

## 2023 年 PKU 数算 A 期中考试

1. (2 分) 现有 3 个复杂度分别为下述式子的算法

A.  $T_1(n) = T_1(n-1) * 3 + 2, T_1(1) = 1$

B.  $T_2(n) = n\sqrt{n} + n^{1.2}$

C.  $T_3(n) = 2^{n+3} + 3^{\frac{n}{2}}$

请给出这些算法的复杂度\_\_\_\_，并将其从高到低排序\_\_\_\_。

2. (2 分, 多选) 下列正确的是

A. 在有序的单向链表中也可以使用类似二分查找的方法在  $O(\log n)$  的时间内查找指定元素。

B. 在只能从头结点开始访问单向链表的条件下, 查找并删除链表中的任意元素的时间复杂度仍然是  $O(1)$  的。

C. 在双向链表中, 只要知道链表中的任一节点, 我们就能访问从头结点开始的第  $k$  个元素。

D. 合并两个有序线性表使合成后表仍有序的时间复杂度和合并两个有序链表使合成后表仍有序的时间复杂度都是  $O(n)$ ,  $n$  是线性表/链表长度。

3. (2 分) 下面哪个单链表操作花费  $O(1)$  时间?

A. 在链表头插入元素

B. 在链表尾插入元素

C. 得链表长度

D. 以上均错

4. (2 分, 多选) 五个元素 **abcde** 顺序入栈, 下列哪些不是可行的出栈序列?

A. 在链表头插入元素

B. 在链表尾插入元素

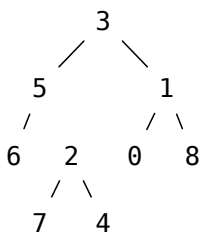
C. 得链表长度

D. 以上均错

5. (3 分) 设  $S$  为一个长度为  $n$  的字符串, 其中的字符各不相同, 则  $S$  中的互异的非平凡子串 (非空且不同于  $S$  自身) 的个数为\_\_\_\_。

6. (3 分) 给定字符串  $s = \text{databanana}$ , 请你将  $s$  分割成一些子串, 使每个子串都是回文。请问最少分割\_\_\_\_次。

7. (4 分) 对下图二叉树进行扩充二叉树操作后, 扩充二叉树的前序深度优先遍历序列是\_\_\_\_。(扩充树叶用  $\Phi$  表示) 给定一个扩充二叉树的前序深度优先遍历序列, \_\_\_\_ (是/否) 可以唯一确定一棵二叉树。



8. (2分) 对数组{70, 65, 43, 28, 59, 36, 10, 19, 18}进行最小堆建堆操作, 采用针对分支节点自上而下执行 SiftDown 操作的建堆方法。请问对 3 个分支节点执行 SiftDown 之后的中间结果数组是\_\_\_\_\_。

9. (2分) 在使用队列对二叉树进行广度优先遍历时, 队列的主要作用是什么?

- A. 存储已经访问过的节点
- B. 存储待访问的节点
- C. 存储已经访问过的路径
- D. 存储每个结点的邻居节点

10. (3分) 2-3 树是满足以下两个条件的特殊的树: (1) 每个内部节点有 2 或 3 个子节点; (2) 所有叶节点到根的路径长度相同。如果一棵 2-3 树有 9 个叶节点, 那么它可能有\_\_\_\_\_个非叶节点。

11. (2分) 一棵树 T 有 20 个度为 4 的结点, 20 个度为 3 的结点, 1 个度为 2 的结点, 10 个度为 1 的结点, 则树 T 的结点个数为\_\_\_\_\_。

12. (3分, 多选) 将森林转换为对应的二叉树, 若在二叉树中, 结点 u 是结点 v 父节点的父节点, 则在原来的森林中, u 和 v 可能具有的关系是

- A. 父子关系
- B. 兄弟关系
- C. u 父节点与 v 父节点是兄弟关系

## 二 • 辨析与简答 (40 分)

1. (8分) 请设计一个支持 `get_min()` 操作的栈, 该操作能在  $O(1)$  时间内返回栈中最小元素。同时, 保持栈的 `push` 和 `pop` 操作时间复杂度仍是  $O(1)$ 。请描述这个栈的内部数据结构, `push` 函数与 `pop` 函数。

2. (8分) 对于 `t=abaabaabaabc` 的待匹配文本及 `p=abaabc` 的模式, 请求出 p 的优化后的 `next` 数组并进行 KMP 快速模式匹配, 画出匹配过程的示意图。

3. (8分) 假设对 n 个输入数据进行建堆操作时, 我们每输入一个数据后, 就对已输入部分数据进行堆调整 (即让已输入部分数据形成最小堆)。请问最后完成 n 个数据的建堆操作所需时间复杂度为多少? 这种建堆操作是否是最高效率的建堆方法?

4. (8分) 试证明在一棵树中, u 是 v 的祖先, 当且仅当在先序遍历中 u 在 v 之前且在后序遍历中 u 在 v 之后。

5. (8分) 试证明按先根次序周游树获得的序列与其对应的二叉树的前序周游获得的序列相同。

#### 四 • 算法设计与实现（共 20 分）

- 1.（10 分）给定一个由  $n$  个柱子组成的直方图，每个柱子宽度为 1，高度为正整数。请找出直方图中面积最大的矩形，
- 2.（10 分）二叉树有其特定的存储方式，例如用三叉链表，二叉链表等。不同存储方式下的二叉树，针对同一问题设计的算法可能不尽相同。对于两个分别用三叉链表，二叉链表存储信息的二叉树，请分别设计算法求二叉树中任意两个节点的最近公共祖先结点。