姓名________ 学号________ 班级________

本科高等数学作业卷(一)

一、填空题

1. 设 $f\left(\frac{x+1}{x-1}\right)=3f(x)-2x$,则 $f(x)$=______________________________.

2. 设 $f(x)=\begin{cases}x, x\le 0\\ x+x^2, x>0\end{cases}$ ，则 $f[f(x)]$=______________________________.

3. $\lim\limits_{x\to-\infty} x\cdot\left(\sqrt{x^2+100}+x\right)=$__________.

4. 设 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+2a}{x-a}\right)^x=8$，则 $a=$______________.

5 判断极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ 是否存在________________.

6.极坐标方程 $r=\frac{1}{2\sin\theta-3\cos\theta}$ 所对应的直角坐标方程为__________________

7.平面区域 $D=\left\{(x,y)\middle|1\le x^2+y^2\le 4\right\}$ 用极坐标形式可表示为 D=__________________

二、选择题

1. 下列命题中正确的一个是(　　　)

   (A) 若 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\ge\lim\limits_{x\to x_0} g(x)\Rightarrow\exists\delta>0$,当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时，有 $f(x)\ge g(x)$；

   (B) 若 $\exists\delta>0$,当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时恒有 $f(x)>g(x)$ 且 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$, $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$ 都存在,

   则 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)>\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$

   (C)若 $\exists\delta>0$,当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时有 $f(x)>g(x)$，则 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\ge\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$；

   (D)若 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)>\lim\limits_{x\to x_0} g(x)\Rightarrow\exists\delta>0$,当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时有 $f(x)>g(x)$.

2. 当 $x\to 1$ 时, 函数 $\frac{x^2-1}{x-1}e^{\frac{1}{x-1}}$ 的极限为（　　　）

   (A) 等于 2　　(B) 等于 0　　(C) 为 ∞　　(D) 不存在但不为 ∞

3. 已知 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2}{x+1}-ax-b\right)=0$,其中 a,b 是常数,则（　　　）

   (A) $a=1, b=1$　　(B) $a=-1, b=1$　　(C) $a=1, b=-1$　　(D) $a=-1, b=-1$

4. 数列 $\{x_n\}$ 收敛于实数 a 等价于: 对任给 $\varepsilon>0$，（　　　）

   (A)在 $(a-\varepsilon,a+\varepsilon)$ 内有数列的无穷多项　　(B 在 $(a-\varepsilon,a+\varepsilon)$ 内有数列的有穷多项

   (C)在 $(a-\varepsilon,a+\varepsilon)$ 外有数列的无穷多项　　(D)在 $(a-\varepsilon,a+\varepsilon)$ 外有数列的有穷多项

5.曲线的极坐标方程 $r=\frac{1}{1-2\cos\theta}$,则曲线的图形是（　　　）

   (A) 圆　　(B) 椭圆　　(C) 抛物线　　(D) 双曲线

三、计算、证明题

1. 判别下列函数的奇、偶性: (1) $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$；　(2) $g(x)=x^3\left(\frac{1}{a^x-1}+\frac{1}{2}\right)$

2. 设 $f\left(\frac{1}{2}+x\right)=\frac{1}{2}+\sqrt{f(x)-f^2(x)}, x\in(-\infty,+\infty)$,判别 $f(x)$ 是否为周期函数？若是,求其周期.

3. 设 $y=\frac{1-\sqrt{1+4x}}{1+\sqrt{1+4x}}$,求 y 的反函数.

4. 已知 $\lim\limits_{x\to-1}\frac{x^3-ax^2-x+4}{x+1}=b$,求 a 和 b

5. 求极限 (1) $\lim\limits_{x\to 0} x^2\sin\frac{1}{x}$；　(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2-2}\right)$

6. 设 $f(x)=\begin{cases}\sin x, x>0\\ a+x^2, x\le 0\end{cases}$,问 a 为何值时 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ 存在？极限值为多少？

本科高等数学作业卷(二)

姓名____________ 学号____________ 班级____________

一、填空题

1. 设$f(x)$在x=2 连续且$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-3}{x-2}$存在,则$f(2)=$______________.

2.设$f(x)=\begin{cases} xe^{2x}, & x<0 \\ b, & x=0 \\ \dfrac{\ln(1+2x)}{x}+a, & x>0 \end{cases}$,当$a=$______,$b=$________时$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$连续.

3.设$0<a<b$，则$\lim\limits_{n\to\infty}\left(a^{-n}+b^{-n}\right)^{\frac{1}{n}}=$_________.

4.若$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x+xf(x)}{x^3}=0,\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{6x-\sin 6x}{x^3}=36$,则$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{6+f(x)}{x^2}=$____________.

二、选择题

1. $f(x)=\begin{cases} x-1, & 0<x\le 1 \\ 2-x, & 1<x\le 3 \end{cases}$ 在x=1 处间断是因为（　　）

(A)$f(x)$在$x=1$无定义　(B) $\lim\limits_{x\to 1-0}f(x)$不存在　(C) $\lim\limits_{x\to 1+0}f(x)$不存在　(D)$\lim\limits_{x\to 1}f(x)$不存在

2. 当$x\to 0$时$f(x)=\dfrac{1}{x^2}\sin\dfrac{1}{x}$是（　　）

(A)无穷小量　(B)无穷大量　(C)有界量非无穷小量　(D)无界但非无穷大

3.下列命题正确的是（　　）

(A)设$f(x)$为有界函数且$\lim\limits_{x\to x_0}\alpha(x)f(x)=0$,则$\lim\limits_{x\to x_0}\alpha(x)=0$

(B)设$\alpha(x)$为$x\to x_0$时的无穷小量且$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=a\ne 0$,则$\lim\limits_{x\to x_0}\beta(x)=\infty$

(C)设$\alpha(x)$为$x\to x_0$时的无穷大量且$\lim\limits_{x\to x_0}\alpha(x)\cdot\beta(x)=a$则$\lim\limits_{x\to x_0}\beta(x)=0$

(D 设$\alpha(x)$为无界函数且$\lim\limits_{x\to x_0}\alpha(x)f(x)=0$,则$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=0$

4. 设$x\to 0$时$ax^2+bx+c-\cos x$是比x^2高阶的无穷小，其中a,b,c为常数，则(　　)

(A) $a=\dfrac{1}{2},b=0,c=1$　(B) $a=-\dfrac{1}{2},b=c=0$　(C) $a=-\dfrac{1}{2},b=0,c=1$　(D) $a=\dfrac{1}{2},b=c=0$

三、计算、证明题

1. 求极限 (1).$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}+\dfrac{\sin x}{|x|}\right)$;　(2).$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2^x+3^x+4^x}{3}\right)^{\frac{1}{x}}$;　(3).$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+\tan x}-\sqrt{1+\sin x}}{x^3}$

(4).$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x+x^2\sin\frac{1}{x}}{(1+\cos x)\ln(1+x)}$;　(5).$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2+n+1}+\dfrac{2}{n^2+n+2}+\cdots+\dfrac{n}{n^2+n+n}\right)$

2. 设$x_{n+1}=\dfrac{1}{2}\left(x_n+\dfrac{a}{x_n}\right)$，其中$a>0,x_0>0$.证明$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$存在,并求其极限.

3. 已知$f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\ln(e^n+x^n)}{n},(x>0)$,(1) 求$f(x)$；(2) 函数$f(x)$在定义域内是否连续？

4. 证明方程$x\cdot 2^x=1$至少有一个小于 1 的正根.

本科高等数学作业卷(三)

一、填空题

1.设 $f(x)=\begin{cases}x^2+2x, x\le 0\\ \ln(1+ax), x>0\end{cases}$ 在 $x=0$ 可导,则 $a=$_______.

2.设$f(x)=x(x+1)(x+2)\cdots(x+n)$，则 $f'(0)=$_______.

3.设 $y=\mathrm{e}^{\tan\frac{1}{x}}\cdot\sin\frac{1}{x}$, 则 $y'=$______.

4.设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases}x=t-\ln(1+t)\\ y=t^3+t^2\end{cases}$ 所确定，则 $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}=$_____.

5.设$y=\sin^4 x-\cos^4 x$，则$y^{(n)}=$______.

二、选择题

1. 设$f(x)$在x_0处可导，则$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0-2h)-f(x_0)}{2h}=($　　　$)$

(A) $-f'(x_0)$ (B) $f'(-x_0)$ (C) $f'(x_0)$ (D) $2f'(x_0)$

2.设$f(x)=\begin{cases}\frac{|x^2-1|}{x-1}, & x\ne 1\\ 2, & x=1\end{cases}$，在$x=1$处$f(x)$为(　　　)

(A)不连续 (B)连续, 不可导 (C)可导, 但导数不连续 (D)可导, 且导数连续

3.已知函数 $f(x)=(x-a)\varphi(x)$, 其中 $\varphi(x)$ 在 $x=a$ 处连续, 则(　　　)

(A) $f'(x)=\varphi(x)$ (B) $f'(a)=\varphi(a)$ (C) $f'(x)=\varphi(a)+\varphi'(x)$ (D) $f'(a)=\varphi'(a)$

4.设 $y=1+\ln\left(1+\frac{x}{y}\right)$ 隐含 $y=f(x)$,则 $\mathrm{d}y|_{x=0}=($　　　$)$

(A)$2\mathrm{d}x$ (B)$-\mathrm{d}x$ (C)$-2\mathrm{d}x$ (D)$\mathrm{d}x$

5. 设函数 $f(u)$ 可导, $y=f(x^2)$ 当自变量x在$x=-1$处取得增量$\Delta x=-0.1$时，
相应的函数增量 Δy 的线性主部为0.1,则$f'(1)=($　　　$)$

(A) -1 (B) 0.1 (C) 1 (D) 0.5 (E) 0.6

三、计算、证明题

1.求下列函数的导数：

(1) $y=2x\mathrm{e}^x\ln x$　(2) $y=\frac{x+\ln x}{x-\ln x}$　(3) $y=\ln^3(x^2)$

(4) $y=x^2\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}$　(5) $y=\ln(x+\sqrt{a^2+x^2})$　(6) $y=x\cdot(1+x)^{x^2}$

姓名________ 学号________ 班级________

2.讨论函数$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\sin x}-\frac{\cos x}{x}, & x\ne 0\\ 0, & x=0\end{cases}$: (1)在 $x=0$ 处的连续性和可导性；(2)求$f'(x)$.

3.方程 $\sqrt[x]{y}=\sqrt[y]{x}$,$(x>0, y>0)$, 确定函数$y=f(x)$, 求 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x},\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

4.若曲线 $y=x^2+ax+b$ 与 $2y=xy^3-1$ 在点 $(1,-1)$处相切，求常数 a,b.

班级______ 学号______ 姓名______

本科高等数学作业卷(四)

一、填空题

1. $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln x =$ ______.

