

二次函數 1-1 二次函數的圖形與最大值、最小值

選擇

1. 題號：1060312 難易度：易 學習內容：F-9-1

() 下列哪一個函數是 x 的二次函數？

(A) $y = x^2 - (x-1)^2$ (B) $y = 1 - (x-2)^2$

(C) $y = x - 3$ (D) $y = 2$

《答案》B

詳解：(A) $y = 2x - 1$

(B) $y = -x^2 + 4x - 3$

(C) $y = x - 3$

(D) $y = 2$

故選(B)

2. 題號：1060313 難易度：易 學習內容：F-9-1

() 下列哪個函數是 x 的二次函數？

(A) $y = 4 - 3x$ (B) $y = x^2 - (x+5)^2$

(C) $y = x^3 + 7$ (D) $y = 6 - (x+6)^2$

《答案》D

詳解：(A) $y = -3x + 4$ ，為一次函數

(B) $y = -10x - 25$ ，為一次函數

(C) $y = x^3 + 7$ ，為三次函數

(D) $y = -x^2 - 12x - 30$ ，為二次函數

故選(D)

3. 題號：1060316 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 下列各函數圖形中，哪一個有最高點？

(A) $y = (2-x)(2+x)$ (B) $y = x^2$

(C) $y = 1 + 2x^2$ (D) $y = -x$

《答案》A

詳解：(A) $y = -x^2 + 4$

(B) $y = x^2$

(C) $y = 2x^2 + 1$

(D) $y = -x$

x^2 項係數為負數，則圖形開口向下，有最高點
故選(A)

4. 題號：1060317 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 下列各函數圖形中，何者有最低點？

(A) $y = 5 - x^2$ (B) $y = 5x^2$

(C) $y = -5x^2$ (D) $y = -\frac{x^2}{5}$

《答案》B

詳解：(A) $y = -x^2 + 5$

(B) $y = 5x^2$

(C) $y = -5x^2$

(D) $y = -\frac{1}{5}x^2$

x^2 項係數為正數，則圖形開口向上，有最低點
故選(B)

5. 題號：1060318 難易度：中 學習內容：F-9-2

() 在坐標平面上， $(-1, 3)$ 和 $(2, -3)$

在二次函數 $y = ax^2 + c$ 的圖形上，則 $a \times c = ?$

(A) -12 (B) -10 (C) 10 (D) 12

《答案》B

詳解：分別把 $(-1, 3)$ 及 $(2, -3)$ 代入 $y = ax^2 + c$

$$\begin{cases} a + c = 3 \\ 4a + c = -3 \end{cases} \Rightarrow a = -2, c = 5$$

$a \times c = (-2) \times 5 = -10$

故選(B)

6. 題號：1060319 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 下列敘述何者正確？

(A) $y = x^2 + 16$ 的圖形有最高點，其坐標為 $(0, 16)$

(B) $y = -4x^2 - 4$ 的圖形有最低點，其坐標為 $(0, -4)$

(C) $y = 2x^2 + 4$ 的圖形是對稱於 y 軸的線對稱圖形

(D) $y = -2x^2$ 的圖形是對稱於 x 軸的線對稱圖形

《答案》C

詳解：(A) 圖形開口向上，有最低點，坐標為 $(0, 16)$

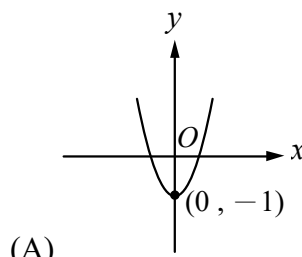
(B) 圖形開口向下，有最高點，坐標為 $(0, -4)$

(D) 圖形是對稱於 y 軸的線對稱圖形

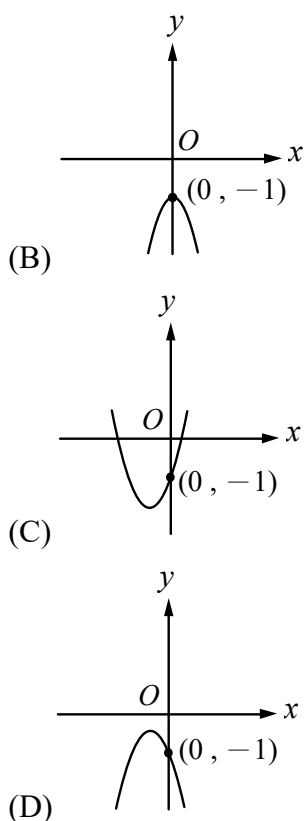
(C) 正確，故選(C)

7. 題號：1060320 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 下列哪一個圖形可能為二次函數 $y = -2x^2 - 1$ 的圖形？



(A)

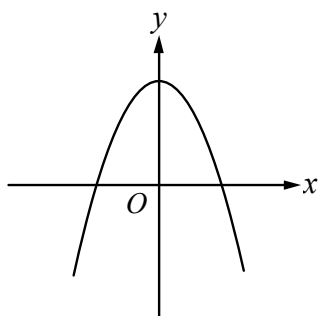


《答案》B

詳解： $y = -2x^2 - 1$ 的圖形開口向下，有最高點，坐標為 $(0, -1)$ ，故選(B)

8. 題號：1060321 難易度：中 學習內容：F-9-2

() 二次函數 $y = ax^2 + c$ 的圖形如下圖所示，則下列何者成立？



- (A) $a > 0, c > 0$ (B) $a < 0, c < 0$
(C) $a > 0, c < 0$ (D) $a < 0, c > 0$

《答案》D

詳解： $y = ax^2 + c$ 的圖形開口向下
 $\Rightarrow x^2$ 項係數 $a < 0$
 最高點坐標 $(0, c) \Rightarrow c > 0$
 故選(D)

9. 題號：1060322 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 下列有關二次函數 $y = -4x^2$ 圖形的敘述，何者錯誤？
 (A) 圖形通過 $(-1, -4)$

- (B) 圖形的開口向上
 (C) 圖形不會通過第一象限
 (D) 圖形的對稱軸是 $x = 0$

《答案》B

10. 題號：1060323 難易度：中 學習內容：F-9-2

() 將二次函數 $y = -3x^2 + c$ 的圖形向下平移 5 個單位，再向上平移 2 個單位，可得新圖形的二次函數為 $y = ax^2 - 4$ ，則 $a + c = ?$
 (A) -4 (B) -2 (C) 2 (D) 4

《答案》A

詳解： $y = -3x^2 + c$ 的頂點坐標為 $(0, c)$
 $y = ax^2 - 4$ 的頂點坐標為 $(0, -4)$
 $\Rightarrow c - 5 + 2 = -4, c = -1$
 $a = -3$
 $\Rightarrow a + c = (-3) + (-1) = -4$
 故選(A)

11. 題號：1060324 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 下列有關二次函數 $y = 2x^2 + 1$ 圖形的敘述，何者錯誤？
 (A) 圖形的開口向上
 (B) 圖形的最低點坐標為 $(0, 1)$
 (C) 圖形的對稱軸方程式為 $y = 1$
 (D) 圖形向下平移 1 個單位可得到一新圖形，且新圖形的函數為 $y = 2x^2$

《答案》C

詳解：(C) 圖形的對稱軸為 y 軸(方程式為 $x = 0$)
 故選(C)

12. 題號：1060325 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 下列各函數圖形中，何者有最高點？
 (A) $y = (3 - x)(3 + x)$ (B) $y = 9x^2$
 (C) $y = 9 + 2x^2$ (D) $y = -9x$

《答案》A

詳解：(A) $y = -x^2 + 9$ ，圖形開口向下，有最高點
 (B) $y = 9x^2$ ，圖形開口向上，有最低點
 (C) $y = 2x^2 + 9$ ，圖形開口向上，有最低點
 (D) $y = -9x$ ，不是二次函數，沒有最高或最低點
 故選(A)

13. 題號：1060326 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 試求二次函數 $y = 2x^2 + 1$ 圖形的最低點坐標為何？
 (A) $(2, 1)$ (B) $(2, 0)$ (C) $(0, 1)$

(D)(0, 2)

《答案》C

詳解： $y=2(x-0)^2+1$

最低點坐標為(0, 1)

故選(C)

14. 題號：1060327 難易度：中 學習內容：F-9-2

() 試求二次函數 $y=-4x^2+7$ 圖形頂點與二次函數 $y=5x^2+8$ 圖形頂點的距離為多少？

(A)1 (B)2 (C)9 (D)15

《答案》A

詳解： $y=-4x^2+7$ ，頂點為(0, 7)

$y=5x^2+8$ ，頂點為(0, 8)

距離為 $8-7=1$

故選(A)

15. 題號：1060328 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 在直角坐標平面上，若將二次函數 $y=x^2+3$ 的圖形向下平移 1 個單位，則可得下列哪一個二次函數的圖形？

(A) $y=x^2-1$ (B) $y=x^2-2$

(C) $y=x^2+2$ (D) $y=x^2+1$

《答案》C

詳解： $y=x^2+(3-1)=x^2+2$

故選(C)

16. 題號：1060329 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 下列哪一個二次函數圖形的開口最大？

(A) $y=\frac{1}{5}x^2+23$ (B) $y=-\frac{2}{3}x^2-50$

(C) $y=3x^2+1$ (D) $y=-5x^2-1$

《答案》A

詳解： $|\frac{1}{5}| < |-\frac{2}{3}| < |3| < |-5|$

所以 $y=\frac{1}{5}x^2+23$ 圖形的開口最大

故選(A)

17. 題號：1060330 難易度：難 學習內容：F-9-2

() 將二次函數 $y=x^2+5$ 的圖形描繪在坐標平面上，再沿著直線 $y+2=0$ 向下摺疊，並將摺疊後的圖形描繪一次，則所得到的痕跡是下列哪一個二次函數的圖形？

(A) $y=x^2-5$ (B) $y=x^2-9$

(C) $y=-x^2-5$ (D) $y=-x^2-9$

《答案》D

詳解： $y=x^2+5$ 的頂點為(0, 5)

以 $y=-2$ 為對稱軸

則二次函數的頂點為(0, -9)，且開口向下

\Rightarrow 二次函數 $y=-x^2-9$

故選(D)

18. 題號：1060331 難易度：中 學習內容：F-9-2

() 已知某二次函數圖形的頂點為(0, -9)，而且其圖形通過(-1, -5)，則此二次函數的圖形必通過下列哪一個點？

(A)(2, 7) (B)(2, 6) (C)(2, 5)

(D)(2, 4)

《答案》A

詳解：設二次函數為 $y=ax^2-9$

將(-1, -5)代入，得 $a=4$

$\Rightarrow y=4x^2-9$

$x=2$ 代入， $y=7$ ，通過點(2, 7)

故選(A)

19. 題號：1060332 難易度：難 學習內容：F-9-2

() 若有一個二次函數圖形的對稱軸為 y 軸，而且其圖形通過(1, 11)與(-2, 20)兩點，則此二次函數的圖形必通過下列哪一個點？

(A)(-3, 35) (B)(-3, 37)

(C)(-3, 39) (D)(-3, 41)

《答案》A

詳解：設二次函數為 $y=ax^2+b$

分別將(1, 11)、(-2, 20)代入

$\begin{cases} a+b=11 \\ 4a+b=20 \end{cases} \Rightarrow a=3, b=8$

\Rightarrow 二次函數 $y=3x^2+8$

$x=-3$ 代入得 $y=35$ ，通過點(-3, 35)

故選(A)

20. 題號：1060333 難易度：中 學習內容：F-9-2

() 已知二次函數 $y=2x^2+c$ 的圖形通過(2, 7)，則最低點為下列何者？

(A)(0, 5) (B)(0, 3) (C)(0, 1)

(D)(0, -1)

《答案》D

詳解：(2, 7)代入 $y=2x^2+c$

得 $c=-1 \Rightarrow y=2x^2-1$

最低點坐標為(0, -1)，故選(D)

21. 題號：1060334 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 下列關於二次函數 $y=-5x^2$ 圖形的敘述，何者錯誤？

- (A)圖形通過 $(-1, -5)$ (B)圖形的開口向上
(C)圖形通過 $(0, 0)$ (D)圖形不會通過第一象限

《答案》B

詳解：(B) $-5 < 0 \Rightarrow$ 圖形開口向下
故選(B)

22. 題號：1060335 難易度：中 學習內容：F-9-2

- () 下列關於二次函數 $y = -4x^2 + 1$ 圖形的敘述，何者錯誤？

- (A)圖形的最高點是 $(0, 1)$
(B)圖形通過 $(\frac{1}{4}, 0)$ 和 $(-\frac{1}{4}, 0)$
(C)圖形的對稱軸是 y 軸
(D)圖形的開口向下

《答案》B

詳解：(B) $x = \frac{1}{4}$ 和 $x = -\frac{1}{4}$ 代入 $y = -4x^2 + 1$
得 $y = \frac{3}{4}$

圖形會通過 $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$ 和 $(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$

故選(B)

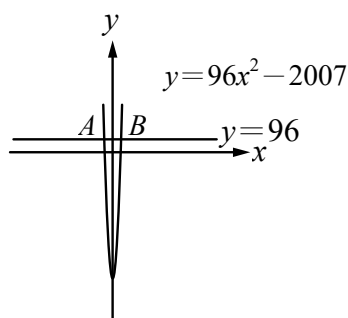
23. 題號：1060336 難易度：中 學習內容：F-9-2

- () 已知二次函數 $y = 96x^2 - 2007$ 的圖形與直線 $y = 96$ 相交於 A 、 B 兩點，則 \overline{AB} 的中點坐標為何？

- (A) $(0, 48)$ (B) $(0, 96)$
(C) $(0, -2007)$ (D) $(0, -4014)$

《答案》B

詳解：依題意畫出簡圖如下：



由於 $y = 96x^2 - 2007$ 的對稱軸為 y 軸
因此 \overline{AB} 的中點必在 y 軸上
而且 \overline{AB} 的中點其 y 坐標必為 96
 $\Rightarrow \overline{AB}$ 的中點坐標為 $(0, 96)$
故選(B)

24. 題號：1060337 難易度：中 學習內容：F-9-2

- () 設直線 $y = -7$ 與二次函數 $A: y = -\frac{2}{3}x^2$ 的圖形交於 A_1 、 A_2 兩點，與二次函數 $B: y = -x^2$ 的圖形交於 B_1 、 B_2 兩點，與二次函數 $C: y = -3x^2$ 的圖形交於 C_1 、 C_2 兩點，則 $\overline{A_1A_2}$ 、 $\overline{B_1B_2}$ 、 $\overline{C_1C_2}$ 的大小關係為何？
(A) $\overline{C_1C_2} > \overline{B_1B_2} > \overline{A_1A_2}$
(B) $\overline{B_1B_2} > \overline{C_1C_2} > \overline{A_1A_2}$
(C) $\overline{A_1A_2} > \overline{B_1B_2} > \overline{C_1C_2}$
(D) $\overline{B_1B_2} > \overline{A_1A_2} > \overline{C_1C_2}$

《答案》C

詳解： $\because |-3| > |-1| > |-\frac{2}{3}|$

\therefore 開口的大小： $A > B > C$

$\Rightarrow \overline{A_1A_2} > \overline{B_1B_2} > \overline{C_1C_2}$

故選(C)

25. 題號：1060338 難易度：中 學習內容：F-9-2

- () 下列關於二次函數 $y = 4x^2 + 3$ 圖形的敘述，何者錯誤？

- (甲)圖形的最低點為 $(0, 3)$
(乙)圖形的最低點為 $(3, 0)$
(丙)圖形的對稱軸為 $y = 0$
(丁)圖形全部都落在 x 軸上方
(戊)圖形通過 $(0, 3)$ 和 $(0, -3)$ 兩點
(A)(甲)(丙)(戊) (B)(乙)(丙)(戊)
(C)(乙)(丁) (D)(丙)(丁)

《答案》B

詳解：(乙)最低點為 $(0, 3)$

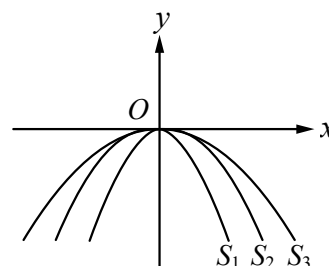
(丙)對稱軸為 $x = 0$

(戊)圖形與 y 軸的交點 $(0, 3)$ ，即圖形只會通過 $(0, 3)$ ，而不會通過 $(0, -3)$

故選(B)

26. 題號：1060339 難易度：中 學習內容：F-9-2

- () 如下圖，若 $y = a_1x^2$ 、 $y = a_2x^2$ 、 $y = a_3x^2$ 的圖形分別為 S_1 、 S_2 、 S_3 ，則 a_1 、 a_2 、 a_3 的大小順序為何？



- (A) $a_2 < a_3 < a_1$ (B) $a_3 < a_2 < a_1$

(C) $a_1 < a_2 < a_3$ (D) $a_1 < a_3 < a_2$

《答案》C

詳解：由於 S_1 的開口最小， S_3 的開口最大
因此 $|a_1| > |a_2| > |a_3| \cdots \cdots ①$

又 S_1 、 S_2 、 S_3 的開口皆向下

所以 a_1 、 a_2 、 a_3 皆為負數 $\cdots \cdots ②$

由①、②可知 $a_1 < a_2 < a_3$

故選(C)

27. 題號：1060340 難易度：難 學習內容：F-9-2

() 若二次函數 $y = ax^2 + c$ 的圖形通過 (p, q) ，則此函數圖形亦會通過下列哪一點？

- (A) $(p, -q)$ (B) $(-p, q)$
(C) $(-p, -q)$ (D) $(p+c, q+c)$

《答案》B

詳解： $y = ax^2 + c$ 圖形的對稱軸是 y 軸

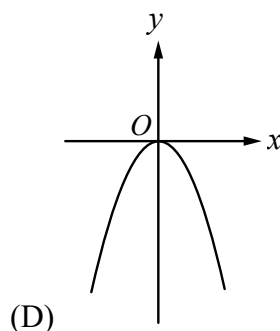
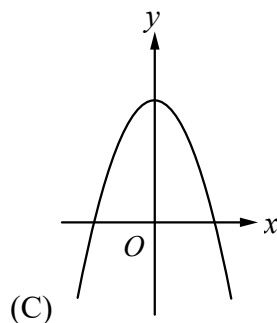
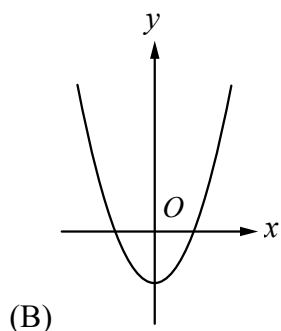
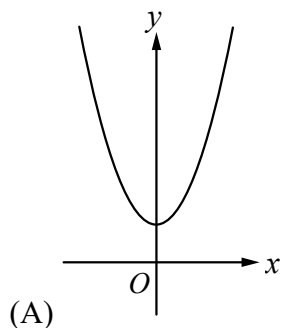
又點 (p, q) 關於 y 軸的對稱點為點 $(-p, q)$

因此 $y = ax^2 + c$ 的圖形亦會通過點 $(-p, q)$

故選(B)

28. 題號：1060341 難易度：難 學習內容：F-9-2

() 若 a 代表一已知數，則下列何者可能為二次函數 $y = ax^2 + a$ 的圖形？



《答案》A

詳解： $\because y = ax^2 + a$ 為二次函數

$\therefore a \neq 0$ ，頂點坐標為 $(0, a)$

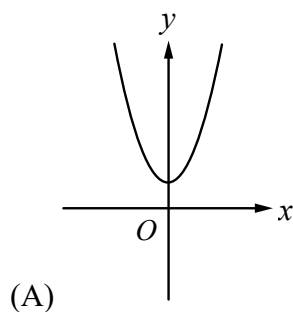
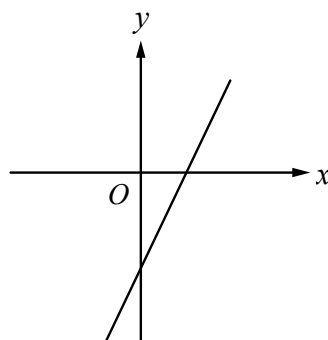
當 $a > 0$ ，圖形開口向上， $(0, a)$ 在 y 軸的正向

