

Ćwiczenie 4

Pomiary napięcia przemiennego

4.1. Parametry napięcia przemiennego

Napięcie jest jedną z podstawowych wielkości, charakteryzujących obwody elektryczne i elektroniczne. Ze względu na zmienność w czasie napięcia dzielimy na stałe i zmienne.

Dokładność pomiaru napięć stałych jest ograniczona jedynie klasą woltomierza i stosunkiem jego rezystancji do rezystancji źródła mierzonego napięcia oraz wpływem zewnętrznych czynników zakłócających. Niepewność pomiaru napięcia przemiennego jest obarczona znacznie większą liczbą składników. Należy do nich między innymi:

- częstotliwość mierzonego napięcia;
- kształt mierzonego napięcia;
- charakter impedancji wejściowej woltomierza;
- stosunek impedancji wejściowej woltomierza do impedancji źródła;
- inne czynniki zakłócające.

Napięcie, którego przebieg w funkcji czasu zmienia się zgodnie z zależnością:

$$u(t) = u(t + nT) \quad (4.1)$$

gdzie:

- t – bieżący czas;
- n – liczba całkowita;
- T – okres rozpatrywanego napięcia;

nazywamy napięciem okresowo zmiennym.

Napięcia okresowe dzielą się na napięcia tętniące i przemiennie. Szczególnym przypadkiem napięcia przemiennego jest napięcie sinusoidalne.

Charakterystycznymi parametrami przebiegu okresowego są:

- **wartość chwilowa $u = f(t)$** - to wartość napięcia w danej chwili czasowej; umożliwia ona określenie kształtu przebiegu napięcia lub prądu. W przypadku przebiegów wolnozmiennych (przy częstotliwościach zmian nie większych niż 0,1 Hz), jej wartość może być pomierzona za pomocą przyrządów do pomiaru napięcia lub natężenia prądu stałego.

Wartość chwilową napięcia przemiennego $u(t)$ o kształcie sinusoidalnym określamy zależnością:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi) \quad (4.2)$$

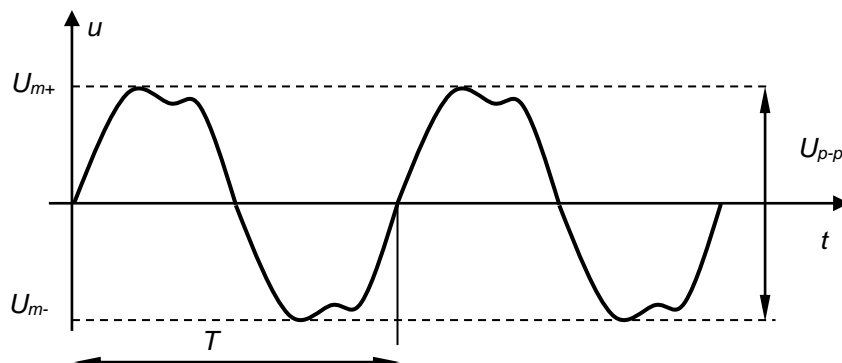
gdzie: U_m – amplituda sygnału przemiennego;

ω - pulsacja;

φ - faza początkowa.

- **wartość maksymalna** U_m – to wartość szczytowa lub amplituda. Należy ona do zbioru wartości chwilowych i określa jej największą chwilową wartość.

Rozważmy hipotetyczny przebieg napięcia przedstawiony na rysunku 4.1.



Rys. 4.1. Parametry charakteryzujące napięcie przemienne

Dla takiego przebiegu można zdefiniować następujące parametry napięciowe:

- **amplituda połówki dodatniej**, czyli największa z wartości chwilowych przebiegu. Można ją opisać wzorem:

$$U_{m+} = \max [u(t)]$$

- **amplituda połówki ujemnej**, czyli wartość bezwzględna najmniejszej z wartości chwilowych przebiegu:

$$U_{m-} = \min [u(t)]$$

- **wartość międzyszczytowa**, definiowana jako suma amplitud połówki dodatniej i ujemnej, co odpowiada podwojonej amplitudzie, nazywanej napięciem „pik – pik” U_{p-p} lub „szczyt – szczyt” U_{s-s} .

$$U_{p-p} = U_{m+} + U_{m-}$$

- **wartość średnia (average)**, którą generalnie definiuje się dla prądu przemienne, jako taką jego wartość, która w tym samym czasie równym okresowi napięcia przemienne w tym samym obwodzie przeniesie tę samą ilość ładunku elektrycznego, co prąd stały o tej samej wartości.

Zakładając, że obwód jest zamknięty, definicję tę można uogólnić także dla napięcia przemienne i zapisać w sposób następujący:

$$U_{\dot{s}r} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt \quad (4.3)$$

Wartość średnia napięcia jest średnią arytmetyczną przebiegu. Wartość średnia całookresowa przebiegu przemiennego (np. sinusoidalnego) jest równa zero, bowiem taki sam ładunek elektryczny przepływnie w kierunku dodatnim w ciągu jednej połowy okresu, jaki w ciągu drugiej połowy w kierunku ujemnym. Dlatego uśrednienie przebiegów przemiennych ogranicza się do połowy okresu:

$$U_{\dot{s}r} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} u(t) dt$$

Dla przebiegu sinusoidalnego:

$$u(t) = U_m \sin \omega t$$

wartość średnia wyniesie:

$$U_{\dot{s}r} = \frac{2}{\pi} U_m = 0,637 U_m$$

Wartości średnie mają znaczenie przy rozpatrywaniu procesów prostowania prądu przemiennego na prąd tętniący, m.in. w przetwornikach pomiarowych. Przyrządy magnetoelektryczne prostownikowe najczęściej mierzą wartości średnie.

- **wartość średnia jednopółwkowa** $U_{\dot{s}rI}$ dla sygnałów przemiennych:

$$U_{\dot{s}rI} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt \quad (4.4)$$

- **wartość średnia dwupółwkowa** $U_{\dot{s}rII}$ dla sygnałów przemiennych:

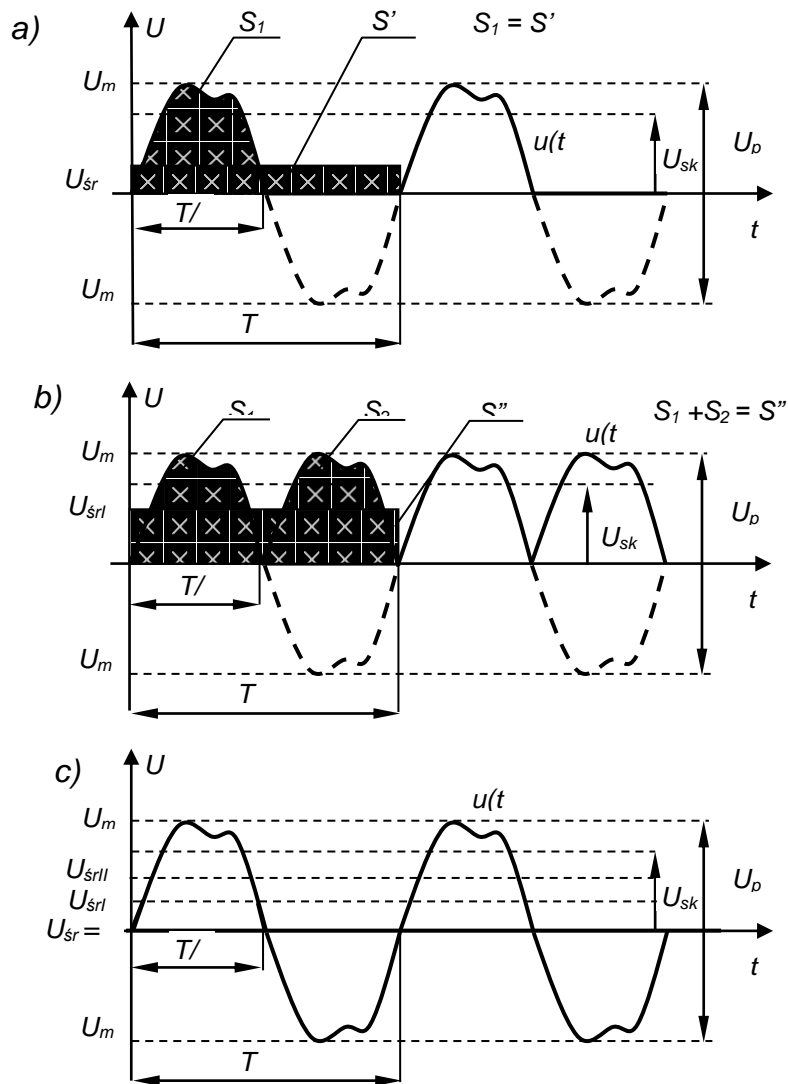
$$U_{\dot{s}rII} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} u(t) dt \quad (4.5)$$

Wzór ten jest słuszny tylko w tych przypadkach, w których czas trwania połówki dodatniej jest równy czasowi połówki ujemnej oraz gdy obydwie połówki mają ten sam kształt.

W innym przypadku należy korzystać ze wzoru:

$$U_{\dot{s}rII} = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt \quad (4.6)$$

Graficzną ilustrację wartości średniej wyprostowanej przedstawia rysunek 4.2. Można ją zinterpretować jako wysokość prostokąta o podstawie równej okresowi sygnału przemiennego i polu równym polu pod krzywą opisującą przebieg wyprostowany.



Rys. 4.2. Graficzna interpretacja wartości średniej wyprostowanej: a) jednopołówkowo, b) dwupołówkowo, c) wartości charakteryzujące sygnał przemienny we wspólnym układzie współrzędnych.

Dla przebiegu sinusoidalnie zmiennego wartość średnia przebiegu wyprostowanego (dwu- lub jednopołówkowo) jest różna od zera i wynosi:

$$\begin{aligned}
 U_{sr(d.p.)} &= \frac{1}{2\pi} \cdot 2 \int_0^{\pi} U_m \sin(\omega t) d\omega t = \frac{U_m}{\pi} \cdot (-\cos(\omega t)) \Big|_0^{\pi} = \\
 &= \frac{U_m}{\pi} \cdot [-(-1) - (-1)] = \frac{2}{\pi} U_m \\
 U_{sr(j.p.)} &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{\pi} U_m \sin(\omega t) d\omega t = \frac{U_m}{2\pi} \cdot (-\cos(\omega t)) \Big|_0^{\pi} = \\
 &= \frac{U_m}{2\pi} \cdot [-(-1) - (-1)] = \frac{1}{\pi} U_m
 \end{aligned}$$

- **Wartość skuteczna (effective)** sygnału okresowego o okresie T , jest to wartość równoważnego napięcia stałego, które na rezystorze R , w tym samym czasie, równym okresowi lub całkowitej krotności okresu napięcia zmiennego spowoduje wydzielenie takiej samej mocy, co napięcie zmienne. Jest to więc wartość określająca parametry energetyczne przebiegu. Oznaczana jest ona jako U_o lub U_{sk} . Zakładając, że obwód jest zamknięty można zapisać:

$$I_o^2 \cdot R \cdot T = R \cdot \int_0^T i^2(t) dt \quad (4.7)$$

$$\frac{U_o^2}{R} \cdot T = \int_0^T \frac{u^2(t)}{R} dt \quad (4.8)$$

$$U_o = U_{sk} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} \quad (4.9)$$

Warto zauważyć, że podane definicje są prawdziwe tylko dla sygnałów okresowych, tzn. spełniających zależność:

$$u(t) = u(t + T)$$

gdzie:

$u(t)$ - wartość chwilowa napięcia zdeterminowanego (sygnał nielosowy).

Wartość skuteczna napięcia zawierającego składowe harmoniczne wynosi:

$$U = \sqrt{U_o^2 + U_1^2 + \dots + U_n^2} \quad (4.10)$$

gdzie: U_o - składowa stała;

$U_1 \dots U_n$ - wartości skuteczne kolejnych harmonicznych.

Dla napięcia sinusoidalnego wartość skuteczna jest równa:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 U_m \quad (4.11)$$

Wartości skuteczne mierzą bezpośrednio m.in. przetworniki pomiarowe elektromagnetyczne, elektrodynamiczne, RMS oraz termoelektryczne.

- **współczynnik kształtu k_k** - określony stosunkiem wartości skutecznej do wartości średniej tego przebiegu. Dla przebiegu sinusoidalnego posiada wartość:

$$k_k = \frac{U}{U_{sr}} = \frac{U_m / \sqrt{2}}{2U_m / \pi} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11 \quad (4.12)$$

Współczynnik ten określa, w jakim stopniu dany przebieg różni się od przebiegu prostokątnego. Dla przebiegu prostokątnego $k_k = 1$, ponieważ wartość skuteczna tego sygnału jest równa jego war-

tości średniej, a dla przebiegu trójkątnego $k_k = 1,155$. Jeśli przetwornik mierzy napięcie średnie, to jego wartość przemnożona przez współczynnik kształtu daje wartość skuteczną napięcia.

- **współczynnik amplitudy (szczytu) k_a** - stosunek wartości maksymalnej do wartości skutecznej sygnału:

$$k_a = \frac{U_m}{U}$$

Przykładowe wartości współczynników amplitudy wynoszą:

$$\begin{aligned} k_a &= 1 && \text{dla przebiegu prostokątnego;} \\ k_a &= \sqrt{2} && \text{dla przebiegu sinusoidalnego;} \\ k_a &= \sqrt{3} && \text{dla przebiegu trójkątnego.} \end{aligned}$$

- **współczynnik uśredniania k_u** – to stosunek wartości maksymalnej do wartości średniej dwupołówkowej i zapisujemy:

$$k_u = \frac{U_m}{U_{srII}} \quad (4.13)$$

- **współczynnik wypełnienia D :**

$$D = t_i / T \quad (4.14)$$

gdzie:

t_i - czas trwania impulsu.

Dla przebiegu prostokątnego $D = 0,5$.

Tabela 4.1 Wartości współczynników w zależności od kształtu napięcia

| Kształt napięcia | Zapis matematyczny | k_k | k_a | k_u |
|------------------|--|-------------------------|------------|-----------------|
| Sinus | $u(t) = U_m \sin \omega t$ | $\frac{\pi\sqrt{2}}{4}$ | $\sqrt{2}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
| Trójkąt | $u(t) = t \cdot \frac{2 \cdot U_m}{T} - U_m$ | $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ | $\sqrt{3}$ | 2 |
| Prostokąt | $u(t) = \begin{cases} U_m, & t \in (0; \frac{T}{2}) \\ -U_m, & t \in (\frac{T}{2}; T) \end{cases}$ | 1 | 1 | 1 |

W tabeli 4.1 przedstawione zostały niektóre wartości wyżej wymienionych parametrów dla sygnałów o wybranych kształtach.

