量子コンピューティングの基礎

内藤壮俊

大学院情報理工学系研究科 電子情報学専攻
長谷川研究室 博士3年

2025/10/27 @ UTokyo Qiskit Fall Fest 2025 事前講習会

おしながき

量子ビットと触れ合おう

- 量子ビットの表現
- 量子状態の測定
  - Exercise 1: 量子状態を可視化してみよう
- 量子状態の操作: 量子ゲート・量子回路
  - Exercise 2: 量子ゲートを合成してみよう

量子系と触れ合おう

- N qubitの量子状態
- 制御ゲート
  - Exercise 3: 重ね合わせ状態を作ってみよう
  - Challenge: 重ね合わせ状態を作ってみよう

量子ビットと触れ合おう

古典ビット (bit) と量子ビット (qubit)

古典ビット (bit)

- 0 もしくは 1 のいずれかの値に確定する $\in \{0,1\}$
- 中間状態は無い

量子ビット (qubit)

- $|0\rangle$状態と$|1\rangle$状態が存在する
- $|0\rangle$状態と$|1\rangle$状態の重ね合わせも取れる $\in \mathbb{C}^2$
  - $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$を満たす複素数 α, β に対し
    $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$という状態を取れる

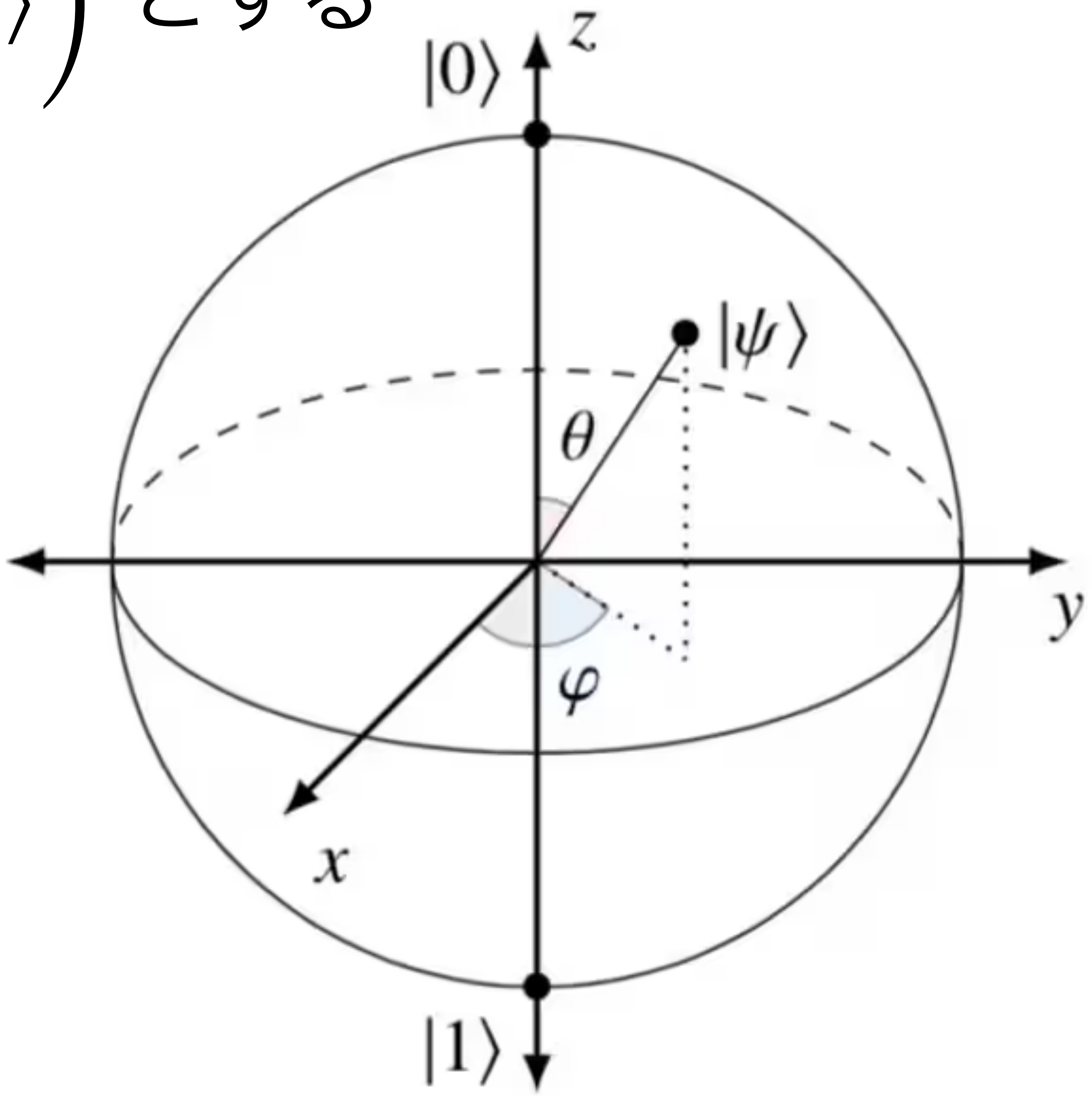
ブロッホ球による量子状態表現

区別可能な量子状態

- $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = e^{i\lambda}\left(\cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\phi}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle\right)$ とする
- この時、λ は区別できず、θ, ϕ のみ区別可能

ブロッホ球 (Bloch Sphere)

- 量子状態を球面上の一点として表現したもの
- 北極が$|0\rangle$状態、南極が$|1\rangle$状態
- ブロッホ球上で同じ点 = 同じ状態



量子状態の測定

ボルンの法則

- Z基底 ($|0\rangle$, $|1\rangle$) で測定すると、量子状態は$|0\rangle$または$|1\rangle$に変化する
- $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ の場合、確率$|\alpha|^2$で$|0\rangle$、確率$|\beta|^2$で$|1\rangle$になる

