

UNIVERSITE JOSEPH FOURIER-GRENOBLE 1
SCIENCES & GEOGRAPHIE

THESE
pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER
Discipline: Physique

**ANALYSE DE STABILITE DE
PLASMAS DE TOKAMAK**

Présentée et soutenue publiquement
par
Clarisse BOURDELLE

le 22 septembre 2000

Composition du Jury

M. Sadruddin BENKADDA (Rapporteur)
M. Pierre BERTRAND (Rapporteur), Président
M. Xavier GARBET (Responsable CEA)
M. Gia Tuong HOANG
M. Jef ONGENA
M. Guy PELLETIER (Directeur de thèse)

Résumé

Dans un plasma de tokamak, le transport de l'énergie est principalement de nature turbulente. Afin d'augmenter le nombre de réactions de fusion, il est nécessaire d'améliorer le confinement de l'énergie. L'objet de cette thèse est d'identifier les paramètres permettant l'obtention de plasmas dont l'énergie est mieux confinée afin de guider les expériences à venir. Pour ce faire, un code numérique a été développé. Il calcule les taux de croissance qui caractérisent la rapidité de l'amorçage des instabilités. Ces taux de croissance sont globalement plus faibles en présence d'un fort gradient de densité, un cisaillement magnétique négatif ou un nombre de charge effectif élevé. L'analyse de stabilité est complétée par l'évaluation du taux de cisaillement de la vitesse de rotation due au champ électrique radial. En effet, lorsque ce taux de cisaillement est supérieur au taux de croissance local maximal, la turbulence ionique est stabilisée. Pour évaluer ce cisaillement, il est nécessaire de connaître le profil du champ électrique radial. Ce dernier est déduit de la non-ambipolarité intrinsèque des flux d'ions et d'électrons piégés entre les bobines créant le champ magnétique toroïdal. Le champ électrique ainsi calculé est d'autant plus élevé que les gradients de densité et de température sont forts. Le taux de cisaillement de rotation et le taux de croissance sont déterminés à partir des profils radiaux de densité, de température et du facteur de sécurité d'un plasma donné. Ils permettent l'identification des paramètres clés pour l'obtention de plasmas à confinement amélioré. En particulier, trois familles de plasmas ont été analysées. Dans les plasmas radiatifs de TEXTOR (modes RI), l'injection d'ions de nombre de charge élevé entraîne la diminution des taux de croissance. Dans les plasmas à forte densité de Tore Supra, un fort cisaillement magnétique et/ou un chauffage des ions plus efficace associé à une bifurcation de la direction de rotation toroïdale semblent être responsables du déclenchement de l'amélioration du confinement. Dans Tore Supra, des gradients de pression électroniques localement très raides (appelés barrières internes de transport) sont obtenus suite à une inversion du cisaillement magnétique. Or, le cisaillement magnétique négatif a un effet localement stabilisant permettant de déclencher l'amélioration du confinement. Dans ces trois types de plasmas, les taux de croissance diminuent, le confinement s'améliore, les profils de densité et de température se piquent. Le taux de cisaillement de rotation augmente donc suffisamment pour maintenir la qualité du confinement au cours de la décharge.

Table des matières

Notations	11
Introduction	12
1 Généralités	16
1.1 La fusion	16
1.1.1 Vers une nouvelle source d'énergie	16
1.1.2 Les réactions de fusion	16
1.1.3 Les conditions nécessaires	17
1.1.4 Les moyens	19
1.1.5 La filière tokamak	19
1.2 Le confinement de l'énergie	21
1.2.1 Le transport de l'énergie	21
1.2.2 Analyse globale du confinement de l'énergie	22
1.2.3 Analyse locale du confinement de l'énergie	23
1.2.4 Mesures de fluctuations	24
1.3 Analyse de stabilité	24
1.3.1 But	24
1.3.2 Cadre	24
2 Cadre du calcul de stabilité	26
2.1 Introduction	26
2.2 Mécanique hamiltonienne	26
2.2.1 Principe de moindre action	26
2.2.2 Equations du mouvement	27
2.3 Variables angulaires et d'action	28
2.3.1 Choix d'un système de variables angulaires et d'action	28
2.3.2 Expression d'un élément de volume dans l'espace des phases	33
2.4 Equation de Vlasov	34
2.5 L'électroneutralité	35
2.6 Choix du potentiel électrostatique	39
2.7 Résumé	40

3	Calcul de stabilité	41
3.1	Introduction	41
3.2	Principales instabilités	41
3.2.1	Approche fluide	42
3.2.2	Approche cinétique	43
3.2.3	Différents modes	43
3.3	Limite fluide	44
3.3.1	Introduction	44
3.3.2	Particules piégées	45
3.3.3	Particules circulantes	46
3.3.4	Résolution de l'équation globale	47
3.4	Calcul cinétique	48
3.4.1	Intérêt de l'approche cinétique	48
3.4.2	Les particules piégées	50
3.4.3	Les particules circulantes	50
3.4.4	Recherche des zéros	51
3.5	Présentation du code "kinezero"	52
3.5.1	Principe	52
3.5.2	Test de la méthode de Davies	53
3.5.3	Tests de l'écriture des fonctionnelles	53
3.5.4	Résultats standards	56
3.6	Limite de stabilité	56
4	Paramètres stabilisants	61
4.1	Introduction	61
4.2	Impuretés	61
4.2.1	Limite fluide	62
4.2.2	Limite de stabilité cinétique	67
4.2.3	Conclusion	69
4.3	Piquage de la densité	70
4.3.1	Approche fluide	70
4.3.2	Limite de stabilité cinétique	72
4.3.3	Conclusion	73
4.4	Cisaillement magnétique	73
4.4.1	Effet du cisaillement magnétique sur la dérive verticale	74
4.4.2	Approche fluide	75
4.4.3	Limite de stabilité cinétique	76
4.4.4	Conclusion	78
4.5	Conclusion	78

5	Le cisaillement de rotation	80
5.1	Introduction	80
5.2	Calcul du champ électrique radial	81
5.2.1	Problématique	81
5.2.2	Calcul du flux dû au ripple	84
5.2.3	Conclusion	86
5.3	Confrontation aux résultats expérimentaux	87
5.3.1	Décharges ohmiques	87
5.3.2	Décharges avec chauffage additionnel	90
5.3.3	Bifurcation	90
5.3.4	Perspectives	94
6	Décharges à forte densité	96
6.1	Cadre général	96
6.2	Analyse du mode RI de TEXTOR	97
6.2.1	Description des expériences	97
6.2.2	Analyse de stabilité	97
6.2.3	Conclusion	105
6.3	Présentation des décharges avec chauffage FCI sur Tore Supra . .	107
6.3.1	Description des décharges	107
6.3.2	Analyse de stabilité	109
6.3.3	Conclusion	117
6.4	Conclusion générale	117
7	Décharges à cisaillement magnétique négatif	118
7.1	Cadre général	118
7.2	Description des expériences	119
7.3	Analyse de stabilité	123
7.3.1	Effet du cisaillement magnétique	125
7.3.2	Effet des piquages de densité et de température	125
7.3.3	Effet du cisaillement de rotation	126
7.3.4	Conclusion	127
	Conclusion	129
A	Calcul détaillé des fonctionnelles	132
A.1	Particules piégées	132
A.2	Particules circulantes	134
B	Calcul détaillé de l'effet des impuretés dans la limite fluide	138
B.1	modos ioniques	138
B.2	Cas des modos électroniques	142
C	Calcul analytique du flux radial dû au ripple	144

Bibliographie	151
Publications et conférences	155

Table des figures

1.1	Energie de liaison par nucléon des noyaux en fonction du nombre de nucléons.	17
1.2	Section efficace en fonction de l'énergie du projectile pour les principales réactions de fusion.	18
1.3	Schéma de principe du tokamak. La chambre à vide de Tore Supra a une section poloïdale circulaire et les bobines toroïdales sont faites de supraconducteur.	20
2.1	Configuration des lignes du champ magnétique dans un tokamak.	29
2.2	Le champ magnétique dans le plan équatorial en fonction du petit rayon : $B(r) = \frac{B_0}{1 + \frac{r}{R_0} \cos \theta_0}$, avec les valeurs sur l'axe magnétique $B_0 = 4$ T et $R_0 = 2.4$ m.	30
2.3	λ en fonction de θ_0 , limite entre les domaines d'intégration des particules circulantes et des particules piégées	31
2.4	Section poloïdale : trajectoires de particules piégées appelées "banane" et de particules circulantes.	33
2.5	Coupe poloïdale issue de simulation non-linéaire [Bru98] où l'on voit le ballonnement des instabilités autour de $\theta_0 = 0$	37
2.6	Schéma du potentiel électrostatique dans un cylindre (a), à l'ordre le plus bas de la représentation de ballonnement (b), en tenant compte des dérivés d'ordre supérieur (c).	38
3.1	Mécanisme de l'interchange.	43
3.2	Localisation schématique des différents modes sur un spectre de taux de croissance.	45
3.3	γ en fonction de $A_T = \frac{R}{L_T}$ calcul fluide et calcul cinétique pour des modes d'ions piégés, TIM avec $A_n = -R \frac{\nabla n}{n} = 0$	49
3.4	Balayage du plan complexe avec les contours à la recherche des zéros $3 + 2i$ et $-5 + 3i$ représentés par des croix. Les ronds représentent les solutions trouvées par la méthode de Davies, appliquée aux contours tracés, couplée à la méthode de Newton.	54

3.5	Taux de croissance normalisés solutions, en fonction de r/a a) *: circulantes, o: piégées b) *: électrons résonnants seuls, o: ions résonnants seuls c) *: ions majoritaires, o: impuretés.	55
3.6	Les deux fréquences normalisées miroirs dans le plan complexe, mode ionique 'o', mode électronique '*'.	57
3.7	Profils du facteur de sécurité q , des températures en keV et des densités en $10^{20}m^{-3}$ du choc #25222 à 8s.	58
3.8	Première solution: taux de croissance normalisés ($\frac{\gamma}{k_{\theta} \frac{T}{eBR}}$) en fonction de r/a et de n	58
3.9	Première solution: parties réelles normalisées ($\frac{\omega_r}{k_{\theta} \frac{T}{eBR}}$) en fonction de r/a et de n	59
3.10	Deuxième solution: taux de croissance normalisés en fonction de r/a et de n	59
3.11	Deuxième solution: parties réelles normalisées en fonction de r/a et de n	59
3.12	Troisième solution: taux de croissance normalisés en fonction de r/a et de n	60
3.13	Troisième solution: parties réelles normalisées en fonction de r/a et de n	60
4.1	Rapport des contenus énergétiques entre un plasma de Deutérium et un plasma d'ions de charge Z , en fonction de Z avec $f_p = 0.5$ et $\tau_D = \tau_Z = 1$	67
4.2	Limite de stabilité des modes ioniques dans le plan (A_n, A_T)	68
4.3	Zoom sur la limite de stabilité des modes ioniques pour de faibles valeurs du couple (A_n, A_T)	69
4.4	Limite de stabilité des modes électroniques dans le plan (A_n, A_T)	70
4.5	Limite de stabilité fluide: $\Delta = 0$ dans le plan (A_n, A_T)	71
4.6	Limite de stabilité cinétique $\gamma = 2.10^3 s^{-1}$ avec les électrons circulants adiabatiques.	72
4.7	Limite de stabilité cinétique $\gamma = 2.10^4 s^{-1}$ avec les électrons circulants adiabatiques.	73
4.8	Fréquence de dérive verticale des particules piégées normalisée à $-k_{\theta} \frac{T}{eBR}$ en fonction du cisaillement magnétique.	75
4.9	Fréquence de dérive verticale des particules circulantes normalisée à $-k_{\theta} \frac{T}{eBR}$ en fonction du cisaillement magnétique.	76
4.10	$\Delta = 0$ dans le plan (A_n, A_T) . $n\omega_T^* n\omega_g < 0$, trait plein, zone A instable, zones B et C stables. $n\omega_T^* n\omega_g > 0$, trait pointillé, zone C instable, zones A et B stables.	77
4.11	Limite de stabilité cinétique $\gamma = 2.10^3 s^{-1}$ avec les électrons circulants adiabatiques et $s < 0$ tel que $f(s) = -1$	78

5.1	$\frac{B}{B_0}$ en fonction de φ avec $q = \frac{d\varphi}{d\theta} = 1$, $N = 18$, $\epsilon = 0.2$ et $\delta = 0.05$.	83
5.2	Représentation symbolique des effets à prendre en compte pour évaluer le flux de pertes ripple : V_e est la vitesse de dérive électrique, V_{ge} et V_{gi} sont respectivement les dérives verticales des électrons et des ions.	84
5.3	Profil de la vitesse toroïdale des ions majoritaires déduit de l'évaluation du champ électrique radial à partir des pertes d'ions thermiques dans le ripple (équation 5.19). Décharge #25726 à 7.5s. . .	89
5.4	Variation de la vitesse toroïdale avec chauffage à la fréquence hybride et du chauffage à la fréquence cyclotronique ionique, #28207.	91
5.5	Changement de la vitesse toroïdale en fonction du facteur d'amélioration du confinement H_{ITERL} (H_{ITERL} est le rapport entre le temps de confinement expérimental et celui prédit par la loi d'ITER donnée par éq. (1.14)).	92
5.6	Flux d'ions perdus dans le ripple en fonction de la vitesse toroïdale. Pertes directes : "ripple trapped". Pertes stochastiques : "banana".	93
5.7	Flux d'ions et d'électrons d'après [Yus82] en fonction de E_r pour $T_e = 4keV, T_i = 3keV$	94
5.8	Flux d'ions et d'électrons d'après [Yus82] en fonction de E_r pour $T_e = 4keV, T_i = 7keV$	95
6.1	Profils de densité. Décharge en mode RI (#68803 à 2.3s) : trait plein. Décharge de référence (#68812 à 2.3s) : pointillés.	98
6.2	Profils de température. Décharge en mode RI (#68803 à 2.3s) : trait plein. Décharge de référence (#68812 à 2.3s) : pointillés. . . .	98
6.3	Profils de q . Décharge en mode RI (#68803 à 2.3s) : trait plein. Décharge de référence (#68812 à 2.3s) : pointillés.	98
6.4	$A_n = \frac{-R\nabla_r n_e}{n_e}$ en fonction de r/a . Décharge en mode RI (#68803 à 2.3s) : trait plein. Décharge de référence (#68812 à 2.3s) : pointillés.	99
6.5	$A_T = \frac{-R\nabla_r T_e}{T_e}$ en fonction de r/a . Décharge en mode RI (#68803 à 2.3s) : trait plein. Décharge de référence (#68812 à 2.3s) : pointillés.	99
6.6	$s = \frac{r\nabla_r q}{q}$ en fonction de r/a . Décharge en mode RI (#68803 à 2.3s) : trait plein. Décharge de référence (#68812 à 2.3s) : pointillés.	100
6.7	Effet du nombre de charge effectif : taux de croissance maximal en fonction de r/a . #68812 à 2.3s ($Z_{eff} = 1.2$) : (*), #68812 à 2.3s avec $Z_{eff} = 2.7$: (o).	101
6.8	Effet du Z_{eff} : taux de croissance en fonction de n à $r/a = 0.5$. #68812 à 2.3s ($Z_{eff} = 1.2$) : (*), #68812 à 2.3s avec $Z_{eff} = 2.7$: (o).	101
6.9	Effet du Z_{eff} : taux de croissance en fonction de n à $r/a = 0.75$. #68812 à 2.3s ($Z_{eff} = 1.2$) : (*), #68812 à 2.3s avec $Z_{eff} = 2.7$: (o).	102

6.10	Effet du piquage de densité, sans collision: taux de croissance maximal en fonction de r/a . #68812 à 2.3s avec $Z_{eff} = 2.7$: (*), #68812 à 2.3s avec $Z_{eff} = 2.7$ et le profil de densité du mode RI #68803 à 2.3s: (o).	103
6.11	Effet du piquage de densité, "avec collisions": taux de croissance maximal en fonction de r/a . #68812 à 2.3s avec $Z_{eff} = 2.7$: (*), #68812 à 2.3s avec $Z_{eff} = 2.7$ et le profil de densité du mode RI #68803 à 2.3s: (o).	104
6.12	Effet des piquages de densité et de température, taux de croissance maximal en fonction de r/a . #68812 à 2.3s avec $Z_{eff} = 2.7$: (*), #68803 à 2.3s: (o).	105
6.13	Taux de cisaillement de rotation en fonction de r/a . #68812 à 2.3s: pointillés, #68803 à 2.3s: trait plein.	106
6.14	Taux de croissance en fonction de n #68803 à 2.3s à $r/a = 0.6$	106
6.15	Evolution du facteur H (par rapport à la prédiction ITER, éq. (1.15)) en fonction de la variation de la vitesse toroïdale ΔV_ϕ pour quatre décharges. étoile: #25222 de la figure 6.16; cercle: #22805, décharge en Hélium similaire à la décharge #23418 de la figure 6.16; triangle: #22642; carré: # 21044 (ces deux dernières décharges sont en Hélium).	108
6.16	Comparaison d'une décharge à confinement amélioré #23418, à gauche, avec une décharge standard #25222, à droite. a) Densité centrale en $10^{19}m^{-2}$: trait plein; Z_{eff} : croix; injection de gaz: points, en unités arbitraires. b) Puissance totale injectée: trait plein; puissance rayonnée: pointillés, en MW. c) Fraction de puissance rayonnée: trait plein; densité linéique centrale normalisée à la densité de Greenwald: pointillés. d) Energie électronique: trait plein; prédiction Rebut-Lallia-Watkins [Reb89]: pointillés, en MJ. e) Energie thermique totale: trait plein; prédiction ITERL97-P: pointillés, en MJ.	110
6.17	Analyse du transport des décharges de la figure 6.16. #23418 à 8s: trait plein, #25222 à 7.8s: pointillés. a) Diffusivité électronique χ_e . b) Diffusivité effective d'un fluide χ_{eff} . c) Profils radiaux de la puissance FCI couplée aux ions $P_{RF,i}$. d) Profils radiaux de la puissance FCI couplée aux électrons $P_{RF,e}$	111
6.18	Profils de densité. Décharge à confinement amélioré (#23418 à 8.1s): trait plein. Décharge de référence (#25222 à 8s): pointillés.	111
6.19	Profils de température. Décharge à confinement amélioré (#23418 à 8.1s): trait plein. Décharge de référence (#25222 à 8s): pointillés.	112
6.20	Profils de q. Décharge à confinement amélioré (#23418 à 8.1s): trait plein. Décharge de référence (#25222 à 8s): pointillés.	112

6.21	$A_n = \frac{-R\nabla_r n_e}{n_e}$ en fonction de r/a . Décharge à confinement amélioré (#23418 à 8.1s) : trait plein. Décharge de référence (#25222 à 8s) : pointillés.	112
6.22	$A_T = \frac{-R\nabla_r T_e}{T_e}$ en fonction de r/a . Décharge à confinement amélioré (#23418 à 8.1s) : trait plein. Décharge de référence (#25222 à 8s) : pointillés.	113
6.23	$s = \frac{r\nabla_r q}{q}$ en fonction de r/a . Décharge à confinement amélioré (#23418 à 8.1s) : trait plein. Décharge de référence (#25222 à 8s) : pointillés.	113
6.24	Effet du piquage de densité : profil radial du taux de croissance maximal de la décharge #25222 à 8s (o : densité mesurée, * : densité du #23418).	114
6.25	Effet du cisaillement magnétique : taux de croissance maximal en fonction de r/a . #25222 à 8s : o ; #25222 à 8s et q du #23418 : *.	115
6.26	Effet des piquages de densité et de température : taux de croissance maximal en fonction de r/a . #25222 à 8s avec q de #23418 : o, #23418 à 8.1s : *.	115
6.27	Variation de la vitesse toroïdale mesurée au centre en fonction de la pression ionique centrale.	116
7.1	Scénario de tokamak avancé.	119
7.2	#25196, scénario avec montée de courant I_p , chute de la self-inductance l_i et puissance FCI de 2 MW à 4 MW.	120
7.3	Evolution du profil du facteur de sécurité q . Pendant la montée du courant sans puissance FCI (x : à 8.2s ; + : à 8.7s). Puis sur le plateau de courant avec puissance FCI (ronds : 9.1s ; losanges : 9.8 s ; triangles : 10.8s).	121
7.4	#25196. En haut : énergie des électrons par rapport à la prédiction Rebut-Lallia-Watkins [Reb89]. En bas : énergie totale par rapport à la prédiction ITER pour les modes L [Kay97] au cours du deuxième plateau de courant.	121
7.5	#25196. En haut : profils de pression électronique avec 2MW de puissance FCI : à 9.8s (triangles) ; avec 4 MW de puissance FCI : 10.2s (carrés) et 10.8s (cercles), la courbe en pointillés correspond à un choc de référence en mode L avec 4MW de puissance FCI. En bas : profils du coefficient de diffusion thermique effectif, χ_{eff} à 10.2s, 10.5s, 10.8s, comparés au coefficient du choc de référence en mode L.	122
7.6	Fluctuations de densité $\left(\frac{\delta n}{n}\right)$ en fonction du temps, pour une décharge similaire à #25196 avec formation d'une barrière de transport, et pour une décharge de référence avec le même courant #26580.	123

7.7	$A_n = \frac{-R\nabla_r n_e}{n_e}$ en fonction de r/a . Décharge #25196 à 9.8s: trait plein / 9.1s: pointillés.	124
7.8	$A_T = \frac{-R\nabla_r T_e}{T_e}$ en fonction de r/a . Décharge #25196 à 9.8s: trait plein / 9.1s: pointillés.	124
7.9	$s = \frac{r\nabla_r q}{q}$ en fonction de r/a . Décharge #25196 à 9.8s: trait plein / 9.1s: pointillés.	124
7.10	Effet du cisaillement magnétique négatif. Spectres des taux de croissance #25195 à 9.1s: $s = -0.1$ réel, croix; $s = 0.2$ standard, points.	125
7.11	Effet des piquages de densité et de température. Taux de croissance maximal, en fonction de r/a . #25196 à 9.1s: croix, #25196 à 9.8s: points.	126
7.12	# 25196, γ_E^{max} , trait plein, et $\gamma_0^{max}(r/a = 0.6)$, trait pointillé, en fonction du temps.	127

Notations

- A_s : nombre de masse de l'atome d'espèce s
- $A_{n,T} = \frac{R}{L_{n,T}}$: gradient de densité ou de température normalisé
- a : petit rayon de la dernière surface magnétique fermée
- \vec{B} : champ magnétique
- $\beta = \frac{\sum_s P_s}{\frac{\mu_0 B^2}{2}}$: pression normalisée
- $d = \frac{1}{k_{\theta s}}$: distance entre surfaces de résonance de même nombre d'onde toroïdal
- δ_s : largeur radiale des trajectoires des particules piégées
- \vec{E} : champ électrique
- E_s : énergie cinétique de l'espèce s
- $\mathcal{E} = \frac{E_s}{T_s}$: énergie normalisée
- e_s : charge de l'espèce s
- $\epsilon = \frac{r}{R}$
- f_c, f_p : fractions de particules circulantes et piégées
- ϕ : potentiel électrostatique
- φ : angle toroïdal
- γ : taux de croissance
- $\gamma_E = \frac{r}{q} \left| \frac{d}{dr} \left(\frac{q}{r} \frac{E_r}{B} \right) \right|$: taux de cisaillement de rotation
- $\nabla_r = \frac{\partial}{\partial r}$: dérivée radiale
- k_{\perp}, k_{\parallel} : vecteurs d'onde perpendiculaire et parallèle à \vec{B}

- k_θ, k_r : vecteurs d'onde poloïdal et radial
- $L_{n,P,T}^{-1} = -\frac{\nabla_r(n,P,T)}{(n,P,T)}$: longueur de gradient de densité, pression ou température
- $L_s^{-1} = \frac{\nabla_r q}{q}$: longueur de gradient de q
- m : nombre d'onde poloïdal
- m_s : masse de l'espèce s
- μ : invariant adiabatique
- n : nombre d'onde toroïdal
- n_s : densité de l'espèce s
- θ : angle poloïdal
- P_s : pression de l'espèce s
- $q = \frac{d\varphi}{d\theta}$: facteur de sécurité
- ρ_s : rayon de Larmor de l'espèce s
- R : grand rayon du tore
- r : petit rayon de la surface magnétique considérée
- $s = \frac{r\nabla_r q}{q}$: cisaillement magnétique
- T_s : température de l'espèce s
- τ_E : temps de confinement de l'énergie
- ω : fréquence de la perturbation
- ω_{gs}, ω_{ds} : fréquence de dérive verticale de l'espèce s
- ω_s^* : fréquence de dérive diamagnétique de l'espèce s
- $Z_{eff} = \frac{\sum_{ions} Z_s^2 n_s}{n_e}$: nombre de charge effectif
- Z_s : nombre de charge de l'atome d'espèce s

Introduction

Pour produire de l'énergie à partir de réactions de fusion dans un tokamak, il faut porter un plasma d'isotopes d'Hydrogène (Deutérium et Tritium) à des températures supérieures à 10 keV, soit environ 100 millions de degrés, pour des densités de l'ordre de $10^{20} m^{-3}$. Dans les plasmas ainsi obtenus il est alors nécessaire d'obtenir un temps de confinement de l'énergie de l'ordre de plusieurs secondes de sorte que la puissance générée par les réactions de fusion permette l'auto-entretien des températures requises. Ce temps de confinement est défini comme le rapport du contenu énergétique sur la puissance perdue.

