

# 2024 年 PKU 数算 A 期中参考解答 (From Qiyu Zhang)

1. ~~X~~ -2 D(?)

解：C，抽象数据类型（ADT）的核心思想是定义数据的逻辑特性和操作行为，而不关心其底层的具体实现细节，它的主要组成部分包括：

- 数据对象（B 选项）：指具有相同性质的数据元素的集合
- 数据关系（D 选项）：描述了数据元素之间的逻辑关系（如线性、树状、图状等）
- 一组操作（A 选项）：定义在数据对象上的一系列基本操作（如插入、删除、查找等），并规定了这些操作的功能和约束

2. A

$$\sum_{i=1}^N \left( \frac{N}{i} - 1 \right) \leq \sum_{i=1}^N \left\lceil \frac{N}{i} \right\rceil \leq N \sum_{i=1}^N \frac{1}{i}$$
$$\sum_{i=1}^N \frac{N}{i} - N \leq O \leq N \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{N} \right)$$

而

$$\left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{N} \right) \sim \ln N$$

原因是

$$\ln \left( 1 + \frac{1}{n} \right) < \frac{1}{n}, \ln(n+1) < S$$

并且

$$\left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right) < \ln 2n$$

由数学归纳法，只需证

$$\frac{1}{n+1} < \ln \left( 1 + \frac{1}{n} \right)$$

而

$$\ln n > 1 - \frac{1}{n}$$

得证

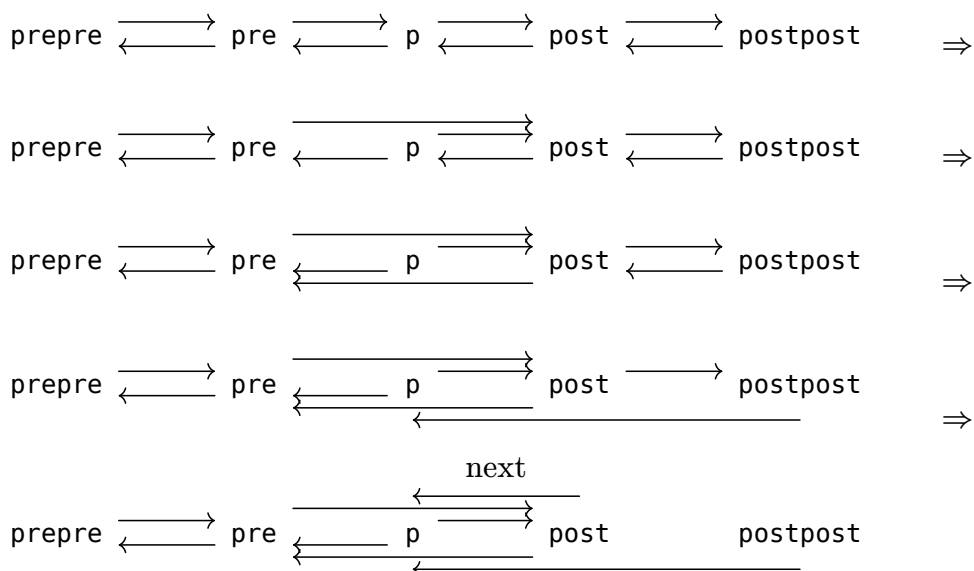
故

$$O(N \log N)$$

### 3. X -2 B(? 双向链表数据结构不熟)

解: C,

- 选项 A: 操作序列中,  $p \rightarrow next \rightarrow next = p$ ; 会将  $q \rightarrow next$  指向  $p$ , 随后  $p \rightarrow next = p \rightarrow next \rightarrow next$ ; 会导致  $p \rightarrow next$  指向自身 (因为  $p \rightarrow next$  是  $q$ , 而  $q \rightarrow next$  刚被设为  $p$ ), 造成循环引用, 错误。

