电路理论期末复习

一门很有意思的学科，可惜

Part 1 电阻电路

静态电路分析是后面时域、复频域、稳态电路分析的基础，介绍了电路分析的基本方法与技巧。虽然从难度上说是偏简单的，但是因其重要的基础性质在整本书中都以较高的频率出现。

Chapter 1 基本概念与规律

多年以后，面对电路理论期末试卷时，学生准会想起张峰带他去见识运放的那个遥远的下午。

一、图论基本知识

1. 图：一组节点和一组支路的集合。下文记节点数为n，支路数为b

2. 树：给定图G的一个子图G_i，若该子图包含了G的所有节点而不形成回路，则为**树**

构成树的支路叫做**树枝**，其余叫**连枝**，记作b_t, b_l，显然有

$$b = b_t + b_l$$

3. 网孔与割集：前者指不包含支路的回路，后者指将图G分成两部分的最小支路集合，可由**高斯面**求得

4. 基本回路：一条连枝+若干树枝，又称单连枝回路

5. 基本割集：一条树枝+若干连枝，又称单树枝回路

6. 基本结论：

   (1) 树枝数必为$n-1$，连枝数必为$b-(n-1)$

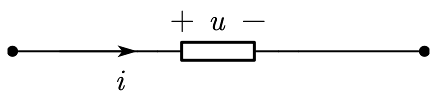
   (2) 基本回路数必为$l = b_l$，基本割集数必为$n_t = n-1$

   (3) 考试会考

二、电路基本知识

主要是参考方向和功率的正负，在计算中要避免算错

1. 电流和电压的参考方向：相同时为**一致参考方向**



方向一致取正，否则负

2. 功率相关：注意吸收功率与发出功率，假设仍如上图所示，电流和电压为一致参考方

向，有

$$p = ui$$

若为正，表示吸收功率，若为负，表示发出功率

3. KVL，KCL：回路电压和为0，节点电流和为0

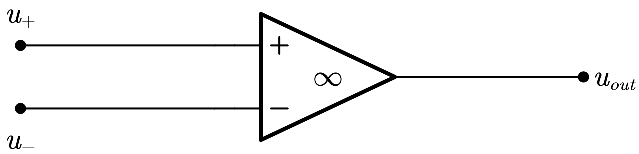
4. 关联矩阵和网孔矩阵：注意一下概念即可。关联矩阵中，离开为正，指向为负；网孔矩阵中，方向一致为正，不一致为负

三、电路元件

受控源一般直接当成正常电源处理即可，列出式子后再补充其控制式子

1. 电阻、电压源、电流源、受控源：略！这东西只能靠悟，做多了就会明白()

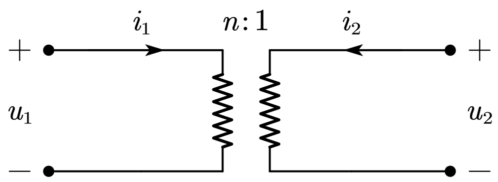
2. (理想)运算放大器：一般接触的都是理想运放



一共有三点需要注意的地方：

(1) 虚短：理想运放的正负输入端电位相同，即“如短路一样”
(2) 虚断：理想运放的正负输入端没有电流，即“如断路一样”
(3) 艾草：指理想运放的输出端会输出电流，这点很重要

3. 理想变压器：二端口元件，其实就是把我们高中学过的变压器用更严谨的方式定义



端口电流电压关系即为

$$\begin{cases} u_1 = nu_2 \\ i_1 = -\dfrac{1}{n} i_2 \end{cases}$$

至于为什么参考电流方向都是指向元件的，这是历史遗留问题，不用管，负号记住就行

4. 理想回转器：同样是二端口元件，且无源，能实现电感和电容的互相转换，其端口特性

$$\begin{cases} u_1 = -ri_2 \\ u_2 = ri_1 \end{cases}$$

理想回转器作为打星号的内容中被单独踢出来的部分，是必考的

Chapter 2 电路分析的基本方法

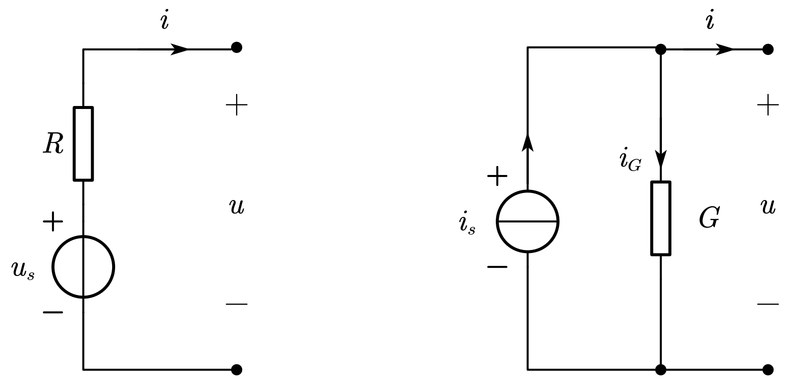
KVL or KCL, that is the question.