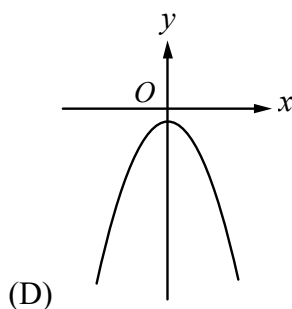
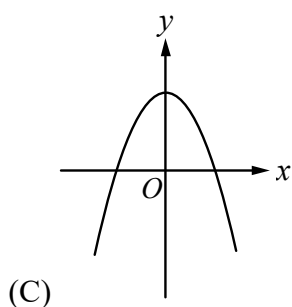
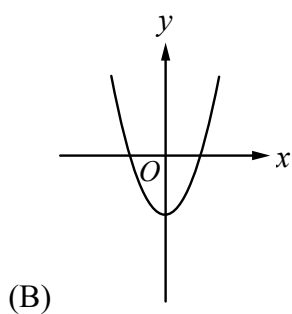
當 $a < 0$ ，圖形開口向下， $(0, a)$ 在 y 軸的負向

故選(A)

29. 題號：1060342 難易度：難 學習內容：F-9-2

() 下圖為直線 $y = ax + b$ 的圖形，則下列何者可能是二次函數 $y = ax^2 + b$ 的圖形？





《答案》B

詳解： $y = ax + b$ 與 x 、 y 軸交於 $(-\frac{b}{a}, 0)$ 、 $(0, b)$

由圖知 $b < 0$ ， $-\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow b < 0, a > 0$

二次函數 $y = ax^2 + b$ ，頂點坐標為 $(0, b)$

$\therefore a > 0, b < 0$

$\therefore y = ax^2 + b$ 的圖形開口向上，頂點在 y 軸的負向

故選(B)

30. 題號：1060343 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 二次函數 $y = -2x^2 + 1$ 圖形的最高點坐標為何？

- (A) $(0, 0)$ (B) $(-2, 1)$ (C) $(0, 1)$
(D) $(0, -1)$

《答案》C

詳解： $y = -2x^2 + 1$ 的頂點(最高點)為 $(0, 1)$
故選(C)

31. 題號：1060344 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 下列何者的圖形開口向上？

- (A) $y = 0.3 - x^2$ (B) $y = 0.3x^2$
(C) $y = -x^2 - 0.3$ (D) $y = -2x^2$

《答案》B

詳解： x^2 項係數 > 0 時，圖形開口向上

(B) $0.3 > 0$

故選(B)

32. 題號：1060345 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 下列二次函數中，何者圖形開口最小？

- (A) $y = -0.5x^2 - 4$ (B) $y = 2 - x^2$
(C) $y = -3x^2 - 1$ (D) $y = -2x^2$

《答案》C

詳解：比較 x^2 項係數

$\therefore |-3| > |-2| > |-1| > |-0.5|$

\therefore 圖形開口大小： $(C) < (D) < (B) < (A)$

故選(C)

33. 題號：1060346 難易度：中 學習內容：F-9-2

() 在坐標平面上， $A(-1, a)$ 與 $B(-a, b)$ 為二次函數 $y = 2x^2$ 圖形上的兩點，則 \overline{AB} 長為何？

- (A) 6 (B) $\sqrt{34}$ (C) $\sqrt{37}$ (D) 7

《答案》C

詳解：將 $A(-1, a)$ 代入 $y = 2x^2$

得 $a = 2$

再將 $B(-2, b)$ 代入 $y = 2x^2$

得 $b = 8 \Rightarrow A(-1, 2)$ 、 $B(-2, 8)$

$\overline{AB} = \sqrt{1^2 + 6^2} = \sqrt{37}$

故選(C)

34. 題號：1060347 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 下列哪一個二次函數圖形的頂點坐標是 $(0, -2)$ ？

- (A) $y = 2x^2$ (B) $y = -2x^2$
(C) $y = -x^2 - 2$ (D) $y = x^2 + 2$

《答案》C

詳解：(A) $y = 2x^2$ ，頂點為 $(0, 0)$

(B) $y = -2x^2$ ，頂點為 $(0, 0)$

(C) $y = -x^2 - 2$ ，頂點為 $(0, -2)$

(D) $y = x^2 + 2$ ，頂點為 $(0, 2)$

故選(C)

35. 題號：1060348 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 下列四個二次函數圖形中，有三個的頂點是相同的，何者的頂點與其他三個不同？

- (A) $y = 3x^2$ (B) $y = 3 - x^2$
(C) $y = 2x^2 + 3$ (D) $y = -2x^2 + 3$

《答案》A

詳解：(B)、(C)、(D)的頂點均為(0, 3)
(A)的頂點為(0, 0)
故選(A)

36. 題號：1060349 難易度：易 學習內容：F-9-2

- () 二次函數 $y = -2x^2 + 1$ 圖形的頂點坐標為何？
(A)(0, 0) (B)(-2, 1) (C)(0, 1)
(D)(0, -1)

《答案》C

詳解： $y = -2x^2 + 1$ 的頂點為(0, 1)
故選(C)

37. 題號：1060350 難易度：中 學習內容：F-9-2

- () 下列各函數圖形的頂點，何者與原點最接近？
(A) $y = 3x^2 - 1$ (B) $y = x^2 - 3$
(C) $y = -x^2 + 2$ (D) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

《答案》A

詳解：(A)頂點(0, -1)，與原點距離 $|-1| = 1$
(B)頂點(0, -3)，與原點距離 $|-3| = 3$
(C)頂點(0, 2)，與原點距離 $|2| = 2$
(D)頂點(0, -2)，與原點距離 $|-2| = 2$
故選(A)

38. 題號：1060353 難易度：易 學習內容：F-9-2

- () 下列哪一點在二次函數 $y = 2x^2 + 1$ 的圖形上？
(A) $(-\frac{1}{2}, 0)$ (B) $(\frac{1}{2}, -2)$
(C)(0, -1) (D)(-1, 3)

《答案》D

詳解：(A) $x = -\frac{1}{2}$ 代入，得 $y = \frac{3}{2} \neq 0$
(B) $x = \frac{1}{2}$ 代入，得 $y = \frac{3}{2} \neq -2$
(C) $x = 0$ 代入，得 $y = 1 \neq -1$
(D) $x = -1$ 代入，得 $y = 3$
故選(D)

39. 題號：1060354 難易度：易 學習內容：F-9-2

- () 下列哪一個函數圖形有最高點？
(A) $y = -x + 3$ (B) $y = -x^2 + 3$
(C) $y = x - 3$ (D) $y = x^2 - 3$

《答案》B

詳解：(A)圖形為一直線，無最高點
(B)圖形開口向下，有最高點(0, 3)

(C)圖形為一直線，無最高點
(D)圖形開口向上，有最低點(0, -3)
故選(B)

40. 題號：1060355 難易度：易 學習內容：F-9-2

- () 下列哪一個二次函數圖形的頂點在第二象限？
(A) $y = \frac{1}{3}(x-3)^2 + 2$ (B) $y = 2(x+4)^2 + 2$
(C) $y = 4x^2 + 3$ (D) $y = 2(x-3)^2 - 5$

《答案》B

詳解：(A)頂點(3, 2)在第一象限
(B)頂點(-4, 2)在第二象限
(C)頂點(0, 3)在 y 軸上
(D)頂點(3, -5)在第四象限
故選(B)

41. 題號：1060356 難易度：易 學習內容：F-9-2

- () 二次函數 $y = (x+3)^2 - 1$ 的圖形經過平移後，會與下列哪一個函數的圖形完全重合？
(A) $y = -(x+3)^2 - 1$ (B) $y = 2(x+3)^2 - 1$
(C) $y = \frac{1}{2}(x-3)^2$ (D) $y = (x-1)^2 + 3$

《答案》D

詳解：二次函數圖形的開口大小及方向相同時，即可利用平移之後重合
 $y = (x+3)^2 - 1$ 圖形向右平移 4 個單位，再向上平移 4 個單位，即可與 $y = (x-1)^2 + 3$ 的圖形重合
故選(D)

42. 題號：1060357 難易度：易 學習內容：F-9-2

- () 將二次函數 $y = x^2$ 的圖形向右平移 3 個單位，再向下平移 2 個單位，則新圖形的二次函數為何？
(A) $y = (x+3)^2 + 2$ (B) $y = (x-3)^2 - 2$
(C) $y = (x+3)^2 - 2$ (D) $y = (x-3)^2 + 2$

《答案》B

詳解：頂點由(0, 0)平移至(3, -2)
 $\Rightarrow y = (x-3)^2 - 2$
故選(B)

43. 題號：1060358 難易度：易 學習內容：F-9-2

- () 下列哪一個二次函數的圖形有最低點？
(A) $y = -(x-100)^2 + 46820$

(B) $y = -(x+45)^2 - 2163$

(C) $y = 2(x+105)^2 - 423$

(D) $y = -3(x-26)^2 + 546$

《答案》C

詳解：比較 x^2 項係數(A) $-1 < 0$ ，圖形開口向下，有最高點(B) $-1 < 0$ ，圖形開口向下，有最高點(C) $2 > 0$ ，圖形開口向上，有最低點(D) $-3 < 0$ ，圖形開口向下，有最高點

故選(C)

44. 題號：1060359 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 設二次函數 $y = -(x+a)^2 + b$ ，且其圖形的頂點坐標為 $(-1, 4)$ ，則 $a+b = ?$

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

《答案》D

詳解：由頂點坐標 $(-1, 4)$ 則二次函數為 $y = -(x+1)^2 + 4$

$$\Rightarrow a = 1, b = 4$$

$$a+b = 1+4 = 5$$

故選(D)

45. 題號：1060360 難易度：中 學習內容：F-9-2

() 已知二次函數 $y = a(x+b)^2 + c$ 的圖形頂點為 $(3, 1)$ ，且交 y 軸於 $(0, 10)$ ，則 $a+b+c = ?$

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 3

《答案》A

詳解：由頂點坐標 $(3, 1)$ 則二次函數為 $y = a(x-3)^2 + 1$ 將 $(0, 10)$ 代入得 $a = 1$

$$\Rightarrow y = (x-3)^2 + 1$$

$$\Rightarrow a = 1, b = -3, c = 1$$

$$a+b+c = 1+(-3)+1 = -1$$

故選(A)

46. 題號：1060361 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 在直角坐標平面上，將二次函數 $y = 2(x-5)^2 + 3$ 的圖形向下平移 5 個單位，則其頂點坐標為何？(A) $(0, 3)$ (B) $(0, 5)$ (C) $(5, -2)$ (D) $(5, 8)$

《答案》C

詳解：平移後得到的二次函數為：

$$y = 2(x-5)^2 - 2$$

所以頂點坐標為 $(5, -2)$ ，故選(C)

47. 題號：1060362 難易度：中 學習內容：F-9-2

() 若某二次函數的圖形通過 $(0, -1)$ 與 $(3, 2)$ 兩點，且其對稱軸方程式為 $x = 2$ ，則此二次函數圖形的開口方向及頂點坐標分別為何？(A) 向下， $(2, 3)$ (B) 向下， $(2, -3)$ (C) 向上， $(2, 3)$ (D) 向上， $(2, -3)$

《答案》A

詳解：設此二次函數為 $y = a(x-2)^2 + b$ 將 $(0, -1)$ 與 $(3, 2)$ 代入上式得：

$$\begin{cases} 4a+b = -1 \\ a+b = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a+b = -1 \\ a+b = 2 \end{cases}$$

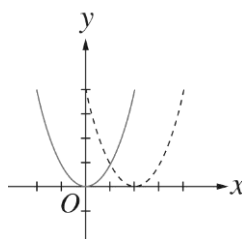
解得 $a = -1, b = 3$

$$\Rightarrow y = -(x-2)^2 + 3$$

所以此二次函數圖形的開口向下

頂點坐標為 $(2, 3)$ ，故選(A)

48. 題號：1060363 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 如圖，將二次函數 $y = x^2$ 的圖形向右移動 2 個單位長，則下列哪一個二次函數的圖形，可為虛線所表示的圖形？(A) $y = x^2 + 2$ (B) $y = x^2 - 2$ (C) $y = (x+2)^2$ (D) $y = (x-2)^2$

《答案》D

詳解：頂點由 $(0, 0)$ 移到 $(2, 0)$

$$\Rightarrow y = (x-2)^2$$

故選(D)

49. 題號：1060364 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 下列有關二次函數 $y = -2(x-1)^2 + 2$ 的敘述，哪一個是錯誤的？

(A) 其圖形為一拋物線

(B) 其圖形的頂點坐標為 $(1, 2)$

(C) 其圖形開口向下

(D) 其圖形的對稱軸為 $x = -1$

《答案》D

詳解：(A) 二次函數的圖形一定是拋物線

(B) 正確

(C) x^2 項的係數為 $-2 < 0$ ，故其圖形開口向下(D) 其圖形的對稱軸為 $x = 1$ ，此選項錯誤

故選(D)

50. 題號：1060365 難易度：中 學習內容：F-9-2

- () 在坐標平面上， $y=2x^2-8$ 的圖形經由下列哪一個方式移動後，可得到 $y=2(x-5)^2+12$ 的圖形？
- (A) 先向左移 5 單位，再向上移 20 單位
 (B) 先向右移 5 單位，再向上移 20 單位
 (C) 先向下移 5 單位，再向右移 20 單位
 (D) 先向上移 5 單位，再向左移 20 單位

《答案》B

詳解： $y=2x^2-8$ 的圖形頂點坐標為 $(0, -8)$
 $y=2(x-5)^2+12$ 的圖形頂點坐標為 $(5, 12)$
 因為 $5-0=5$ ， $12-(-8)=20$
 所以須先向右移 5 單位，再向上移 20 單位
 故選(B)

51. 題號：1060366 難易度：難 學習內容：F-9-2

- () 若某二次函數的圖形通過 $(1, 1)$ 與 $(0, 5)$ 兩點，且其對稱軸為 $x=3$ ，則此二次函數的圖形會通過下列哪一個點？
- (A) $(2, -\frac{7}{5})$ (B) $(2, -\frac{8}{5})$
 (C) $(4, -\frac{8}{5})$ (D) $(4, -\frac{9}{5})$

《答案》A

詳解：設此二次函數為 $y=a(x-3)^2+b$
 將 $(1, 1)$ 與 $(0, 5)$ 代入上式得：

$$\begin{cases} 1=4a+b \\ 5=9a+b \end{cases}$$

解得 $a=\frac{4}{5}$ ， $b=-\frac{11}{5}$

此二次函數為 $y=\frac{4}{5}(x-3)^2-\frac{11}{5}$

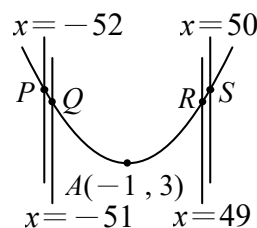
所以此二次函數的圖形會通過 $(2, -\frac{7}{5})$ ，故選(A)

52. 題號：1060367 難易度：中 學習內容：F-9-2

- () 在坐標平面上，設二次函數 $y=\frac{1}{2}(x+1)^2+3$ 圖形的頂點為 A ，四直線 $x=-52$ 、 $x=-51$ 、 $x=49$ 、 $x=50$ 與此二次函數的交點分別為 P 、 Q 、 R 、 S ，下列何者正確？
- (A) $\overline{AP} < \overline{AQ}$ (B) $\overline{AP} < \overline{AR}$
 (C) $\overline{AQ} < \overline{AR}$ (D) $\overline{AQ} < \overline{AS}$

《答案》D

詳解：依題意畫簡圖如下：



由上圖可知

$$\overline{AS} = \overline{AP} > \overline{AR} = \overline{AQ}$$

故選(D)

53. 題號：1060368 難易度：易 學習內容：F-9-2

- () 下列哪一個函數的圖形是拋物線？
- (A) $y=3x+4$ (B) $y=-2x^2-3$
 (C) $y=\sqrt{x-1}$ (D) $y=\frac{10}{x}$

《答案》B

詳解：二次函數的圖形是拋物線
 故選(B)

54. 題號：1060369 難易度：易 學習內容：F-9-2

- () 下列關於二次函數 $y=-5x^2+20$ 的敘述，何者錯誤？
- (A) 此函數圖形為拋物線
 (B) 圖形的對稱軸方程式為 $x=0$
 (C) 圖形的開口向下
 (D) 圖形的最低點坐標為 $(0, 20)$

《答案》D

詳解：(D) 圖形的開口向下，應為最高點
 故選(D)

55. 題號：1060370 難易度：易 學習內容：F-9-2

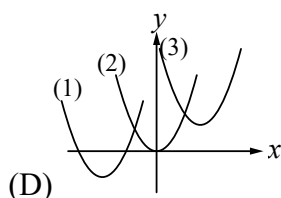
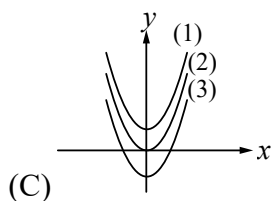
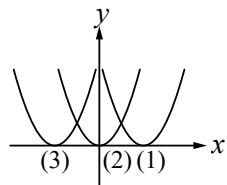
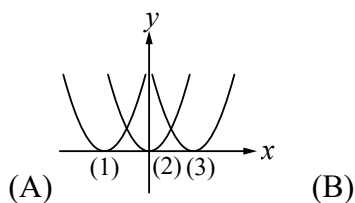
- () 若 y 為 x 的函數，則下列何者的圖形為拋物線？
- (A) $y=2-x$ (B) $y=2-\frac{1}{2}x^2$
 (C) $y=\frac{1}{2}x$ (D) $y=-2$

《答案》B

詳解： $\because y$ 為 x 的函數，且圖形為拋物線
 $\therefore x$ 的最高次為二次
 故選(B)

56. 題號：1060371 難易度：易 學習內容：F-9-2

- () 已知三個拋物線：(1) $y=(x-2)^2$ (2) $y=x^2$ (3) $y=(x+2)^2$ ，其圖形下列何者正確？

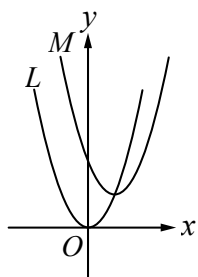


《答案》B

詳解：(1) $y=(x-2)^2$ ，頂點為(2, 0)(2) $y=x^2$ ，頂點為(0, 0)(3) $y=(x+2)^2$ ，頂點為(-2, 0)三個頂點均在 x 軸上，故選(B)

57. 題號：1060372 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 如圖，拋物線 $y=2x^2$ 的圖形為 L ，若將 L 平移後得一拋物線 M ，則拋物線 M 的二次函數可能為下列何者？



(A) $y=2(x+1)^2-2$ (B) $y=2(x+1)^2+2$

(C) $y=2(x-1)^2-2$ (D) $y=2(x-1)^2+2$

《答案》D

詳解： $y=2x^2$ ，頂點為(0, 0)(A) $y=2(x+1)^2-2$ ，頂點為(-1, -2)(B) $y=2(x+1)^2+2$ ，頂點為(-1, 2)(C) $y=2(x-1)^2-2$ ，頂點為(1, -2)(D) $y=2(x-1)^2+2$ ，頂點為(1, 2)

由圖可知， M 的頂點在第一象限
故選(D)

58. 題號：1060373 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 將二次函數 $y=x^2$ 的圖形，向右平移 5 個單位，再向下平移 2 個單位，得新的二次函數為何？

(A) $y=(x-2)^2+5$ (B) $y=(x+5)^2+2$

(C) $y=(x+2)^2-5$ (D) $y=(x-5)^2-2$

《答案》D

詳解： $y=x^2$ ，頂點為(0, 0)