Najczęściej mierzoną wartością jest wartość skuteczna, natomiast przebiegiem wzorcującym podziałki przyrządów jest przebieg sinusoidalny.

Podczas pomiarów przyrządami np. z prostownikami wartości średniej, sygnałów o kształtach różniących się od sinusoidy, występują dodatkowe błędy δ_k pomiaru, zależne od kształtu krzywej mierzonego przebiegu:

$$\delta_k = \frac{k_{k\sin} - k_{kx}}{k_{kx}} = \frac{1,11 - k_{kx}}{k_{kx}} \quad (4.15)$$

gdzie:

- δ_k - względny błąd pomiaru napięć odkształconych, przyrządem wzorcowanym przebiegiem sinusoidalnym;
- k_{kx} - współczynnik kształtu mierzonego przebiegu odkształconego;
- $k_{k\sin}$ - współczynnik kształtu przebiegu sinusoidalnego ($k_{k\sin}=1,11$).

W przypadku przyrządów z prostownikiem wartości szczytowej istotnym staje się współczynnik amplitudy (szczytu) k_a . Błąd pomiaru takim przyrządem napięć niesinusoidalnych wynosi:

$$\delta_a = \frac{k_{ax} - k_{a\sin}}{k_{a\sin}} = \frac{k_{ax}}{\sqrt{2}} - 1 \quad (4.16)$$

gdzie:

- k_{ax} - współczynnik amplitudy (szczytu) mierzonego napięcia,
- $k_{a\sin}$ - współczynnik amplitudy przebiegu sinusoidalnego.

Wspomniane błędy są błędami systematycznymi i powinny być wyeliminowane z wyniku pomiaru w postaci poprawek. Natomiast wartość błędu względnego $\delta_d U$ wynikającego z kształtu sygnału określamy z zależności:

$$\delta_d U = \frac{U_z - U_p}{U_p} \cdot 100\% \quad (4.17)$$

gdzie:

- U_p - wartość napięcia zmierzona przyrządem cyfrowym (najbardziej zbliżona do poprawnej);
- U_z - wartość napięcia zmierzona innym przyrządem.

4.2. Woltomierze do pomiaru napięć przemiennych

4.2.1. Wiadomości ogólne

Najliczniejszą grupę woltomierzy napięć przemiennych stanowią woltomierze elektromagnetyczne i woltomierze elektroniczne analogowe i cyfrowe. Moment napędowy woltomierzy elektromagnetycznych jest proporcjonalny do kwadratu wartości skutecznej prądu, dlatego mogą mierzyć napięcia i prądy stałe i zmienne, a wpływ kształtu mierzonego napięcia na dokładność pomiaru jest praktycznie pomijalny. Ze względu na gorsze właściwości metrologiczne (m.in. mała czułość, duży pobór mocy), w porównaniu z innymi przyrządami napięć i prądów przemiennych, są stosowane przede wszystkim w pomiarach energetycznych.

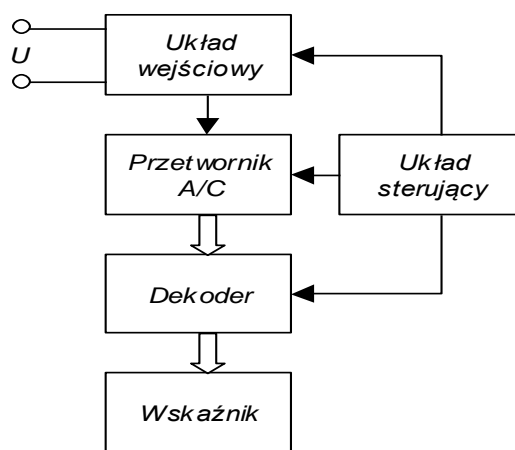
Przyrządy magnetoelektryczne z prostownikiem o charakterystyce prostowania np. $i = a u^2$, wskazują poprawnie wartość skuteczną dla każdego napięcia odkształconego okresowego, nie zawierającego składowej stałej.

Woltomierze elektroniczne analogowe i cyfrowe mogą mierzyć wartość średnią, wartość szczytową lub wartość skuteczną sygnału. **Wzorcuje się je przebiegiem sinusoidalnym i opisuje w wartościach skutecznych tego przebiegu.** Woltomierze elektroniczne analogowe i cyfrowe wzorcowane przebiegiem sinusoidalnym, a wykorzystywane do pomiarów napięć o przebiegach różniących się od sinusoidy, mierzą z błędem dodatkowym, którego wartość zależy przede wszystkim od rodzaju zastosowanego przetwornika napięcia przemiennego na stałe. (zależność 4.15-16).

Do pomiarów wartości skutecznej napięć sinusoidalnych i napięć o innym kształcie stosuje się coraz częściej przyrządy cyfrowe z przetwornikami wartości skutecznej napięć zmiennych na napięcie stałe, zwanych TRUE RMS (**true root mean square** – prawdziwa wartość skuteczna).

Większość elektronicznych przyrządów analogowych i cyfrowych mierzy tylko wartość skuteczną składowej zmiennej. Jeżeli mierzony przebieg zmienny zawiera również składową stałą, to w celu wyznaczenia wartości skutecznej takiego przebiegu należy zmierzyć składową stałą woltomierzem napięcia stałego, a następnie wartość skuteczną składowej zmiennej i dokonać obliczenia wartości całkowitej korzystając z zależności 4.10. Woltomierze elektroniczne analogowe i cyfrowe posiadają dużą impedancję wejściową, rzędu $10^6 \Omega$ i szeroki zakres częstotliwościowy (do 20 kHz). Praktycznie nie pobierają mocy z obwodu kontrolowanego.

Woltomierze cyfrowe są przeznaczone do pomiaru napięcia stałego lub zmiennego. Na rys. 4.3 przedstawiono schemat blokowy woltomierza. Składa się on z bloków układu wejściowego, przetwornika A/C, dekodera, wskaźnika cyfrowego oraz układu sterującego. Zadaniem układu wejściowego jest wzmocnienie zbyt słabych sygnałów lub stłumienie zbyt silnych. Przetwornik A/C służy do zamiany napięcia o postaci ciągłej na sygnał cyfrowy. Sygnał ten jest przetwarzany do postaci zrozumiałej dla wyświetlacza cyfrowego.



Rys. 4.3. Schemat funkcjonalny woltomierza cyfrowego

Z pojęciem sygnału cyfrowego wiąże się pojęcie kodu, za pomocą którego sygnał analogowy jest zapisany cyfrowo. Na ogół kod sygnału na wyjściu przetwornika A/C jest inny niż kod, który jest zrozumiały przez wyświetlacz cyfrowy. Dekoder jest urządzeniem zmieniającym rodzaj kodu, w którym jest zapisywany sygnał analogowy. Całością pracy urządzenia steruje układ sterujący. Za pomocą tego układu zmienia się zakres pomiarowy woltomierza (przez wybór odpowiedniego tłumienia lub wzmocnienia w układzie wejściowym). Układ steruje także pracą przetwornika A/C zmieniając jego rozdzielczość oraz czas przetwarzania, itd.