直感的には「近い状態ほど出やすい」

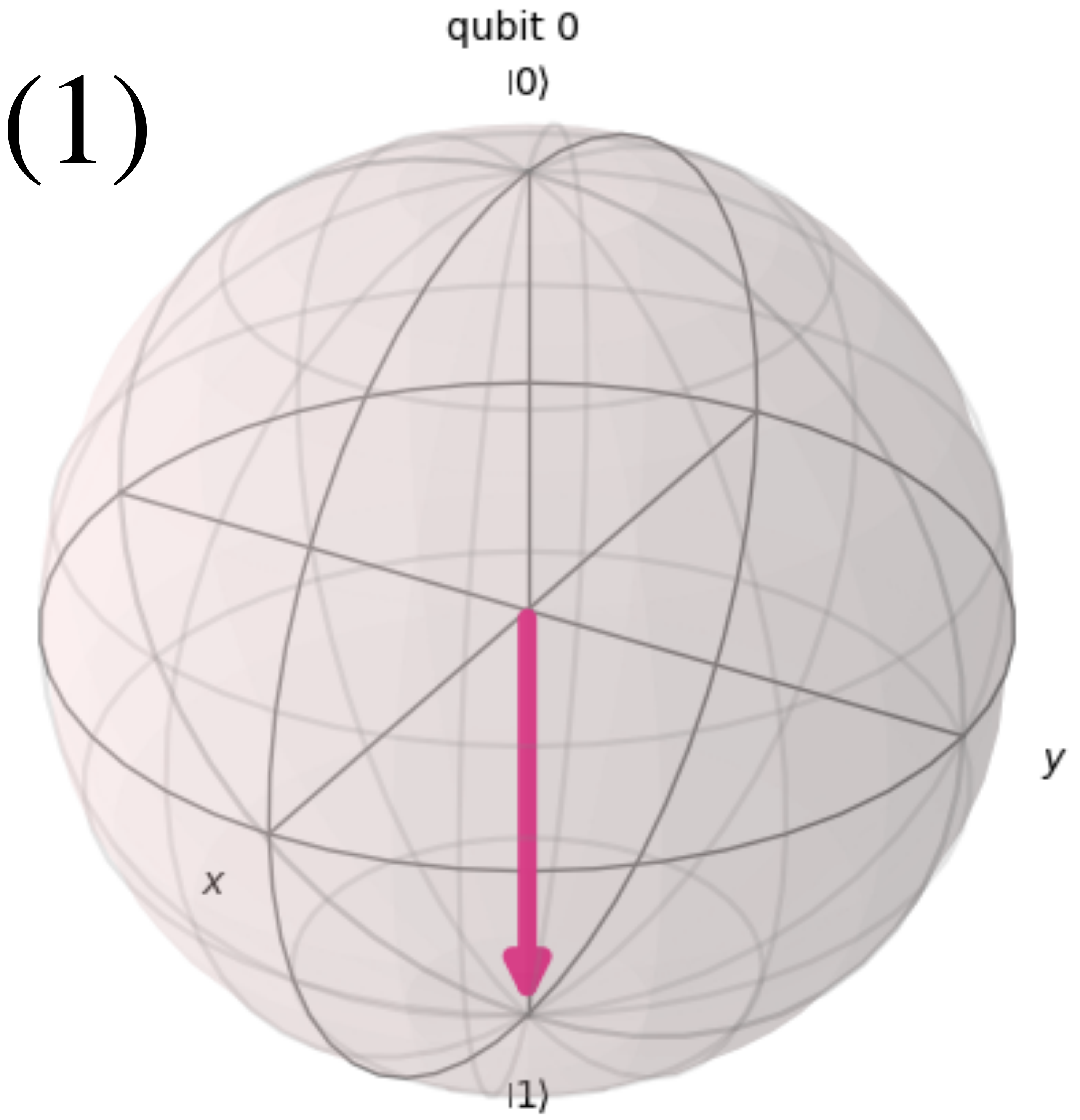
測定の例

- $|0\rangle$をZ基底で測定すると、100%の確率で$|0\rangle$が出てくる
- $|+\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$ をZ基底で測定すると、50%の確率で$|0\rangle/|1\rangle$が出てくる
- $0.6|0\rangle - 0.8i|1\rangle$ をZ基底で測定した場合は…？

