

# 一种面向高频交易的算法交易策略<sup>①</sup>

燕汝贞, 李 平, 曾 勇

(电子科技大学经济与管理学院, 成都 610054)

**摘要:** 在高频交易中, 投资者为了减少交易成本、提高投资收益或减少损失, 一般会将大额订单分拆为若干个中小规模订单, 并根据不同市场环境择机逐次提交, 但同时也会存在订单未全部成交以及证券价格变动所带来的风险。针对现有文献大都考虑订单全部执行以及未考虑时间风险因素的不足, 在最小化总隐性交易成本的目标下, 构建了具有最低成交量限制的最优交易策略模型, 并针对风险中性且可预期未来成交量的投资者, 给出了最优交易策略。研究结论表明, 当投资者同时考虑市场冲击成本、机会成本、择时风险、价格冲击等 4 种不同隐性交易成本, 不同交易时期的订单成交概率无论是单调增加、单调减少还是 U 型时, 其最优交易策略的总隐性交易成本均小于常用的 VWAP 交易策略以及投资者同时考虑市场冲击成本和机会成本时的最优交易策略(MIOC), 表明本文提出的最优交易策略可以为投资者有效节省交易成本。

**关键词:** 高频交易; 算法交易; 隐性交易成本; 择时风险

**中图分类号:** F830.9    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1007-9807(2014)03-0088-09

## 0 引 言

近二三十年来, 证券交易技术得到了前所未有的高速发展。技术的快速发展降低了证券市场的准入门槛, 从而导致证券交易所之间的竞争日益激烈, 而激烈的市场竞争又反过来推动了证券交易技术的不断创新和变革。高频交易(high-frequency trading)正是这场意义深远的技术创新的典型代表。与传统低频交易有所不同, 高频交易要求投资者必须随时关注证券市场的变化情况, 积极获取一切可以盈利的交易机会。高频交易者的证券持有期限非常短, 一般短则几秒, 长也不过数小时, 且一般不会持有“隔夜仓”。正是依靠大量频繁的交易, 高频交易给投资者带来了聚沙成塔式的高收益。高频交易虽然发展的时间不长, 但其发展非常迅速。据有关统计, 在美国股票市场, 高频交易所占市场份额已经从 2005 年的 21% 上升到 2009 年的 61%<sup>[1]</sup>。

在激烈的市场竞争中, 高频交易者要依靠频繁的交易获得较高收益, 就必须通过有效的方法或技术迅速、低成本地执行其买卖决策。算法交易就是这一交易技术的典型代表。目前, 学术界和业界对算法交易的定义还没有形成统一的认识<sup>[2]</sup>, Domowitz 和 Yegerman<sup>[3]</sup>认为算法交易是为达到某一特定目标, 利用计算机程序自动执行订单的交易方法。Hendershott 等<sup>[4]</sup>认为算法交易是利用计算机程序和算法自动提交订单, 并对所提交的订单进行后续管理的交易方法。一般而言, 算法交易是利用计算机程序和算法, 根据一定规则自动决定交易的时机、数量、价格以及订单类型的交易方法。

算法交易虽然自 20 世纪 70 年代才开始逐渐应用于投资组合管理领域, 但其发展非常迅猛。2009 年, 美国证券市场约有 73% 左右的交易量是利用算法交易(含自动化交易)完成<sup>[5]</sup>。经过近

① 收稿日期: 2013-09-25; 修订日期: 2013-12-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71171034); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目。

通讯作者: 李 平(1977—), 男, 四川青神人, 博士, 副教授。Email: Lip@uestc.edu.cn

几十年的快速发展,一些学者及业界专家已经构造了许多算法交易策略,如常用的交易量加权平均价格算法交易策略(VWAP)、时间加权平均价格算法交易策略(TWAP)、交易量固定百分比算法交易策略(VP)等。其中,VWAP交易策略是为了减少短时间内大额订单对证券价格的冲击,将大额订单拆分为许多中小规模的订单,并根据市场环境的变化择机逐次提交,以使其成交价尽可能接近市场交易量加权平均价格的一种交易策略。2005年,美国证券市场上采用算法交易执行的交易量中,约有50%都是利用VWAP交易策略完成的。其中,直接利用VWAP交易策略完成交易的约占27%左右,还有23%左右的交易量是利用特别定制的VWAP交易策略完成<sup>[6]</sup>。近年来,虽然采用VWAP交易策略的交易量占市场总交易量的比例逐渐减少,但VWAP交易策略仍然是构建其他交易策略的一项重要基准。

算法交易的最主要目的是通过设计合理的交易策略,最大限度地为投资者降低交易成本,提高投资收益。即便一个投资组合具有某种优势,但若其交易成本过高,那么此投资组合的收益可能会低于预期值。交易成本一般可分为显性交易成本和隐性交易成本<sup>[7]</sup>。其中,显性交易成本可以直接观察和测量,包括手续费、印花税等。隐性交易成本主要包括市场冲击(market impact)、机会成本(opportunity cost)、价格升量(price appreciation)以及择时风险(timing risk)。相对而言,作为总交易成本中的重要组成部分<sup>[8-10]</sup>,隐性交易成本却不容易被直接观察和测量。因此,业界和学术界的专家、学者都十分关注隐性交易成本的控制和研究。Huberman和Stanzl<sup>[11]</sup>、Almgren等<sup>[12]</sup>从理论上证明了永久性市场冲击成本与交易量的关系是线性的,而临时性市场冲击与交易量间的关系可以是线性的,也可以是非线性的。Keim和Madhavan<sup>[13]</sup>发现投资者在证券市场上提交买入或卖出订单所受到的市场冲击成本存在明显差异,Hu<sup>[14]</sup>进一步认为造成这种差异的原因在于计算冲击成本时采用了不同的价格基准(如昨日收盘价或当日收盘价基准)。

