

Вопросы к экзамену

Дисциплина «Алгебра и геометрия» 2 семестр 2024/2025 уч. г. Направление «Прикладная математика и информатика»

1. Определитель порядка n . Свойства определителя. Вычисление методом Гаусса.
2. Правило Крамера.
3. Разложение определителя по строке (столбцу).
4. Обратная матрица. Теорема об обратной матрице. Способы вычисления A^{-1} .
5. Многочлены и действия с ними. Теорема о делении с остатком.
6. НОД двух многочленов. Алгоритм Евклида.
7. Неприводимые многочлены. Разложение в произведение неприводимых. Неприводимые многочлены над \mathbf{R} и над \mathbf{C} .
8. Корень многочлена. Кратные корни и дифференцирование. Основная теорема алгебры.
9. Задача интерполяции многочленами. Существование и единственность интерполяционного многочлена. Формулы Лагранжа и Ньютона.
10. Определение и примеры линейных пространств. Линейная зависимость и независимость, их свойства.
11. Лемма о двух системах векторов. Базис, размерность, координаты. Понятие о бесконечномерных пространствах.
12. Действия с векторами в координатах. Изоморфизм линейных пространств и его свойства. Теорема об изоморфизме. Примеры изоморфных пространств.
13. Подпространства. Сумма и пересечение подпространств. Теорема о размерностях суммы и пересечения. Прямая сумма подпространств.
14. Ранг матрицы. Теорема о ранге. Методы вычисления ранга матрицы.
15. Определение и примеры линейных операторов. Матрица линейного оператора, ее применение для нахождения координат образа вектора. Изменение матрицы линейного оператора при изменении базиса.
16. Действия с линейными операторами. Матрицы соответствующих операторов.
17. Ядро и образ линейного оператора. Теорема о ранге и дефекте. Определение ранга и дефекта по матрице оператора.
18. Обратный оператор, его линейность. Обратимость и невырожденность. Другие критерии невырожденности оператора.
19. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристический многочлен оператора, независимость от базиса. Вычисление собственных значений и собственных векторов.
20. Определение и примеры евклидовых пространств. Линейная независимость ортогональной системы.
21. Длина и угол в евклидовом пространстве. Неравенство Коши – Буняковского.
22. Ортогональный и ортонормированный базисы в евклидовом пространстве. Преимущества ортонормированного базиса. Ортогонализация Грама – Шмидта.
23. Ортогональное дополнение к подпространству евклидова пространства, его свойства. Две задачи о вычислении ортогонального дополнения в \mathbf{R}^n .
24. Расстояние в евклидовом пространстве. Расстояние от точки до подпространства.
25. Билинейные и квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Критерий Сильвестра положительной определённости квадратичной формы.