Podstawowym blokiem woltomierza jest przetwornik A/C. Obecnie stosuje się przetworniki wielokrotnego całkowania i przetworniki kompensacyjne. Woltomierze cyfrowe są dokładniejsze niż analogowe. Ich dokładność jest ograniczona głównie przez część analogową przyrządu.

Woltomierze wielkiej częstotliwości (w.cz.) posiadają przetwornik AC/DC wykonany zwykle w postaci sondy (często detektor szczytowy lub międzyszczytowy). Sondę włącza się do obwodu pomiarowego za pomocą krótkiego grotu, w który sonda jest wyposażona. Grot ten ma długość rzędu półtora do trzech centymetrów i w zasadzie pełni funkcję przewodu pomiarowego. Jego długość ogranicza do minimum indukcyjność doprowadzeń. Sonda posiada metalową obudowę, która ekranuje przetwornik AC/DC od pól zakłócających. Obudowę sondy łączy się dodatkowym przewodem z masą układu pomiarowego oraz masą układu. Rozwiązanie takie poprawia charakterystykę częstotliwościową całego układu. Nie jest ona ograniczona ani charakterystyką częstotliwościową obwodów wejściowych, ani wzmacniacza. Mogą być one wykonane na prąd stały. Niweluje się także wpływ przewodów pomiarowych na pracę układu. Niestety umieszczenie przetwornika AC/DC w sondzie powoduje, że najczęściej jest on pasywny a to sprawia, że nie ma możliwości pomiaru małych napięć. Napięcie podawane na przetwornik nie jest także wstępnie tłumione, a więc zakres mierzonych napięć jest ograniczony od góry odpornością cieplną elementów użytych do budowy przetwornika. Woltomierze wykonane w ten sposób mierzą napięcie w zakresie częstotliwości od

1 kHz do kilku GHz o wartości od kilku do kilkunastu woltów. W woltomierzach cyfrowych następuje przetwarzanie napięcia przemiennego na napięcie stałe i pomiar wartości tego napięcia metodą cyfrową. Zasadniczym elementem woltomierza cyfrowego napięcia stałego jest przetwornik analogowo-cyfrowy (A/C). Jest wiele rozwiązań tego typu przetworników. Najbardziej rozpowszechnionymi w konstrukcjach woltomierzy są przetworniki A/C podwójnego i potrójnego całkowania oraz kompensacji wagowej. Obecnie woltomierze cyfrowe wykonywane są w technice mikroprocesorowej, co umożliwia sprawniejszą komunikację takiego przyrządu, np. z komputerem i zapamiętywanie całych serii pomiarów oraz wykonywanie wstępnych obliczeń matematycznych.

Istnieją także inne, mniej popularne rozwiązania woltomierzy. Należą do nich woltomierze z przetwornikami termoelektrycznymi nie posiadające wysokiej klasy, ale mające bardzo szerokie pasmo częstotliwościowe poprawnej pracy (do kilkudziesięciu MHz), woltomierze selektywne homodynowe oraz woltomierze wektorowe i kompensacyjne.

4.2.2. Wymagania stawiane woltomierzom

Na rynku występuje duża liczba różnych konstrukcji tych przyrządów oferowanych przez rozmaitych producentów. Przystępując do pomiaru należy w sposób właściwy dobrać woltomierz do określonego zadania pomiarowego. Do podstawowych parametrów woltomierzy należą: zakres pomiarowy, dokładność, zakres częstotliwości mierzonego napięcia, typ przetwornika napięcia zmiennego na stałe, rezystancja (impedancja) wejściowa, charakter podziałki (równomierna lub nierównomierna), czułość i stała podziałki, zdolność rozdzielcza (rozdzielczość).

Idealny woltomierz powinien mieć szeroki zakres pomiarowy, dużą dokładność, jak najszerszy zakres częstotliwości, dużą rezystancję (w woltomierzach napięcia zmiennego reaktancja powinna być równa zero), równomierną podziałkę, dużą czułość i rozdzielczość, znaczną odporność na przeciążenie i zakłócenia, a przetwornik AC/DC najlepiej żeby był przetwornikiem wartości skutecznej.

Zakres pomiarowy nominalny (znamionowy) – jest definiowany, jako różnica między największą i najmniejszą wartością, którą danym woltomierzem można zmierzyć. Zakres nominalny woltomierza najczęściej oznaczany jest jako U_N . Bardzo często parametr ten podaje się tylko za pomocą wartości największego wskazania (ze względu na to, że wartość najmniejsza jest zwykle bliska zeru). Zakres pomiarowy jest ograniczony od dołu rozdzielczością i dokładnością przyrządu oraz poziomem szumów własnych i innych zakłóceń. Od góry zakres pomiarowy jest ograniczony odpornością energetyczną elementów użytych do jego konstrukcji (szczególnie obwodów wejściowych – wejściowy dzielnik napięcia, wzmacniacz wejściowy, ewentualnie przetwornik AC/DC, jeżeli występuje na wejściu woltomierza). Obecnie woltomierzami dokonuje się pomiarów napięcia od nanowoltów (nanowoltomierze selektywne) do około tysiąca woltów.

Istnieje możliwość zwiększania górnej granicy zakresu pomiarowego np. przez:

- włączanie szeregowo do woltomierza rezystorów dodatkowych o znanej wartości zwanych posobnikami (do kilku kilowoltów), np. zastosowanie posobnika o rezystancji równej rezystancji wejściowej woltomierza zwiększa jego zakres pomiarowy dwukrotnie;
- zastosowanie przekładników napięciowych (do kilkuset kilowoltów), które są bardzo dokładnie wykonanymi transformatorami obniżającymi napięcie.

Dokładność – jest pojęciem jakościowym a nie ilościowym. Do ilościowego określenia dokładności stosuje się parametr nazywany klasą dokładności przyrządu pomiarowego (przyrządy analogowe) lub błąd podstawowy przyrządu pomiarowego (przyrządy cyfrowe). Ograniczona dokładność przyrządów wynika z braku powtarzalności parametrów elementów wykorzystanych przy konstrukcji woltomierzy, nieliniowość charakterystyk przetwarzania bloków funkcjonalnych itp.

Czułość i stała woltomierza – charakteryzują właściwości statyczne przyrządu pomiarowego.

Charakterystyka przetwarzania przyrządu pomiarowego jest zależnością wskazania przyrządu Y od wartości mierzonej wielkości X , co możemy zapisać w postaci:

$$Y = f(X) \quad (4.18)$$

Natomiast czułość przyrządu pomiarowego jest określona w postaci wyrażenia:

$$S = \frac{dY}{dX} \quad (4.19)$$

a przy założeniu liniowości charakterystyki przetwarzania i przechodzeniu jej przez początek układu współrzędnych (zerowy błąd przesunięcia zera), czułość można zapisać jako:

$$S = \frac{Y}{X} \quad (4.20)$$

W praktyce parametr ten jest określany przez wyznaczenie wartości napięcia, które spowoduje zmianę wskazań przyrządu o elementarną działkę. Odwrotnością czułości jest **stała woltomierza**:

$$C = \frac{1}{S} \quad (4.21)$$

Zdolność rozdzielcza (rozdzielczość) – jest to najmniejsza różnica wartości wielkości mierzonej powodująca rozróżnialną zmianę wskazania przyrządu (dla przyrządów cyfrowych jest to zmiana wskazania o najmniej znaczącą cyfrę). Rozdzielczość przyrządu ma ten sam wymiar co jego czułość, a w przypadku przyrządów cyfrowych rozdzielczość jest równa czułości przyrządu.