2.若$a>0,b>0$均为常数，则$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{a^x+b^x}{2}\right)^{\frac{3}{x}}=$ ______.

3. 设 $x\in[-1,1]$，则 $\arcsin x+\arccos x=$ ______.

二、选择题

1.下列函数在区间$[-1,1]$上不满足罗尔定理条件的是（　　）

(A) $f(x)=\begin{cases} x^3\sin\dfrac{1}{x}, x\neq 0 \\ 0, \quad x=0 \end{cases}$　　(B) $f(x)=1-\sqrt[3]{x^2}$

(C) $f(x)=1+\cos x$　　(D) $f(x)=\begin{cases} 1-x^3, \ 0\le x<1 \\ 1-x^2, -1\le x<0 \end{cases}$

2. 若$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x+xf(x)}{x^3}=0$，则$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{6+f(x)}{x^2}$为（　　）

(A) 0　　(B) 6　　(C) 36　　(D) ∞

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{x}}-\mathrm{e}}{x}=$（　　）

(A) 0　　(B) 1　　(C) $\dfrac{\mathrm{e}}{2}$　　(D) $-\dfrac{\mathrm{e}}{2}$

三、计算、证明题

1. 不用求出函数 $y=(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ 的导数, 说明方程 $f'(x)=0$有几个实根, 并指出它们所在的范围.

2. 假设函数$f(x)$在$[1,2]$上有二阶导数, 并且$f(1)=f(2)=0$, 又$F(x)=(x-1)^2f(x)$. 证明: 在$(1,2)$内至少存在一点ξ, 使得$F''(\xi)=0$

3. 设 $f(x)$ 在区间$[a,b]$上连续, 在(a,b)内可导. 证明: 在(a,b)内至少存在一点ξ, 使 $\dfrac{bf(b)-af(a)}{b-a}=f(\xi)+\xi f'(\xi)$.

4.求 $\lim\limits_{x\to\infty}\left[\dfrac{a_1^{\frac{1}{x}}+a_2^{\frac{1}{x}}+\cdots+a_n^{\frac{1}{x}}}{n}\right]^{nx}$,$(a_1>0,a_2>0,\cdots,a_n>0)$

5. 设函数$f(x)=\begin{cases} \dfrac{g(x)}{x}, x\neq 0 \\ 0, \quad , x=0 \end{cases}$,其中$g(x)$可导, 且在$x=0$处二阶导数$g''(0)$存在，且$g(0)=g'(0)=0$, 试求$f'(x)$, 讨论$f'(x)$连续性.

姓名________ 学号________ 班级________

本科高等数学作业卷(五)

1.设 $y=f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内具有连续的四阶导数, 若 $f'(x_0)=f''(x_0)=f'''(x_0)=0$, 且 $f^{(4)}(x_0)<0$，则(　　)

(A) $f(x)$ 在点 x_0 取得极小值　　(B) $f(x)$ 在点 x_0 取得极大值

(C) 点 $(x_0, f(x_0))$ 为曲线 $y=f(x)$ 的拐点　　(D) $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内单调减少

2.按 $x-4$ 的乘幂展开多项式：$x^4-5x^3+x^2-3x+4$.

3.求函数 $f(x)=xe^x$ 的 n 阶麦克劳林公式.

4.求函数 $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$ 在 $x=0$ 点处带拉格朗日型余项的 n 阶泰勒展开式.

5.设 $f(x)=\dfrac{x^5}{(1-x)(1+x)}$, 求 $f^{(9)}(0)$.

6.利用麦克劳林公式求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-e^{-\frac{x^2}{2}}}{x^4}$.

7.应用三阶泰勒公式求 $\sin 18^\circ$ 的近似值，并估计误差.

姓名________ 学号________ 班级________

本科高等数学作业卷(六)

一、填空题

1. 设 $f(x)$ 在 $[0,a]$ 上二次可导, 且 $xf''(x)-f'(x)>0$, 则 $\dfrac{f'(x)}{x}$ 在区间 $(0,a)$ 内的单调________

2. 设常数 $k>0$，函数 $f(x)=\ln x-\dfrac{x}{\mathrm{e}}+k$ 在 $(0,+\infty)$ 内零点个数为______

3. 点 $(0,1)$ 是曲线 $y=ax^3+bx^2+c$ 的拐点, 则 a、b、c 应满足______________.

4. 函数 $f(x)=x+\sqrt{1-x}$ 在 $[-5,1]$ 上的最大值为______.

5. 曲线 $y=x\ln\left(\mathrm{e}+\dfrac{1}{x}\right),(x>0)$ 的渐近线方程为_____________________.

二、选择题

1. 若 $f(-x)=f(x),(-\infty<x<+\infty)$. 在 $(-\infty,0)$ 内 $f'(x)>0$ 且 $f''(x)<0$, 则在 $(0,+\infty)$ 内有（　　）

(A) $f'(x)>0, f''(x)<0$　　(B) $f'(x)>0, f''(x)>0$

(C) $f'(x)<0, f''(x)<0$　　(D) $f'(x)<0, f''(x)>0$

2. 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上满足 $f'''(x)>0$, 且 $f''(0)=0$. 则 $f'(1)$、$f'(0)$、$f(1)-f(0)$ 和 $f(0)-f(1)$ 的大小顺序为（　　）

(A) $f'(1)>f'(0)>f(1)-f(0)$　　(B) $f'(1)>f(1)-f(0)>f'(0)$

(C) $f(1)-f(0)>f'(1)>f'(0)$　　(D) $f'(1)>f(0)-f(1)>f'(0)$

3. 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 连续, 且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{\ln(1+x^2)}=-2$, 则（　　）

(A) $f'(0)$ 不存在　　(B) $f'(0)$ 存在但非零　　(C) $f(0)$ 为极大值　　(D) $f(0)$ 为极小值

4. 设函数 $f(x)$ 满足关系式 $f''(x)+[f'(x)]^2=x$, 且 $f'(0)=0$, 则（　　）

(A) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值　(C) 点 $(0,f(0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

(B) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值　(D) $f(0)$ 不是 $f(x)$ 的极值, 点 $(0,f(0))$ 也不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

三、计算、证明题

1. 求 $y=x^2-2\ln|x|$ 的增减区间与极值.

2. 试证：$x>\sin x>x-\dfrac{x^3}{6},(x>0)$

3. 设 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极值, 点 $(2,4)$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点. 又若 $f'(x)=3x^2+2ax+b$, 求 $f(x)$ 及其极值.

4. 过抛物线 $y=x^2$ 上的一点 $M_0(x_0,y_0)$ 作切线, $(0\le x_0\le 1)$, 问 M_0 取在何处时，该切线与直线 $x=1$ 和 x 轴所围成的三角形面积最大？并求最大值.

本科高等数学作业卷(七)

一、 填空题

1. 设 $\int f(x)e^{-\frac{1}{x}}dx=-e^{-\frac{1}{x}}+C$，则 $f(x)=$______.

2. 设 $f'(\ln x)=1+x$，则 $f(x)=$______.

3. 设 $\frac{4}{1-x^2}f(x)=\frac{d}{dx}[f(x)]^2$，且 $f(0)=0$，则 $f(x)=$______.

4. $\int\frac{\tan x}{\sqrt{\cos x}}dx=$_________.

5. 已知 $f(x)$ 的一个原函数为 $\ln^2 x$，则 $\int xf'(x)dx=$_______________.

姓名

二、选择题

1. 若 $f(x)$ 的导函数为 $\sin x$，则 $f(x)$ 的一个原函数是(　　)

(A) $1+\sin x$　(B) $1-\sin x$　(C) $1+\cos x$　(D) $1-\cos x$

2. 若 $\int df(x)=\int dg(x)$，则不一定成立的是(　　)

(A) $f(x)=g(x)$　(B) $f'(x)=g'(x)$　(C) $df(x)=dg(x)$　(D) $d\int f'(x)dx=d\int g'(x)dx$

3. 设 $f(x)$ 为连续函数，$\int f(x)dx=F(x)+C$，则正确的是(　　)

(A) $\int f(ax+b)dx=F(ax+b)+C$　(B) $\int f(x^n)x^{n-1}dx=F(x^n)+C$

(C) $\int f(\ln ax)\frac{1}{x}dx=F(\ln ax)+C, a\neq 0$　(D) $\int f(e^{-x})e^{-x}dx=F(e^{-x})+C$

4. 下列函数中，是 $e^{|x|}$ 的原函数的为(　　)

(A) $\begin{cases}e^x, & x\ge 0\\ -e^{-x}, & x<0\end{cases}$　(B) $\begin{cases}e^x, & x\ge 0\\ 1-e^{-x}, & x<0\end{cases}$　(C) $\begin{cases}e^x, & x\ge 0\\ 2-e^{-x}, & x<0\end{cases}$　(D) $\begin{cases}e^x, & x\ge 0\\ 3-e^{-x}, & x<0\end{cases}$

学号

5. $\int\left(\ln\ln x+\frac{1}{\ln x}\right)dx=$(　　)

(A) $x\ln\ln x+C$　(B) $x\ln x+C$　(C) $2\ln\ln x+C$　(D) $x\ln\ln x+\int\frac{2}{\ln x}dx$

三、计算、证明题

1. 计算下列不定积分

(1). $\int\frac{1+\ln x}{(x\ln x)^2}dx$;　(2). $\int\frac{\arctan\sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)}dx$;　(3). $\int\frac{x^2+1}{x^4+1}dx$;　(4). $\int\frac{\arctan\frac{1}{x}}{1+x^2}dx$;　(5). $\int x\arctan x\,dx$

班级

2. 设 $f(x)$ 的一个原函数为 $\frac{\sin x}{x}$，求 $\int xf'(2x)dx$.

本科高等数学作业卷(八)

一、填空题

1. $\int_{-1}^{1}\left(x^2\ln\frac{2-x}{2+x}+\frac{x}{\sqrt{5-4x}}\right)\mathrm{d}x=$______.