Le transport de l'énergie dans un plasma de tokamak est principalement de nature conductive. Les collisions ne sont responsables que d'une faible partie de ce transport, qualifiée de transport néoclassique. L'autre partie est qualifiée de transport anormal. Le transport anormal est associé à la turbulence du plasma. En effet, le plasma est rendu instable par les gradients de densité et de température transverses au champ magnétique. Ces instabilités, appelées ondes de dérive, croissent puis saturent non-linéairement. L'état turbulent qui en résulte est associé à des fluctuations de densité, de température et du champ électromagnétique. Ces fluctuations génèrent des flux turbulents de particules, de moment angulaire et de chaleur. La présentation générale de la problématique du confinement dans un plasma de fusion est faite au chapitre 1.

Le transport turbulent étant le principal responsable de la diffusion de l'énergie dans le plasma, il faut en contrôler, et donc en comprendre, les mécanismes afin de maximiser le temps de confinement. Une meilleure compréhension de ce transport passe par la confrontation de la connaissance théorique actuelle avec les résultats expérimentaux. Ce rapprochement doit permettre d'améliorer la prédiction du confinement dans les futurs tokamaks. De façon plus immédiate, l'analyse de la stabilité des plasmas expérimentaux actuels est utile pour identifier les paramètres permettant un bon confinement afin de guider les expériences à venir.

L'analyse du transport anormal se décompose traditionnellement en deux étapes : d'une part l'analyse linéaire qui donne les seuils d'apparition et les taux de croissance des instabilités; d'autre part l'étude du régime turbulent et la détermination des coefficients de transport. L'étude non-linéaire complète inclut l'analyse linéaire. Toutefois, la complexité du problème non-linéaire requiert des simplifications qui induisent des erreurs sur le calcul des seuils de stabilité. En particulier,

la plupart des modèles non-linéaires ont recours à une description fluide alors qu'une théorie cinétique est nécessaire afin de déterminer les seuils avec précision. De plus, l'approche non-linéaire ne permet pas de tenir compte simultanément de toutes les espèces présentes dans le plasma et elle reste malgré tout très coûteuse en temps de calcul. L'objet de cette thèse est de déterminer les seuils et les taux de croissance des instabilités avec la meilleure précision possible dans un temps de calcul suffisamment court pour permettre une utilisation routinière. C'est dans cette perspective qu'une approche linéaire et cinétique est adoptée. Le temps de calcul est optimisé moyennant des approximations sur la structure des perturbations du champ : les perturbations du champ magnétique sont négligées ; les perturbations du champ électrostatique sont supposées prendre une forme gaussienne solution de la forme variationnelle de l'électroneutralité. Le cadre du calcul et les approximations sont présentés au chapitre 2. Le chapitre 3 présente le calcul tel qu'il est utilisé pour la programmation du code cinétique d'analyse linéaire de stabilité.

Afin de valider cette approche cinétique linéaire, la formulation choisie est testée. Elle permet de retrouver les résultats obtenus par différents auteurs. En particulier, les effets provoqués par une augmentation du nombre de charge effectif du plasma, un raidissement du profil de densité ou un cisaillement négatif du profil radial du facteur de sécurité (ou cisaillement magnétique négatif) sont montrés être globalement stabilisants. Les comportements des seuils de stabilité diffèrent sensiblement suivant qu'ils sont obtenus dans la limite fluide ou par un calcul cinétique. L'effet des différents paramètres stabilisants est présenté au chapitre 4.

Le calcul cinétique linéaire est complété par la prise en compte du cisaillement de la vitesse de rotation induite par le champ électrique radial d'équilibre. Ce cisaillement a un effet fortement stabilisant lorsque le taux de cisaillement excède le taux de croissance local maximal. Pour évaluer le taux de cisaillement du champ électrique, il est nécessaire de connaître le profil du champ électrique radial. La difficulté majeure est que la plupart des théories des transports collisionnels ou turbulents sont intrinsèquement ambipolaires et ne permettent donc pas la détermination du champ électrique. Une approche néoclassique tenant compte du piégeage des particules dans les puits magnétiques créés entre les bobines appelés "ripple" permet de résoudre cette difficulté. En effet, les flux d'électrons et d'ions perdus dans le "ripple" diffèrent et le champ électrique radial s'ajuste de manière à maintenir l'ambipolarité du plasma. Le champ électrique ainsi déterminé est d'autant plus élevé que les profils de densité et de température sont piqués. Cette évaluation du champ électrique est consistante avec les mesures expérimentales faites dans des décharges sans chauffage additionnel. Avec chauffage additionnel à la fréquence cyclotronique ionique, on observe parfois une bifurcation de la direction de rotation toroïdale corrélée avec l'amélioration du confinement des ions. L'évaluation néoclassique présentée au chapitre 5 ne permet pas d'expliquer cette bifurcation.

Enfin, l'évaluation du taux de croissance par le code cinétique linéaire et l'évaluation du taux de cisaillement du champ électrique sont utilisées pour étudier des plasmas expérimentaux dans lesquels le confinement de l'énergie est amélioré. Ces analyses permettent d'identifier des paramètres clefs pour l'obtention de plasmas à confinement amélioré. Dans les plasmas radiatifs à forte densité obtenus dans le tokamak TEXTOR, appelés modes RI (pour Radiative Improved modes), la présence d'ions de nombre de charge élevé (Argon, Néon ou Silicium) permet de déclencher une réduction du transport turbulent. La présence de ces impuretés permet l'obtention d'une couche radiative au bord du plasma facilitant l'extraction de puissance. L'effet de dilution dû à la présence d'ions de charge élevée néfaste aux réactions de fusion est compensé par l'amélioration du confinement. Dans le tokamak Tore Supra, l'obtention de plasmas similaires à forte densité et à confinement amélioré semble en revanche être corrélée à un fort cisaillement magnétique et/ou à un scénario de chauffage des ions à la fréquence cyclotronique ionique plus efficace associé à une bifurcation de la direction de rotation toroïdale. Dans Tore Supra, des plasmas avec des profils de pression électronique localement très raides sont aussi obtenus, ils sont qualifiés de barrières de transport internes (ou Internal Transport Barriers). Dans ce cas le déclenchement de l'amélioration du confinement est provoqué par des valeurs négatives du cisaillement magnétique. L'obtention de ce type de plasmas impose une maîtrise du profil de courant au cours de la décharge. L'analyse de ces différentes familles de plasmas montre que les taux de croissance diminuent en présence d'impuretés ou d'un cisaillement magnétique négatif. L'un ou l'autre de ces effets permet de diminuer le seuil en puissance nécessaire à l'obtention de confinements améliorés. Les gradients de densité et de température augmentent et génèrent des cisaillements du champ électrique radial plus élevés. La stabilité est ensuite maintenue par des taux de cisaillement du champ électrique supérieurs aux taux de croissance. Les plasmas à forte densité sont analysés au chapitre 6. L'analyse d'un plasma à cisaillement magnétique négatif est présentée au chapitre 7.

Chapitre 1

Généralités

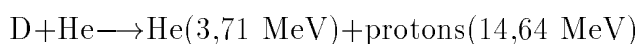
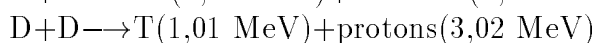
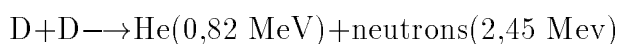
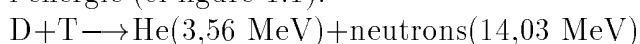
1.1 La fusion

1.1.1 Vers une nouvelle source d'énergie

La fusion est une des sources d'énergie envisageables dans le futur. Etant d'origine nucléaire, elle ne participerait pas à l'effet de serre. Les déchets radioactifs produits par ces réactions auraient un temps de vie plus court que ceux issus des centrales nucléaires actuelles. La matière première, Hydrogène et Lithium, est disponible dans l'eau de mer sur des échelles de temps de l'ordre du million d'années. La fusion apparaît donc comme une des voies à explorer avec les énergies renouvelables et les nouvelles générations de centrales à fission.

1.1.2 Les réactions de fusion

De même que la fission de noyaux lourds, la fusion de noyaux légers libère de l'énergie (cf figure 1.1).



Où le Deutérium (D) et le Tritium (T) sont des isotopes de l'Hydrogène, respectivement de masses atomiques 2 et 3.

Parmi ces trois réactions envisageables, la première a été retenue car elle a la section efficace la plus élevée (cf figure 1.2). Elle présente cependant le désavantage d'avoir besoin de Tritium (élément radioactif à courte durée de vie mais très pénétrant), ainsi que celui de produire des neutrons qui peuvent activer de

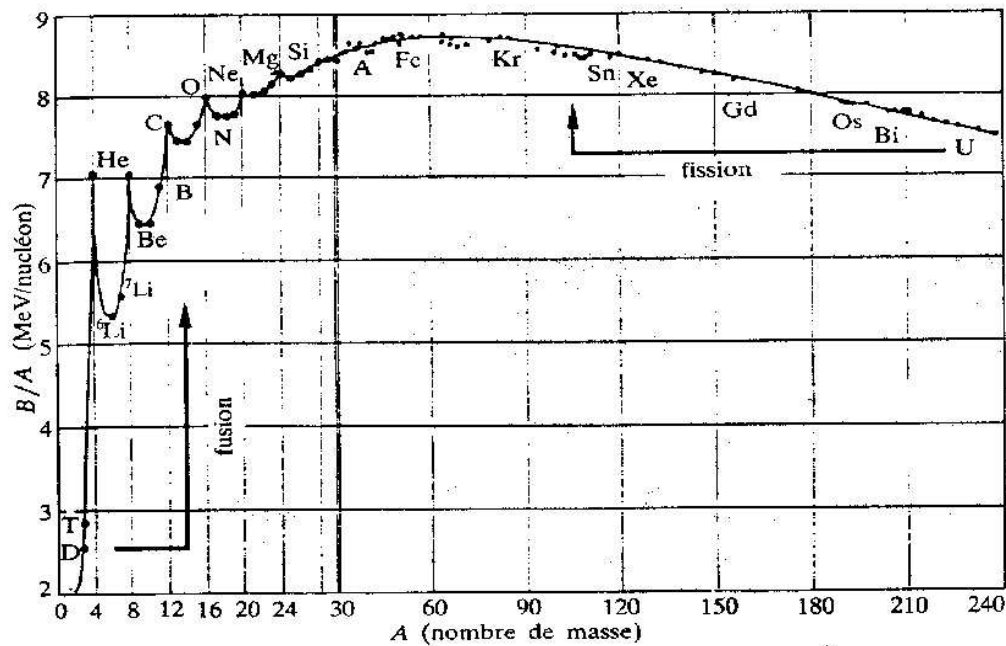


FIG. 1.1 - *Energie de liaison par nucléon des noyaux en fonction du nombre de nucléons.*

nombreux matériaux. Le Deutérium est disponible en grande quantité dans l'eau de mer (33 g/m^3) ainsi que le Lithium nécessaire à la production de Tritium via la réaction:



La réaction $\text{D} + \text{D}$ est proche de la réaction $\text{D} + \text{T}$, c'est celle qui est majoritairement testée dans les laboratoires.

1.1.3 Les conditions nécessaires

Pour faire fusionner deux noyaux chargés positivement, il faut arriver à les porter à une énergie suffisamment élevée pour leur permettre de passer la barrière de potentiel coulombien par effet tunnel dans une proportion suffisante. On crée un plasma dont la fonction de distribution est maxwellienne. Pour que le nombre de noyaux susceptibles de fusionner par effet tunnel soit suffisamment important, leur énergie doit être centrée autour d'une température de l'ordre de 10 keV (plasma D-T), soit environ 100 millions de degrés. La condition de passage de la barrière de potentiel est caractérisée par la valeur du taux de réaction $\langle \sigma v \rangle$, où σ est la section efficace et où v est la vitesse relative des deux noyaux. La puissance libérée par les réactions de fusion P_{fus} est proportionnelle au taux de réaction, au nombre de noyaux de Deutérium n_D et de Tritium n_T et à l'énergie

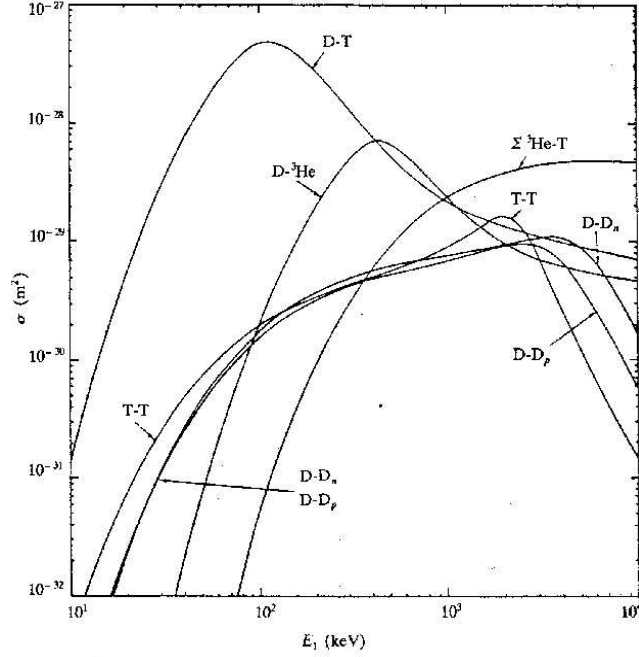


FIG. 1.2 - *Section efficace en fonction de l'énergie du projectile pour les principales réactions de fusion.*

libérée par chaque réaction E_{fus} , telle que :

$$P_{fus} = n_D n_T < \sigma v > E_{fus} \quad (1.1)$$

On définit le temps de confinement de l'énergie dans le plasma, τ_E , comme le rapport de l'énergie thermique du plasma sur la puissance perdue par le plasma.

$$\tau_E = \frac{W_{th}}{P_{perte}} \quad (1.2)$$

En régime stationnaire, P_{perte} est la somme de la puissance des particules alpha (noyaux d'Hélium d'énergie E_{He}) issues des réactions de fusion, $P_\alpha = P_{fus} \frac{E_{He}}{E_{He} + E_n}$, et de la puissance apportée de l'extérieur pour chauffer le plasma qui se couple effectivement à ce dernier, P_{ext} :

$$P_{perte} = P_\alpha + P_{ext} \quad (1.3)$$

On définit le facteur d'amplification du plasma, Q , comme :

$$Q = \frac{P_{fus}}{P_{ext}} \quad (1.4)$$

La réaction est auto-entretenu lorsque $Q = \infty$, c'est ce qu'on appelle l'ignition. Le "break-even" est quant à lui défini par $Q = 1$, lorsque la puissance de fusion

équivalent à la puissance externe fournie au plasma.

On peut mettre l'équation (1.2) sous la forme :

$$n\tau_E = f(Q, T) \quad (1.5)$$

où n est le nombre de noyaux par unité de volume dans le plasma.

L'équation (1.5) est appelée critère de Lawson. Ce critère stipule que, pour un facteur Q fixé, les choix de la température, de la densité et du temps de confinement sont intrinsèquement liés. Pour des températures comprises entre 10 et 20 keV, le critère de Lawson revient à exiger que [CEA87] :

$$nT\tau_E > 3.10^{21} m^{-3} keVs \quad (1.6)$$

1.1.4 Les moyens

Pour obtenir $nT\tau_E > 3.10^{21} m^{-3} keVs$, deux voies principales s'ouvrent :

- travailler avec des temps de confinement courts ($\sim 10^{-11} s$) et des densités supérieures à $10^{31} m^{-3}$. C'est ce qu'on appelle la voie de la fusion inertielle.
- travailler avec des densités réduites, de l'ordre de $10^{20} m^{-3}$, donc des temps de confinement longs ($\sim 1 s$). C'est la voie de la fusion magnétique. La densité est limitée par des critères de stabilité du plasma, tels que $n \leq \frac{I_p}{\pi a^2}$ avec n la densité en $10^{20} m^{-3}$; I_p (en MA) et a (en m) sont respectivement le courant et le petit rayon du plasma. On parle de limite de Greenwald [Gre88].

Dans ce qui suit, nous allons considérer uniquement l'option du confinement magnétique et plus particulièrement de la filière tokamak qui est celle étudiée avec le tokamak Tore Supra au centre CEA de Cadarache.

1.1.5 La filière tokamak

Un tokamak a la forme d'un tore dans lequel on induit un champ magnétique pour confiner le plasma. Le champ toroïdal est induit à l'aide de bobines poloïdales (supraconductrices dans le cas de Tore Supra). La courbure de ce champ induit une vitesse de dérive verticale qui déconfiner les particules. Il est donc nécessaire de superposer au champ toroïdal une petite composante poloïdale de façon à compenser la dérive. Une particule qui se déplace le long de ces lignes de champ est alors parfaitement confinée. Les hélices ainsi formées par les champs magnétiques toroïdal B_φ et poloïdal B_θ , lorsqu'elles ne se referment pas sur elles-mêmes, définissent des surfaces magnétiques toriques emboîtées les unes dans les autres (cf figure 1.3). Le facteur de sécurité q caractérise le taux d'enroulement des lignes de champ tel que :

$$q = \frac{rB_\varphi}{RB_\theta} \quad (1.7)$$

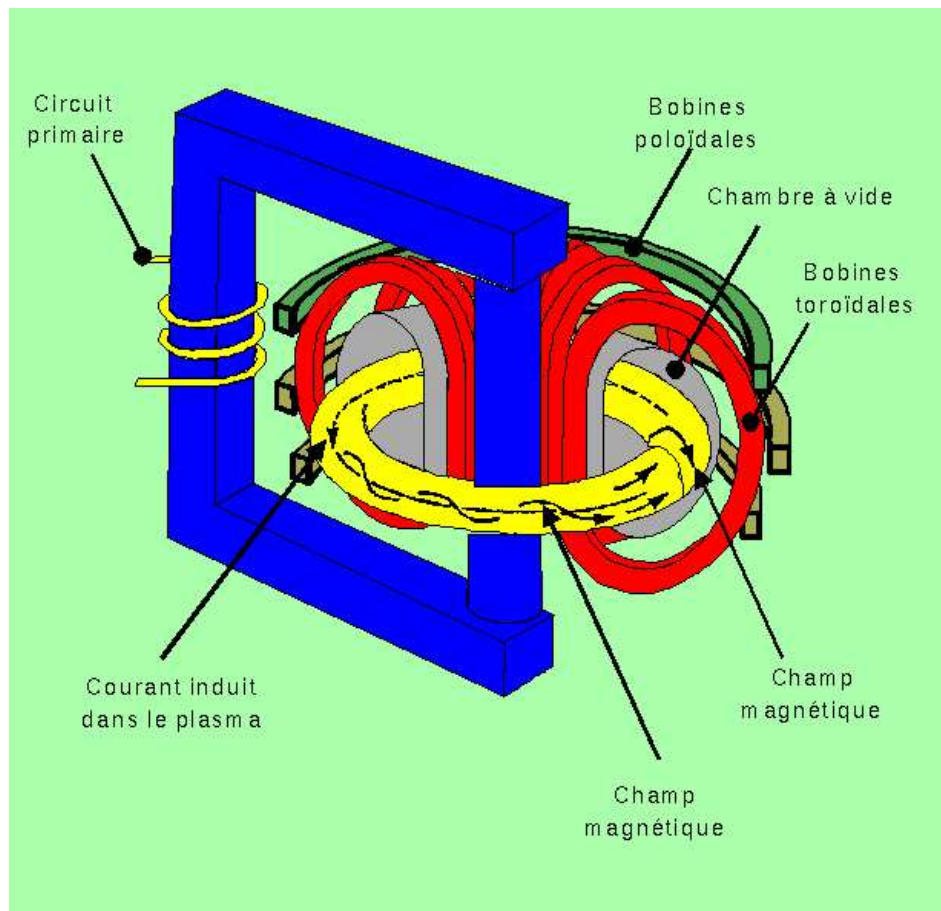


FIG. 1.3 - Schéma de principe du tokamak. La chambre à vide de Tore Supra a une section poloïdale circulaire et les bobines toroïdales sont faites de supraconducteur.

Il reste à chauffer le plasma dans cette configuration. La première source de chauffage est le chauffage ohmique. En effet, il existe un courant le courant toroïdal, induit par le champ magnétique poloïdal, circulant dans un plasma résistif. Ce chauffage est limité par le fait que la résistivité du plasma décroît avec la température comme $T^{-3/2}$. A partir de quelques keV, l'effet Joule n'est plus efficace, on a alors recours à des chauffages additionnels. Par exemple l'injection de neutres à grande vitesse qui s'ionisent dans le plasma et transmettent leur énergie cinétique au plasma via des collisions coulombiennes. Un autre principe consiste à accélérer les particules en injectant des ondes électromagnétiques aux fréquences de résonance du plasma (ondes cyclotroniques ioniques et électroniques, ondes hybrides, ondes magnéto-soniques, ondes d'Alfvén,...). On atteint ainsi des températures supérieures à 10 keV. A puissance donnée, cette température augmente avec la qualité du confinement.