一、等效变换

注意一下电源的串并联、戴维宁诺顿的互换、无伴电源的转移

1. 电阻串并联：略，注意一下电阻并联的符号表示$R=R_1//R_2$

2. 电源串并联：又分为多种情况
   (1) 电压源串联：直接加
   (2) 电流源并联：直接加
   (3) 电压源并联电流源：还是原电压源
   (4) 电流源串联电压源：还是原电流源
   (5) 电流源串联/电压源并联：赔钱
3. 戴维宁诺顿互换：电阻不需要变，变的是激励的大小



二者等效的条件为：

$$\begin{cases} u_s = Ri_s \\ RG = 1 \end{cases}$$

4. 无伴电源转移：电压源串联相应支路，电流源并联相应回路

5. 星——三角变换
公式，背下来即可，可简记为并联大串联小

$$\begin{cases} R_1 = \dfrac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_2 = \dfrac{R_{12}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_3 = \dfrac{R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{cases} \iff \begin{cases} R_{12} = R_1 + R_2 + \dfrac{R_1R_2}{R_3} \\ R_{12} = R_2 + R_3 + \dfrac{R_2R_3}{R_1} \\ R_{31} = R_1 + R_3 + \dfrac{R_1R_3}{R_2} \end{cases}$$

6. 对称变换：本质上是等电压节点短路，零电流支路断路

二、常用分析方法

贯穿全书的内容，其中矩阵形式是给计算机看的，不用掌握

1. 回路分析法：变量选取的是回路电流，利用每个回路内部的 KVL 求解，方程为矩阵方程，可以用卡西欧计算器求解，方程形式如下：

$$\boldsymbol{R}\boldsymbol{I}=\boldsymbol{U}_S$$

以三回路为例：

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_{m1} \\ i_{m2} \\ i_{m3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{S11} \\ u_{S22} \\ u_{S33} \end{bmatrix}$$

电阻矩阵对角线元素即为自电阻，恒正；其余元素为互电阻，可正可负，由回路电流是否相同决定

2. 节点分析法：变量选取的是节点电压，利用每个节点的 KCL 求解，方程同样为矩阵方程，形式如下：

$$\boldsymbol{G}\boldsymbol{U}=\boldsymbol{I}_S$$

同样的，电导矩阵对角线元素为自电导，恒正；其余元素为互电导，恒负

Chapter 3 电路定理

黑猫白猫，能抓老鼠的就是好猫

一、齐次性定理

不怎么用，或者说不怎么显式地使用，因为这本来就是线性电路的一大本质特征

1. 条件：仅一个激励w，线性电路

2. 内容：$y = Hw$，这里的y即为某个响应，H即为大名鼎鼎的**网络函数**

这个式子反应了响应与激励成正比的性质

二、叠加定理

常用于多电源分析，由于其电压源置零短路，电流源置零断路的爽快感经常为人所用

1. 条件：线性电路，多个激励

2. 内容：总的响应等于各个电源独自作用时候的响应之和

3. 常用分组手法：电压源一组，电流源一组；电源少时一个一组

三、置换定理

用于分析电路时，把某个很复杂的支路但和待求量用一个独立电源替代，可以视作是戴维宁诺顿定理的另一个版本

1. 条件：电路具有唯一解；被置换支路与其他部分无耦合关系

2. 内容：若该支路电压电流为u_k, i_k，则可以用$u_s = u_k$的电压源或者$i_s = i_k$的电流源等效

四、戴维宁诺顿定理

一端口电路的另一种简化形式，和置换定理的区别在于这里的电路要求含源，且不是不变的电路

1. 条件：含源一端口电阻电路

2. 内容：用独立电源加上电阻/电导的形式取等效即可

3. 注意：不是所有的电路都有戴维宁电路或者诺顿电路。具体分析的时候，可以坐出待分析电路的$u - i$平面里的曲线，然后再视曲线的情况进行分析：

   (1) 原点：两种电路都没有

   (2) 与u轴垂直的曲线：恒流源，无戴维宁电路

   (3) 与i轴垂直的曲线：恒压源，无诺顿电路

五、特勒根定理

和互易定理是一家，注意其两种形式的区别

1. 特勒根功率守恒定律：

$$\sum_{k=0}^{n} u_k i_k = 0$$

要求集中参数电路，且电路需要根据明确的有向图来确定参考方向

2. 特勒根似功率守恒定律：

$$\sum_{k=0}^{n} u_k \hat{i}_k = \sum_{k=0}^{n} \hat{u}_k i_k = 0$$

要求两电路具有相同的有向图

六、互易定理

三种形式很难记？统一使用特勒根定理是不错的选择，但前提请确保掌握了互易定理的本质与推导

1. 条件：互易双口电路，不含源

2. 内容：分三种情况

(1) 电压激励，响应为电流：

$$\frac{i_2}{u_{s1}} = \frac{\hat{i}_1}{\hat{u}_{s2}}$$

(2) 电流激励，响应为电压：

$$\frac{u_2}{i_{s1}} = \frac{\hat{u}_1}{\hat{i}_{s2}}$$

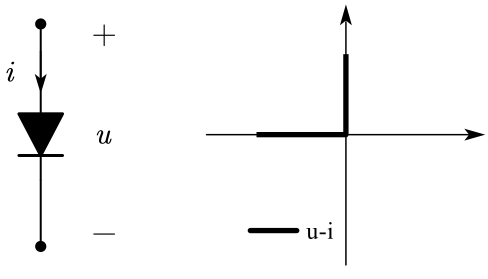
(3) 电流激励电流，电压激励电压：

$$\frac{i_2}{i_{s1}} = \frac{\hat{u}_1}{\hat{u}_{s2}}$$

若感到难以记忆，可以考虑直接对双口电路的两端支路使用特勒根定理，中间被遮住的部分由于不影响，可以直接视作导线。然后会发现其实得到的结果和互易定理就是一样的了

Chapter 4 非线性电阻电路分析

本章只要求**理想二极管**这一个元件，掌握其**顺导通逆断路**的性质即可。其符号与伏安特性曲线如下



Part 2 动态电路

静态电阻电路引入动态元件后即变成了动态电路。这时候，描述电路的方程由多元方程组变成了微分方程。针对高阶难解的微分方程，我们又会用到新的应对手段，即拉普拉斯变换，它将电路放在复频域中分析，于是微分方程便变回了多元方程组。