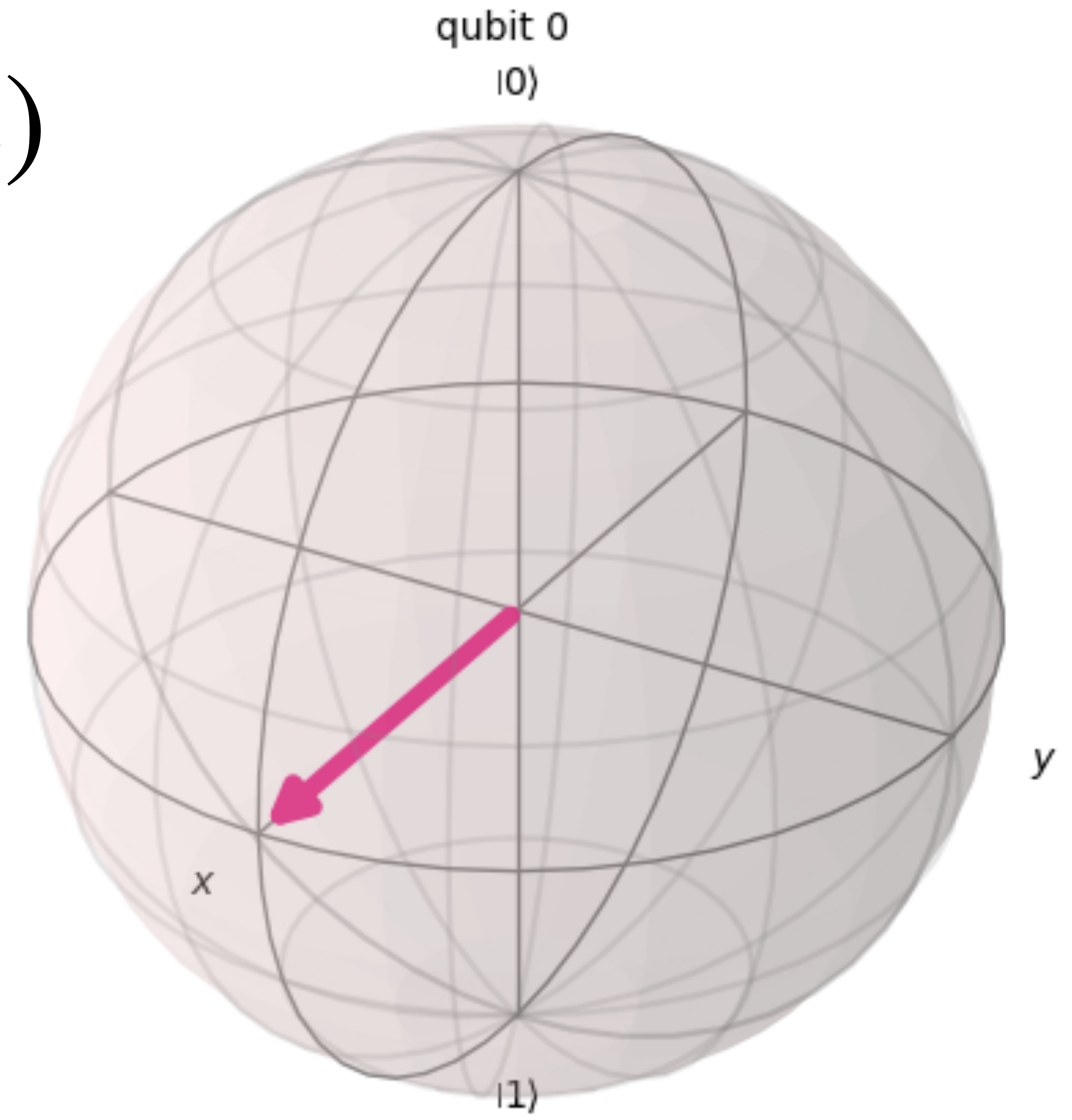
Exercise 1: 量子状態を可視化してみよう

以下の画像は、それぞれ何の量子状態を表しているでしょうか？

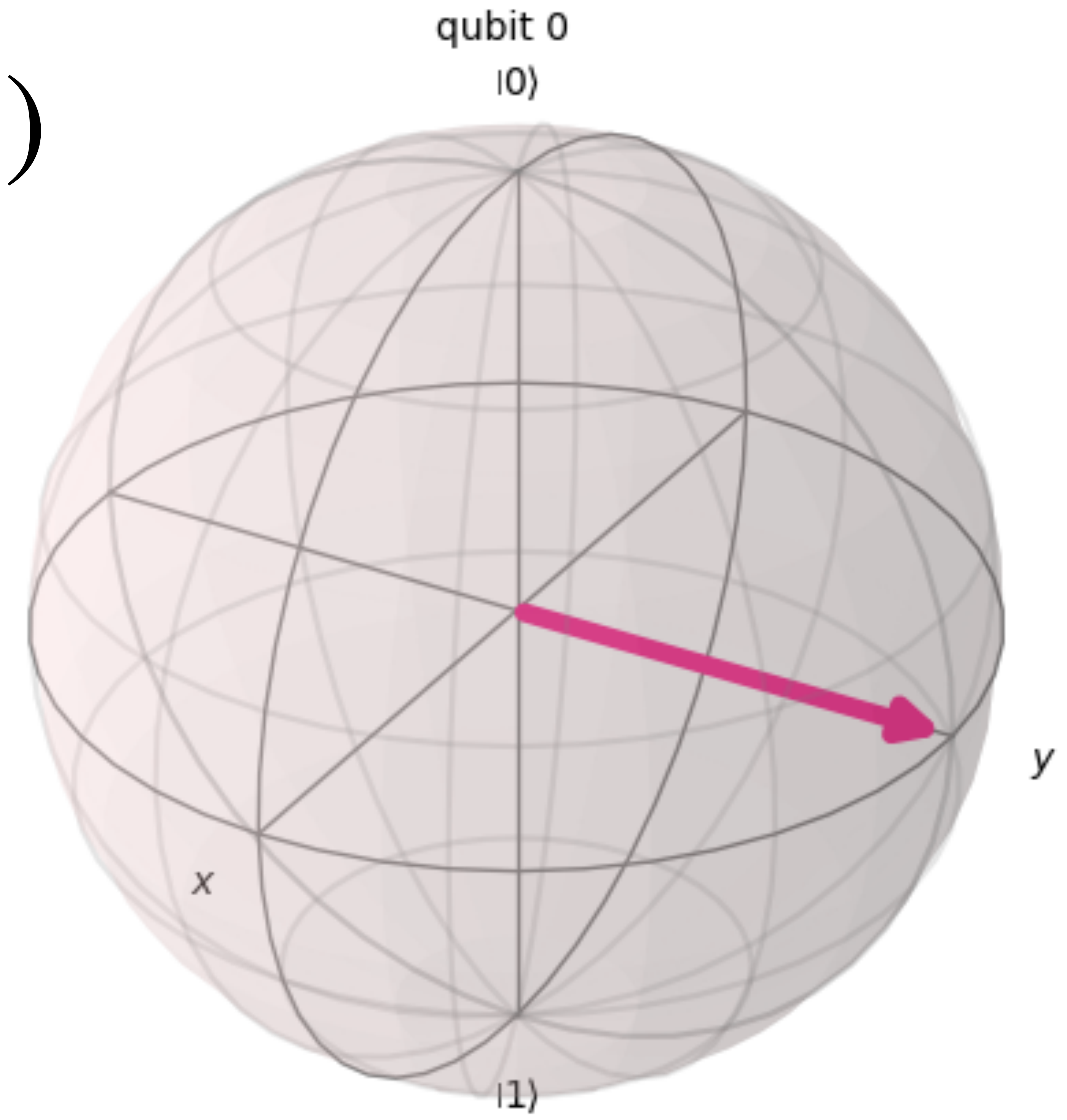
(1)



(2)



(3)



状態操作の表現: 量子ゲート・量子回路

量子ゲート

- 量子状態を別の状態に変える操作

$$\alpha\,|0\rangle + \beta\,|1\rangle \rightarrow \alpha'\,|0\rangle + \beta'\,|1\rangle$$