1.2 Le confinement de l'énergie

1.2.1 Le transport de l'énergie

La puissance perdue est essentiellement de nature conductive et dépend du transport de l'énergie. Les coefficients de diffusion mesurés dans les tokamaks sont typiquement de l'ordre du m^2s^{-1} . Afin de maximiser le temps de confinement, il faut contrôler, et donc comprendre, les mécanismes responsables du transport. Le transport collisionnel en géométrie torique est raisonnablement bien connu [Hir81]. On le qualifie de transport néoclassique. Il n'est responsable que d'environ 10% du transport des ions et d'environ 1% du transport des électrons. L'origine de la majeure partie du transport est moins bien identifiée, on parle de transport anormal. On pense qu'il est généré par des microinstabilités provoquées par les gradients de densité et de température.

Des fluctuations des champs électrique et magnétique ($\delta\vec{E}$, $\delta\vec{B}$) sont des sources potentielles de transport perpendiculairement au champ magnétique car :

- Les fluctuations électrostatiques sont associées à des vitesses fluctuantes telles que :

$$\delta\vec{V}_E = \frac{\delta\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} \quad (1.8)$$

Dans une approximation de type marche au hasard, ces fluctuations de vitesse sont source de diffusion radiale dont le coefficient (en m^2s^{-1}) est tel que :

$$D = \frac{(\delta V_E \tau_c)^2}{\tau_c} = (\delta V_E)^2 \tau_c \quad (1.9)$$

τ_c est un temps de corrélation.

$$\delta V_E \simeq \frac{k_\theta \delta \phi}{B} \simeq \frac{k_\theta T}{eB} \frac{e \delta \phi}{T} \quad (1.10)$$

T est en Joules, k_θ (en m^{-1}) est le vecteur d'onde dans la direction poloïdale B est le champ magnétique en Teslas. $\delta\phi$ est le potentiel électrostatique fluctuant. Soit :

$$D \simeq \left(\frac{e\delta\phi}{T}\right)^2 \left(\frac{k_\theta T}{eB}\right)^2 \tau_c \quad (1.11)$$

Si $\tau_c \simeq 10\mu s$ avec typiquement $\frac{1}{k_\theta}$ de l'ordre du rayon de Larmor des ions : $\rho_{ci} = \frac{\sqrt{2T_i m_i}}{eB}$. Donc, pour T_i de l'ordre du keV, on trouve qu'un niveau inférieur à 1% des fluctuations du potentiel électrostatique génère un coefficient de transport de l'ordre du $m^2 s^{-1}$.

- Les fluctuations magnétiques génèrent des fluctuations de vitesse :

$$\delta \vec{V}_B = \frac{\delta \vec{B} V_\parallel}{B} \quad (1.12)$$

auxquelles on associe un coefficient de diffusion perpendiculaire :

$$D = \frac{(\delta V_B \tau_c)^2}{\tau_c} \simeq \left(\frac{\delta B_r}{B}\right)^2 V_{th} \lambda_c \quad (1.13)$$

La vitesse thermique considérée ici est celle des électrons, $V_{th} \simeq 10^7 m s^{-1}$ et $\lambda_c = V_{th} \tau_c$. Par conséquent, des fluctuations relatives du champ magnétique autour de 0.01% suffisent à obtenir des coefficients de transport de l'ordre du $m^2 s^{-1}$.

Dans le but d'extrapoler les résultats actuels vers de futurs tokamaks plus performants, nous avons besoin de connaître les grandes dépendances du transport en fonctions des principales caractéristiques des décharges. Deux approches empiriques sont possibles, une analyse globale ou une analyse locale. Il est aussi intéressant d'analyser les mesures des fluctuations électrostatiques et magnétiques.

1.2.2 Analyse globale du confinement de l'énergie

L'analyse globale consiste à appréhender de façon empirique les paramètres dont dépend τ_E .

L'interprétation des données de plusieurs tokamaks actuels permet d'établir des lois empiriques pour le temps de confinement de l'énergie en fonction de paramètres caractéristiques comme le courant plasma, le petit et le grand rayon, la densité, le champ magnétique toroïdal, l'élongation et la puissance additionnelle. Ces lois ainsi obtenues sont appelées lois d'échelle. Les lois ITER sont actuellement acceptées [Kay97]. Pour les deux principaux régimes de fonctionnement : modes L (Low confinement modes) et modes H (High confinement modes) on obtient les lois d'échelle suivantes :

$$\tau_E^{ITERL} = 0.023 I_p^{0.96} R^{1.89} a^{-0.06} \kappa^{0.64} n_e^{0.4} B^{0.03} P^{-0.73} \quad (1.14)$$

$$\tau_E^{ITERH} = 0.0562 I_p^{0.93} R^{1.39} a^{0.58} \kappa^{0.78} n_e^{0.41} B^{0.15} P^{-0.69} \quad (1.15)$$

Avec τ_E en s, I_p en MA, a et R en m, n en $10^{19} m^{-3}$, B en T, κ sans unité, P en MW.

Dans ces deux modes de fonctionnement, on remarque une dégradation du confinement avec la puissance additionnelle.

Dans les tokamaks actuels, les chauffages additionnels génèrent une part de particules suprathermiques. On n'en tient pas compte dans les lois d'échelle (1.14) et (1.15). Dans la future génération de tokamaks la collisionnalité sera suffisamment élevée pour thermaliser toutes ces particules.

Cette approche empirique a ses limites. Les paramètres doivent être choisis parmi les quantités mesurables sur un grand nombre de tokamaks. On peut réduire l'erreur de prédiction en utilisant des paramètres sans dimension et en utilisant un principe de similitude.

Afin d'affiner les lois d'échelle, il serait entre autres nécessaire de tenir compte du comportement du cœur du plasma séparément de celui du bord, ainsi que de définir un temps de confinement différent pour les électrons et pour les ions, bien que ces deux derniers soient couplés. C'est pourquoi, bien que les lois d'échelle soient primordiales en ce qui concerne l'extrapolation du temps de confinement pour les tokamaks à venir, on a parallèlement recours à une analyse locale qui tient compte de la forme des profils.

1.2.3 Analyse locale du confinement de l'énergie

L'analyse locale se base sur la recherche expérimentale des expressions des coefficients de transport à travers la résolution des équations de transport.

L'efficacité du transport parallèlement à \vec{B} est telle que, à l'équilibre, chaque surface magnétique est une iso-densité, iso-température, iso-vitesse toroïdale. Le transport perpendiculaire des particules, de l'énergie et du moment angulaire s'écrit génériquement comme suit :

$$\frac{\partial g}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{F} + S \quad (1.16)$$

Où g est la grandeur considérée indexée par sa surface magnétique, \vec{F} le flux perpendiculaire et S la fonction source. Ici le flux n'est pas uniquement diffusif, il peut aussi être convectif : $\vec{F} = -D\vec{\nabla}g + \vec{V}g$ avec D le coefficient de diffusion et \vec{V} la vitesse de convection.

Par conséquent, si l'on connaît les profils des grandeurs mesurées en fonction du temps et du petit rayon et si la fonction source (c'est-à-dire le dépôt de puissance par les différents modes de chauffage) est bien connue, on peut en déduire certains coefficients de transport. Ces coefficients sont généralement plus grands que les coefficients de transport prédits par un transport collisionnel dans la géométrie du tokamak appelé transport néoclassique [Lie85].

Pour affiner la mesure de ces coefficients, on peut utiliser des méthodes perturbatives. Par exemple, on peut étudier le transport d'impuretés dans le plasma ou les modulations d'une puissance de chauffage et ce grâce aux mesures de perturbations de température, de densité, etc.

1.2.4 Mesures de fluctuations

On a vu que 1% de variation du potentiel électrostatique normalisé à la température suffisait à obtenir des coefficients de diffusion de l'ordre du m^2s^{-1} . Dans le cœur du plasma, on a :

$$\frac{\delta n_e}{n_e} = \Lambda \frac{e\delta\phi}{T} \quad (1.17)$$

Où Λ est un opérateur de l'ordre de l'unité. Il est donc intéressant d'étudier le comportement des fluctuations de densité en fonction des paramètres qui caractérisent le plasma. La baisse des signaux de fluctuations de densité est régulièrement corrélée à une amélioration du confinement ([Mck00], [Hoa00b]).

Pour caractériser le transport anormal, les mesures expérimentales ne suffisent pas. Il est nécessaire de les confronter à des modèles rendant compte des microinstabilités.

1.3 Analyse de stabilité

1.3.1 But

Le but de l'approche théorique est de prédire des coefficients de transport nous fournissant une information quantitative sur le transport anormal. Un deuxième objectif est de déterminer les paramètres stabilisants pour mieux maîtriser l'obtention de décharges à confinement amélioré.

1.3.2 Cadre

Pour obtenir une information sur la qualité du confinement, nous avons développé un code permettant une analyse rapide de la stabilité linéaire d'une classe d'ondes électrostatiques (ondes de dérive). Ce code calcule un spectre de modes instables caractérisés par leur largeur radiale et leur taux de croissance. L'analyse linéaire donne rigoureusement les seuils de stabilité et permet de répondre à la question des paramètres stabilisants. En revanche, le processus de diffusion étant non-linéaire, nous ne pouvons donc qu'avoir accès à cette information via une approche heuristique.

La difficulté principale de ce problème est d'assurer la cohérence du champ électromagnétique. En effet, les fluctuations du champ provoquent des perturbations de densité et de courant. Ces perturbations doivent être cohérentes avec le champ

électromagnétique via les équations de Maxwell.

Une approche fluide des équations surestime les taux de croissance au voisinage du seuil de stabilité. On garde donc les équations sous leur forme cinétique (chapitres 2 et 3). On présente les principaux paramètres stabilisant inclus dans l'analyse linéaire (chapitre 4). Pour compléter l'analyse de stabilité, il faut évaluer l'effet stabilisant du cisaillement du champ électrique radial (chapitre 5). Enfin, on applique les outils développés à l'analyse de plasmas à confinement amélioré afin d'en comprendre les mécanismes (chapitres 6 et 7).

Chapitre 2

Cadre du calcul de stabilité

2.1 Introduction

Notre but est d'étudier les microinstabilités à l'origine du transport anormal. Les ions et les électrons se déplacent dans le champ électromagnétique du tokamak. Les perturbations du champ affectent leur comportement et génèrent un transport turbulent tenu responsable du transport anormal.

Les perturbations du champ sont caractérisées par un taux de croissance et une largeur radiale pour chaque rayon et chaque nombre d'onde. C'est à partir de ces grandeurs que l'on évalue le transport turbulent. Pour calculer les perturbations du champ, on calcule les perturbations de la fonction de distribution induites par celles du champ grâce à une équation cinétique. Puis on les couple entre elles grâce aux équations de Maxwell. Dans le but de rendre l'analyse de stabilité réalisable dans un temps raisonnable, un certain nombre d'approximations sont faites.

Dans un premier temps, on reviendra sur la mécanique hamiltonienne qui décrit les trajectoires dans un champ donné. On définira le système de variables de l'espace des phases le mieux adapté au cas du tokamak. Dans ce système, les équations de Vlasov pour chaque espèce seront couplées à la condition d'électroneutralité. Ce sont les zéros de cette équation qui nous informeront sur les taux de croissance.

2.2 Mécanique hamiltonienne

2.2.1 Principe de moindre action

Le principe de moindre action stipule qu'une particule dans un champ de forces suit une trajectoire minimisant son action S .

L'action S d'une particule se mouvant dans un champ électromagnétique donné est composée de l'action de la particule libre, caractérisée par sa masse m_a , et

de l'interaction de la particule avec le champ, caractérisée par sa charge e_a , telle que :

$$S = \int_a^b -m_a ds - e_a \int_a^b A_i dx_i \quad (2.1)$$

A_i sont les composantes du 4-vecteur du potentiel électromagnétique : la composante temporelle, ϕ étant le potentiel électrique; les trois composantes spatiales formant le vecteur du potentiel magnétique, \vec{A} .

Via les transformations de Lorentz, on peut exprimer l'élément de surface, ds , en fonction de dt , et l'action s'exprime alors comme :

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q_i, \dot{q}_i, t) dt \quad (2.2)$$

L , le lagrangien, est la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de la particule. q_i sont les coordonnées de la particule, \dot{q}_i leur dérivées par rapport au temps. Dans le cas non-relativiste, le lagrangien vaut :

$$L = \frac{m_a V_a^2}{2} - (e_a \phi - e_a \vec{A} \cdot \vec{V}_a) \quad (2.3)$$

2.2.2 Equations du mouvement

Pour déterminer la trajectoire d'une particule, il faut contraindre le lagrangien L de façon à minimiser l'action S , c'est-à-dire que L doit vérifier les équations de Lagrange :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (2.4)$$

Dans la suite, on utilisera la formulation hamiltonienne des équations du mouvement équivalente à (2.4). Pour cela, on définit de nouvelles variables, les moments conjugués p_i , tels que :

$$p_i = \frac{\partial L(q_i, \dot{q}_i, t)}{\partial \dot{q}_i} \quad (2.5)$$

Puis on définit le hamiltonien H comme :

$$H(q_i, p_i, t) = \dot{q}_i p_i - L(q_i, \dot{q}_i, t) \quad (2.6)$$

Dans un champ électromagnétique et avec L indépendant du temps, H devient la somme des énergies cinétique et potentielle tel que :

$$H = \frac{(\vec{p} - e_a \vec{A})^2}{2m_a} + e_a \phi \quad (2.7)$$

Les équations hamiltoniennes du mouvement, appelées aussi équations canoniques, s'écrivent :

$$\begin{cases} \dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} \\ \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i} \end{cases} \quad (2.8)$$

Si l'on a trois degrés de liberté, i varie de 1 à 3. On a donc six équations du premier ordre, soit six coordonnées du mouvement à définir afin de déduire la trajectoire d'une particule de manière univoque.

Si l'on peut trouver un système tel que : $\dot{p}_i = 0$, alors le système (2.8) s'intègre aisément :

$$\begin{cases} q_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} t + q_{i0} \\ p_i = p_{i0} \end{cases} \quad (2.9)$$

Donc, à partir de trois invariants globaux le long des trajectoires p_i , on peut en déduire trois coordonnées cycliques q_i . Dans ce système de six coordonnées (q_i, p_i) les trajectoires sont intégrables [Arn78].

2.3 Variables angulaires et d'action

Nous allons déterminer les six coordonnées $(\vec{\vartheta}, \vec{J})$ nous permettant de caractériser le mouvement dans un tokamak.

Le tokamak a été conçu de façon à ce que le mouvement des particules dans ce système soit intégrable. C'est-à-dire qu'il existe trois constantes du mouvement J_i telles que :

$$\begin{cases} \dot{\vec{\vartheta}} = \frac{\partial H}{\partial \vec{J}} = \vec{\Omega}_J \\ \dot{\vec{J}} = -\frac{\partial H}{\partial \vec{\vartheta}} = 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

Dans un tokamak, les trajectoires sont quasi-périodiques. On peut donc construire des variables angulaires ϑ_i . Cette périodicité nous permet de décomposer le hamiltonien en série de Fourier, d'où :

$$H(\vec{\vartheta}, \vec{J}, t) = H_0(\vec{J}) + \tilde{H}(\vec{\vartheta}, \vec{J}, t) \quad (2.11)$$

avec :

$$\tilde{H} = \sum_{\vec{n}\omega} H_{\vec{n}\omega}(\vec{J}) e^{i(\vec{n} \cdot \vec{\vartheta} - \omega t)} \quad (2.12)$$

2.3.1 Choix d'un système de variables angulaires et d'action

Nous allons déterminer les trois grandeurs conservées le long des trajectoires dans un tokamak et y associer des variables angulaires.

Nous supposons que les longueurs caractéristiques (longueurs de gradient de température, de densité, du champ magnétique) sont grandes devant le rayon de Larmor. Le mouvement de giration cyclotronique autour des lignes de champ magnétique est alors dissociable du mouvement de centre guide. La variable d'action associée au mouvement cyclotronique vaut : $J_1 = -\frac{m_s \mu}{e_s}$, où μ est l'invariant adiabatique et m_s et e_s sont respectivement la masse et la charge de la particule

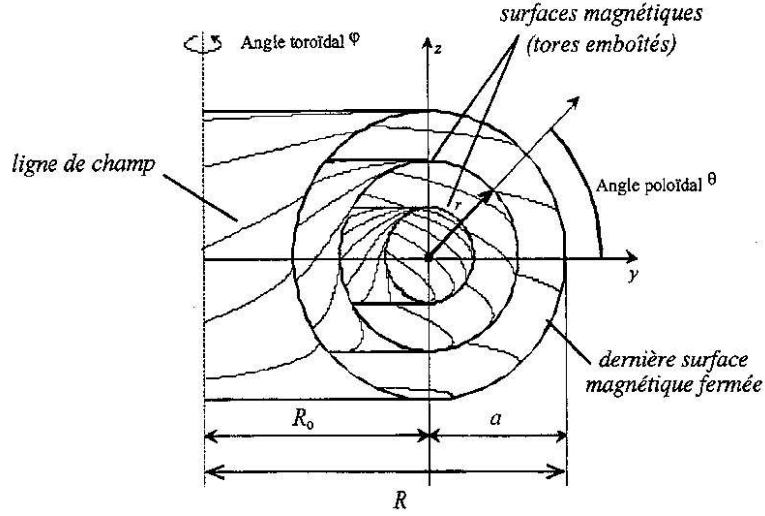


FIG. 2.1 - Configuration des lignes du champ magnétique dans un tokamak.

d'espèce s . La pulsation cyclotronique vaut $\omega_1 = \frac{e_s B}{m_s}$, avec $\omega_1 = \frac{d\vartheta_1}{dt}$. Il nous reste à déterminer deux autres invariants du mouvement, J_2 et J_3 , et leurs variables angulaires associées ϑ_2 et ϑ_3 . θ et φ sont les coordonnées périodiques les plus évidentes pour le mouvement du centre guide. Malheureusement, elles ne correspondent pas aux variables cycliques, sauf dans le cas idéal où le centre guide suivrait exactement les lignes de champ. Or les lignes de champ magnétique sont incurvées et le champ n'est pas constant (cf figures 2.1 et 2.2). Les particules subissent des forces respectivement dues à la courbure (force centrifuge) et au gradient de \vec{B} :

$$\vec{F}_{Ds} = -m_s V_{\parallel}^2 \frac{\vec{N}}{R} - \mu \vec{\nabla} B \quad (2.13)$$

\vec{N} est le vecteur unitaire selon la normale principale à \vec{B} .

A ces forces vient s'ajouter une force due au champ électrique :

$$\vec{F}_{Es} = e_s \vec{E} \quad (2.14)$$

On associe à ces forces une vitesse de dérive du centre guide orthogonale aux lignes de champ $V_{G\perp}$ telle que :

$$m_s \frac{d\vec{V}_{Ga\perp}}{dt} = e_s (\vec{V}_{Gs\perp} \times \vec{B}) + \vec{F}_{Ds} + \vec{F}_{Es} \quad (2.15)$$

$$\vec{V}_G = \vec{V}_{\parallel} + \vec{V}_{G\perp}$$

On suppose que le champ électromagnétique ne varie pas dans le temps, d'où :

$$\vec{V}_{Ga\perp} = \vec{V}_{Da} + \vec{V}_E = \frac{\vec{F}_{Ds} \times \vec{B}}{e_s B^2} + \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} \quad (2.16)$$

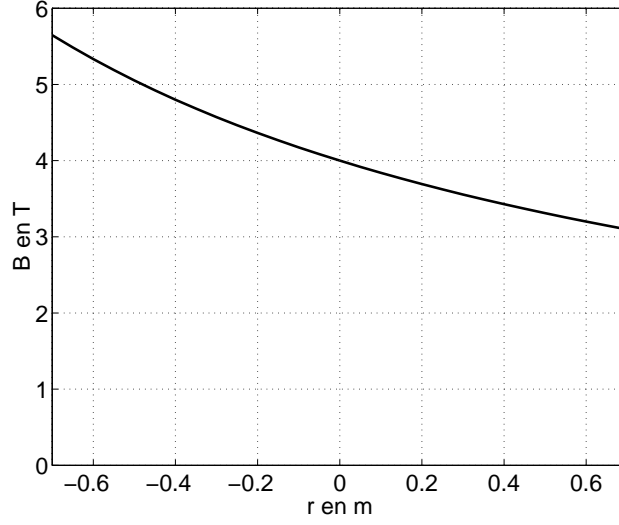


FIG. 2.2 - Le champ magnétique dans le plan équatorial en fonction du petit rayon : $B(r) = \frac{B_0}{1 + \frac{r}{R_0} \cos \theta_0}$, avec les valeurs sur l'axe magnétique $B_0 = 4 \text{ T}$ et $R_0 = 2.4 \text{ m}$.

\vec{V}_D est la vitesse de dérive verticale, et \vec{V}_E la vitesse de dérive électrique. Nous nous plaçons dans un équilibre simplifié, circulaire à grand rapport d'aspect : $R \gg r$. Les équations du mouvement du centre guide s'écrivent alors :

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = V_{Dar} \\ \frac{d\theta}{dt} = \frac{V_{\parallel}}{qR} + \frac{V_{Da\theta}}{r} + \frac{V_{E\theta}}{r} \\ \frac{d\varphi}{dt} = \frac{V_{\parallel}}{R} \end{cases} \quad (2.17)$$

La vitesse \vec{V}_E ne dépend pas de la nature de la particule. Si on ne tient pas compte de la dépendance radiale du champ électrique radial, \vec{V}_E est constante, par conséquent elle correspond à la vitesse de translation du repère dans lequel le champ électrique s'annule. Dans la suite, on se placera dans ce référentiel. On a alors : $\vec{V}_{G\perp} = \vec{V}_D$.

On suppose que les dérives sont de faible amplitude par rapport au mouvement idéal le long des lignes de champ, c'est-à-dire que le rapport $\frac{V_{\parallel}}{R}$ est beaucoup plus faible que $\frac{V_{Ds} + V_E}{r}$.

L'énergie du centre guide est conservée le long des trajectoires. On associe à la conservation de cette quantité l'action J_2 et la variable angulaire ϑ_2 . Enfin, l'axisymétrie par rapport à φ fait que le moment angulaire toroïdal, $M = e_s \Psi + m_s R V_{\varphi}$, où Ψ est le flux magnétique poloïdal, est une constante du mouvement que l'on associe à l'action J_3 et à la variable angulaire ϑ_3 .