2.设$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{1+x}, & x\ge 0\\ \frac{1}{1+\mathrm{e}^x}, & x<0\end{cases}$,则$\int_0^2 f(x-1)\mathrm{d}x=$______________

3.设$f(x)$可导且$\int_0^x \mathrm{e}^t f(t)\mathrm{d}t=\mathrm{e}^x f(x)+x^2+x+1$, 则

$f(0)=$____________, $f'(x)=$__________________, $f(x)=$__________________

二、选择题

1.下列不等式成立的是(　　)

(A)$\int_0^1 x^3\mathrm{d}x>\int_0^1 x^2\mathrm{d}x$　　(B)$\int_{-1}^{-2} x^2\mathrm{d}x>\int_{-1}^{-2} x^3\mathrm{d}x$

(C)$\int_0^1 \mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x>\int_1^2 \mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x$　　(D)$\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^2}\mathrm{d}x>\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^3}\mathrm{d}x$

2.已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上为偶函数, 且 $F(x)=\int_a^x (x+2t)f(-t)\mathrm{d}t$,则(　　)

(A)对 a 的任意取值, 均为偶函数　　(B)仅当 $a=0$ 时, 为偶函数

(C)对 a 的任意取值, 均为奇函数　　(D)仅当 $a=0$ 时, 为奇函数

3.设$f(x)$在$[0,+\infty)$可导且$f(0)=0$, 并有反函数 $g(x)$, 若$\int_0^{f(x)} g(t)\,\mathrm{d}t=x^2\mathrm{e}^x$, 则 $f(x)=$(　　)

(A)$(2+x)\mathrm{e}^x-3$　　(B)$(2+x)\mathrm{e}^x+C$　　(C)$(1+x)\mathrm{e}^x-1$　　(D)$(3+x)\mathrm{e}^x+C$

4.$[a,b]$上$f(x)>0, f'(x)<0, f''(x)>0$. $S_1=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$, $S_2=f(b)(b-a), S_3=f(a)(b-a)$,则(　　)

(A)$S_1<S_2<S_3$　　(B)$S_2<S_1<S_3$　　(C)$S_3<S_1<S_2$　　(D)$S_2<S_3<S_1$

5.设 $A=\int_0^1\frac{\mathrm{e}^t}{1+t}\mathrm{d}t$, 用 A 表示 $I=\int_{a-1}^{a}\frac{\mathrm{e}^{-t}}{t-a-1}\mathrm{d}t$ 的值, 则 $I=$(　　　)

(A) $\mathrm{e}^a A$　　(B) $-\mathrm{e}^{-a}A$　　(C) $\mathrm{e}^{-a}A$　　(D) $-A$

姓名________ 学号________ 班级________

三、计算、证明题

1.$\int_{-2}^{2}\max\{x,x^2\}\mathrm{d}x$

2.设 $f(t)=\int_1^x\frac{\ln t}{1+t}\mathrm{d}t$，求 $F(x)=f(x)+f(\frac{1}{x})$.

3. 在第一象限内, 求曲线$y=-x^2+1$上的一点, 使该点处的切线与所给曲线及两坐标轴围成的图形面积最小, 并求此最小面积.

4.$\int_1^{+\infty}\frac{\mathrm{d}x}{x(x^2+1)}$

姓名__________ 学号__________ 班级__________

本科高等数学作业卷(九)

一、填空题

1.过点$\left(\frac{1}{2},0\right)$ 且满足 $y'\arcsin x+\frac{y}{\sqrt{1-x^2}}=1$的曲线方程为__________________________.

2.设 $y=\mathrm{e}^x(C_1\sin x+C_2\cos x)$ $(C_1,C_2$为任意常数)为某二阶常系数线性齐次微分方程的通解，则该方程为____________________.

3.微分方程 $xy''+3y'=0$的通解为________________.

4.微分方程 $y''+2y'+5y=0$的通解为__________________.

5.设 $y_1(x)$ 是方程 $y+p(x)y=f_1(x)$的一个解, $y_2(x)$ 是方程 $y'+p(x)y=f_2(x)$的一个解，则 $y=y_1(x)+y_2(x)$ 是方程__________________________的解.

二、选择题

1.由 $x^2-xy+y^2=c$ 确定的隐函数满足的微分方程是(　　)

(A) $(x-2y)y'=2x-y$　(B) $(x-2y)y'=2x$　(C) $xy'=2x-y$　(D) $-2yy'=2x-y$

2.已知函数$y=y(x)$在任意点x处的增量$\Delta y=\frac{y\Delta x}{1+x^2}+\alpha$, 且当$\Delta x\to 0$时, α是Δx的高阶无穷小 $y(0)=\pi$,则 $y(1)=$(　　)

(A)2π　(B)π　(C)$\mathrm{e}^{\frac{\pi}{4}}$　(D)$\pi\mathrm{e}^{\frac{\pi}{4}}$

3.微分方程 $y''-y=\mathrm{e}^x+1$的一个特解应具有形式(　　　),(式中a,b为常数)

(A) $a\mathrm{e}^x+b$　(B) $ax\mathrm{e}^x+b$　(C) $a\mathrm{e}^x+bx$　(D) $ax\mathrm{e}^x+bx$

三、计算、证明题

1.求方程$(x+1)y'+1=2\mathrm{e}^{-y}$ 的通解.

2.求初值问题$\begin{cases}(y+\sqrt{x^2+y^2})\mathrm{d}x-x\mathrm{d}y=0\\ y|_{x=1}=0\end{cases}$ $(x>0)$ 的解.

3.对任意$x>0$, 曲线$y=f(x)$上点$(x,f(x))$处的切线在y轴上的截距等于$\frac{1}{x}\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$, 求$f(x)$

4.设$f(x)=\sin x-\int_0^x(x-t)f(t)\mathrm{d}t$，其中$f$为连续函数，求$f(x)$.

5.已知$y_1=3, y_2=3+x^2, y_3=3+\mathrm{e}^x$是二阶线性非齐次方程的解，求它的通解和该方程.

本科高等数学作业卷(十)

姓名________ 学号________ 班级________

一、填空题

1.若级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$的部分和序列为$S_n=\dfrac{2n}{n+1}$，则$u_n=$________,$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n=$________.

2.级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\sqrt{n+2}-2\sqrt{n+1}+\sqrt{n})=$______.

3.级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{\sqrt[n]{n}}$的敛散性为______.

二、选择题

1.若级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$收敛, 则(　　　)

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n+a_{n+1})$收敛　(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_{2n}$收敛　(C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n a_{n-1}$收敛　(D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$收敛

2.若级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$收敛, 则(　　　)

(A)$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n,\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$均收敛　　(B)$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n,\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$中至少有一个收敛

(C)$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n,\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$不一定收敛　　(D)$\sum\limits_{n=1}^{\infty}|a_n+b_n|$收敛

3. 给定两个正项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$及$\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$, 已知$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{u_n}{v_n}=\rho$, 当$\rho$为何值时, 不能判断这两个正项级数有相同的敛散性的是(　　　)

(A)$\rho=0$　　(B)$\rho=\dfrac{1}{2}$　　(C)　$\rho=1$　　(D)$\rho=2$

三、计算、证明题

1.判断级数敛散性:$1-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{9}+\cdots+\dfrac{1}{2^{n-1}}-\dfrac{1}{3^n}+\cdots$

2.讨论级数$1+\dfrac{1}{1+2}+\dfrac{1}{1+2+3}+\cdots+\dfrac{1}{1+2+\cdots+n}+\cdots$的敛散性. 若收敛，求其和.

3.判断级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+n^2}{1+n^3}$的敛散性.

4.判断级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(n+1)!}{n^{n+1}}$的敛散性.

5.判断级数的敛散性:$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{b}{a_n}\right)^n$，其中$a_n\to a(n\to\infty)$, a_n,b,a均为正数.

6.设$u_n\neq 0$,且$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$收敛，试判别$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{u_n}$的敛散性.

本科高等数学作业卷(十一)

一、填空题

1.若级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n+a}{n}$ 收敛，则 a 的取值范围是________.

2.级数 $\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{\ln n}{n}$ 的敛散性为________.

二、选择题

1.若级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n^2$ 是(　　　)

(A)绝对收敛　(B)条件收敛　(C)发散　(D)可能收敛, 也可能发散

2.设 $0\le a_n<\frac{1}{n}\ (n=1,2,\cdots)$，则下列级数中肯定收敛的是(　　　)

(A)$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$　(B)$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$　(C)$\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{a_n}$　(D)$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n^2$

3.若级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(u_{2n-1}+u_{2n})$ 收敛, 则(　　　)

(A)$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 必收敛　(B)$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 未必收敛　(C)$\lim\limits_{n\to\infty}u_n=0$　(D)$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 发散

三、计算、证明题

1. 判断下列级数是否收敛？若收敛，指出是绝对收敛还是条件收敛？

(1). $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n^3}{3^n}$;　(2). $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\cos n\pi}{1+n^2}$;　(3). $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt[n]{n}}$;　(4). $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!2^n\sin\frac{\pi x}{5}}{n^n}$

姓名

学号

班级

2.设级数 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ 收敛, 且 $a_n\le c_n\le b_n\ (n=1,2,\cdots)$, 试证级数 $\sum_{n=1}^{\infty}c_n$ 也收敛.

3.设 $u_n=\int_{n\pi}^{(n+1)\pi}\frac{\sin x}{x}\mathrm{d}x$, 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛.

姓名________ 学号________ 班级________

本科高等数学作业卷(十二)

一、填空题

1.若级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_nx^n$的收敛域为$[-8,8]$,则$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_nx^n}{n(n-1)}$的收敛半径为___, $\sum_{n=1}^{\infty}a_nx^{3n+1}$的收敛域为___.

2.设$\sum_{n=1}^{\infty}a_nx^n$的收敛半径为2,则$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n+1}(x+1)^{n+1}$的收敛区间为_______.

二、选择题

1.若$\sum_{n=1}^{\infty}a_n(x-1)^n$在$x=-1$处收敛，则此级数在$x=2$处(　　).

(A)条件收敛. (B)绝对收敛. (C)发散. (D)敛散性不变.

2.若$\sum_{n=1}^{\infty}a_nx^n$在$x=3$处收敛，则级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n(x-\frac{1}{2})^n$在$x=-3$处(　　)

(A)条件收敛 (B)绝对收敛 (C)发散 (D)敛散性不变.

三、计算、证明题

1.求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n+(-2)^n}\frac{x^n}{n}$的收敛区间，并讨论该区间端点处的收敛性.

2.求$\sum_{n=1}^{\infty}nx^{n-1}$的收敛域及和函数$S(x)$, 并求级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}$的和$S$.

3.求幂级数$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{x^n}{n^2-1}$的和函数, 并求级数$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(n^2-1)2^n}$的和$S$.

4.将$f(x)=\frac{1}{x^2-5x+6}$展开成$(x-5)$的幂级数.

5.将$f(x)=\int_0^x\frac{\ln(1+x)}{x}\mathrm{d}x$展开成$x$的幂级数.

姓名________ 学号________ 班级________

本科高等数学作业卷(十三)

一、填空题

1.设$f(x)=\begin{cases}x+\pi,-\pi\le x<0\\ x-\pi,0\le x<\pi\end{cases}$为$T=2\pi$的周期函数，则其傅里叶级数$x=\dfrac{5\pi}{2}$处收敛于______

2.设函数 $f(x)=\pi x+x^2\ (-\pi<x<\pi)$ 的傅里叶展开式为$\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\pi x+b_n\sin nx)$,

则其中系数 b_3 的值为________.

3.已知$f(x)=\begin{cases}x, & -\pi<x\le 0\\ 1+x, & 0<x\le\pi\end{cases}$的傅里叶级数为$\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$，其和函数

为$S(x)$，则$S(1)=$________，$S(0)=$________，$S(\pi)=$_________.

