原稿

draft

久永健

2021-11-22

目次

今回の発表は 5 つの章で構成されており、

- 1章では, 準備として圧縮センシングとLASSOの説明と, LASSOに対する求解アルゴリズムをいくつか紹介します.
- 2章では, 分散圧縮センシングの問題設定を述べ, 分散圧縮センシングにおける手法の一つDAMPと通信コスト削減のために用いられるアルゴリズムについて紹介します. また, 2章の最後に本研究の目的を説明したいと思います.
- 3章では, 本研究での提案手法を説明し, またさらに通信コスト削減手法を提案します.
- 4章でそれまで紹介したアルゴリズムと提案手法を用いて数値シミュレーションを行い性能を比較します.
- 最後に、簡単なまとめで発表を締めたいと思います.

圧縮センシング

まずは, 準備として「圧縮センシングとLASSO」から説明します.

- 圧縮センシングは次元数よりも少ない回数での観測から復元する問題です.
- 右図のように横に長い長方行列を用いる場合, 観測雑音がないとしても, 方程式の数よりも変数の個数が多い劣決定な連立一次方程式となり, 一般的には一意に解を定めることが難しいです.
- しかし、解が疎であると仮定することで、元の原信号に近い値を持つ推定解を求めることができます。

LASSO

先ほど述べた問題において観測雑音の影響がある場合,

- $\boldsymbol{y}$と$\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}$との二乗誤差と$\hat{\boldsymbol{x}}$のL1ノルムの和が最小になる推定解を探るLASSOという手法があります.
  - ここで、λは正則化パラメータであり観測雑音の影響を考慮して設定されます.
- LASSOに対する基本的な求解アルゴリズムとしてISTAがあります.
  - ISTAは以下の2式を交互に繰り返すことでLASSOの推定解を求めることができます.
  - しかし, ISTAはλが極端に小さすぎると計算が不安定になったり, 大きすぎると推定解にたどり着けなかったりと,
  - λを適切に設定できなければ, 精度の高い再構成を行うことができません.

AMP

次に、AMPを紹介します。

- AMPはλの値を必要とせず, ISTAの更新式にOnsager項を付加した更新式で構成されます.
- また, 状態発展法と呼ばれる推定解と原信号との平均二乗誤差の変化を計算する手法で, 理論的に性能を解析することができます.
- しかし, 観測行列の各成分が独立同分布かつガウス分布に従う行列, i.i.d.ガウス行列を用いない場合, 精度の高い再構成が実行できず状態発展法による理論的な性能解析が困難になります.

OAMP

OAMPはAMPに関する観測行列の制約が緩和されるアルゴリズムです.

- OAMPはAMPよりも広いクラスの観測行列を用いても精度の高い再構成を実行でき, 状態発展法による性能解析も行うことができます.
- OAMPでは, ISTAやAMPで用いた軟判定閾値関数ではなくDivergence-Free関数を用います.
- また, 最終ステップで用いられる関数はDivergence-Free関数である必要はありません.
    - ですが, 本研究ではDivergence-Free関数を用いて後述の数値シミュレーションを行いました.

OAMP

- OAMPはAMPよりも広いクラスの観測行列を用いても精度の高い再構成をおこなえますが, そのような観測行列の一つとしてユニタリ不変行列があります.
    - これは観測行列を特異値分解した形において, $\boldsymbol{V}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{U}$が互いに独立で, $\boldsymbol{V}, \boldsymbol{U}$がハール分布に従う直交行列の場合での観測行列の事を指します.
    - 本研究では$\boldsymbol{D}$を下の二式に従うように設定します.
- また, 再構成の更新式で用いられた$\boldsymbol{W}$は任意の$\hat{\boldsymbol{W}}$から以下の式で生成されます.
    - 本研究では, この$\hat{\boldsymbol{W}}$の候補として以下の三つを用います.
    - この中で, 線形最小二乗誤差, LMMSEは最も最適な形として用いられます.
    - しかし, 各反復ごとに更新しなければならないため計算コストが余計にかかります.

分散圧縮センシング

分散圧縮センシングはP個のノードで構成されたネットワークで分散的に原信号を観測し, 各観測信号をもとに再構成を行う問題です.

- このとき, 各ノードにおける観測信号をまとめるとスライドでの中央にあるような数式になります.
- 本研究では, 右図のような特定のノードをその他のノードと直接通信できる中央ノードとして設定し,
- その他のノードは互いに通信を行わず、それぞれの観測信号や観測行列を共有しないことを想定します.
- また, 標準的な圧縮センシングは分散圧縮センシングでの$P = 1$に相当します.

分散的近似メッセージ伝搬法

分散圧縮センシングにおける手法の一つとしてDAMPがあります.

