第五章

思考题：

5-1 什么是 PCM?

答：PCM（Pulse Code Modulation）称为脉冲编码调制，是指将时间连续、取值连续的模拟信号变换成时间离散、抽样值离散的数字信号的过程。

5-2 什么是时分复用？

答：以时间作为分割参量，使各路通信信号的处理在时间轴上互不重叠的方式称为时分复用。

5-3 为了能无失真恢复出低通模拟信号，在对其进行抽样时，抽样频率有什么要求？

答：对于频带限制在$0\sim f_H$的低通信号$m(t)$，若以频率$f_s \ge 2f_H$抽取瞬时样值，则可无失真恢复原模拟信号。

5-4 试讨论抽样时产生频谱混叠的原因，并说明如何避免。

答：已抽样信号的频谱是基带信号频谱的周期性延拓，重复周期为ω_s。如果$\omega_s < 2\omega_H$将产生频谱混叠，因此只要保证$\omega_s \ge 2\omega_H$，即$f_s \ge 2f_H$，就不会出现频谱混叠，在接收端可以利用低通滤波器无失真还原基带信号的频谱。

5-5 什么是奈奎斯特速率？什么是奈奎斯特间隔？

答：无失真恢复的最低抽样频率$f_s = 2f_H$称为奈奎斯特速率，而对应的抽样周期$T_s = 1/(2f_H)$称为奈奎斯特间隔。

5-6 什么是孔径失真？如何消除孔径失真？

答：在平顶抽样时，抽样信号的频谱是基带频谱$M(\omega)$的周期性重复，在基带频谱的每一个重复周期内，由于保持器的频谱$H(\omega)$是频率的函数，与$M(\omega - n\omega_s)$相乘后改变了基带信号的频谱形状，这种影响称为孔径失真。直接用截止频率为f_H的理想低通滤波器，不能无失真恢复原始基带信号。为消除孔径失真，可以在低通滤波之前先加入均衡网络$1/H(\omega)$修正，或者进行二次采样。

5-7 什么是量化？什么是量化误差？

答：对连续的抽样值进行离散化处理，这个过程称为量化。量化值与抽样值之间存在差别，称为量化误差或量化噪声。

5-8 量化误差能否消除？它与什么因素有关？

答：量化误差一旦形成，在接收端无法去除。量化误差与量化等级数有关，量化等级数越多，量化误差越小，增加量化等级数可以把噪声降低到无法察觉的程度。

5-9 量化的目的是什么？什么是均匀量化？均匀量化有什么缺点？

答：量化的目的是将抽样信号在幅值上进行离散化处理，即将无限个可能的取值变为有限个。均匀量化是量化间隔相等的量化，其主要缺点是无论抽样值大小如何，量化噪声的均方根值（功率）都固定不变，因此当信号较小时，信号的量化信噪比也很小，难以满足通信系统的要求。

5-10 讨论均匀量化是否适合处理实际电话语音信号。

答：在均匀量化中，量化信噪比与量化等级数或编码位数有关，实际电话通信中，小信号的情况比较多，若采用均匀量化，其量化级数较少，因此很可能因为信噪比较低而使接收方听不清楚。均匀量化并不适合处理实际电话语音信号。

5-11 我国采用的电话量化标准，是符合 13 折线律还是 1513 折线律？

答：符合 13 折线律。

5-12 PCM 编码为什么选用折叠二进制编码？

答：选用折叠二进制编码有如下优点：第一可以简化编译码，将信号的符号和大小分开处理，可以只对单极性进行编码。第二，对于小信号而言，误码带来的影响较小。实际电话通信中，小信号的情况比较多，因此选用折叠二进制编码更合适。

5-13 设模拟信号的抽样频率为 f_s，每个样值编码位数为 N，共有 k 路复用，试说明在无码间串扰的情况下 PCM 系统的奈奎斯特带宽。

答：根据奈奎斯特准则，在无码间串扰的情况下，理想低通传输系统所需最小传输带宽（奈奎斯特带宽）为 $kNf_s/2$，当采用升余弦系统传输时，所需带宽为 kNf_s。