新的頂點為(5, -2)

$\Rightarrow y=(x-5)^2-2$

故選(D)

59. 題號：1060374 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 在坐標平面上，二次函數 $y=(x+3)^2-1$ 的圖形經過平移(可向上、下、左、右移動)之後，會與下列哪一個函數的圖形完全重合？

(A) $y=-(x+3)^2-1$ (B) $y=2(x+3)^2-1$

(C) $y=\frac{1}{2}(x-3)^2$ (D) $y=(x-2)^2+1$

《答案》D

詳解：圖形的開口方向及大小相同時，即可經過平移重合

$y=(x+3)^2-1$ ， x^2 項係數 = 1

故選(D)

60. 題號：1060375 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 將二次函數 $y=-(x+2)^2$ 的圖形向左平移 3 個單位，得新的二次函數為何？

(A) $y=-(x+3)^2$ (B) $y=-(x+5)^2$

(C) $y=-(x-1)^2$ (D) $y=(x-1)^2$

《答案》B

詳解： $y=-(x+2+3)^2$

$\Rightarrow y=-(x+5)^2$

故選(B)

61. 題號：1060376 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 下列各函數圖形中，哪個有最低點？

(A) $y=5x+12$ (B) $y=-3x^2+8$

(C) $y=10x^2+5$ (D) $y=-\frac{x^2}{4}$

《答案》C

詳解：若二次函數圖形開口向上，則有最低點
故選(C)

62. 題號：1060377 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 下列何者在坐標平面上的圖形為拋物線？

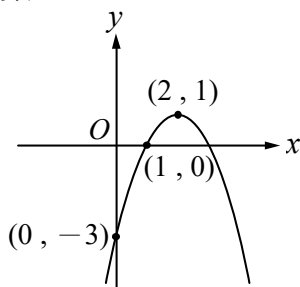
- (A) $y = x^2 + 1$ (B) $y = 4 - x$ (C) $y = \frac{1}{x^2}$
(D) $y = 2$

《答案》A

詳解：(A)為二次函數，故選(A)

63. 題號：1060378 難易度：中 學習內容：F-9-2

() 下列何者是表示圖中拋物線的二次函數？



- (A) $y = (x - 2)^2 + 1$ (B) $y = (x + 2)^2 + 1$
(C) $y = -(x - 2)^2 + 1$ (D) $y = -(x + 2)^2 + 1$

《答案》C

詳解：已知頂點為(2, 1)

設 $y = a(x - 2)^2 + 1$

將(1, 0)代入，得 $a = -1$

$y = -(x - 2)^2 + 1$

故選(C)

64. 題號：1060379 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 二次函數 $y = 3 - 2x^2$ 的圖形中，其頂點坐標為下列何者？

- (A) (3, 0) (B) (3, -2) (C) (-2, 3)
(D) (0, 3)

《答案》D

詳解： $y = -2x^2 + 3$

頂點坐標為(0, 3)

故選(D)

65. 題號：1060382 難易度：中 學習內容：F-9-2

() 已知二次函數 $y = a(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{125}{4}$ 的圖形與 x 軸交於 $A(-2, 0)$ 、 $B(b, 0)$ 兩點，則 $b = ?$

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

《答案》C

詳解： -2 與 b 為 $a(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{125}{4} = 0$ 的兩根

$$\text{所以 } a \times (-2 - \frac{1}{2})^2 + \frac{125}{4} = 0 \Rightarrow a = -5$$

$$-5 \times (b - \frac{1}{2})^2 + \frac{125}{4} = 0 \Rightarrow b = 3$$

故選(C)

66. 題號：1060383 難易度：難 學習內容：F-9-2

() 若某二次函數的圖形對稱於直線 $x = -2$ ，且函數圖形通過 $(-1, 6)$ 與 $(1, -10)$ 兩點，則此二次函數的圖形經過平移後，可與下列哪一個二次函數的圖形重合？

- (A) $y = x^2 + 3$ (B) $y = 2x^2 + 4$
(C) $y = -x^2 + 3$ (D) $y = -2x^2 + 4$

《答案》D

詳解：設此二次函數為 $y = a(x + 2)^2 + b$

將 $(-1, 6)$ 與 $(1, -10)$ 代入上式得：

$$\begin{cases} a + b = 6 \\ 9a + b = -10 \end{cases}$$

解得 $a = -2, b = 8$

$$\Rightarrow y = -2(x + 2)^2 + 8$$

故選(D)

67. 題號：1060384 難易度：易 學習內容：F-9-2

() 有三個二次函數，甲： $y = x^2$ ，乙： $y = x^2 - 1$ ，丙： $y = -x^2$ ，下列哪一個敘述是正確的？

- (A) 甲的圖形經適當的平行移動後，可與乙的圖形重疊在一起
(B) 甲的圖形經適當的平行移動後，可與丙的圖形重疊在一起
(C) 乙的圖形經適當的平行移動後，可與丙的圖形重疊在一起
(D) 甲、乙、丙三個圖形經適當的平行移動後，都可重疊在一起

《答案》A

詳解：甲、乙兩函數的二次項係數皆為 +1

因此它們的圖形的開口大小與開口方向皆相同

平移後可重疊在一起，故選(A)

68. 題號：1060386 難易度：中 學習內容：F-9-2

() 下列各函數的圖形中，哪一個有最高點？

- (A) $y = -x + 3$ (B) $y = 3 - x^2 + x$
(C) $y = x^2 - 3$ (D) $y = x^2 - 3x$

《答案》B

詳解：二次函數圖形開口向下，有最高點

- (A)為一次函數，沒有最高點
 (B)為二次函數，圖形開口向下，有最高點
 (C)為二次函數，圖形開口向上，有最低點
 (D)為二次函數，圖形開口向上，有最低點
 故選(B)

69. 題號：1060387 難易度：中 學習內容：F-9-2

- () 坐標平面上，二次函數的圖形上有 6 個點，分別為
 $(0, -1)$ 、 $(-1, -4)$ 、 $(-2, a)$ 、 $(-3, b)$ 、 $(-4, c)$ 、 $(-5, d)$ ，且此函數的最低點為 $(-2, a)$ ，則 $b+c=?$
 (A)-5 (B)-3 (C)-2 (D)-1

《答案》A

詳解： \because 此函數的最低點為 $(-2, a)$
 $\therefore (-1, -4)$ 、 $(-3, b)$ 為對稱點， $\therefore b = -4$
 且 $(0, -1)$ 、 $(-4, c)$ 為對稱點， $\therefore c = -1$
 $\therefore b+c = -5$

70. 題號：1060388 難易度：易 學習內容：F-9-2

- () 下列哪一個二次函數圖形的對稱軸為 $x=2$ ？
 (A) $y=(x+2)^2+4$ (B) $y=-(x-2)^2+1$
 (C) $y=x^2-2$ (D) $y=(x-1)^2+1$

《答案》B

詳解：(A)頂點 $(-2, 4)$ ，對稱軸 $x=-2$
 (B)頂點 $(2, 1)$ ，對稱軸 $x=2$
 (C)頂點 $(0, -2)$ ，對稱軸 $x=0$
 (D)頂點 $(1, 1)$ ，對稱軸 $x=1$
 故選(B)

71. 題號：1060390 難易度：易 學習內容：F-9-2

- () 已知函數甲： $y=3x^2$ ，乙： $y=\frac{1}{3}x^2$ ，
 丙： $y=x^2$ ，丁： $y=2\frac{1}{2}x^2$ ，則四個函數圖形中，開口最大的為何者？
 (A)甲 (B)乙 (C)丙 (D)丁

《答案》B

詳解：比較 x^2 項係數

$$3 > 2\frac{1}{2} > 1 > \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{3}x^2 \text{ 圖形開口最大}$$

72. 題號：1060481 難易度：易 學習內容：F-9-1

- () 已知 $y=(a^2-4)x^2+3x-5$ 為二次函數，則 a 之值不可能為下列哪一個選

項？

- (A)2 (B)3 (C)4 (D)5

《答案》A

詳解： $\because y=(a^2-4)x^2+3x-5$ 為二次函數
 $\therefore a^2-4 \neq 0$

$$\Rightarrow a \neq \pm 2$$

故選(A)

73. 題號：1060482 難易度：易 學習內容：F-9-1

- () 下列哪一個選項不是二次函數？

(A) $y=(x+1)(x-2)-x^2$

(B) $y=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}$

(C) $y=-5x+1-3x^2$

(D) $y=3^2x^2+3x+1$

《答案》A

詳解：(A) $y=(x+1)(x-2)-x^2=(x^2-x-2)-x^2=-x-2$ 為一次函數

74. 題號：1060483 難易度：中 學習內容：F-9-1

- () (甲) $y=3^2x$ (乙) $y=1-x^2$

(丙) $y=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x^2$ (丁) $y=\frac{1}{2x^2}$

以上共有幾個二次函數？

- (A)1 (B)2 (C)3 (D)4

《答案》B

詳解：只有(乙)、(丙)是二次函數
 故選(B)

75. 題號：1060484 難易度：易 學習內容：F-9-1

- () 下列關於函數的敘述何者正確？

(A) $y=(x+1)(x-1)$ 是一次函數

(B) $y=(x+1)(x-1)$ 是二次函數

(C) $y=5 \cdot x-1$ 是二次函數

(D) $y=5^2-x$ 是二次函數

《答案》B

詳解：(B) $y=(x+1)(x-1)=x^2-1$ 是二次函數

76. 題號：1060485 難易度：易 學習內容：F-9-2

- () 已知坐標平面上有二次函數 $y=-3x^2-5$ 的圖形，今將此圖形沿著 x 軸對摺得到新圖形，則關於新圖形的敘述，下列何者正確？

(A)開口向下，頂點為 $(0, 5)$

(B)開口向下，頂點為 $(0, -5)$

(C)開口向上，頂點為 $(0, 5)$

(D)開口向上，頂點為 $(0, -5)$

《答案》C

詳解：原圖形開口向下，頂點為 $(0, -5)$
 \Rightarrow 新圖形開口向上，頂點為 $(0, 5)$
 故選(C)

77. 題號：1060486 難易度：易 學習內容：F-9-2

- () 在坐標平面上，若將二次函數 $y = \frac{1}{2}(x + 1)^2 + 3$ 的圖形沿著 y 軸對摺，則對摺後之新圖形的對稱軸為何？
 (A) $x=1$ (B) $x=-1$ (C) $x=3$ (D) $x=-3$

《答案》A

詳解：對摺後的圖形頂點為 $(1, 3)$

\Rightarrow 對稱軸為 $x=1$

故選(A)

78. 題號：1060489 難易度：易 學習內容：F-9-2

- () 關於二次函數 $y = -(x-2)^2 + 1$ 的敘述下列何者錯誤？
 (A)圖形有最低點 $(2, 1)$
 (B)圖形的對稱軸為直線 $x-2=0$
 (C)函數有最大值 1
 (D)圖形為拋物線

《答案》A

詳解：(A)圖形開口向下，有最高點 $(2, 1)$

故選(A)

79. 題號：1060490 難易度：中 學習內容：F-9-2

- () 已知二次函數 $y = a(x-8)^2 + b$ 有最大值 1，則下列關於 a 、 b 大小的敘述何者正確？
 (A) $a > b$ (B) $a = b$
 (C) $a < b$ (D)無法比較 a 、 b 的大小

《答案》C

詳解： \because 有最大值 \Rightarrow 圖形開口向下

$\therefore a < 0$

又 $b = 1$ ，因此 $a < b$

故選(C)

80. 題號：1060491 難易度：中 學習內容：F-9-2

- () 當 x 為下列何者時，二次函數 $y = -5(x+1)^2 + 8$ 的值最大？
 (A) $-\frac{3}{2}$ (B) $-\frac{6}{5}$ (C) $-\frac{3}{4}$ (D)0

《答案》B

詳解：此二次函數在 $x = -1$ 時，有最大值 8
 因此若 x 的值越接近 -1

則其對應的 y 值也越接近 8

本題中的 $-\frac{6}{5}$ 最接近 -1

故選(B)

81. 題號：1060492 難易度：難 學習內容：F-9-2

- () 若某二次函數的圖形通過 $(0, -5)$ 、 $(1, 4)$ 與 $(-2, -5)$ 三點，則下列何者正確？
 (A)此函數有最小值 -8 (B)此函數有最小值 -1
 (C)此函數有最大值 1 (D)此函數有最大值 8

《答案》A

詳解：設此二次函數為 $y = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} (0, -5) & \Rightarrow -5 = c \dots\dots\dots ① \\ (1, 4) & \Rightarrow 4 = a + b + c \dots\dots\dots ② \\ (-2, -5) & \Rightarrow -5 = 4a - 2b + c \dots\dots\dots ③ \end{cases}$$

$$\text{①代入②、③得} \begin{cases} a + b = 9 \\ 4a - 2b = 0 \end{cases}, \text{解出} \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \end{cases}$$

$$y = ax^2 + bx + c = 3x^2 + 6x - 5 = 3(x+1)^2 - 8$$

當 $x = -1$ 時，此二次函數有最小值 -8 ，

故選(A)

82. 題號：1060493 難易度：易 學習內容：F-9-2

- () 下列哪個二次函數的最小值是 15？
 (A) $y = (x - \frac{1}{2})^2 + 15$ (B) $y = (x + \frac{1}{3})^2 - 15$
 (C) $y = -(x-1)^2 + 15$ (D) $y = -(x+3)^2 - 15$

《答案》A

詳解：(A)開口向上，且當 $x = \frac{1}{2}$ 時，最小值是 15

(B)開口向上，且當 $x = -\frac{1}{3}$ 時，最小值是 -15

(C)開口向下，且當 $x = 1$ 時，最大值是 15

(D)開口向下，且當 $x = -3$ 時，最大值是 -15

83. 題號：1060507 難易度：易 學習內容：F-9-2

- () 下列哪一個圖形與 x 軸交於相異兩點？
 (A) $y = 2x^2$ (B) $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$
 (C) $y = 3x^2 - 3$ (D) $y = -4x^2 - 1$

《答案》C

詳解：(A)頂點 $(0, 0) \Rightarrow$ 有 1 個交點

(B)頂點 $(0, 3)$ ，開口向上 \Rightarrow 沒有交點

- (C)頂點(0, -3), 開口向上 \Rightarrow 有 2 個交點
 (D)頂點(0, -1), 開口向下 \Rightarrow 沒有交點
 故選(C)

84. 題號: 1060508 難易度: 易 學習內容: F-9-2

- () 二次函數 $y = -36(x-2)^2 - 16$ 與 x 軸有幾個交點?
 (A)0 (B)1 (C)2 (D)3

《答案》A

詳解: 頂點(2, -16), 開口向下 \Rightarrow 沒有交點
 故選(A)

85. 題號: 1060509 難易度: 易 學習內容: F-9-2

- () 下列哪一個二次函數圖形與 x 軸的交點最多?

(A) $y = -5x^2 - 8$ (B) $y = -\frac{1}{4}x^2$
 (C) $y = x^2 + \frac{1}{9}$ (D) $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$

《答案》D

詳解: (A)頂點(0, -8), 開口向下 \Rightarrow 沒有交點

(B)頂點(0, 0) \Rightarrow 有 1 個交點

(C)頂點(0, $\frac{1}{9}$), 開口向上 \Rightarrow 沒有交點

(D)頂點(0, -3), 開口向上 \Rightarrow 有 2 個交點
 故選(D)

86. 題號: 1060510 難易度: 易 學習內容: F-9-2

- () 下列各函數圖形何者與 x 軸僅交於一點?

(A) $y = -3x^2 - 5$ (B) $y = 3x^2 + 2$
 (C) $y = -\frac{1}{2}x^2$ (D) $y = 2x^2 + 5$

《答案》C

詳解: (A)頂點(0, -5), 開口向下 \Rightarrow 沒有交點

(B)頂點(0, 2), 開口向上 \Rightarrow 沒有交點

(C)頂點(0, 0) \Rightarrow 有 1 個交點

(D)頂點(0, 5), 開口向上 \Rightarrow 沒有交點
 故選(C)

87. 題號: 1060511 難易度: 易 學習內容: F-9-2

- () 已知二次函數 $y = ax^2 - 5$ 的圖形通過(3, 1), 則關於此二次函數, 下列何者正確?

- (A)圖形開口向上, 有最小值 -5
 (B)圖形開口向上, 有最小值 1
 (C)圖形開口向下, 有最大值 -5
 (D)圖形開口向下, 有最大值 1

《答案》A

詳解: 頂點為(0, -5), 又圖形通過(3, 1)
 有最小值 -5, 且開口向上
 故選(A)

88. 題號: 1060512 難易度: 易 學習內容: F-9-2

- () 已知二次函數 $y = 3(x-h)^2 + k$, 若當 $x=2$ 時, y 有最小值 5, 則 $h+k=?$
 (A)-7 (B)-3 (C)3 (D)7

《答案》D

詳解: 當 $x=2$ 時, y 有最小值 5

$$y = 3(x-2)^2 + 5$$

$$h=2, k=5, h+k=7$$

89. 題號: 1060513 難易度: 易 學習內容: F-9-2

- () 已知將二次函數 $y = -\frac{1}{2}(x+5)^2 - 4$

的圖形向上平移 m 單位後, 會與 x 軸交於兩點, 則 m 的值可能是下列哪一個選項?

- (A)2 (B)3 (C)4 (D)5

《答案》D

詳解: (D)平移後的頂點坐標為

$(-5, -4+5) = (-5, 1)$ 且圖形開口向下
 \Rightarrow 圖形與 x 軸交於兩點

故選(D)

90. 題號: 1060514 難易度: 易 學習內容: F-9-2

- () 下列哪一個二次函數的圖形完全在 x 軸上方?

- (A) $y = 3(x-2)^2 - 8$
 (B) $y = 3(x-2)^2 + 8$
 (C) $y = -3(x-2)^2 - 8$
 (D) $y = -3(x-2)^2 + 8$

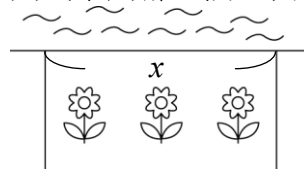
《答案》B

詳解: (B) $y = 3(x-2)^2 + 8$

頂點(2, 8), 開口向上 \Rightarrow 完全在 x 軸上方

91. 題號: 1060519 難易度: 易 學習內容: F-9-1

- () 如下圖, 某人以長 100 公尺的鐵絲網, 在河邊圍一長方形的花園, 其中與河相鄰一邊不圍, 其邊長為 x 公尺, 所圍成的面積為 y 平方公尺, 依題意可列出下列哪一個二次函數?