Chapter 5 动态电路的时域分析

子在川上曰：“逝者如斯夫，不舍昼夜”

一、数学知识补充

本来是第一章的内容，但是实际上在后面的章节用的比较多，所以放到这里来。重点掌握单位阶跃函数和冲激函数即可

1. 单位阶跃函数：定义以时间t为自变量的函数

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}0,\ t<0\\1,\ t>0\end{cases}$$

注意在$t=0$处是没有定义的

2. 冲激函数：同样以时间t为自变量，定义函数$\delta(t)$如下

$$\begin{cases}\delta(t)=0,\ t\neq 0\\\displaystyle\int_{0_-}^{0_+}\delta(t)\mathrm{d}t=1\end{cases}$$

可以理解为是一个脉冲宽度无限小的脉冲函数，该函数的图像为一个箭头。通常在电路激励或者电路结构发生突变的时候，电路中便会产生相应的冲激电流/电压

3. 二者关系：冲激函数是阶跃函数的导数，即$\dfrac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t}=\delta(t)$

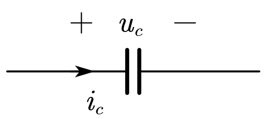
二、动态元件

电容和电感的电压电流不可以同时发生突变，因而只能用微分方程去分析。对于耦合电感，若能去耦则去耦，若不能去耦，则回归二端口的矩阵方程定义去求解。事实上所谓去耦等效，就是矩阵方程的一种等效变换

1. 电容元件：电压不可跳变，电流由微分式描述：

$$\begin{cases}u_c=u_c(t)\\i_c=C\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}\end{cases}$$

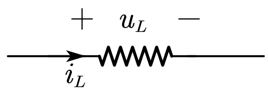
其参考方向由下图给出：



2. 电感元件：电流不可跳变，电压由微分式描述：

$$\begin{cases} i_L = i_L(t) \\ u_L = L\dfrac{\mathrm{d}u_L}{\mathrm{d}t} \end{cases}$$

其参考方向由下图给出：



3. 耦合电感：二端口元件，端口特性由矩阵形式给出：

$$\begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

求导即得

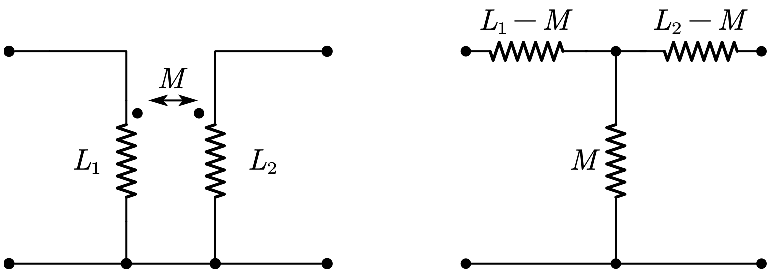
$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \\ \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \end{bmatrix}$$

其中M的正负由同名端参考方向与电流参考方向是否一致决定

耦合电感的串联：$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M$

耦合电感的并联：$L_{eq} = \dfrac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$

耦合电感的去耦等效：如下图所示



其中M的正负由相连两端是否为同名端决定，与电流方向无关

4. 电容电感串并联：电容的串并联计算与电阻相反，电感则与电阻相同

三、一阶电路的零输入和零状态响应

由于这部分内容在后面都可以由三要素法求解，所以这里就仅作简单回顾，不做过多讲解

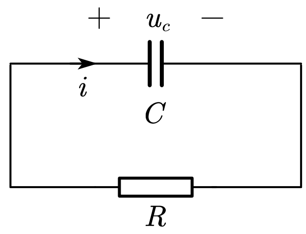
0. 换路定理：即电容电压，电感电流不会跳变的性质，可以表示为

$$\begin{cases} u_c(0_+) = u_c(0_-) \\ i_L(0_+) = i_L(0_-) \end{cases}$$

注意：当电路存在冲激电流/电压时候，该定理不在适用，需要列出微分方程自己积分

1. 零输入响应：由元件自身的初始状态引发的响应，电路中没有激励

以一阶 RC 电路为例：



由图列出方程：

$$\begin{cases} i = C\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} \\ u_c(0) = U \\ u_c + iR = 0 \end{cases}$$

整理即可得到一阶微分方程：

$$\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{RC}u_c = 0$$

解得

$$u_c = U\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}$$

这里的RC即为**时间常数**，记作$\tau = RC$

同理在一阶 RL 电路中也有类似的分析，其时间常数为$\tau = \dfrac{L}{R}$

2. 零状态响应：即电路元件的所有初始状态都是0，由电路激励引起的响应。这里根据不同的激励说说怎么分析即可：

(1) 阶跃电源：列出式子，解微分方程(后续直接由三要素解决)，注意阶跃延迟情况下，得到的解同样有一个延迟。至于直流电源可以根据掰开关的时间直接等效成阶跃的情况

(2) 冲激电源：列出微分方程，对$0_- \sim 0_+$积分，这种情况下看似不符合换路定理，其实是由于冲激函数的性质导致电路元件的属性在这段很小的时间内发生了改变，随之便可以按照**零输入响应**的手段去分析了