5-14 差分脉冲编码调制（DPCM）的基本思想是什么？有什么优点？

答：差分脉冲编码调制（DPCM）的基本思想是：不是直接对样值进行编码，而是对当前的样值与其预测值之间的差值进行编码。差值的幅度范围一般远小于原信号的幅度范围，在保证同样的量化性能的情况下，可以减少编码位数，从而降低信息传输率。

5-15 试讨论差分脉冲编码调制的两种噪声。

答：DPCM 是对信号抽样值的差值即预测误差进行编码，预测误差的不同所带来的量化噪声分以下两种情况。第一种情况，预测误差 e_k 范围限制在 $(-\sigma,+\sigma)$ 范围内，即信号的相邻抽样值的增减不超过此范围。对预测误差进行量化，量化器的量化间隔为 Δv，产生的量化误差（或称量化噪声）一般在 $(-\Delta v/2,+\Delta v/2)$ 内，这种情况下的噪声称为**一般量化噪声**。

第二种情况，若相邻抽样值之间的变化超过 $(-\sigma,+\sigma)$，或者说信号的斜率超过 σ/T_s，T_s 为抽样间隔，则量化误差将超过 $\pm\Delta v/2$，从而带来较严重的失真，称为过载失真。这种情况

下的噪声称为**过载量化噪声**。

5-16 什么是自适应差分脉冲编码调制 ADPCM？
答：自适应差分脉冲编码调制 ADPCM 是对 DPCM 的改进体制。一方面采用自适应预测级数，除了根据前面若干抽样值外，还利用之前的预测误差共同进行预测，同时预测系数 a_i 也可以根据信号自动调整；另一方面量化器的量化等级、量化电平也随信号自适应调整。

5-17 **增量调制 DM（Delta Modulation）会产生哪些量化误差？如何改善？**
答：量化误差分为两种情况：一般量化和过载量化。对于前者可以通过减小量化间隔、增大量化级数实现，对于后者可通过增大采用频率实现。

5-18 试讨论 TDM 系统中的同步技术有哪些？
答：TDM 中的同步技术主要有码元同步（又称为位同步）和帧同步（又称为群同步）。

5-19 **试讨论复用和复接的异同点。**
答：不同点：复用是指多个用户共用同一物理信道，从而提高信息传输效率的技术，将 PCM 低次群信号合并成高次群信号的过程称为复接，复接可以扩大传输容量，提高传输速率。
共同点：都可以传输多路信号，从而提高传输速率。

习题：

5-1 已知信号 $m(t)$ 的最高频率为 $f(m)$，由矩形脉冲 $m(t)$ 进行瞬时抽样，矩形脉冲的宽度为 2π，幅度为 1，试确定已抽样信号及其频谱表示式。

解：矩形脉冲形成网络的传输函数

$$Q(w)=A\tau Sa(\frac{w\tau}{2})=\tau Sa(\frac{w\pi}{2})$$

理想冲激抽样后的信号频谱为

$$M_s(w)=\frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty}M(w-2nw_m)\qquad w_m=2\pi f_m$$

瞬时抽样信号频谱为

$$M_H(w)=M_s(w)Q(W)=\frac{\tau}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty}Sa(\frac{w\tau}{2})M(w-2nw_m)$$

$M_H(w)$ 中包括调制信号频谱与原始信号频谱 $M(w)$ 不同，这是因为 $Q(w)$ 的加权。

瞬时抽样信号时域表达式为

$$m_H(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}m(t)\delta(t-nT_s)*q(t)$$

5-2 设输入抽样器的信号为门函数 $G_{\tau}(t)$，宽度 $\tau = 200ms$，若忽略其频谱的第 10 个零点以外的频率分量，试求最小抽样速率。

解：门函数 $G_{\tau}(t)$ 的宽度 $\tau = 200ms$，其第一个零点频率 $f_1 = {1}/{\tau} = 50Hz$，其余零点之间间隔都是 ${1}/{\tau}$，所以第 10 个零点频率为 $f_m = 10f_1 = 500Hz$。忽略第 10 个零点以外的频率分量，门函数的最高频率是 500Hz。由抽样定理，可知最小抽样速率 $f_s = 2f_m = 1000Hz$。

