

如何学习数学

邱才颢

2023 年 12 月 1 日

耐心与毅力

- ▶ 高斯、欧拉的手稿中常常有大段的计算，例如在探究质数的分布规律的时候，所做的计算量是巨大的，费事数年
- ▶ 传奇数学家虽然智商超群，但是他们对于繁重的工作没有任何抗拒，正是在大量的“数学实验”之后才找到了规律
- ▶ 现在学生对于一道题目从思考到放弃的时间从不超过半小时，部分学生甚至在放弃一道题之前只做了一分钟
- ▶ 可以明确地说：缺乏毅力和胆识，不会有任何成就

有家长会问：高中时间紧张，一道题目如果一两天都搞不出来还要继续思考吗？我的回答很简单：高中有一千天，一两天连零头都算不上。只要在高考前搞懂就算胜利。换言之，做到具备和题目较量一天的能力，并接受要和题目较量一周的准备，因为高中阶段的试错成本是最底的

为什么不直接去收集各类解题方法

- ▶ 这个问题是许多学生多次询问的：“为什么老师你不直接告诉我今天作业的题目怎么做？”
- ▶ 理由 1：如果没有竭尽全力和题目较量一两天，即使听到了正确解法，也无法领会正确解法的威力在何处，因此这等于放弃了理解一种方法的精髓。放弃得越多，数学越发显得无法理解
- ▶ 理由 2：老师的责任是教授最具有思想性和代表性的方法，老师的价值体现在“有所不教”
- ▶ 理由 3：数学是提升思维品质的学科，只做会做的题是无法提升思维品质的，作业必须要包含一定量“老师没讲该怎么做”的问题，这叫做刻意练习
- ▶ 理由 4：如果作业都会做，习题课还有什么值得听的？

老师会教多少内容?

- ▶ 第一阶段：知识点课，这种课只教授核心概念，确保对基础概念的理解是正确的，严谨的
- ▶ 第二阶段：大本题目作为作业；大本题目的难度适中，有百分之 50 的题目是容易做出的，百分之 30 是需要苦苦思考的，百分之 20 是有些同学必然做不出的
- ▶ 第三阶段：技巧讲解；此阶段讲解没做出的题目如何解决，一般只讲核心方法。因为很多题目已经不属于主流的数学考察范围，没可能也没必要搞懂所有题目
- ▶ 第四阶段：小本题目作为作业；小本的题目和大本是类似的，理论上经过第三阶段之后，小本百分之 80 的题目都能做出

学生和家长常常希望将第二、第三阶段换位，但是这是不符合教学法的，没有和困难苦苦搏斗，就无法理解解决困难的关键

上课能听懂，为什么自己不会做？

- ▶ “上课能听懂”是一句没有意义的话，因为这只是表示老师是个称职的老师，而听课的学生则未必是个合格的学生
- ▶ 数学中的巧妙而成体系的各类思维方法，都是上百年乃至上千年的总结而得。仅仅听了一遍，不去详加钻研，是一种愚蠢的自负，数学从来都是最需要思索的学科
- ▶ 老师讲解例题，意在希望学生模仿，举一反三
- ▶ 大多数学生急于求成，以为老师讲的解法是一剂特效药，实际上一切课堂都是启发式教学，被启发之后学生的任务才刚刚开始（和自己之前失败的方法做比较，用自己的语言记下新方法，查看老师为什么要讲标准解法之外的解法，试着自己出一个类似的题给自己做等）

你比你想象的要正确

- ▶ 三分之二的答疑是下面的格式：
- ▶ 学生：“老师，这样子做是对的吗”
- ▶ 老师：“对的”
- ▶ 学生：“老师，答案说是这样子，是这样子吗”
- ▶ 老师：“是的”
- ▶ ∴
- ▶ 结论是：令人惊讶的是，大部分答疑过程中，老师什么也没做，学生却慢慢懂了。因为那些能感觉到自己有什么地方不会的学生，距离“会”只有非常短的距离
- ▶ 面对不熟悉的概念，人们会有一种面对未知的警惕，但是很多学生误以为这种感受是新概念的难点

老师的授课特点?

- ▶ 老师讲课的方式不是根据学生的需求来制定的，而是根据本学科的思维特点，教学效率的最大化等原则来设置的
- ▶ 一定会有学生认为课堂太难，一定会有同学表示课堂太简单
- ▶ 我个人认为，来学校念书，也是人生中一场充满发现的旅程。做题目但是无论如何都做不出，竭尽全力之后，某一种方法奏效了，这是一种珍贵的体验
- ▶ 我个人很珍惜做不出的题目，甚至有时候即便我好不容易做出来了，我也不会去总结，我会自然慢慢忘记。因为我希望下次我仍然有机会体验从无到有的乐趣
- ▶ 沉浸在做数学的过程中，几年后忘记的部分恰恰是无关紧要的细节，而记住的就是数学思想

重访“耐心与毅力”

我用一句话来总结我对于学数学的整体看法

你永远没有权利说自己做不出来

- ▶ 你也才做了一天
- ▶ 你还没查资料，翻参考书
- ▶ 你也才试过了六七种办法，你心里清楚你还有最后的手段
- ▶ 你心里清楚有些笨办法能奏效，但是耗时且繁琐，你迟迟没有下定决心亲自算一遍
- ▶ 你不喜欢做自己不擅长的事，但是高考就是要用几个标准学科来看看你有没有在不考虑兴趣爱好的情况下仍然把它学会的能力，如果你能做到这些，说明将来你可以做到你想做的
- ▶ ∴