(3) 正弦电源：直接快进到稳态吧

3. 全响应：即上面两种响应的叠加，我们通常直接使用三要素法

4. 冲激响应和阶跃响应的关系：冲激响应是阶跃响应的导数，而阶跃响应是冲激响应的积分，即

$$\begin{cases} h(t) = \dfrac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t} \\ s(t) = \displaystyle\int_{-\infty}^{t} h(t)\mathrm{d}t \end{cases}$$

四、三要素法解决一阶动态电路

由于电路的响应总可以分解为稳态分量和暂态分量，所以可以直接对电路的初始状态和稳定状态进行分析，最后再求出时间常数，从而跳过解微分方程的步骤。关键点在于如何用换路定理和积分法求出初始状态

1. 计算公式：三要素法计算一阶电路任一响应由如下公式给出

$$y=(y(0_+)-y_s(0_+))\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}+y_s$$

其中$y(0_+)$为响应初始值，y_s为电路稳态响应，在非交流的情况下，这个式子直接变成

$$y=(y(0_+)-y(\infty))\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}+y(\infty)$$

其中τ为时间常数，里面的电阻项即为从电容/电感两端看进去的等效电阻

2. 求初始状态：能用换路定理就用，不能用就列出微分方程从$t=0_-$到$t=0_+$积分

3. 求稳态：电容开路，电感短路即可

4. 双一阶电路：即电路中存在两个电容/电感，但它们又不是互相独立的，受到 KVL/KCL 的制约。对于这种问题，可以直接列出微分方程，整理解特征方程，特征根的倒数即为时间常数(当然这时候直接解也不是不行)

五、二阶动态电路的分析

这部分内容只要求掌握判断二阶电路的四种情况即可：过阻尼、临界阻尼、欠阻尼、无阻尼手段是列出二阶微分方程，然后求解特征方程分析即可

1. 过阻尼情况：特征根为两个不相等的负实根

2. 临界阻尼情况：特征根为两个相等的负实根

3. 欠阻尼情况：特征根为一对共轭复根

4. 无阻尼情况：特征根为一对共轭虚根

Chapter 6 动态电路的复频域分析

“给我一张二向箔，清理用”

一、拉普拉斯变换与反变换

不必去理解这勾八玩意是怎么来的，我们需要做的是用它的优良性质，把电路的积分微分运算变成象函数里的加减乘除即可

1. 常用拉普拉斯变换表：

注意：默认所有原函数在$t<0$时候为0

原函数$f(t)\ (t\geqslant 0)$	象函数$F(s)$
$\delta^{(n)}(t)\ (n=0,1,2,3...)$	s^n
$\varepsilon(t)$	$\frac{1}{s}$
$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{s^{n+1}}$
$\mathrm{e}^{-\alpha t}$	$\frac{1}{s+\alpha}$
$\sin\omega t$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
$\cos\omega t$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$

2. 拉普拉斯变换的性质：

名称	原函数$f(t)\ (t\geqslant 0)$	象函数$F(s)$
线性性质	$a_1f_1+a_2f_2$	$a_1F_1(s)+a_2F_2(s)$
微分性质	$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)$	$sF(s)-f(0_-)$
积分性质	$\int_{0_-}^{t}f(t')\mathrm{d}t'$	$\frac{F(s)}{s}$
时移性质	$f(t-\tau)$	$\underline{\mathrm{e}^{-s\tau}F(s)}$
频移性质	$\mathrm{e}^{\alpha t}f(t)$	$F(s-\alpha)$
初值定理	$f(0_+)$	$\lim\limits_{s\to\infty}sF(s)$
终值定理	$f(\infty)$	$\lim\limits_{s\to 0}sF(s)$

3. 拉普拉斯反变换：用到的式子和上面是一样的。但是由于我们算出来的结果一般是一个和s有关的多项式，所以我们需要先做一定的处理再反变换，即部分分式展开

(1) 单极点有理函数：因式分解后结合待定常数法解决即可

(2) 重极点有理函数：先因式分解，对于非重根直接算，重根先算最高次的系数，然后按照次数降低的顺序对$(s-p)^r F(s)$求导即可，这里的p为极点，r为次数

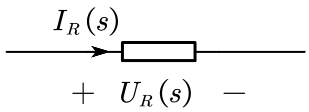
二、电路元件的复频域形式

在拉普拉斯变换后，电容和电感在复频域电路中可用一个电源加一个电阻的形式来替代，从而将解微分方程的繁琐步骤消去了

(备注：在复频域模型中，象函数用大写表示)

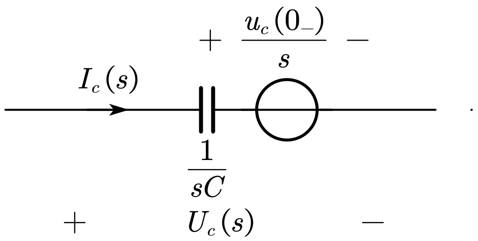
1. 电阻元件：欧姆定律，形式不变

$$U_R(s)=RI_R(s)$$



2. 电容元件：由时域中的关系做拉普拉斯变换即得到

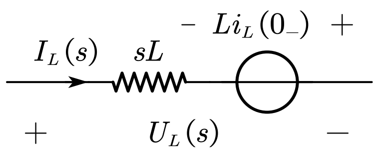
$$\begin{cases} I_c(s)=sCU_c(s)-Cu_c(0_-) \\ U_c(s)=\dfrac{I_c(s)}{sC}+\dfrac{u_c(0_-)}{s} \end{cases}$$