5-3 已知某信号的时域表达式为 $m(t)$=200Sa²(200πt)，对此信号进行取样。求：

(1) 奈奎斯特取样频率 f_s；

(2)奈奎斯特取样间隔 T_s；

(3)画出取样频率为 500Hz 时的已取样信号的频谱。

(4)当取样频率为 500Hz 时，画出恢复原信号的低通滤波器的传递函数 $H(f)$示意图。

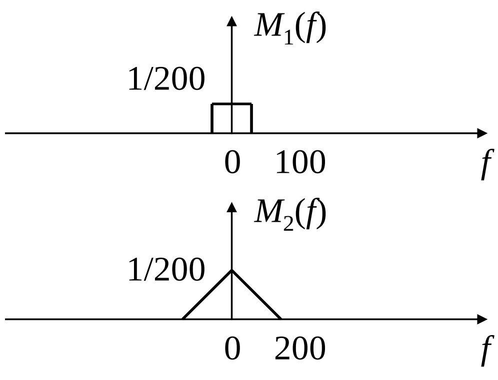
解：先求 $M(f)$。设 $m_1(t)=\mathrm{Sa}(200\pi t)$，则

$$M_1(f)=\begin{cases}\dfrac{1}{200} & ,|f|\le 100\\ 0 & ,\text{其它}\end{cases}$$

则由频域卷积性质得到

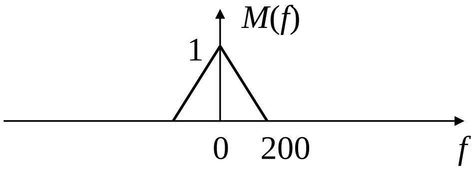
$$m_2(t)=\mathrm{Sa}^2(200\pi t)=m_1(t)m_1(t)\leftrightarrow M_2(f)=M_1(f)*M_1(f)$$

$M_1(f)$ 与 $M_2(f)$ 分别见解图 5-1（a）：



（a）

再由线性性质得到 $M(f)$，见解图 5-1（b）：

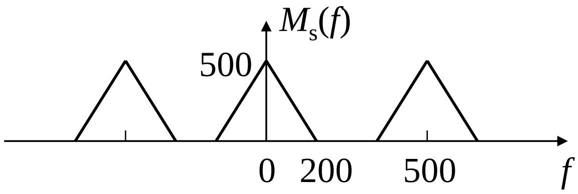


（b）

(1) f_s =2×200=400Hz

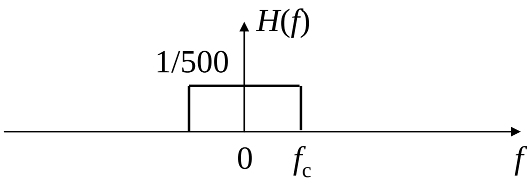
(2) $T_s = {}^{1}\!/_{f_s}$ =2.5ms

(3) f_s =500Hz 取样信号的频谱见解图 5-1（c）：



（c）

(4)低通滤波器的频率特性见解图 5-1（d），其中 200< f_C <300Hz。



（d）

解图 5-1

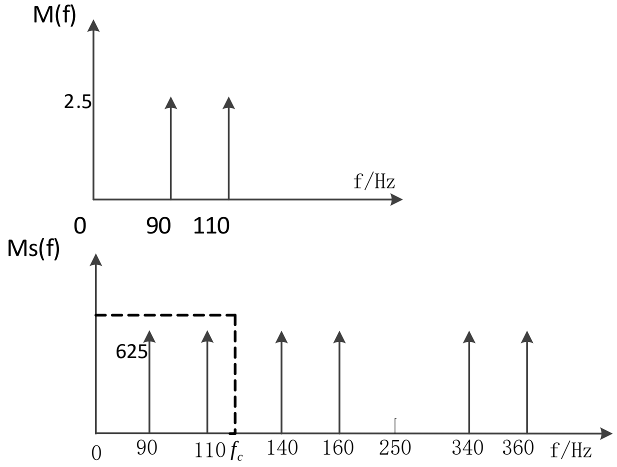
5-4 已有信号 $m(t)$=10cos(20πt) cos(200πt)，用每秒 250 次的取样速率对其进行取样。