- (A) $y=x(100-x)$ (B) $y=\frac{1}{2}x(100-x)$
(C) $y=x(100-2x)$ (D) $y=x(50-x)$

《答案》B

詳解：由圖可知，花園長 x 公尺

寬為 $\frac{100-x}{2}$ 公尺

面積 $y = x \times \frac{100-x}{2} = \frac{1}{2}x(100-x)$ 平方公尺，故選 (B)

92. 題號：1060520 難易度：易 學習內容：F-9-1

- () 輕鬆行旅行社舉辦阿里山三日遊，人數預定為 60 人，每人收費 7550 元。當人數超過 60 人，每增加 1 人，每人可減收 100 元。若最後增加 x 人，旅行社總收入為 y 元，依題意可列出下列哪一個關係式，並判斷 y 是否為 x 的二次函數？

- (A) $y=60 \times 7550 + x(7550-100)$ ，否
(B) $y=60 \times 7550 + x(7550-100x)$ ，是
(C) $y=(60+x)(7550-100)$ ，否
(D) $y=(60+x)(7550-100x)$ ，是

《答案》D

詳解：增加 x 人，則每人收費 $(7550-100x)$ 元
總收入 $y=(60+x)(7550-100x)$ 元

因為 $y=(60+x)(7550-100x)$
 $=-100x^2+1550x+453000$

所以 y 是 x 的二次函數，故選(D)

93. 題號：1060530 難易度：易 學習內容：F-9-1

- () 某農夫想用長 60 公尺的籬笆圍成一矩形的菜圃，若設菜圃長 x 公尺，所圍成菜圃的面積為 y 平方公尺，則依題意可列出下列哪一個二次函數？

- (A) $y=x(30+x)$ (B) $y=(30-x)(30+x)$
(C) $y=x(60-x)$ (D) $y=x(30-x)$

《答案》D

詳解：菜圃長 x 公尺，寬 $(30-x)$ 公尺
 $\Rightarrow y=x(30-x)$

94. 題號：1060531 難易度：易 學習內容：F-9-1

- () 好好玩旅行社帶團出遊，每團人數以不超過 35 人為限，每人收費 5000 元，已知人數不足 35 人，每減少 1 人則每人需加收 200 元。若設減少 x 人時，旅行社的收入為 y 元，則依題意可列

出下列哪一個二次函數？

- (A) $y=200x^2+2000x+175000$
(B) $y=-200x^2+2000x-175000$
(C) $y=-200x^2+2000x+175000$
(D) $y=-2x^2+20x+1750$

《答案》C

詳解：減少 x 人時，旅行社的收入為 y 元

$$\begin{aligned}\therefore y &= (35-x)(5000+200x) \\ &= 175000 + 7000x - 5000x - 200x^2 \\ &= -200x^2 + 2000x + 175000\end{aligned}$$

95. 題號：1060532 難易度：中 學習內容：F-9-1

- () 哈哈文具店所賣的開學特惠文具組，每組售價 30 元，每天可賣出 200 組。老闆估算後發現每組降價 1 元，每天可多賣出 10 組。假設每組降價 x 元，共收入 y 元，則依題意可列出下列哪一個二次函數？

- (A) $y=-10x^2+100x+6000$
(B) $y=-x^2+10x+600$
(C) $y=-10x^2+500x+6000$
(D) $y=10x^2+100x+6000$

《答案》A

詳解：每組降價 x 元，共收入 y 元

$$\begin{aligned}y &= (30-x)(200+10x) \\ &= 6000 + 300x - 200x - 10x^2 \\ &= -10x^2 + 100x + 6000\end{aligned}$$

96. 題號：1060533 難易度：易 學習內容：F-9-1

- () 已知大、小兩數相差 6，若設大數為 x ，平方和為 y ，則依題意可列出下列哪一個二次函數？

- (A) $y=x^2-12x+36$
(B) $y=2x^2+x+36$
(C) $y=2x^2-12x+36$
(D) $y=2x^2+12x+36$

《答案》C

詳解：設兩數為 $x, x-6$

$$\begin{aligned}\text{則平方和 } y &= x^2 + (x-6)^2 \\ &= x^2 + x^2 - 12x + 36 \\ &= 2x^2 - 12x + 36\end{aligned}$$

97. 題號：1060534 難易度：中 學習內容：F-9-1

- () 已知一梯形的高與上底之和為 10，且高與下底之和為 14，若設高為 x ，梯形面積為 y ，則 y 與 x 的關係為何？

- (A) $y=12x-x^2$
(B) $y=6x-x^2$

- (C) $y = 12x + x^2$
 (D) $y = 12x - 2x^2$

《答案》A

詳解：高為 x ，上底為 $10-x$ ，下底為 $14-x$

$$y = \frac{x[(10-x) + (14-x)]}{2}$$

$$= \frac{1}{2}x \times (24 - 2x)$$

$$= 12x - x^2$$

98. 題號：1060535 難易度：易 學習內容：F-9-1

() 已知兩數和為 100，若設其中一數為 x ，兩數的乘積為 y ，則 y 與 x 的關係為何？

- (A) $y = x(100 + x)$
 (B) $y = x(100 - x)$
 (C) $y = (100 + x)(100 + x)$
 (D) $y = 100 - x^2$

《答案》B

詳解：兩數和為 100，則另一數為 $100-x$
 兩數乘積 $y = x(100-x)$

99. 題號：1060536 難易度：易 學習內容：F-9-1

() 阿羅想用 50 公尺長的鐵絲網圈出一個矩形養雞，若矩形的其中一邊為 x 公尺，所圍的矩形面積為 y 平方公尺，則依題意可列出下列哪一個二次函數？

- (A) $y = x(50 - x)$
 (B) $y = x(25 + x)$
 (C) $y = (50 - x)(50 + x)$
 (D) $y = x(25 - x)$

《答案》D

詳解：矩形一邊為 x 公尺，另一邊為 $(25-x)$ 公尺

$$\Rightarrow y = x(25 - x)$$

100. 題號：1060537 難易度：易 學習內容：F-9-1

() 阿默將 200 公分的繩子剪成兩段，各圍出一個正方形，若其中一個正方形的邊長為 x 公分，兩正方形的面積和為 y 平方公分，則依題意可列出下列哪一個二次函數？

- (A) $y = 2x^2 + 100x + 2500$
 (B) $y = 2x^2 - 10x + 250$
 (C) $y = 2x^2 - 100x + 2500$
 (D) $y = x^2 - 50x + 1250$

《答案》C

詳解：其中一個正方形邊長為 x 公分

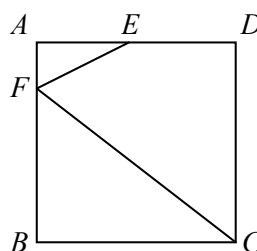
另一個正方形的邊長為 $\frac{200-4x}{4} = 50-x$ 公分

$$\begin{aligned} y &= x^2 + (50-x)^2 \\ &= x^2 + 2500 - 100x + x^2 \\ &= 2x^2 - 100x + 2500 \end{aligned}$$

101. 題號：1060538 難易度：難 學習內容：F-9-1

() 如圖，邊長為 1 的正方形 $ABCD$ 中， E 與 F 分別在 \overline{AD} 與 \overline{AB} 上，且 $\overline{AE} = 2\overline{AF}$ ，設 $\overline{AF} = x$ ，四邊形 $CDEF$ 的面積為 y ，則 y 與 x 的關係為何？

- (A) $y = -x^2 + x + 1$
 (B) $y = -x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
 (C) $y = x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
 (D) $y = -2x^2 + x + 2$



《答案》B

詳解： $\overline{AF} = x$ ，則 $\overline{AE} = 2x$ ， $\overline{BF} = 1-x$

$y = \text{正方形 } ABCD - \triangle AEF - \triangle FBC$

$$\begin{aligned} &= 1 - \frac{x \cdot 2x}{2} - \frac{1-x}{2} = 1 - x^2 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x \\ &= -x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

102. 題號：1060539 難易度：易 學習內容：F-9-1

() 農夫阿利想用長 80 公尺的籬笆圍成一矩形的菜園，若設矩形的長為 x 公尺，矩形的面積為 y 平方公尺，則依題意可列出下列哪一個二次函數？

- (A) $y = x(80 - x)$
 (B) $y = (80 + x)(80 - x)$
 (C) $y = x(40 - x)$
 (D) $y = x(40 + x)$

《答案》C

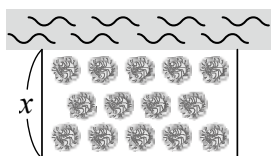
詳解：矩形的長為 x 公尺，寬為 $(40-x)$ 公尺
 則矩形菜園的面積 $y = x(40-x)$

103. 題號：1060540 難易度：易 學習內容：F-9-1

() 曉勇以長 200 公尺的鐵絲網在河邊圍

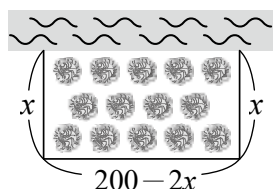
一長方形的菜園，河邊當作一直線不圍，如下圖所示，若設菜園的寬為 x 公尺，菜園的面積為 y 平方公尺，則依題意可列出下列哪一個二次函數？

- (A) $y = x(200 + 2x)$
 (B) $y = (50 - x)(50 + x)$
 (C) $y = x(100 - x)$
 (D) $y = x(200 - 2x)$



《答案》D

詳解：菜園的寬為 x 公尺，長為 $(200 - 2x)$ 公尺如下圖所示

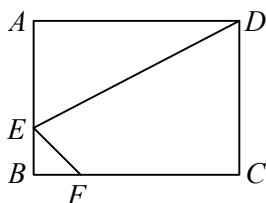


菜園的面積 $y = x(200 - 2x)$

104. 題號：1060541 難易度：難 學習內容：F-9-1

() 如下圖，已知長方形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 3$ 公分， $\overline{BC} = 4$ 公分，設 $\overline{BF} = \overline{BE} = x$ 公分，四邊形 $EFCD$ 的面積為 y 平方公分，則 y 與 x 的關係為何？

- (A) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$
 (B) $y = -x^2 + 2x + 6$
 (C) $y = -x^2 + 4x + 12$
 (D) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$



《答案》D

詳解： $y = \text{矩形 } ABCD - \triangle BEF - \triangle AED$

$$= 3 \times 4 - \frac{1}{2} \times x \times x - \frac{1}{2} \times 4 \times (3 - x)$$

$$= 12 - \frac{1}{2}x^2 - 6 + 2x$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$$

105. 題號：1060542 難易度：中 學習內容：F-9-1

() 已知兩數的和為 10，若設其中一數為 x ，兩數的平方和為 y ，則依題意可列出下列哪一個二次函數？

- (A) $x^2 + y^2 = 10^2$
 (B) $y = x^2 + 10^2$
 (C) $y = x^2 + (x + 10)^2$
 (D) $y = x^2 + (10 - x)^2$

《答案》D

詳解： \because 兩數和為 10， \therefore 另一數為 $10 - x$
 平方和 $y = x^2 + (10 - x)^2$ ，故選(D)

106. 題號：1060543 難易度：易 學習內容：F-9-1

() 阿羅想用 60 公尺長的鐵絲網圈出一個矩形養雞，若矩形的其中一邊為 x 公尺，所圍的矩形面積為 y 平方公尺，則依題意可列出下列哪一個二次函數？

- (A) $y = x(60 - x)$
 (B) $y = x(30 - x)$
 (C) $y = x(15 - x)$
 (D) $y = x(6 - x)$

《答案》B

詳解： $60 \div 2 - x = 30 - x$
 $\therefore y = x(30 - x)$
 故選(B)

107. 題號：1060544 難易度：難 學習內容：F-9-1

() 已知三數的和為 12，且其中兩數為連續奇數，假設較小奇數為 x ，三數的平方和為 y ，則依題意可列出下列哪一個二次函數？

- (A) $y = 6x^2 - 36x + 104$
 (B) $y = 6x^2 - 42x + 122$
 (C) $y = 6x^2 - 44x + 148$
 (D) $y = 6x^2 - 46x + 145$

《答案》A

詳解：較大奇數為 $x + 2$
 第三數為 $12 - x - (x + 2) = 10 - 2x$
 $\therefore y = x^2 + (x + 2)^2 + (10 - 2x)^2$
 $= x^2 + x^2 + 4x + 4 + 100 - 40x + 4x^2$
 $= 6x^2 - 36x + 104$
 故選(A)

填充

1. 題號：1060314 難易度：中 學習內容：F-9-1

若函數 $y = (k^2 - 4)x^3 + (k^2 + k - 2)x^2 + kx + 3$ 為二次函數，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》2

$$\begin{aligned} \text{詳解：} & \begin{cases} k^2 - 4 = 0 \\ k^2 + k - 2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (k+2)(k-2) = 0 \\ (k-1)(k+2) \neq 0 \end{cases} \\ & \Rightarrow \begin{cases} k = -2 \text{ 或 } k = 2 \\ k \neq 1 \text{ 或 } k \neq -2 \end{cases} \\ & \Rightarrow k = 2 \end{aligned}$$

2. 題號：1060381 難易度：易 學習內容：F-9-2

若二次函數 $y = 2(x-5)^2 + 6$ 的圖形通過 $(3, a)$ 、 $(2, b)$ 兩點，則 $a - b =$ _____。

《答案》-10

詳解：以 $(3, a)$ 代入 $y = 2(x-5)^2 + 6$
 得 $a = 2 \times (3-5)^2 + 6 = 14$
 以 $(2, b)$ 代入 $y = 2(x-5)^2 + 6$
 得 $b = 2 \times (2-5)^2 + 6 = 24$
 $a - b = 14 - 24 = -10$

3. 題號：1060389 難易度：易 學習內容：F-9-2

寫出下列各二次函數的頂點坐標(最高點或最低點)及開口方向(向上或向下)：

二次函數	$y = 2x^2$	$y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$	$y = 3x^2 - 1$	$y = -x^2 - 3$
頂點坐標	(1)	(3)	(5)	(7)
開口方向	(2)	(4)	(6)	(8)

《答案》

二次函數	$y = 2x^2$	$y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$	$y = 3x^2 - 1$	$y = -x^2 - 3$
頂點坐標	(0, 0)	(0, 1)	(0, -1)	(0, -3)
開口方向	向上	向下	向上	向下

詳解： $y = 2x^2$ ， $2 > 0$ ，圖形開口向上 $\Rightarrow (0, 0)$
 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$ ， $-\frac{1}{2} < 0$ ，圖形開口向下 $\Rightarrow (0, 1)$
 $y = 3x^2 - 1$ ， $3 > 0$ ，圖形開口向上 $\Rightarrow (0, -1)$
 $y = -x^2 - 3$ ， $-1 < 0$ ，圖形開口向下 $\Rightarrow (0, -3)$

4. 題號：1060391 難易度：易 學習內容：F-9-2

將 $y = 2x^2$ 的圖形，向上移動 1 個單位，可得到二次函數 $y =$ _____ 的圖形。

《答案》 $2x^2 + 1$

詳解： $y = 2x^2$ 的頂點為 $(0, 0)$
 向上移動 1 個單位，到 $(0, 1)$
 $\Rightarrow y = 2x^2 + 1$

5. 題號：1060392 難易度：易 學習內容：F-9-2

將 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 的圖形，向下移動 3 個單位，可得到二次函數 $y =$ _____ 的圖形。

《答案》 $-\frac{1}{2}x^2 - 3$

詳解： $y = -\frac{1}{2}x^2$ 的頂點為 $(0, 0)$

向下移動 3 個單位，到 $(0, -3)$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}x^2 - 3$$

6. 題號：1060393 難易度：中 學習內容：F-9-2

若二次函數 $y = ax^2 + c$ 的圖形通過 $(1, -2)$ 和 $(-2, 1)$ 兩點，則 $a =$ _____， $c =$ _____。

《答案》1, -3

詳解：分別將 $(1, -2)$ 、 $(-2, 1)$ 代入 $y = ax^2 + c$
 $\begin{cases} a + c = -2 \\ 4a + c = 1 \end{cases}$
 $\Rightarrow a = 1, c = -3$

7. 題號：1060394 難易度：易 學習內容：F-9-2

已知某二次函數圖形的最低點為 $(0, -2)$ ，而且其圖形通過 $(-3, 10)$ ，則此二次函數為 $y =$ _____。

《答案》 $\frac{4}{3}x^2 - 2$

詳解：已知頂點為 $(0, -2)$
 設二次函數為 $y = ax^2 - 2$
 將 $(-3, 10)$ 代入 $y = ax^2 - 2$
 $\Rightarrow a = \frac{4}{3}$
 $\Rightarrow y = \frac{4}{3}x^2 - 2$

8. 題號：1060395 難易度：中 學習內容：F-9-2

已知某二次函數圖形的對稱軸為 y 軸，而且其圖形通過 $(3, -19)$ 與 $(-2, -9)$ 兩點，則此二次函數為 $y =$ _____。

《答案》 $-2x^2 - 1$

詳解：已知對稱軸為 y 軸
 設二次函數為 $y = ax^2 + b$
 分別將 $(3, -19)$ 、 $(-2, -9)$ 代入 $y = ax^2 + b$
 $\begin{cases} 9a + b = -19 \\ 4a + b = -9 \end{cases} \Rightarrow a = -2, b = -1$
 得 $y = -2x^2 - 1$

9. 題號：1060396 難易度：易 學習內容：F-9-2

在坐標平面上，若 $(-2, -9)$ 在二次函數 $y = -x^2 + c$ 的圖形上，則 $c =$ _____。

《答案》-5

詳解：將 $(-2, -9)$ 代入 $y = -x^2 + c$
 $-4 + c = -9 \Rightarrow c = -5$

10. 題號：1060398 難易度：中 學習內容：F-9-2

某二次函數的頂點為 $(0, 2)$ ，經平移後得到的新圖形與 $y = -3x^2$ 的圖形重合，求原二

次函數為_____。

《答案》 $y = -3x^2 + 2$

詳解：設原函數 $y = -3x^2 + k$

將 $(0, 2)$ 代入 $y = -3x^2 + k$

得 $k = 2$

$\Rightarrow y = -3x^2 + 2$

11. 題號：1060400 難易度：中 學習內容：F-9-2

若 $(3, b)$ 與 $(-2, -3)$ 兩點均在二次函數 $y = ax^2 + 9$ 的圖形上，則 $a =$ _____， $b =$ _____。

《答案》 $-3, -18$

詳解：將 $(-2, -3)$ 代入 $y = ax^2 + 9$

得 $a = -3$

再將 $(3, b)$ 代入 $y = -3x^2 + 9$

得 $b = -18$

12. 題號：1060401 難易度：中 學習內容：F-9-2

已知某二次函數圖形的對稱軸為 $x = 0$ ，而且其圖形通過 $(2, 15)$ 與 $(-1, 3)$ 兩點，則此二次函數為 $y =$ _____。

《答案》 $4x^2 - 1$

詳解：對稱軸為 y 軸

設二次函數為 $y = ax^2 + b$

分別將 $(2, 15)$ 、 $(-1, 3)$ 代入

$$\begin{cases} 4a + b = 15 \\ a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow a = 4, b = -1$$

得 $y = 4x^2 - 1$

13. 題號：1060402 難易度：易 學習內容：F-9-2

已知某二次函數圖形的最高點為 $(0, 7)$ ，而且其圖形通過 $(2, -1)$ ，則此二次函數為 $y =$ _____。

《答案》 $-2x^2 + 7$

詳解：已知最高點為 $(0, 7)$

設二次函數 $y = ax^2 + 7 (a < 0)$

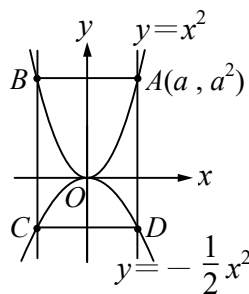
將 $(2, -1)$ 代入 $y = ax^2 + 7$

$\Rightarrow a = -2$

得 $y = -2x^2 + 7$

14. 題號：1060403 難易度：難 學習內容：F-9-2

如下圖，在二次函數 $y = x^2$ 的圖形上取 A, B 兩點；在二次函數 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 的圖形上取 C, D 兩點，若 \overline{AB} 、 \overline{CD} 均平行 x 軸， \overline{AD} 、 \overline{BC} 均平行 y 軸，且 A 點坐標為 (a, a^2) ， $\overline{AB} = 4$ ，則 C 點的坐標為 _____，長方形 $ABCD$ 的面積為 _____。



《答案》 $(-2, -2), 24$

詳解：① $\because y = x^2$ 的對稱軸為 y 軸， $\overline{AB} = 4$
 $\therefore 4 \div 2 = 2, a = 2$