- 数学的にはユニタリ行列として書ける

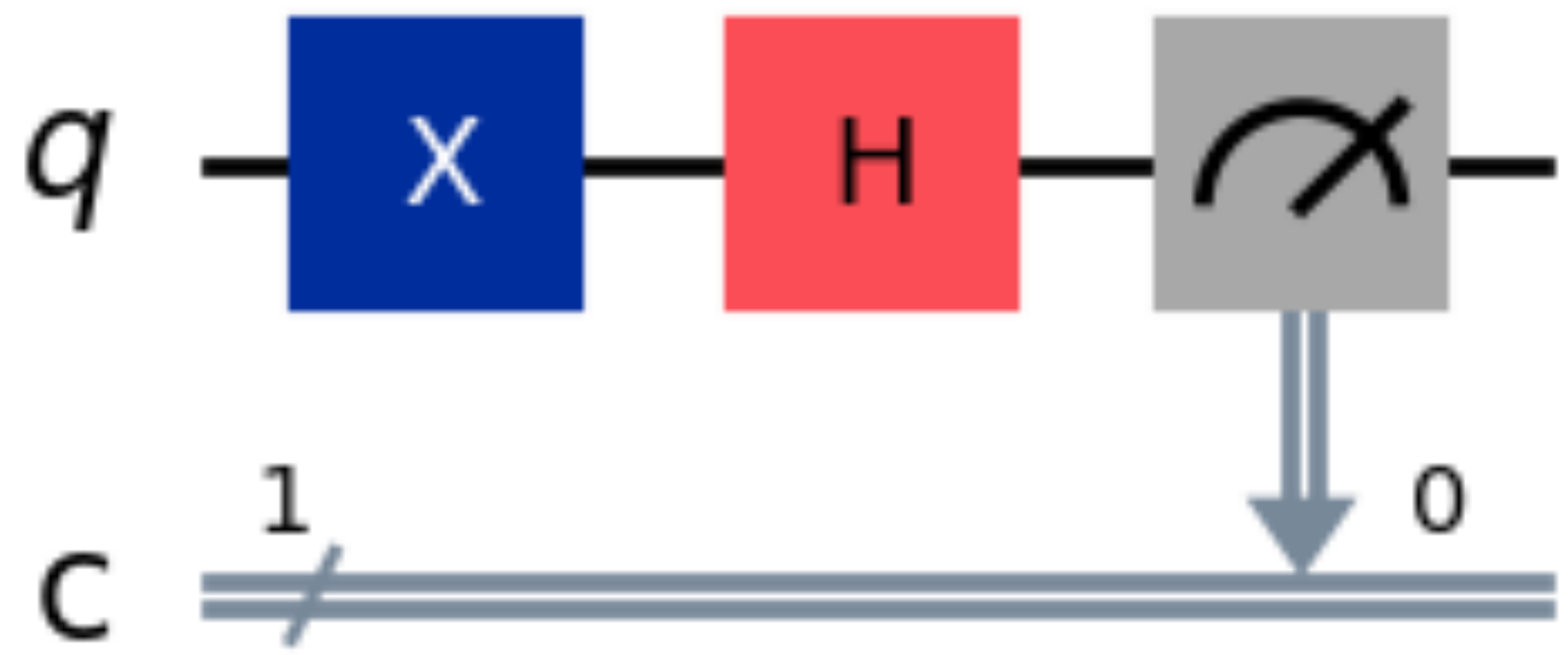
$$\begin{pmatrix}\alpha' \\ \beta'\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}u_{00} & u_{01} \\ u_{10} & u_{11}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha \\ \beta\end{pmatrix}$$

$$|\psi\rangle \quad = \quad U \quad |\psi_0\rangle$$

- ブロッホ球を動かす操作としても解釈できる
  - 回転操作 / 反転操作 など

量子回路

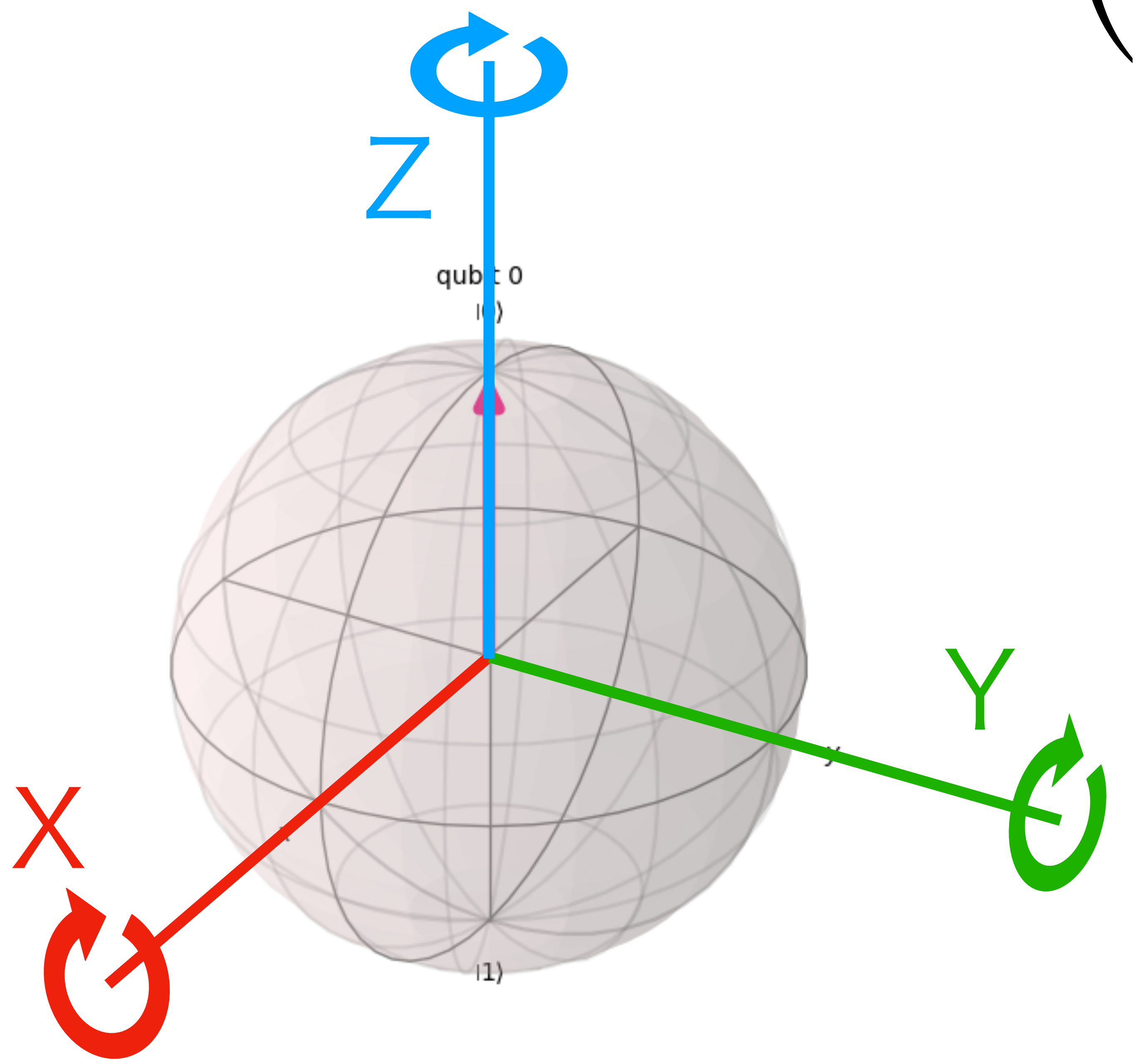
- 量子ゲート操作を視覚的に表現したもの
  - 量子ビット = ワイヤー
  - 量子ゲート / 測定 = ブロック



量子ゲートの例: パウリ (Pauli) ゲート

Xゲート (= X軸180°回転)

- $|0\rangle$状態と$|1\rangle$状態を入れ替える量子ゲートで、行列表示は $X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$



Yゲート (= Y軸180°回転)

- 行列表示は $Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ となる

Zゲート (= Z軸180°回転)

- $|1\rangle$成分を-1倍する量子ゲートで、行列表示は $Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

量子ゲートの例: 回転ゲート

R_xゲート (= X軸回転)