(1) 画出已取样信号的频谱。

(2) 求出用于恢复原信号的理想低通滤波器的截止频率。

解：（1） $m(t) = 5\cos(220\pi t) + 5\cos(180\pi t)$

f_s = 250Hz，则 $m(t)$和抽样信号 $m_s(t)$的频谱如解图 5-2 所示：



解图 5-2

（2）LPF 的截止频率 f_c 应满足 110Hz< f_c <140Hz。

5-5 设信号 $m(t)=9+A\cos wt$，其中 $A<<10V$ 。若 $m(t)$ 被均匀量化为 40 个电平，试确定所需的二进制码组的位数 N 和量化间隔 Δv 。

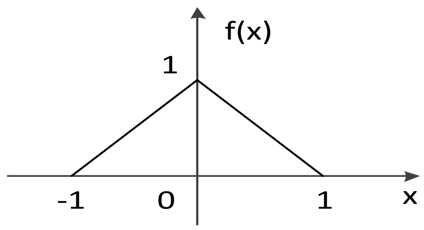
解： $m(t)$ 需要被量化为 40 个电平，即 M=40，表示 40 个电平需要的二进制码组位数

$$N=\left[\log{}_2^{M}\right]+1=6$$

量化间隔

$$\Delta v=\frac{2A}{M}=\frac{2\times 10}{40}=0.5V$$

5-6 已知模拟信号抽样的概率密度 $f(x)$ 如题图 5－1 所示。若按四电平进行均匀量化，试计算信号量化噪声功率比。



题图 5－1

解：根据图形可知

$$f(x)=\begin{cases}1-x & 0\le x\le 1\\ 1+x & -1\le x\le 0\\ 0 & |x|\ge 1\end{cases}$$

动态范围为：$v=1-(-1)=2$

量化级间隔为：$\Delta v=\frac{v}{M}=\frac{2}{4}=0.5$

量化区间端点和量化输出为：$m_0=-1$，$m_1=-0.5$，$m_2=0$，$m_3=0.5$，$m_4=1$；

$q_1=-0.75$，$q_2=-0.25$，$q_3=0.25$，$q_4=0.75$。

量化信号功率为：

$$\begin{aligned}S_q&=\sum_{i=1}^{4}{q_i}^2\int_{-m_i}^{m_i}f(x)dx\\&=(-0.75)^2\int_{-1}^{-0.5}(x+1)dx+(-0.25)^2\int_{-0.5}^{0}(x+1)dx\\&\quad+0.25^2\int_{0}^{0.5}(1-x)dx+0.75^2\int_{0.5}^{1}(1-x)dx=\frac{3}{16}\end{aligned}$$

量化噪声功率为

$$\begin{aligned}N_q&=\sum_{i=1}^{4}\int_{-mi}^{mi}(x-qi)^2f(x)dx\\&=\int_{-1}^{-0.5}(x+0.75)^2(x+1)dx+\int_{-0.5}^{0}(x+0.25)^2(x+1)dx\\&\quad+\int_{0}^{0.5}(x-0.25)^2(1-x)dx+\int_{0.5}^{1}(x-0.75)^2(1-x)dx=\frac{1}{48}\end{aligned}$$

信号量化噪声功率比为：$\frac{S_q}{N_q}=\frac{3/16}{1/48}=9$

5-7 用 13 折线 A 律编码，设接收到的码组为“01000001”、最小量化间隔为 1 个量化单位，并已知段内码采用自然二进制码：

（1）试问译码器输出为多少个量化单位；

（2） 写出对应于该 7 位码（不包括极性码）的均匀量化 11 位码。

解：（1）.∵极性码 C1=0，∴样值为负；（1 分）

∵段落码 $a_2a_3a_4$＝100，∴位于第 5 段，第 5 段起始电平为 128，段内间隔为 8

∵段内码 $a_5a_6a_7a_8$=0001，∴第 1 个量化间隔。

因此，译码输出为：-[(128＋1×8）+（128+2×8）]/2=-140

（2）对应 11 位码即为-140 的二进制：00010001100

5-8 已知量化范围为-5V~+5V，输入样值 x =-1V。

（1）采用 A 律 13 折线量化编码，求编码输出、译码输出电平以及量化误差。

（2）若改为均匀量化 11 位编码，再求编码输出、译码输出电平以及量化误差。

解 （1）量化间隔 $\Delta v=\dfrac{5}{2048}\approx 2.44\ \text{mV}\quad x=-1V=-\dfrac{1}{2.44\ \text{mV}}\approx -410$

