

The Research of Ephemeris Fitting Algorithm Used On Autonomous Navigation Satellite

Chang Jiachao¹, Shang Lin², Li Guotong²

1. Student Department, Shanghai Institute of Microsystem and Information Technology, SIMIT, Shanghai, China

2. Navigation Department, Shanghai Engineering Center for Microsatellites, SECM, Shanghai, China

1. changjiachao@whu.edu.cn, 2. shangwlin@163.com

Abstract: This paper analyzes how to use the least-squares estimation algorithm in ephemeris fitting algorithm. Then this paper analyzes the method of increasing the fitting speed and the method of increasing the fitting accuracy at single fitting time. In consideration of the feature of the inclined geosynchronous satellite orbit (IGSO), this paper gives the length of fitting time and the interval of the sample time. Due to the application goal of algorithm is autonomous navigation satellite, the limited computing resource of on-board computer must be considered. In order to meet the requirements, this paper optimizes the acquisition method of ephemeris initial value. In addition, when the convergence rate does not meet the requirement of computer, this paper raises one method that using the local optimal solution as the result. This method runs on the on-board computer for long time. The ephemeris of the satellite is fitted for one week. The effect of fitting result is well, which meet the requirement of autonomous navigation system.

Keywords: ephemeris fitting; the least-squares estimation algorithm; IGSO; length of fitting time; space of sample time; autonomous navigation

自主导航卫星星上广播星历拟合算法研究

常家超¹, 尚琳², 李国通²

1. 中科院上海微系统与信息技术研究所, 上海, 中国, 200050

2. 上海微小卫星工程中心, 上海, 中国, 201203

1.changjiachao@whu.edu.cn, 2.shangwlin@163.com

【摘要】本文首先分析了基于最小二乘估计的广播星历拟合算法的实现方法。然后分析了在单一的拟合时刻提高拟合精度和拟合速度的方法,并结合倾斜同步轨道(IGSO)轨道的特点,给出了星上星历拟合算法的最优拟合时段长度和最优拟合采样时间间隔。由于算法的应用目标是自主导航星座卫星,需考虑星载计算机计算资源有限的问题。为了满足要求,本文优化了迭代初值的获取方法,并提出了在收敛速度不满足时间要求的情况下,以局部最优解作为拟合结果的方法。最后,将算法在星载计算机上运行,对卫星在轨一周过程进行了星历拟合,获得了较好的拟合效果,满足了自主导航系统对星历拟合算法的时间要求和精度要求。

【关键词】广播星历拟合;最小二乘估计;IGSO;拟合时长;采样间隔;自主导航

1 引言

广播星历是导航卫星下发给用户用于表征导航卫星位置信息的一组电文。在导航卫星的日常工作过程中,地面站通过跟踪卫星轨道,预报广播星历,然后上行到导航卫星,由导航卫星广播给用户。

考虑到在战争时期可能出现的地面站被摧毁的情况,卫星可能会长时间失去地面站的支持。此时就需要导航星座具有自主导航的能力^[1]。在导航星座自主导航期间,卫星将通过星间双向测距,星间数据交换等手段获得有误差的轨道数据,并在此基础上进行星历拟合,星历拟合算法是自主导航软件的一个重要的组成部分。

我国很多学者和专家对星历拟合算法做了研究。何峰等^[2]研究了GEO(地球同步轨道)卫星广播星历拟合的 Δn 超限问题和参数零估计的解决方案,崔先强等^[3]基于数值验证对比分析了18参数和16参数2种广播星历的差别,刘光明等^[4]探讨了广播星历参数的基本拟合算法和解决GEO卫星的小倾角拟合奇异问题方案。大多数学者的研究仅关注单个时刻的星历拟合,通过不断对单个参考时刻的星历拟合算法进行优化,给出了许多提高星历拟合精度的方法。但是星历拟合算法要对在轨卫星的星历进行实时的拟合,卫星在轨运行过程中,由于轨道会受各种摄动参数的影响,轨道参数在不断的变化,因此不能仅研究如何使单点的拟合精度提高的算法,要综合考虑卫星整个在轨运行

期间的星历拟合问题。本文针对IGSO轨道的特点,结合星载计算机的计算能力,综合考虑卫星在轨运行期间不同时刻的轨道特点,讨论了拟合时间长度的选取,采样间隔的选取,星历初值获取等算法中的关键问题,最终给出了星历拟合算法的整个流程,在星载处理器上实现了整个算法,并达到了规定的要求。