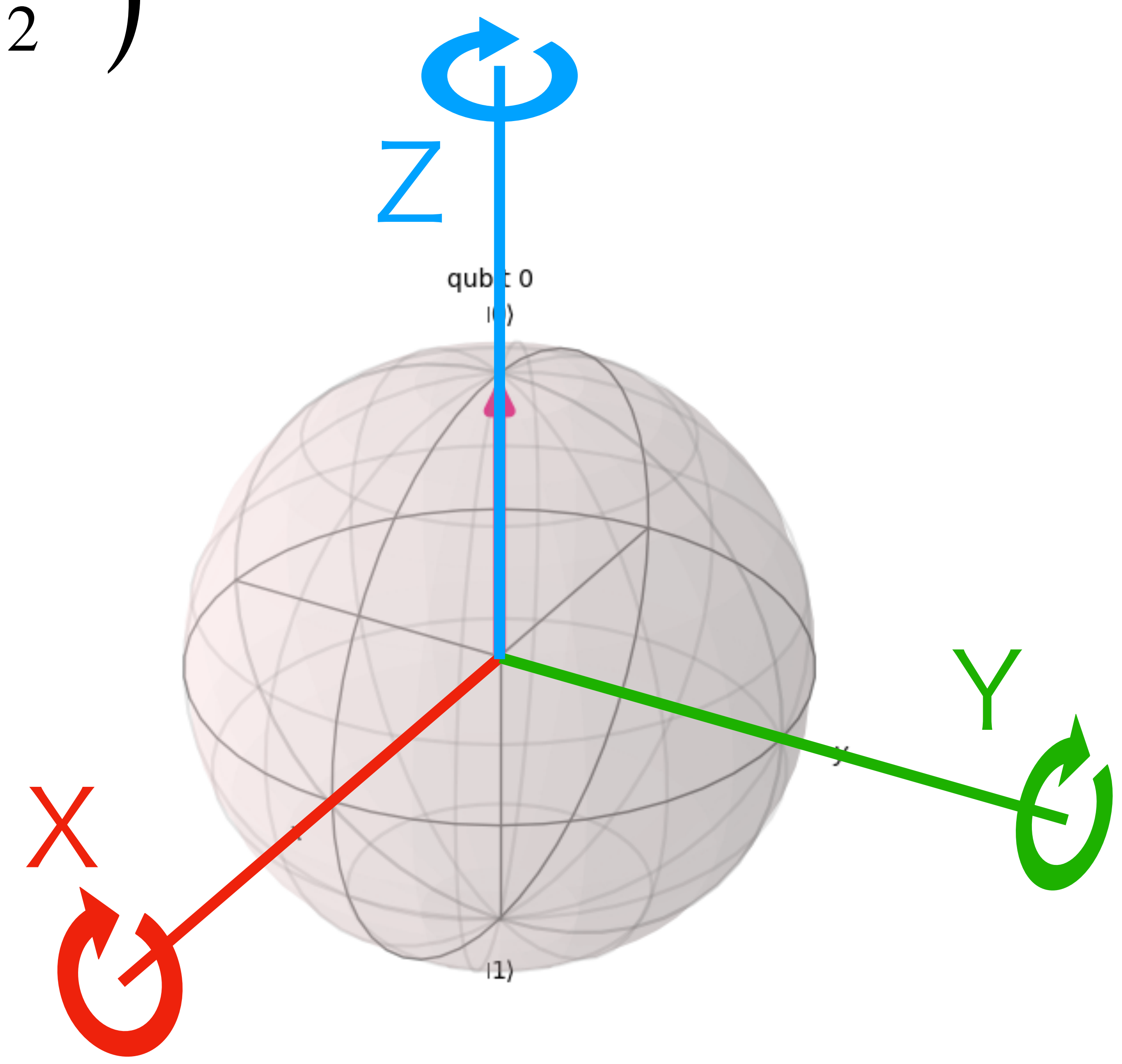
- 行列表示は $R_x(\theta) = e^{-i\theta X/2} = \cos\frac{\theta}{2}I - i\sin\frac{\theta}{2}X = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -i\sin\frac{\theta}{2} \\ -i\sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$

R_yゲート (= Y軸回転)

- 行列表示は $R_y(\theta) = e^{-i\theta Y/2} = \cos\frac{\theta}{2}I - i\sin\frac{\theta}{2}Y = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -\sin\frac{\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$

R_zゲート (= Z軸回転)

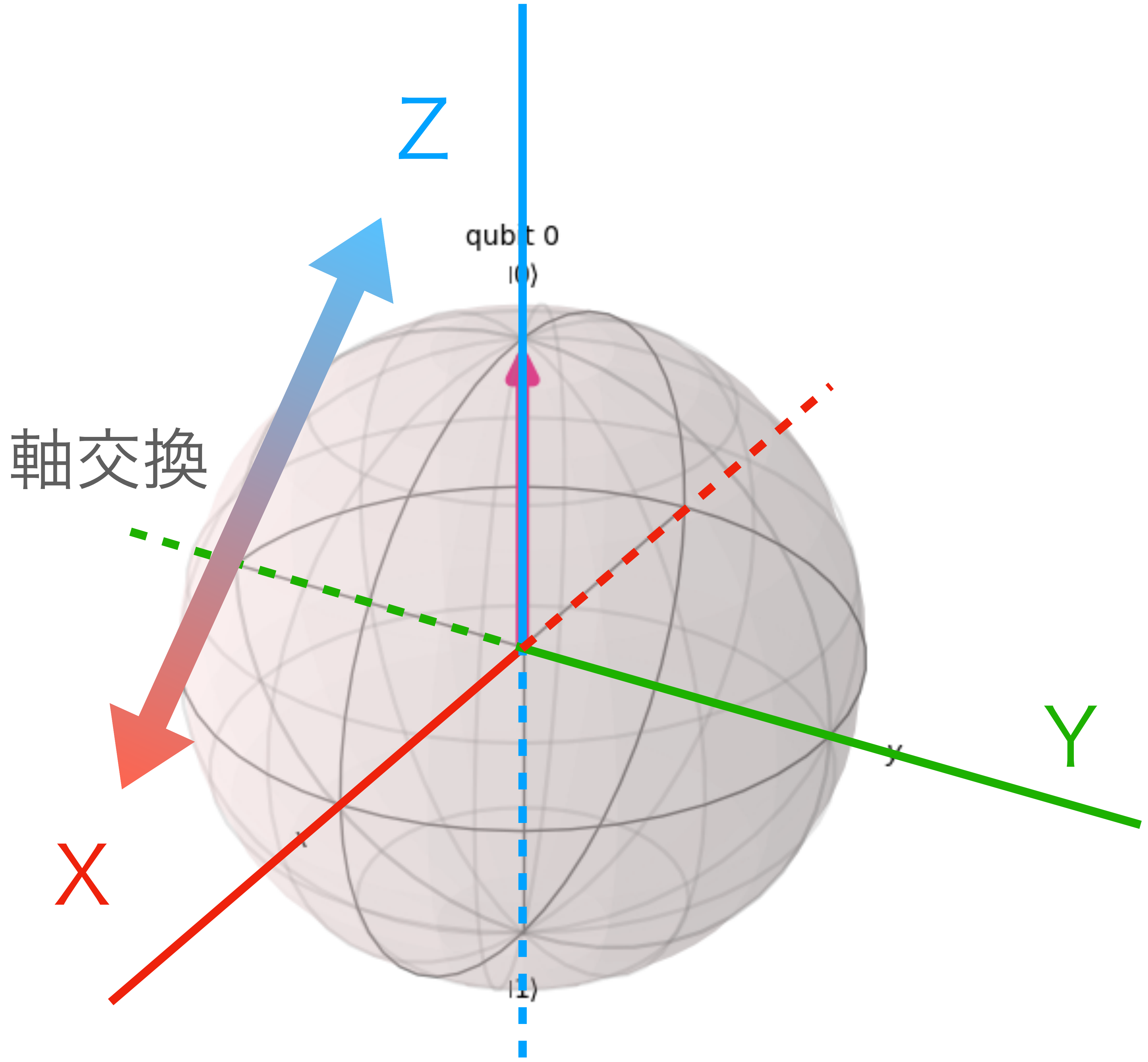
- 行列表示は $R_z(\theta) = e^{-i\theta Z/2} = \cos\frac{\theta}{2}I - i\sin\frac{\theta}{2}Z = \begin{pmatrix} e^{-i\theta/2} & 0 \\ 0 & e^{i\theta/2} \end{pmatrix}$