Dla przyrządów analogowych, rozdzielczość woltomierza jest od 2 do 10 razy większa od jego czułości. Zależy to od odległości między elementarnymi działkami na podzielni przyrządu. Rozdzielczość jest podawana w jednostkach wielkości mierzonej a w przypadku przyrządów cyfrowych może być podana w postaci liczby cyfr wyświetlacza, za pomocą których jest zobrazowywany wynik pomiaru, np. cztery cyfry (4'') oznacza, że wynik jest zobrazowywany na wyświetlaczu czterocyfrowym, przy czym każda z cyfr może się zmieniać w zakresie $0 \div 9$.

Rozdzielczość można obliczyć ze wzoru:

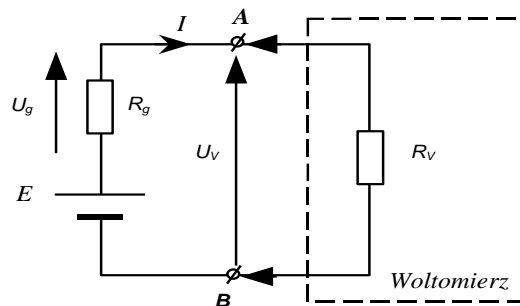
$$q = \frac{U_N}{10^n} \quad (4.22)$$

gdzie: n - oznacza liczbę cyfr wyświetlacza.

Spotyka się też oznaczenie cztery i pół cyfry (4,5"). Oznacza to, że wynik pomiaru jest zobrazony za pomocą pięciu cyfr, ale najbardziej znacząca cyfra może przyjmować tylko wartości 0 lub 1. Określenie, przyrząd o rozdzielczości cztery i trzy czwarte cyfry ($4\frac{3}{4}$ ") oznacza, że najbardziej znacząca cyfra może przyjmować jeszcze inne wartości oprócz 0 i 1, np. 2, 3 rzadziej 4 i 5.

4.2.3. Wpływ charakteru źródła na dokładność pomiaru napięcia

Rozpatrzmy obwód elektryczny jak na rysunku 4.4. Źródło mierzonego napięcia w ogólnym przypadku można przedstawić jako źródło siły elektromotorycznej E o rezystancji wewnętrznej R_g .



Rys. 4.4. Schemat zastępczy obwodu elektrycznego przy pomiarze napięcia

Jeżeli źródło jest nieobciążone, tzn. między punktami AB jest rozwarcie, to prąd w obwodzie nie płynie a napięcie $U_{AB} = E$. Jeżeli do zacisków AB dołączymy jednak jakąś rezystancję (np. R_v), to popłynie prąd o natężeniu równym:

$$I = \frac{E}{R_g + R_v} \quad (4.23)$$

Wskazanie woltomierza będzie równe napięciu, jakie zostanie wywołane przez przepływ prądu przez rezystancję R_v

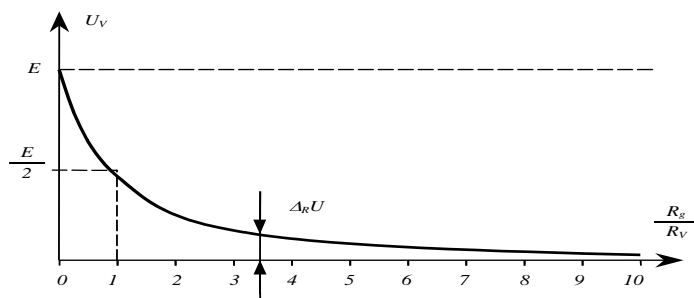
$$U_v = I \cdot R_v \quad (4.24)$$

Podstawiając wyrażenie 4.23 do powyższego wzoru otrzymamy:

$$U_v = E \frac{R_v}{R_v + R_g} = \frac{E}{1 + \frac{R_g}{R_v}} \quad (4.25)$$

Tak więc, napięcie zmierzone woltomierzem o rezystancji R_v obarczone jest błędem $\Delta_R U$, którego wartość jest zależna od stosunku rezystancji źródła mierzonego napięcia R_g do rezystancji wol-

tomierza. Wartość tego błędu jest równa spadkowi napięcia na rezystancji źródła mierzonego napięcia. Na rys. 4.5 pokazano zmianę wskazania woltomierza w zależności od stosunku R_g do R_V .



Rys. 4.5. Zależność $U_V = f(R_g / R_V)$

Z powyższego wykresu widać, że *im wartość rezystancji woltomierza jest większa w stosunku do rezystancji źródła mierzonego napięcia, tym wskazanie woltomierza jest obarczone mniejszym błędem*. Uwzględnienie wpływu wartości rezystancji źródła napięcia na wskazanie woltomierza ma decydujący wpływ na dokładność jego pomiaru. Pomiar napięcia woltomierzem o rezystancji (impedancji) wejściowej równej rezystancji źródła napięcia mierzonego, powoduje powstanie błędu równego 50%. Nie można jednoznacznie stwierdzić, jaka powinna być wartość stosunku R_g/R_V .

Przyjmuje się zasadę, że wartość błędu dodatkowego $\Delta_R U$ nie powinna być większa od błędu podstawowego woltomierza (wynikającego z jego klasy). W tabeli 4.2. podano maksymalne wartości stosunku R_g/R_V dla woltomierzy o danej klasie (wartości błędu podstawowego).

Tabela 4.2 Maksymalne wartości stosunku R_g/R_V dla woltomierzy o danej klasie

| Klasa (błąd podstawowy) | R_g/R_V |
|-------------------------|----------------|
| % | $\Omega\Omega$ |
| 5 | 0,05 |
| 2 | 0,02 |
| 1 | 0,01 |
| 0,5 | 0,005 |
| 0,2 | 0,002 |
| 0,1 | 0,001 |
| 0,05 | 0,0005 |
| 0,02 | 0,0002 |
| 0,01 | 0,0001 |

Analizując wartości podane w tabeli 4.2. można stwierdzić, że wartość stosunku R_g/R_V powinna być 100 razy mniejsza niż błąd podstawowy woltomierza. Warunek ten można zapisać w postaci:

$$\left(\frac{R_g}{R_v} \right) \leq \frac{k l.d}{100} \quad (4.26)$$

Mnożąc obie strony wyrażenia 4.25. przez mianownik, otrzymamy wzór na wartość E .

$$E = U_v + U_v \frac{R_g}{R_v} = U_v + \Delta_R U \quad (4.27)$$

gdzie:

$$\Delta_R U = U_v \frac{R_g}{R_v} \quad (4.28)$$

nazywamy ***błędem dodatkowym od rezystancji źródła mierzonego napięcia***. Ma on charakter systematyczny i jest błędem metody. Można go wyeliminować, jeżeli zna się strukturę obwodu, w którym dokonuje się pomiaru napięcia oraz rezystancję wejściową woltomierza.

4.2.4. Wpływ kształtu mierzonego napięcia na dokładność pomiaru

Woltomierz napięcia przemiennego w najogólniejszym przypadku składa się z:

- przetwornika AC/DC;
- wzmacniacza;
- woltomierza napięcia stałego.

Większość woltomierzy (z wyjątkiem woltomierzy impulsowych) skaluje się w wartościach skutecznych napięcia sinusoidalnego. Natomiast przetworniki AC/DC mogą być następujących typów:

- wartości skutecznej;
- wartości średniej (dwupołówkowej);
- wartości szczytowej.