4.设$f(x)=x^2,0\le x\le 1,S(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin n\pi x$，其中$b_n=2\int_0^1 f(x)\sin n\pi x\mathrm{d}x,n=1,2,\cdots$，则$S(-\dfrac{1}{2})=$___.

二、选择题

1.设函数$f(x)$以 2π 为周期，且在闭区间$[-\pi,\pi]$上有$f(x)=\begin{cases}1-x,-\pi\le x\le 0\\ 1+x,\ 0\le x\le\pi\end{cases}$,

则 $f(x)$的傅里叶级数在 $x=\pi$ 处收敛于(　　　)

(A)$1+\pi$　　(B)$1-\pi$　　(C)1　　(D) 0

三、计算、证明题

1.将函数 $f(x)=\begin{cases}0,-\pi<x\le 0\\ x,0<x\le\pi\end{cases}$ 展开成傅里叶级数.

2.将函数 $f(x)=\begin{cases}k,-2\le x<0\\ 0,0\le x\le 2\end{cases}$ (常数$k\ne 0$) 展开成傅里叶级数.

3.将函数 $f(x)=\cos x$ 在区间$[0,\pi]$上展开成正弦级数.

4.将函数 $f(x)=x-1,(0\le x\le 2)$展开成周期为4的余弦级数.

本科高等数学作业卷(十四)

一、填空题

1.已知向量 $\vec{a}=a_x\vec{i}+3\vec{j}+4\vec{k}$，$\vec{b}=4\vec{i}+a_x\vec{j}-7\vec{k}$, 则当 a_x=____时，$\vec{a}$ 垂直于 $\vec{b}$.

2.已知$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$ 都是单位向量, 且满足 $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$, 则$\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=$ ______.

3.已知两条直线的方程是$L_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{0}=\dfrac{z-3}{-1}$;$L_2:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$

则过 L_1 且平行于 L_2 的平面方程是______________________.

4.过点 $M_0(2,4,0)$ 且与直线 L_1:$\begin{cases}x+2z-1=0\\y-3z-2=0\end{cases}$ 平行的直线方程是________________.

二、选择题

1.已知 $\vec{a},\vec{b}$ 均为非零向量，而$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$,则(　　)

(A)$\vec{a}-\vec{b}=\vec{0}$　(B)$\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$　(C)$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$　(D)$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}$

2.设三向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 满足关系式:$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$，则必有(　　)

(A) $\vec{a}=\vec{0}$ 或 $\vec{b}=\vec{c}$　(B) $\vec{a}=\vec{b}-\vec{c}=\vec{0}$　(C)当 $\vec{a}\neq\vec{0}$ 时 $\vec{b}=\vec{c}$　(D) $\vec{a}\perp(\vec{b}-\vec{c})$

3.设有直线 $L_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+8}{1}$ 与 $L_2:\begin{cases}x-y=6\\2y+z=3\end{cases}$，则 L_1 与 L_2 的夹角为(　　)

(A)$\dfrac{\pi}{6}$　(B)$\dfrac{\pi}{4}$　(C)$\dfrac{\pi}{3}$　(D)$\dfrac{\pi}{2}$

4.在曲线 $x=t,y=-t^2,z=t^3$ 的所有切线中, 与平面 $x+2y+z=4$ 平行的切线(　　)

(A)只有1条　(B)只有2条　(C)至少有3条　(D)不存在

三、计算、证明题

1.设 $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}$，$\vec{b}=\vec{j}+\vec{k}$，且三向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 和 $\vec{c}$ 长度相等，两两的夹角也相等, 求 $\vec{c}$.

姓名________ 学号________ 班级________

2.设向量 $\vec{a}=\alpha\vec{i}+5\vec{j}-\vec{k}$，$\vec{b}=3\vec{i}+\vec{j}+\gamma\vec{k}$ 共线, 求实数α,γ.

3.求过 z 轴及点(1,1,1)的平面方程.

4. 求直线$L:\begin{cases}2x-4y+z=0\\3x-y-2z-9=0\end{cases}$在平面 $\pi:4x-y+z=1$上的投影直线方程.

5.设直线 $L:\begin{cases}x+y+b=0\\x+ay-z-3=0\end{cases}$在平面 π上, 平面π与曲面 $z=x^2+y^2$ 相切于点 $(1,-2,5)$,求 a,b.

本科高等数学作业卷(十五)

一、填空题

1. 设 $z=x^2y-x^3y^2+e^{-xy}$, 则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$______ , $\dfrac{\partial z}{\partial y}\Big|_{(-1,0)}=$_____.

2.设 $z=\sqrt{ax^3-by^3}$，则 $z\left(\dfrac{\partial z}{\partial x}-\dfrac{\partial z}{\partial y}\right)=$_______.

3.设 $u=x^{yz}$，则 $\dfrac{\partial u}{\partial x}=$_______,$\dfrac{\partial u}{\partial y}=$_______,$\dfrac{\partial u}{\partial z}=$_______.

4.设 $z=xyf(\dfrac{y}{x})$，$f(u)$可导，则 $xz_x+yz_y=$______.

5. 设 $z=f(x,y)$ 是由方程 $e^{-xy}-2z=e^z$ 给出的隐函数, 则在 $x=0,y=1$ 处的全微分$dz=$___

姓名

二、选择题

1.设函数 $z=f(x,y)$在点(x_0,y_0)处存在对 x,y 的偏导数, 则 $f_x'(x_0,y_0)=$(　　　)

(A) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0-2\Delta x,y_0)-f(x_0,y_0)}{\Delta x}$　　(B) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0,y_0)-f(x_0-\Delta x,y_0)}{\Delta x}$

(C) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x,y_0+\Delta y)-f(x_0,y_0)}{\Delta x}$　　(D) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x,y)-f(x_0,y_0)}{x-x_0}$

2.利用变量替换 $u=x,v=\dfrac{y}{x}$,一定可以把方程 $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=z$ 化为新方程(　　　)

(A)$u\dfrac{\partial z}{\partial u}=z$　　(B)$v\dfrac{\partial z}{\partial v}=z$　　(C)$u\dfrac{\partial z}{\partial v}=z$　　(D)$v\dfrac{\partial z}{\partial u}=z$

3.若函数$f(x,y)$在 (x_0,y_0)处存在偏导数 $f_x'(x_0,y_0)=f_y'(x_0,y_0)=0$, 则 $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处(　　)

(A)连续　　(B)可微　　(C)有极值　　(D)可能有极值

学号

4.设$z=e^{2x}(x+y^2+2y)$, 则点$(\dfrac{1}{2},-1)$是该函数的(　　　)

(A)驻点, 但不是极值点　　(B)驻点, 且是极小值点

(C)驻点, 且是极大值点　　(D)偏导数不存在的点

三、计算、证明题

1.设$z=f(u,v)$具有二阶连续偏导数，其中$u=xy,v=x^2+y^2$,求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

班级

2.设函数 $z=\int_0^{\sqrt{x^2+y^2}}tf(x^2+y^2-t^2)\,dt$,其中函数有连续的导数, 求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3.求函数 $z=e^{-x}(x-y^3+3y)$ 的极值.

4.周长为$2a$的矩形绕它的一边旋转可得到一个圆柱体. 问矩形边长各为多少时, 可使圆柱体体积最大.

姓名________

学号________

班级________

本科高等数学作业卷(十六)

一、填空题

1.设 $f(x)$ 是有界闭区域 $D:x^2+y^2\le a^2$ 上的连续函数, 则 $\lim\limits_{a\to 0}\dfrac{1}{\pi a^2}\iint\limits_D f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$____.

2.改变积分次序: $\int_{-1}^{0}\mathrm{d}y\int_{2}^{1-y}f(x,y)\mathrm{d}x=$______________.

3.设D区域为$|x|+|y|\le 1$，则 $\iint\limits_D xyf(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$_____.

4.设D区域为$x^2+y^2\le R^2$，则$\iint\limits_D(\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2})\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$_____.

二、选择题

1.设D是由顶点为$O(0,0)$、$A(10,1)$和$B(1,1)$的三角形所围成的区域, 则$\iint\limits_D\sqrt{xy-y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$(　　)

(A)3　　(B)5　　(C)6　　(D)10

2.设区域 $D:x^2+y^2\le 1$, f 是区域 D 上的连续函数, 则$\iint\limits_D f(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$(　　　)

(A)$2\pi\int_0^1\rho f(\rho)\mathrm{d}\rho$　(B)$4\pi\int_0^1\rho f(\rho)\mathrm{d}\rho$　(C)$2\pi\int_0^1\rho f(\rho^2)\mathrm{d}\rho$　(D)$4\pi\int_0^1\rho f(\rho^2)\mathrm{d}\rho$

3.下面关于累次积分改变积分次序错误的是(　　　)

(A) $\int_0^2\mathrm{d}x\int_x^{2x}f(x,y)\mathrm{d}y=\int_0^2\mathrm{d}y\int_{\frac{y}{2}}^{y}f(x,y)\mathrm{d}x+\int_2^4\mathrm{d}y\int_{\frac{y}{2}}^{2}f(x,y)\mathrm{d}x$

(B) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_{x^3}^{x^2}f(x,y)\mathrm{d}y=\int_0^1\mathrm{d}y\int_{\sqrt{y}}^{\sqrt[3]{y}}f(x,y)\mathrm{d}x$

(C) $\int_1^2\mathrm{d}x\int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}}f(x,y)\mathrm{d}y=\int_0^1\mathrm{d}y\int_{2-y}^{1+\sqrt{1-y^2}}f(x,y)\mathrm{d}x$

(D) $\int_{-1}^1\mathrm{d}x\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2}f(x,y)\mathrm{d}y=\int_{-1}^1\mathrm{d}y\int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y}}f(x,y)\mathrm{d}x$

4.已知D为$1\le x^2+y^2\le 4$, 则二重积分 $\iint\limits_D\dfrac{\sin\pi\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 的值为(　　　)

(A)正　　(B)负　　(C)零　　　(D)不一定

三、计算、证明题

1.计算$\iint\limits_D xy\mathrm{d}\sigma$, 其中$D$是由直线 $y^2=x$ 与直线 $y=x-2$ 所围成的区域.

2.计算$\iint\limits_D\dfrac{\sin y}{y}\mathrm{d}\sigma$，其中$D$是由抛物线 $y^2=x$ 与直线 $y=x$ 所围成的区域.

3.计算$\int_1^2\mathrm{d}x\int_{\sqrt{x}}^{x}\sin\dfrac{\pi x}{2y}\mathrm{d}y+\int_2^4\mathrm{d}x\int_{\sqrt{x}}^{2}\sin\dfrac{\pi x}{2y}\mathrm{d}y$

4.计算$\iint\limits_D\arctan\dfrac{y}{x}\mathrm{d}\sigma$，其中区域$D$为曲线 $x^2+y^2=4, x^2+y^2=1$ 和直线 $y=x, y=0$ 所围成的第一象限的区域..