Certaines particules n'ont pas suffisamment d'énergie dans la direction parallèle aux lignes de champ pour faire un tour complet dans la direction poloïdale. On les appelle particules piégées, par opposition aux particules circulantes. Elles sont

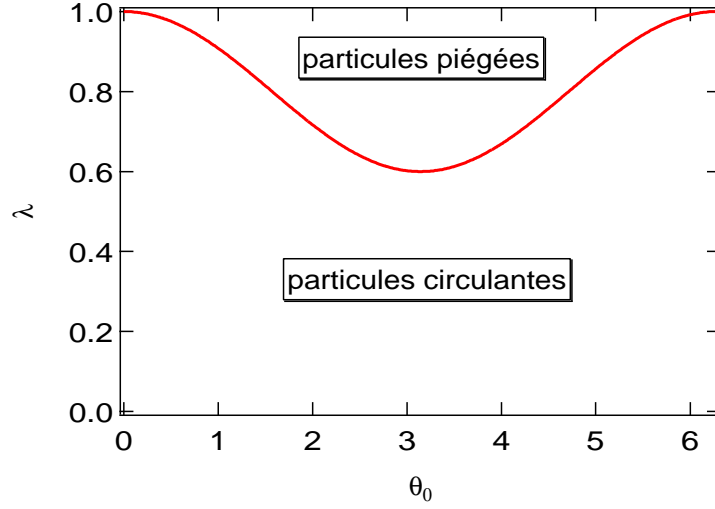


FIG. 2.3 - λ en fonction de θ_0 , limite entre les domaines d'intégration des particules circulantes et des particules piégées

caractérisées par l'existence d'un point de rebroussement où $\theta = \theta_0$ avec $\theta_0 \leq \pi$. Dans le cas où il n'y a pas de dérive, la vitesse dans le plan orthogonal au champ magnétique est uniquement la vitesse cyclotronique. L'énergie s'exprime alors comme suit :

$$E = \frac{1}{2} m_s V_{\parallel}^2 + \mu B \quad (2.18)$$

Soit :

$$V_{\parallel} = \sqrt{\frac{2T_s}{m_s}} \epsilon_{\parallel} \sqrt{\mathcal{E} \sqrt{1 - \lambda b(r, \theta)}} \quad (2.19)$$

Avec $\mathcal{E} = \frac{E}{T_s}$, $\lambda = \frac{\mu B(r, \theta=0)}{E}$, $\epsilon_{\parallel} = \pm 1$ et $b(r, \theta) = \frac{B(r, \theta)}{B(r, 0)} \simeq 1 + \frac{r}{R}(1 - \cos \theta)$, car $\frac{r}{R} \ll 1$. Par conséquent, pour qu'une particule soit piégée, il faut qu'il existe un angle θ_0 tel que :

$$\lambda = \frac{1}{b(r, \theta_0)} \quad (2.20)$$

(cf figure 2.3) La pulsation des oscillations dans la direction poloidale, ω_2 , est aussi déterminée sans tenir compte des vitesses de dérive :

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{V_{Ts} \epsilon_{\parallel}}{qR} \sqrt{\mathcal{E} \sqrt{1 - b(r, \theta)}} \quad (2.21)$$

avec $V_{Ts} = \sqrt{\frac{2T_s}{m_s}}$.
d'où :

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} = \frac{V_{Ts}}{qR} \sqrt{\mathcal{E} \epsilon_{\parallel} \bar{\omega}_2(r, \lambda)} \quad (2.22)$$

avec :

$$\bar{\omega}_2(r, \lambda) = \frac{1}{\oint \frac{d\theta}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{1-\lambda b(r, \theta)}}} \quad (2.23)$$

L'intégrale étant fermée sur un tour complet poloïdalement pour les particules circulantes et sur un aller-retour entre $+\theta_0$ et $-\theta_0$ pour les piégées.

Maintenant, nous allons prendre en compte les effets de second ordre dûs à la dérive verticale, c'est-à-dire que nous allons regarder les écarts à un mouvement le long des lignes de champ. Nous posons donc $\chi = \varphi - q(r)\theta$, où q est le facteur de sécurité qui caractérise le taux d'enroulement des lignes de champ magnétique ($q(r) = \frac{d\varphi}{d\theta}$).

$$\frac{d\chi}{dt} = -\frac{qV_{D\theta}}{r} - \frac{dq}{dr}V_{Dr}\theta \quad (2.24)$$

Soit :

$$\frac{d\chi}{dt} = -\frac{qV_D}{r} \langle \cos\theta + s\theta\sin\theta \rangle + \tilde{\omega}(\vartheta_2) \quad (2.25)$$

où $s = \frac{r}{q} \frac{dq}{dr}$.

D'où :

$$\omega_3 = \frac{d\chi}{dt} = -\frac{qV_D}{r} \bar{\omega}_2(r, \lambda) \oint \frac{d\theta}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{1-\lambda b(r, \theta)}} (\cos\theta + s\theta\sin\theta) \quad (2.26)$$

Pour les particules circulantes, cette pulsation correspond à la période de rotation dans la direction toroïdale, pour les particules piégées à la précession dans cette même direction des aller-retour.

La vitesse de dérive affecte aussi les déplacements radiaux des deux catégories de particules :

$$\frac{dr}{dt} = -V_D \sin\theta \quad (2.27)$$

soit :

$$r = \bar{r} - \frac{qV_D}{r} \bar{\omega}_2(r, \lambda) \oint \frac{d\theta}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{1-\lambda b(r, \theta)}} \sin\theta \quad (2.28)$$

Pour les particules piégées, on voit que, même si la période de leurs oscillations n'est pas affectée par les dérive, leur mouvement radial l'est. C'est pour cette raison que ces trajectoires sont appelées trajectoires bananes. La largeur banane pour des particules très piégées est de l'ordre de $\frac{q\rho_c}{\sqrt{\epsilon}}$, ρ_c étant le rayon de Larmor, $\rho_c = \frac{V_T}{\omega_1}$. Dans le cas des particules circulantes, la trajectoire est décalée radialement vers l'extérieur; ce décalage est de l'ordre de $q\rho_c$ (cf figure 2.4).

1. Cette relation est valable dans un plasma de section poloïdale circulaire où les surfaces magnétiques peuvent être indicées par le petit rayon r .

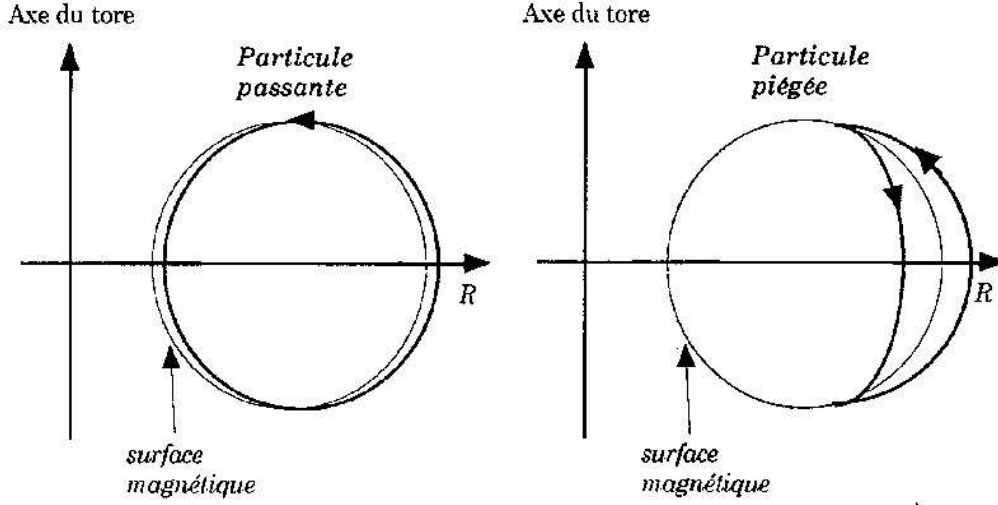


FIG. 2.4 - Section poloïdale : trajectoires de particules piégées appelées "banane" et de particules circulantes.

2.3.2 Expression d'un élément de volume dans l'espace des phases

Dans la suite, on travaillera à partir de fonctions de distribution que l'on intégrera dans l'espace des phases. On a donc besoin d'exprimer l'élément de volume dans cet espace : $d^3\vec{J}$.

$d^3\vec{J}$ peut s'écrire en fonction de λ , de l'énergie \mathcal{E} et du petit rayon r .

$$d^3\vec{J} = \left| \frac{m_s}{e_s} d\mu \frac{dE}{\omega_2} e_s B_p R dr \right| \frac{1}{2} \Sigma_{\epsilon_{\parallel}} \quad (2.29)$$

soit :

$$d^3\vec{J} = r R dr \frac{(m_s T_s)^{3/2}}{\sqrt{2}} \sqrt{\mathcal{E}} d\mathcal{E} \frac{d\lambda}{\bar{\omega}_2} \frac{1}{2} \Sigma_{\epsilon_{\parallel}} \quad (2.30)$$

Ceci permet de calculer les fractions de particules piégées et circulantes $f_{p/c}$ à l'équilibre thermodynamique local :

$$f_{p/c} = \int d^3\vec{J} f_0(\vec{J}) \quad (2.31)$$

La fonction de distribution à l'équilibre est une maxwellienne :

$$f_{0s}(\vec{J}) = n_s \frac{1}{(2\pi m_s T_s)^{3/2}} e^{-\mathcal{E}}$$

d'où :

$$f_{p/c} = \int \int (2\pi)^2 r R dr \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\mathcal{E}} e^{-\mathcal{E}} d\mathcal{E} \frac{d\lambda}{4\bar{\omega}_2} \quad (2.32)$$

Le domaine d'intégration est limité à $0 < \lambda < 1 - 2\epsilon$ et $-\pi < \theta < \pi$, pour les circulantes, et à $1 - 2\epsilon < \lambda < 1$ et $-\theta_0(r, \lambda) < \theta < \theta_0(r, \lambda)$, pour les piégées.

On trouve alors :

$$f_p = \frac{2}{\pi} \sqrt{2\epsilon} \quad (2.33)$$

et :

$$f_c = 1 - f_p \quad (2.34)$$

2.4 Equation de Vlasov

Etant donné qu'il est très difficile et très coûteux en temps de calcul de déterminer les trajectoires individuelles d'un grand nombre de particules, nous allons décrire l'évolution d'un ensemble de particules décrit par une fonction de distribution $f(\vec{J}, \vec{\vartheta}, t)$.

L'équation de Vlasov décrit l'évolution de cette fonction de distribution dans le cas où l'effet des collisions n'est pas pris en compte :

$$\frac{df}{dt} = [f, H] + \frac{\partial f}{\partial t} = 0 \quad (2.35)$$

[...] sont appelés crochets de Poisson, tels que : $[f, H] = \frac{\partial f}{\partial \vec{\vartheta}} \frac{\partial H}{\partial \vec{J}} - \frac{\partial f}{\partial \vec{J}} \frac{\partial H}{\partial \vec{\vartheta}}$. Cet opérateur est invariant par transformation canonique.

Des perturbations du hamiltonien entraînent donc des perturbations de la fonction de distribution. On décompose H et f en une partie à l'équilibre et une partie perturbée :

$$H(\vec{\vartheta}, \vec{J}, t) = H_0(\vec{J}) + \sum_{\vec{n}\omega} H_{\vec{n}\omega}(\vec{J}) e^{i(\vec{n} \cdot \vec{\vartheta} - \omega t)} \quad (2.36)$$

$$f(\vec{\vartheta}, \vec{J}, t) = f_0(\vec{J}) + \sum_{\vec{n}\omega} f_{\vec{n}\omega}(\vec{J}) e^{i(\vec{n} \cdot \vec{\vartheta} - \omega t)} \quad (2.37)$$

Si l'on veut tenir compte d'une évolution temporelle de la fonction de distribution il faut introduire une partie imaginaire dans ω . C'est ce que l'on fait pour respecter la causalité ($i0^+$) ainsi que pour étudier la stabilité des écarts à l'équilibre ($i\gamma$). γ est le taux de croissance que l'on cherche à déterminer.

On écrit l'équation de Vlasov en utilisant les expressions (2.36) et (2.37). On suppose que les échelles spatiale et temporelle des perturbations sont inférieures aux grandeurs caractéristiques de l'équilibre. Puis on linéarise, ce qui équivaut à négliger les termes quadratiques. On obtient alors :

$$f_{\vec{n}\omega}(\vec{J}) = -\vec{n} \cdot \frac{df_0(\vec{J})}{d\vec{J}} \frac{1}{\omega - \vec{n} \cdot \frac{dH_0(\vec{J})}{d\vec{J}} + i0^+} H_{\vec{n}\omega}(\vec{J}) \quad (2.38)$$

f_0 , la fonction de distribution à l'équilibre thermodynamique local, est une maxwellienne :

$$f_0(\vec{J}) = n \frac{1}{(2\pi m T)^{3/2}} e^{-H_0/T} \quad (2.39)$$

n est la densité volumique des particules considérées.

H_0 est tel que : $H_0 = \frac{(\vec{p} - e\vec{A})^2}{2m}$.

On obtient alors :

$$f_{\vec{n}\omega}(\vec{J}) = -\frac{f_0(\vec{J})}{T} \left(1 - \frac{\omega - \vec{n} \cdot \vec{\omega}^*}{\omega - \vec{n} \cdot \vec{\Omega}_J + i0^+}\right) H_{\vec{n}\omega}(\vec{J}) \quad (2.40)$$

$\vec{\omega}^*$ est appelée fréquence diamagnétique : $\vec{\omega}^* = \frac{1}{n} \frac{dn}{d\vec{J}} + \left(\frac{3}{2} - \frac{H_0}{T}\right) \frac{1}{T} \frac{dT}{d\vec{J}}$. Cette fréquence est proportionnelle aux écarts aux densité et température d'équilibre.

On remarque que $f_{\vec{n}\omega}(\vec{J})$ se décompose en une partie adiabatique et en une partie résonnante vis-à-vis des fréquences $\vec{n} \cdot \vec{\Omega}_J$.

Nous avons vu la forme que prenait la réponse de la fonction de distribution à un hamiltonien perturbé. Cependant l'équation (2.40) écrite pour chaque espèce ne nous permet pas de caractériser les perturbations. Nous devons y coupler les équations de Maxwell via l'électroneutralité.

2.5 L'électroneutralité

On considère des phénomènes se déroulant à des échelles supérieures à la longueur de Debye². Le plasma est donc neutre localement à chaque instant, ce qui implique :

$$\sum_s e_s \tilde{n}_s = 0 \quad (2.41)$$

\tilde{n}_s est la densité perturbée de l'espèce s .

L'approche variationnelle donne l'expression suivante de l'électroneutralité [Gar90] :

$$\sum_s \mathcal{L}_s(\omega) = 0 \quad (2.42)$$

Où \mathcal{L}_s est la fonctionnelle de chaque espèce s telle que :

$$\mathcal{L}_s(\omega) = - \sum_{\vec{n}, \omega} \int e_s \tilde{n}_{\vec{n}, \omega}^s(\vec{x}) \tilde{H}_{\vec{n}, \omega}^*(\vec{x}) d^3 \vec{x} \quad (2.43)$$

Dans la suite, on ne tiendra compte que des perturbations du potentiel électrostatique. Cette approximation est justifiée pour des plasmas dont le β est faible³. Dans la majorité des plasmas de Tore Supra, on a : $\beta \leq 0.5\%$. On écrit donc :

$$\tilde{H} = e_s \tilde{\phi} \quad (2.44)$$

2. La longueur de Debye est la longueur au-delà de laquelle la charge des ions est écrantée par les électrons. Elle vaut $\lambda_D = 7.43 \times 10^{-2} T^{1/2} n^{-1/2} mm$, avec T en keV et n en $10^{19} m^{-3}$.

3. β est le rapport de la pression cinétique sur la pression magnétique $\beta = \frac{2nT}{\frac{B^2}{2\mu_0}}$

En couplant l'équation (2.43) à l'équation (2.40), on obtient l'équation qui nous permettra de déterminer les taux de croissance :

$$\sum_s \frac{e_s^2 f_0^s}{T_s} \left[\sum_{\vec{n}} < \tilde{\phi}_{\vec{n},\omega} \tilde{\phi}_{\vec{n},\omega}^* > - \sum_{\vec{n}} < \frac{\omega - \vec{n} \cdot \vec{\omega}^*}{\omega - \vec{n} \cdot \vec{\Omega} + i0^+} \tilde{\phi}_{\vec{n},\omega} \tilde{\phi}_{\vec{n},\omega}^* > \right] = 0 \quad (2.45)$$

avec $< \dots > = d^3 \vec{x} d^3 \vec{p} \dots = d^3 \vec{\vartheta} d^3 \vec{J} \dots$

On peut réécrire $\tilde{\phi}_{\vec{n},\omega}(\vec{J})$ en fonction des variables du centre guide (r, θ, φ) qui sont des fonctions de $(\vec{J}, \vec{\vartheta})$ telles que :

$$\begin{cases} r = \bar{r} + \hat{r}(\mathcal{E}, \lambda, \bar{r}, \vartheta_2) \\ \theta = \bar{\theta} + \hat{\theta}(\mathcal{E}, \lambda, \bar{r}, \vartheta_2) \\ \varphi = \vartheta_3 + q(\bar{r})\hat{\theta}(\mathcal{E}, \lambda, \bar{r}, \vartheta_2) + \hat{\varphi}(\mathcal{E}, \lambda, \bar{r}, \vartheta_2) \end{cases} \quad (2.46)$$

$\bar{\epsilon}$ vaut 0 pour les particules piégées et 1 pour les particules circulantes.

Dans la suite, on négligera les écarts à la précession dans la direction toroïdale $\hat{\varphi}$. On veut exprimer le potentiel électrostatique perturbé dans le système de variables (r, θ, φ) défini en (2.46). La périodicité en θ et φ permet de décomposer $\tilde{\phi}$ en série de Fourier sur ces variables. On obtient alors :

$$\tilde{\phi}_{\vec{n},\omega}(\vec{J}) = \int_0^{2\pi} \frac{d^3 \vec{\vartheta}}{(2\pi)^3} \tilde{\phi}(r, \theta, \varphi, t) e^{-i\vec{n} \cdot \vec{\vartheta}} \quad (2.47)$$

avec :

$$\tilde{\phi}(r, \theta, \varphi, t) = \sum_{mn,\omega} \tilde{\phi}_{mn,\omega}(r) e^{i(m\theta + n\varphi - \omega t)} \quad (2.48)$$

m est le nombre d'onde poloïdal et n le nombre d'onde toroïdal.

Dans un tore, l'axisymétrie impose $e^{in\varphi}$ comme vecteur propre. Ceci implique que l'intégration en ϑ_3 se simplifie et donne $n_3 = n$. En revanche, il n'y a pas de symétrie poloïdale car le champ magnétique varie avec l'angle θ . Par conséquent, la recherche des vecteurs propres $\tilde{\phi}_{mn,\omega}(r)$ à n fixé est un problème à 2 dimensions. Or, les microinstabilités sont caractérisées par des modes dont l'extension radiale est très inférieure à l'extension parallèle aux lignes du champ magnétique : $k_{\parallel} < k_{\perp}$. La représentation de ballonnement met à profit cette anisotropie d'échelle pour ramener le problème à 1 dimension. Cette représentation a été dérivée par Samain [Sam70], puis par Taylor [Tay77]. Elle a été généralisée par Connor et al [Con93] et Romanelli et al [Rom93]. Ici, nous avons recours à la représentation de ballonnement car elle permet de simplifier le problème tout en conservant les principales propriétés des instabilités. Nous présentons donc la forme de la représentation que nous utiliserons par la suite.

Dans cette représentation on réécrit $\tilde{\phi}(r, \theta, \varphi, t)$ comme suit :

$$\tilde{\phi}(r, \theta, \varphi, t) = \sum_{n,\omega} \int \frac{d\theta_0}{2\pi} \sum_l \hat{\phi}_{n\omega\theta_0}(\theta + 2\pi l) \exp(i(n(\varphi - q(r)(\theta + 2\pi l - \theta_0)) - \omega t)) \quad (2.49)$$

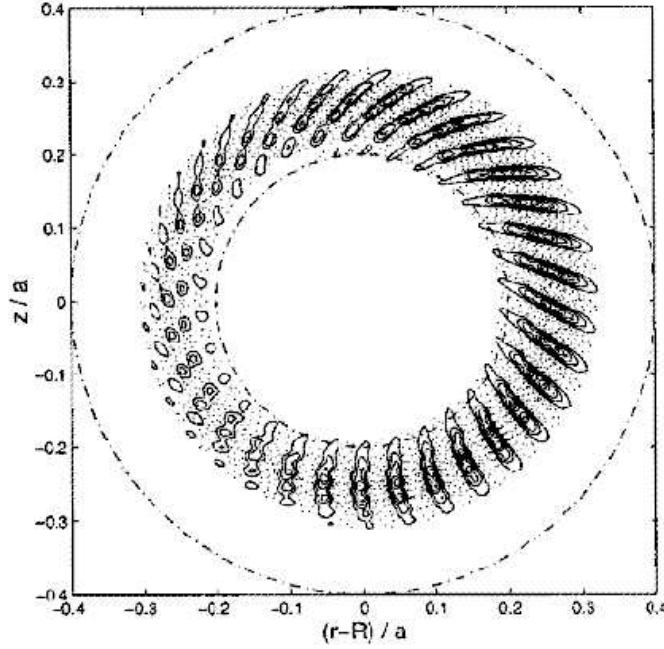


FIG. 2.5 - Coupe poloïdale issue de simulation non-linéaire [Bru98] où l'on voit le ballonnement des instabilités autour de $\theta_0 = 0$.

Le problème est donc ramené à 1 dimension, θ . La somme sur l permet de maintenir la périodicité en θ . Or il se trouve que les modes qui nous intéressent sont dits ballonnés. Leur extension poloïdale est limitée comme on le voit sur la figure 2.5 issue d'une simulation obtenue sans la représentation de ballonnement [Bru98]. θ_0 est l'angle de ballonnement, il vaut 0 dans le cas de la figure 2.5. En effet, le côté faible champ correspond généralement à la zone la plus instable, là où le mécanisme d'interchange est dominant (cf partie 3.2.1). Dans la suite on pose $\theta_0 = 0$.

On obtient alors :

$$\tilde{\phi}_{mn,\omega}(r) = \int \frac{d\theta d\varphi d(\omega_0 t)}{(2\pi)^3} \tilde{\phi}(r, \theta, \varphi, t) e^{-im\theta} e^{-in\varphi} e^{i\omega t} = \int \frac{d\theta}{2\pi} \hat{\phi}_{n\omega}(\theta) e^{-i(nq(r)+m)\theta} \quad (2.50)$$

Dans la représentation de ballonnement à l'ordre le plus bas, on néglige les dérivées secondes des grandeurs caractéristiques de l'équilibre A_0 . C'est-à-dire $|d| < \left| \frac{A_0}{-\nabla_r A_0} \right|$, où d est la distance entre deux surfaces de résonance : $d = \frac{-1}{n\partial_r q}$. On écrit donc :

$$q(r) \simeq q(r_0) + x \partial_r q|_{r_0} \quad (2.51)$$

avec r_0 le rayon associé à la surface de résonance telle que $q(r_0) = -\frac{m_0}{n}$, x est la distance à cette surface, $r = r_0 + x$.