算法交易的关键在于如何根据市场环境的变化设计合理的交易策略,以确定订单最优的提交时间、价格和数量。Berkowitz等<sup>[15]</sup>给出了一种测

量市场冲击成本的方法,并在最小化交易成本的目标下提出了著名的VWAP交易策略。Bertsimas和Lo<sup>[16]</sup>、Almgren和Chriss<sup>[17]</sup>考虑了当证券价格为一个随机变量,投资者如何在最小化总冲击成本(交易量的线性函数)的目标下构建最优交易策略的问题。进一步,Konishi<sup>[18]</sup>对于证券价格和交易量都是随机变量,提出了一种按照VWAP基准进行交易的静态最优交易策略。Kissell和Malamut<sup>[19]</sup>、Monch<sup>[20]</sup>、林辉等<sup>[21]</sup>分别从订单执行的交易速率或证券流动性的角度,分析了投资者所承担的交易成本情况,并给出了相应的最优交易策略。从现有算法交易的研究来看,大部分研究文献所考虑的交易成本主要是市场冲击成本,而较少考虑订单如果受市场环境的影响没有全部执行而带来的机会成本以及不同时期证券价格变动所带来的风险。事实上,Alam和Tkatch<sup>[22]</sup>通过分析特拉维夫证券交易所数据发现,大约只有48%的分拆订单能够完全成交。因此,在证券的交易过程中,机会成本也是一项不可忽视的因素。燕汝贞等<sup>[23]</sup>分析了机会成本对投资者制定交易策略的影响,并在最小化市场冲击和机会成本的目标下给出了相应的最优交易策略。

与现有文献不同,本文主要针对具有最低成交量限制的投资者在同时考虑市场冲击成本、机会成本、择时风险、价格升量等四种不同隐性成本对制定交易策略的影响,并讨论了风险中性投资者在可预期未来成交量时如何制定最优交易策略问题。

## 1 隐性交易成本

隐性交易成本不容易进行直接观察和测量,但在总交易成本中占有较大比重。投资者通过设计合理的算法交易策略可以减少在交易过程中产生的隐性交易成本。因此,如何有效控制隐性交易成本对投资者来说是至关重要的。

市场冲击是由某一订单提交到市场上引起证券价格的变化。一般而言,买单使得证券价格增加,而卖单会使得证券价格下降。理论上,市场冲击的大小是执行该订单时证券价格和市场上不存在该订单时证券价格的差额,因此无法从市场上直接进行观察和测量。如果证券价格的变化仅仅

是因市场暂时的流动性不足造成的,一段时间后证券价格恢复到原来状态,则称为临时性市场冲击,而永久性市场冲击则指证券价格的变动是因订单所传递的信息改变了市场对证券内在价值的预期。

机会成本是指订单未能全部执行而损失的那部分收益。由于证券市场上流动性有限以及证券价格的迅速变化,投资者所提交的限价订单可能无法全部成交,从而产生机会成本。为减少机会成本,投资者会尽力促使订单全部执行,但此举无疑又会增加市场冲击成本。价格升量是指证券价格的内在变化趋势,描述了证券市场在没有不确定性影响下的证券价格变动情况。证券价格与市场流动性等因素在不同时期内的变动所带来的风险,称之为择时风险<sup>[11-24]</sup>。为了简化分析,本文考虑的择时风险是指证券价格波动带来的风险。假设投资者将在  $m$  个交易时期内,利用订单提交策略  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)'$  交易总量为  $S$  的证券,即:

$S = \sum_{t=1}^m x_t$ , 择时风险可表示为

$$\mathfrak{R}(x) = \sqrt{\sum_{t=1}^m \left( \sum_{k=t}^m x_k \right)^2 \sigma^2} \quad (1)$$

其中  $\sigma$  是每一时期内证券价格的波动率。

如果投资者仅关注择时风险对交易策略的影响,那么其构建最优交易策略问题可以表示为

$$\min TC(x) = \sqrt{\sum_{t=1}^m \left( \sum_{k=t}^m x_k \right)^2 \sigma^2} \quad (2)$$

s. t.  $x_t \geq 0$

求解此模型易知,最优交易策略为  $x = (S, 0, \dots, 0)'$ , 即投资者在第一个时期内提交全部

订单,此时的总交易成本为  $S\sigma$ 。

## 2 投资者具有最低成交量限制的算法交易模型

### 2.1 模型描述

如果投资者将大额订单一次性提交到市场上,可能会对证券价格产生较大冲击。反之,若将大额订单拆分成多个中小规模订单提交,则可在一定程度上减少价格冲击成本。然而,这种将订单拆分并逐次提交的交易方式增加了总的交易时间,投资者可能要承担证券价格变动的风险,以及订单未全部成交而造成的损失。