这里的$\dfrac{1}{sC}$称作电容的**运算感抗**

3. 电感元件：同理，计算得到

$$\begin{cases} I_L(s)=\dfrac{U_L(s)}{sL}+\dfrac{i_L(0_-)}{s} \\ U_L(s)=sLI_L(s)-Li_L(0_-) \end{cases}$$



这里的sL亦称作**运算阻抗**

4. 耦合电感元件：用矩阵形式表示即可，当然先对原电路去耦等效再变换也可

$$\begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} = s\begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1(0_-) \\ i_2(0_-) \end{bmatrix}$$

表现在电路上就是两边各自有两个电压源，分别由自电感和互电感造成，图就不画了

三、网络函数

网络函数是电路理论的精髓(tsp 语)，不过对于应试，会算即可

1. 定义：设一个**零状态**运算电路中的一个激励为$W(s)$，一个响应为$Y(s)$，则网络函数即

$$H(s) = \frac{Y(s)}{W(s)}$$

看起来很玄乎，但是实际上反应的就是某个零状态响应与激励的相互关系(电阻电路中也有相应概念，只是没有展开细说)

2. 驱动点函数：激励和响应在同一端口，例如我们的驱动点运算阻抗和运算导纳

$$Z(s) = \frac{U(s)}{I(s)} \qquad Y(s) = \frac{I(s)}{U(s)}$$

3. 转移函数：激励和响应不在同一端口，例如我们做题时经常遇见的转移电压比

$$H(s) = \frac{U_{out}(s)}{U_s(s)}$$

三、固有频率

网络函数与零状态响应相关，而固有频率则与零输入响应相关，这部分要求很低，知道概念就行

1. 电路变量的固有频率：即某电路变量的表达式中的特征根，例如

$$y = K_1 e^{-s_1 t} + K_2 e^{-s_2 t} + K_3 e^{-s_3 t}$$

这里的s_1，s_2，s_3即为y的一阶固有频率

若出现了形式为$(A + Bt + Ct^2)e^{-st}$的项，则为高阶固有频率，例如这里的s就是三阶的

2. 电路的固有频率：即电路中所有电路变量的固有频率的集合

Chapter 7 动态电路的状态变量分析

不要求，所以这里也没有()

Part 3 稳态电路

在正弦电源激励下，稳态电路的响应都是和输入同频率的正弦量。面对从未交手的敌人，这一次站出来的是相量法，是的，它具有将正弦稳态电路变成静态电路解决的能力，如拉普拉斯故事

Chapter 8 正弦稳态电路分析

那我问你，你的相量图为什么尖尖的？

一、正弦量与相量法

虽然但是，电路理论中的正弦量都是以余弦形式写的

1. 正弦量：以

$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

为例，其中U_m为振幅，ω为角频率，φ为初相

对一个正弦量，更常用的是有效值，大小为$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$，通常用不带字母下标的符号来表示有效值，后面的相量法也用这样的模式

平均值不常用，可以记一下：$U_a = \frac{2}{\pi} U_m$

2. 相量法：利用欧拉公式

$$\mathrm{e}^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

可以将正弦量表示为

$$u = \mathrm{Re}(U_m \mathrm{e}^{j(\omega t + \varphi)}) = \mathrm{Re}\left(\dot{F}_m \mathrm{e}^{j\omega t}\right)$$

于是这里的$\dot{F}_m = F_m \angle \varphi$即为表示这个正弦量的一个相量(有效值相量更常用，以$\dot{U}$表示)

注意：正弦量不等于相量，相量的表示丢失了角频率这一重要的信息，但是如果仅对加减而言的话，相量则能够很好的表示正弦量之间的运算。而我们在稳态电路中使用相量法的原因主要有两点：首先，稳态电路中的电路变量和电源都是同频的；并且，线性电路中不会涉及两个正弦量的加减乘除，因而能很好的使用相量解决问题

3. 相量运算的性质：相量实质上是复数，可以用复平面上的一条有向线段来表示

对于微分，相量法有：

$$f(t) \Longleftrightarrow \dot{F} \rightarrow \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} \Longleftrightarrow j\omega\dot{F}$$

对于积分，相量法有：

$$f(t) \Longleftrightarrow \dot{F} \rightarrow \int f(t)\mathrm{d}t \Longleftrightarrow \frac{\dot{F}}{j\omega}$$

好！这样又把电容和电感的问题解决了

二、相量形式的电路元件

如拉普拉斯故事，相量法可以把电容和电感再次打回原形，用电阻电路的分析方法分析

1. 电阻元件：欧姆定律继续发力

$$\dot{U}=R\dot{I}$$

由于电阻的表示不含虚部，所以电阻的电流和电压是同相位的，这里的相量用的是有效值相量，并且下面都用这样的方式表示

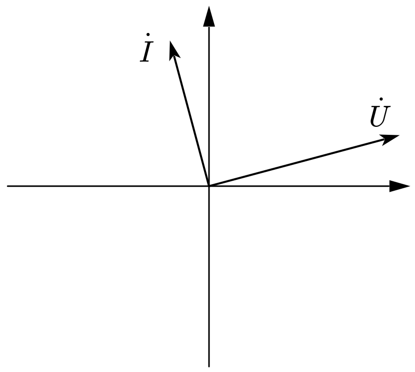
2. 电容元件：对$i=C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$作相量变换

$$\dot{I}=j\omega C\dot{U}$$

于是即得到电容两端电压电流有效值之间的关系

$$\begin{cases} U=\dfrac{1}{\omega C}I \\ \varphi_u=\varphi_i-90^\circ \end{cases}$$