- DAMPは前述のAMPを分散環境に適用させたアルゴリズムです.
- AMPと同様に状態発展法で理論的な性能解析を行えます.
- また, $P = 1$の場合AMPと等価になります.
- しかし, DAMPはAMPと同様に観測行列にi.i.d.ガウス行列を用いない場合, 精度の高い再構成や状態発展法による性能解析が難しくなるという問題があります.

GCAMP

絶対値が閾値を超えない成分はすべて0になるため, DAMPでは閾値を超える成分のみを集約し更新することで通信コストを削減することができます.

- そのような手法としてGCAMPが提案されています.
- GCAMPは4つの処理から構成され,
  - STEP1では, 閾値の平均値を調節した値を基準に, 各ノードで超過する絶対値を持つ成分のみを中央ノードと通信し共有します.
  - STEP2では, 中央ノードで集約した成分をもとに各nの上限を計算し, 各要素で上限が閾値を超えるnの成分を各ノードに要求します.
  - STEP3では, 各ノードで中央ノードから要求された成分のうち, STEP1で共有しなかった成分のみ中央ノードに送信します.
  - STEP4では, このように集約された閾値を超える可能性のある候補に対して, 軟判定閾値関数を用いることで推定解を更新します.

研究目的

次に, これまで紹介した手法の関係を踏まえ本研究の目的を説明します.

- 非分散環境において, OAMPはAMPに関する観測行列の制約が緩和される手法で, より広いクラスの観測行列を用いることができます.
- 一方, 分散環境において, DAMPはAMPと同様な観測行列の制約を有しています.
- そこで, 本研究ではOAMPを分散環境に適用させることで, DAMPよりも広いクラスの観測行列を用いることができる, 分散圧縮センシングの新たな手法を提案します.
    - 提案手法は精度の高い再構成や状態発展法による性能解析ができます.
    - また, 通信コストを削減するためにDAMPに適用させたGCAMPは提案手法に直接用いることができないため, 新たな通信コスト削減手法を提案します.

分散的直交近似メッセージ伝搬法

それでは, 本研究での提案手法である「分散的直交近似メッセージ伝搬法」を説明したいと思います.

提案手法を以後, Distributed OAMP, DOAMPと呼びたいと思います.

- DOAMPはOAMPを分散環境に適用させた手法で,
- OAMPと同様に状態発展法による性能解析を行うことができます.
- また, $P = 1$の場合OAMPと等価になります.
- 更新式で用いられる行列$\boldsymbol{W}_p$は, OAMPで説明した行列$\boldsymbol{W}$をノードごとの観測行列に従い, 割り当てて作成したものです.

分散的直交近似メッセージ伝搬法

- DOAMPの状態発展法は左上の3式で構成されます.
  - τは更新時の閾値, vは更新式で用いられる行列$\boldsymbol{W}$のLMMSEの場合に用いられます.
  - しかし, 実際に再構成する際には原信号は未知であるためこれらの値を求めることができません.
  - これは, これまで紹介した手法での状態発展法にも当てはまります.
- そこで, これらを経験的な推定値に置き換えたいと思います.
- その前に, 準備として分散環境における各ノードの信号雑音比率を定義します.
  - 圧縮センシングで定義した信号雑音比率は, 次のように数式展開できます.
  - このとき, 各ノードにおける信号雑音比率を次のように定義すると, 非分散環境での観測雑音の分散σは各ノードの観測雑音の分散σ_pの総和であると考えることができます.

分散的直交近似メッセージ伝搬法

以上の準備を踏まえ, 経験的な推定値への置き換えに移りたいと思います.

- まず文献[4]に従い, 状態発展法の数式をスライド右上のように経験的な推定値に置き換えます.
- ここで, 各ノードにおける推定値をスライド左下の2式のように定義します.
- このとき, 先ほどの経験的な推定値は各ノードの推定値の総和であると考えることができます.

GCOAMP

- 提案手法DOAMPは推定解の更新にDivergence-Free関数を用いるため, すべての成分が必要となり, 前述のGCAMPを単純に適用させることはできません
- しかし, 集約しない成分の総和は閾値以下であるため, それらの値に対して近似を行うことで補うことができます.
- このような処理を行う手法としてGCOAMPを提案します.
- GCOAMPはさきほど定義した各ノードの閾値$\tau[p]$を用いることでより適した形で集約することで, 再構成の精度を維持したまま通信コストを抑えることができます.

GCOAMP

- GCOAMPは5つの処理から構成され,
  - STEP1では, 各ノードの閾値$\tau[p]$を基準に, 超過する絶対値を持つ成分のみを中央ノードと通信し共有します.
    - GCAMPでは基準として閾値の平均値を調節した値を用いていましたが, GCOAMPでは各ノードの閾値を用いています.
  - STEP2では, nごとに集約した成分の総和$z[n]$を用いて各nの判定値を計算し, 各要素で判定値が閾値を超えるnの成分を各ノードに要求します.
  - STEP3では, 各ノードで中央ノードから要求された成分のうち, STEP1で共有しなかった成分のみ中央ノードに送信します.