量子ゲートの例: アダマールゲート

軸ごとの基底状態

- X基底: $|+\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$ 状態 と $|-\rangle = \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$ 状態
- Y基底: $\frac{|0\rangle + i|1\rangle}{\sqrt{2}}$ 状態 と $\frac{|0\rangle - i|1\rangle}{\sqrt{2}}$ 状態
- Z基底: $|0\rangle$ 状態 と $|1\rangle$ 状態



アダマール (Hadamard) ゲート

- Z軸とX軸を入れ替える働きを持つ

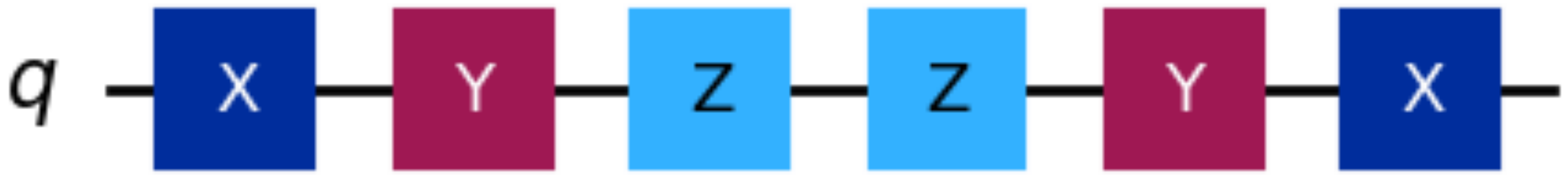
行列表示は $H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

Exercise 2: 量子ゲートを合成してみよう

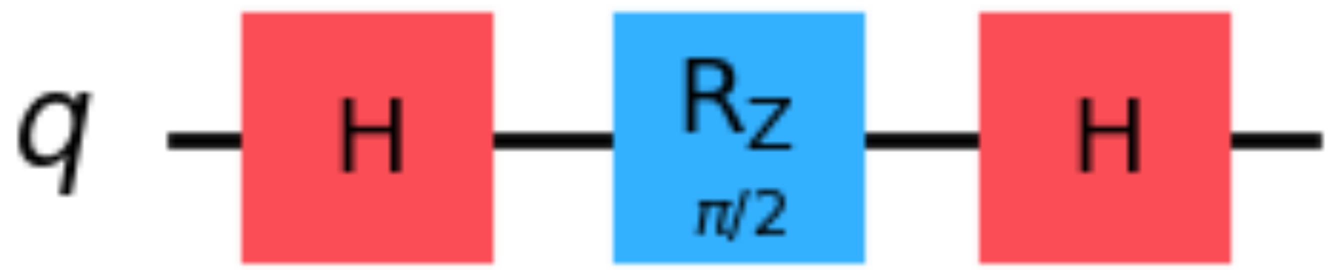
以下の量子回路をQiskitで書いてみましょう

- $|0\rangle$ 状態を入力した時の出力はどうなりますか？
- 余裕のある人は、これらの量子回路をシンプルな形にしてみましょう

(1)



(2)



[Hint]

回転角を指定する際は

```
import numpy as np
```

した上で np.pi / 2 としてください

量子系と親しもう

N qubitの量子状態

量子回路のワイヤーは1本からN本に

N qubit系の基底の個数

- N qubitの量子系は、2^N 個の基底を持つ
- 例えば5 qubitなら $|00000\rangle, |00001\rangle, |00010\rangle, \cdots |11111\rangle$ の32個

N qubit系の量子状態

- $|\alpha_{0\ldots0}|^2 + \cdots + |\alpha_{1\ldots1}|^2 = 1$を満たす複素数 $\alpha_{0\ldots0}$ $\cdots$ $\alpha_{1\ldots1}$ に対して
  $|\psi\rangle = \alpha_{0\ldots0}|0\cdots0\rangle + \cdots + \alpha_{1\ldots1}|1\cdots1\rangle$という状態を取れる
- N qubitあれば、2^N 個の複素数を格納できる $\in \mathbb{C}^{2^N}$