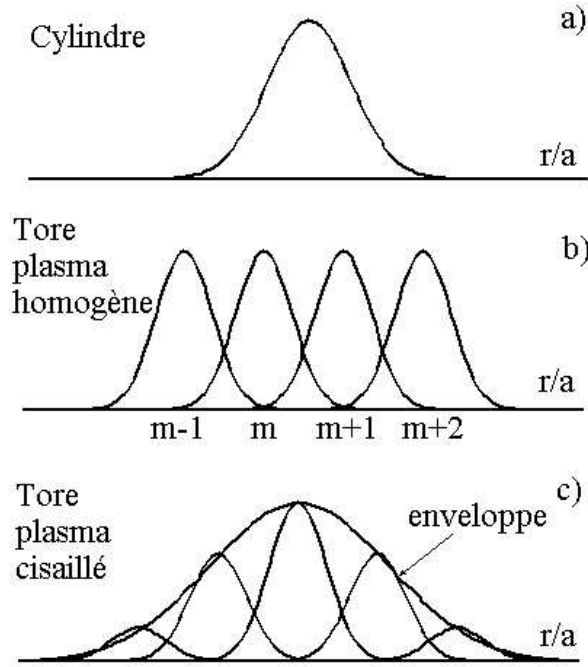


FIG. 2.6 - Schéma du potentiel électrostatique dans un cylindre (a), à l'ordre le plus bas de la représentation de ballonnement (b), en tenant compte des dérivés d'ordre supérieur (c).

On fait le changement de variables suivant : $\theta = kd$, on a alors :

$$\tilde{\phi}_{m,n,\omega}(r) = \int |d| \frac{dk}{2\pi} \hat{\phi}_{n\omega r_0}(kd) e^{ikd(\frac{r}{d} - \nu)} \quad (2.52)$$

On obtient donc une somme infinie de modes identiques pour chaque couple (n, r_0) (cf figure 2.6 b)).

Si en revanche on tenait compte du cisaillement des gradients, c'est-à-dire d'une distance entre surfaces de résonance non négligeable devant les longueurs caractéristiques : $\left| \frac{q}{\partial_r q} \right|, \left| \frac{n}{\partial_r n} \right|, \left| \frac{T}{\partial_r T} \right|, \left| \frac{\phi}{\partial_r \phi} \right|$, il faudrait calculer l'enveloppe des modes (cf figure 2.6 c)). On verra par la suite que le fait de se placer à l'ordre le plus bas de la représentation de ballonnement limite le domaine de validité des analyses de stabilité. En particulier, les dérivées secondes ne sont plus négligeables lorsque les dérivées premières tendent vers zéro, notamment lorsque le cisaillement magnétique est nul, $\partial_r q = 0$ (cf 4.4). On ne peut pas non plus avoir accès aux effets du gradient du champ électrique puisque : $\partial_r E \propto \partial_r^2 \phi$ (cf chapitre 5).

– Pour les particules piégées, on obtient :

$$\sum_{\vec{n}} \left\langle \frac{\omega - \vec{n} \cdot \vec{\omega}_s^*}{\omega - \vec{n} \cdot \vec{\omega}_s + i0^+} \tilde{\phi}_{\vec{n}} \tilde{\phi}_{\vec{n}}^* \right\rangle \simeq \left\langle d \int \int \frac{dk_r}{2\pi} J_0^2(k_{\perp} \rho_{cs}) J_0^2(k_r \delta_s) \frac{\omega - n\omega_s^*}{\omega - n\omega_s + i0^+} |\tilde{\phi}(k_r)|^2 \right\rangle \quad (2.53)$$

La fonction de Bessel, $J_0(k_\perp \rho_{cs})$, représente la moyenne sur le mouvement de giration cyclotronique, telle que :

$$J_0(k_\perp \rho_{cs}) = \int_0^{2\pi} \frac{d\vartheta_1}{2\pi} \exp(i(k_r \rho_{cs} \cos \vartheta_1 + k_\theta \rho_{cs} \sin \vartheta_1)) \quad (2.54)$$

La fréquence de giration cyclotronique étant très élevée par rapport aux autres fréquences caractéristiques du plasma, on a : $\omega_1 \gg (\omega, \omega_s^*, \omega_3)$, soit $n_1 = 0$.

On fait aussi la moyenne sur le mouvement de va-et-vient des particules piégées. Comme les particules piégées interviennent surtout aux faibles nombres d'onde, on peut supposer $n \ll \frac{k_r}{\pi \nabla q}$ d'où $k_r d \gg \pi$. Pour des particules très piégées, cette moyenne s'exprime alors aussi sous la forme d'une fonction de Bessel telle que :

$$J_0(k_r \delta_{cs}) = \int_0^{2\pi} \frac{d\vartheta_2}{2\pi} \exp(i(k_r \delta_{cs} \sin \vartheta_2)) \quad (2.55)$$

Comme, $\omega_2 \gg (\omega, \omega_s^*, \omega_3)$, on remplace n_2 par 0.

– Pour les particules circulantes, on obtient :

$$\begin{aligned} & \sum_{\vec{n}} \left\langle \frac{\omega - \vec{n} \cdot \vec{\omega}_s^*}{\omega - \vec{n} \cdot \vec{\omega}_s + i0^+} \tilde{\phi}_{\vec{n}} \tilde{\phi}_{\vec{n}}^* \right\rangle \simeq \\ & < -i d \frac{\omega - n \omega_s^*}{|\omega_2|} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\bar{\varphi}_2 d\bar{\varphi}_2'}{2\pi} Y\left(\frac{\bar{\varphi}_2' - \bar{\varphi}_2}{\omega_2}\right) J_0(k_\perp (\bar{\varphi}_2) \rho_{cs}) \tilde{\phi}(\bar{\varphi}_2) J_0(k_\perp (\bar{\varphi}_2') \rho_{cs}) \tilde{\phi}^*(\bar{\varphi}_2') \\ & \exp\left\{ i \left[\frac{\omega - \omega_2 (n_2 - m_0) - n \omega_{gs}}{\omega_2} (\bar{\varphi}_2' - \bar{\varphi}_2) \right] \right\} > \end{aligned} \quad (2.56)$$

$$\omega_{gs} \propto \frac{d(\varphi - q\theta)}{dt}$$

On a supposé $k_r d \ll \pi$ d'où $n \gg \frac{k_r}{\pi \nabla q}$, donc $\bar{\varphi}_2 = k_r d$.

2.6 Choix du potentiel électrostatique

Afin de permettre un calcul rapide des modes instables, nous utilisons le caractère variationnel de la formulation du problème en adoptant une fonction d'essai pour le potentiel électrostatique. On ne résout donc pas de façon consistante la forme du potentiel électrostatique avec la fréquence qui y est associée. On choisit une forme a priori de $\tilde{\phi}$ telle qu'elle corresponde au mode le plus instable, solution exacte de l'équation fluide :

$$\tilde{\phi}(k_r) = \phi_0 \frac{w^{1/2}}{\pi^{1/4}} e^{-\frac{k_r^2 w^2}{2}} \quad (2.57)$$

où $\tilde{\phi}$ est normalisé de façon à avoir :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dK}{2\pi} |\tilde{\phi}(K)|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} dx |\tilde{\phi}(x)|^2 = \phi_0^2$$

2.7 Résumé

Les principales approximations que l'on fait sont :

- des échelles des perturbations plus petites que les échelles caractéristiques du plasma étudié et plus grandes que la longueur de Debye;
- la linéarisation de l'équation de Vlasov;
- le choix a priori d'une fonction d'essai gaussienne pour le potentiel électrostatique;
- le fait de négliger les perturbations magnétiques
- La limitation aux nombres d'onde suffisamment petits pour les particules piégées et aux nombres d'onde suffisamment grands pour les circulantes;
- un grand rapport d'aspect tel que : $\frac{R}{r} \gg 1$;
- des modes très ballonnés côté faible champ : $\theta_0 = 0$;
- des plasmas sans collision.

Cependant ces approximations sont nécessaires dans le cadre d'une analyse de stabilité que l'on veut rendre la plus systématique possible. On peut évaluer l'erreur commise en comparant dans un cadre précis les résultats obtenus par cette approche avec des simulations plus complètes [Dim00].

Chapitre 3

Calcul de stabilité

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, on présente les principales instabilités et différentes façons de les approcher. On s'intéresse ensuite à l'approche fluide du problème, puis on en qualifie les limites. Enfin, on présente les équations cinétiques utilisées dans le code de calcul "kinezero" ainsi que les tests validant ce dernier. Cet outil nous permet de faire les analyses de stabilité de plasmas expérimentaux présentées aux chapitres 6 et 7.

3.2 Principales instabilités

Sans l'existence de gradients, le milieu répond adiabatiquement aux perturbations du champ. Dans un plasma de tokamak, le champ magnétique est non-uniforme, le champ électrique est non nul et les gradients de densité et de température sont élevés. En particulier la température passe de quelques dizaines à quelques milliers d'électron-Volts entre le bord et le cœur du plasma. Le plasma répond donc de façon non-adiabatique aux perturbations du champ électromagnétique. On parle d'instabilités lorsqu'une perturbation du champ croît exponentiellement avec le temps. Le taux de croissance mesure la rapidité avec laquelle va se faire l'amorçage linéaire des instabilités. C'est cette grandeur qui nous permettra de caractériser la stabilité du plasma. En particulier, les gradients pour lesquels γ est nul correspondent à un seuil de stabilité qui est très utile dans la comparaison avec l'expérience. On ne s'intéressera pas ici au développement non-linéaire des modes.

Les taux de croissance sont associés aux fréquences caractéristiques du plasma. La fréquence diamagnétique Ω^* caractérise les écarts à l'équilibre thermodynamique. En particulier elle est associée aux gradients de température et de densité

telle que :

$$\Omega_{Ts}^* = \frac{k_\theta T_s}{e_s B} \frac{\nabla_r T_s}{T_s} \quad (3.1)$$

$$\Omega_{ns}^* = \frac{k_\theta T_s}{e_s B} \frac{\nabla_r n_s}{n_s} \quad (3.2)$$

$$\Omega_{ps}^* = \Omega_{Ts}^* + \Omega_{ns}^* \quad (3.3)$$

$p_s = n_s T_s$ est la pression et e_s est la charge de l'espèce s . k_θ est le vecteur d'onde dans la direction poloïdale.

La fréquence de dérive verticale, Ω_g , est associée à la courbure des lignes de champ magnétique :

$$\Omega_{gs} \propto -\frac{k_\theta T_s}{e_s B} \frac{1}{R} \quad (3.4)$$

Pour les particules circulantes, on a aussi la fréquence de transit :

$$\Omega_t = k_\parallel V_\parallel \quad (3.5)$$

3.2.1 Approche fluide

Une instabilité importante est basée sur le mécanisme d'interchange. En effet, on peut montrer que l'échange entre 2 tubes de flux libère de l'énergie si les gradients de pression et de champ magnétique sont orientés dans la même direction [Mel86]. Dans un tokamak, les régions côté champ faible sont localement instables vis-à-vis de l'interchange (cf figure 3.1). Le taux de croissance γ_{int} qui y est associé est tel que :

$$\gamma_{int}^2 \propto \Omega_{gs} \Omega_{ps}^* \quad (3.6)$$

Les modes cylindriques dits "slab" apparaissent lorsque la dérive verticale devient petite devant $k_\parallel V_\parallel$. Ils concernent uniquement les particules circulantes. Ils existent aussi dans un plasma cylindrique. Ces modes sont déstabilisés par l'existence d'un gradient de pression dans la direction transverse à la direction de transit le long des lignes de champ magnétique. Leur taux de croissance γ_{slab} est tel que :

$$\gamma_{slab}^3 \propto (k_\parallel V_\parallel)^2 \Omega_{ps}^* \quad (3.7)$$

Ces taux de croissance ont été dérivés par Kadomtsev [Kad70]. Le taux de croissance "slab" donné ici correspond à un tokamak dont le rayon de courbure est infini. Dans le cas où ce rayon est fini, on obtient une expression du taux de croissance différente, mais le mécanisme déstabilisant est identique.

Le détail du calcul de ces taux de croissance fluides est donné dans la partie 4.2 et dans l'annexe B.

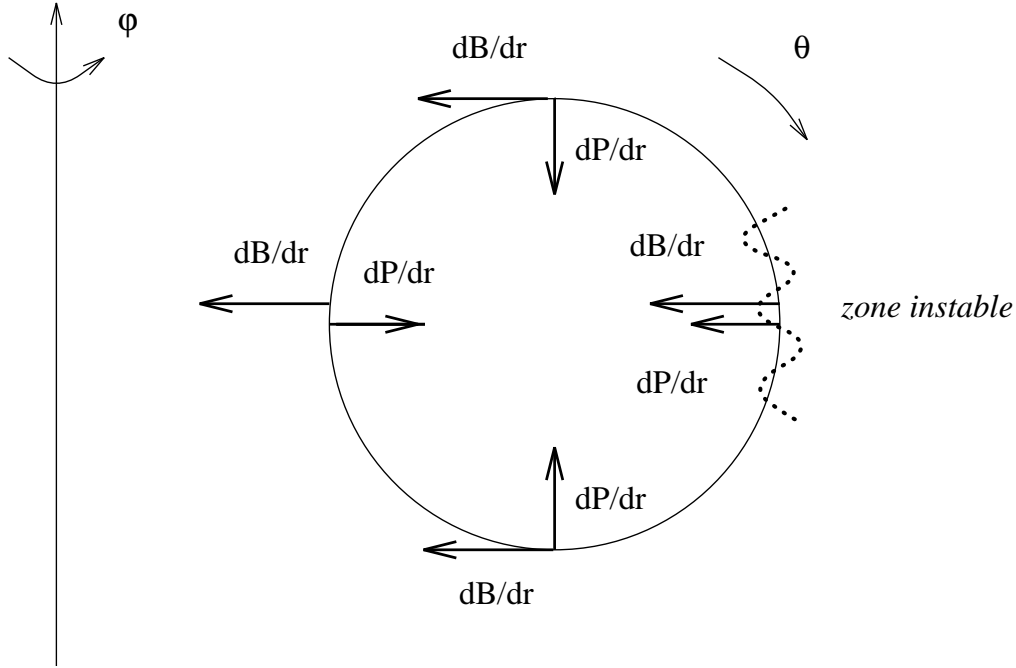


FIG. 3.1 - Mécanisme de l'interchange.

3.2.2 Approche cinétique

Du point de vue cinétique, on a un échange d'énergie entre la perturbation et les particules lorsque la fréquence de la perturbation devient résonnante vis-à-vis des fréquences de transit et de dérive verticale. On parle de résonance Landau. Sans gradients de densité et de température, $\Omega^* = 0$, l'échange se fait en faveur des particules, la perturbation est amortie. Au contraire, si les gradients sont suffisamment forts, l'échange devient favorable à l'onde et l'instabilité se développe.

3.2.3 Différents modes

On a vu que les microinstabilités étaient caractérisées par leurs fréquences, solutions de l'équation (2.45), équation que l'on notera symboliquement $\mathcal{D}(\omega) = 0$. Dans la plupart des tokamaks, le plasma est chauffé par injection de neutres, d'où $T_i \gg T_e$. Le transport anormal des ions a donc été largement étudié [Cop67], [Gar92]. Cependant, dans un plasma majoritairement chauffé par les particules alpha produites par les réactions de fusion, la situation sera inversée. Dans la perspective d'un réacteur, il est donc important de s'intéresser au transport électronique [Hor88], [Jen99]. Dans Tore Supra, le plasma est chauffé par les ondes cyclotroniques ou hybrides avec $T_e > T_i$. On peut donc y étudier ce type de transport [Hor00].

Si l'on suppose les électrons (resp. les ions) adiabatiques dans $\mathcal{D}(\omega) = 0$, les modes

propres de cette équation sont appelés modes ioniques (resp. électroniques). En particulier, on distingue les modes suivants :

- les TIM, ou Trapped Ion Modes, correspondent aux modes où seuls les ions piégés sont résonnants;
- les ITG, ou Ion Temperature Gradient modes, correspondent aux ions circulants seuls;
- les TEM, ou Trapped Electron Modes, aux électrons piégés seuls,
- enfin, les ETG, ou Electrons Temperature Gradient modes, aux électrons circulants seuls.

Les particules deviennent adiabatiques lorsque elles ne "voient" plus les instabilités. C'est-à-dire lorsque les longueurs d'onde des modes λ deviennent inférieures aux longueurs caractéristiques des particules considérées ou lorsque leur vitesse de transit est suffisamment grande pour que les particules ne soient pas sensibles aux perturbations. Par conséquent, les ions piégés deviennent adiabatiques si $\lambda \ll \delta_i$, les ions circulants si $\lambda \ll \rho_i$ ou si $k_{\parallel} V_{\parallel i} \gg \omega$, les électrons piégés si $\lambda \ll \delta_e$ et enfin les électrons circulants si $\lambda \ll \rho_e$ ou si $k_{\parallel} V_{\parallel e} \gg \omega$. On a :

$$\delta_i > \rho_i \geq \delta_e > \rho_e \quad (3.8)$$

Si on suppose que $k_{\parallel} V_{\parallel} \ll \omega$, les conditions pour obtenir l'adiabaticité imposent que : si $\lambda > \delta_i$, les modes TIM, ITG, TEM et ETG cohabitent. Si $\delta_i \gg \lambda > \rho_i$, ce sont les modes ITG, TEM et ETG. Pour $\rho_i \gg \lambda > \delta_e$, ce sont les modes TEM et ETG (ce cas est peu réaliste car $\rho_i \geq \delta_e$). Il est donc difficile de dissocier les ITG des TEM. Enfin, si $\delta_e \gg \lambda > \rho_e$, les modes ETG sont solutions de l'équation $\mathcal{D}(\omega) = 0$. On remarque donc que seuls les ETG correspondent à une limite de l'équation $\mathcal{D}(\omega) = 0$. Les autres modes sont solutions de $\mathcal{D}(\omega) = 0$ dans des limites artificielles.

Dans la version cinétique du calcul présenté ici, il n'est fait aucune hypothèse quant à l'adiabaticité d'une classe de particules. On ne peut donc pas proprement parler de TIM, ITG, TEM. Les ETG ne sont une solution exacte que dans la limite des grands nombres d'onde. La cohabitation des modes dans un spectre en n est représentée schématiquement sur la figure 3.2.

3.3 Limite fluide

3.3.1 Introduction

Bien que moins précis, le calcul fluide permet d'appréhender plus facilement la physique des instabilités dans la limite de plasmas instables.

On va se placer dans la limite giro-fluide, c'est-à-dire que l'on supposera de forts

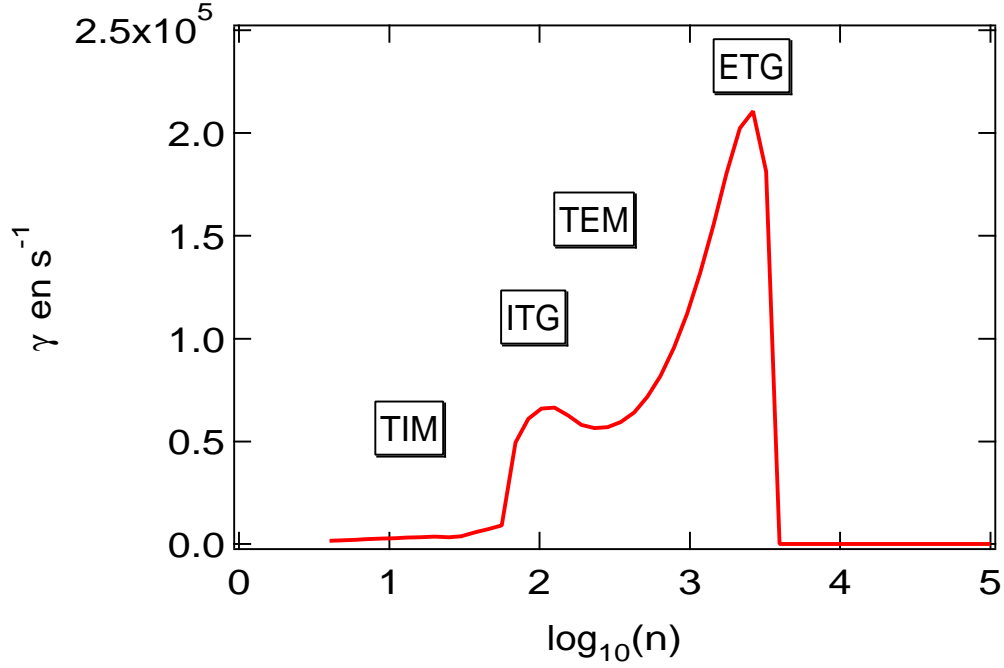


FIG. 3.2 - Localisation schématique des différents modes sur un spectre de taux de croissance.

taux de croissance tout en tenant compte des effets de rayon de Larmor et de largeur banane finis. On cherche les zéros de l'équation :

$$\mathcal{D}(\omega) = \sum_s \frac{n_s Z_s^2}{T_s} [1 - \mathcal{L}_{sp}(\omega) - \mathcal{L}_{sc}(\omega)] = 0 \quad (3.9)$$

Dans la suite, on donnera les expressions giro-fluides de $\mathcal{L}_{sp}(\omega)$ pour les particules piégées et de $\mathcal{L}_{sc}(\omega)$ pour les particules circulantes.

3.3.2 Particules piégées

Pour les particules piégées, la fonctionnelle s'écrit comme suit :

$$\mathcal{L}_{sp}(\omega) = \left\langle \int \frac{dk_r}{2\pi} J_0^2(k_\perp \rho_{cs}) J_0^2(k_r \delta_s) \frac{\omega - n\omega_s^*}{\omega - n\omega_3 + i0^+} |\tilde{\phi}(k_r)|^2 \right\rangle_p \quad (3.10)$$

avec pour domaine d'intégration :

$$\langle \dots \rangle_p = \int_0^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\mathcal{E}} e^{-\mathcal{E}} d\mathcal{E} \int_{\lambda_c}^1 \frac{d\lambda}{4\bar{\omega}_2} \dots = f_p \int_0^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\mathcal{E}} e^{-\mathcal{E}} d\mathcal{E} \int_0^1 K(\kappa) \kappa d\kappa \dots$$

κ est tel que :

$$\lambda = 1 - 2\epsilon\kappa^2$$

La fréquence diamagnétique est notée :

$$n\omega_s^* = -\frac{k_\theta T_s}{e_s B} \left[\frac{1}{L_{ns}} + \frac{1}{L_{Ts}} (\mathcal{E} - 3/2) \right]$$

$$L_{ns} = -\frac{n_s}{\nabla_r n_s}$$

$$L_{Ts} = -\frac{T_s}{\nabla_r T_s}$$

La fréquence de dérive verticale :

$$n\omega_3 = n\omega_{gs}\mathcal{E} = -\frac{k_\theta T_s}{e_s B R} f(\kappa) \mathcal{E}$$

avec

$$f(\kappa) = \left(2 \frac{E(\kappa)}{K(\kappa)} - 1 + 4s(\kappa^2 - 1 + \frac{E(\kappa)}{K(\kappa)}) \right)$$

E et K sont les intégrales elliptiques complètes de première et deuxième espèce. On travaille avec des fonctions de distribution maxwelliennes. Les particules considérées ont donc majoritairement une énergie cinétique aux environs de T_s . Dans la suite on sépare du reste l'intégration en énergie des fonctions de Bessel, de la façon suivante :

$$\int_0^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\mathcal{E}} e^{-\mathcal{E}} d\mathcal{E} J_0^2(a\mathcal{E}) = e^{-a^2} I_0(a^2) = \mathcal{B}(a) \quad (3.11)$$

D'où :

$$\mathcal{L}_{sp}(\omega) \simeq \left\langle \frac{\omega - n\omega_s^*}{\omega - n\omega_3} \right\rangle_p \mathcal{B}(k_\perp \rho_{cs}^{th}) \mathcal{B}(k_r \delta_s^{th}) \quad (3.12)$$

avec :

$$\mathcal{B}(k_\perp \rho_{cs}^{th}) \mathcal{B}(k_r \delta_s^{th}) \simeq \mathcal{B}(k_\theta \rho_{cs}^{th}) \mathcal{B}(k_r \delta_s^{th})$$

car comme $\rho_{cs}^{th} \ll \delta_s^{th}$, la largeur importante dans la direction radiale pour les particules piégées est la largeur banane.