O woltomierzach zawierających odpowiednie typy przetworników mówi się, że są (odpowiednio) woltomierzami wartości skutecznej, średniej lub szczytowej, mimo że są one wyskalowane w wartościach skutecznych przebiegu sinusoidalnego.

Woltomierz wartości średniej - zawiera przetwornik wartości średniej na ogół dwupołówkowej. Jest to przetwornik, na którego wyjściu pojawia się napięcie stałe o wartości równej lub proporcjonalnej do wartości średniej dwupołówkowej napięcia przemiennego na wejściu przetwornika; Aby woltomierz z takim przetwornikiem, mógł poprawnie wskazywać wartość skuteczną przebiegu sinusoidalnego musi zostać przeskalowany z uwzględnieniem współczynnika kształtu sinusoidy. Można to zrobić:

- przez zastosowanie wzmacniacza o współczynniku wzmocnienia równym $k_{ks} = 1,11$;
- graficznie na podziałce wskaźnika.

Gdyby nie dokonano takiego przeskalowania woltomierz wskazywałby wartość średnią dwupółkową poprawnie niezależnie od kształtu mierzonego napięcia przemiennego (pod warunkiem, że byłoby ono symetryczne, tzn. taki sam kształt obydwu połówek).

Przeskalowanie takie powoduje, że przy pomiarze napięć o kształcie innym niż sinusoidalny woltomierz nie wskazuje żadnej z wartości charakterystycznych napięcia zmiennego. Aby wartości te poprawnie wyznaczyć należy dokonać pewnych operacji matematycznych z uwzględnieniem współczynnika kształtu sinusoidy oraz współczynników kształtu i uśredniania mierzonego napięcia. Sposób wyznaczenia tych wartości przedstawiono w tabeli 4.3.

Tabela 4.3. Wartości charakterystyczne napięcia

| Typ woltomierza | Wartość średnia U_{srII} | Wartość skuteczna U | Wartość szczytowa U_m |
|---------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Wartości średniej | $\frac{\alpha}{k_{ks}}$ | $\frac{\alpha}{k_{ks}} \cdot k_k$ | $\frac{\alpha}{k_{ks}} \cdot k_u$ |
| Wartości skutecznej | $\frac{\alpha}{k_k}$ | α | $\alpha \cdot k_a$ |
| Wartości szczytowej | $\frac{\alpha \cdot k_{as}}{k_u}$ | $\frac{\alpha \cdot k_{as}}{k_a}$ | $\alpha \cdot k_{as}$ |

α - wskazanie woltomierza;

k_{ks} , k_{as} – współczynnik kształtu i amplitudy sinusoidy;

k_u , k_k , k_a – współczynniki uśredniania, kształtu i amplitudy napięcia symetrycznego o dowolnym kształcie.

Woltomierz wartości skutecznej - zawiera przetwornik wartości skutecznej. Jest to przetwornik, na którego wyjściu pojawia się napięcie stałe o wartości równej lub proporcjonalnej do wartości skutecznej napięcia przemiennego na jego wejściu;

Woltomierz z takim przetwornikiem wskazuje poprawnie wartość skuteczną napięcia niezależnie od jego kształtu pod warunkiem, że jest ono symetryczne (obydwie połówki mają ten sam kształt). W celu wyznaczenia innych wartości charakterystycznych dla mierzonego napięcia należy dokonać odpowiednich operacji matematycznych z uwzględnieniem współczynnika kształtu i amplitudy mierzonego napięcia. Sposób wyznaczenia tych wartości przedstawiono w tabeli 4.3.

Woltomierz wartości szczytowej - zawiera przetwornik wartości szczytowej w układzie równoległym. Jest to przetwornik, na którego wyjściu pojawia się napięcie stałe o wartości równej lub proporcjonalnej do amplitudy napięcia przemiennego na wejściu przetwornika. W związku z tym podobnie, jak w przypadku woltomierza wartości średniej musi nastąpić przeskalowanie woltomierza tak, aby mógł on poprawnie wskazywać wartość skuteczną dla napięcia sinusoidalnego. Prze-

skalowanie może się odbyć za pomocą wzmacniacza (tłumika) o współczynniku wzmocnienia równym $k_{as} = 0,707$ lub graficznie na podziałce wskaźnika. Przeskalowanie takie powoduje to, że woltomierz wskazuje poprawnie wartość skuteczną tylko w przypadku napięcia sinusoidalnego symetrycznego. W przypadku napięcia o innym kształcie nie wskazuje poprawnie żadnej z wartości charakterystycznych. Aby wartości te wyznaczyć należy dokonać przekształceń matematycznych z uwzględnieniem współczynnika amplitudy sinusoidy oraz współczynnika amplitudy i uśredniania dla mierzonego napięcia. Sposób wyznaczenia tych wartości przedstawiono w tabeli 4.3.

4.2.5. Pomiar napięcia przemiennego ze składową stałą

W układach wejściowych większości współczesnych woltomierzy znajdują się elementy wycinające z mierzonego sygnału składową stałą. Ma to na celu zabezpieczenie obwodów wejściowych woltomierza przed zniszczeniem. Ale składowa stała może mieć znaczną wartość, wywołującą określony skutek cieplny w obwodzie woltomierza. Jednak, w dużej części pomiarów, interesujące są wartości składowej zmiennej sygnału. Wprawdzie ważnym jest to, jaki skutek cieplny będzie wywoływała w układzie suma składowej stałej i zmiennej, ale z tym można sobie poradzić wykonując osobno pomiar woltomierzem wartości skutecznej oraz woltomierzem napięcia stałego a następnie podstawiając wyniki pomiarów do wyrażenia:

$$U_{ACDC} = \sqrt{U_{DC}^2 + U_{AC}^2} \quad (4.29)$$

Niektóre woltomierze wykonują tę operację automatycznie, np. Fluke 45.

4.2.6. Oscyloskopowe pomiary napięć

Oscyloskop analogowy umożliwia natychmiastową (w czasie rzeczywistym) obserwację na ekranie kształtu badanego przebiegu. Mierzony sygnał doprowadzany jest do wejścia Y i poprzez wzmacniacz tego kanału do lampy oscyloskopowej. Jednocześnie do lampy oscyloskopowej poprzez wzmacniacz kanału X jest doprowadzane piłokształtne napięcie tzw. podstawy czasu. Wytwarzane jest ono przez generator podstawy czasu i jest zsynchronizowane z przebiegiem badanym. Aby obraz na ekranie był nieruchomy, napięcie piłokształtne musi być powtarzane z taką samą częstotliwością jak napięcie badane. Zapewnia to kanał synchronizacji i wyzwalania podstawy czasu sterowany częścią sygnału badanego. Elektroniczny przełącznik kanałów umożliwia jednoczesną obserwację dwóch przebiegów na ekranie lampy jednostrumieniowej. Przełączanie kanałów może być przemienne (ALT – alternating) lub siekane (CHOP – chopped). Oscyloskop zapewnia możliwość obserwacji sygnałów elektrycznych, ale może spełniać także funkcję woltomierza, a zatem

mierzyć amplitudę napięcia stałego oraz zmiennego. Typowym oscyloskopem można dokonywać pomiarów napięć okresowych o częstotliwościach do kilkudziesięciu megaherców (np. 20 MHz) i amplitudach do kilkuset woltów. W celu uzyskania maksymalnej dokładności pomiarów, należy przestrzegać zasad pomiarów:

- obraz mierzonego przebiegu ze względu na zniekształcenia przy krańcach ekranu, powinien zajmować nie więcej niż 75 % wysokości lub szerokości ekranu;
- obraz na ekranie należy dobrze zogniskować;
- z pomiaru należy wyeliminować grubość linii, odczytując wartość odchylenia w kierunku pionowym przy tej samej krawędzi linii obrazu (zawsze górnej lub zawsze dolnej);
- pamiętać o wpływie nierównomierności charakterystyki częstotliwościowej wzmacniaczy kanału odchylenia pionowego na dokładność pomiaru przebiegów o różnych częstotliwościach i czasie trwania;
- sondę pomiarową (jeżeli jest używana) należy łączyć jak najkrócej do obu punktów, między którymi mierzymy napięcie.