$A(2, 4), B(-2, 4)$

C 點的 x 坐標與 B 點相同

將 $x = -2$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2$

得 $y = -2$ ，故 $C(-2, -2)$

② $\overline{AB} = 4, \overline{BC} = 6$

面積 $= 4 \times 6 = 24$

15. 題號：1060404 難易度：難 學習內容：F-9-2

在二次函數 $y = ax^2$ 中，當 x 值由 2 增加到 4 時， y 值會增加 6，則 $a =$ _____。

《答案》 $\frac{1}{2}$

詳解： $x = 2$ 時， $y = ax^2 = a \times 2^2 = 4a$

$x = 4$ 時， $y = ax^2 = a \times 4^2 = 16a$

依題意可知 $16a - 4a = 6$ ，解出 $a = \frac{1}{2}$

16. 題號：1060405 難易度：中 學習內容：F-9-2

二次函數 $y = (1-x)(1+x)$ 圖形的頂點坐標為 _____。

《答案》 $(0, 1)$

詳解：由平方差公式可知

$$y = (1-x)(1+x) = 1^2 - x^2 = -x^2 + 1$$

故此二次函數圖形的頂點為 $(0, 1)$

17. 題號：1060406 難易度：易 學習內容：F-9-2

有一個二次函數圖形的最高點為 $(0, 5)$ ，且圖形通過 $(2, -3)$ 。則此二次函數為 _____。

《答案》 $y = -2x^2 + 5$

詳解：由於圖形的最高點為 $(0, 5)$

所以可設此二次函數為 $y = ax^2 + 5$ ，

又通過 $(2, -3)$ ，所以 $-3 = ax^2 + 5 \Rightarrow a = -2$

此二次函數為 $y = -2x^2 + 5$

18. 題號：1060407 難易度：中 學習內容：F-9-2

若二次函數 $y = ax^2 + c$ 的圖形通過 $(0, 1)$ 、 $(2, -1)$ ，則 $a =$ _____， $c =$ _____。

《答案》 $-\frac{1}{2}, 1$

詳解：分別將 $(0, 1)$ 、 $(2, -1)$ 代入 $y = ax^2 + c$

$$\begin{cases} c = 1 \\ 4a + c = -1 \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}, c = 1$$

19. 題號：1060408 難易度：易 學習內容：F-9-2
 二次函數 $y = x^2$ 的圖形對稱於_____軸，
 其圖形上一點 $(2, 4)$ 的對稱點坐標為_____。

《答案》 $y, (-2, 4)$

詳解：函數 $y = x^2$ 的頂點坐標為 $(0, 0)$
 \Rightarrow 對稱軸為 y 軸
 $\Rightarrow (2, 4)$ 的對稱點為 $(-2, 4)$

20. 題號：1060409 難易度：易 學習內容：F-9-2
 將二次函數 $y = 3x^2 - 1$ 的圖形向上平移 7 個
 單位，再向下平移 5 個單位後，可得到哪一
 個二次函數的圖形？答： $y =$ _____。

《答案》 $3x^2 + 1$

詳解： $y = 3x^2 + (-1 + 7 - 5) = 3x^2 + 1$

21. 題號：1060410 難易度：易 學習內容：F-9-2
 若將下列各二次函數的圖形描繪在同一坐
 標平面上，則：

(甲) $y = \frac{1}{2}x^2$ (乙) $y = 2x^2 + 1$

(丙) $y = -3x^2 + 3$ (丁) $y = 4x^2 - 1$

(1) 頂點位置最高的為_____。

(2) 圖形開口最大的為_____。

《答案》(1)丙 (2)甲

詳解：(甲) $y = \frac{1}{2}x^2$ ，頂點 $(0, 0)$ ，圖形開口向
 上

(乙) $y = 2x^2 + 1$ ，頂點 $(0, 1)$ ，圖形開口向上

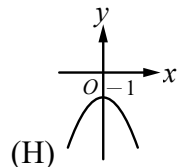
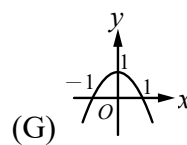
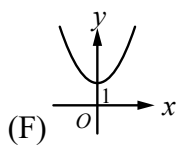
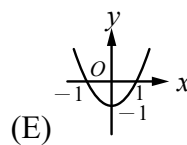
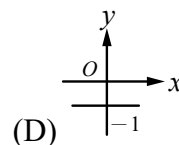
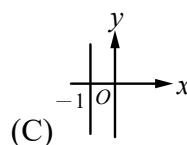
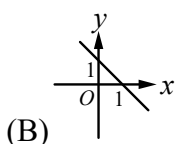
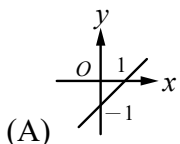
(丙) $y = -3x^2 + 3$ ，頂點 $(0, 3)$ ，圖形開口向下

(丁) $y = 4x^2 - 1$ ，頂點 $(0, -1)$ ，圖形開口向上

$$|4| > |-3| > |2| > |\frac{1}{2}|$$

\Rightarrow (丙)的頂點最高，(甲)的開口最大

22. 題號：1060411 難易度：中 學習內容：F-9-2
 於下方(A)~(H)8 個圖形中，找出(1)~(4)各
 函數對應的圖形：



(1) $y = -1$ 。答：_____。

(2) $y = 1 - x$ 。答：_____。

(3) $y = 1 - x^2$ 。答：_____。

(4) $y = -1 + x^2$ 。答：_____。

《答案》(1)D (2)B (3)G (4)E

詳解：(1) $y = -1$ 為通過 $(0, -1)$ 且垂直 y 軸
 的直線，故選(D)

(2) $y = -x + 1$ 為通過 $(0, 1)$ 、 $(1, 0)$ 的直線，故
 選(B)

(3) $y = -x^2 + 1$ ，頂點 $(0, 1)$ ，開口向下的拋物
 線，故選(G)

(4) $y = x^2 - 1$ ，頂點 $(0, -1)$ ，開口向上的拋物
 線，故選(E)

23. 題號：1060412 難易度：易 學習內容：F-9-2

寫出下列各二次函數的頂點(最高點或最低
 點)，及開口方向(向上或向下)：

二次函數	$y = -8x^2$	$y = \frac{9}{7}x^2 - \frac{2}{3}$	$y = -5x^2 + 4$	$y = x^2 - 5$
最高點或 最低點坐標	(1)	(3)	(5)	(7)
開口方向	(2)	(4)	(6)	(8)

《答案》

二次函數	$y = -8x^2$	$y = \frac{9}{7}x^2 - \frac{2}{3}$	$y = -5x^2 + 4$	$y = x^2 - 5$
最高點或 最低點坐標	$(0, 0)$	$(0, -\frac{2}{3})$	$(0, 4)$	$(0, -5)$
開口方向	向下	向上	向下	向上

詳解： $y = -8x^2$ ，頂點 $(0, 0)$ ， $-8 < 0$ ，
 圖形開口向下

$y = \frac{9}{7}x^2 - \frac{2}{3}$ ，頂點 $(0, -\frac{2}{3})$ ， $\frac{9}{7} > 0$ ，

圖形開口向上

$y = -5x^2 + 4$ ，頂點 $(0, 4)$ ， $-5 < 0$ ，

圖形開口向下

$y = x^2 - 5$ ，頂點 $(0, -5)$ ， $1 > 0$ ，

圖形開口向上

24. 題號：1060413 難易度：難 學習內容：F-9-2

已知某二次函數圖形與直線 $y = -1$ 交於 $(2,$

-1)與(-2, -1)兩點，且與 y 軸交於(0, 7)，則此二次函數為 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》 $-2x^2 + 7$

詳解：由(2, -1)與(-2, -1)兩點可知該二次函數圖形的對稱軸為 y 軸

又其圖形與 y 軸交於(0, 7)

因此可設此二次函數為 $y = ax^2 + 7$

由於通過(2, -1)

所以 $-1 = a \times 2^2 + 7$

$\Rightarrow a = -2$

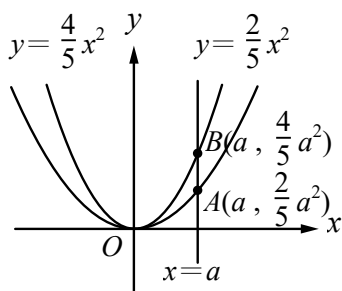
故此二次函數為 $y = -2x^2 + 7$

25. 題號：1060414 難易度：難 學習內容：F-9-2

若將 $y = \frac{4}{5}x^2$ 、 $y = \frac{2}{5}x^2$ 的圖形畫在同一個坐標平面上，並畫出 $x = a$ (a 為任意數) 的直線。設直線與 $y = \frac{4}{5}x^2$ 、 $y = \frac{2}{5}x^2$ 的圖形交於 A 、 B 兩點，則 $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(以 a 表示)

《答案》 $\frac{2}{5}a^2$

詳解：依題意畫出簡圖如下：



由上圖可知

A 、 B 兩點坐標為

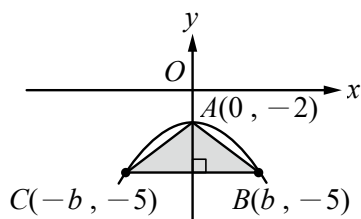
$A(a, \frac{2}{5}a^2)$ 、 $B(a, \frac{4}{5}a^2)$

$\overline{AB} = \frac{4}{5}a^2 - \frac{2}{5}a^2$

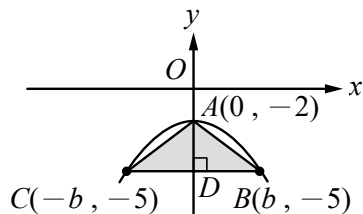
$= \frac{2}{5}a^2$

26. 題號：1060415 難易度：難 學習內容：F-9-2

如圖，二次函數 $y = ax^2 + c$ 的圖形通過 $B(b, -5)$ 、 $C(-b, -5)$ 兩點，且最高點坐標為 $A(0, -2)$ ，若 $\triangle ABC$ 的面積為 12，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



《答案》 $-\frac{3}{16}$ 、4、-2



詳解：

由頂點 $A(0, -2)$ 可知 $c = -2$

$\triangle ABC$ 的面積 $= \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AD} = 12$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2b \times [(-2) - (-5)] = 12 \Rightarrow b = 4$

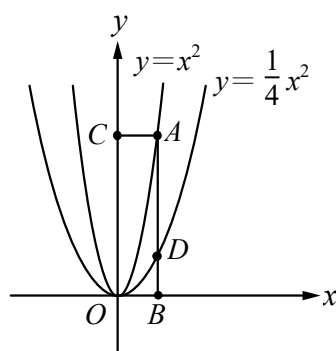
$y = ax^2 + c = ax^2 - 2$ 過 $B(b, -5) = (4, -5)$

所以 $-5 = a \times 4^2 - 2$ ，解出 $a = -\frac{3}{16}$

故 $a = -\frac{3}{16}$ ， $b = 4$ ， $c = -2$

27. 題號：1060416 難易度：難 學習內容：F-9-2

如下圖，有一點 A 在二次函數 $y = x^2$ 的圖形上，過 A 點作兩軸的垂線交 x 軸於 B ，交 y 軸於 C ，交 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的圖形於 D 點。



(1)若 $\overline{AC} = 4$ ，則 D 點的坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)若 $\overline{AD} = 27$ ，則長方形 $OBAC$ 的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》(1)(4, 4) (2)216

詳解：(1)由 $\overline{AC} = 4$ 可知 D 點的 x 坐標為 4

以 $x = 4$ 代入 $y = \frac{1}{4}x^2$ 中

得 $y = \frac{1}{4} \times 4^2 = 4$

故 D 點的坐標為 $(4, 4)$

(2) 設 A 、 D 兩點的 x 坐標為 a ，其中 $a > 0$

則 A 、 D 兩點的 y 坐標分別為 a^2 、 $\frac{1}{4}a^2$

又 $\overline{AD} = 27$ ，因此 $a^2 - \frac{1}{4}a^2 = 27$

解出 $a = \pm 6$ (負不合)

所以 A 點的坐標為 $(6, 36)$

長方形 $OBAC$ 的面積

$$= \overline{AC} \times \overline{AB} = 6 \times 36 = 216$$

28. 題號：1060417 難易度：易 學習內容：F-9-2

把 $y = -2x^2$ 與 $y = 2x^2$ 的圖形合在一起，看
成一個圖形，則它的對稱軸方程式為

《答案》 $y = 0$

詳解：圖形的對稱軸為 x 軸

方程式為 $y = 0$

29. 題號：1060418 難易度：中 學習內容：F-9-2

陽陽在坐標平面上畫一個二次函數圖形，並
在圖形上標示出點的坐標如下： $(-2, 10)$ 、
 $(1, 1)$ 、 $(2, 10)$ 、 $(-1, 1)$ 、 $(3, 5)$ ，後來陽陽
發現其中一個點標錯了，則這一點是

《答案》 $(3, 5)$

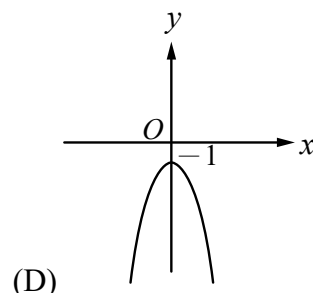
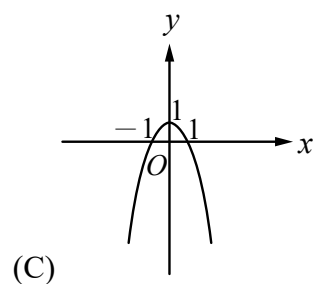
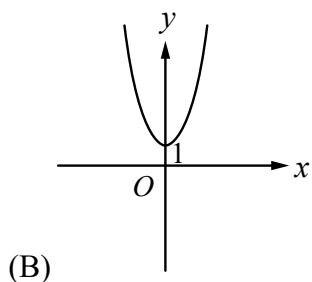
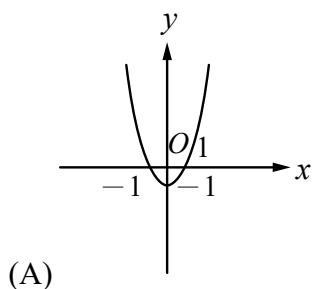
詳解： $\because (-2, 10)$ 的對稱點為 $(2, 10)$

$(1, 1)$ 的對稱點為 $(-1, 1)$

$\therefore 5$ 個點中有錯誤的點是 $(3, 5)$

30. 題號：1060419 難易度：易 學習內容：F-9-2

在下圖(A)、(B)、(C)、(D)中，找出下列函
數的圖形代號：



(1) $y = 1 - x^2$ 答：_____。

(2) $y = -1 + x^2$ 答：_____。

(3) $y = -1 - x^2$ 答：_____。

(4) $y = 1 + x^2$ 答：_____。

《答案》(1)C (2)A (3)D (4)B

詳解：(1) $y = -x^2 + 1$ ，頂點為 $(0, 1)$ ，圖形開口
向下故選(C)

(2) $y = x^2 - 1$ ，頂點為 $(0, -1)$ ，圖形開口向上
故選(A)

(3) $y = -x^2 - 1$ ，頂點為 $(0, -1)$ ，圖形開口向
下故選(D)

(4) $y = x^2 + 1$ ，頂點為 $(0, 1)$ ，圖形開口向上
故選(B)

31. 題號：1060420 難易度：中 學習內容：F-9-2

將 $y = -3x^2 - k$ 的圖形，向上平移 3 個單位，
得新的二次函數為 $y = -3x^2 + 1$ ，則 $k =$

《答案》2

詳解： $y = -3x^2 + (-k + 3) = -3x^2 + 1 - k + 3$
 $= 1$

$k = 2$

32. 題號：1060421 難易度：易 學習內容：F-9-2

請寫出下列各二次函數圖形的開口方向、對
稱軸及頂點坐標。

二次函數	$y = -3(x-9)^2$	$y = (x-7)^2 + 1$	$y = -4(x+16)^2 - 5$
開口方向	(1)	(4)	(7)
對稱軸	(2)	(5)	(8)
頂點坐標	(3)	(6)	(9)

《答案》(1)向下 (2) $x = 9$ (3) $(9, 0)$ (4)向上
(5) $x = 7$ (6) $(7, 1)$ (7)向下 (8) $x = -16$
(9) $(-16, -5)$

詳解：對稱軸為通過頂點，並垂直 x 軸的直線
 $y = -3(x-9)^2$ ， $-3 < 0 \Rightarrow$ 開口向下

頂點(9, 0) \Rightarrow 對稱軸 $x=9$

$y=(x-7)^2+1$, $1>0 \Rightarrow$ 開口向上

頂點(7, 1) \Rightarrow 對稱軸 $x=7$

$y=-4(x+16)^2-5$, $-4<0 \Rightarrow$ 開口向下

頂點(-16, -5) \Rightarrow 對稱軸 $x=-16$

33. 題號：1060422 難易度：易 學習內容：F-9-2

請寫出下列各二次函數圖形的開口方向、對稱軸及頂點坐標。

二次函數	$y=-\frac{3}{4}(x-5)^2$	$y=5(x-\frac{3}{2})^2+7$	$y=-(x+45)^2-2163$	$y=-\frac{1}{5}(x+\frac{1}{4})^2-\frac{1}{3}$
開口方向	(1)	(4)	(7)	(10)
對稱軸	(2)	(5)	(8)	(11)
頂點坐標	(3)	(6)	(9)	(12)

《答案》(1)向下 (2) $x=5$ (3)(5, 0) (4)向上

(5) $x=\frac{3}{2}$ (6)($\frac{3}{2}$, 7) (7)向下 (8) $x=-45$

(9)(-45, -2163) (10)向下 (11) $x=-\frac{1}{4}$

(12)($-\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{3}$)

詳解：對稱軸為通過頂點，並垂直 x 軸的直線

$y=-\frac{3}{4}(x-5)^2$, $-\frac{3}{4}<0 \Rightarrow$ 開口向下

頂點(5, 0) \Rightarrow 對稱軸 $x=5$

$y=5(x-\frac{3}{2})^2+7$, $5>0 \Rightarrow$ 開口向上

頂點($\frac{3}{2}$, 7) \Rightarrow 對稱軸 $x=\frac{3}{2}$

$y=-(x+45)^2-2163$, $-1<0 \Rightarrow$ 開口向下

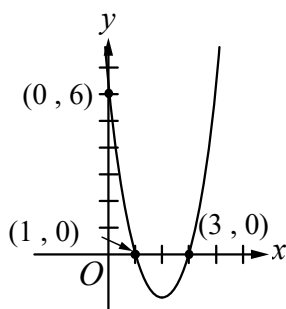
頂點(-45, -2163) \Rightarrow 對稱軸 $x=-45$

$y=-\frac{1}{5}(x+\frac{1}{4})^2-\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{5}<0 \Rightarrow$ 開口向下

頂點($-\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{3}$) \Rightarrow 對稱軸 $x=-\frac{1}{4}$

34. 題號：1060424 難易度：難 學習內容：F-9-2

附圖為某二次函數的圖形，與 x 軸交於(3, 0)和(1, 0)兩點，且與 y 軸交於(0, 6)，則此二次函數的頂點坐標為_____。



《答案》(2, -2)

詳解：設此二次函數為 $y=a(x-2)^2+b$

將(1, 0)與(0, 6)代入上式

解方程式得： $y=2(x-2)^2-2$

故頂點坐標為(2, -2)

35. 題號：1060426 難易度：易 學習內容：F-9-2

若(-1, c)與(8, d)兩點皆在二次函數 $y=(x-3)^2$ 的圖形上，則 $c-d=$ _____。

《答案》-9

詳解：將(-1, c)代入 $y=(x-3)^2$ 得 $c=16$

將(8, d)代入 $y=(x-3)^2$ 得 $d=25$

故 $c-d=16-25=-9$

36. 題號：1060427 難易度：中 學習內容：F-9-2

已知某二次函數圖形的頂點坐標為(-1, -2)，且其圖形通過(0, 2)與(-2, b)兩點，則 $b=$ _____。

《答案》2

詳解：設二次函數 $y=a(x+1)^2-2$

將(0, 2)代入，得 $a=4$

再將(-2, b)代入 $y=4(x+1)^2-2$

得 $b=2$

37. 題號：1060428 難易度：難 學習內容：F-9-2

若某二次函數的圖形對稱於直線 $x=2$ ，且通過(3, -1)與(4, 8)兩點，則此二次函數圖形的頂點到原點的距離為_____。

《答案》 $2\sqrt{5}$

詳解：設此二次函數為 $y=a(x-2)^2+b$

將(3, -1)與(4, 8)代入上式得：

$$\begin{cases} -1=a+b \\ 8=4a+b \end{cases}$$

解得 $a=3$, $b=-4$

此二次函數為 $y=3(x-2)^2-4$

\Rightarrow 頂點坐標為(2, -4)