Dans la limite fluide, on suppose $\omega \gg n\omega_3$, d'où :

$$\mathcal{L}_{ps}(\omega) \simeq \left\langle 1 - \frac{n\omega_s^*}{\omega} + \frac{n\omega_3}{\omega} - \frac{n\omega_s^* n\omega_3}{\omega^2} + \frac{(n\omega_3)^2}{\omega^2} \right\rangle_p \mathcal{B}(k_\theta \rho_{cs}^{th}) \mathcal{B}(k_r \delta_s^{th}) \quad (3.13)$$

3.3.3 Particules circulantes

Pour les particules circulantes, la fonctionnelle s'exprime comme suit [Gar90] :

$$\mathcal{L}_{sc}(\omega) = \left\langle -i d \frac{\omega - \omega_s^*}{|\omega_2|} \int \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\bar{\varphi}_2 d\bar{\varphi}_2'}{2\pi} H\left(\frac{\bar{\varphi}_2' - \bar{\varphi}_2}{\omega_2}\right) J_0(k_\perp(\bar{\varphi}_2)\rho_{cs}) \tilde{\phi}(\bar{\varphi}_2) J_0(k_\perp(\bar{\varphi}_2')\rho_{cs}) \tilde{\phi}^*(\bar{\varphi}_2') \right\rangle_c = 0 \quad (3.14)$$

Avec le domaine d'intégration suivant :

$$\langle \dots \rangle_c = \int_0^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\mathcal{E}} e^{-\mathcal{E}} d\mathcal{E} \int_0^{\lambda_c} \frac{d\lambda}{4\bar{\omega}_2} \frac{1}{2} \sum_{\epsilon_{\parallel}} \dots$$

et :

- $\bar{\varphi}_2 = kd$ avec $d = -\frac{1}{n\partial_r q}$;
- ω_2 est défini par les équations (2.21) et (2.22), cette fréquence de transit est telle que : $k_{\parallel} V_{\parallel} = -\frac{\omega_2(x+x')}{2d}$;
- La fréquence de dérive verticale est telle que : $n\omega_{ds} \propto -\frac{k_{\theta} T_s}{Z_s B} \frac{1}{R} (2 - \lambda b) \mathcal{E}$;
- H est la fonction de Heaviside;
- $\hat{\phi}(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx e^{-ikx} \phi(x)$.

Le calcul détaillé est donné dans l'annexe A.

D'après l'équation (A.10), on a finalement :

$$\mathcal{L}_{sc}(\omega) = \langle \int_{-\infty}^{+\infty} dx \phi(x)^2 \frac{\omega - n\omega_s^*}{\omega - n\omega_{ds} - k_{\parallel} V_{\parallel} + i0^+} \rangle_c \mathcal{B}(k_{\perp} \rho_{cs}^{th}) \quad (3.15)$$

Dans la limite fluide, on suppose les électrons circulants adiabatiques : $k_{\parallel} V_{\parallel} \gg \omega$.

Pour les ions, on se place dans le domaine de validité de la limite fluide : $\omega \gg n\omega_{di}$ et $\omega \gg k_{\parallel} V_{\parallel}$. La fonctionnelle des ions circulants s'écrit alors :

$$\langle \int_{-\infty}^{+\infty} dx \phi(x)^2 (1 - \frac{n\omega_i^*}{\omega} + \frac{n\omega_{di}}{\omega} - \frac{n\omega_i^* n\omega_{di}}{\omega^2} + \frac{k_{\parallel} V_{\parallel}}{\omega} - \frac{n\omega_i^* k_{\parallel} V_{\parallel}}{\omega^2} + \frac{(k_{\parallel} V_{\parallel})^2}{\omega^2}) \rangle_c \mathcal{B}(k_{\perp} \rho_{ci}^{th}) \quad (3.16)$$

3.3.4 Résolution de l'équation globale

On néglige les termes d'ordre supérieur à $\frac{1}{\omega^2}$. $\mathcal{D}(\omega) = 0$ prend alors la forme d'un polynôme du deuxième degré en ω .

Dans un premier temps, on se place dans la limite $k_r \rightarrow 0$, d'où :

$$\mathcal{B}(k_{\perp} \rho_{ci}^{th}) \simeq 1 - \frac{(k_{\perp} \rho_{ci}^{th})^2}{2}$$

et :

$$\mathcal{B}(k_r \delta_s^{th}) \simeq 1 - \frac{(k_r \delta_s^{th})^2}{2}$$

$k_\perp^2 = k_r^2 + k_\theta^2$ avec $k_r = -i \frac{\partial}{\partial x}$. D'autre part, pour des modes ballonnés, on a : $k_\parallel \simeq k_\parallel x$. Dans cette limite, $\phi(x)$ est solution d'une équation différentielle en x dont une des solutions se met sous la forme :

$$\phi(x) = \phi_0 e^{-\frac{x^2}{2w^2}} \quad (3.17)$$

où w est la largeur de mode. D'où :

$$k_r^2 \phi(x) = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \left(\frac{1}{w^2} + \frac{1}{w^4} x^2 \right) \phi(x)$$

On peut alors écrire $\mathcal{D}(\omega) = \mathcal{M}(\omega) + x^2 \mathcal{N}(\omega) = 0$, soit :

$$\begin{cases} \mathcal{M}(\omega) = 0 \\ \mathcal{N}(\omega) = 0 \end{cases}$$

La résolution de ce système de 2 équations, à n et r/a fixés, nous donne accès aux 2 inconnues que sont la largeur des modes w et leur fréquence ω . A partir de cette première évaluation du couple (ω, w) , on itère en tenant compte de la dépendance correcte en k_r des effets de rayon de Larmor et de largeur banane finis avec $k_r = \frac{1}{w}$, et ce jusqu'à obtenir la convergence entre la largeur w et la fréquence ω .

Le code "ODDi98" résout ce problème. Il a été développé par P. Maget en Matlab [Mag99]. On a ajouté une deuxième espèce d'ions aux ions majoritaires et aux électrons déjà pris en compte.

3.4 Calcul cinétique

3.4.1 Intérêt de l'approche cinétique

Dans l'approche fluide, on fait l'hypothèse de forts taux de croissance, tels que la fréquence des microinstabilités soit grande devant les fréquences de résonance. Après un développement limité du dénominateur de la partie résonnante, les taux de croissance sont solutions d'un polynôme du deuxième degré. La simplicité de cette approche permet d'appréhender les paramètres clefs vis-à-vis de plasmas très instables. Cependant les plasmas de tokamak s'avèrent être dans des conditions proches du seuil de stabilité, là où la physique des résonances devient fondamentale. Sur la figure 3.3, on voit que pour des modes d'ions piégés le calcul fluide surestime d'un facteur 2 le taux de croissance cinétique pour $A_T = -R \frac{\nabla_r T}{T}$ entre 5 et 15, ce qui correspond à des gradients de plasmas standards. Il est donc nécessaire de résoudre les équations cinétiques. Les effets stabilisants sont plus

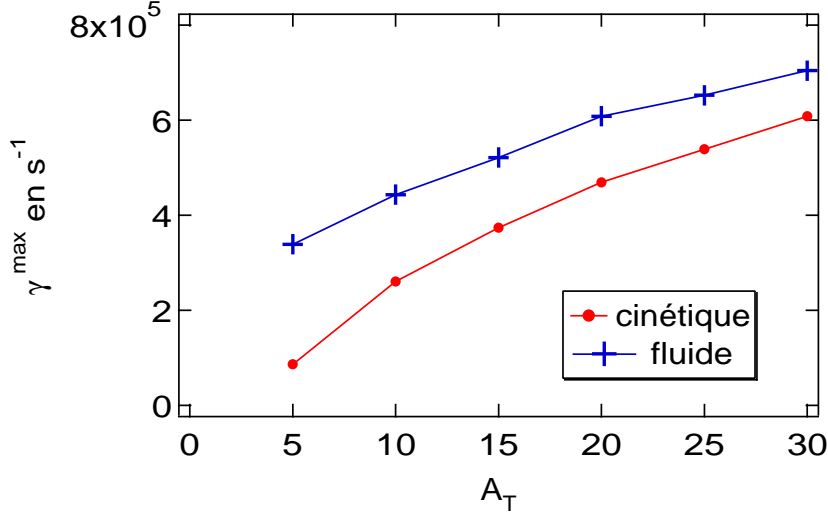


FIG. 3.3 - γ en fonction de $A_T = \frac{R}{L_T}$ calcul fluide et calcul cinétique pour des modes d'ions piégés, TIM avec $A_n = -R \frac{\nabla n}{n} = 0$.

difficiles à appréhender bien que l'on retrouve la physique contenue dans la limite fluide lorsque l'on résout les équations cinétiques dans des cas très instables. Par conséquent le calcul cinétique est plus global et généralement mieux adapté aux plasmas étudiés, mais il est plus difficile à réaliser. D'autre part, on verra au chapitre 5 que le cisaillement de rotation joue un rôle important pour la stabilisation. Il est donc nécessaire de comparer le taux de cisaillement de rotation à un taux de croissance ayant le bon ordre de grandeur.

A l'aide du code "kinezero", on détermine ω vérifiant :

$$\mathcal{D}(\omega) = \sum_s \frac{n_s Z_s^2}{T_s} (1 - \mathcal{L}_{sp}(\omega) - \mathcal{L}_{sc}(\omega)) = 0 \quad (3.18)$$

et ce pour chaque valeur du nombre d'onde toroïdal et du rayon normalisé.

\mathcal{L}_{sp} et \mathcal{L}_{sc} sont respectivement les expressions cinétiques des fonctionnelles des particules piégées et circulantes.

On cherche à mettre les fonctionnelles sous forme de fonctions intégrables analytiquement de façon à aborder plus simplement le problème de la singularité lors du passage à la résonance.

Dans un premier temps, on détermine les expressions de \mathcal{L}_{sp} puis de \mathcal{L}_{sc} . On décrit ensuite la technique nous permettant de trouver les zéros de l'équation (3.18). Enfin, la validation du code "kinezero" et un exemple de résultats sont présentés.

3.4.2 Les particules piégées

On réécrit l'expression de \mathcal{L}_{sp} donnée dans l'équation (3.12) de façon à mettre l'intégrale en énergie sous la forme d'intégrales de Fried et Conte [Fri61] :

$$\mathcal{L}_{sp}(\omega) \simeq \left\langle \frac{\Omega \frac{Z_s}{\tau_s f(\kappa)} - \left(\frac{A_{ns}}{f(\kappa)} + \frac{A_{Ts}}{f(\kappa)} (\mathcal{E} - 3/2) \right)}{\Omega \frac{Z_s}{\tau_s f(\kappa)} - \mathcal{E}} \right\rangle_p \mathcal{B}(k_\theta \rho_s^{th}) \mathcal{B}(k_r \delta_s^{th}) \quad (3.19)$$

avec : $\Omega = \omega \frac{RB_e}{k_\theta \bar{T}}$, $A_{ns} = \frac{R}{L_{ns}}$, $A_{Ts} = \frac{R}{L_{Ts}}$ et $e_s = Z_s e$, $T_s = \tau_s \bar{T}$ ($\bar{T} = 1 keV$). Les détails de la procédure suivie sont fournis dans l'annexe A. Une fois l'intégration en énergie rendue analytique, seule l'intégration en λ est effectuée numériquement.

3.4.3 Les particules circulantes

On suppose que le potentiel électrostatique ϕ a la forme gaussienne des solutions de l'équation fluide :

$$\phi(x) = \frac{\phi_0}{\sqrt{\sqrt{\pi} w}} e^{-\frac{x^2}{2w^2}}$$

Dans notre approche cinétique, on ne déduit pas de façon consistante la largeur de mode w de la fréquence ω . On suppose a priori la valeur de w . Pour ce faire, on se base sur le résultat fluide lorsque l'instabilité dominante est l'interchange, c'est-à-dire pour $\omega^2 = -n\omega_s^* n\omega_{gs}$. D'autre part, on considère les effets de largeur banane finie aux grandes longueurs d'onde, d'où : $J_0^2(k_r \delta_s) \simeq 1 - \frac{(k_r \delta_s)^2}{2}$, $k_r = \frac{1}{w}$. La largeur des modes est alors contrainte par l'équilibre entre la dynamique parallèle et les effets de largeur banane finie telle que :

$$f_c \frac{w^2 k_\parallel^2 c_{eff}^2}{-\omega^2} = f_p \frac{\delta_{eff}^2}{w^2} \quad (3.20)$$

c_{eff} est une vitesse thermique effective et δ_{eff} est une largeur banane effective, ces grandeurs sont définies plus précisément dans l'annexe A.

On obtient alors¹ :

$$w^4 = \frac{f_p \frac{q^2}{2\epsilon} \sum_s J_0^2(k_\theta \rho_{cs}) \frac{T_s m_s}{Z_s^2 \epsilon^2 B^2}}{f_c s^2 \frac{1}{\epsilon^2 R} \sum_s J_0^2(k_\theta \rho_{cs}) \frac{T_s \epsilon^2 B^2}{m_s} \frac{\sum_s n_s \frac{Z_s^2}{T_s}}{\sum_s n_s \frac{T_s}{L_{ps}}}} \quad (3.21)$$

Les largeurs bananes, les vitesses thermiques et les taux de croissance de l'interchange sont pondérés par des fonctions de Bessel. Par exemple, pour des nombres

1. La définition de la largeur des modes donnée ici diverge lorsque le cisaillement magnétique $s = \frac{r \nabla r q}{q}$ (q défini en (1.6)) tend vers 0. Cet effet sera discuté dans la partie 4.4.

d'onde tels que $k_\theta \rho_i \ll 1$, ceci permet de rendre les ions adiabatiques et donc de bien avoir une largeur de mode dépendant uniquement de grandeurs électroniques. On réécrit aussi \mathcal{L}_{sc} , donnée en (3.15), de manière à reconnaître une forme analytique de l'intégration en énergie \mathcal{E} :

$$\mathcal{L}_{sc}(\omega) \simeq \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\rho^*}{\sqrt{\pi}} e^{-\rho^{*2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk^*}{\sqrt{\pi}} e^{-k^{*2}} \left\{ \left(\frac{-\omega}{n\bar{\omega}_{gs}} + \frac{n\omega_{ns}^*}{n\bar{\omega}_{gs}} - \frac{3}{2} \frac{n\omega_{rs}^*}{n\bar{\omega}_{gs}} \right) \mathcal{I}_s(k^*, \rho^*) + \frac{n\omega_{rs}^*}{n\bar{\omega}_{gs}} \mathcal{J}_s(k^*, \rho^*) \right\} \mathcal{B}(k_\perp \rho_{cs}^{th}) \quad (3.22)$$

où \mathcal{I}_s et \mathcal{J}_s s'expriment en fonction des intégrales de Fried et Conte (cf annexe A).

La double intégration en ρ^* et k^* , quant à elle est faite numériquement.

3.4.4 Recherche des zéros

Introduction

On cherche les valeurs de ω solutions de l'équation cinétique $\mathcal{D}(\omega) = 0$ (3.18) avec les expressions des fonctionnelles décrites ci-dessus. Ces fonctionnelles sont des intégrales multiples de fonctions de variables complexes rapidement variables. Il nous faut donc une méthode de recherche de zéros efficace. Il existe trois approches : la méthode de Newton qui peut ne pas converger si l'on part trop loin de la solution ; la méthode qui consiste à définir la fonction sur une grille et à localiser la zone où elle s'annule qui est coûteuse en temps de calcul ; enfin, on peut utiliser une méthode spécifique aux fonctions de variables complexes, la méthode de Davies [Dav86]. Bien sûr, on peut coupler ces méthodes, par exemple on pourrait cerner les zéros sur une grille large, puis appliquer la méthode de Davies sur un contour équivalent à la maille concernée et enfin vérifier par la méthode de Newton que la solution converge rapidement. Dans notre cas, on cherchera les zéros avec la méthode de Davies, puis on utilisera la méthode de Newton pour affiner les solutions.

La méthode de Davies

Soit $\mathcal{D}(\omega) = 0$ la fonction dont on cherche les zéros notés ω_{0i} , ω étant une variable complexe. Soit N le nombre de zéros de \mathcal{D} contenus dans un contour fermé dans le plan complexe \mathcal{C} . D'après le principe de l'argument, l'augmentation de l'argument de \mathcal{D} le long de \mathcal{C} est égale à $2\pi N$. D'autre part, à partir du théorème des résidus, on trouve que :

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{C}} \omega^n \frac{\mathcal{D}'(\omega)}{\mathcal{D}(\omega)} d\omega \\ &= \sum_{i=1}^N \omega_{0i}^n \end{aligned} \quad (3.23)$$

où $n = 1, \dots, N$ et où ω_{0i} sont les zéros de $\mathcal{D}(\omega)$ contenus dans le contour. Connaissant $\mathcal{D}(\omega)$ le long de \mathcal{C} , on calcule S_n et N à partir desquels on peut reconstruire un polynôme dont les zéros sont ω_{0i} tel que :

$$\begin{aligned} P_N(\omega) &= \prod_{j=1}^N (\omega - \omega_{0j}) \\ P_N(\omega) &= \sum_{j=0}^N A_j \omega^{N-j} \end{aligned} \quad (3.24)$$

En effet, les coefficients A_j sont solutions du système de N équations à N inconnues suivant :

$$\begin{aligned} S_1 + A_1 &= 0 \\ S_2 + A_1 S_1 + 2A_2 &= 0 \\ S_k + A_1 S_{k-1} + A_2 S_{k-2} + \dots + kA_k &= 0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

$k = 3, \dots, N$.

Il ne nous reste plus qu'à chercher les racines du polynôme P_N qui sont les zéros de $\mathcal{D}(\omega)$ contenus dans le contour \mathcal{C} .

Cette méthode n'est applicable que pour un contour circulaire, ou homéomorphe à un cercle.

On ne cherche que les solutions instables, dont la partie imaginaire (taux de croissance) est positive. Dans notre cas, il est utile d'avoir une contour le plus allongé possible dans la direction de l'axe réel [Bru98]. On va donc parcourir le contour \mathcal{C} de centre C tel que $\omega = C + Rz(Ez^2 + 1)$, avec z parcourant le cercle unité centré en 0, $R = \frac{\text{Im}(C) - 0.05}{1-E}$ et $E = 0.1$. Le maximum accessible par la partie imaginaire est donné par une première approximation du taux de croissance dans la limite fluide. Cette information nous permet de limiter l'extension du contour suivant l'axe des imaginaires. Par contre, nous n'avons pas d'information sur la partie réelle des solutions. Comme le contour n'est pas extensible suivant l'axe des réels à loisir, et pour éviter d'avoir recours à un contour trop grand, on doit balayer l'axe des réels avec notre contour pour avoir accès au maximum de zéros (cf figure 3.4).

3.5 Présentation du code "kinezero"

3.5.1 Principe

En entrée, il faut fournir les profils caractérisant le plasma que l'on désire étudier : les températures ionique et électronique $T_i(r)$, $T_e(r)$, les densités électronique et ionique des ions majoritaires et d'un type d'impuretés $n_e(r)$, $n_i(r)$, $n_z(r)$ et enfin le profil du facteur de sécurité $q(r)$. On a aussi besoin de connaître

la valeur du champ magnétique et des grand et petit rayons. A partir de ces informations, on évalue les longueurs de gradients, le cisaillement magnétique, la fraction de particules piégées, les rayons de Larmor et les largeurs bananes. On a alors toutes les informations utiles au calcul des fonctionnelles définies en (3.19) et (3.22).

Le code a été écrit en fortran 90. Il utilise les fonctions de la bibliothèque du Numerical Algorithm Group pour la fonction de Fried et Conte, pour les fonctions de Bessel et pour les méthodes d'intégration à pas adaptatif.

Il calcule les fonctionnelles $\mathcal{L}_{sc}(\omega)$ et $\mathcal{L}_{sp}(\omega)$ pour des valeurs de ω parcourant les différents contours à l'intérieur desquels on cherche les zéros de :

$$\mathcal{D}(\omega) = \sum_s \frac{n_s Z_s^2}{T_s} (1 - \mathcal{L}_{sp}(\omega) - \mathcal{L}_{sc}(\omega))$$

Lorsque plusieurs zéros sont trouvés, on les classe par ordre décroissant de leur partie imaginaire. On répète l'exercice pour chaque couple (nombre d'onde toroïdal, rayon normalisé). Les analyses de stabilité seront faites à partir des taux de croissance du mode le plus instable $\gamma^{max}(n, r/a)$.

Nous allons présenter les tests validant la recherche des zéros par la méthode de Davies et la programmation des fonctionnelles $\mathcal{L}_{sc}(\omega)$ et $\mathcal{L}_{sp}(\omega)$. Enfin, nous présenterons des résultats typiques du code pour une décharge standard.

3.5.2 Test de la méthode de Davies

Test de la méthode de Davies sur une fonction dont on connaît les zéros, par exemple : $\mathcal{D}(\omega) = (\omega - 3 - 2i)(\omega + 5 - 3i)$. On voit que le balayage de l'axe des réels est efficace et que la méthode de Davies associée à la méthode de Newton permet de trouver les zéros de $\mathcal{D}(\omega)$.

3.5.3 Tests de l'écriture des fonctionnelles

Différents cas doivent donner les mêmes résultats, nous allons le vérifier.

