1、在一个非常大的二维战场区域中，随机均匀投放大量传感器节点。假设单位面积中的传感器的平均数量$\lambda = 0.01$，求任意两个相邻节点之间的平均距离和距离第二近的节点间的平均距离。

第n近的邻居的距离服从概率分布 $f_{r_{n-1}}(r) = e^{-\lambda\pi r^2} \cdot \dfrac{2(\lambda\pi r^2)^n}{r\Gamma(n)}$

平均距离就是这个概率分布的期望，可以用公式 $E(r_{n-1}) = \int_0^\infty r f_{r_{n-1}}(r)dr$ 计算

此外，$\Gamma(n) = (n-1)!$

MATLAB代码：

```
lambda = 0.01;%强度
n = 1; %第n近
f = @(r)  r.*(exp(-1 .* lambda .* pi .* r.^2) .* 2 .* (lambda .* pi .* r.^2).^n)
./ (r .* factorial(n-1));

E = integral(f,0,1000);%用1000代替正无穷

disp(['lambda的值：  ' ,num2str(lambda)]);
disp(['n的的值：  ',num2str(n)]);
disp(E);
```

先来测试一下代码的正确性

根据课程PPT的内容，n=1，强度lambda=0.001时，结果应该是15.8154

6.3 空间点过程数学性质

$$
\begin{aligned}
E(r_0) &= \int_0^{\infty} x \cdot 2\pi\lambda x e^{-\pi\lambda x^2} dx \\
&= \int_0^{\infty} x \cdot 0.006283 x e^{-0.003141 x^2} dx
\end{aligned}
$$

- 数值积分：

```
>> quad(@(x)0.006283*x.^2.*exp(-0.003141*x.^2),0,1000)

ans =

   15.8154
```

网络与信息安全学院
School of Cyber Engineering

修改lambda=0.001，n=1，得到的结果：

```
>> exp3
lambda的值： 0.001
n的的值： 1
   15.8114
```

跟PPT上的基本一样，说明代码没问题

在本题中，lambda=0.01

相邻节点的平均距离（n=1）为：5.0

```
>> exp3
lambda的值： 0.01
n的的值： 1
    5.0000
```

距离第二近的节点的平均距离（n=2）为：7.5

```
>> exp3
lambda的值： 0.01
n的的值： 2
    7.5000
```

2、在一个10000*10000米的区域Φ中，均匀分布2000个无线收发节点。假设在任意时刻平均有一半的节点在发射无线信号，试估计在区域Φ中心位置接收到的干扰信号强度的平均值。假设每个无线节点的发射功率均为P=1，无线信道衰减为$l(x_i, x_j) = \frac{1}{1+\|x_i - x_j\|^\alpha}$，其中$\alpha = 3$。

2000个点里面，只有1000个是有用的，另1000个不发射信号的可以直接忽略。

如果认为这1000个点是服从PPP的，**(如果不服从，我也真不会算了)**

那么 $\lambda = \frac{1000}{10000*10000} = 0.00001$

中心位置的坐标为(0,0)，干扰信号强度可以表示为

$$I = \sum_{(x,y)\in\Phi} P\frac{1}{1+(x^2+y^2)^{\frac{\alpha}{2}}}$$

I是一个随机变量，由坎贝尔定理，

$$E(I) = \lambda\iint_A P\frac{1}{1+(x^2+y^2)^{\frac{\alpha}{2}}}dxdy$$

MATLAB代码：

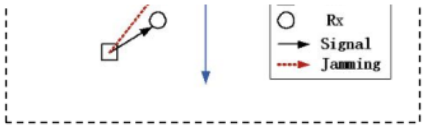
```
lambda = 0.001;%强度
P = 1; %功率
alpha = 4;%衰减因子

expression = @(x,y)((P * lambda)./(1+(x.^2 + y.^2).^(alpha/2)));

I =  dblquad(expression,-10000,10000,-10000,10000)
```

根据课程PPT内容，验证代码正确性

$$\lambda = 0.001, \quad \alpha = 4, \quad P = 1$$



$$\begin{aligned} E(I_j) &= E\Big(\sum_{k \in \Phi} P \cdot \frac{1}{1 + \|x_k - x_j\|^{\alpha}}\Big) \\ &= E\Big(\sum_{x \in \Phi} f(x)\Big) = \lambda \int_{x \in \Phi} f(x) dx \\ &= \lambda \iint_{\Phi} P \frac{1}{1 + (x^2 + y^2)^{\alpha/2}} dx dy \end{aligned}$$

```
>> fun = @(x,y)(0.001./(1+(x.^2+y.^2).^2))

fun =

    @(x,y)(0.001./(1+(x.^2+y.^2).^2))

>> I = dblquad(fun,-10000,10000,-10000,10000)

I =

    0.0053
```

lambda=0.001,alpha=4,P=1时，结果应为0.0053

把参数设置为这些数值，得到了与PPT相同的结果，说明代码应该正确

```
>> exp3

I =

    0.0053
```

在本题中，积分范围为-5000到5000, lambda = 0.00001，alpha = 3 , P=1,将参数设置为这些值

```
lambda = 0.00001;%强度
P = 1; %功率
alpha = 3;%衰减因子

expression = @(x,y)((P * lambda)./(1+(x.^2 + y.^2).^(alpha/2)));

I =  dblquad(expression,-5000,5000,-5000,5000)
```

```
>> exp3

I =

    3.8381e-04
```

得到结果为 $E(I) = 3.8381 \times 10^{-4}$