故所求為 $\sqrt{2^2+(-4)^2}=2\sqrt{5}$

38. 題號：1060429 難易度：難 學習內容：F-9-2

已知某二次函數的圖形通過 A(1, 0)、B(5, 0)、C(2, 6)三點，則此二次函數圖形的頂點坐標為_____。

《答案》(3, 8)

詳解：設此二次函數為 $y=a(x-3)^2+b$

將(1, 0)與(2, 6)代入上式

解得： $a=-2$, $b=8$

$\Rightarrow y=-2(x-3)^2+8$

故頂點坐標為(3, 8)

39. 題號：1060430 難易度：難 學習內容：F-9-2

已知二次函數 $y=(x-h)^2+2$ 的圖形通過(0,

3)與 $(-1, 6)$ 兩點, 則 $h =$ _____。

《答案》1

詳解: 過 $\begin{cases} (0, 3) \\ (-1, 6) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 = h^2 + 2 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 6 = (h+1)^2 + 2 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{2} - \textcircled{1}$ 得 $3 = 2h + 1, h = 1$

40. 題號: 1060431 難易度: 難 學習內容: F-9-2

設二次函數 $y = a(x+2)^2 + 3$ 圖形的頂點為 P , 且此二次函數的圖形與直線 $y = -4$ 交於 Q, R 兩點。已知 $\triangle PQR$ 的面積為 21, 則 $a =$ _____。

《答案》 $-\frac{7}{9}$

詳解: $y = a(x+2)^2 + 3$

\Rightarrow 頂點 P 為 $(-2, 3)$

H 點為 $(-2, -4)$

$\triangle PQR$ 的面積 $= \frac{1}{2} \times \overline{QR} \times \overline{PH}$

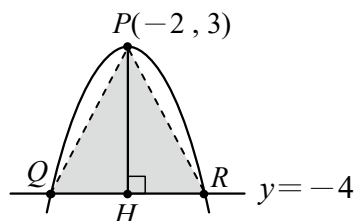
$\Rightarrow 21 = \frac{1}{2} \times \overline{QR} \times 7$

$\Rightarrow \overline{QR} = 6 \Rightarrow \overline{HR} = 3$

$\Rightarrow R$ 點坐標為 $(1, -4)$

$y = a(x+2)^2 + 3$ 過 $R(1, -4)$

$\Rightarrow -4 = 9a + 3 \Rightarrow a = -\frac{7}{9}$



41. 題號: 1060433 難易度: 中 學習內容: F-9-2

二次函數 $y = 4 + \frac{2}{3}x^2$ 與 $y = -\frac{2}{3}x^2 - 6$ 兩圖

形對稱於直線 $y = k$, 則 $k =$ _____。

《答案》-1

詳解: $y = 4 + \frac{2}{3}x^2 \Rightarrow$ 圖形的頂點為 $(0, 4) \cdots \cdots \textcircled{1}$

$\textcircled{1}$

$y = -\frac{2}{3}x^2 - 6 \Rightarrow$ 圖形的頂點為 $(0, -6) \cdots \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{2}$

兩圖形對稱於 $y = k$

\Rightarrow 兩頂點必對稱於 $y = k \cdots \cdots \textcircled{3}$

由 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{3}$ 得: $k = \frac{4 + (-6)}{2} = -1$

42. 題號: 1060434 難易度: 中 學習內容: F-9-2

在坐標平面上, 拋物線與 x 軸交於 A, B 兩點, 且此拋物線的最低點是 $(0, -9)$, 則 \overline{AB} 的中點坐標為 _____。

《答案》 $(0, 0)$

詳解: 由題意可知此二次函數的對稱軸為 $x = 0$

$\Rightarrow \overline{AB}$ 的中點坐標為 $(0, 0)$

43. 題號: 1060435 難易度: 易 學習內容: F-9-2

寫出下列各二次函數的頂點坐標及對稱軸:

(1) 二次函數 $y = -3x^2$ 的頂點坐標為 _____,

對稱軸是 _____。

(2) 二次函數 $y = 2x^2 + 5$ 的頂點坐標為 _____,

對稱軸是 _____。

(3) 二次函數 $y = -(x+3)^2 + 4$ 的頂點坐標為 _____,

對稱軸是 _____。

《答案》(1) $(0, 0)$, $x = 0$ (2) $(0, 5)$, $x = 0$

(3) $(-3, 4)$, $x + 3 = 0$

詳解: 對稱軸為通過頂點, 並垂直 x 軸的直線

(1) $y = -3x^2$, 頂點坐標 $(0, 0)$

對稱軸為 $x = 0$

(2) $y = 2x^2 + 5$, 頂點坐標 $(0, 5)$

對稱軸為 $x = 0$

(3) $y = -(x+3)^2 + 4$, 頂點坐標 $(-3, 4)$

對稱軸為 $x = -3$ (或 $x + 3 = 0$)

44. 題號: 1060436 難易度: 中 學習內容: F-9-2

有一個二次函數的頂點為 $(4, 5)$, 且知此函數通過 $(5, 4)$, 則此函數開口向 _____ (填上或下), 其對稱軸為 _____。

《答案》下, $x = 4$

詳解: 設此二次函數為 $y = a(x-4)^2 + 5$

將 $(5, 4)$ 代入上式得: $a = -1$

$\Rightarrow y = -(x-4)^2 + 5$

故此函數開口向下, 對稱軸為 $x = 4$

45. 題號: 1060437 難易度: 易 學習內容: F-9-2

二次函數 $y = -9(x+8)^2 - 7$ 圖形的開口向 _____ (填上或下),

對稱軸方程式為 _____,

頂點坐標為 _____。

《答案》下, $x = -8$, $(-8, -7)$

詳解: $y = -9(x+8)^2 - 7$

$\because -9 < 0, \therefore$ 圖形開口向下

頂點坐標為 $(-8, -7)$

則對稱軸為 $x = -8$

46. 題號: 1060438 難易度: 易 學習內容: F-9-2

將二次函數 $y = -\frac{3}{2}x^2 + 1$ 的圖形向下平移 4

個單位，可以得到新的函數為_____。

《答案》 $y = -\frac{3}{2}x^2 - 3$

詳解： $y = -\frac{3}{2}x^2 + 1 - 4$

$\Rightarrow y = -\frac{3}{2}x^2 - 3$

47. 題號：1060439 難易度：中 學習內容：F-9-2

已知 $(-2, 2)$ 為二次函數 $y = \frac{1}{2}x^2$ 圖形上的一點。將 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的圖形平移，使它與 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$ 的圖形重合，則點 $(-2, 2)$ 經平移後，會與哪一點重合？答：_____。

《答案》 $(-4, 5)$

詳解： $y = \frac{1}{2}x^2$ 的圖形先向左平移2單位，再向上平移3單位，會與 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$ 重合
 $-2-2 = -4$ ， $2+3 = 5$
 故得 $(-4, 5)$

48. 題號：1060440 難易度：中 學習內容：F-9-2

將二次函數 $y = 2(x-h)^2$ 的圖形向右平移2個單位，得新的函數為 $y = 2(x-3)^2$ ，則 $h =$ _____。

《答案》1

詳解： $y = 2(x-h-2)^2 = 2(x-3)^2$
 $\Rightarrow -h-2 = -3$ ， $h = 1$

49. 題號：1060441 難易度：易 學習內容：F-9-2

將二次函數 $y = 2x^2$ 的圖形向右平移3個單位，所得新圖形的二次函數為_____。

《答案》 $y = 2(x-3)^2$

詳解：新的頂點為 $(3, 0)$
 $\Rightarrow y = 2(x-3)^2$

50. 題號：1060442 難易度：易 學習內容：F-9-2

將二次函數 $y = -3x^2$ 的圖形向上平移2個單位，所得新圖形的二次函數為_____。

《答案》 $y = -3x^2 + 2$

詳解：新的頂點為 $(0, 2)$
 $\Rightarrow y = -3x^2 + 2$

51. 題號：1060444 難易度：中 學習內容：F-9-2

二次函數 $y = a(x+h)^2 + k$ 的對稱軸為 $x = -1$ ，其圖形通過 $(0, -6)$ 與 $(1, 0)$ 兩點，則 $a =$ _____。

《答案》2

詳解：由題意得此二次函數為： $y = a(x+1)^2$

$+k$

將 $(0, -6)$ 與 $(1, 0)$ 代入上式

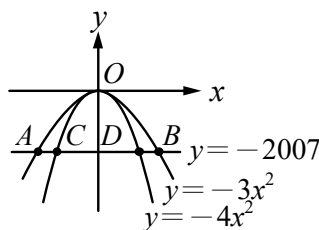
解得： $a = 2$ ， $k = -8$

52. 題號：1060445 難易度：中 學習內容：F-9-2

設直線 $y = -2007$ 分別與 $y = -3x^2$ 、 $y = -4x^2$ 交於 A 、 B 和 C 、 D 兩點，則 \overline{CD} _____ \overline{AB} 。(填 $>$ 、 $=$ 或 $<$)

《答案》 $<$

詳解：由於 $y = -4x^2$ 的開口小於 $y = -3x^2$
 所以 $\overline{AB} > \overline{CD}$



53. 題號：1060447 難易度：難 學習內容：F-9-2

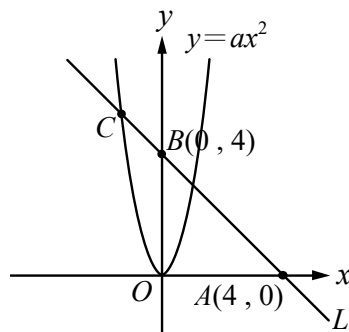
已知 $y = ax^2$ 的圖形與直線 $y = 2$ 交於 A 、 B 兩點，若 $\overline{AB} = 4$ ，則 $a =$ _____。

《答案》 $\frac{1}{2}$

詳解： $y = ax^2$ 的對稱軸為 y 軸
 又 $\overline{AB} = 4$ ， $4 \div 2 = 2$
 $\therefore A(2, 2)$ 、 $B(-2, 2)$
 將 $(2, 2)$ 代入 $y = ax^2$
 得 $a = \frac{1}{2}$

54. 題號：1060448 難易度：難 學習內容：F-9-2

如下圖，已知直線 L 經過 $A(4, 0)$ 、 $B(0, 4)$ 兩點，與二次函數 $y = ax^2$ 的圖形在第二象限交於 C 點，且 $\triangle BCO$ 的面積為 $\frac{8}{3}$ ，則直線 L 的方程式為 $y =$ _____， $a =$ _____。



《答案》 $-x+4$ ，3

詳解：① 令直線 $L: y = mx + n$
 將 $(0, 4)$ 、 $(4, 0)$ 代入

$$\begin{cases} n=4 \\ 4m+n=0 \end{cases} \Rightarrow m=-1, n=4$$

$$\text{則 } L: y = -x + 4$$

$$\textcircled{2} \overline{BO} = 4, \triangle BCO \text{ 的高} = \frac{8}{3} \times 2 \div 4 = \frac{4}{3}$$

$$\text{即 } C \text{ 點的 } x \text{ 坐標為 } -\frac{4}{3}$$

$$\text{將 } x = -\frac{4}{3} \text{ 代入 } y = -x + 4$$

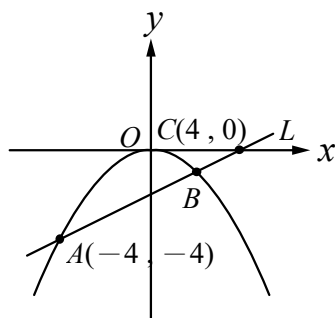
$$\text{得 } y = \frac{16}{3} \Rightarrow C(-\frac{4}{3}, \frac{16}{3})$$

$$\text{再將 } (-\frac{4}{3}, \frac{16}{3}) \text{ 代入 } y = ax^2$$

$$\text{得 } a = 3$$

55. 題號：1060450 難易度：難 學習內容：F-9-2

如圖，已知一個二次函數圖形的最高點為(0, 0)，直線 L 與此圖形交於 $A(-4, -4)$ 、 B 兩點，且 L 交 x 軸於 $C(4, 0)$ ，則：



(1) 此圖形的方程式為 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 直線 L 的方程式為 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) B 點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》(1) $-\frac{1}{4}x^2$ (2) $\frac{1}{2}x - 2$ (3) $(2, -1)$

詳解：(1) 設 $y = ax^2$

將 $(-4, -4)$ 代入 $y = ax^2$

$$\text{得 } a = -\frac{1}{4} \Rightarrow y = -\frac{1}{4}x^2$$

(2) 設直線 $y = mx + n$

分別將 $(-4, -4)$ 、 $(4, 0)$ 代入

$$\begin{cases} -4m + n = -4 \\ 4m + n = 0 \end{cases} \Rightarrow m = \frac{1}{2}, n = -2$$

$$\text{得直線 } y = \frac{1}{2}x - 2$$

$$(3) \begin{cases} y = \frac{1}{2}x - 2 \\ y = -\frac{1}{4}x^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x - 2 = -\frac{1}{4}x^2$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ 或 } -4$$

$$y = -1 \text{ 或 } -4$$

得 B 點坐標為 $(2, -1)$

56. 題號：1060452 難易度：易 學習內容：F-9-2

二次函數 $y = (x+1)^2 + k$ 的圖形通過 $(-1, -5)$ ，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》 -5

詳解：將 $(-1, -5)$ 代入 $y = (x+1)^2 + k$

$$\text{得 } -5 = (-1+1)^2 + k \Rightarrow k = -5$$

57. 題號：1060479 難易度：易 學習內容：F-9-2

二次函數 $y = -x^2$ 的圖形對稱於 $\underline{\hspace{2cm}}$

軸，其圖形上一點 $(-1, -1)$ 的對稱點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》 y ， $(1, -1)$

詳解：函數 $y = -x^2$ 的頂點坐標為 $(0, 0)$

\Rightarrow 對稱軸為 y 軸

$\Rightarrow (-1, -1)$ 的對稱點為 $(1, -1)$

58. 題號：1060480 難易度：易 學習內容：F-9-2

二次函數 $y = -x^2$ 的圖形對稱於 $\underline{\hspace{2cm}}$

軸，其圖形上一點 $(5, -25)$ 的對稱點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》 y ， $(-5, -25)$

詳解：函數 $y = -x^2$ 的頂點坐標為 $(0, 0)$

\Rightarrow 對稱軸為 y 軸

$\Rightarrow (5, -25)$ 的對稱點為 $(-5, -25)$

59. 題號：1060494 難易度：易 學習內容：F-9-2

寫出下列各二次函數的頂點坐標及最大(小)值：

(1) 二次函數 $y = 2(x+1)^2 - 3$ 的圖形在坐標平面上，頂點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ ， y 的最小值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 二次函數 $y = -3(x-1)^2 + 4$ 的圖形在坐標平面上，頂點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ ， y 的最大值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

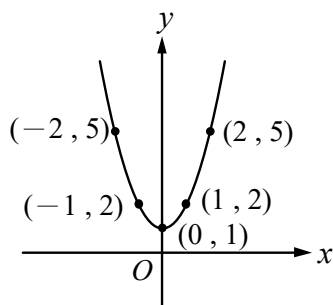
《答案》(1) $(-1, -3)$ ， -3 (2) $(1, 4)$ ， 4

詳解：(1) $y = 2(x+1)^2 - 3$ ，最低點坐標為 $(-1, -3)$ ，即 y 的最小值為 -3

(2) $y = -3(x-1)^2 + 4$ ，最高點坐標為 $(1, 4)$ ，即 y 的最大值為 4

60. 題號：1060495 難易度：易 學習內容：F-9-2

下圖為某二次函數的圖形，請找出該函數的最大值或最小值：



當 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 時，此函數有最 $\underline{\hspace{2cm}}$ (填大或小) 值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

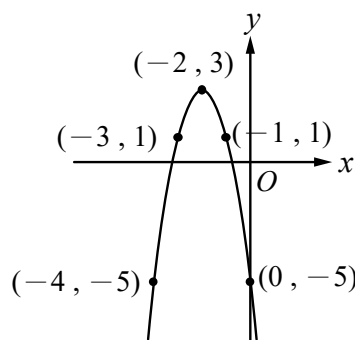
《答案》0，小，1

詳解：最低點為 $(0, 1)$

⇒ 當 $x = 0$ 時，函數有最小值 1

61. 題號：1060496 難易度：易 學習內容：F-9-2

下圖為某二次函數的圖形，請找出該函數的最大值或最小值：



當 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 時，此函數有最 $\underline{\hspace{2cm}}$ (填大或小) 值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》-2，大，3

詳解：最高點為 $(-2, 3)$

⇒ 當 $x = -2$ 時，函數有最大值 3

62. 題號：1060497 難易度：易 學習內容：F-9-2

已知二次函數 $y = 9(x-4)^2 + 8$ ，則當 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 時， y 有最 $\underline{\hspace{2cm}}$ (填大或小) 值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》4，小，8

詳解： $y = 9(x-4)^2 + 8$ 有最低點 $(4, 8)$

⇒ 當 $x = 4$ 時，函數有最小值 8

63. 題號：1060498 難易度：易 學習內容：F-9-2

已知二次函數 $y = -92(x+7)^2 - 29$ ，則當 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 時， y 有最 $\underline{\hspace{2cm}}$ (填大或小) 值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》-7，大，-29

詳解： $y = -92(x+7)^2 - 29$ 有最高點 $(-7, -29)$

⇒ 當 $x = -7$ 時，函數有最大值 -29

64. 題號：1060499 難易度：易 學習內容：F-9-2

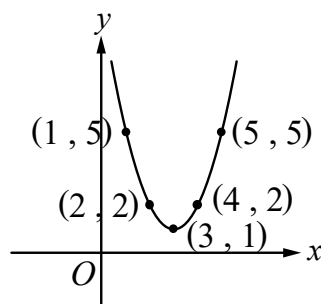
若二次函數 $y = -5x^2 + k$ 的最大值為 0，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》0

詳解： $y = -5x^2 + k$ 的最大值為 k ，故 $k = 0$

65. 題號：1060500 難易度：易 學習內容：F-9-2

下圖為某二次函數的圖形，請找出該函數的最大值或最小值：



當 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 時，此函數有最 $\underline{\hspace{2cm}}$ (填大或小) 值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

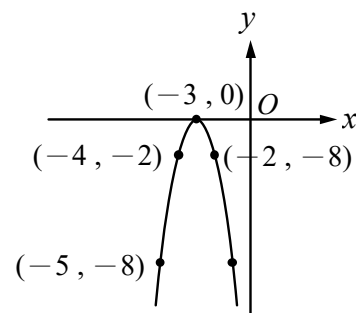
《答案》3，小，1

詳解：圖形有最低點 $(3, 1)$

⇒ 當 $x = 3$ 時，函數有最小值 1

66. 題號：1060501 難易度：易 學習內容：F-9-2

下圖為某二次函數的圖形，請找出該函數的最大值或最小值：



當 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 時，此函數有最 $\underline{\hspace{2cm}}$ (填大或小) 值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》-3，大，0

詳解：圖形有最高點 $(-3, 0)$

⇒ 當 $x = -3$ 時，函數有最大值 0

67. 題號：1060502 難易度：易 學習內容：F-9-2

已知二次函數 $y = \frac{1}{6}(x-4)^2 + \frac{4}{5}$ ，則當 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 時， y 有最 $\underline{\hspace{2cm}}$ (填大或小) 值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