Particules circulantes et piégées

Ce test doit nous permettre de vérifier que, dans un cas particulier, l'intégration en énergie des particules circulantes donne bien le même résultat que celle de particules piégées. En effet, on doit trouver des résultats identiques pour le cas où seules les particules circulantes sont résonnantes et pour le cas où seules les particules piégées le sont lorsque :

- la fréquence de transit des particules circulantes est nulle : $k_{\parallel} V_{\parallel} = 0$;
- on néglige les effets de largeurs finies : $\mathcal{B}(k_{\perp} \rho_{cs}^{th}) = \mathcal{B}(k_{\theta} \rho_s^{th}) \mathcal{B}(k_r \delta_s^{th}) = 1$;

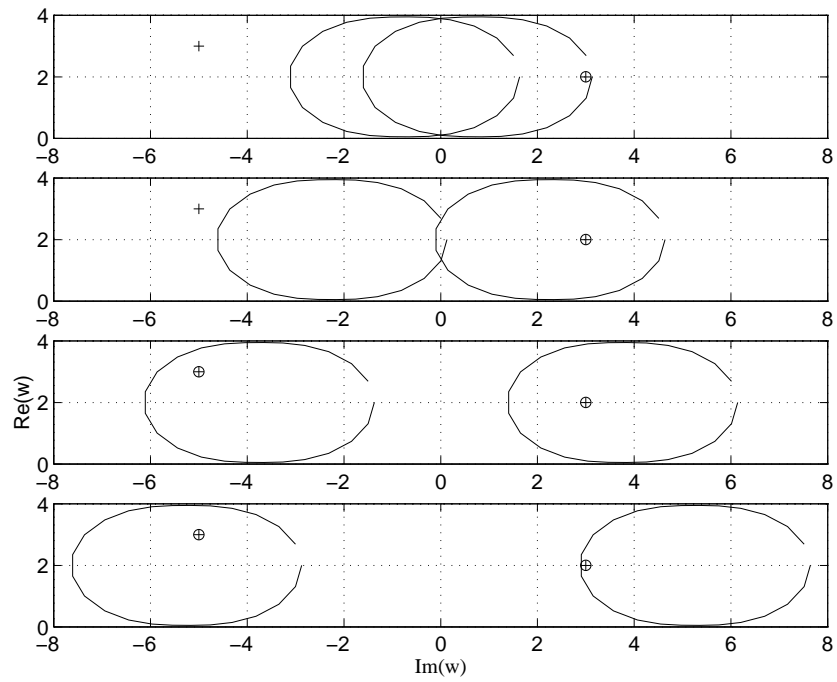


FIG. 3.4 - Balayage du plan complexe avec les contours à la recherche des zéros $3 + 2i$ et $-5 + 3i$ représentés par des croix. Les ronds représentent les solutions trouvées par la méthode de Davies, appliquée aux contours tracés, couplée à la méthode de Newton.

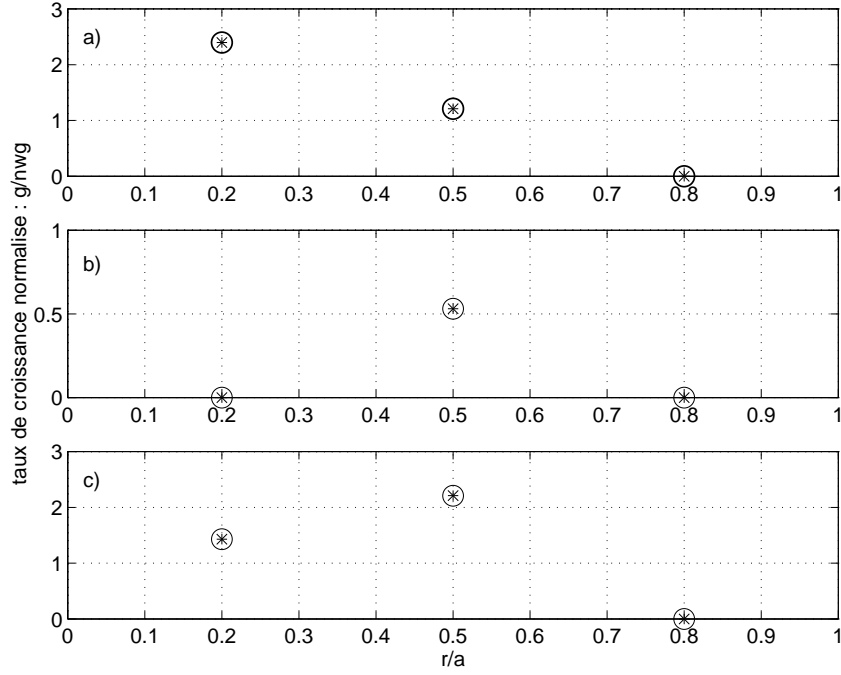


FIG. 3.5 - *Taux de croissance normalisés solutions, en fonction de r/a* a) *: circulantes, o : piégées b) *: électrons résonnants seuls, o : ions résonnants seuls c) *: ions majoritaires, o : impuretés.

- on ne tient pas compte de la dépendance en κ et k^* des fréquences de dérive verticale des 2 types de particules : $f(\kappa) = f(k^*) = 1$.

On obtient des fréquences identiques pour les cas $f_p = 1, f_c = 0$ et $f_p = 0, f_c = 1$ (cf figure 3.5 a)). Ce test nous permet de vérifier la programmation de l'intégration en énergie des 2 types de particules.

Ions et électrons

Ce test permet de vérifier que les ions sont programmés de façon symétrique aux électrons. En effet, le cas où seuls les ions sont résonnants doit donner les mêmes résultats que pour des électrons seuls si on pose artificiellement $m_i = m_e$, $Z_i = -1$ et :

$$\begin{aligned} n_e &= n_i \\ T_e &= T_i \end{aligned}$$

C'est bien ce que l'on observe (cf figure 3.5 b)).

Ions majoritaires et impuretés

On veut aussi vérifier que les impuretés sont programmées identiquement aux ions majoritaires. En effet, le cas avec un seul type d'ions et des électrons doit

donner les mêmes résultats que les ions soient des impuretés avec $n_e = Z_z n_z$ ou des ions majoritaires avec $n_e = Z_i n_i$. On pose :

$$T_e = T_i$$

Dans l'exemple, on a choisi $Z_i = Z_z = 6$ (cf figure 3.5 c)).

Ions et électrons piégés

Une autre façon de tester la programmation des particules piégées est d'utiliser le fait que : $\mathcal{D}(\omega) = \mathcal{D}(\omega^*)$ dans le cas présenté ci-dessous.

Lorsqu'on a un type d'ions avec $n_e = n_i$ et $T_e = T_i$, qu'on ne tient compte que des particules piégées (avec $f_p < 1$), et qu'on néglige les effets de rayon de Larmor finis, on cherche les zéros d'une équation du type :

$$\mathcal{D}(\omega) = \frac{n_e}{T_e} + \frac{n_i Z_i^2}{T_i} - \frac{n_e}{T_e} f_p \left\langle \frac{\omega - n\omega_e^*}{\omega - n\omega_{ge}} \right\rangle_p - \frac{n_i}{T_i} f_p \left\langle \frac{\omega - n\omega_i^*}{\omega - n\omega_{gi}} \right\rangle_p = 0 \quad (3.26)$$

Les conditions posées ci-dessus impliquent : $\omega_{gi} = -\omega_{ge}$ et $\omega_i^* = -\omega_e^*$, d'où :

$$\mathcal{D}(\omega) = \frac{n_e}{T_e} (2 - f_p \left\langle \frac{\omega - n\omega_e^*}{\omega - n\omega_{ge}} \right\rangle_p - f_p \left\langle \frac{\omega + n\omega_e^*}{\omega + n\omega_{ge}} \right\rangle_p) = 0 \quad (3.27)$$

Donc, si $\mathcal{D}(\omega) = 0$, on a aussi $\mathcal{D}(-\omega) = 0$ et $\mathcal{D}^*(\omega) = 0$, soit $\mathcal{D}(\omega^*) = 0$ et par conséquent $\mathcal{D}(-\omega^*) = 0$. Si ω est solution, avec $Im(\omega) = \gamma > 0$ alors il existe une autre solution dont la partie imaginaire est positive, il s'agit de $-\omega^*$. La solution dont la partie réelle est négative (resp. positive) correspond à une fréquence dans la direction diamagnétique ionique (resp. électronique) appelée branche ionique (resp. électronique).

3.5.4 Résultats standards

Après avoir testé le programme, nous allons présenter des résultats standards, obtenus pour une décharge de Tore Supra en mode L, #25222 à 8s.

On cherche jusqu'à 5 zéros. Dans la pratique on n'en trouve jamais plus de 3. La figure 3.7 montre les profils caractérisant le plasma dont on a besoin pour analyser la stabilité : $T_{e,i}(r)$, $n_{e,i,z}(r)$ et $q(r)$. Les parties imaginaires et réelles des trois premières solutions sont montrées sur les figures 3.8 à 3.13. Dans la suite, on utilisera le maximum des 3 taux de croissance pour faire les analyses de stabilité.

3.6 Limite de stabilité

Il est intéressant de tracer dans un repère (A_n, A_T) la limite entre les zones stables où $\gamma < 0$ et instables où $\gamma > 0$. Les profils de densité et de température

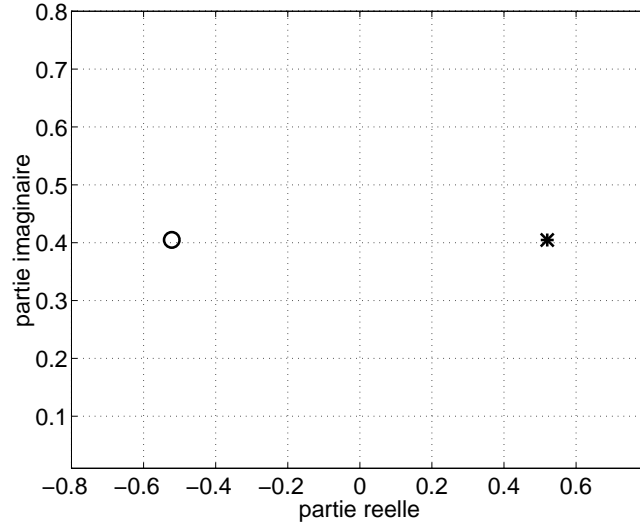


FIG. 3.6 - Les deux fréquences normalisées miroirs dans le plan complexe, mode ionique 'o', mode électronique '*'.

des différentes espèces sont pris homotétiques : $A_n = A_{ne} = A_{ni} = A_{nz}$ et $A_T = A_{Te} = A_{Ti} = A_{Tz}$.

Cette limite correspond aux solutions ω_0 de $\mathcal{D}(\omega) = 0$ dont le taux de croissance est nul. Pour la calculer, on fait varier $\omega_0 = \omega_r + i\gamma$ avec $\gamma \ll 1$ et ω_r qui balaye l'axe des réels. Pour chaque valeur de ω_0 , on a le système de deux équations suivant :

$$\begin{cases} \text{Im}(\mathcal{D}(\omega_0)) = \text{Im}(A(\omega_0)) + A_n \text{Im}(B(\omega_0)) + A_T \text{Im}(C(\omega_0)) = 0 \\ \text{Re}(\mathcal{D}(\omega_0)) = \text{Re}(A(\omega_0)) + A_n \text{Re}(B(\omega_0)) + A_T \text{Re}(C(\omega_0)) = 0 \end{cases} \quad (3.28)$$

Ainsi, on fait correspondre un couple (A_n, A_T) à chaque valeur de ω_0 . L'ensemble de ces couples nous permet de tracer la limite de stabilité. On peut utiliser la forme fluide ou la forme cinétique de $\mathcal{D}(\omega) = 0$. On ne tient pas compte des effets de rayon de Larmor fini car la largeur des modes dépend non-linéairement de A_n et de A_T .

Des exemples de limites de stabilité seront utilisés au chapitre suivant et nous permettront d'étudier les effets sur la stabilité des impuretés, du piquage des profils de densité et du cisaillement magnétique.

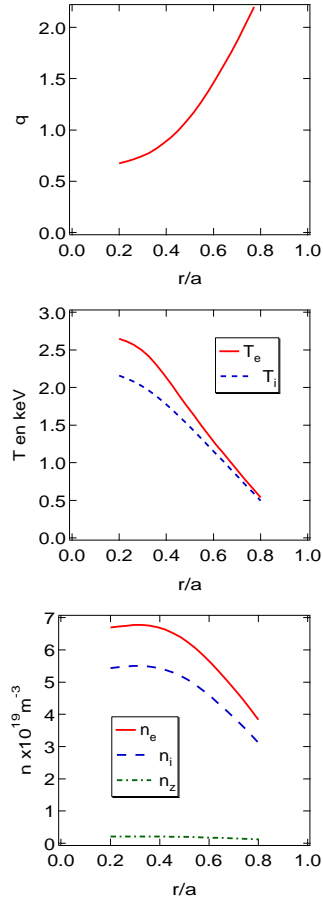


FIG. 3.7 - Profils du facteur de sécurité q , des températures en keV et des densités en 10^{20}m^{-3} du choc #25222 à 8s.

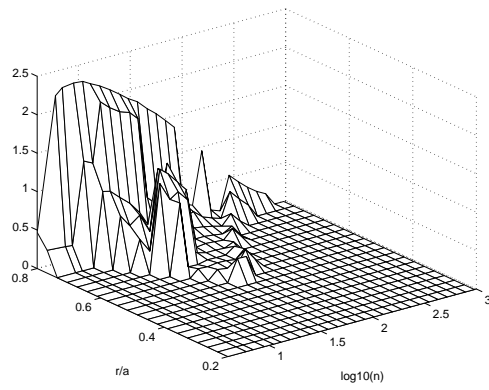


FIG. 3.8 - Première solution : taux de croissance normalisés $(\frac{\gamma}{k_{\theta} \frac{T}{BR}})$ en fonction de r/a et de n

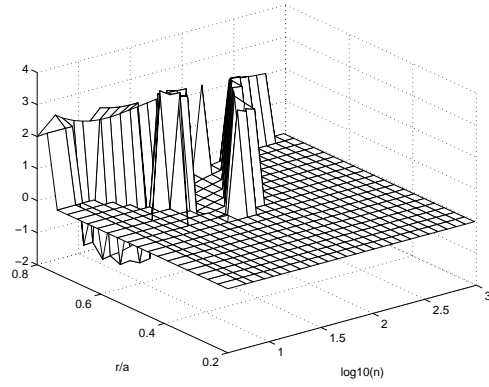


FIG. 3.9 - *Première solution : parties réelles normalisées ($\frac{\omega_r}{k_\theta \frac{T}{BR}}$) en fonction de r/a et de n*

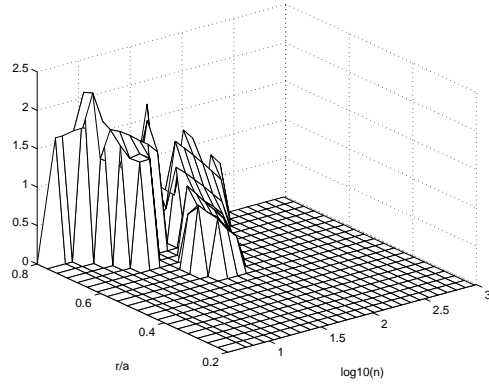


FIG. 3.10 - *Deuxième solution : taux de croissance normalisés en fonction de r/a et de n*

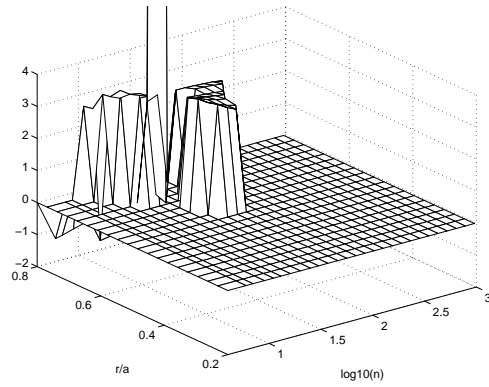


FIG. 3.11 - *Deuxième solution : parties réelles normalisées en fonction de r/a et de n*

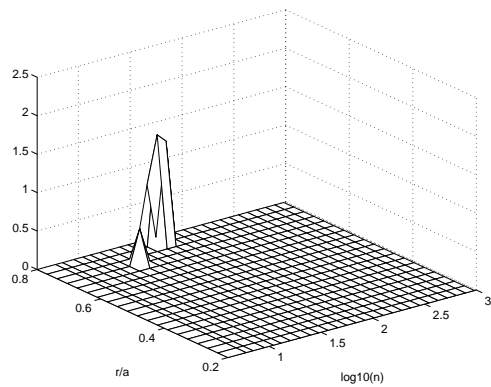


FIG. 3.12 - *Troisième solution : taux de croissance normalisés en fonction de r/a et de n*

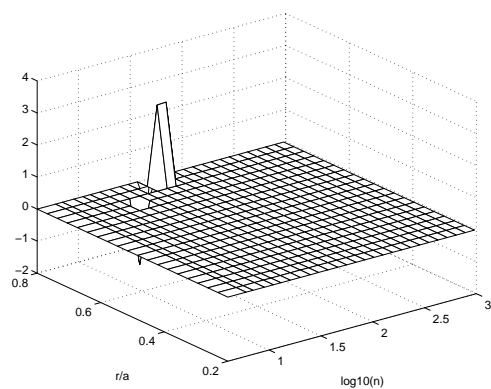


FIG. 3.13 - *Troisième solution : parties réelles normalisées en fonction de r/a et de n*

Chapitre 4

Paramètres stabilisants

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous passons en revue différents paramètres pouvant réduire les taux de croissance. En particulier les effets stabilisants de la charge des ions, du piquage des profils de densité et du cisaillement magnétique y sont présentés. Nous utilisons une forme simplifiée de l'équation fluide pour étudier de façon analytique l'effet de ces différents paramètres sur des plasmas instables. Puis nous avons recours au calcul cinétique de la limite de stabilité afin d'étudier le comportement du seuil vis-à-vis de ces paramètres. De fait, la comparaison entre l'approche fluide et l'approche cinétique s'avère instructive.

4.2 Impuretés

On qualifie d'impuretés les ions autres que l'ion majoritaire dans le plasma. Les plasmas de tokamak sont principalement constitués de Deutérium et occasionnellement d'Hélium, d'Hydrogène, voire de Tritium. Les impuretés peuvent être intrinsèques lorsqu'elles sont produites par le dégazage de la paroi. Il s'agit alors essentiellement de Carbone. On injecte aussi des impuretés (Néon, Argon, etc) dans le but de produire des plasmas rayonnants. Il est donc intéressant d'étudier l'effet de la présence d'impuretés sur la stabilité du plasma.

La charge des ions intervient dans de nombreuses grandeurs : le rayon de Larmor, la vitesse de dérive verticale, la vitesse de dérive diamagnétique. La masse¹ est présente dans le rayon de Larmor et elle affecte la vitesse thermique, donc la fréquence de transit. La plupart des grandeurs utiles à l'analyse de stabilité sont donc sensibles à un changement de nature des ions.

D'autre part, la présence d'impuretés dans le plasma entraîne un effet de dilution

1. Dans la suite, on supposera que les ions de charge Z_i et de nombre de masse A_i sont tels que $A_i = 2Z_i$.

à densité électronique fixée à cause de l'électroneutralité. Donc une augmentation de la charge effective implique une diminution de la densité d'ions à densité électronique donnée.

L'effet des impuretés sur la stabilité a été étudié par différents auteurs. Dominguez et Rosenbluth [Dom89] ont observé un effet stabilisant sur les ITG, les ions majoritaires sont représentés de façon cinétique et les impuretés dans la limite fluide. Paccagnella et al [Pac90] étudient les modes ioniques fluides et cinétiques; dans la limite fluide, ils retrouvent un effet stabilisant des impuretés; dans le calcul cinétique, cet effet peut être déstabilisant pour des piquages de densité faibles. Tokar a aussi retrouvé l'effet stabilisant des impuretés sur la branche fluide ITG [Tok99]. On retrouve bien ces résultats dans les analyses présentées ici.

L'effet des impuretés sur les modes électroniques a été regardé par Dominguez et Staebler [Dom93] : pour des modes slab d'électrons piégés, les impuretés y sont déstabilisantes. Ici, on ne trouve pas d'effet déstabilisant sur les modes électroniques toroïdaux.

4.2.1 Limite fluide

Nous allons évaluer l'effet des impuretés sur les taux de croissance fluides dans deux limites :

- pour des modes dits ioniques dont les longueurs d'onde sont plus grandes que le rayon de Larmor des ions et où l'on garde les électrons piégés résonnants;
- puis pour des modes électroniques dont les longueurs d'onde sont plus petites que le rayon de Larmor et la largeur banane des ions, par conséquent des modes avec lesquels les ions ne résonnent pas.

Modes ioniques

Pour des longueurs d'onde $\lambda = \frac{1}{k_\perp}$ plus grandes que le rayon de Larmor des ions ρ_i : $k_\perp \rho_i \ll 1$ ², les fonctions de Bessel J_0 caractérisant l'effet de rayons de Larmor finis s'écrivent : $J_0^2(k_\perp \rho_i) \simeq 1 - \frac{k_\perp^2 \rho_i^2}{2}$.

On suppose les électrons circulants adiabatiques : $k_\parallel V_\parallel \gg \omega$.

De plus, on néglige les effets de rayon de Larmor ρ_s et de largeur banane δ_s finis pour les électrons piégés car $k_\perp \rho_e \ll k_\perp \rho_i \ll 1$ et $k_\perp \delta_e \ll k_\perp \delta_i \ll 1$.

La fréquence de dérive verticale des particules piégées ω_{gs}^p est telle que :

$$n\omega_{gs}^p = -k_\theta \frac{2-\lambda B}{e_s B R} \mathcal{E} < \cos\theta + s\theta \sin\theta >_p \text{ (cf annexe A.1).}$$

Pour les ions circulants, on a :

². k_\perp , k_θ et k_r sont respectivement les vecteurs d'onde dans la direction perpendiculaire à \vec{B} , dans les directions poloidale et radiale tels que : $k_\perp^2 = k_r^2 + k_\theta^2$.

$n\omega_{gs}^c = -k_\theta \frac{2-\lambda B}{e_s B R} \mathcal{E}(\cos k_r d + s k_r d \sin k_r d)$, voir annexe A.2.