姓名

学号

班级

本科高等数学作业卷(十七)

一、填空题

1.设 Ω 为 $x^2+y^2+(z-1)^2\le 1$，则 $\iiint\limits_{\Omega}(x+xyz^2-3)\mathrm{d}V=$ ________.

2.将三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} f(x^2+y^2)\mathrm{d}V$ 化为球面坐标系下的三次积分, 其中

$\Omega: x^2+y^2+z^2\le 1, x\ge 0, y\ge 0$, 则 $\iiint\limits_{\Omega} f(x^2+y^2)\mathrm{d}V=$ ____________________________.

二、选择题

1.有界闭区域Ω由平面$x+y+z+1=0, x+y+x+2=0$及三个坐标面围成, 设

$I_1=\iiint\limits_{\Omega}[\ln(x+y+z+3)]^3\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, $I_2=\iiint\limits_{\Omega}(x+y+z)^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, 不计算 I_1, I_2 的具体值,

利用三重积分的性质可知(　　　)

(A)$I_1\le I_2$　　(B)I_1, I_2的大小不具体计算不能进行比较

(C)$I_1\ge I_2$　　(D)I_1, I_2的值计算不出来, 故无法比较它们的大小

2.设 Ω由$z=x^2+y^2$与$z=1$所围区域在第一卦限的部分, 则$\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)\mathrm{d}V\ne$(　　　)

(A)$\int_0^1\mathrm{d}z\int_0^{\sqrt{z}}\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{z-x^2}} f(x,y,z)\mathrm{d}y$　　(B)$\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}y\int_0^{x^2+y^2} f(x,y,z)\mathrm{d}z$

(C)$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^1\mathrm{d}r\int_{r^2}^1 f(r\cos\theta, r\sin\theta, z)r\mathrm{d}z$　　(D)$\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}y\int_{x^2+y^2}^1 f(x,y,z)\mathrm{d}z$

三、计算、证明题

1.计算三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega} y\cos(x+z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, 其中 Ω 由平面 $y=x, z=0, y=0, x+z=\dfrac{\pi}{2}$ 所围区域.

2.求 $\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)\mathrm{d}V$, Ω 由曲线 $\begin{cases} y^2=2z \\ x=0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周而成的曲面与平面 $z=8$所围成的立体

3.计算 $\iiint\limits_{\Omega} x^2\mathrm{d}V$, 其中$\Omega$是由锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与球面 $z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$所围的空间闭区域.

4.设函数$f(x)$ 连续, $\Omega_t: 0\le z\le h, x^2+y^2\le t^2, F(t)=\iiint\limits_{\Omega_t}[z^2+f(x^2+y^2)]\mathrm{d}V$,求$\dfrac{\mathrm{d}F(t)}{\mathrm{d}t}$和$\lim\limits_{t\to 0^+}\dfrac{F(t)}{t^2}$

姓名

学号

班级

本科高等数学作业卷(十八)

一、填空题

1.设平面曲线 L 为下半周 $y=-\sqrt{1-x^2}$，则曲线积分 $\int_L (x^2+y^2)\mathrm{d}s=$______.

2.设曲面S是 $z=\frac{1}{2}(x^2+y^2)$被平面$z=2$所截下的有限部分, 则曲面积分$\iint\limits_S z\mathrm{d}S=$__________.

二、选择题

1.设 L 为椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，其周长为 a，则 $\oint\limits_L (2xy+3x^2+4y^2)\mathrm{d}s=$(　　　)

(A)0　(B)12a　(C)−12a　(D)2a

2.设 S 是平面 $x+y+z=4$ 被圆柱面 $x^2+y^2=1$ 截出的有限部分, 则曲面积分 $\iint\limits_S y\mathrm{d}S$=(　　)

(A)0　(B)$\frac{4}{3}\sqrt{3}$　(C)$4\sqrt{3}$　(D)π

三、计算、证明题

1.计算 $\oint_L (x+y)\mathrm{d}s$, 其中 L为连结 $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(0,1)$ 三点的闭折线.

2.求摆线 $\begin{cases} x=1-\cos t \\ y=1-\sin t \end{cases}$一拱($0\le t\le 2\pi$)的弧长.

3.计算 $\oint_L \mathrm{e}^{\sqrt{x^2+y^2}}\mathrm{d}s$, 其中 L 是由 $r=2, \theta=0, \theta=\frac{\pi}{4}$ $(r,\theta$ 为极坐标) 所围的边界.

4.计算 $\oiint\limits_\Sigma z\mathrm{d}S$, 其中 Σ 是由平面 $z=0$, $z=4$ 及圆柱面 $x^2+y^2=R^2$ 所围成的圆柱体的整个边界曲面.

5.计算曲面积分$\iint\limits_\Sigma z\mathrm{d}S$,其中$\Sigma$为锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 在柱体 $x^2+y^2\le 2x$ 内的部分.

姓名______ 学号______ 班级______

本科高等数学作业卷(十九)

一、填空题

1.设 L 是由原点 O 沿抛物线 $y=x^2$ 到点 $A(1,1)$，再由点 A 沿直线 $y=x$ 到原点的封闭曲线, 则曲线积分 $\oint_L \arctan\frac{y}{x}\mathrm{d}y-\mathrm{d}x=$______.

2.设 L 为取正向的圆周 $x^2+y^2=9$, 则曲线积分 $\oint_L(2xy-2y)\mathrm{d}x+(x^2-4x)\mathrm{d}y$ 的值是______.

二、选择题

1. 设曲线积分 $\int_l[f(x)-\mathrm{e}^x]\sin y\mathrm{d}x-f(x)\cos y\mathrm{d}y$ 与路径无关,其中 $f(x)$ 具有一阶导数, 且 $f(0)=0$,则 $f(x)$ 等于(　　)

(A) $\frac{\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^x}{2}$　(B) $\frac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}{2}$　(C) $\frac{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}{2}-1$　(D) $1-\frac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}{2}$

2.已知 $\frac{(x+ay)\mathrm{d}x+y\mathrm{d}y}{(x+y)^2}$ 为某函数的全微分, 则 a 等于(　　)

(A) -1　(B) 0　(C) 1　(D) 2

三、计算、证明题

1.计算 $\int_L 2xy\mathrm{d}x+x^2\mathrm{d}y$，其中 L 为:

(1) 沿抛物线 $y=x^2$ 从 $O(0,0)$ 到 $B(1,1)$ 的一段弧；

(2)沿直线 $y=x$ 从 $O(0,0)$ 到 $B(1,1)$ 的直线段；

(3)连接 $O(0,0)$，$A(1,0)$，$B(1,1)$ 的有向折线.

2.计算 $\int_L(\mathrm{e}^x\sin y-my)\mathrm{d}x+(\mathrm{e}^x\cos y-m)\mathrm{d}y$，其中 L 由 $A(a,0)$(其中$a>0$)经 $x^2+y^2=ax$ 上半圆周沿逆时针方向至 $O(0,0)$

3.计算曲线积分 $I=\int_C(y+2xy)\mathrm{d}x+(x^2+2x+2y^2)\mathrm{d}y$，其中 C 是由点 $A(4,0)$ 到点 $O(0,0)$的上半圆周 $y=\sqrt{4x-x^2}$.

4.设函数Q(x,y)在xOy平面上具有一阶连续偏导数,曲线积分 $\int_L 2xy\mathrm{d}x+\mathrm{Q}(x,y)\mathrm{d}y$ 与路径无关,并且对任意 t 恒有 $\int_{(0,0)}^{(t,1)}2xy\mathrm{d}x+Q(x,y)\mathrm{d}y=\int_{(0,0)}^{(1,t)}2xy\mathrm{d}x+Q(x,y)\mathrm{d}y$, 求Q$(x,y)$.

5.计算 $\int_\Gamma x\mathrm{d}x+y\mathrm{d}y+(x+y-1)\mathrm{d}z$，其中 Γ 为从点 $A(1,1,1)$ 到 $B(2,3,4)$ 的直线段.

姓名________ 学号________ 班级________

本科高等数学作业卷(二十)

一、填空题

1.设 S 为球面 $x^2+y^2+z^2=9$ 的外侧面，则曲面积分 $\iint\limits_S z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 的值是____.

2.设 S 是圆锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与平面 $z=2$ 所围成封闭曲面的外侧，流体在点 (x,y,z) 的流速为 $\vec{V}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$，则在单位时间内流过曲面 S 的流量为____.

二、选择题

1.由分片光滑的封闭曲面Σ(取其外侧)所围立体的体积 $V=($　　　$)$

(A) $\frac{1}{3}\oiint\limits_{\Sigma} z\mathrm{d}y\mathrm{d}z+x\mathrm{d}z\mathrm{d}x+y\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　(B) $\frac{1}{3}\oiint\limits_{\Sigma} y\mathrm{d}y\mathrm{d}z+z\mathrm{d}z\mathrm{d}x+x\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

(C) $\frac{1}{3}\oiint\limits_{\Sigma} x\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　(D) $\frac{1}{3}\oiint\limits_{\Sigma} -x\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y\mathrm{d}z\mathrm{d}x-z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

三、计算、证明题

1.计算 $\iint\limits_{\Sigma} x\mathrm{d}y\mathrm{d}z+2y\mathrm{d}z\mathrm{d}x+3z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$,其中 Σ 为锥面 $x^2+y^2=z^2$ 表面外侧, 且 $0\le z\le a$.

2.计算曲面积分 $\oiint\limits_{\Sigma}(x-y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y+(y-z)x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中 Σ 为柱面 $x^2+y^2=1$ 及平面 $z=0, z=3$ 所围成的空间区域 Ω 的整个边界外侧.

3.计算曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma}(y-x^2+z^2)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(x-z^2+y^2)\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(z-y^2+x^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$,其中 Σ 为抛物面 $z=x^2+y^2$ 上 $0\le z\le a^2$ 的部分的下侧.

4.计算曲面积分 $\iint\limits_S(2x+z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, 其中 S 为有向曲面 $z=x^2+y^2,(0\le z\le 1)$. 其法向量与 z 轴正向的夹角为锐角.

姓名________ 学号________ 班级________

本科高等数学作业卷测试题(一)

一、填空题

1.设 $f(x)=\lim\limits_{t\to\infty}\left(1+\dfrac{x}{t}\right)^{2t}$，则 $f(\ln 2)=$______.

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\arctan x}{x}=$______.

3.设 $y=f(x)$ 是可导函数，则 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f^2(x)-f^2(1)}{x-1}=$______.

4.若 $f(x)=\begin{cases}\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}, & x<0\\ 3x, & 0\le x<1\\ \mathrm{e}^{2ax}-\mathrm{e}^{ax}+1, & x\ge 1\end{cases}$ 在 $x=1$ 处连续，则 $a=$______.