在制定交易策略时,一些机构投资者或资金量较大的个人投资者可能出于仓位调整等目的,必须在规定时间内执行一定数量的订单。针对这种情况,下文分析了具有最低成交量限制的投资者如何制定最优交易策略的问题。同样,假设投资者将在  $m$  个交易时期内,利用交易策略  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)'$  交易总量为  $S$  的证券,并且投资者在整个交易时期内必须要交易数量为  $S_0$  的证券。其中  $x_t$  表示投资者在  $t$  时期提交订单的大小。假设  $\rho_t$  表示  $t$  时期的订单成交概率,则投资者在整个交易时期内的总成交量为  $X$ ,即:  $X = \sum_{t=1}^m x_t \rho_t$ 。在最小化总隐性交易成本的目标下,投资者应该如何制定交易策略的问题可用如下模型表示

$$\begin{aligned} \min E(TC(x)) = & \sum_{t=1}^m \left[ \frac{\alpha x_t^2 \rho_t^2}{X(x_t \rho_t + 0.5 v_t)} + \frac{x_t \rho_t (1 - \alpha) I}{X} \right] + \sum_{t=1}^m x_t \rho_t t \Delta p + \\ & \sum_{t=1}^m x_t (1 - \rho_t) \left( m \Delta p + \frac{(1 - \alpha) I}{X} \right) + \lambda \sqrt{\sum_{t=1}^m \left( \sum_{k=t}^m x_k \right)^2 \sigma^2} \quad (3) \\ \text{s. t. } & S = \sum_{t=1}^m x_t, X \geq S_0, x_t \geq 0 \end{aligned}$$

模型(3)目标函数中的第一项表示市场冲击成本,是整个交易时期内所有已成交证券市场冲击成本的总和;第二项表示价格升量,是在整个交易时期内所有已成交证券价格升量的总和;第三项表示机会成本,是在整个交易时期内所有未成交证券所带来损失的总和;第四项表

示择时风险,是在整个交易时期内证券价格波动风险的总和。

### 2.2 风险中性投资者可预期未来成交量

如果投资者仅关注机会成本和市场冲击成本对其交易策略的影响,燕汝贞等<sup>[23]</sup>对这种情况进行了分析,并在最小化市场冲击和机会成

本的目标下给出了最优交易策略( market impact and opportunity cost ,MIOC). 如果风险中性的投资者能够根据历史交易情况预期未来的成交

$$\min E( TC(x) ) = \sum_{t=1}^m \left[ \frac{\alpha I x_t^2 \rho_t^2}{X(x_t \rho_t + 0.5 v_t)} + \frac{x_t \rho_t (1-\alpha) I}{X} \right] + \sum_{t=1}^m x_t \rho_t t \Delta p + \sum_{t=1}^m x_t (1-\rho_t) \left( m \Delta p + \frac{(1-\alpha) I}{X} \right)$$

$$\text{s. t. } S = \sum_{t=1}^m x_t, x_t \geq 0 \quad (4)$$

由于投资者可预期未来成交量  $S_0$ , 故可将  $S_0 = X$  代入式(4), 从而将原问题简化为

$$\min E( TC(x) ) = \sum_{t=1}^m \frac{\alpha I x_t^2 \rho_t^2}{S_0(x_t \rho_t + 0.5 v_t)} + \sum_{t=1}^m x_t (1-\rho_t) m \Delta p + \sum_{t=1}^m x_t \rho_t t \Delta p + \frac{(1-\alpha) S I}{S_0}$$

$$\text{s. t. } S = \sum_{t=1}^m x_t, x_t \geq 0 \quad (5)$$

利用 Kuhn-Tucker 条件求解得

$$x_t = \frac{0.5 v_t}{\rho_t} \left[ \left( 1 + \frac{S_0 \Delta p t}{\alpha I} + \frac{S_0 \lambda}{\alpha I \rho_t} \right)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right],$$

$$t \in [1, m] \quad (6)$$

其中  $\lambda$  为拉格朗日乘子. 为了便于计算, 令

$$f(\lambda) = \frac{0.5 v_t}{\rho_t} \left[ \left( 1 + \frac{S_0 \Delta p t}{\alpha I} + \frac{S_0 \lambda}{\alpha I \rho_t} \right)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right],$$

并将  $f(\lambda)$  在  $\lambda = 0$  处进行泰勒展开

$$f(\lambda) = \left( 1 + \frac{S_0 \Delta p t}{\alpha I} \right)^{-\frac{1}{2}} - \frac{S_0 \lambda}{2 \alpha I \rho_t} \times$$

$$\left( 1 + \frac{S_0 \Delta p t}{\alpha I} \right)^{-\frac{3}{2}} - 1 + O(\lambda) \quad (7)$$

将上式与模型(5)中的第一个约束条件联立求得

$$x_t = A_t \frac{S - \sum_{i=1}^m B_i}{\sum_{i=1}^m A_i} - B_t, t \in [1, m] \quad (8)$$

$$\text{其中 } A_t = \frac{0.5 v_t}{\rho_t^2} \left( 1 + \frac{S_0 \Delta p t}{\alpha I} \right)^{-\frac{3}{2}}, B_t = \frac{0.5 v_t}{\rho_t} \left( 1 + \frac{S_0 \Delta p t}{\alpha I} \right)^{-\frac{1}{2}} - \frac{0.5 v_t}{\rho_t}.$$

由于此模型目标函数的 Hessian 阵  $\nabla^2 TC(x)$

量  $S_0$ , 那么, 投资者在同时考虑价格冲击、价格升量以及机会成本时的最优交易策略问题可表示为

为正定矩阵, 约束条件为线性函数, 可行域为凸集, 所以此优化模型是一个凸规划问题. 而对于凸规划问题, Kuhn-Tucker 条件是最优解存在的充要条件. 因此, 式(8) 是此问题的全局最优解.