因为 x<0，则 a_1=0；

因为 256<|x|<512，则 x 位于第 6 段，$a_2a_3a_4$=101；

因为 (|x|-256)/16=9，则 $a_5a_6a_7a_8$=1001。

所以编码输出为：01011001。

译码输出：x'=-(256+9*16+8)=-408

量化误差：$|x-x'|=2\Delta v=4.88mV\approx$5mV

（2）均匀量化 11 位编码，则量化间隔为

$$\Delta v=\frac{5-(-5)}{2^{11}}\approx 4.88\ \ \text{mV}$$

因此样值 x 所在量化区间号为

$$n=\frac{x-(-5)}{\Delta v}=\frac{-1+5}{4.88\ \text{mV}}=819$$

转换为二进制得到 11 位编码为 01100110011

译码输出：x'=819 = -5+819×0.00488+0.00488/2=-1.00084V

量化误差：$|x-x'|$=0.84mV

5-9 采用 13 折线 A 律编码，设最小的量化间隔为 1 个量化单位，已知抽样脉冲值为-96 量化单位；

（1）试求出此时编码器输出码组，并计算量化误差；

（2）写出对应于该 7 位码（不包括极性码）的均匀量化 11 位码。

解：（1）极性码： -96<0 c1=0

段落码：

96<128 c2=0

96>32 c3=1

96<64 c4=1

由此可知抽样值位于第 4 段，第 4 段的起始电平位 64，量化间隔位 4 个量化单位。

段内码：

96<64+4*8=96 c5=0

96>64+4*4=80 c6=1

96>64+4*6=88 c7=1

95>64+4*7=92　c8=1

量化输出值位于第 4 段内的第 7 小段，区间为-92~-96，编码器输出码组为 00110111;，量化输出该区间的中间值量化输出为-94 个量化单位，量化误差=|-94-（-96）|=2（量化单位）

（2）对应均匀量化 11 位码：00001011100。

5-10 13 折线编码，收到的码组为 11101000，若最小量化级为 1 mV，求译码器输出电压值。

解：极性码为 1，极性为正；

段落码为 110，则位于第 7 段落，段落起始电平为 512；

段内码为 1000，则位于第 9 级量化间隔为 32 ；

则译码输出为第 9 级的中间点，即 +（512+8×32+32/2) = +78Δ = +0.784V

5-11 对 10 路带宽均为 300-3400Hz 的模拟信号进行 PCM 时分复用传输。抽样速率为 8000Hz，抽样后进行 8 级量化，并编为自然二进制码，码元波形是宽度为 τ 的矩形脉冲，且占空比为 1，试求传输此时分复用 PCM 信号所需的带宽。

解：每路信号所占时隙宽度为

$$T_i = \frac{1}{8000} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{80} ms$$

抽样后进行 8 级量化编码，由 $N = \log_2^M$ 得 N=3，说明进行 3 位编码。每比特宽度

$$T_b = T_i/3 = 1/240 \, ms$$

由占空比为 1，得出脉冲宽度

$$\tau = T_b$$

所以系统带宽为

$$B = 1/\tau = 240 kHz$$ 。

5-12 已知正弦信号的频率 $fm = 4\ kHz$，试分别设计一个线性 PCM 系统 LPCM 和一个简单 ΔM 系统，使两个系统的最大量化信噪比都满足 30 dB 的要求，比较两个系统的信息速率。