这里，电压的相位会落后电流90°，是由于求导后产生虚数单位导致的，相量图如下示例



3. 电感元件：对$u=L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$作相量变换

$$\dot{U}=j\omega L\dot{I}$$

于是即得到电感两端电压电流有效值之间的关系

$$\begin{cases} U=\omega LI \\ \varphi_u=\varphi_i+90^\circ \end{cases}$$

而这里，电压的相位则会超前电流90°

4. 耦合电感元件：同样作相量变换得到

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}=j\omega\begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

当然也可先去耦等效再分析

5. 阻抗和导纳：是正弦稳态电路中对一端口电路的性质，对其端口电压和端口电流$\dot{U}$, $\dot{I}$，

可以定义阻抗$\dot{Z}$和导纳$\dot{Y}$

$$\dot{Z}=\frac{\dot{U}}{\dot{I}} \qquad \dot{Y}=\frac{\dot{I}}{\dot{U}}$$

这里只是定义式，以阻抗为例，实际上的阻抗和频率也有关，即

$$Z(j\omega)=|Z(j\omega)|\angle\varphi_z(\omega)$$

这里的辐角即为**阻抗角**，将阻抗写成复数形式

$$Z=R(\omega)+jX(\omega)$$

这里的R, X即分别表示阻抗的电阻分量和电抗分量

于是电容和电感的阻抗就分别是$\dfrac{1}{j\omega C}$, $j\omega L$，它们的虚部即记作容抗和感抗

这样一来，电阻、电容、电感三种电路元件的电压电流关系便都可以用欧姆定律来描述

$$\dot{U}=Z\dot{I}$$

这便是欧姆定律的相量形式
对导纳也有一样的分析的，对应的名称为电纳、容纳、感纳，此处略

这样一来，正弦稳态电路便可以用电阻电路方法来分析了，相应的电路定律、节点电压法、回路电流法……都可以用起来了

三、正弦稳态电路的功率

由于功率涉及到两个正弦量的相乘，所以这里不能再使用相量法直接算，而是有相应的技巧和手段

1. 瞬时功率：端口电流电压的直接乘积，以一个一端口电路为例，设

$$u=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\varphi_u) \qquad i=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\varphi_i)$$

则瞬时功率

$$p=ui=UI\cos(\varphi_u-\varphi_i)+UI\cos(2\omega t+\varphi_u+\varphi_i)$$

这里发现瞬时功率由一个常项和正弦项构成，即电路一方面在实打实地消耗着能量，另一方面也在和外界不断发生着能量交换

2. 平均功率：即瞬时功率的平均值

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p\,\mathrm{d}t=UI\cos(\varphi_u-\varphi_i)$$

这里的$\cos(\varphi_u-\varphi_i)\overset{\text{def}}{=\!=}\cos\varphi\overset{\text{def}}{=\!=}\lambda$，即为功率因数，表示电路实际消耗功率的能力

根据平均功率的意义，又可以称之为**有功功率**。功率表测得的即为有功功率

3. 无功功率：即电路和外界不断 swap 的那部分功率，其大小为

$$Q = UI\sin\varphi$$

单位为var，乏

4. 表观功率：即电压和电流有效值的直接乘积，又叫做视在功率，和有功功率，无功功率一起构成了电路的**功率三角形**

$$S = UI$$

5. 复功率：定义为

$$\begin{aligned}\tilde{S} &= \dot{U}\dot{I}^* \\ &= P + jQ\end{aligned}$$

复功率没有实际的物理意义，它存在的意义就是让我们只用电压和电流相量就可以直接快速地求出有功功率和无功功率，其模就是表观功率，辐角即为功率因数角，照顾到了方方面面

6. 最大功率传输定理：默认背景为等效后的戴维宁电路，分两种情况讨论即可

(1) 负载的电阻和电抗均可任意变化：**共轭匹配**，即当负载满足

$$Z_L = Z_O^*$$

时负载有最大功率$P = \dfrac{U^2}{4R_L}$(默认为有功功率)

(2) 负载阻抗角固定，仅模可以变化：模匹配，即负载的模和内电阻的模相等时有负载最大功率

7. 功率因数的提高：有一种高中受力动态分析的美感。由于我们把功率分成了有功功率和无功功率，为了提升功率因数，就需要减少无功功率。而一般的实际负载都是感性的，也就是它们会产生正的无功功率，这时候选择并联电容上去(无功功率为负)，即可以一定程度上冲抵电感的无功功率而不影响有功功率，可以用功率三角形图分析

四、网络函数与频率特性

同理，会算即可

1. 正弦稳态电路里的网络函数：同样是响应与激励的比值

$$H(j\omega) = \frac{\dot{Y}(j\omega)}{\dot{W}(j\omega)}$$

注意，网络函数不是相量，但是可以写成极坐标的形式来分析

2. 频率特性：将网络函数写成极坐标形式

$$H(j\omega) = |H(j\omega)|\angle\varphi(\omega)$$

这里的$|H(j\omega)|$为网络函数的模，其与频率的关系即为**幅频特性**，同理$\varphi(\omega) - \omega$即为**相频特性**。二者统称**电路的频率特性**