2 广播星历拟合算法介绍

基于开普勒根数的GPS广播星历参数具有物理意义明确、用户算法简单等特点,“伽利略”系统也采用类似模型^[5]。GPS此前使用的广播星历由16个参数组成,包括1个参考时刻 t_{0e} ,6个参考时刻的开普勒根数(\sqrt{a} , e , i_0 , Ω_0 , M_0 , ω_0),6个短周期调和改正项振幅(Crs , Crc , Cus , Cuc , Cis , Cic),3个长期项改正数(Δn , $d\Omega dt$, $didt$)。由此16参数可以外推 t_{0e} 之后的任意时刻的卫星位置,计算方法参考文献[6]。16参数代表的物理意义如表1所示。

Table1.Ephemeris

t_{0e}	星历参考时刻
\sqrt{a}	轨道半长轴的平方根
e	轨道偏心率
i_0	轨道倾角
Ω_0	参考时刻所在周起始时刻的升交点经度
M_0	参考时刻的平近点角
ω_0	近地点角距
Δn	平均角速度修正量
$d\Omega dt$	升交点赤经变率
$didt$	轨道倾角变率
Crs, Crc	轨道半径的正弦和余弦调和系数
Cus, Cuc	纬度幅角的正弦和余弦调和系数
Cis, Cic	轨道倾角的正弦和余弦调和系数

表1 广播星历参数

在星历拟合算法中真正需要拟合的数据是除参考时刻 t_{0e} 之外的15个参数 $X_0 = \{\sqrt{a}, e, i_0, \Omega_0, M_0, \omega_0, \Delta n, d\Omega dt, didt, Crs, Crc, Cus, Cuc, Cis, Cic\}$,在星历拟合算法中状态方程和观测方程^[1]为:

$$X_{i+1/0} = X(X_{i/0}, t_0) \quad (1)$$

$$Y_i = Y(X_{i+1/0}, t_0, t) \quad (2)$$

其中 $X_{i/0}$ 为广播星历拟合算法第 i 次迭代的初值, Y_i 为由 $X_{i/0}$ 计算出的卫星 i 时刻的位置。

运用最小二乘估计算法进行星历拟合,要求观测信号与估计参量之间为线性关系,而卫星位置观测量与广播星历16参数待估计量之间并不满足线性关系,此时无法直接使用线性最小二乘估计算法。因此,需要对观测量和被估计量进行变换,使变换之后的两个

量之间具有线性关系^[7]。变换过程如下:将方程(2)在 $X_0 = X_{i/0}$ 展开,得到:

$$Y = Y(X_{i/0}, t_0, t)$$

$$+ \frac{\partial Y}{\partial X_0} (X_0 - X_{i/0}) + O \parallel (X_0 - X_{i/0})^2 \parallel \quad (3)$$

令方程(3)中:

$$y = Y - Y(X_{i/0}, t_0, t) \quad (4)$$

$$x_i = X_0 - X_{i/0} \quad (5)$$

$$H = \left. \frac{\partial Y}{\partial X_0} \right|_{X_0 = X_{i/0}} \quad (6)$$

略去 x_i 的高阶项,方程(3)变换为:

$$y = Hx_i + v \quad (7)$$

根据最小二乘原理可得

$$x_i = [H^T H]^{-1} H^T y \quad (8)$$

每经过一次迭代,相应的广播星历参数为

$$X_{i+1/0} = X_{i/0} + x_i \quad (9)$$

迭代收敛的标志为

$$\frac{|\sigma_{i+1} - \sigma_i|}{\sigma_i} < \varepsilon \quad (10)$$

其中 $\sigma_i = \sqrt{\frac{|y - Hx_0|^T |y - Hx_0|}{3m - 15}}$ 为迭代过程中

的统计误差, m 为星历拟合的采样点数, ε 为预先设定的一个小量,可通过实验结果综合考虑拟合误差和迭代次数的要求选取一个合适的值。

由上面的推导过程知,最小二乘星历拟合算法中关键的步骤是计算公式(4)中的 $Y(X_{i/0}, t_0, t)$ 和公式(6)中的偏导数矩阵。上述两个关键变量的计算已有许多文章对其进行了讨论, $Y(X_{i/0}, t_0, t)$ 的计算参见文献[6],偏导数矩阵 H 的计算参见文献[8],本文中不再给出详细的推导过程。