GCOAMP

- (次のスライドへ)
  - STEP4では, 集約された閾値を超える可能性のある候補に対して, 軟判定閾値関数を用いて仮の推定解$\boldsymbol{u}$を求めます.
  - STEP5では, 閾値以下と見なされた成分に対し, STEP2で計算した$z[n]$と, (-1, 1)の範囲での標準正規乱数を用いた近似で補います. そして, これらの値を用いてDivergence-Free関数で推定解を更新します.

高次元な信号に対する再構成性能の比較

提案手法とこれまで紹介した手法に対して数値シミュレーションを行い, 性能を比較したいと思います.

- まず, 高次元な信号に対する再構成性能の比較をします.
- このとき, 問題設定はスライド左上のように設定します.
- また, 評価する指標として平均二乗誤差と通信コスト比を用います.
    - ここで, 通信コスト比はGCAMP及びGCOAMPを用いた場合の通信コストと, 通信コストを削減せずすべての成分を中央ノードに送る場合の通信コストの比率と定義します.
- 原信号はガウス・ベルヌーイ分布に従うものとします.
- また, 前述のGCAMPを適用させたDAMPでは指定された反復回数での再構成が難しいため, GCOAMPのSTEP1~4の処理をGCAMPとしてDAMPに適用させます.

高次元な信号に対する再構成性能の比較

まず, 観測行列にi.i.d.ガウス行列を用いる場合の結果を示します.

- 左のグラフは通信コスト比, 右のグラフはMSEに関する結果です.
- ここでGCAMPはGCAMPを適用させたDAMP, GCOAMPはGCOAMPを適用させたDOAMPを指しています.
- 左のグラフからは両手法が通信コストを削減できていることが確認できます.
    - GCAMPは初め 8 割弱の通信コストがかかってていますが, その後減少し続け最終的に7割弱までに抑えています.
    - また, GCOAMPは初め9割弱の通信コストがかかっていますが, GCAMPと同じような推移で最終的に8割程度に落ち着く様子が確認できます.
- 右のグラフからはGCOAMPがOAMPよりも性能が高いことが確認できます.
    - また, GCAMPは初めはAMPと等しい性能で推移していましたが, 途中から再構成がうまく働かなくなり最終的には悪い性能を示しました.

高次元な信号に対する再構成性能の比較

- 右のMSEに関するグラフでは, 通信コスト削減手法GCOAMPを適用させたDOAMPがOAMPよりも高い再構成性能を示しています.
- 数値シミュレーションの正当性には注意を払っていますが, このような結果に関して検証を継続する必要があると考えています.

高次元な信号に対する再構成性能の比較

次に, 観測行列にユニタリ不変行列を用いる場合の結果を示します.

- さき程と同様に, 左のグラフは通信コスト比, 右のグラフはMSEに関する結果です.
- AMPとDAMPはMSEが発散するためグラフから割愛しています.
- 左のグラフからはGCOAMPが通信コストを削減できていることが確認できます.
  - GCOAMPはi.i.d.ガウス行列の場合と同様に, 初めに9割弱の通信コストがかかっていますが, 最終的に8割程度に収まっていることが分かります.
- 右のグラフからはGCOAMPがOAMPよりも性能が高いことが確認できます.
  - この結果もi.i.d.ガウス行列の場合と同様に高い性能を示していますが, これに関しても引き続き検証を行う必要があると考えます.

条件数の増加に対する再構成性能の比較

続いて, 条件数の増加に対する再構成性能の比較を行います.

- 問題設定はスライド左上のように設定します.
- グラフに横軸を条件数, 縦軸をMSEとして示します.
- グラフから, 全体的にGCOAMPを適用させたDOAMPがOAMPよりも高い頑健性を示しています.
- また, 条件数が10^3と比較的小さい場合, DOAMPのPINVはOAMPのLMMSEよりも性能が上回っていることが分かります.
  - LMMSEでは反復ごとに更新式で用いる行列$\boldsymbol{W}$を生成しなければならず, 計算コストや通信コストが余計にかかります.
  - そのため, 条件数が大きすぎない場合にはDOAMPのPINVは効率よく精度の高い再構成を行えると考えられます.

まとめ

- 最後に本研究のまとめに入りたいと思います.
    - 本研究ではDAMPの観測行列を緩和するためDOAMPを提案しました.
    - また, 通信コストを削減するためGCOAMPを提案しました.
    - そして, 数値シミュレーションを行うことで通信コスト比と再構成性能の比較を行いました.
        - 繰り返しとなりますが, 本研究で行った数値シミュレーションの正当性には注意を払っています. しかし, これらの結果に関しての検証は継続する必要があると考えています.
- 今後の展望としては, 通信コストをさらに削減することが挙げられます.

以上で発表を終わりたいと思います.
ご清聴ありがとうございました.