《答案》4，小， $\frac{4}{5}$

詳解：圖形開口向上，有最低點 $(4, \frac{4}{5})$

⇒ 當 $x=4$ 時，函數有最小值 $\frac{4}{5}$

68. 題號：1060503 難易度：易 學習內容：F-9-2

已知二次函數 $y = \frac{3}{2}(x - \frac{3}{4})^2 - 2$ ，則當 $x =$ _____ 時， y 有最 _____ (填大或小) 值為 _____。

《答案》 $\frac{3}{4}$ ，小， -2

詳解：圖形開口向上，有最低點 $(\frac{3}{4}, -2)$

⇒ 當 $x = \frac{3}{4}$ 時，函數有最小值 -2

69. 題號：1060504 難易度：易 學習內容：F-9-2

已知二次函數 $y = -3(x + \frac{3}{2})^2 + 8$ ，則當 $x =$ _____ 時， y 有最 _____ (填大或小) 值為 _____。

《答案》 $-\frac{3}{2}$ ，大， 8

詳解：圖形開口向下，有最高點 $(-\frac{3}{2}, 8)$

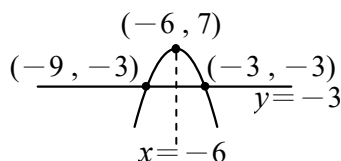
⇒ 當 $x = -\frac{3}{2}$ 時，函數有最大值 8

70. 題號：1060505 難易度：難 學習內容：F-9-2

某二次函數的圖形通過 $(-9, -3)$ 、 $(-3, -3)$ 與 $(-6, 7)$ 三點，則此二次函數有最 _____ (填大或小) 值為 _____。

《答案》大， 7

詳解：作簡圖如下所示



由 $(-9, -3)$ 與 $(-3, -3)$ 可知對稱軸

$$x = \frac{(-9) + (-3)}{2} = -6$$

又 $(-6, 7)$ 恰好在對稱軸上

故此二次函數有最大值 7

71. 題號：1060515 難易度：易 學習內容：F-9-2

已知(甲)~(戊)五個二次函數：

$$\text{甲：} y = -3x^2 + 5 \quad \text{乙：} y = -3(x+2)^2 + 5$$

$$\text{丙：} y = -3(x+2)^2 - 5 \quad \text{丁：} y = -3(x-2)^2 + 5$$

$$\text{戊：} y = -3(x-2)^2 - 5$$

則哪些二次函數的圖形完全在 x 軸下方？

答：_____。(請填代號)

《答案》丙、戊

詳解：丙的頂點 $(-2, -5)$ ，圖形開口向下

⇒ 完全在 x 軸下方

戊的頂點 $(2, -5)$ ，圖形開口向下

⇒ 完全在 x 軸下方

72. 題號：1060516 難易度：易 學習內容：F-9-2

下列哪一個二次函數的圖形與 y 軸的交點位置最高？答：_____。(請填代號)

$$\text{甲：} y = -3(x-2)^2 + 10 \quad \text{乙：} y = \frac{1}{4}(x+4)^2$$

$$\text{丙：} y = (x+5)^2 - 10$$

《答案》丙

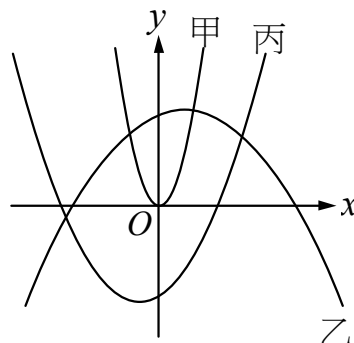
詳解：與 y 軸的交點坐標分別為

甲： $(0, -2)$ 、乙： $(0, 4)$ 、丙： $(0, 15)$

故丙： $y = (x+5)^2 - 10$ 與 y 軸的交點位置最高

73. 題號：1060517 難易度：易 學習內容：F-9-2

附圖的坐標平面上有甲： $y = a_1(x+h_1)^2 + k_1$ 、乙： $y = a_2(x+h_2)^2 + k_2$ 、丙： $y = a_3(x+h_3)^2 + k_3$ 三個二次函數的圖形，則 k_1 、 k_2 、 k_3 的大小關係為_____。



《答案》 $k_2 > k_1 > k_3$

詳解：∵ 三個函數圖形與 y 軸的交點坐標分別為

$(0, k_1)$ 、 $(0, k_2)$ 、 $(0, k_3)$

⇒ 由圖形可看出 $k_2 > k_1 > k_3$

74. 題號：1060518 難易度：易 學習內容：F-9-2

坐標平面上，將二次函數 $y = \frac{1}{5}(x-7)^2 + 4$

的圖形向下平移 5 個單位後，新圖形與 x 軸會有 _____ 個交點。

《答案》2

詳解：原頂點 $(7, 4)$ ，新頂點 $(7, -1)$

又圖形開口向上 ⇒ 有 2 個交點

75. 題號：1060521 難易度：易 學習內容：F-9-1

一果園中種了 25 棵橘子樹，每棵平均可生產橘子 450 個；若在此園中，每加種 1 棵，則每棵平均生產量減少 10 個。當果園加種 x 棵橘子樹時，此園的產量為 y 個橘子，依題意可列出二次函數

《答案》 $y = (25 + x)(450 - 10x)$

詳解： $y = (25 + x)(450 - 10x)$

76. 題號：1060523 難易度：易 學習內容：F-9-1

阿羅想用 50 公尺長的鐵絲網圈出一個矩形養雞，若矩形的其中一邊為 x 公尺，所圍的矩形面積為 y 平方公尺，則：

(1) 矩形的另一邊為_____公尺。(以 x 表示)

(2) 依題意可列出二次函數 $y =$ _____。

《答案》(1) $25 - x$ (2) $x(25 - x)$

詳解：(1) $50 \div 2 - x = 25 - x$

(2) $y = x(25 - x)$

77. 題號：1060524 難易度：易 學習內容：F-9-1

阿默將 200 公分的繩子剪成兩段，各圍出一個正方形，若假設其中一個正方形的邊長為 x 公分，兩正方形的面積和為 y 平方公分，則：

(1) 另一個正方形的邊長為_____公分。

(以 x 表示)

(2) x 與 y 的關係式為_____。

(3) 判別 y 是否為 x 的二次函數？答：

《答案》(1) $50 - x$ (2) $y = x^2 + (50 - x)^2$ (3) 是

詳解：(1) $\frac{200 - 4x}{4} = 50 - x$

(2) $y = x^2 + (50 - x)^2$

(3) $y = x^2 + (50 - x)^2$

$= x^2 + 2500 - 100x + x^2$

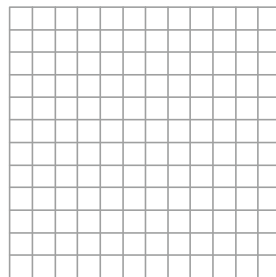
$= 2x^2 - 100x + 2500$

所以 y 是 x 的二次函數

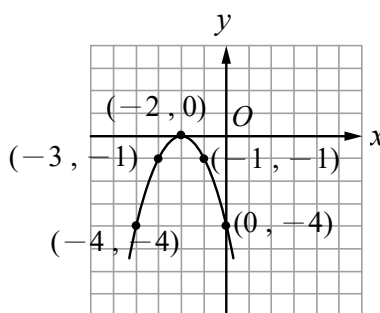
作圖

1. 題號：1060453 難易度：易 學習內容：F-9-2

請在下面的方格裡描繪二次函數 $y = -(x + 2)^2$ 的圖形。



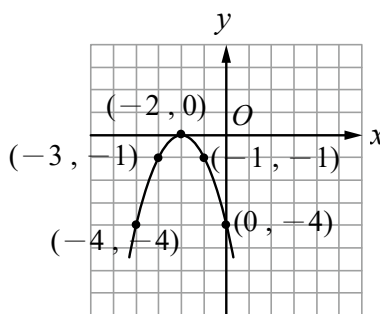
《答案》



詳解：將 x 與 y 的對稱值列表如下：

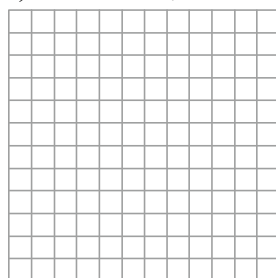
x	...	-4	-3	-2	-1	0	...
y	...	-4	-1	0	-1	-4	...

然後描點並畫平滑曲線如圖。

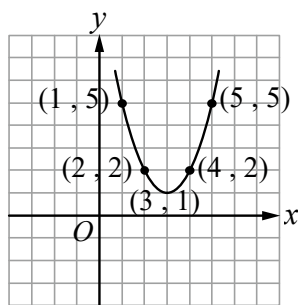


2. 題號：1060454 難易度：易 學習內容：F-9-2

請在下面的方格裡描繪出二次函數 $y = (x - 3)^2 + 1$ 的圖形。



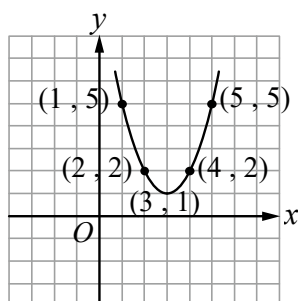
《答案》



詳解：將 x 與 y 的對稱值列表如下：

x	...	1	2	3	4	5	...
y	...	5	2	1	2	5	...

然後描點並畫平滑曲線如圖。



計算

1. 題號：1060315 難易度：中 學習內容：F-9-1

下列哪些是二次函數？

(A) $y = 5x^3 - 2x + 1$ (B) $y = 2x - 1$

(C) $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$ (D) $y = 2(x-1)^2 - 4$

(E) $y = 3 - 5x + x^2$ (F) $y = -\frac{1}{2}$

(G) $y = 1 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$ (H) $y = -\frac{1}{3}x^2 - 1$

《答案》(D)、(E)、(H)

詳解：(D)、(E)、(H)皆為二次函數

(A)為三次函數，(B)、(C)為一次函數

(F)為常數函數，(G)非一次函數亦非二次函數

2. 題號：1060351 難易度：易 學習內容：F-9-2

把 $y = x^2$ 的圖形向上平移 4 個單位，可得一新的二次函數為何？

《答案》 $y = x^2 + 4$

詳解： $y = x^2 + 4$ 為 x 的二次函數

3. 題號：1060352 難易度：易 學習內容：F-9-2

把 $y = x^2 - 2$ 的圖形向下平移 5 個單位，可得一新的二次函數為何？

《答案》 $x^2 - 7$

詳解： $y = x^2 - 2 - 5 = x^2 - 7$

4. 題號：1060397 難易度：易 學習內容：F-9-2

請寫出下列各二次函數圖形的開口方向及頂點坐標：

(1) $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}$ (2) $y = 7 + 8x^2$ (3) $y = -\sqrt{2} - 2x^2$ (4) $y = \pi x^2 - \pi$ (5) $y = (2x + 3)(3 - 2x)$

《答案》(1)向下， $(0, \frac{3}{2})$ (2)向上， $(0, 7)$

(3)向下， $(0, -\sqrt{2})$ (4)向上， $(0, -\pi)$

(5)向下， $(0, 9)$

詳解：(1) $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}$ ， $-\frac{2}{3} < 0$

\Rightarrow 開口向下，頂點 $(0, \frac{3}{2})$

(2) $y = 8x^2 + 7$ ， $8 > 0$

\Rightarrow 開口向上，頂點 $(0, 7)$

(3) $y = -2x^2 - \sqrt{2}$ ， $-2 < 0$

\Rightarrow 開口向下，頂點 $(0, -\sqrt{2})$

(4) $y = \pi x^2 - \pi$ ， $\pi > 0$

\Rightarrow 開口向上，頂點 $(0, -\pi)$

(5) $y = -4x^2 + 9$ ， $-4 < 0$

\Rightarrow 開口向下，頂點 $(0, 9)$

5. 題號：1060399 難易度：易 學習內容：F-9-2

試比較下列各二次函數圖形開口的大小：

$$(A)y = -\frac{1}{2}x^2 + 5 \quad (B)y = \frac{2}{3}x^2 - 7$$

$$(C)y = \frac{5}{7}x^2 - 1 \quad (D)y = -\frac{4}{5}x^2 + \frac{1}{2}$$

《答案》(A) > (B) > (C) > (D)

詳解：比較 x^2 項係數

$$\therefore \left| -\frac{4}{5} \right| > \left| \frac{5}{7} \right| > \left| \frac{2}{3} \right| > \left| -\frac{1}{2} \right|$$

$$\therefore y = -\frac{4}{5}x^2 + \frac{1}{2} \text{ 的開口最小}$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 5 \text{ 的開口最大}$$

故(A) > (B) > (C) > (D)

6. 題號：1060432 難易度：易 學習內容：F-9-2

寫出下列各二次函數的最高點或最低點坐標：

$$(1)y = 3 - 4x^2$$

$$(2)y = -3 - 4x^2$$

$$(3)y = 2(x^2 - 3)$$

$$(4)y = -(3 - 2x^2)$$

《答案》(1)最高點(0, 3) (2)最高點(0, -3)
(3)最低點(0, -6) (4)最低點(0, -3)

詳解：(1) $y = -4x^2 + 3$, $-4 < 0$, 圖形開口向下, 有最高點, 頂點坐標為(0, 3)

(2) $y = -4x^2 - 3$, $-4 < 0$, 圖形開口向下, 有最高點, 頂點坐標為(0, -3)

(3) $y = 2x^2 - 6$, $2 > 0$, 圖形開口向上, 有最低點, 頂點坐標為(0, -6)

(4) $y = 2x^2 - 3$, $2 > 0$, 圖形開口向上, 有最低點, 頂點坐標為(0, -3)

7. 題號：1060455 難易度：易 學習內容：F-9-2

試求下列各二次函數圖形的開口方向與最高點或最低點的坐標：

$$(1)y = 5x^2 \quad (2)y = -4 - x^2 \quad (3)y = \frac{1}{4}x^2 - 7$$

$$(4)y = -3x^2 + \frac{1}{8} \quad (5)y = (4 - 2x)(4 + 2x)$$

《答案》(1)向上、最低點坐標(0, 0)

(2)向下、最高點坐標(0, -4)

(3)向上、最低點坐標(0, -7)

(4)向下、最高點坐標(0, $\frac{1}{8}$)

(5)向下、最高點坐標(0, 16)

詳解：(1) $y = 5x^2 = 5x^2 + 0$ ：

開口向上($5 > 0$), 最低點坐標為(0, 0)

(2) $y = -4 - x^2 = (-1)x^2 + (-4)$ ：

開口向下($-1 < 0$), 最高點坐標為(0, -4)

(3) $y = \frac{1}{4}x^2 - 7 = \frac{1}{4}x^2 + (-7)$ ：

開口向上($\frac{1}{4} > 0$), 最低點坐標為(0, -7)

(4) $y = -3x^2 + \frac{1}{8} = (-3)x^2 + \frac{1}{8}$ ：

開口向下($-3 < 0$), 最高點坐標為(0, $\frac{1}{8}$)

(5) $y = (4 - 2x)(4 + 2x) = 16 - 4x^2 = (-4)x^2 + 16$ ：

開口向下($-4 < 0$), 最高點坐標為(0, 16)

8. 題號：1060456 難易度：中 學習內容：F-9-2

將二次函數 $y = -2x^2 + 1$ 的圖形向上平移 3 個單位可得 $y = ax^2 + k$, 再向下平移 2 個單位可得 $y = bx^2 + t$, 求 $a + k + b + t$ 之值。

《答案》2

詳解： $y = -2x^2 + 1 + 3 = -2x^2 + 4 \Rightarrow a = -2, k = 4$

$y = -2x^2 + 4 - 2 = -2x^2 + 2 \Rightarrow b = -2, t = 2$

$a + k + b + t = (-2) + 4 + (-2) + 2 = 2$

9. 題號：1060457 難易度：易 學習內容：F-9-2

已知某二次函數圖形的最高點為(0, 8), 經平移後所得到的新圖形與 $y = -2x^2$ 的圖形重合, 求原二次函數為何?

《答案》 $y = -2x^2 + 8$

詳解：若經平移後和 $y = -2x^2$ 的圖形重合，則原函數應為 $y = -2x^2 + c$

又最高點為 $(0, 8)$ ，所以原二次函數為 $y = -2x^2 + 8$

10. 題號：1060458 難易度：中 學習內容：F-9-2

將二次函數 $y = ax^2 + c$ 的圖形向上平移 8 個單位，再向下平移 5 個單位，可得新圖形的二次函數為 $y = 5x^2 + 8$ ，試求 a 、 c 之值。

《答案》 $a = 5, c = 5$

詳解： $y = ax^2 + (c + 8 - 5) = 5x^2 + 8$

$$\begin{cases} a = 5 \\ c + 8 - 5 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ c = 5 \end{cases}$$

11. 題號：1060459 難易度：易 學習內容：F-9-2

試比較下列各二次函數圖形開口的大小：

(A) $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$ (B) $y = -\frac{2}{3}x^2 + 7$

(C) $y = -8x^2 + 6$ (D) $y = -1 + 10x^2$

《答案》(A) > (B) > (C) > (D)

詳解：因為 $|\frac{1}{2}| < |-\frac{2}{3}| < |-8| < |10|$

所以 $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$ 的開口最大， $y = -1 + 10x^2$ 的開口最小

即開口大小的順序為 (A) > (B) > (C) > (D)

12. 題號：1060460 難易度：中 學習內容：F-9-2

若 $(-1, a)$ 與 $(b, -7)$ 兩點均在二次函數 $y = -2x^2 + 1$ 的圖形上，則 $a = ?$ $b = ?$

《答案》 $a = -1, b = \pm 2$

詳解：點 $(-1, a)$ 在 $y = -2x^2 + 1$ 的圖形上，

$$\Rightarrow a = -2 \times (-1)^2 + 1 = -2 + 1 = -1$$

點 $(b, -7)$ 在 $y = -2x^2 + 1$ 的圖形上，

$$\Rightarrow -7 = -2 \times b^2 + 1 \Rightarrow b = \pm 2$$

13. 題號：1060461 難易度：中 學習內容：F-9-2

若 $(1, -3)$ 與 $(2, 9)$ 兩點均在二次函數 $y = ax^2 + c$ 的圖形上，則 $a = ?$ $c = ?$

《答案》 $a = 4, c = -7$

詳解：點 $(1, -3)$ 在 $y = ax^2 + c$ 的圖形上 $\Rightarrow -3 = a \times 1^2 + c \Rightarrow a + c = -3 \cdots \cdots ①$

點 $(2, 9)$ 在 $y = ax^2 + c$ 的圖形上

$$\Rightarrow 9 = a \times 2^2 + c \Rightarrow 4a + c = 9 \cdots \cdots ②$$

解①、②兩式得 $a = 4, c = -7$

14. 題號：1060462 難易度：易 學習內容：F-9-2

已知某二次函數圖形的頂點為 $(0, -8)$ ，且此圖形通過 $(-3, 10)$ ，則此二次函數為何？

《答案》 $y = 2x^2 - 8$

詳解：由於頂點是 $(0, -8)$ ，所以此二次函數可假設為 $y = ax^2 - 8$

又通過 $(-3, 10)$ ，所以 $10 = a \times (-3)^2 - 8 \Rightarrow a = 2$
故此二次函數為 $y = 2x^2 - 8$

15. 題號：1060463 難易度：中 學習內容：F-9-2

已知某二次函數的圖形通過 $(2, -7)$ 與 $(-1, 2)$ 兩點，且此圖形對稱於 y 軸，則此二次函數為何？

《答案》 $y = -3x^2 + 5$

詳解：由於對稱軸是 y 軸，

所以此二次函數可假設為 $y = ax^2 + c$

又通過 $(2, -7)$ 與 $(-1, 2)$ ，

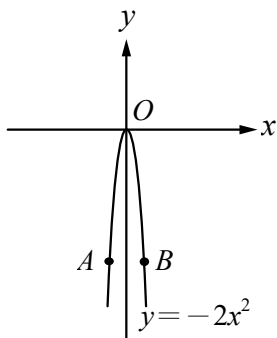
$$\text{所以} \begin{cases} -7 = a \times 2^2 + c \\ 2 = a \times (-1)^2 + c \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a+c=-7 \\ a+c=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-3 \\ c=5 \end{cases}$$