5.设 $y=\sin[f(x^2)]$，其中f具有二阶导数，则

$\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}=$______________________________.

6.设 $f(x)=\dfrac{2^{\frac{1}{x}}+1}{2^{\frac{1}{x}}-2}$，则 $f(x)$ 的间断点为____，属于第___类间断点.

二、选择题

1. 已知 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-1}{1-\sqrt{2-x}}, & x<1\\ \left(\dfrac{2x-1}{x}\right)^{\frac{a}{x-1}}, & x>1\end{cases}$，$\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ 存在，则 $a=$(　　)

(A) 1　(B) 2　(C) 0　(D) $\ln 2$

2.当 $x\to 0$ 时，$\dfrac{1}{x^2}\sin\dfrac{1}{x}$ 是(　　)

(A)无穷小　(B)无穷大　(C)有界但非无穷小　(D)无界但非无穷大

3.设$F(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x)}{x}, x\ne 0\\ f(0), x=0\end{cases}$，其中$f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，$f'(0)\ne 0, f(0)=0$，则 $x=0$ 是$F(x)$的(　　)

(A)连续点　(B)第一类间断点　(C)第二类间断点　(D)不能确定

4.设 $f(x)=2^x+3^x-2$，则当 $x\to 0$ 时，则以下说法成立的是(　　)

(A) $f(x)$ 与 x 是等价无穷小　(B) $f(x)$ 与 x 是同阶但非等价无穷小

(C) $f(x)$ 是比 x 高阶的无穷小　(D) $f(x)$ 是比 x 低阶的无穷小

5.设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x}{\sqrt{x}}, & x>0\\ x^2g(x), & x\le 0\end{cases}$，其中 $g(x)$ 是有界函数，则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处(　　)

(A) 极限不存在　(B) 极限存在，但不连续　(C) 连续，但不可导　(D) 可导

三、计算、证明题

1. 设 $x_1=10, x_{n+1}=\sqrt{6+x_n}\ (n=1,2,\cdots)$，试证数列 $\{x_n\}$ 极限存在，并求此极限.

2. 设函数$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln\cos(x-1)}{1-\sin\frac{\pi}{2}x}, & x\ne 1\\ 1, & x=1\end{cases}$，问函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处是否连续？若不连续，修改函数在 $x=1$ 处的定义，使之连续.

3.设 $f(x)=\begin{cases}ax^2+b, & x\ge 1\\ x\cos\dfrac{\pi}{2}x, & x<1\end{cases}$，讨论 a,b 为何值时，$f(x)$ 在 $x=1$ 处可导.

4.设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases}x=f'(t)\\ y=tf'(t)-f(t)\end{cases}$ 所确定，求 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

5.设 $f(x)=\begin{cases}x\arctan\dfrac{1}{x^2}, x\ne 0\\ 0, \quad x=0\end{cases}$，试讨论 $f'(x)$ 在 $x=0$ 的连续性.

6.设函数 $f(x)$ 对所有的实数 a,b 满足$f(a+b)=\mathrm{e}^af(b)+\mathrm{e}^bf(a)$，且 $f'(0)=\mathrm{e}$，证明 $f'(x)=f(x)+\mathrm{e}^{x+1}$

姓名________ 学号________ 班级________

本科高等数学作业卷测试题(二)

一、填空题

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\arcsin x}{\sin^3 x}=$______.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{x^2\sin\frac{1}{x^2}}{\sin x}+\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}\right]=$______.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}}{x^4}=$______________

4. 设 $f(x)=x^{\frac{1}{3}}(1-x)^{\frac{2}{3}}$, 则当 $x=$___时, $f(x)$无极值；当 $x=$____时, $f(x)$取得极大值_____；

当 $x=$_____时, $f(x)$ 取得极小值_____.

5. 若$z=\sqrt{y}+f(\sqrt[3]{x}-1)$，且当$y=1$时$z=x$，则函数$f(x)=$__________________.

6. 设 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处可导, 且 $f'(x_0)\neq 0$.当自变量 x 由 x_0 变到 $x_0+\Delta x$ 时函数增量为 Δy, $f(x)$ 在 x_0 处微分记为 $\mathrm{d}y$, 则 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y-\mathrm{d}y}{\Delta x}=$______.

二、选择题

1. 若 $3a^2-5b<0$, 则方程 $x^5+2ax^3+3bx+4c=0$ 根的个数为(　　)

(A)0　(B)1　(C)3　(D)5

2. 设 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{(x-a)^2}=-1$, 则在点 $x=a$ 处(　　)

(A) $f(x)$ 的导数存在, 且 $f'(a)\neq 0$　(B) $f(x)$ 取得极大值

(C) $f(x)$ 取得极小值　(D) $f(x)$ 的导数不存在

3. 函数 $f(x)=\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$ 在$(0,+\infty)$为(　　)

(A) 单调增加.　(B) 单调减少　(C) 不增　(D) 不减

4. 设 $f(x)$是连续函数,满足$f(x)=3x^2-\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x-2$, 则 $f(x)=$(　　).

(A)$3x^2+C$　(B)$3x^2-\dfrac{10}{3}$　(C)x^3+C　(D)$x^3-\dfrac{10}{3}$

5. 关于广义积分$\int_{-1}^{1}\dfrac{1}{x^2}\mathrm{d}x$,正确的说法是(　　)

(A)广义积分收敛　(B)广义积分发散　(C)广义积分值等于-2　(D)不确定

三、计算、证明题

1. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{g(x)-\mathrm{e}^{-x}}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$, 其中 $g(x)$ 有二阶连续导数, 且 $g(0)=1, g'(0)=-1$.

(1)求 $f'(x)$；(2)讨论 $f'(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上的连续性.

2. 设函数 $f(x)$ 在原点的某邻域内二阶可微, 且 $f(0)=0, f'(0)=1, f''(0)=2$, 试证明：当 $x\to 0$时, $f(x)-x$ 与 x^2 是等价无穷小.

3. 设 $x\in(0,1)$, 证明 $(1+x)\ln^2(1+x)<x^2$

4. 设$f(x)$在$[0,1]$上连续,在$(0,1)$内可导,且$f(1)=0$,证明至少存在一点$\xi\in(0,1)$,使$f'(\xi)=-\dfrac{2f(\xi)}{\xi}$

5. 讨论方程$\ln x=ax,(a>0)$有几个实根,并指出这些根所在的范围.

6. 设 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(\frac{\pi}{2}+\Delta x)-f(\frac{\pi}{2})}{\Delta x}=\dfrac{1}{2}$, 已知 $f(x)=ax\sin x$, 求常数 a.

姓名______ 学号______ 班级______

本科高等数学作业卷测试题(三)

一、填空题

1.设 $\int xf(x)\mathrm{d}x=\arcsin x+C$，则 $\int\frac{1}{f(x)}\mathrm{d}x=$ ____________________.

2.$\int_{-1}^{1}\left(x+\sqrt{1-x^{2}}\right)^{2}\mathrm{d}x=$ ______.

3. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{1+x\sin x}-1}{\mathrm{e}^{x^{2}}-1}=$ ______.

4. 设 $f(x)$ 是连续函数, 且 $f(x)=x+2\int_{0}^{1}f(t)\mathrm{d}t$, 则 $f(x)=$ ______.

5.当 $x\geq0$ 时, $f(x)$ 连续, 且满足 $\int_{0}^{x^{2}(1+x)}f(t)\mathrm{d}t=x$, 则 $f(2)=$ ______.

6.设 $f(x)$ 为连续函数, 则 $\int_{0}^{a}\frac{f(x)}{f(x)+f(a-x)}\mathrm{d}x=$ ______.

7.微分方程 $y\mathrm{d}x+(x^{2}-4x)\mathrm{d}y=0$ 的通解为 ________________

二、选择题

1.下列不等式成立的是(　　)

(A)$\int_{0}^{1}x^{3}\mathrm{d}x>\int_{0}^{1}x^{2}\mathrm{d}x$　(B)$\int_{-1}^{-2}x^{2}\mathrm{d}x>\int_{-1}^{-2}x^{3}\mathrm{d}x$　(C)$\int_{0}^{1}\mathrm{e}^{x^{2}}\mathrm{d}x>\int_{1}^{2}\mathrm{e}^{x^{2}}\mathrm{d}x$　(D)$\int_{1}^{+\infty}\frac{1}{x^{2}}\mathrm{d}x>\int_{1}^{+\infty}\frac{1}{x^{3}}\mathrm{d}x$

2.若 $I=\frac{1}{s}\int_{0}^{st}f(t+\frac{x}{s})\mathrm{d}x\quad(s>0,t>0)$, 则 I 之值(　　)

(A) 依赖于 s,t,x　(B) 依赖于 t 和 s　(C) 依赖于 t, 不依赖于 s　(D) 依赖于 s, 不依赖于 t

3.$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x\cdot\cos x}{1+\sin^{2}x\cdot\cos^{2}x}\mathrm{d}x=$(　　)

(A) $2\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x\cdot\cos x}{1+\sin^{2}x\cdot\cos^{2}x}\mathrm{d}x$　(B) 2　(C) 0　(D)都不对

4.设线性无关的函数 $y_1(x),y_2(x),y_3(x)$ 都是二阶非齐次线性方程 $y''+P(x)y'+Q(x)y=f(x)$ 的解, C_1,C_2 是任意常数, 则该非齐次方程的通解是(　　)

(A)$C_1y_1+C_2y_2+y_3$　(B)$C_1y_1+C_2y_2-(C_1+C_2)y_3$

(C)$C_1y_1+C_2y_2-(1-C_1-C_2)y_3$　(D)$C_1y_1+C_2y_2+(1-C_1-C_2)y_3$

三、计算、证明题

1.(1).$\int\frac{\ln\left(x+\sqrt{x^{2}+1}\right)}{\left(x^{2}+1\right)^{\frac{3}{2}}}\mathrm{d}x$　(2).$\int_{-\frac{1}{2}}^{1}\frac{\arcsin\sqrt{x}}{\sqrt{x(1-x)}}\mathrm{d}x$　(3).设 $f(x)=\int_{0}^{x}\frac{\sin t}{\pi-t}\mathrm{d}t$, 求 $\int_{0}^{\pi}f(x)\mathrm{d}x$.

2.设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续且单减, $F(x)=\int_{0}^{x}(x-2t)f(t)\mathrm{d}t$, 讨论 $F(x)$ 的单调性.

3.设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上可微且 $f(1)=2\int_{0}^{\frac{1}{2}}xf(x)\mathrm{d}x$, 证明:存在 $\xi\in(0,1)$, 使 $f(\xi)+\xi f'(\xi)=0$

4. 求微分方程 $x^{2}y''=(y')^{2}+2xy'$ 的通解.