五、RLC 电路的谐振

谐振即端口电压电流同相的情况这一部分只系统地讲了两种特定电路——RLC 串联和 GLC 并联电路的谐振情况分析。而实际情况中的谐振也可以用同样的方法分析

1. RLC 串联谐振：又叫做**电压谐振**，谐振时，电容和电感上的电压大小相等，相位相反

计算如下：

总阻抗$Z=R+j\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)$，谐振时虚部为零，故谐振角频率

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

这时有

$$\dot{U}_L=\omega_0 L\dot{I}\angle 90^\circ$$
$$\dot{U}_C=\frac{1}{\omega_0 C}\dot{I}\angle 90^\circ$$

于是串联谐振的品质因数$Q=\dfrac{\omega_0 L}{R}=\dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$，关于品质因数的更多信息，书上没有作更多讲解，可以参考电路中品质因数的定义 - 知乎

2. GLC 并联谐振：又叫做电流谐振，谐振时电容和电感上的电流大小相等，相位相反

计算过程略，结论是

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$
$$I_L=I_C$$
$$Q=\frac{1}{G}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

3. 其他电路的谐振：分析时，直接先将整个一端口电路的总阻抗写出来，然后令其分子分母为零即可解出谐振角频率。分子为零时为串联谐振，分母为零(即导纳为零)时为并联谐振

4. 谐振曲线：仅针对 RLC 串联电路分析

(1) 电流谐振曲线：设$I_0=\dfrac{U}{R}$为谐振时电流，则有

$$\frac{I}{I_0}=\frac{1}{\sqrt{1+Q^2+\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{w}\right)^2}}$$

(2) 电压谐振曲线：计算电感和电容的电压

$$U_C=\frac{U}{\omega C\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$
$$U_L=\frac{\omega L U}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

谐振时，二者相同，大小等于QU

Chapter 9 三相电路

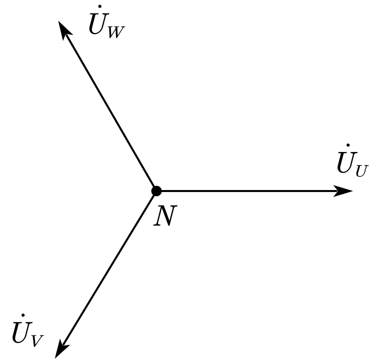
骰子已经掷下，只能继续前进

一、三相电路的概念

这一章实际上算是一个第八章的一个应用，总体上的思路和计算方法都是沿用的第八章，并介绍了一些第九章独有的手段技巧。

1. 三相电源：频率、幅值相同，相位差依次相差120°的三个一组的正弦交流电源，通常顺序记作 U-V-W(即正序)，相应的有逆序的概念，即相序为 U-W-V

以正序为例作相量图：

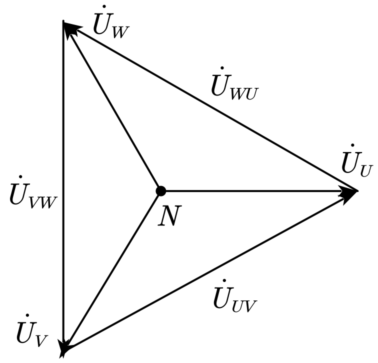


2. 连接方式：分为星形连接和三角形连接，通常电源一般都为星形连接，负载二者皆有，不过电源也可相互转化。对于星形连接，还有中性点的概念，若连接了中性线，则为三相四线制，否则为三相三线制

3. 相电压，相电流：指负载/电源两端的电压和直接流过负载/电源两端的电流

4. 线电压，线电流：前者指相线之间的电压，后者指相线上的电流

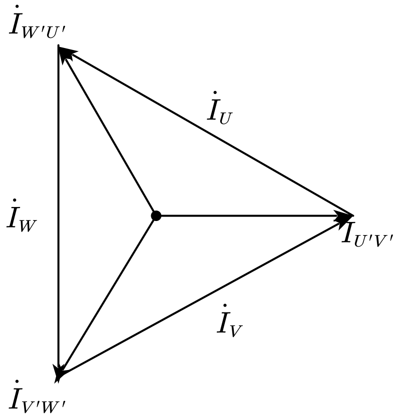
对对称星形连接而言，相电流和线电流一样，而相电压和线电压具有相应关系(可由相量图分析)



即

$$\begin{cases} \dot{U}_{UV} = \sqrt{3}\,\dot{U}_U \angle 30^\circ \\ \dot{U}_{VW} = \sqrt{3}\,\dot{U}_V \angle 30^\circ \\ \dot{U}_{WU} = \sqrt{3}\,\dot{U}_W \angle 30^\circ \end{cases}$$

对对称三角形连接而言，线电压和相电压相同，而线电流和相电流具有相应关系，相量图如下



即

$$\begin{cases} \dot{I}_U = \sqrt{3}\,\dot{I}_{U'V'}\angle -30^\circ \\ \dot{I}_V = \sqrt{3}\,\dot{I}_{V'W'}\angle -30^\circ \\ \dot{I}_W = \sqrt{3}\,\dot{I}_{W'U'}\angle -30^\circ \end{cases}$$