故此二次函數為 $y = -3x^2 + 5$

16. 題號：1060464 難易度：中 學習內容：F-9-2

如下圖，若 A 、 B 分別為二次函數 $y = -2x^2$ 圖形的兩個點，且 $\overline{AB} \perp y$ 軸，若 $\overline{AB} = 8$ ，則直線 AB 的方程式為何？



《答案》 $y = -32$

詳解：因為 A 、 B 對稱於 y 軸，且 $\overline{AB} = 8$ 所以可以設 A 點為 $(-t, -2t^2)$ 、 B 點為 $(t, -2t^2)$

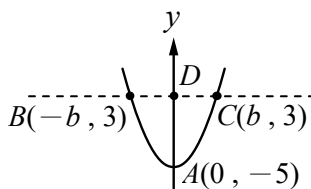
$$\overline{AB} = t - (-t) = 2t = 8 \Rightarrow t = 4$$

所以 A 點為 $(-4, -32)$ 、 B 點為 $(4, -32)$

故直線 AB 的方程式為 $y = -32$

17. 題號：1060465 難易度：難 學習內容：F-9-2

如下圖，已知二次函數 $y = ax^2 + c$ 的圖形通過 $B(-b, 3)$ 、 $C(b, 3)$ 兩點，其中 $b > 0$ ，且最低點為 $A(0, -5)$ 。若 $\triangle ABC$ 的面積為 24，求 a 、 b 、 c 之值為何。



《答案》 $a = \frac{8}{9}$ ， $b = 3$ ， $c = -5$

詳解：由頂點 $A(0, -5)$ 可知 $c = -5$

$$\text{又 } \overline{AD} = 3 - (-5) = 8$$

$$\triangle ABC \text{ 的面積} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 8 = 24 \Rightarrow \overline{BC} = 6$$

因此 $\overline{CD} = 3$ ，即 $b = 3$

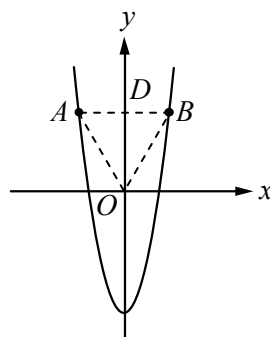
又 $y = ax^2 + c$ 通過 $C(3, 3)$ ，所以 $3 = a \times 3^2 - 5$ ，

$$\text{解出 } a = \frac{8}{9}$$

$$\text{故 } a = \frac{8}{9}, b = 3, c = -5$$

18. 題號：1060466 難易度：難 學習內容：F-9-2

如下圖，已知 $y = x^2 + c$ 的圖形通過 $A(-a, 12)$ 、 $B(a, 12)$ 兩點，其中 $a > 0$ ，若 $\triangle AOB$ 為正三角形，試求 a 、 c 之值。



《答案》 $a = 4\sqrt{3}$ ， $c = -36$

詳解：因為 $\triangle AOB$ 為正三角形，

所以 $\overline{BO} = \overline{AB} = 2a$ ， $\overline{DB} = a$ ， $\overline{OD} = 12$

$$a^2 + 12^2 = (2a)^2 \Rightarrow a^2 + 144 = 4a^2$$

$$\Rightarrow a^2 = 48 \Rightarrow a = \pm 4\sqrt{3} (\text{負不合})$$

將 $(4\sqrt{3}, 12)$ 代入 $y = x^2 + c$

$$\text{得 } 12 = 48 + c \Rightarrow c = -36$$

$$\text{故 } a = 4\sqrt{3}, c = -36$$

19. 題號：1060467 難易度：易 學習內容：F-9-2

若某二次函數圖形的頂點為 $(-1, 2)$ ，且與 y 軸交於 $(0, -1)$ ，則此二次函數為何？

《答案》 $y = -3(x+1)^2 + 2$

詳解：設此二次函數為 $y = a(x+1)^2 + 2$

又圖形通過 $(0, -1)$

所以 $-1 = a(0+1)^2 + 2$ ，解出 $a = -3$
 故此二次函數為 $y = -3(x+1)^2 + 2$

20. 題號：1060468 難易度：難 學習內容：F-9-2

已知二次函數 $y = ax^2 + 4$ 的圖形與 x 軸交於 A 、 B 兩點，與 y 軸交於 C 點，若 $\triangle ABC$ 的面積為 $\frac{8}{3}$ ，則 $a = ?$

《答案》-9

詳解：以 $x=0$ 代入 $y = ax^2 + 4$ 中，得 $y = a \times 0^2 + 4 = 4$

即 C 點的坐標為 $(0, 4)$

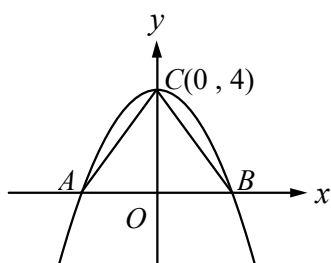
$\triangle ABC$ 的面積 $= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{OC} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 4 = \frac{8}{3}$

$\Rightarrow \overline{AB} = \frac{4}{3}$

即 B 點的坐標為 $(\frac{2}{3}, 0)$

又 B 點在 $y = ax^2 + 4$ 的圖形上

所以 $0 = a \times (\frac{2}{3})^2 + 4$ ，解出 $a = -9$

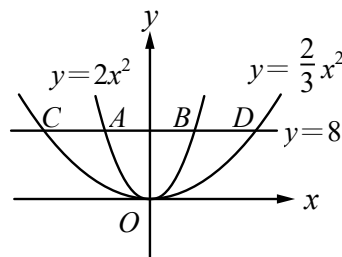


21. 題號：1060469 難易度：易 學習內容：F-9-2

設直線 $y = 8$ 與 $y = 2x^2$ 的圖形交於 A 、 B 兩點，直線 $y = 8$ 與 $y = \frac{2}{3}x^2$ 的圖形交於 C 、 D 兩點，請比較 \overline{AB} 與 \overline{CD} 的大小。

《答案》 $\overline{AB} < \overline{CD}$

詳解：作簡圖如下，因為 $y = \frac{2}{3}x^2$ 的開口較大
 所以 $\overline{AB} < \overline{CD}$

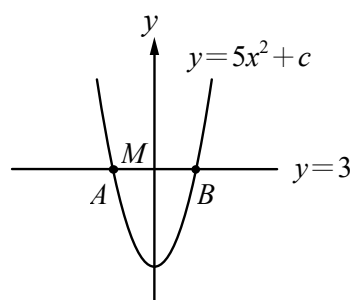


22. 題號：1060471 難易度：難 學習內容：F-9-2

已知二次函數 $y = 5x^2 + c$ 的圖形與直線 $y = 3$ 交於 A 、 B 兩點，若 $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ ，則 $c = ?$

《答案》-7

詳解：作簡圖如下



因為 A 、 B 兩點對稱於 y 軸，而且 $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$
 所以 $\overline{MB} = \sqrt{2}$ ，即 B 點的坐標為 $(\sqrt{2}, 3)$

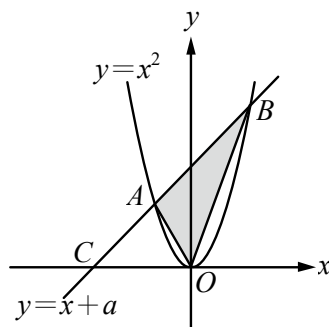
又 $y = 5x^2 + c$ 通過 B 點，所以 $3 = 5 \times (\sqrt{2})^2 + c$
 解出 $c = -7$

23. 題號：1060472 難易度：難 學習內容：F-9-2

如下圖，二次函數 $y = x^2$ 的圖形與 $y = x + a$ 交於 A 、 B 兩點，試回答下列問題：

(1) $a = 2$ 時， A 點的 x 坐標為何？

(2) $a = 6$ 時， $\triangle AOB$ 的面積為何？



《答案》(1)-1 (2)15

詳解：(1) $\begin{cases} y=x^2 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ y=x+2 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ ， $\textcircled{1}-\textcircled{2}$ 得 $x^2-x-2=0$

$\Rightarrow x=-1$ 或 $x=2$

由於 A 、 B 兩點分別在第二、第一象限

因此 A 點的 x 坐標為 -1 ， B 點的 x 坐標為 2

(2) $\begin{cases} y=x^2 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ y=x+6 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ ， $\textcircled{1}-\textcircled{2}$ 得 $x^2-x-6=0 \Rightarrow x=-2$ 或 $x=3$

分別以 $x=-2$ 、 3 代入 $y=x+6$ 中

當 $x=-2$ 時， $y=4$ ； $x=3$ 時， $y=9$

即 A 、 B 兩點的坐標分別為 $(-2, 4)$ 、 $(3, 9)$

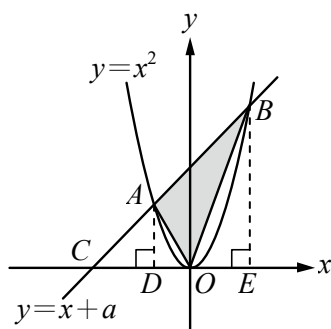
又 $y=x+6$ 與 x 軸的交點為 $C(-6, 0)$

$\triangle AOB$ 的面積 $= \triangle BOC$ 的面積 $- \triangle AOC$ 的面積

$$= \frac{1}{2} \times \overline{OC} \times \overline{BE} - \frac{1}{2} \times \overline{OC} \times \overline{AD}$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 9 - \frac{1}{2} \times 6 \times 4$$

$$= 15$$



24. 題號：1060473 難易度：難 學習內容：F-9-2

已知二次函數 $y=a(x-b)^2$ ，若此函數在 $x=1$ 的函數值是在 $x=2$ 時的函數值的 4 倍，則 $b=?$

《答案》3 或 $\frac{5}{3}$

詳解： $\because a(1-b)^2=4a(2-b)^2$

$$\therefore 1-2b+b^2=4(4-4b+b^2)$$

$$\therefore 3b^2-14b+15=0$$

$$\therefore (b-3)(3b-5)=0$$

$$\therefore b=3 \text{ 或 } \frac{5}{3}$$

25. 題號：1060474 難易度：中 學習內容：F-9-2

若某二次函數的圖形通過 $(3, 3)$ 與 $(-2, -2)$ 兩點，且其對稱軸為 $x=1$ ，則此二次函數為何？

《答案》 $y=-(x-1)^2+7$

詳解：設此二次函數為 $y=a(x-1)^2+k$ 且圖形通過 $(3, 3)$ 與 $(-2, -2)$

$$\text{所以 } \begin{cases} 3=a(3-1)^2+k \\ -2=a(-2-1)^2+k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a+k=3 \\ 9a+k=-2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ k=7 \end{cases}$$

故此二次函數為 $y=-(x-1)^2+7$

26. 題號：1060475 難易度：難 學習內容：F-9-2

已知二次函數的圖形通過 $(-2, 1)$ 、 $(4, 1)$ 、 $(m, 4)$ 、 $(n, 4)$ 四點，則 $m+n$ 的值為多少？

《答案》2

詳解：二次函數的圖形必為線對稱圖形

$$\text{因此對稱軸為 } x=\frac{m+n}{2}=\frac{-2+4}{2}=1$$

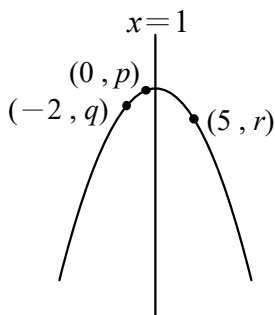
$$\Rightarrow m+n=2$$

27. 題號：1060476 難易度：難 學習內容：F-9-2

已知二次函數 $y=-\frac{1}{5}(x-1)^2+k$ 的圖形通過 $(0, p)$ 、 $(-2, q)$ 、 $(5, r)$ ，則 p 、 q 、 r 的大小關係為何？

《答案》 $p>q>r$

詳解：因為函數圖形的對稱軸為 $x-1=0$ ，可作簡圖，由圖可知： $p>q>r$



28. 題號：1060477 難易度：中 學習內容：F-9-2

將二次函數 $y = -2(x-3)^2 + 11$ 的圖形向左平移 5 個單位，再向下平移 8 個單位，則新圖形的二次函數為何？

《答案》 $y = -2x^2 - 8x - 5$

詳解：向左 5、向下 8 可得 $y = -2(x-3+5)^2 + 11 - 8 = -2(x+2)^2 + 3 = -2x^2 - 8x - 5$
故新圖形的二次函數為 $y = -2x^2 - 8x - 5$

29. 題號：1060478 難易度：易 學習內容：F-9-2

二次函數 $y = 3(x-4)^2 + 1$ 的圖形可由 $y = 3x^2$ 的圖形向右平移 h 個單位，再向上平移 k 個單位而得到，則 $h = ?$ $k = ?$

《答案》4, 1

詳解： $y = 3x^2$ 向右 4、向上 1 可得 $y = 3(x-4)^2 + 1$
故 $h = 4$ ， $k = 1$

30. 題號：1060487 難易度：易 學習內容：F-9-2

已知二次函數 $y = a(x-h)^2 + k$ 的圖形可由 $y = -3x^2$ 的圖形向右平移 2 個單位，再向下平移 5 個單位後得到，則 $a = ?$ $h = ?$ $k = ?$

《答案》 $a = -3$ ， $h = 2$ ， $k = -5$

詳解：將 $y = -3x^2$ 的圖形向右平移 2 個單位，再向下平移 5 個單位後，會與 $y = -3(x-2)^2$

-5 的圖形重合

$\Rightarrow a = -3$ ， $h = 2$ ， $k = -5$

31. 題號：1060488 難易度：易 學習內容：F-9-2

已知二次函數 $y = a(x-3)^2 + k$ 的圖形平移後會和 $y = -3x^2 + 5$ 的圖形重合，且 $y = a(x-3)^2 + k$ 的圖形上有一點 $(0, -20)$ ，則 $y = a(x-3)^2 + k$ 圖形的頂點坐標為何？

《答案》(3, 7)

詳解： $\because y = a(x-3)^2 + k$ 的圖形會與 $y = -3x^2 + 5$ 的圖形重合

$\therefore a = -3$

將 $(0, -20)$ 代入 $y = -3(x-3)^2 + k$ 中

得 $-20 = -27 + k$ ， $k = 7$

\Rightarrow 頂點為 (3, 7)

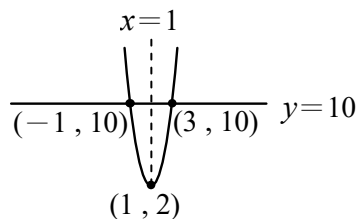
32. 題號：1060506 難易度：難 學習內容：F-9-2

某二次函數的圖形通過 $(-1, 10)$ 、 $(3, 10)$ 與 $(1, 2)$ 三點，則此二次函數的最大值或最小值為多少？

《答案》最小值 2

詳解：由圖形過 $(-1, 10)$ 與 $(3, 10)$ 可知對稱軸為 $x = \frac{-1+3}{2} = 1$

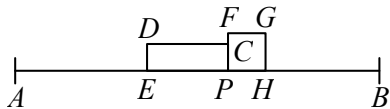
又 $(1, 2)$ 恰好在對稱軸上，故 $(1, 2)$ 為此二次函數的頂點，作簡圖如下所示，故此二次函數有最小值 2



33. 題號：1060522 難易度：難 學習內容：F-9-1

如圖，已知 $\overline{AB} = 56$ 公分， P 為 \overline{AB} 上一點，分別以 \overline{AP} 、 \overline{BP} 為周長各圍成一長方形 $PCDE$ 和一正方形 $PFGH$ ，若 $\overline{CD} = 3\overline{DE}$ ，且 $\overline{DE} = x$ 公分，所圍成長方形與正方形的

面積和為 y ，則依題意可列出二次函數為何？



《答案》 $7x^2 - 56x + 196$

詳解： $\overline{DE} = x$ 公分， $\overline{CD} = 3x$ 公分

$$\text{則 } \overline{FP} = \frac{56-8x}{4} = 14-2x (\text{公分})$$

$$\begin{aligned} \text{面積和 } y &= x \cdot 3x + (14-2x)^2 \\ &= 7x^2 - 56x + 196 \end{aligned}$$

34. 題號：1060525 難易度：易 學習內容：F-9-1

一梯形的上底與高的和為 10，且下底比上底長 12，若上底為 x ，梯形面積為 y ，則 y 是否為 x 的二次函數？說明你的理由。

《答案》是

詳解：上底為 x

則高為 $10-x$ ，下底為 $x+12$

$$\begin{aligned} \text{面積 } y &= \frac{(x+x+12)(10-x)}{2} = (x+6)(10-x) \\ &= -x^2 + 4x + 60 \end{aligned}$$

故 y 是 x 的二次函數

35. 題號：1060526 難易度：易 學習內容：F-9-1

王老師想用 80 公尺長的籬笆圍出一塊矩形濕地，作為生態教學園區，若矩形濕地的長為 x 公尺，面積為 y 平方公尺，則：

(1) 矩形濕地的寬為多少公尺？

(2) 寫出 x 和 y 的關係式。

(3) 判斷 y 是否為 x 的二次函數？

《答案》(1) $40-x$ (2) $y=x(40-x)$ (3) 是

詳解：(1) 長為 x 公尺，寬為 $80 \div 2 - x = 40 - x$ 公尺

$$(2) \text{面積 } y = x(40-x)$$

$$(3) y = x(40-x) = -x^2 + 40x$$

故 y 是 x 的二次函數

36. 題號：1060527 難易度：難 學習內容：F-9-1

某籃球比賽有 x 組球隊參加預賽，若每兩隊之間要進行一場比賽，而預賽的總場次為 y 場，則：

(1) 每隊要進行幾場比賽？

(2) 寫出 x 和 y 的關係式。

(3) 判斷 y 是否為 x 的二次函數？

《答案》(1) $x-1$ (2) $y = \frac{1}{2}x(x-1)$ (3) 是

詳解：(1) 除了自己以外，其他隊伍都要比賽 1 場

所以每隊要進行 $(x-1)$ 場比賽

(2) 因為任一球隊 A 對上球隊 B 與球隊 B 對上球隊 A 視為同一場比賽

$$\text{所以總場次 } y = \frac{\text{隊數} \times \text{每隊比賽次數}}{2} = \frac{1}{2}x(x-1)$$

$$(3) y = \frac{1}{2}x(x-1) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x$$

故 y 是 x 的二次函數

37. 題號：1060528 難易度：中 學習內容：F-9-1

某兩地之間共有 x 個車站，若區間車經過每個車站都會停靠，而兩地間不同起迄站的區間車票有 y 種，則：

(1) 寫出 x 和 y 的關係式。

(2) 判斷 y 是否為 x 的二次函數？

《答案》(1) $y=x(x-1)$ (2) 是

詳解：(1) 不同起迄站的車票種數 = 起站數 \times 迄站數

$$\text{則 } y = x(x-1)$$

$$(2) y = x(x-1) = x^2 - x$$

故 y 是 x 的二次函數

38. 題號：1060529 難易度：難 學習內容：F-9-1

某銀行一年定存的年利率為 x ，若逸華的存款額為 100 元，兩年後的本金、利息總和為 y 元，則：

(1) 寫出 x 和 y 的關係式。

(2) 判斷 y 是否為 x 的二次函數？

《答案》(1) $y=100(1+x)^2$ (2) 是

詳解：(1) 一年定存的年利率為 x ，存款額為 100 元

則一年後的本金、利息總和為 $100(1+x)$

二年後的本金、利息總和為 $y=100(1+x)(1+x)=100(1+x)^2$

(2) $y=100(1+x)^2=100x^2+200x+100$

故 y 是 x 的二次函數