標準化されたデータの平均が 0、分散が 1 となることを証明しなさい。

問題 15 値が 0、1 のみであるデータが、下のような分布表に整理されている。

値	割合
0	0.6
1	0.4

このデータの平均値は \square 、分散は \square 、標準偏差は \square になる。

問題 16 $x = \{2, 4, 6\}$ 、 $y = \{6, 4, 1\}$ とする。 x と y の共分散と相関係数を計算しなさい。散布図を書きなさい。

問題 17 テキスト「統計学入門」森棟公夫著 43 ページ表 1.17 に基づいて答えなさい。a. 就学率が 50%-60% の国の割合を答えなさい。b. 出生率が 20%-30% の国で就学率が 60%-70% の国の割合を答えなさい。c. 出生率が 20%-30% の国で就学率が 40%-70% の国の割合を答えなさい。d. 出生率が 20%-40% の国の割合を答えなさい。

確率分布

問題 18 3 回コインを投げて、 $A = \{1 \text{ 回目は表、2 回目は裏、3 回目裏}\}$ の確率を計算しなさい。

問題 19 2 つのサイコロを振って、出た目の和が 8 以上になる確率を答えなさい。

問題 20 サイコロを 3 回振って、合計が偶数になる順列の数を答えなさい。

問題 21 10 円玉を 3 回投げて、その 10 円玉の裏表を調べる試行をする。この試行の根元事象と標本空間を書け。

問題 22 $\{\bigcirc \bullet \triangle \blacktriangle \star \square \times\}$ の中から、重複を認めないで 4 個取り出した時、 \bigcirc が含まれている確率を求めよ。

問題 23 10 円玉を 4 回投げて、その 10 円玉の裏表を調べる試行をする。この試行の標本空間に含まれる事象の数を求めよ。

問題 24 2 つの事象 A, B と条件付確率 $P(B|A), P(B|A^c)$ が与えられているとき、 $P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A)+P(B|A^c)P(A^c)}$ であることを証明せよ。

問題 25 ある国の国民を調査したところ、大学および大学院卒の人が 40 %、それ以外の学歴の人が 60 %いた。また、大学および大学院卒の人のうち 3 %の人が失業していて、それ以外の学歴の人のうち 6 %の人が失業していることも分かった。このとき、失業者を調査したとき、その人が大学および大学院卒である確率を求めよ。

問題 26 F_X を一回投げた場合のサイコロの出る目の分布関数とします。 F_X のグラフを書きなさい。

問題 27 コインを 2 回を投げる実験を考える。表が出たら 0 裏が出たら 1 とする。2 回を投げた結果の合計の期待値を計算しなさい。

問題 28 X を一回だけのコイン投げの結果（表が出たら 0 裏が出たら 1）、 Y をサイコロ一回だけ振った結果 $(1, 2, \dots, 6)$ とする。 $E(X + Y)$ を計算しなさい。 X と Y の実験は互いに独立（無関係に行われた）とする。 $E(X \times Y)$ を計算しなさい。

問題 29 10 の目 $(1, 2, \dots, 10)$ があるサイコロを考える。サイコロの出る目の結果 X の期待値と分散を計算しなさい。

問題 30 成功確率 $p = 0.2$ のベルヌーイ分布の密度関数と分布関数を描きなさい。

問題 31 以下の X の確率分布関数のグラフを描きなさい。

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0.2 & 0 \leq x < 5 \\ 0.6 & 5 \leq x < 10 \\ 1 & x \geq 10 \end{cases}$$

問題 32 3 枚の硬貨を投げたとき、表が出る硬貨の枚数に興味を持つとする。この実験の確率分布表を作成し、確率関数を図示せよ。

問題 33 離散確率変数 X の確率関数を $p(x_i)$ 、期待値を μ とする。この確率変数の分散は

$$V(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2 p(x_i) - \mu^2$$

から計算できることを示せ。

問題 34 確率変数 X は以下のような分布に従う。

値	確率
0	0.25
1	0.5
2	0.25

X の平均値と分散を求めると、 $E[X] = \boxed{}$ 、 $V[X] = \boxed{}$ となる。

問題 35 歪みのないコインを 5 回投げて 3 回表になる確率を二項分布の分布関数を利用して計算しなさい。

問題 36 ある大学では学生の $3/4$ が前期試験の合格者で、残りの $1/4$ が他の試験の合格者であるとする。10 人の学生を選び出したとき、その中に含まれる前期試験の合格者の数を確率変数 X としたとき、確率関数を図示せよ。また $P(\{X \leq 7\})$ を求めよ。

問題 37 ある南極基地に 1 日平均 1 枚の隕石が落ちるとする。1 週間に 3 枚以上落ちない確率をしめしなさい。

問題 38 連続確率変数 X の確率密度関数を $f(x)$ 、期待値を μ とする。この確率変数の分散は

$$V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx - \mu^2$$

から計算できることを示せ。

問題 39 X が自由度 6 の t 分布に従うとする。 t 分布表を利用して $P(X \geq 1.44)$ を求めなさい。

問題 40 統計学の試験を行ったところ得点分布には正規分布 $N(60, 12^2)$ が概ね当てはまっていた。受験生は 400 人だった。以下の設問に答えなさい。得点が 42 点以下の者は全体の何% 程度と考えられますか。A 君の得点は 72 点だった。受験生全体の中で A 君の得点順位は何位くらいと推測されますか。

問題 41 日本人全体の身長分布は正規分布 $N(165, 225)$ で表せることがわかっていると する (単位: cm)。以下の空欄に適当な数値を記入しなさい。

1. 日本人の身長の 1 シグマ区間は $\boxed{}$ cm から $\boxed{}$ cm までの範囲となる。
2. 身長が 195 cm 以上の人は全体の $\boxed{}$ % 程度いるはずである。
3. 165 cm から 180 cm までの範囲に属する人は全体の $\boxed{}$ % 程度いるはずである。

問題 42 統計学の試験を採点したところ得点分布は正規分布 $N(65, 15^2)$ が当てはまる ことがわかった。以下の空欄に適当な数値を記入しなさい。

1. 70 点の答案を標準値に直すと $\boxed{}$ になる。
2. 80 点以上の者は全体の $\boxed{}$ % 程度いるはずである。
3. この得点分布における 1 シグマ区間は $\boxed{}$ 点から $\boxed{}$ までの範囲で ある。1 シグマ区間に含まれる受験者は全体の $\boxed{}$ % 程度を占め るはずである。