二、三相电路的计算

这一部分主要根据不同的情况作相应的总结，至于具体的例子还是要多刷题

1. 对称三相电路：首推一相计算法，对于不能一相计算的，则需要作相应处理

   (1) 星形——星形连接：无脑一相计算法

   (2) 星形——三角形连接：由于是对称电路，所以直接进行星三角变换，变换后的一相阻抗$Z' = \dfrac{Z}{3}$

   (3) 三角形——星形连接：把电源等效变换成星形电源即可，使用线电压和相电压的转换公式

   (4) 三角形——三角形连接：仍然可以一相计算法，也可两边都变成星形后计算

若三相电路很复杂，则需要利用三相电路本身的特性去解决

2. 不对称三相电路：通常是负载是不对称的，三相电源是对称的，所以可以用中性点偏移的概念去解决。考虑星形-星形连接，首先使用节点电压法算出中性点偏移$\dot{U}_{N'N}$，随后再计算负载的相电压

$$\begin{cases} \dot{U}_{UN'} = \dot{U}_{UN} - \dot{U}_{N'N} \\ \dot{U}_{VN'} = \dot{U}_{VN} - \dot{U}_{N'N} \\ \dot{U}_{WN'} = \dot{U}_{WN} - \dot{U}_{N'N} \end{cases}$$

对于三角形负载，可以考虑变成星形，也可以考虑直接按照普通电路的模式去分析，效果是一样的

三、三相电路的功率

大体上按照正弦稳态电路里学习的方法去计算即可，对于对称电路可以使用一相计算法简化计算。以下功率功率公式默认是对称电路，若有不对称特殊情况会专门说出来。

1. 瞬时平均功率：即$p = p_u + p_v + p_w = 3U_P I_P \cos\varphi$

2. 平均功率：即$P = 3U_P I_P \cos\varphi = \sqrt{3} U_L I_L \cos\varphi$

3. 无功功率：即$Q = 3U_P I_P \sin\varphi = \sqrt{3} U_L I_L \sin\varphi$

4. 表观功率：$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

5. 功率因数：定义为$\cos\varphi = \dfrac{P}{S}$，在对称三相电路中，这里的$\varphi$就表示相电压与相电流之间的相位差；但对于不对称三相电路而言，这里的φ就是没有意义的计算量

6. 三相电路功率的测量：分别有一功率表法，二功率表法，三功率表法

    (1) 一功率表法：适用对称的三相四线制电路，方法为测出来的结果直接乘以3即可

    (2) 二功率表法：适用三相三线制的任何电路，总功率即为$P = P_1 + P_2$，证明见书本

    (3) 三功率表法：适用于三相四线制的不对称电路，总功率即为$P = P_1 + P_2 + P_3$

补充：关于功率表：功率表有一对同名端，若电流电压的方向均与同名端相同，则测得的总功率示数为正；若电流或电压不一致，则为负数；若均不一致，则仍为正数

Chapter 10 非正弦周期稳态电路分析

一年好景君须记，正是橙黄橘绿时

这一章不要求求傅里叶级数，需要掌握的仅一些概念与几个公式
1. 直流、基波与谐波：指傅里叶级数中的三种量——直流即为直流分量，正弦项为谐波分量，其中频率与原波形频率相同的为基波分量，是原波形频率倍数的为高次谐波分量

2. 非正弦波形的有效值：记住公式即可

$$F=\sqrt{A_0^2+C_1^2+C_2^2+C_3^2+...}$$

其中A_0为直流分量，C_k为谐波分量的各自的有效值

3. 非正弦稳态电路的平均功率：记住公式即可

$$P=U_0I_0+\sum_{k=1}^{\infty}U_kI_k\cos\varphi_k$$

形式上可以记作是用叠加定理算的()
同理，无功功率

$$Q=\sum_{k=1}^{\infty}U_kI_k\sin\varphi_k$$

表观功率

$$S=UI$$

由于$S>\sqrt{P^2+Q^2}$，所以还有畸变功率

$$T=\sqrt{S^2-(P^2+Q^2)}$$

Appendix 二端口端口特性

本来是 Chapter 2 的内容，但放在那里过于突兀，于是移到最后，我们需要掌握的即为几个矩阵的形式即可，考试也就是让我们算算，不会有更复杂的东西

一、无源二端口特性矩阵

主要是四类矩阵，一共六个，求的时候要么按照每个参数的意义去计算，要么就直接用分析方法写出端口特性，然后按照要求去计算

1. $\boldsymbol{R}$ 矩阵：也叫 $\boldsymbol{Z}$ 矩阵，即开路电阻矩阵，形式为

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{R} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

2. $\boldsymbol{G}$ 矩阵：也叫 $\boldsymbol{Y}$ 矩阵，即短路电导矩阵，形式为

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{G} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

3. $\boldsymbol{H}$ 矩阵：即混合参数矩阵，形式为

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{H} \begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

若反过来选，则为 $\hat{\boldsymbol{H}}$ 矩阵，形式为

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \hat{\boldsymbol{H}} \begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

4. $\boldsymbol{A}$ 矩阵：即传输参数矩阵，形式为

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \boldsymbol{A} \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$$

这里的负号是历史遗留问题，不管。同理反过来即为 $\hat{\boldsymbol{A}}$ 矩阵，形式为

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ i_2 \end{bmatrix} = \hat{\boldsymbol{A}} \begin{bmatrix} u_1 \\ -i_1 \end{bmatrix}$$

二、二端口电路的连接

除了级联外，均需要注意验证端口约束条件是否被破坏

1. 串联：$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{R}_1+\boldsymbol{R}_2$
2. 并联：$\boldsymbol{G}=\boldsymbol{G}_1+\boldsymbol{G}_2$
3. 串-并联：即左串右并$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{H}_1+\boldsymbol{H}_2$
4. 并-串联：即左并右串$\hat{\boldsymbol{H}}=\hat{\boldsymbol{H}}_1+\hat{\boldsymbol{H}}_2$
5. 级联：即直接头尾相连$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{A}_2$

The End.