Za pomocą oscyloskopu można zmierzyć amplitudę U_m lub wartość międzyszczytową U_{p-p} obserwowanego przebiegu. W przypadku pomiaru napięcia sinusoidalnego najdogodniej jest zmierzyć wartość międzyszczytową przebiegu. W tej metodzie za pomocą pomocniczej skali nałożonej na ekran określa się w centymetrach (lub w działkach) długość pionowego odcinka l_y pomiędzy maksymalnymi (dodatnim i ujemnym) odchyleniami przebiegu i mnoży przez współczynnik czułości S_y (z ewentualnym uwzględnieniem tłumienia sondy - jeśli w pomiarze była wykorzystywana) kanału odchylenia pionowego.

Ponieważ odchylenie strumienia elektronów następuje zarówno pod wpływem półokresów dodatnich i ujemnych przebiegu badanego, to przy międzyszczytowym pomiarze przebiegu wartość skuteczna mierzonego napięcia zmiennego określana jest z zależności:

$$U = \frac{l_y S_y}{2\sqrt{2}} \quad (4.30)$$

gdzie:

l_y - odległość pionowa pomiędzy maksymalnymi wychyleniami (dodatnim i ujemnym) obserwowanego przebiegu;

S_y - czułość kanału odchylenia pionowego (np. w V/cm).

Sposób podłączenia badanego układu do oscyloskopu może mieć istotny wpływ na dokładność pomiarów. Aby zminimalizować wpływ zakłóceń zewnętrznych, spowodowanych sprzężeniem indukcyjnym lub pojemnościowym, należy stosować ekranowane kable pomiarowe.

Układ wejściowy i przełącznik elektroniczny oscyloskopu cyfrowego pełnią podobną funkcję jak w oscyloskopie analogowym. Możliwości pomiarowe oscyloskopu cyfrowego zależą od właściwości obwodu wejściowego, rozdzielczości i szybkości działania przetwornika analogowo-cyfrowego oraz od parametrów pamięci cyfrowej. Badany sygnał po spróbkowaniu i przetworzeniu na postać cyfrową, jest wpisywany do pamięci cyfrowej. Na danych w pamięci cyfrowej można dokonać określonych działań matematycznych, a po przetworzeniu danych cyfrowych można te wyniki wyświetlić na ekranie oscyloskopu. Dzięki zastosowaniu kursorów eliminuje się niepewność odczytu wartości na ekranie oraz minimalizuje się wpływ nieliniowości lampy oscyloskopowej. Kursory są to rozjaśnione punkty, tworzące proste linie pionowe i poziome. Kursory można przemieszczać na ekranie ręcznie lub automatycznie, stosownie do zadanej funkcji pomiarowej np. Wskazanie wartości międzyszczytowej lub skutecznej. Odległość między kursorami jest wskazywana na ekranie w postaci cyfrowej. Niepewność pomiaru napięcia wynosi 0,5 – 2%. W celu zminimalizowania liczby pokręteł i ułatwienia obsługi oscyloskopu cyfrowego stosuje się ekrany dotykowe.

4.3. Badania laboratoryjne

Cel ćwiczenia:

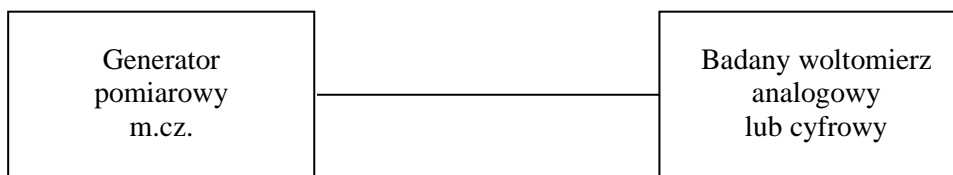
- poznanie parametrów napięć przemiennych,
- poznanie typów woltomierzy napięć przemiennych,
- poznanie wymagań stawianych woltomierzom napięć przemiennych,
- zapoznanie z metodami pomiarów napięć przemiennych.

Wykaz przyrządów na stanowisku pomiarowym

| Lp. | Nazwa przyrządu |
|-----|---------------------------|
| 1 | Generator funkcyjny |
| 2 | Generator cyfrowy |
| 3 | Multimetr analogowy |
| 4 | Multimetr cyfrowy |
| 5 | Oscyloskop |
| 6 | Woltomierz cyfrowy |
| 7 | Zasilacz napięcia stałego |

Przebieg ćwiczenia:

1. Dobór zakresu pomiarowego do wartości mierzonego napięcia



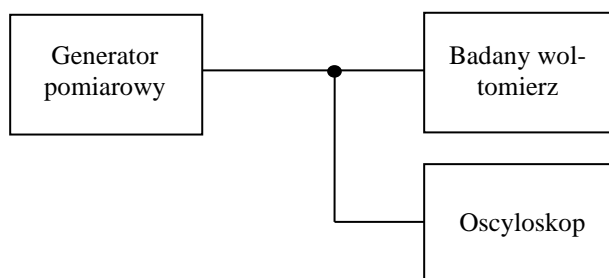
Rys. 4.6. Układ do pomiaru napięcia przemiennego

Dokonać pomiaru 10 różnych wartości napięć generatora. SEM generatora zmieniać w zakresie $0,1 U_{z \text{ gen.}} \div U_{z \text{ gen.}}$ ze skokiem $0,1 U_{z \text{ gen.}}$. Wartości zmierzone jako wartości U_V zapisać w tabeli. Częstotliwość $f = 1 \text{ kHz}$. Określić błędy graniczne $\Delta_g U$ wynikające z dokładności użytego przyrządu, którymi obarczone były pomiary napięcia generatora, niepewności standardowe $u_B(U_m)$ oraz procentowe dokładności tych pomiarów δ_U wg zależności:

$$u_B(U_V) = \frac{\Delta_g U}{\sqrt{3}}$$
$$\delta_U = \frac{u_B(U_V)}{U_V} \cdot 100\% .$$

Błąd graniczny $\Delta_g U$ **nie jest** różnicą pomiędzy wartością SEM a wartością zmierzoną wyznacza się go w oparciu o zapisane w tabeli na str. 2 formuły określania dokładności. Obliczenia wykonać dla woltomierza analogowego i cyfrowego pamiętając o zasadach podawania niepewności wyników pomiarów. Na podstawie wypełnionych tabel wykreślić zależności δ_U w funkcji U_m . Zapisać wskazania dotyczące doboru zakresu woltomierza do wartości mierzonego napięcia i uzasadnić je.