5.设连续函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=\sin ax-\int_{0}^{x}tf(x-t)\mathrm{d}t,(a>0)$, 求 $f(x)$.

姓名________ 学号________ 班级________

本科高等数学作业卷测试题(四)

一、填空题

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5^n\cdot n!}{(2n)^n}=$______.

2. 幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\ln(n+1)}{n+1}x^{n+1}$的收敛域为______.

3. 若$f(x)=x(0\le x\le 2)$展开成以2为周期的傅立叶级数，

$f(x)\sim\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\pi x+b_n\sin n\pi x)$,则系数$a_0=$________.

4. 积分$\int_0^2\mathrm{d}x\int_x^2 \mathrm{e}^{-y^2}\mathrm{d}y=$______.

5. 设$(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=2$，则$[(\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{b}+\vec{c})]\cdot(\vec{c}+\vec{a})=$_____.

6. 设$u=\arcsin\dfrac{z}{x+y}$，则$\mathrm{d}u=$__________.

二、选择题

1. 设α为常数，则级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{\sin n\alpha}{n^2}-\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)$为(　　)

(A)绝对收敛　(B)条件收敛　(C)发散　(D)收敛性与α的取值有关

2. 设D是xOy平面上以$(1,1,),(-1,1)$和$(-1,-1)$为顶点的三角形区域,D_1是D在第一象限的部分,则$\iint\limits_D(xy+\cos x\cdot\sin y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$(　　)

(A) $2\iint\limits_D\cos x\cdot\sin y\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　(B) $2\iint\limits_{D_1}xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　(C) $4\iint\limits_{D_1}(xy+\cos x\cdot\sin y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　(D) 0

3. 设有直线$L:\begin{cases}x+3y+2z+1=0\\2x-y-10z+3=0\end{cases}$及平面$\pi:4x-2y+z-2=0$,则直线$L$ (　　)

(A)平行于π　(B)在π上　(C)垂直于π　(D)与π斜交

4. 设函数$z=f(x,y)$,有$\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=2$，且$f(x,0)=1$, $f_y'(x,0)=x$，则$f(x,y)=$(　　)

(A) $1-xy+y^2$　(B) $1+xy+y^2$　(C) $1-x^2y+y^2$　(D) $1+x^2y+y^2$

三、计算、证明题

1. 判断下列正项级数的敛散性：(1)$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2n+1}{(n+1)(n+2)(n+3)}$；(2)$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(n!)^2}{2^{n^2}}$

2. 设有两条抛物线$y=nx^2+\dfrac{1}{n}$和$y=(n+1)x^2+\dfrac{1}{n+1}$，记它们交点的横坐标的绝对值为$a_n$.

(1)求这两条抛物线所围成的平面图形的面积S_n；　(2)求级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{S_n}{a_n}$的和.

3. 把$f(x)=\dfrac{1}{2}\arctan x+\dfrac{1}{4}\ln\dfrac{1+x}{1-x}$展开成$x$的幂级数.

4. 设有一力$\vec{F}=\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$，求$\vec{F}$在$\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$方向上的分力.

5. 求过直线L_1且平行于直线L_2的平面方程,其中$L_1:\begin{cases}2x+y-z-1=0\\3x-y+2z-2=0\end{cases}$,$L_2:\begin{cases}5x+y-z+4=0\\x-y-z-4=0\end{cases}$

6. 设在区间$[a,b]$上$f(x)$连续且恒大于零,试用二重积分证明$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\cdot\int_a^b\dfrac{1}{f(x)}\mathrm{d}x\ge(b-a)^2$

7. 设$z=(x^2+y^2)\mathrm{e}^{-\arctan\frac{y}{x}}$，求$\mathrm{d}z$及$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

8. 在椭球面$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$内的一切内接长方体(指各边分别平行于坐标轴)中,求体积最大的内接长方体的体积.

姓名______ 学号______ 班级______

本科高等数学作业卷测试题(五)

一、填空题

1.曲面$x^2+y^2+z^2=2z$与$x^2+y^2=z^2$所围成并包含点$(0,0,1)$的立体体积等于_______.

2.设L是由点$O(0,0)$经过点$A(1,0)$到点$B(0,1)$的折线，则曲线积分$\int_L(x+y)\mathrm{d}s=$_____.

3.设S是曲面$x^2+y^2+z^2=1$的外侧，则 $\oiint\limits_{\Sigma}x^3\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y^3\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z^3\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$_____.

4.以向量$\vec{a}=\vec{m}+2\vec{n}$和$\vec{b}=\vec{m}-3\vec{n}$为边的三角形面积为_____,其中$|\vec{m}|=5,|\vec{n}|=3,(\vec{m},\vec{n})=\dfrac{\pi}{6}$.

5. 曲线$\begin{cases}x=t\\y=t^2\\z=t^3\end{cases}$上点$M$处的切线平行于平面$x+2y+z=4$, 则点$M$的坐标是__________.

6.设函数$f(x,y,z)=\mathrm{e}^x yz^2$, 其中$z=z(x,y)$由$x+y+z+xyz=0$确定, 则$f_x'(0,1,-1)=$_____.

二、选择题

1.设Ω是由曲面$x^2+y^2\le 1, z=1, z=0$所围成的闭区域, 则$\iiint\limits_{\Omega}\left[\mathrm{e}^{z^3}\tan(x^2y^3)+3\right]\mathrm{d}V=$(　　)

(A)0　(B)3π　(C)π　(D)3

2.设L为正向圆周$x^2+y^2=2$在第一象限的部分，则曲线积分$\int_L x\mathrm{d}y-2y\mathrm{d}x=$(　　)

(A)$\dfrac{3}{2}\pi$　(B)$\dfrac{3}{2}$　(C)$\dfrac{1}{2}\pi$　(D)π

3.$(2x\cos y-y^2\sin x)\mathrm{d}x+(2y\cos x-x^2\sin y)\mathrm{d}y$的原函数为(　　)

(A)$-y^2\cos x+x^2\cos y+C$　(B)$y^2\cos y+x^2\sin x+C$

(C)$x^2\cos x+y^2\sin y+C$　(D)$\int_{(0,0)}^{(x,y)}(2x\cos y-y^2\sin x)\mathrm{d}x+(2y\cos x-x^2\sin y)\mathrm{d}y+C$

4.已知曲面$z=4-x^2-y^2$上点P处的切平面平行于平面$2x+2y+z-1=0$, 则点P坐标是(　)

(A)$(1,-1,2)$　(B)$(-1,1,2)$　(C)$(1,1,2)$　(D)$(-1,-1,2)$

三、计算、证明题

1.计算$\iiint\limits_{\Omega}z\mathrm{d}V$, 其中$\Omega$是由球面 $x^2+y^2+z^2=4$与抛物面$x^2+y^2=3z$所围成.

2.计算$\iiint\limits_{\Omega}z^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, 其中$\Omega$是由$\begin{cases}x^2+y^2+z^2\le R^2\\x^2+y^2+(z-R)^2\le R^2\end{cases}$所确定.

3.求$\oint_L(1-\dfrac{y^2}{x^2}\cos\dfrac{y}{x})\mathrm{d}x+(\sin\dfrac{y}{x}+\dfrac{y}{x}\cos\dfrac{y}{x}+x^2)\mathrm{d}y$, 其中$L$是由曲线$x^2+y^2=2y$, $x^2+y^2=4y, x-\sqrt{3}y=0, y-\sqrt{3}x=0$所围成的区域的边界, 按逆时针方向.

4.设S为椭圆面$\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{2}+z^2=1$的上半部分, 点$P(x,y,z)\in S$, π为S在P点处的切平面$\rho(x,y,z)$为点$O(0,0,0)$到平面π的距离, 求$\iint\limits_{S}\dfrac{z}{\rho(x,y,z)}\mathrm{d}S$.

5.计算$\oiint\limits_{\Sigma}2xz\mathrm{d}y\mathrm{d}z+yz\mathrm{d}z\mathrm{d}x-z^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, 其中$\Sigma$是由曲面$z=\sqrt{x^2+y^2}$与$z=\sqrt{2-x^2-y^2}$所围成立体的表面外侧.

6.设$f(x,y,z)$为连续函数，Σ为平面$x-y+z=1$在第四卦限部分的上侧，求$I=\iint\limits_{\Sigma}[f(x,y,z)+x]\mathrm{d}y\mathrm{d}z+[2f(x,y,z)+y]\mathrm{d}z\mathrm{d}x+[f(x,y,z)+z]\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

7. 直线$L:\dfrac{x-1}{0}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$绕$z$轴旋转一周, 求旋转曲面的方程.

8.设变换$\begin{cases}u=x-2y\\v=x+ay\end{cases}$可把方程 $6\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$ 化简为$\dfrac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}=0$, 求常数$a$.

姓名

学号

班级

本科高等数学作业卷测试题(六)

一、填空题

1.级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(\ln 3)^n}{2^n}$的和为_____.

2.若$\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n(x-1)^{n+1}$的收敛域为$[-2,4)$,则级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}na_n(x+1)^n$的收敛区间为________.

3.设Ω是由锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$与半球面$z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$围成的空间区域，Σ是Ω的整个边界的外侧，则 $\oiint\limits_{\Sigma}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$_______________.

4.曲线$\begin{cases}3x^2+2y^2=12\\ z=0\end{cases}$绕 y 轴旋转一周得到的旋转曲面方程是__________________.

5.设L是由点$O(0,0)$到点$A(1,1)$的任意一段光滑曲线，则$\int_L(1-2xy-y^2)\mathrm{d}x-(x+y)^2\mathrm{d}y=$_____.

二、选择题

1.常数$a>0$,则级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n(1-\cos\dfrac{a}{n})$为(　　)

(A)绝对收敛　(B)条件收敛　(C)发散　(D)收敛性与a的取值有关

2.累次积分$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^{\cos\theta}f(r\cos\theta,r\sin\theta)r\mathrm{d}r$ 可以写成(　　)

(A)$\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{y-y^2}}f(x,y)\mathrm{d}x$　(B)$\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)\mathrm{d}x$　(C)$\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^1 f(x,y)\mathrm{d}y$　(D)$\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{x-x^2}}f(x,y)\mathrm{d}y$

3.设空间域$\Omega_1: x^2+y^2+z^2\le R^2, z\ge 0$ 及 $\Omega_2: x^2+y^2+z^2\le R^2, x\ge 0. y\ge 0, z\ge 0$,
则等式成立的是(　　)

(A)$\iiint\limits_{\Omega_1}x\mathrm{d}V=4\iiint\limits_{\Omega_2}x\mathrm{d}V$　(B)$\iiint\limits_{\Omega_1}y\mathrm{d}V=4\iiint\limits_{\Omega_2}y\mathrm{d}V$

(C)$\iiint\limits_{\Omega_1}z\mathrm{d}V=4\iiint\limits_{\Omega_2}z\mathrm{d}V$　(D)$\iiint\limits_{\Omega_1}xyz\mathrm{d}V=4\iiint\limits_{\Omega_2}xyz\mathrm{d}V$

4.函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处偏导数存在是 $f(x,y)$ 在该点处(　　)

(A)连续的充分条件　(B)连续的必要条件　(C)可微的必要条件　(D)可微的充分条件

三、计算、证明题

1.判断下列级数是绝对收敛还是条件收敛:(1)$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\dfrac{2n+100}{3n+1}\right)^n$; (2)$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sin\dfrac{a}{n},(a>0)$

2.求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n\cdot 2^n}x^{n-1}$的收敛域, 并求其和函数$S(x)$.