### 2.3 数值示例

在最小化总隐性交易成本目标下, 模型(3)描述了投资者在同时考虑市场冲击成本、机会成本、择时风险、价格升量等四种隐性成本时如何制定最优交易策略的问题. 由于此优化模型非常复杂, 无法直接求得其解析解, 因此本文利用数值示例进行分析. 针对不同交易时期的订单成交概率分别为单调增加、单调减少、U 型的情形, 本文对比分析了投资者同时考虑多种隐性交易成本时的最优交易策略(MIOCTRPA)与 MIOC、VWAP 交易策略之间的差异.

#### 2.3.1 订单成交概率递增的情形

假设投资者将在  $m$  个交易时期内, 利用某一交易策略交易总量为  $S$  的证券<sup>②</sup>. 由于受市场流动性等因素的影响, 不同时期的订单成交概率有所不同. 当不同交易时期的订单成交概率为单调递增时, 图1描述了具有最低成交量限制的投资者分别采用 MIOCTRPA、MIOC、VWAP 等交易策略在各时期所提交订单规模的差异.

图1结果表明, 无论采用 MIOCTRPA、MIOC 或 VWAP 交易策略, 投资者所提交的订单规模均随订单执行概率的递增而增加. 同时, MIOCTRPA 交易策略与 MIOC、VWAP 交易策略之间存在明显差异. MIOCTRPA 交易策略在前5个交易时期内的订单规模都大于 MIOC 交易策略, 而在其他交易时期内, 情况恰好相反. 与

② 以下参数来源于 Kissell 和 Glantz<sup>[9]</sup>, 并针对本模型研究的问题进行了适当修改:  $S = 30\,000$ ,  $m = 16$ ,  $I = 100\,000$ ,  $\alpha = 0.95$ ,  $\sigma = 0.05$ ,  $\Delta p = 0.05$ ,  $S_0 = S/4$ ,  $p = [25\,000, 30\,000, 35\,000, 40\,000, 45\,000, 50\,000, 55\,000, 60\,000, 65\,000, 70\,000, 75\,000, 80\,000, 85\,000, 90\,000, 95\,000, 100\,000]$ ;  $\rho = [0.3, 0.34, 0.38, 0.42, 0.46, 0.5, 0.54, 0.58, 0.62, 0.66, 0.7, 0.74, 0.78, 0.82, 0.86, 0.9]$ .

VWAP 交易策略相比, MIOCTRPA 交易策略在第 7 个时期之前的订单规模都比较大, 而在其他交易时期, 情况恰好相反. 原因在于: 交易初期的订单成交概率较小, 投资者持有大量未提交订单, 导致巨大的择时风险, 此时择时风险对投资者交易策略的影响程度大于机会成本、市场冲击成本以及价格升量的总和. 在交易后期, 各时期提交的订单规模较大, 因此价格冲击成本较大, 此时价格冲击对投资者交易策略的影响程度大于择时风险等因素.

图 2 描述了 MIOCTRPA 交易策略的市场冲击成本、机会成本、择时风险以及价格升量在不同时期的变化情况. 结果表明, 随着各交易时期订单执行概率的增大, MIOCTRPA 交易策略的机会成本逐渐减小, 而价格升量有所增加; 随着交易的进行, 投资者的证券持有量不断减少, MIOCTRPA 交易策略的择时风险逐渐减小; 同时, 随着交易的进行, 投资者的订单规模逐渐增大, 相应的价格冲击成本有所增加. 从这四种隐性交易成本的共同影响来看, MIOCTRPA 交易策略在不同时期的总隐性交易成本逐渐减少.

图 3 描述了 MIOCTRPA、MIOC 和 VWAP 交易策略的总交易成本在不同时期的变化情况. 结果表明, 从整个交易时期来看, MIOCTRPA 交易策略的总交易成本小于 MIOC 或 VWAP 交易策略; 在不同交易时期的订单成交概率单调增加情形下, 本文提出的 MIOCTRPA 交易策略要优于 MIOC 和 VWAP 交易策略.

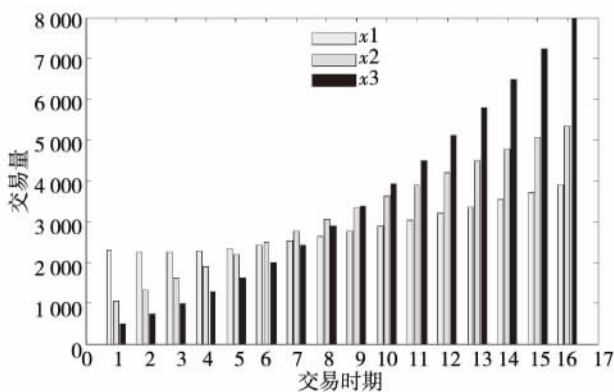


图 1 MIOCTRPA、MIOC 和 VWAP 交易策略的对比 ( $\rho$  递增)

Fig. 1 The comparison of MIOCTRPA, MIOC, and VWAP strategies (increased  $\rho$ )

注:  $x_1$ ,  $x_2$  和  $x_3$  分别表示 MIOCTRPA、MIOC 以及 VWAP 交易策略下同.