3 单个参考时刻星历拟合算法应用研究

研究轨道某一个参考时刻的星历拟合算法,对研究整个卫星在轨过程中的星历拟合具有指导意义,且能够验证拟合算法对特定轨道的适用性。本文使用轨道仿真工具 STK 产生综合考虑各种摄动参数影响下的轨道坐标作为标准轨道,标准轨道的采样间隔是 1

分钟，模拟卫星一个月内的轨道数据。拟合过程中根据不同的实验条件，选择使用其中某个时间弧段内某些时刻的坐标数据进行拟合。在单个参考时刻星历拟合研究中选择拟合 2012 年 8 月 5 日 12:00:00 时刻的星历。下面依次讨论星历拟合采样间隔，拟合弧段时长等因素对拟合精度和外推精度的影响。

3.1 不同采样间隔的影响

星历拟合首先需要获得拟合时段内卫星在某些时刻的位置坐标。在相同拟合弧段时长情况下，相邻两个采样点之间的时间间隔将会影响星历拟合的过程和星历拟合的进度，同时采样间隔也会影响计算量，进而影响拟合时间。此处讨论使用2012年8月5日 10:00:00到2012年8月5日 14:00:00共4小时拟合弧段时长条件下，采样间隔分别为5min和15min对拟合的影响。迭代过程中，由每次拟合得到的星历计算参考时刻的卫星坐标，然后与STK产生的标准轨道进行比较，计算并记录URE误差，将误差作图可以反映拟合算法的收敛情况。图1为5min采样间隔的收敛过程，图2为15min采样间隔的收敛过程。

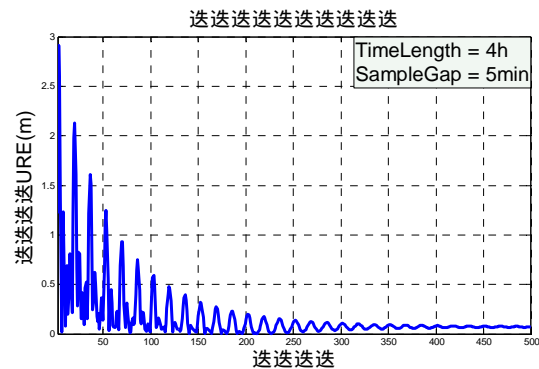


Figure1.Fitting error (Time length: 4hours, Sample Interval : 5minutes)

图 1.迭代过程误差变化（拟合弧段：4 小时；采样间隔：5 分钟）

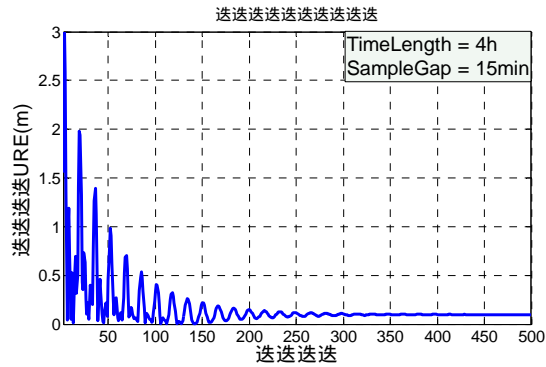


Figure2.Fitting error (Time length:4hours, Sample Space :5minutes)

图 2 迭代过程误差变化（拟合弧段：4 小时；采样间隔：15 分钟）

通过对比图1和图2，可以获得采样间隔对拟合算法的影响。首先讨论对于拟合精度的影响，图1最终收敛的精度为0.08m，而图2最终收敛的精度为0.1m，可见采样间隔对拟合精度的影响并不是很大。然后讨论对于收敛速度的影响，两者的收敛速度也没有很大的不同，因此采样间隔对收敛速度的影响相对较小。

3.2 不同拟合弧段时长的影响

使用不同时长的轨道数据进行拟合对星历拟合算法的收敛速度和拟合误差也是有影响。本文讨论在采样间隔都为15min的条件下，拟合弧段时长分别为4小时和5小时时对拟合结果的影响。其中4小时拟合弧段选择使用2012年8月5日10:00:00到2012年8月5日 14:00:00的轨道数据，而5小时拟合弧段选择使用2012年8月5日09:30:00到2012年8月5日 14:30:00的轨道数据。同样将迭代过程中计算的参考时刻的URE误差作图。图3为拟合弧段时长为5小时的收敛过程。