N qubitの量子状態を見る

状態ベクトルによる表現

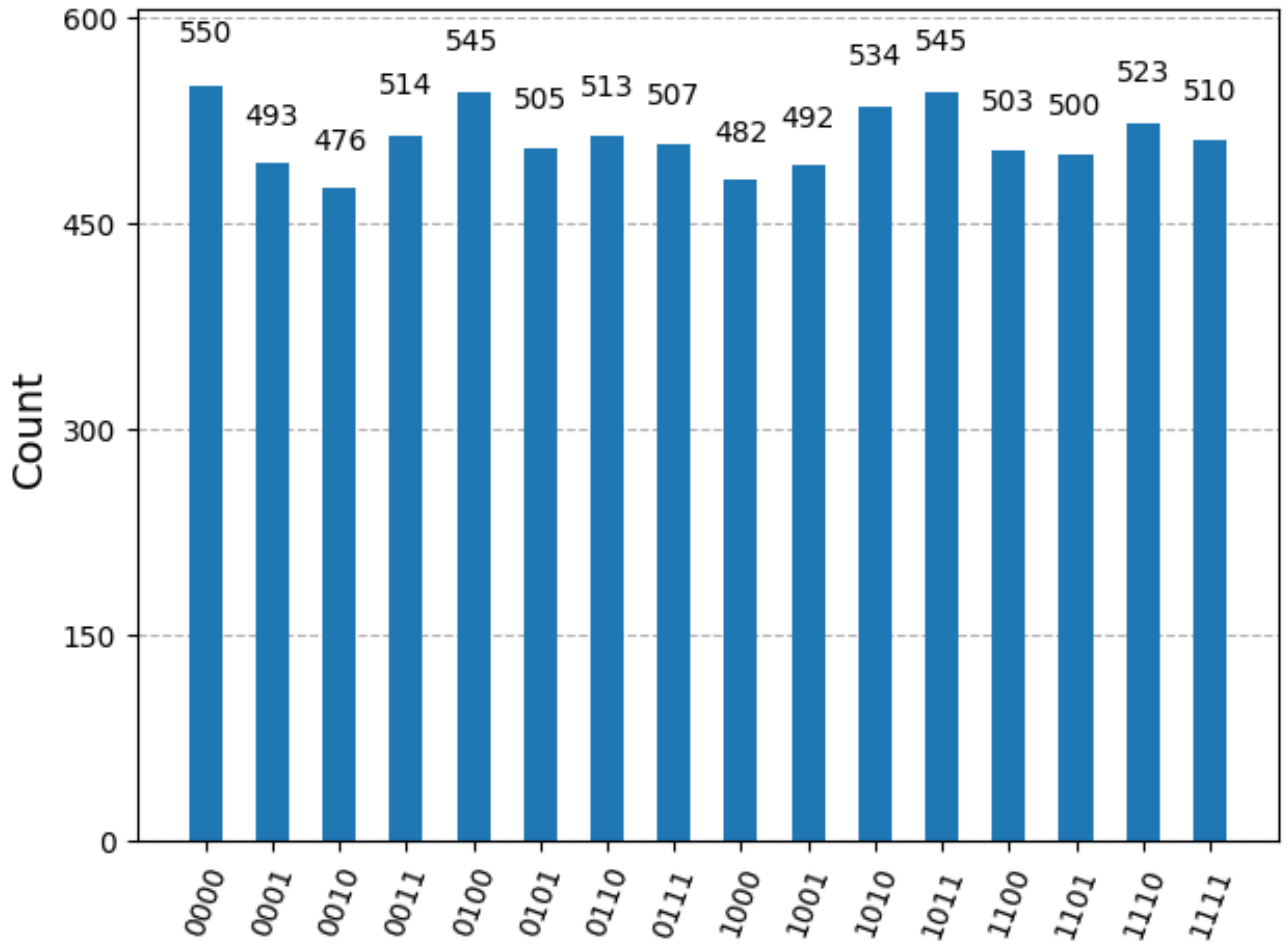
- 2^N 成分を持つ複素ベクトルを直接見ることが多い
- 例えば12番目の要素の場合 $\left|q_0q_1q_2q_3\right\rangle = \left|0011\right\rangle$ に対応する

= 1100(2)

Qiskitでは大きい桁が
右側に来ることに注意！

測定結果のヒストグラム表現

- シミュレータや実機の実行結果は
  ヒストグラムとして描画できる
- 最大2^N本引かれるため、
  量子ビット数が多い場合は要注意



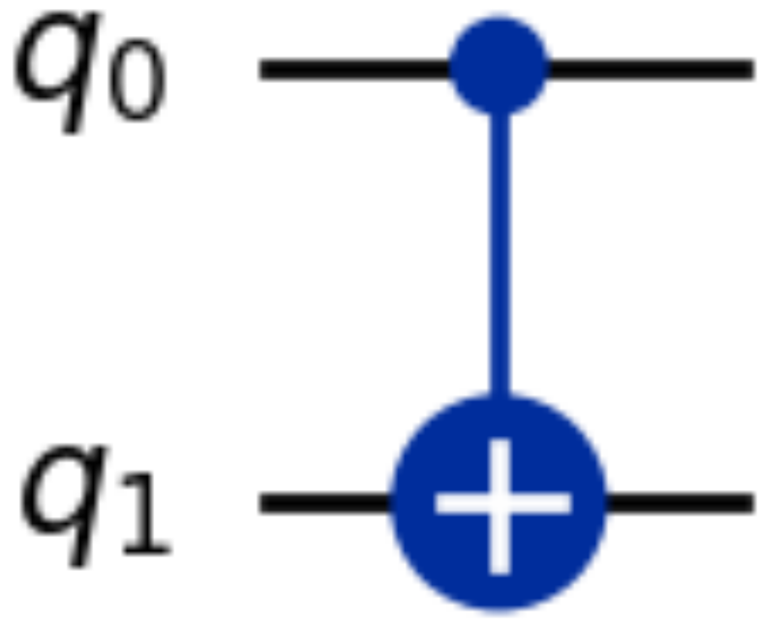
多量子ゲートの例: 制御ゲート

制御ビットに応じたゲート

- 制御ビットが$|0\rangle$なら何もせず、$|1\rangle$の場合のみゲートを適用する

- 例: 制御Xゲート

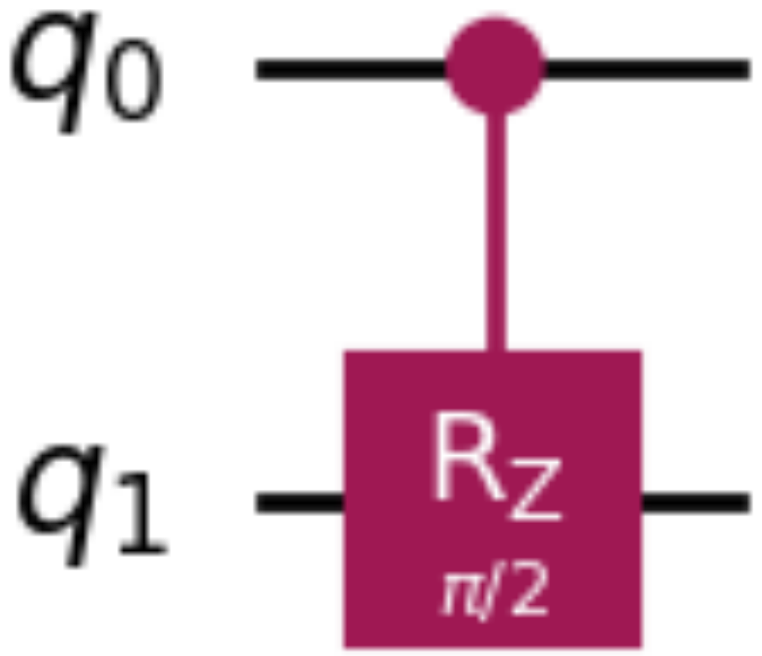
$$\mathrm{CX}\left(|00\rangle\right) = |00\rangle$$
$$\mathrm{CX}\left(|01\rangle\right) = |01\rangle$$
$$\mathrm{CX}\left(|10\rangle\right) = |11\rangle$$
$$\mathrm{CX}\left(|11\rangle\right) = |10\rangle$$