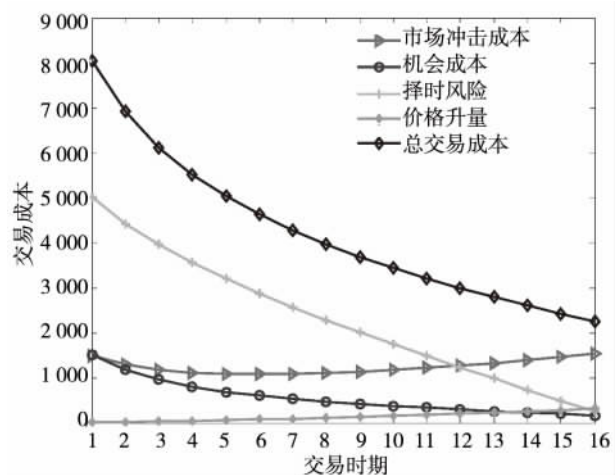


图 2 MIOCTRPA 交易策略的各项隐性交易成本 ( $\rho$  递增)

Fig. 2 The implicit trading cost of MIOCTRPA strategy (increased  $\rho$ )

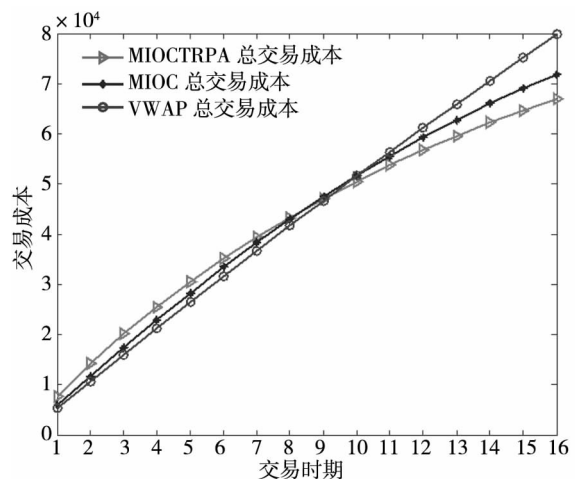


图 3 MIOCTRPA、MIOC 和 VWAP 交易策略的总交易成本 ( $\rho$  递增)

Fig. 3 The total trading cost of MIOCTRPA, MIOC, and VWAP strategies (increased  $\rho$ )

### 2.3.2 订单成交概率递减的情形

针对不同交易时期订单成交概率递减的情形, 在保持投资者总订单规模、总交易时期数目等参数不变情况下<sup>③</sup>, 图 4 描述了 MIOCTRPA、MIOC 以及 VWAP 交易策略在各交易时期所提交的订单规模. 结果表明, 投资者无论采用 MIOCTRPA、MIOC 或 VWAP 交易策略, 其各时期所提交的订单规模均随成交概率减小而减少; 与 MIOC 交易策略相比, 受择时风险的影响, MIOCTRPA 交易策略在前 6 个交易时期内所提交的订单规模较大, 而在其他交易时期, 情况恰好相反; MIOCTRPA 交易策略在第 5 个交易时期之前所提

③ 假设不同交易时期的订单成交概率  $\rho$  为单调减少, 预期市场成交量和订单成交概率分别为:

$v = [100\ 000, 95\ 000, 90\ 000, 85\ 000, 80\ 000, 75\ 000, 70\ 000, 65\ 000, 60\ 000, 55\ 000, 50\ 000, 45\ 000, 40\ 000, 35\ 000, 30\ 000, 25\ 000]$ ;  $\rho = [0.95, 0.9, 0.85, 0.8, 0.75, 0.7, 0.65, 0.6, 0.55, 0.5, 0.45, 0.4, 0.35, 0.3, 0.25, 0.2]$ .

交的订单规模均大于 VWAP 交易策略,而在其他交易时期内,情况则相反。

在不同交易时期订单成交概率单调减少时,图5描述了 MIOCTRPA 交易策略在不同时期市场的冲击成本、机会成本、择时风险以及价格升量变化情况。从图5可以看出,由于不同交易时期执行概率的减少,投资者所提交的订单规模逐渐减小,因此 MIOCTRPA 交易策略的市场冲击成本也逐渐减少;虽然不同时期的订单成交概率逐渐减小,但是订单规模也逐渐减小,所以 MIOCTRPA 交易策略的机会成本变化不大;由于价格升量衡量的是证券价格的内在变化趋势,受订单成交概率和订单成交数量的共同影响,因此在交易初期和后期的价格升量大于其他时期。受机会成本、市场冲击成本、择时风险以及价格升量的共同影响,MIOCTRPA 交易策略的总隐性交易成本逐渐减少。

在不同交易时期订单成交概率单调减少时,图6描述了 MIOCTRPA、MIOC 和 VWAP 交易策略总交易成本的大小。结果表明,MIOCTRPA 交易策略的总交易成本小于 MIOC 和 VWAP 交易策略,表明在不同交易时期订单成交概率递减的情形下,本文提出的 MIOCTRPA 交易策略要优于 MIOC 和 VWAP 交易策略。