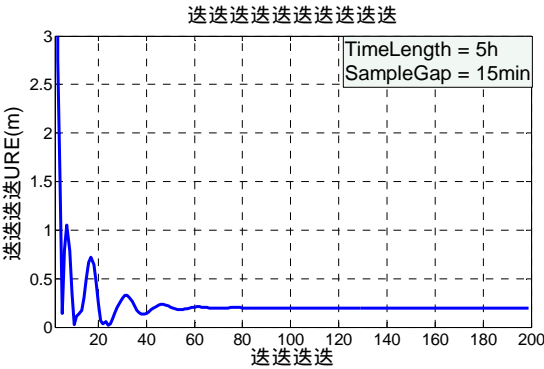


Figure3.Fitting error (Time length: 4hours, Sample Interval: 5minutes)

图 3 迭代过程误差变化（拟合弧段：5 小时；采样间隔：15 分钟）

通过对比图2和图3，可以获得拟合弧段时长对拟合算法的影响。首先讨论对于拟合精度的影响，图2最终收敛的精度为0.1m，而图3最终收敛的精度为0.2m，可见拟合时长对拟合精度是有影响的，拟合时长增加会导致拟合误差增加。然后讨论对于收敛速度的影响，图3中在50处已经收敛，而图2中在300处仍未完全收敛，可见拟合时长对收敛速度有较大的影响。

综合上面的讨论，在单个星历拟合时刻进行星历拟合有如下规律：

Table2. The impact of various factors on the fitting algorithm

影响因素	采样间隔减小	拟合时长增加
收敛次数	无影响	减小
收敛误差	无影响	增加
拟合时间	增加	增加

表2 各因素对拟合算法的影响总结

4 星上星历拟合算法研究

整个卫星在轨期间,都需要进行星历拟合。星上星历拟合算法是一种实时的星历拟合方法,同时该算法不可以长时间的迭代下去,必须在规定的时间内完成迭代。观测数据是实时获得的,并且仅能获得拟合参考时刻之前的轨道数据,因此首先要通过一定的算法补足算法需要的所有观测数据。另外,卫星在轨运行期间,轨道参数受摄动因素的影响长时间会有较大的变化,因此必须考虑如何使算法适应于所有轨道参数情况下的星历拟合。

为了适应星上算法的要求,根据表2的结论,拟合时长越短拟合精度越高,实验发现 IGSO 最短的收敛时长为4小时,因此拟合时长取为4小时。同时看到采样间隔对拟合精度影响较小,为了减小计算量,采样间隔选择为15分钟。但是为了更好地适应整个轨道的星历拟合,进一步加快收敛速度,对算法做了如下优化。

4.1 迭代初值获得策略

上述算法中星历拟合的初值是由参考时刻卫星在惯性系中的位置速度参量计算出来的,即开普勒六个轨道根数^[9],而其他九个摄动修正参数设置为零。由于星历拟合是连续进行的,前后两次拟合轨道的参量变化不大,所以前一拟合历元的星历对下次拟合具有指导意义,可以将本次星历拟合的摄动参数初值设置为上次拟合的摄动参数结果。通过实验发现这种方式提高了星历拟合的速度。本文使用于2012年8月5日12:00:00拟合出的星历结果作为2012年8月5日13:00:00星历拟合的初值。分别对使用和不使用上述初值的两种方式进行拟合,记录拟合过程中与标准轨道的URE误差,将误差数据作图,得到图(4)和图(5)的结果。

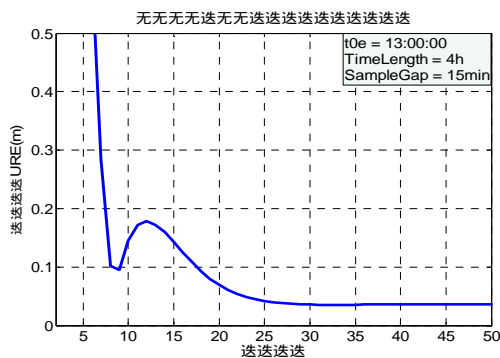


Figure4.Fitting error when the initial value of perturbation parameters are zeros