3.将 $f(x)=\sin ax,(-\pi\le x\le\pi, a$为整数)展成傅立叶级数.

4.计算$\iiint\limits_{\Omega}(x+y+z)^2\mathrm{d}V$，其中$\Omega$是 $x^2+y^2+z^2\le R^2$ 的球体.

5.设$f(x)$是非负连续函数, 且$\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=1$, 计算:$\int_L x\mathrm{d}y-(y+\mathrm{e}^x)\mathrm{d}x$,
其中L为沿 $y=f(x)$从点$O(0,0)$到$A(2,0)$的曲线段.

6.计算$\iint\limits_{\Sigma}\dfrac{ax\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(z+a)^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}}$, 其中$\Sigma$为下半球面$z=-\sqrt{a^2-x^2-y^2}$的上侧, a为大于零的常数

7.求曲面 $z=x^2+y^2+1$ 上点$M_0(1,-1,3)$ 处的切平面与曲面 $z=x^2+y^2$所围空间区域的体积V.

8.设 $z=x^3f(xy,\dfrac{y}{x})$，f 具有连续的二阶偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial y},\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ 及 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

本科高等数学(上册) 历年考试真题

一、填空题

1. 设 $s>0, I_n=\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-sx}x^n\mathrm{d}x(n=1,2,\cdots)$，则 $I_n=$ ___________

2. 若曲线 $y=x^3+ax^2+bx+1$ 有拐点(-1,0)，则 $b=$________

3. 曲线 $y=\dfrac{2x^3}{x^2+1}$ 的渐近方程为____________________

4. 当 $0\le\theta\le\pi$ 时，曲线 $r=\mathrm{e}^{\theta}$ 的弧长为_____________

5. 设 $f'(0)=2$，则 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(3\sin x)-f(2\arctan x)}{x}=$_______

6. 设 $y=\mathrm{e}^x(C_1\sin x+C_2\cos x)$ (C_1,C_2 为任意常数)为某二阶常系数线性齐次微分方程的通解,则该方程为 ______________________________________.

二、选择题

7. 下列命题正确的是(　　　)

(A) $f(x)$在点 x_0 连续的充要条件是 $f(x)$在 x_0 可导

(B) 若 $f'(x)=x^2$（偶函数），则 $f(x)$必是奇函数

(C) 若 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x}=a$（常数），则 $f'(0)=a$

(D) 若 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+\ln(1-x^2)}{x}, & x\ne0\\ 1, & x=0\end{cases}$，则 $f'(0)=-1$

8. 设 $f(x)=\ln^{10}x, g(x)=x, h(x)=\mathrm{e}^{\frac{x}{10}}$，则当 x 充分大时有(　　　)

(A) $g(x)<h(x)<f(x)$　(B) $h(x)<g(x)<f(x)$　(C) $f(x)<g(x)<h(x)$　(D) $g(x)<f(x)<h(x)$

9. 曲线 $y=x^2$ 与曲线 $y=a\ln x(a\ne0)$,则 $a=$(　　　)

(A) 4e　(B) 3e　(C) 2e　(D)e

10. 积分 $\int_0^{\pi}\sqrt{\sin x-\sin^3 x}\mathrm{d}x=$(　　　)

(A) 0　(B) $\dfrac{4}{3}$　(C) 1　(D) -1

11. 函数 $f(x)=\dfrac{x-x^3}{\sin\pi x}$ 的可去间断点的个数为(　　　)

(A) 1　(B)2　(C) 3　(D)无穷多个

姓名________ 学号________ 班级________

12.设 $y=f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内具有连续的四阶导数,若 $f'(x_0)=f''(x_0)=f'''(x_0)=0$, 且 $f^{(4)}(x_0)<0$, 则(　　　)

(A) $f(x)$ 在点 x_0 取得极小值　(B) $f(x)$ 在点 x_0 取得极大值

(C)点 $(x_0,f(x_0))$ 为曲线 $y=f(x)$ 的拐点　(D) $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内单调减少

三、解答题

13.求微分方程 $y''+2y'+5y=\sin 2x$ 的通解.

14. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(1+ax^3)}{x-\arcsin x}, & x<0\\ 6, & x=0\\ \dfrac{\mathrm{e}^{ax}+x^2-ax-1}{x\sin\dfrac{x}{4}}, & x>0\end{cases}$,

问 a 为何值时 $f(x)$在 x=0 连续；　a 为何值时 x=0 是 $f(x)$的可去间断点？

15. 设函数 $y=y(x)$由参数方程 $\begin{cases}x=1+2t^2\\ y=\int_1^{1+2\ln t}\dfrac{\mathrm{e}^u\mathrm{d}u}{u}(t>1)\end{cases}$ 确定，求 $\left.\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x=9}$

16. 设函数 $f(x)$有二阶连续导数，且 $f(0)=f'(0)=0, f''(x)>0$,又设 $u=u(x)$是曲线 $y=y(x)$在点$(x,f(x))$处的切线在 x 轴上的截距，求 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x}{u(x)}$

17. 已知 $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}, g'(x)=\dfrac{1}{1+x}, f(0)=g(0)=0$,试求 $\lim\limits_{x\to}\left[\dfrac{1}{f(x)}-\dfrac{1}{g(x)}\right]$

18. 设 $f(x)$在[0,1]上连续，在(0,1)上可导,$f(0)=0,f(1)=1$，试证：对任意给定的正数 a,b,在(0,1)内存在不同的 ξ,η ,使得 $\dfrac{a}{f'(\xi)}+\dfrac{b}{f'(\eta)}=a+b$

姓名________ 学号________ 班级________

本科高等数学(下册) 历年考试真题

一、填空题

1.设D区域为$|x|+|y|\le 1$，则$\iint\limits_D xyf(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$______.

2.过点$M_0(2,4,0)$且与直线L_1:$\begin{cases}x+2z-1=0\\ y-3z-2=0\end{cases}$平行的直线方程是________.

3.设有一力$\vec{F}=\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$，则$\vec{F}$在$\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$方向上的分力为________.

4.设S为球面$x^2+y^2+z^2=9$的外侧面, 则曲面积分$\iint\limits_S z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$的值是______.

5.级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n}{4^n}$的和为______.

二、选择题

6.设数列$\{a_n\}$单调减少,$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0, S_n=\sum\limits_{k=1}^{n}a_k\ (n=1,2,\cdots)$无界, 则幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n(x-1)^n$的收敛域为(　　　)

(A) $(-1,1]$　(B) $[-1,1)$　(C) $[0,2)$　(D) $(0,2]$

7.设$0\le a_n<\dfrac{1}{n}\ (n=1,2,\cdots)$, 则下列级数中肯定收敛的是(　　　)

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$　(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$　(C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sqrt{a_n}$　(D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n^2$

8. 已知$f(x)$，$f(y)$在区域$D=\{(x,\ y)\,|\,|x|+|y|\le 1\}$上连续，且$f(x)>0$，$f(y)>0$. 则$\iint\limits_D\dfrac{af(y)+bf(x)}{f(x)+f(y)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$(　　　).

(A) $a-b$　(B) $a+b$　(C) $2(a+b)$　(D) $2(a-b)$

9. 设S是平面$x+y+z=4$被圆柱面$x^2+y^2=1$截出的有限部分, 则曲面积分$\iint\limits_S y\mathrm{d}S$的值是(　　　)

(A) 0　(B) $\dfrac{4}{3}\sqrt{3}$　(C) $4\sqrt{3}$　(D) π

10.设Ω是由椭球面$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$所围区域,则$\iiint\limits_\Omega z^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$的值为(　　　)

(A) 0　(B) $\dfrac{4}{15}\pi abc^3$　(C) $4\sqrt{3}$　(D) π

三、解答题

11. 设$f(u,v)$具有二阶连续偏导数，且满足$\dfrac{\partial^2 f}{\partial u^2}+\dfrac{\partial^2 f}{\partial v^2}=1$，又$g(x,y)=f\left[xy,\dfrac{1}{2}\left(x^2-y^2\right)\right]$，求$\dfrac{\partial^2 g}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 g}{\partial y^2}$

12.求过直线L_1且平行于直线L_2的平面方程, 其中$L_1:\begin{cases}2x+y-z-1=0\\ 3x-y+2z-2=0\end{cases}$, $L_2:\begin{cases}5x+y-z+4=0\\ x-y-z-4=0\end{cases}$

13.计算$\int_L\dfrac{(x+y)\mathrm{d}x-(x-y)\mathrm{d}y}{x^2+y^2}$, 其中$L$是沿$y=\pi\cos x$由$A(\pi,-\pi)$到$B(-\pi,-\pi)$的曲线段.

14.叙述并证明格林公式, 然后计算曲线积分$\int_L\left(\mathrm{e}^x\sin y-my\right)\mathrm{d}x+(\mathrm{e}^x\cos y-my)\mathrm{d}y$, 其中曲线$L$为从点$A(a,0)$到点$O(0,0)$的上半圆周$x^2+y^2=ax$.

15.(1)求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2n+2}{n!}x^{2n+1}$的收敛域, 并求其和函数;

(2)判别级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\arctan\dfrac{1}{2n^2}$的敛散性, 若此级数收敛,则求其和.

16.设可导函数$f(x)$满足$\int_0^x f(t)\mathrm{d}t=x+\int_0^x tf(x-t)\mathrm{d}t$, 求$f(x)$.

17.$\dfrac{(x+2y)\,\mathrm{d}x+y\mathrm{d}y}{(x+y)^2}$是否为某个二元函数$u(x,y)$的全微分?若是, 求$u(x,y)$.

18.设$f(x,y)$在圆域$x^2+y^2\le 1$上二阶连续可微, 且满足$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=\mathrm{e}^{-(x^2+y^2)}$, 计算$\iint\limits_{x^2+y^2\le 1}\left(x\dfrac{\partial f}{\partial x}+y\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

19.设函数$f(u)$具有连续导数且$f(0)=0$, 求$\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{1}{\pi t^4}\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\le t^2}f(\sqrt{x^2+y^2+z^2})\,\mathrm{d}V$

20. 证明函数$z=(1+\mathrm{e}^y)\cos x-y\mathrm{e}^y$有无穷多个极大值点，但无极小值点.