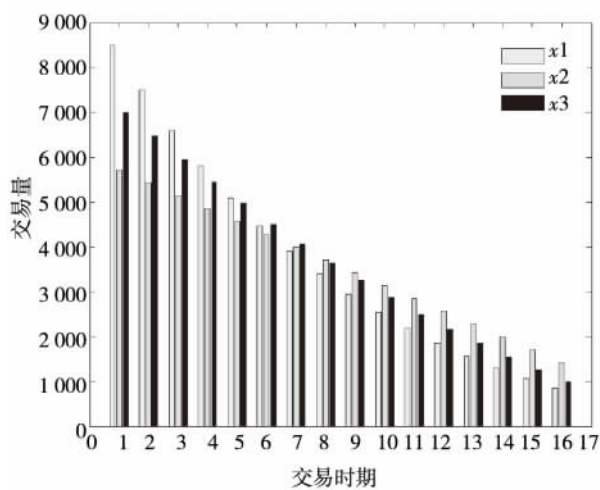


图4 MIOCTRPA、MIOC 和 VWAP 交易策略的对比( $\rho$ 递减)

Fig. 4 The comparison of MIOCTRPA, MIOC, and VWAP strategies (decreased  $\rho$ )

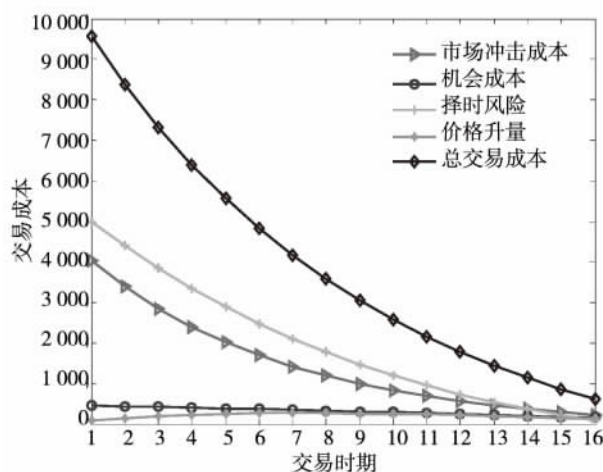


图5 MIOCTRPA 交易策略各项隐性交易成本( $\rho$ 递减)

Fig. 5 The implicit trading cost of MIOCTRPA strategy (decreased  $\rho$ )

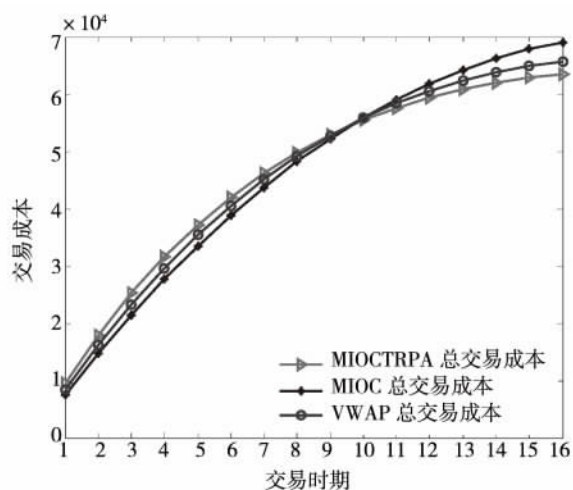


图6 MIOCTRPA、MIOC 和 VWAP 交易策略总交易成本的对比( $\rho$ 递减)

Fig. 6 The total trading cost of MIOCTRPA, MIOC, and VWAP strategies (decreased  $\rho$ )

### 2.3.3 成交概率为 U 型的情形

受市场流动性的日内模式等因素影响,日内不同交易时期订单执行概率可能呈现为 U 型。此时,在保持投资者的总订单规模、交易时期数目等参数不变情形下<sup>④</sup>,图7给出了 MIOCTRPA、MIOC 以及 VWAP 交易策略在不同交易时期所提交订单规模的差异。从图7可知,受择时风险的影响,在前7个交易时期内,MIOCTRPA 交易策略在不同时期所提交的订单规模都大于 MIOC 交易策

④ 假设不同交易时期的订单成交概率  $\rho$  为 U 型,预期市场成交量和订单成交概率分别为:  $v = [136\ 875, 110\ 625, 87\ 875, 68\ 625, 52\ 875, 40\ 625, 31\ 875, 26\ 625, 24\ 875, 26\ 625, 31\ 875, 40\ 625, 52\ 875, 68\ 625, 87\ 875, 110\ 625]$   $\rho = [0.95, 0.9, 0.85, 0.8, 0.75, 0.7, 0.65, 0.6, 0.55, 0.5, 0.45, 0.4, 0.35, 0.3, 0.25, 0.2]$ 。



略,而在其他时期,MIOCTRPA 交易策略的订单规模均小于 MIOC 交易策略. MIOCTRPA 交易策略在第 1 个至第 9 个交易时期内提交的订单规模均大于 VWAP 交易策略,而在其他交易时期内,情况则相反.

当订单成交概率为 U 型时,图 8 描述了 MIOCTRPA 交易策略在不同时期市场冲击成本、机会成本、择时风险以及价格升量之间的关系. 从图 8 上可以看出,在整个交易时期内,MIOCTRPA 交易策略的择时风险逐渐减小;在前 9 个交易时期内,受订单执行概率和订单规模逐渐减小的影响,市场冲击成本和机会成本逐渐变小,而价格升量是先增加后减少. 从第 9 个交易时期开始,随着订单执行概率逐渐变大,市场冲击成本、价格升量以及机会成本逐渐增大. 在整个交易时期内,受这四种隐性交易成本的共同影响,MIOCTRPA 交易策略的总交易成本呈现出先减小后增加的变化趋势.