图4 摄动参数迭代初值取零拟合过程

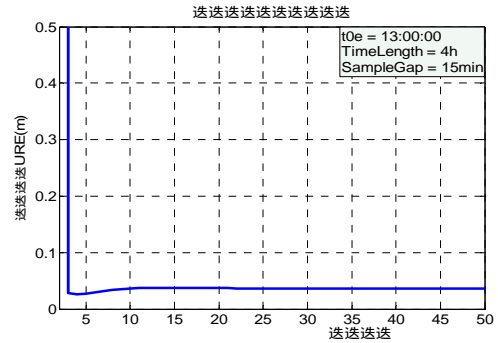


Figure5. Fitting error when the initial value of perturbation parameters are the results of last fitting time

图5 摄动参数迭代初值取上一拟合历元结果拟合过程

对比图4和5图可以发现:若摄动参数的初值取为0,则收敛需要30次以上的迭代;若取12:00:00拟合的结果作为本次拟合的初值,收敛次数减少到10次以内,收敛速度明显提高。

4.2 迭代结束策略

由于星上计算机分配给星历拟合算法的时间有限,允许的迭代次数很少,所以仿真过程中设置迭代次数上限为10次。方程(10)给出的结束条件保证了算法的收敛。但是通过对图1观察发现,在某些拟合时刻,迭代10次仍未收敛,但是其中存在一个局部最优点。因此,在10次迭代仍未收敛的情况下取局部最优点为拟合结果。

通过上面的讨论,程序的最终流程图为:

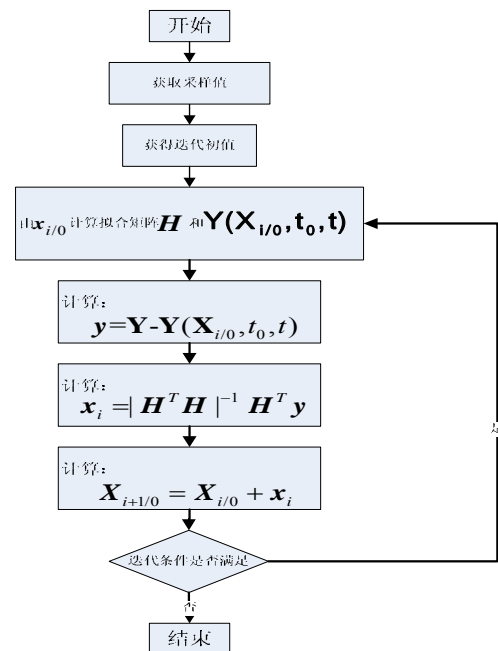


Figure6. Flowchart of algorithm

图 6 算法流程图

在星载计算机上,按照图 6 的流程编写程序实现上述星历拟合算法。标准轨道仍为 STK 产生的数据,拟合弧段设置为 4 小时,采样间隔为 15 分钟,初值获取策略和拟合结束策略按照第 4 部分介绍的策略进行。对每个整小时时刻的星历进行拟合,然后由拟合得到的星历数据计算当前参考时刻的卫星坐标,以此坐标和标准轨道进行对比,计算拟合的 URE 误差。对卫星在轨运行七天的星历拟合进行仿真,记录了在各个参考时刻的星历拟合误差,如图 7 所示。

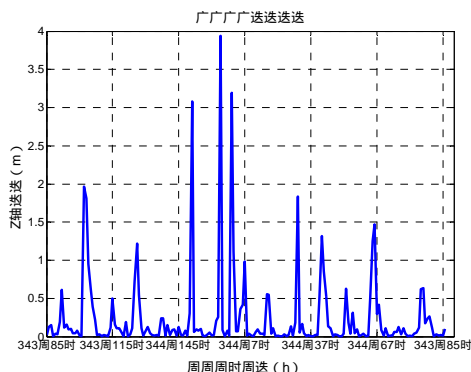


Figure7.Fitting error for long time

图 7 长时间星历拟合误差

图中误差大于 1m 的点是在 10 次迭代仍未收敛的点的误差。图 7 中包含了 182 个点的拟合误差数据，其中误差大于 1m 的点共有 8 个，拟合误差小于 1m 的点所占比例为 95.6%，超过 1m 的拟合误差最大为 4m。上述结果满足星上星历拟合误差的要求，算法取得较好的拟合效果。

