姓名 学号 级 专业 学院

密 封 线

高等数学 ch2 导数与微分 测试题

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分	阅卷人
得分												

得分	阅卷人

一、选择题(每题 3 分，共 15 分)

1. 下列命题正确的是(　　)

(A) $f(x)$在点x_0连续的充要条件是$f(x)$在点x_0可导

(B) 若$f'(x)=x^2$(偶函数)，则$f(x)$必是奇函数

(C) 若$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=a$(常数)，则$f'(0)=a$

(D) 若$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+\ln(1-x^2)}{x}, & x\neq 0\\ 1, & x=0\end{cases}$，则$f'(0)=-1$

2. 设$f(x)$在x_0处可导，则$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0-2h)-f(x_0)}{2h}=$(　　)

(A) $-f'(x_0)$ (B) $f'(-x_0)$ (C) $f'(x_0)$ (D) $2f'(x_0)$

3. 设函数$f(x)$在x_0可导，则$\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{f(x_0+t)+f(x_0-3t)}{t}=$(　　)

(A) $f'(x_0)$ (B) $-2f'(x_0)$ (C) ∞ (D) 不能确定

4. 曲线$\begin{cases}x=\mathrm{e}^t\sin 2t\\ y=\mathrm{e}^t\cos t\end{cases}$在点(0,1)处的法线方程为(　　)

(A) $y+2x-1=0$ (B) $y-2x-1=0$ (C) $y+2x+1=0$ (D) $y+2x-2=0$

5. 设函数 $f(x)=(\mathrm{e}^x-1)(\mathrm{e}^{2x}-2)\cdots(\mathrm{e}^{nx}-n)$，其中$n$为正数，则$f'(0)=$(　　)

(A) $(-1)^{n-1}(n-1)!$ (B) $(-1)^n(n-1)!$ (C) $(-1)^{n-1}n!$ (D) $(-1)^n n!$

二、填空题(每题 3 分，共 15 分)

1. 设函数 $y=f(x)$由方程$\cos(xy)+\ln y-x=1$确定，则$\lim\limits_{n\to\infty}n\left[f\left(\dfrac{2}{n}\right)-1\right]=$______.

2. 设方程 $\mathrm{e}^{xy}+y^2=\cos x$ 确定 y 为 x 的函数，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$______.

3. 设$y=y(x)$是有方程$\sqrt{x^2+y^2}=\mathrm{e}^{\arctan\frac{y}{x}}$确定的隐函数，则$\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}=$____.

4. 已知 $f(x)=(1+x^2)^{\tan x}$，则 $f'(x)=$__________.

5. 设函数 $f(x)$在$x=2$的某邻域内可导，且 $f'(x)=\mathrm{e}^{f(x)}$，$f(2)=1$，则$f'''(2)=$__________.

得分	阅卷人

三、计算、证明题(1-10 题每题 6 分，第 11 题 10 分，共 70 分)

1. 设 $f'(x)=\sin\sqrt{x}$ $(x>0)$，又 $y=f(\mathrm{e}^{2x}\cdot x^2)$，求 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$.

2. 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导(即 $f'(0)$ 存在)，且 $f(x)=f(0)+2x+a(x)$，又 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a(x)}{x}=0$，求 $f'(0)$.

3. 已知$\begin{cases}x=\ln(1+\mathrm{e}^{2t}),\\ y=t-\arctan\mathrm{e}^t,\end{cases}$求$\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

学院　　专业　　级　　学号　　姓名

4.试确定常数 a、b 的值，使函数 $f(x)=\begin{cases}1+\ln(1-2x), & x\le 0\\ a+be^{x}, & x>0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导，并求出此时的 $f'(x)$.

5.若$f(1)=0$，$f'(1)$存在，求极限$I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(\sin^2 x+\cos x)\tan 3x}{(e^{x^2}-1)\sin x}$.

6.设函数$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上有定义，且对任意x_1,x_2，有$f(x_1+x_2)=f(x_1)f(x_2)$，$f(x)=1+xg(x)$,其中$\lim\limits_{x\to 0}g(x)=1$，证明$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上处处可导.

7.已知函数 $f(u)$ 具有二阶导数，且 $f'(0)=1$，函数 $y=y(x)$ 由方程 $y-xe^{y-1}=1$ 所确定. 设 $z=f(\ln y-\sin x)$，求 $\dfrac{dz}{dx}\Big|_{x=0}$，$\dfrac{d^2z}{dx^2}\Big|_{x=0}$.

姓名　　学号　　级　　专业　　学院

8.设$f(x)=\begin{cases} x^{\alpha}\sin\dfrac{1}{x^{\beta}}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$ $(\beta>0)$，试讨论在什么条件下，$f'(x)$在$x=0$处连续.

9.设函数$f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{1+|x|^{3n}}$，试讨论$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内的不可导点

10. 设$y=\dfrac{x^3}{x^2-3x+2}$，求$y^{(n)}$ $(n\geq 2)$.

11. 设对任意实数$0<\lambda<1$，有 $f[\lambda x_1+(1-\lambda)x_2]\geq \lambda f(x_1)+(1-\lambda)f(x_2)$

试证：若$x_1<x_2$且在点x_1、x_2处可导，则有

$$f'(x_1)\geq \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}\geq f'(x_2)$$

学院　　专业　　级　　学号　　姓名

四、附加题（1-3 题每题 4 分，4 题 8 分，共 20 分）

1. 设函数 $f(x)=x(x+1)(x+2)\cdots(x+n)$，求 $f'(-1)$.

2. 已知 $y=\ln(\mathrm{e}^x+\sqrt{1+\mathrm{e}^{2x}})$，求 y'.

3. 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $2^{xy}=x+y$ 所确定，求 $\mathrm{d}y|_{x=0}$.

4.（Ⅰ）设函数 $u(x)$，$v(x)$ 可导，利用导数定义证明：$[u(x)v(x)]'=u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$；

（Ⅱ）设函数 $u_1(x)$，$u_2(x)$，$u_3(x)$，$\cdots$，$u_n(x)$ 可导，$f(x)=u_1(x)u_2(x)\cdots u_n(x)$，

写出 $f(x)$ 的求导公式.