「+」で書く
慣例があります

例: 制御 R_z ゲート

$$\mathrm{CR_z}\left(|00\rangle\right) = |00\rangle$$
$$\mathrm{CR_z}\left(|01\rangle\right) = |01\rangle$$
$$\mathrm{CR_z}\left(|10\rangle\right) = e^{-i\theta/2}\,|10\rangle$$
$$\mathrm{CR_z}\left(|11\rangle\right) = e^{i\theta/2}\,|11\rangle$$



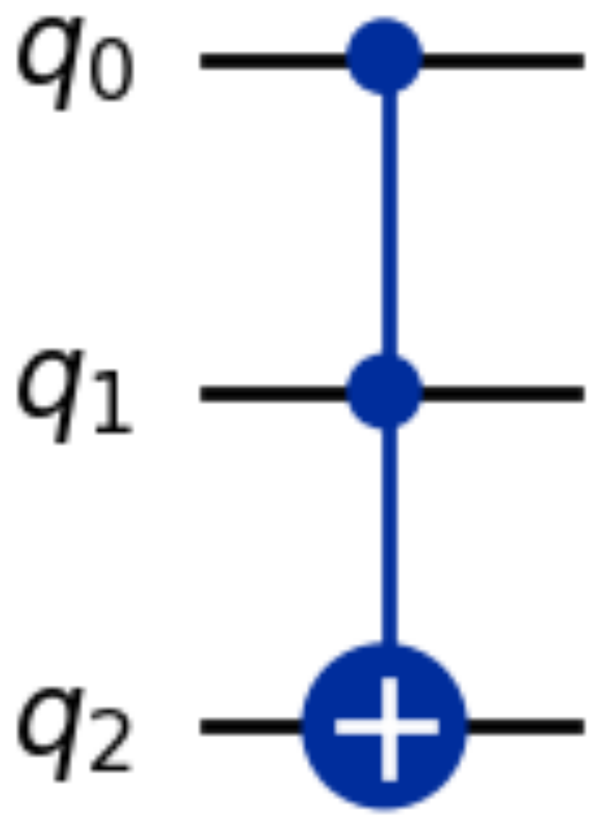
多量子ゲートの例: 制御ゲート

制御ゲートの応用

- 制御ビットを複数持つ制御ゲートも作成可能
- 制御ゲートを組み合わせることで、作れる量子ゲートの幅が広がる

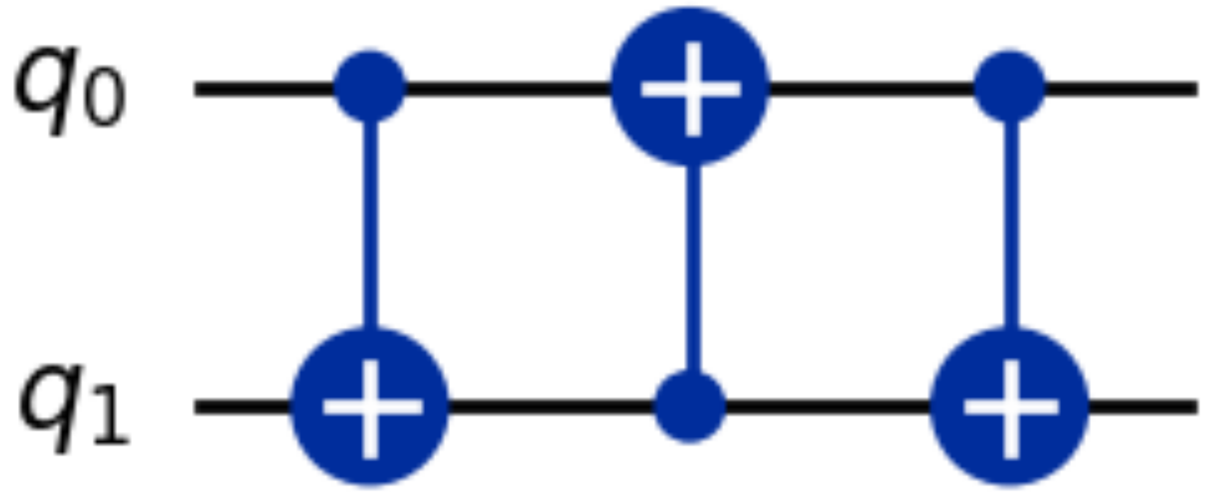
- 例: 多重制御Xゲート

$$\mathrm{CCX}\left(|110\rangle\right) = |111\rangle$$
$$\mathrm{CCX}\left(|111\rangle\right) = |110\rangle$$



例: SWAPゲート

$$\mathrm{SWAP}\left(|00\rangle\right) = |00\rangle$$
$$\mathrm{SWAP}\left(|01\rangle\right) = |10\rangle$$
$$\mathrm{SWAP}\left(|10\rangle\right) = |01\rangle$$
$$\mathrm{SWAP}\left(|11\rangle\right) = |11\rangle$$



$\mathrm{B} \leftarrow \mathrm{A} + \mathrm{B}$
$\mathrm{A} \leftarrow \mathrm{A} + \mathrm{B}$
$\mathrm{B} \leftarrow \mathrm{A} + \mathrm{B}$

Exercise 3: 重ね合わせ状態を作ってみよう

複数の量子ビットにまたがる重ね合わせ状態を作ってみましょう

(1)

$$\frac{1}{4}\left(|0000\rangle + |0001\rangle + |0010\rangle + \cdots + |1111\rangle\right)$$

(2)

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle + |11\rangle\right)$$

(3)

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|01\rangle + |10\rangle\right)$$

(4)

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0000\rangle + |1111\rangle\right)$$

Challenge: 重ね合わせ状態を作ってみよう

余裕がある人は、以下の量子状態にもチャレンジしてみましょう

(1)

$$\frac{1}{2}\Big(|00\rangle + i\,|01\rangle - |10\rangle - i\,|11\rangle\Big)$$

[Hint]
状態ベクトルの中身が
[A, -A, iA, -iA]
になっていれば正解です

(2)

$$\frac{1}{2}\Big(|0001\rangle + |0010\rangle + |0100\rangle + |1000\rangle\Big)$$