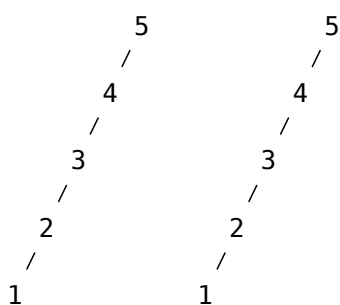


- 选项 B: 与选项 A 类似,  $p \rightarrow next \rightarrow next = p$ ; 设置  $q \rightarrow next$  指向  $p$  后,  $p \rightarrow next = p \rightarrow next \rightarrow next$ ; 同样使  $p \rightarrow next$  指向自身, 错误。
- 选项 C: 操作序列正确且完整地处理了所有指针调整:
  - $p \rightarrow next \rightarrow next \rightarrow prev = p$ ; 设置  $q$  的后继结点的  $prev$  指向  $p$  (即  $next\_next \rightarrow prev = p$ )
  - $p \rightarrow next \rightarrow prev = p \rightarrow prev$ ; 设置  $q$  的  $prev$  指向  $p$  的前驱结点 (即  $q \rightarrow prev = prev$ )
  - $p \rightarrow prev = p \rightarrow next$ ; 设置  $p$  的  $prev$  指向  $q$  (即  $p \rightarrow prev = q$ )
  - $p \rightarrow prev \rightarrow prev \rightarrow next = p \rightarrow prev$ ; 设置  $p$  的前驱结点的  $next$  指向  $q$  (即  $prev \rightarrow next = q$ )
  - $p \rightarrow next = p \rightarrow prev \rightarrow next$ ; 设置  $p$  的  $next$  指向  $q$  的后继结点 (即  $p \rightarrow next = next\_next$ )
  - $p \rightarrow prev \rightarrow next = p$ ; 设置  $q$  的  $next$  指向  $p$  (即  $q \rightarrow next = p$ )

### 4. C(? 不熟悉线性表链表基本概念和特点)

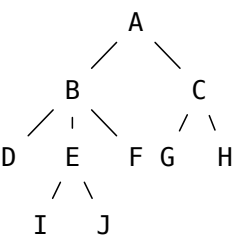
### 5. 3(?BST 允许右节点为空吗)

直接枚举



6. (?忘记最小堆怎么构建了)

7. AD



8.

- (1)任意一个 X 及以前的序列中 X 的个数不大于 S 的个数
- (2)不可能；理由（? 不知道）

9.

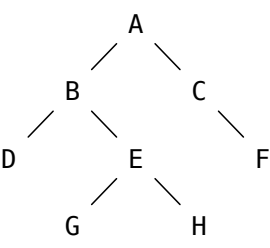
- (1) (? strcpy 是啥? 地址为啥可以用<? )
- (2) (? 优化是啥)

	a	b	a	b	a	b	a
前	0	0	1	2	3	4	5
后							

10.

- (1)  
前: ABDEGCFHI  
中: DBGEACHFI  
后: DGEHBHIFCA

(2) 先看前序第一个 A 为根；再看中序，根左为左子树，根右为右子树；如此递归操作



故后序：DGHEBFCA

11.

(1) (? Huffman 树构建忘记)

(2)

(3)

12. (? 路径压缩优化未学)

13.

```
queue2.push(x)
!queue1.empty()
queue2.push(queue1.top())//???
queue1.front()
queue1.empty()
```

14.

- 求 input 的字符串的 next 数组，从而获取最长公共前后缀长度 $l_1$
- 用字符串长度 $L$ 减去最长公共前后缀长度 $l_1$ ，获得最小循环节长度 $l_2$
- 判断字符串长度 $L$ 是否为最小循环节长度 $l_2$ 的倍数，是，可；不是，不可

15.

(1) 遍历  $L[i], R[i]$ , 让  $T[L[i]] = T[R[i]] = i$

(2) 从  $U$  开始一直向上搜索（依据  $T$ ）至根节点，若此过程中遇到了  $V$ ，是；否则不是

16. (? 绕晕了)

17.

证：设叶节点数目为  $m$ ，共有  $h$  ( $h \geq 1, k \geq 2$ ) 层，则

$$n = 1 + k + k^2 + \dots + k^{h-1}$$

$$m = k^h$$

那么

$$n = \frac{1 - k^h}{1 - k}$$

故

$$n(k-1)+1=k^h-1+1=k^h=m$$

证毕。