5 总结

文中分析了基于最小二乘估计的广播星历拟合算法的实现方法。首先,在理论分析的基础上,结合具体的 IGSO 卫星轨道分析了拟合时长和采样间隔对算法的拟合精度和收敛速度的影响,并在综合考虑卫星的具体情况之后,选择拟合时长为 4 小时,采样间隔为 15 分钟。然后,为了在规定时间内完成星历拟合,优化了星历拟合算法初值的获取方法,明显的提高了收敛速度。最后,提出在 10 次迭代仍未收敛的情况下,以一个局部最优解作为拟合结果。将上述算法工程化后,在星载计算机对 IGSO 卫星在轨运行七天过程中的星历进行拟合,获得预期的拟合效果:在 95.6%以上的拟合时刻,拟合精度在 1m 内;其他时刻的拟合误差控制在 4m 内。

同时也看到了在某些拟合时刻, 星历拟合收敛速度比较慢, 在10次迭代后仍没有完全收敛, 这是由于卫星受摄动因素影响导致了轨道参数的变化。下一步的工作就是优化算法, 使得星历拟合在所有拟合时刻均可在10次迭代内完全收敛。

References(参考文献)

- [1] Chen Zhonggui, Liu Guangming, Liao Ying, Wen Yuanlan. Autonomous Update Broadcast Ephemeris Algorithm [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2011, 33(3). P1-4 (Ch).
陈忠贵, 刘光明, 廖瑛, 文援兰.广播星历参数星上自主拟合算法[J], 国防科技大学学报, 2011, 33(3), P1-4.
- [2] He Feng, Wang Guang, Liu Li, et al. Ephemeris Fitting and Experiments Analysis of GEO Satellite[J]. *Acta Geodetica Cartographica Sinica*, 2011, 40(5), P1001-1595(Ch).
何峰, 王刚, 刘利, 等. 地球静止轨道卫星广播星历参数拟合与实验分析[J]. 测绘学报, 2011, 40(5), P1001-1595.
- [3] Cui Xianqiang, Jiao Wenhai, Jia Xiaolin, et al. Comparisons of Two Kinds of GPS Broadcast Ephemeris Parameters Fitting Algorithms[J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2006, 26(5), P382-387(Ch).
崔先强, 焦文海, 贾小林, 等. 两种GPS广播星历参数算法的比较[J]. 空间科学学报, 2006, 26(5), P382-387.
- [4] Liu Guangming, Liao Ying, Wen Yuanlan, et al. Research on the Fitting Algorithms of the Broadcast Ephemeris Parameter of Navigation Satellites[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2008, 30(3), P100-104(Ch).
刘光明, 廖瑛, 文援兰, 等. 导航卫星广播星历参数拟合算法研究[J]. 国防科技大学学报, 2008, 30(3), P100-104.
- [5] Huang Hua, Liu lin, Zhou Jiahua, Liu Li, He Feng. Research on 18 Elements Broadcast Ephemeris Model[J]. *Journal of Spacecraft TT&C Technology*, 2012, 31(3), P80-84(Ch).
黄华, 刘林, 周建华, 刘利, 何峰. 18参数广播星历分析研究[J]. 飞行器测控学报, 2012, 31(3), P80-84.
- [6] Elliott D.Kaplan, Christopher J.Hegarty, Kou Yanhong. Understanding GPS Principles and Application, Second Edition[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2007.P 23-31(Ch).
Elliott D.Kaplan, Christopher J.Hegarty 编, 侯彦红译. GPS 原理与应用(第二版)[M]. 北京: 电子工业出版社. 2007. P23-31.
- [7] Ye Zhongfu. Statistical Signal Processing[M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 2009. P275-279(Ch).
叶中付. 统计信号处理[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社. 2009. P275-279.
- [8] Wu Zhailian, Wu Huiying, Liu Guohua. The Algorithm Analysis of GPS Broadcast Ephemeris Parameters[J]. *The 2nd China Satellite Navigation Conference*, 2011(Ch).
吴宅莲, 吴会英, 刘国华. GPS广播星历参数算法研究[J]. 第二届导航学术年会, 2011.
- [9] Zhang Renwei. Satellite attitude and orbit dynamics and control[M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 1998. P7-12(Ch).
章仁为. 卫星轨道姿态动力学与控制[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社. 1998. P7-12.