图 9 进一步描述了 MIOCTRPA、MIOC 以及 VWAP 交易策略的总交易成本在不同时期变化情况. 从整个交易时期来看,具有最低成交量限制的投资者采用 MIOCTRPA 交易策略所承担的总交易成本要小于 MIOC 和 VWAP 交易策略,表明在此情形下本文提出的 MIOCTRPA 交易策略要优于 MIOC 和 VWAP 交易策略.

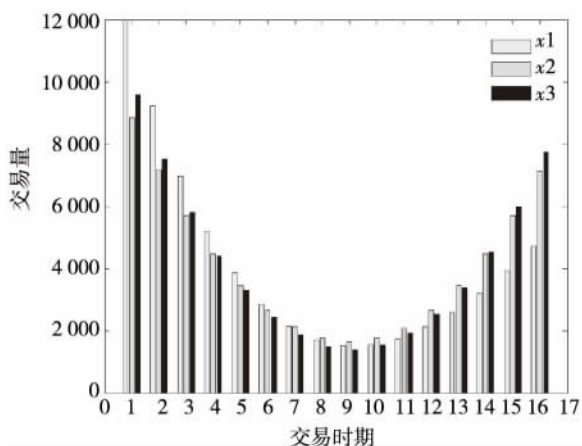


图 7 MIOCTRPA、MIOC 和 VWAP 交易策略的对比( $\rho$  为 U 型)

Fig. 7 The comparison of MIOCTRPA, MIOC, and VWAP strategies (U-shaped  $\rho$ )

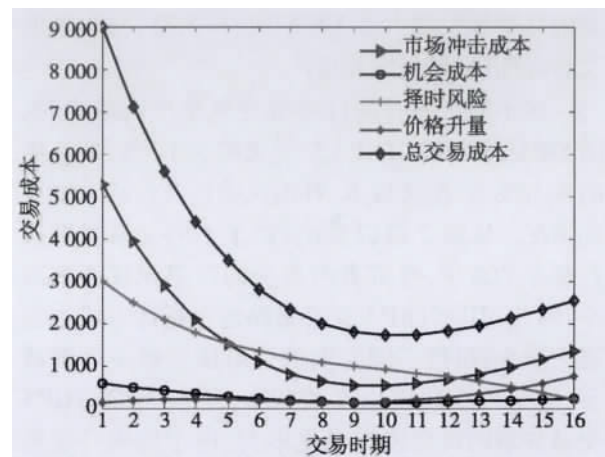


图 8 MIOCTRPA 交易策略的各项隐性交易成本( $\rho$  为 U 型)

Fig. 8 The implicit trading cost of MIOCTRPA strategy (U-shaped  $\rho$ )

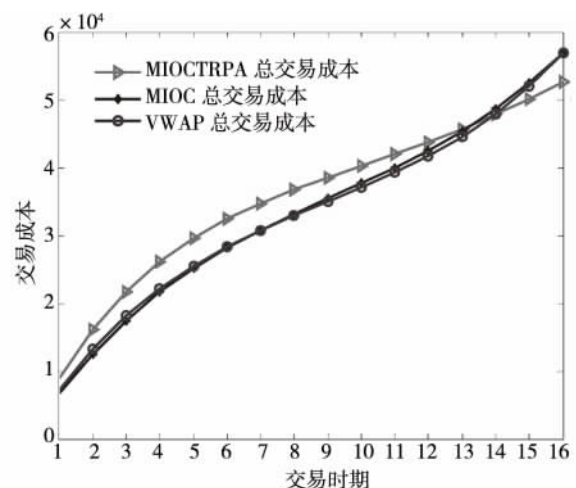


图 9 MIOCTRPA、MIOC 和 VWAP 交易策略的总交易成本的关系( $\rho$  为 U 型)

Fig. 9 The total trading cost of MIOCTRPA, MIOC, and VWAP strategies (U-shaped  $\rho$ )

### 3 结束语

本文研究了高频交易中可能面临的择时风险、价格升量、市场冲击、机会成本等四种隐性交易成本,并针对各阶段订单成交概率分别为单调增加、单调减少以及 U 型情形,分析了具有最低成交量限制的投资者在同时考虑这四种隐性交易成本时如何构建最优交易策略的问题. 针对投资者可预期未来成交量情形给出了此问题的解析解;对于一般情况,利用数值示例对比分析了本文提出的 MIOCTRPA 交易策略与 MIOC、VWAP 交易

策略的差异. 研究结果表明,不同交易时期的订单成交概率无论是单调增加、单调减少还是U型, MIOCTRPA 交易策略在交易初期所提交的订单规模大于 MIOC、VWAP 交易策略,而在交易后

期,情况恰好相反; MIOCTRPA 交易策略的总交易成本明显低于 MIOC 或 VWAP 交易策略,表明本文构建的 MIOCTRPA 交易策略可以帮助具有最低成交量限制的投资者减少交易成本,提高投资收益.