解: (1) LPCM 系统

$$[SNRq]\max = (1.76 + 6N)\ dB$$

令 1.76+6N=30 得

$$N=5$$

设抽样频率 $f_s=8\ kHz$，则 LPCM 的信息速率为

$$Rb\ LPCM=8\times5\ kbit/s=40\ kbit/s$$

(2) ΔM 系统

$$[\mathrm{SNRq}]\max=\frac{0.04f_s^3}{f_k^2H}=10^3$$

令 $\mathrm{f}_k=4\ kHz$，$f_H=4\ kHz$，得

$$f_s=118\ kHz$$

码速率为

$$Rb\ \ \varDelta M=118\ kbit/s$$

可见，当 LPCM 系统和ΔM 系统的量化信噪比相同时，ΔM 系统的信息速率远大于 LPCM 系统的信息速率。

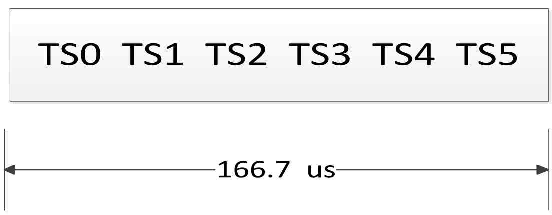
5-13 24 路语音信号进行时分复用，并经 PCM 编码后在同一信道传输。每路语音信号的取样速率为 *f*s=8 kHz，每个样点量化为 256 个量化电平中的一个，每个量化电平用 8 位二进制编码，求时分复用后的 PCM 信号的二进制码元速率。

解：$R_s=24\times8\times8=1536\ \ \mathrm{kbaud}$

5-14 6 路独立信源的最高频率分别为 1 kHz、1 kHz、2 kHz、2 kHz、3 kHz、3 kHz，采用时分复用方式进行传输，每路信号均采用 8 位对数 PCM 编码。

(1) 设计该系统的帧结构和总时隙数，求每个时隙占有的时间宽度及码元宽度；

(2) 求信道最小传输带宽。



题图 5-2

解: (1) 若选择抽样频率为 6 kHz，则每路信号都符合抽样定理

的要求。不考虑帧同步码、信令码，帧结构如右图所示。每帧共 6 个时隙，每个时隙占有的

时间宽度为 27.8μs，码元宽度为 3.5μs。

(2) 信息速率为

Rb=(6000 帧/秒)×(6 时隙/帧)×(8 bit/时隙)=288 kbit/s

信道最小传输带宽为

$$Bc = Rb/2 = 144\ kHz$$

5-15 已知话音信号的最高频率 $f_m = 3400\,kHz$，今用 PCM 系统传输，要求信号量化噪声比 $\frac{S_0}{N_0} \geq 30dB$，试求此 PCM 系统所需的理论最小基带频宽。

解：要求系统量化信噪比 $\frac{S_0}{N_0} \geq 30dB$，也就是 $\frac{S_0}{N_q} = 1000$，根据信噪比公式 $\frac{S_0}{N_q} = 2^{\frac{2B}{f_m}}$，可以计算得出 PCM 系统所需的频带宽度约 17kHz。

5-16 单路话音信号的最高频率为 4kHz，抽样速率为 8kHz，将所得的脉冲由 PAM 方式或 PCM 方式传输。设传输信号的波形为矩形脉冲，其宽度为 τ，且占空比为 1：

（1）计算 PAM 系统的最小带宽；

（2）在 PCM 系统中，抽样后信号按 8 级量化，求 PCM 系统的最小带宽并与（1）的比较；

（3）若抽样后信号按 128 级量化，PCM 系统的最小带宽又为多少？

解：(1) $g(t) = g\frac{\tau}{2}(t)$ 所以

$$G(\omega) = \tau Sag(\frac{\omega\tau}{2})$$

$$\tau = \frac{1}{f_s} = 1.25 \times 10^{-4} s$$

系统最小信道带宽为

$$f_{PAM} = \frac{1}{2\tau} = 4\,kHz$$

（2）采用 8 级量化

$$f_{PCM} = f_{PAM}\log_2 8 = 12\,kHz > f_{PAM}$$

（3）采用 128 级量化

$$f_{PCM} = f_{PAM}\log_2 128 = 28\,kHz$$