2. Wpływ częstotliwości mierzonego napięcia na dokładność pomiaru



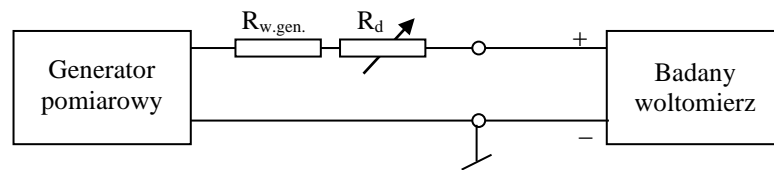
Rys. 4.7. Układ do badania wpływu częstotliwości na mierzone napięcie

Dokonać pomiaru napięć harmoniczných generatora odpowiadających ustalónemu przez prowadzącego zajęć położeniu pokręćła regulatora napięcia wyjściowego o podanych częstotliwościach. Wartości zmierzone wpisać do tabeli jako U_V . Określić wyniki pomiarów jako wyrażenie:

$$\text{wynik} = U_V \pm u_B(U_V),$$

gdzie $u_B(U_V)$ jest niepewnością standardową pomiaru. Pamiętać o zasadach zaokrąglania wyników.

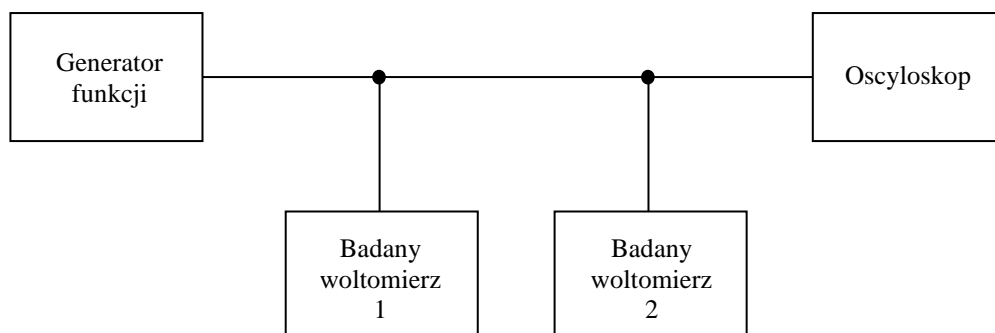
3. Wpływ impedancji wewnętrznej źródła mierzonego napięcia na dokładność pomiaru



Rys. 4.8. Układ do badania wpływu rezystancji wewnętrznej na mierzone napięcie

Dokonać pomiaru napięcia harmonicznego źródła o regulowanej rezystancji wewnętrznej $R_w = R_{wgen} + R_d$ dla różnych wartości rezystancji R_d . Wartości zmierzone zanotować jako U_m . Obliczyć moduły impedancji wejściowych wybranych woltomierzy $|Z_{we}|$ - należy przyjąć, że od strony źródła woltomierz stanowi równoległe połączenie rezystancji i pojemności. Narysować zmianę wskazania (czyli U_m) w funkcji stosunku $R_w / |Z_{we}|$, gdzie $R_w = R_d + 600 \Omega$ (lub $R_w = R_d + 50 \Omega$) dla obydwu częstotliwości. Nanieść SEM źródła napięcia. Dla przypadku częstotliwości 1 kHz oszacować ile razy impedancja wejściowa woltomierza musi być większa od impedancji źródła aby spadek dokładności wskazań ze wzrostem R_w był nie większy niż o 10%. Wyciągnąć wnioski co do wpływu częstotliwości mierzonego napięcia na wartość impedancji wejściowej woltomierza.

4. Wpływ kształtu mierzonego napięcia na dokładność pomiaru



Rys. 4.9. Układ do badania wpływu kształtu na mierzone napięcie

Zanotować wskazania α woltomierzy z różnymi typami przetworników AC/DC przy pomiarach napięcia sinusoidalnego, trójkątnego i prostokątnego. Kontrolować stałość wartości międzyszczytowej SEM np. $SEM_{p-p} = 6 \text{ V}$ przy zmianie kształtu napięcia za pomocą dołączonego oscyloskopu. Obliczyć wartości charakterystyczne napięć: wartość średnią, skuteczną i szczytową. W sprawozdaniu przedstawić zależności, według których wyznaczono te wartości.

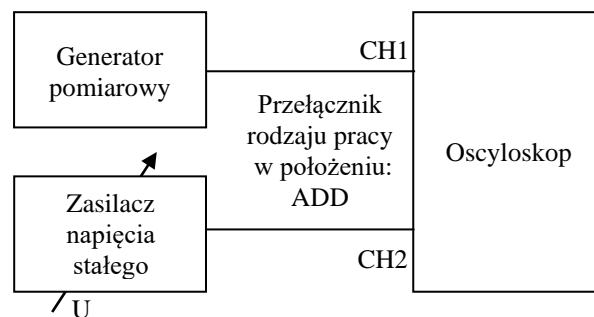
5. *Pomiary napięcia okresowego metodami oscyloskopowymi.*

A) *Pomiar napięcia m.cz.*

B) *Pomiar napięcia w.cz.*

C) *Pomiary napięć odkształconych*

6. *Metoda przesunięcia pionowego* (tryb pracy ADD oscyloskopu)



Rys. 4.10. Układ do badania metody przesunięcia pionowego

A) *Pomiar napięcia sinusoidalnego w.cz.*

B) *Pomiary napięć odkształconych*

Opracowanie sprawozdania:

1. Wykonać wymagane obliczenia, a ich wyniki zamieścić w odpowiednich tabelach.
2. Zamieścić wymagane wykresy (odpowiednio opisane).
3. Przeanalizować otrzymane wyników pomiarów.
4. Sformułować wnioski wynikające z przeprowadzonych pomiarów i obliczeń.

Przykładowe pytania kontrolne:

1. Omówić definicje oraz sens fizyczny wartości charakterystycznych napięcia zmiennego (wartość średnia, skuteczna i szczytowa).
2. Scharakteryzować parametry użytkowe woltomierzy napięć zmiennych.
3. Omówić rolę, budowę i zasadę działania przetworników prostownikowych AC/DC w woltomierzach napięć zmiennych.

4. Omówić budowę (schematy blokowe) i zasadę działania elektronicznych woltomierzy analogowych.
5. Omówić wpływ impedancji wewnętrznej woltomierza na jego wskazania.
6. Omówić wpływ kształtu mierzonego napięcia na wskazania woltomierzy.
7. Omówić wpływ częstotliwości mierzonego napięcia na wskazania woltomierzy.

4.4 Literatura

1. A. Chwaleba, M. Poniński, A. Siedlecki: *Metrologia elektryczna*, Wyd. 10, WNT, 2010.
2. W. Kwiatkowski: *Miernictwo elektryczne. Analogowa technika pomiarowa*, Ofic. Wyd. PW, Warszawa 1999.
3. J. Piotrowski: *Podstawy miernictwa*, Wyd. Politechniki Śląskiej, Gliwice 1997.
4. M. Stabrowski: *Cyfrowe przyrządy pomiarowe*, PWN, Warszawa 2002.
5. M. Stabrowski: *Miernictwo elektryczne. Cyfrowa technika pomiarowa*, Ofic. Wyd. PW, Warszawa 1994.