## 参考文献:

- [1]郭 朋. 国外高频交易的发展现状及启示[J]. 证券市场导报, 2012, (7): 56-61.  
Guo Peng. Development of high-frequency trading in foreign markets and the implications to our market[J]. Securities Market Herald, 2012 (7): 56-61. (in Chinese)
- [2]刘 遯. 市场微观结构与交易机制设计: 高级指南[M]. 上海: 上海人民出版社, 2012.  
Liu Ti. Market microstructure and trading mechanism design: Advanced guide[M]. Shanghai: Shanghai People's Publishing House, 2012. (in Chinese)
- [3]Domowitz I, Yegerman H. The cost of algorithmic trading: A first look at comparative performance[J]. The Journal of Trading, 2006, 1(1): 33-42.
- [4]Hendershott T, Jones M C, Menkveld J A. Does algorithmic trading improve liquidity? [J]. The Journal of Finance, 2011, 66(1): 1-33.
- [5]Mackenzie M. SEC runs eye over high-speed trading[N]. Financial Times, July 29, 2009.
- [6]镇 磊. 基于高频数据处理方法对A股算法交易优化决策的量化分析研究[D]. 中国科学技术大学, 2010.  
Zhen Lei. Research on decision-making quantifying of algorithmic trading in Chinese stock market based on high-frequency data[D]. University of Science and Technology of China, 2010. (in Chinese)
- [7]Wagner W H, Edwards M. Best execution[J]. Financial Analysts Journal, 1993, 49: 65-71.
- [8]Perold A F. The implementation shortfall: Paper versus reality[J]. Journal of Portfolio Management, 1988, 14(3): 4-9.
- [9]Kissell R, Glantz M. Optimal trading strategies: Quantitative approaches for managing market impact and trading risk[M]. New York: AMACOM, 2003.
- [10]张 维, 武自强, 张永杰, 等. 基于复杂金融系统视角的计算实验金融: 进展与展望[J]. 管理科学学报, 2013, 16(6): 85-94.  
Zhang Wei, WU Ziqiang, Zhang Yongjie, et al. Agent-based computational finance on complex financial system perspective: Progress and prospects[J]. Journal of Management Sciences in China, 2013, 16(6): 85-94. (in Chinese)
- [11]Huberman G, Stanzl W. Price manipulation and quasi-arbitrage[J]. Econometrica, 2004, 72(4): 1247-1275.
- [12]Almgren R, Thum C, Hauptmann E, et al. Equity market impact[J]. Journal of Risk, 2005, 18(7): 57-62.
- [13]Keim D, Madhavan A. The upstairs markets for large-block transactions: Analysis and measurement of price effects[J]. Review of Financial Studies, 1996, 9(1): 1-36.
- [14]Hu G. Measures of implicit trading costs and buy-sell asymmetry[J]. Journal of Financial Markets, 2009, 12(3): 418-437.
- [15]Berkowitz A S, Logue E D. The total cost of transactions on the NYSE[J]. Journal of Finance, 1988, 43(1): 97-112.
- [16]Bertsimas D, Lo A. Optimal control of execution costs[J]. Journal of Financial Markets, 1998, 1(1): 1-50.
- [17]Almgren R, Chriss N. Optimal execution of portfolio transactions[J]. Journal of Risk, 2001, 3: 5-40.
- [18]Konishi H. Optimal slice of a VWAP trade[J]. Journal of Financial Markets, 2002, 5(2): 197-221.
- [19]Kissell R, Malamut R. Algorithmic decision-making framework[J]. The Journal of Trading, 2006, 1(1): 12-21.
- [20]Monch B. Liquidating large security positions strategically: A pragmatic and empirical approach[J]. Financial Markets and Portfolio Management, 2009, 23(2): 157-186.



- [21] 林 辉, 张涤新, 杨 浩, 等. 流动性调整的最优交易策略模型研究[J]. 管理科学学报, 2011, 14(5): 65–76.  
Lin Hui, Zhang Dixin, Yang Hao, et al. Study on liquidity-adjusted optimal trading strategy model[J]. Journal of Management Sciences in China, 2011, 14(5): 65–76. (in Chinese)
- [22] Alam Z S, Tkatch I. Slice order in TASE: Strategy to hide? [R]. Working Paper, Georgia State University, 2007.
- [23] 燕汝贞, 李 平, 曾 勇. 基于市场冲击成本与机会成本的算法交易策略[J]. 管理学报, 2012, 9(7): 952–959.  
Yan Ruzhen, Li Ping, Zeng Yong. Algorithmic trading strategy based on market impact and opportunity cost[J]. Chinese Journal of Management, 2012, 9(7): 952–959. (in Chinese)
- [24] 叶五一, 缪柏其. 已实现波动与日内价差条件下的 CVaR 估计[J]. 管理科学学报, 2012, 15(8): 60–71.  
Ye Wuyi, Miao Baiqi. Estimating of CVaR with consideration of realized volatility and price range[J]. Journal of Management Sciences in China, 2012, 15(8): 60–71. (in Chinese)

## A new algorithmic trading strategy for high-frequency trading

YAN Ru-zhen, LI Ping, ZENG Yong

School of Management and Economics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China

**Abstract:** Over the past decade, financial markets have witnessed an explosion of algorithmic trading strategy which can help investors efficiently reduce transaction cost. In order to reduce the trading cost, investors usually break block orders into small pieces in high-frequency trading. However, the behavior of such order splitting may result in inevitable opportunity cost as well as timing risk. This paper establishes a new algorithmic trading strategy to minimize implicit trading costs, including the market impact, opportunity cost, timing risk and the price appreciation. We find the performance of our optimal algorithmic trading strategy is better than that of MIOC or VWAP strategies in all the cases of increased, decreased and U-shaped execution probability. The new algorithmic trading strategy established in this paper can effectively reduce the trading cost.

**Key words:** high-frequency trading; algorithmic trading; implicit trading cost; timing risk