高等数学　ch1　函数、极限、连续　测试题

姓名　　学号　　级　　专业　　学院

密　封　线

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分	阅卷人
得分												

得分	阅卷人

一、选择题(每题 3 分，共 15 分)

1. 设$f(x)$为奇函数，$g(x)$为偶函数，且它们可以构成复合函数$f[f(x)]$、$g[f(x)]$、$f[g(x)]$、$g[g(x)]$，其中为奇函数的是

(A) $f[f(x)]$　(B) $g[f(x)]$　(C) $f[g(x)]$　(D) $g[g(x)]$

2.设$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$，且 $a \neq 0$，则当 n 充分大时有

(A) $|a_n| < \frac{|a|}{2}$　(B) $|a_n| > \frac{|a|}{2}$　(C) $a_n > a - \frac{1}{n}$　(D) $a_n < a + \frac{1}{n}$

3. 设$\{a_n\}$、$\{b_n\}$、$\{c_n\}$均为非负数列，且$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = 1$, $\lim\limits_{n\to\infty} c_n = \infty$，则必有

(A) $a_n < b_n$，对任意n成立　(B) $b_n < c_n$，对任意n成立

(C) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n c_n$不存在　(D) $\lim\limits_{n\to\infty} b_n c_n$不存在

4. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内单调有界，$\{x_n\}$ 为数列，下列命题正确的是

(A) 若 $\{x_n\}$ 收敛，则 $\{f(x_n)\}$ 收敛　(B) 若 $\{f(x_n)\}$ 收敛，则 $\{x_n\}$ 收敛

(C) 若 $\{x_n\}$ 单调，则 $\{f(x_n)\}$ 收敛　(D) 若 $\{f(x_n)\}$ 单调，则 $\{x_n\}$ 收敛

5. 设 $f(x) = 2^x + 3^x - 2$,则当 $x \to 0$ 时，

(A) $f(x)$ 是比 x 高阶的无穷小　(B) $f(x)$ 是比 x 低阶的无穷小

(C) $f(x)$ 与 x 是等价无穷小　(D) $f(x)$ 与 x 是同阶但非等价无穷小

二、填空题(每题 3 分，共 15 分)

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{28} + \cdots + \frac{1}{9n^2 - 3n - 2}\right) =$ ______.

2.设函数$f(x) = a^x\ (a > 0，a \neq 1)$，则$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n^2} \ln[f(1)f(2)\cdots f(n)] =$ ______.

3. 设 $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} + 1, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \\ 1 + x\sin\frac{1}{x}, & x > 0 \end{cases}$，则 $\lim\limits_{x\to 0} f(x) =$ ______.

4. $\lim\limits_{x\to 0}[1 + \ln(1+x)]^{\frac{2}{x}} =$ ______.

5. $\lim\limits_{n\to\infty} \sin^2\left(\pi\sqrt{n^2+n}\right) =$ ______.

得分	阅卷人

三、计算、证明题(1-10 题每题 6 分，第 11 题 10 分，共 70 分)

1. 求$\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{2 + e^{\frac{1}{x}}}{1 + e^{\frac{4}{x}}} + \frac{\sin x}{|x|}\right)$.

2. 已知 n 为正整数，a 为某常数，$a \neq 0$ 且 $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{x^{2016}}{x^n - (x-1)^n} = \frac{1}{a}$，求 n 和 a.

3. $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x - 1} + x + 1}{\sqrt{x^2 + \sin x}}$

学院＿＿＿＿＿＿ 专业＿＿＿＿＿＿ 级 学号＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿

4. $\lim\limits_{n\to\infty}(1+x)(1+x^2)(1+x^4)\cdots\cdots(1+x^{2^n})\quad(|x|<1)$

5. 求 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x}\left[\left(\dfrac{2+\cos x}{3}\right)^{\frac{1}{x}}-1\right]$

6. 已知函数 $g(x)=\dfrac{1-a^{\frac{1}{x}}}{1+a^{\frac{1}{x}}}\ (a>1)$，讨论 $x\to0$ 时极限是否存在.

7. 设 $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3-ax^2-x+4}{x+1}$ 有有限的极限值 b，试求常数 a 及极限值 b.

学院______ 专业______ 级 学号______ 姓名______

8.计算 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^{\frac{2}{x}}-e^2(1-\ln(1+x))}{x}$.

9. 已知$\lim\limits_{x\to 0}(1+x+\dfrac{f(x)}{x})^{\frac{1}{x}}=e^3$，求$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^2}$.

10. 设函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+x}{1+x^{2n}}$，讨论 $f(x)$ 的间断点并说明是哪一类间断点.

11.(1) 证明 $f_n(x)=x^n+nx-2$ (n 为正整数) 在 $(0,+\infty)$ 上有唯一正根 a_n；

(2) 计算 $\lim\limits_{n\to\infty}(1+a_n)^n$.

姓名 学号 级 专业 学院

四、附加题（每题 4 分，共 20 分）

1. 求极限：$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\sin^2 x+\mathrm{e}^x)-x}{\ln(x^2+\mathrm{e}^{2x})-2x}$.

2. 求极限：$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{e}^{x^4}-1}{1-\cos(x\sqrt{1-\cos x})}$.

3. 设当 $x\to 0$ 时，$(1-\cos x)\ln(1+x^2)$ 是比 $x\sin x^n$ 高阶的无穷小，

而 $x\sin x^n$ 是比 $\mathrm{e}^{x^2}-1$ 高阶的无穷小，求正整数 n 的值.

4. 计算 $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{1}{1\times 4}+\dfrac{1}{2\times 5}+\cdots+\dfrac{1}{n(n+3)}\right]$.

5. 设函数 $f(x)=\begin{cases}-1, & x<0\\ 1, & x\ge 0\end{cases}$，$g(x)=\begin{cases}2-ax, & x<-1\\ x, & -1\le x<0\\ x-b, & x\ge 0\end{cases}$，若在 $f(x)+g(x)$ R 上连续，

求 a,b 的值.