Dans la suite, on suppose des particules très piégées $\theta \ll 1$ et des modes très ballonnés $k_r d \ll 1$, d'où :

$$n\omega_{gs}^p = n\omega_{gs}^c = -k_\theta \frac{2-\lambda B}{e_s B R} \mathcal{E}$$

On cherche alors les modes instables solutions de l'équation suivante :

$$\begin{aligned} & \left[\frac{n_e}{T_e} (1 - f_p < (1 - \frac{\vec{n} \cdot \vec{\omega}_e^*}{\omega})(1 + \frac{\vec{n} \cdot \vec{\omega}_{ge}}{\omega}) >_p) + \right. \\ & \sum_i \frac{n_i Z_i^2}{T_i} (1 - f_c < (1 - \frac{\vec{n} \cdot \vec{\omega}_i^*}{\omega})(1 + \frac{\vec{n} \cdot \vec{\omega}_{gi}}{\omega} + \frac{k_\parallel V_{\parallel i}}{\omega} + \frac{(k_\parallel V_{\parallel i})^2}{\omega^2})(1 - \frac{k_\perp^2 \rho_i^2}{2}) >_c \\ & \left. - f_p < (1 - \frac{\vec{n} \cdot \vec{\omega}_i^*}{\omega})(1 + \frac{\vec{n} \cdot \vec{\omega}_{gi}}{\omega})(1 - \frac{k_\perp^2 \delta_i^2}{2}) >_p) \right] \tilde{\phi} = 0 \quad (4.1) \end{aligned}$$

Cette équation est intégrée en \mathcal{E} et λ . On définit des grandeurs effectives qui sont des sommes sur les différentes espèces d'ions. Enfin, on applique la méthode de résolution du problème fluide présentée dans la sous-partie 3.3.4. Le calcul est détaillé dans l'annexe B. On obtient les expressions suivantes pour deux solutions particulières de l'équation (4.1) :

- si les effets de courbure sont suffisamment forts pour que : $\frac{1}{R} > \frac{\nabla_r q}{(\frac{Z}{\tau} f_p + 1) b_0}$ (avec $b_0 = \frac{\sqrt{2\epsilon}}{\sqrt{f_c f_p}}$), le terme d'interchange domine. Les profils de densité étant généralement plus plats que les profils de température, on a donc : $\frac{-\nabla_r n_e}{n_e} \ll \frac{-\nabla_r P_e}{P_e}$. Les profils de pression sont suffisamment piqués pour que : $\frac{\nabla_r P_e}{P_e} > \frac{1}{R}$. De plus, si l'on néglige les effets de rayons de Larmor finis, on obtient le taux de croissance suivant :

$$\gamma_{int}^2 = \frac{(f_p + \frac{\tau}{Z}) n \omega_{pe}^* n \omega_{ge}}{f_c} \quad (4.2)$$

avec :

$$\frac{\tau}{Z} = \frac{\sum_i \nabla_r P_i}{\nabla_r P_e}$$

et $\tau = \frac{T_i}{T_e}$.

Ce taux de croissance est la somme de la contribution des électrons piégés (partie proportionnelle à f_p) et de celle des ions circulants et piégés (partie pondérée par $\frac{\tau}{Z}$);

- dans le cas où le cisaillement magnétique est dominant vis-à-vis de la courbure avec : $\frac{\nabla_r q}{(\frac{Z}{\tau} f_p + 1) b_0} > \frac{1}{R}$, on se trouve dans la limite slab. Comme on a : $\frac{-\nabla_r P_e}{P_e} \gg \frac{1}{R}$ et $\frac{-\nabla_r n_e}{n_e} \ll \frac{-\nabla_r P_e}{P_e}$, on obtient :

$$\gamma_{slab}^2 = \frac{\tau}{Z} \nabla_r q \frac{n \omega_{pe}^* k_\theta \rho_{eff} c_{eff}}{2\sqrt{2\epsilon}} \quad (4.3)$$

avec $\rho_{eff} = 2 \frac{T_e m_p}{e B}$ le rayon de Larmor effectif et $c_{eff} = \sqrt{\frac{T_e}{m_p}}$ la vitesse thermique effective.

On remarque qu'en présence d'impuretés à τ fixé, \bar{Z} augmente et les taux de croissance slab et interchange diminuent.

La largeur de mode w est telle que :

$$w^2 = \frac{q^2}{\nabla_r q k_\theta} \frac{\rho_{eff} \gamma}{c_{eff}} \frac{\sqrt{f_p}}{\sqrt{2\epsilon f_c}} \quad (4.4)$$

On peut donc déduire un coefficient de diffusion heuristique³ D des modes ioniques dans le cas où l'interchange est l'instabilité dominante :

$$D_i(n, r) = \gamma(n, r) w(n, r)^2 = \rho_{eff} c_{eff} \frac{n q^2}{|s|} c_0 \frac{\rho_{eff}^2}{4 R L_{Pe}} (f_p + \frac{\tau}{\bar{Z}}) \quad (4.5)$$

avec : $\frac{1}{L_{Pe}} = \frac{-\nabla_r P_e}{P_e}$, $c_0 = \frac{\sqrt{f_p}}{f_c^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{2\epsilon}}$ et s le cisaillement magnétique tel que : $s = \frac{r \nabla_r q}{q}$.

Les modes ioniques sont donc stabilisés lorsque $(f_p + \frac{\tau}{\bar{Z}})$ diminue, en particulier si \bar{Z} augmente. On remarque donc que la configuration telle que la pression des impuretés soit plus élevée au bord qu'au centre ($\frac{\nabla P_z}{\nabla P_e} < 0$) est plus stabilisante que $\frac{\nabla P_z}{\nabla P_e} > 0$. Cependant, la marge de manœuvre est limitée par le fait que l'électroneutralité doit être respectée.

Modes électroniques

C'est-à-dire $k_\perp \rho_i \gg 1 \gg k_\perp \rho_e$. Les ions sont donc adiabatiques et pour les électrons on a : $J_0^2(k_\perp^2 \rho_e^2) \simeq 1 - \frac{k_\perp^2 \rho_e^2}{2}$. On cherche les modes solutions de l'équation suivante :

$$[\sum_i \frac{n_i Z_i^2}{T_i} + \frac{n_e}{T_e} (1 - f_p < (1 - \frac{\vec{n} \cdot \vec{\omega}_e^*}{\omega})(1 + \frac{\vec{n} \cdot \vec{\omega}_{ge}}{\omega})(1 - \frac{k_\perp^2 \rho_e^2}{2}) >_p - f_c < (1 - \frac{\vec{n} \cdot \vec{\omega}_e^*}{\omega})(1 + \frac{\vec{n} \cdot \vec{\omega}_{ge}}{\omega} + \frac{k_\parallel V_{\parallel e}}{\omega} + \frac{(k_\parallel V_{\parallel e})^2}{\omega^2})(1 - \frac{k_\perp^2 \delta_e^2}{2}) >_c)] \tilde{\phi} = 0 \quad (4.6)$$

Avec les mêmes hypothèses de calcul que dans le cas des modes ioniques, on obtient les expressions suivantes pour deux solutions particulières :

- si le cisaillement magnétique est tel que les effets de courbure sont dominants, on a : $\frac{1}{R} > |\nabla_r q|$, donc l'instabilité due à l'interchange domine par

3. L'évaluation de D présentée ici est basée sur le modèle dit de longueurs de mélange. Cette évaluation est heuristique puisqu'un coefficient de transport est une grandeur non-linéaire par définition et qu'il est calculé ici à partir de grandeurs linéaires.

rapport à la branche "slab" et :

$$\gamma_{int}^2 = \frac{n\omega_{p_e}^* n\omega_{ge}}{\frac{Z_{eff}}{\tau}} \quad (4.7)$$

avec $Z_{eff} = \sum_i \frac{n_i Z_i^2}{n_e}$;

– au contraire si, $|\nabla_r q| > \frac{1}{R}$, la branche "slab" domine :

$$\gamma_{slab}^2 = \frac{n\omega_{p_e}^* \frac{|\nabla_r q| k_\theta V_{Te} \rho_e}{2}}{\frac{Z_{eff}}{\tau}} \quad (4.8)$$

Dans les deux cas, le taux de croissance est inversement proportionnel à la racine carrée de la charge effective du plasma. La présence d'impuretés a donc un effet stabilisant sur ces modes.

Le coefficient de diffusion heuristique des modes électroniques D_e associé à l'instabilité d'interchange est tel que :

$$D_e(n, r) = \gamma(n, r) w(n, r)^2 = \rho_e V_{Te} \frac{nq^2}{|s|} d_0 \frac{\rho_e^2}{RL_{Pe}} \frac{\tau}{Z_{eff}} \quad (4.9)$$

avec $d_0 = \frac{\sqrt{f_p}}{\sqrt{f_c}} \frac{1}{\sqrt{2\epsilon}}$.

Dans le cas des modes électroniques, le coefficient de transport diminue lorsque Z_{eff} augmente. La charge des ions du plasma a donc un effet stabilisant sur ces modes.

Rapport des contenus énergétiques

La présence d'ions de charge élevée provoque une diminution des taux de croissance des modes ioniques et électroniques pour les branches interchange et "slab". Cependant, afin d'évaluer l'amélioration du confinement, il faut se ramener à un rapport de contenus énergétiques. Nous étudions le cas simplifié du rapport des contenus énergétiques entre un plasma de Deutérium pur, W_D , et un plasma contenant des impuretés, W_Z . Nous nous intéresserons à l'influence de la charge des ions sur ce rapport.

On compare des plasmas dont la densité électronique et la source d'énergie sont identiques.

$$\frac{W_Z}{W_D} = \frac{n_e T_{eZ} (1 + \tau_Z \sum_i \frac{n_i}{n_e})}{n_e T_{eD} (1 + \tau_D)} \quad (4.10)$$

avec

$$\tau_D = \frac{T_{iD}}{T_{eD}}$$

et

$$\tau_Z = \frac{T_{iZ}}{T_{eZ}}$$

On voit que la dilution a un effet défavorable sur ce rapport puisque $\sum_i \frac{n_i}{n_e}$ diminue lorsque la charge des ions augmente. Cependant, comme la charge a un effet bénéfique sur les taux de croissance, le contenu énergétique d'un plasma d'ions de charge $Z > 1$ est plus élevé que celui d'un plasma de Deutérium, on a donc : $T_{eZ} > T_{eD}$. Il nous reste à quantifier la combinaison de ces effets en exprimant le rapport $\frac{T_{eZ}}{T_{eD}}$ en fonction de la charge à partir des coefficients D_e et D_i évalués précédemment.

Les équations du transport de l'énergie nous donnent pour les électrons et les ions :

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r D_e \frac{\partial P_e}{\partial r}) &= S_e - \sum_i P_{ei} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r D_i \frac{\tau}{Z} \frac{\partial P_e}{\partial r}) &= \sum_i P_{ei} \end{aligned} \quad (4.11)$$

S est la source d'énergie externe. Dans le cas de Tore Supra le chauffage se fait essentiellement sur les électrons, d'où : $S = S_e$. P_{ei} sont les termes d'échange d'énergie des électrons vers les différents ions.

En additionnant les deux expressions précédentes, on obtient :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r (D_e + \frac{\tau}{Z} D_i) \frac{\partial P_e}{\partial r}) = S_e \quad (4.12)$$

On pose $\nabla_r n = 0$. On a alors $\frac{\partial P_e}{\partial r} = n_e(r) \frac{\partial T_e}{\partial r}$ et, $\frac{1}{Z} = \sum_i \frac{n_i}{n_e}$. On remplace D_i et D_e par leurs expressions données en (4.5) et (4.9), d'où :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r n_e D_0 (\frac{\tau}{Z_{eff}} + \frac{\tau}{Z} \frac{m_p}{m_e} (f_p + \frac{\tau}{Z}))) \sqrt{T_e} (\frac{\partial T_e}{\partial r})^2 = S_e \quad (4.13)$$

S_e et n_e sont fixés et ne dépendent pas de τ , \bar{Z} , Z_{eff} et f_p . Donc, en négligeant les dépendance en r de ces grandeurs, on obtient :

$$\left[\frac{T_e}{T_0} \right]^{5/2} \propto \frac{1}{\frac{\tau}{Z_{eff}} + \frac{\tau}{Z} \frac{m_p}{m_e} (f_p + \frac{\tau}{Z})} \quad (4.14)$$

Le rapport des contenus énergétiques s'exprime alors comme suit :

$$\frac{W_Z}{W_D} = \frac{1 + \frac{\tau_Z}{Z}}{1 + \tau_D} \left[\frac{\tau_D + \tau_D \frac{m_p}{m_e} (f_p + \tau_D)}{\frac{\tau_Z}{Z_{eff}} + \frac{\tau_Z}{Z} \frac{m_p}{m_e} (f_p + \frac{\tau_Z}{Z})} \right]^{2/5} \quad (4.15)$$

L'effet de la charge (éventuellement couplé à un rapport $\nabla P_z / \nabla P_e < 0$) permet d'améliorer le confinement de l'énergie, mais cet effet est fortement amoindri par

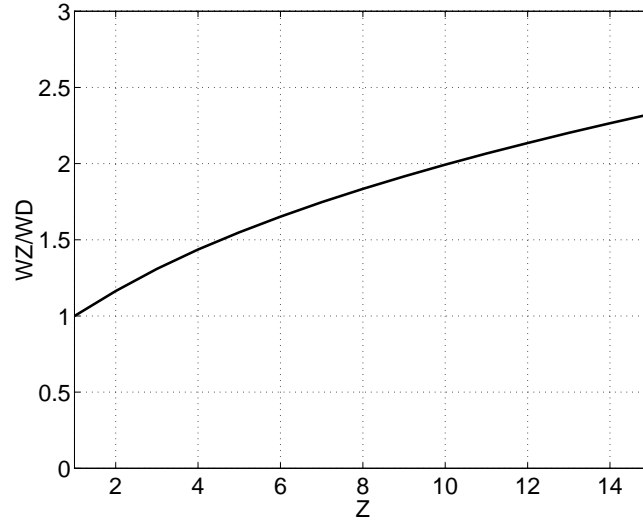


FIG. 4.1 - *Rapport des contenus énergétiques entre un plasma de Deutérium et un plasma d'ions de charge Z , en fonction de Z avec $f_p = 0.5$ et $\tau_D = \tau_Z = 1$.*

un effet de dilution et une puissance $2/5$. En effet, si on trace ce rapport dans le cas où W_Z est le contenu énergétique d'un plasma composé d'un seul type d'ions de charge Z , on voit qu'une amélioration du confinement de l'ordre de 70% est atteinte pour un plasma de Carbone (cf figure 4.1).

L'analyse fluide montre que la présence d'impuretés a un effet stabilisant. Cependant, une première approche ne prédit pas une amélioration significative du confinement pour des plasmas d'ions de charge réaliste (aux alentours de 3-4 au maximum).

Une approche cinétique va nous permettre d'étudier l'effet des impuretés sur le seuil de stabilité.

4.2.2 Limite de stabilité cinétique

Note importante : On trace les diagrammes de stabilité dans le plan (A_n, A_T) . $A_x = -R \frac{\nabla_r x}{x}$ est une grandeur normalisée proportionnelle aux gradients, plus elle est élevée, plus les profils sont piqués. Le plasma d'un tokamak se situe toujours dans le quart de plan $(A_n > 0, A_T > 0)$ avec en général A_T entre 5 et 20 et A_n entre 0 et 15. Le plasma dont les gradients de densité et de température sont nuls ($A_n = 0, A_T = 0$) appartient au domaine stable. Pour illustrer le propos, nous traçons cependant des limites de stabilité pour des valeurs négatives de A_n ou A_T .

Avec les équations cinétiques, la situation est plus subtile à analyser car la physique des résonances y est incluse. Comme la charge et la masse des ions interviennent dans les fréquences caractéristiques du plasma, les résonances sont affectées. Nous allons donc regarder quel est l'effet de la charge et de la masse

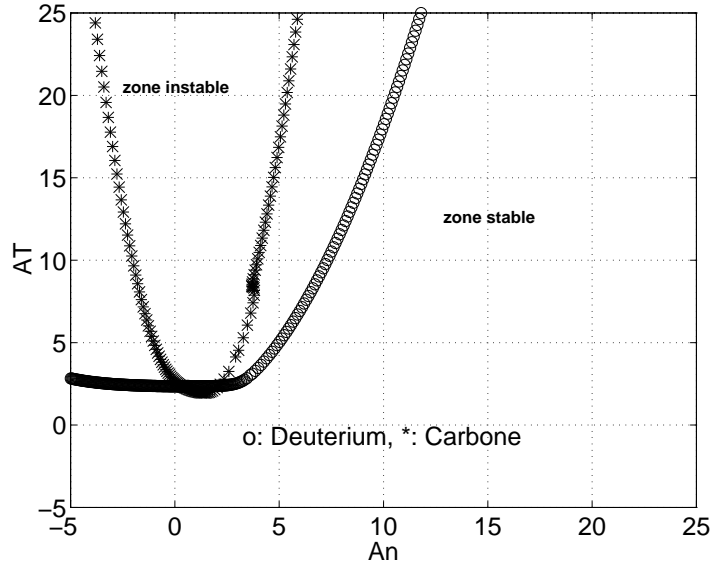


FIG. 4.2 - Limite de stabilité des modes ioniques dans le plan (A_n, A_T) .

sur la limite de stabilité cinétique⁴.

Si on tient compte simultanément de plusieurs espèces de particules, plusieurs branches cohabitent. Il devient alors difficile d'interpréter les diagrammes de stabilité. On regardera donc les limites de stabilité de modes ioniques puis celles de modes électroniques. Pour la même raison, on ne tiendra compte que d'une espèce d'ions dont on variera la charge.

Modes ioniques

On suppose tous les électrons adiabatiques. La fréquence de dérive verticale est fixée et on néglige les effets de largeurs finies. On compare la limite de stabilité obtenue pour un plasma de Deutérium pur avec celle d'un plasma de Carbone pur. Le diagramme de la figure 4.2 est tracé avec $n\omega_g = -k_\theta \frac{T}{eBR} = -4.10^4 s^{-1}$. L'augmentation de la charge entraîne une diminution de la surface du domaine instable. Cet effet stabilisant est d'autant plus net que les gradients sont forts (cf figure 4.2). Cependant, pour des gradients faibles, c'est-à-dire pour $A_n < 2$ et $A_T < 2.5$, on observe un effet déstabilisant lié à l'augmentation de la charge (cf figure 4.3). En effet, un plasma situé dans la zone A est instable s'il est constitué de Deutérium et stable s'il s'agit de Carbone. Au contraire dans la zone B, on retrouve l'effet stabilisant en passant de $Z = 1$ à $Z = 6$.

4. La méthode permettant d'obtenir cette limite de stabilité est présentée dans la partie 3.6.

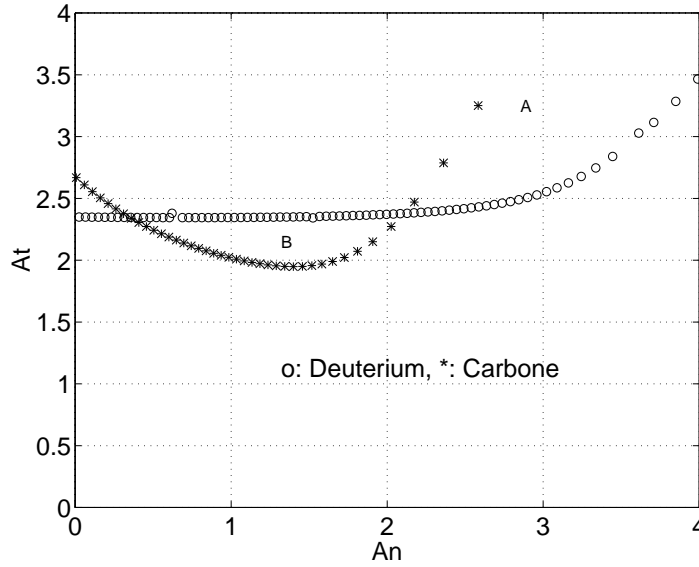


FIG. 4.3 - Zoom sur la limite de stabilité des modes ioniques pour de faibles valeurs du couple (A_n, A_T) .

Modes électroniques

Tous les ions sont pris adiabatiques. On choisit $n\omega_g = -4.10^5 s^{-1}$. Cette fréquence est plus élevée que pour les modes ioniques car les longueurs caractéristiques des électrons sont inférieures à celles des ions dans un rapport $\sqrt{\frac{m_i}{m_e}}$, donc n est plus grand. Cependant ce choix reste arbitraire.

Dans le cas des modes électroniques, on trouve à nouveau que le domaine instable est réduit lorsque la charge du plasma augmente. Cependant, à l'inverse des modes ioniques, l'effet est d'autant plus stabilisant que les gradients de densité et de température sont faibles (cf figure 4.4).

4.2.3 Conclusion

La présence d'impuretés a un effet globalement stabilisant sur les microinstabilités. Cet effet est principalement associé à un effet de dilution. Le calcul fluide montre que cet effet existe mais qu'il ne semble pas suffisamment fort pour expliquer à lui seul une amélioration significative du confinement. Dans le calcul cinétique, l'effet peut être déstabilisant sur des modes ioniques en présence de profils de densité et de température presque plats. Cependant, la présence d'impuretés est globalement stabilisante. L'amplitude de la stabilisation varie en fonction des gradients et diffère dans le cas des modes ioniques et électroniques.

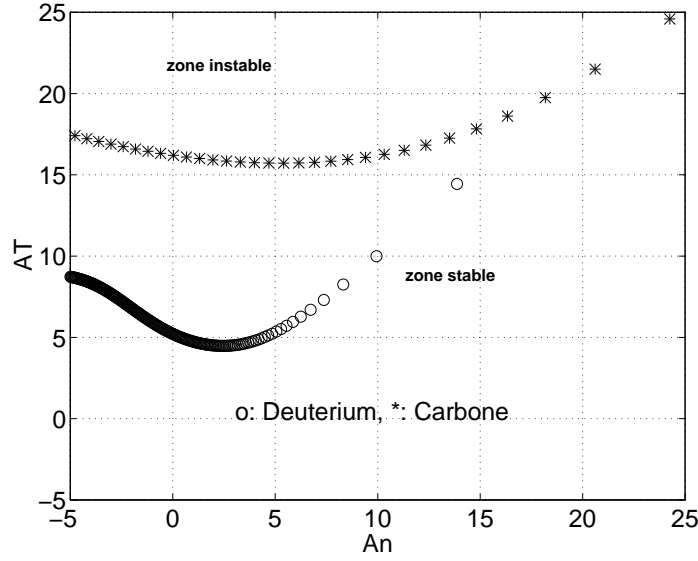


FIG. 4.4 - Limite de stabilité des modes électroniques dans le plan (A_n, A_T) .

4.3 Piquage de la densité

Le piquage des profils de densité et de température est la source des instabilités. Il est associé à la fréquence diamagnétique notée ω^* . Cette fréquence correspond à la force qui fait se déplacer le plasma vers des zones où température et densité sont plus basses. Nous allons étudier l'effet du piquage du profil de densité sur la stabilité. Dans l'approche fluide, comme dans l'approche cinétique, on délimitera les domaines stables et instables dans le plan (A_n, A_T) et on regardera comment évolue un plasma lorsque A_n augmente.

L'effet du piquage de densité sur le seuil de stabilité a été largement étudié. L'étude des modes ioniques montre qu'une augmentation du piquage de la densité augmente la valeur du gradient de température critique au-delà duquel les modes sont instables. On parle de modes η_i [Cop67], [Kad70]. Romanelli et Briguglio [Rom90] observent en revanche que le piquage devient déstabilisant lorsque les électrons et les ions sont résonnants. Le piquage du profil de densité redevient stabilisant lorsque les électrons redeviennent adiabatiques [Sta99b].

Nous retrouvons ici l'effet fluide stabilisant ainsi que la perte de cet effet dans l'approche cinétique en présence d'électrons résonnants.

4.3.1 Approche fluide

On se place dans un cas très simplifié où les effets de rayon de Larmor finis sont négligés et où l'on s'intéresse à des modes qui ne sont donc pas sensibles à la fréquence de transit $k_{\parallel} V_{\parallel}$. Les fréquences des microinstabilités sont alors solutions

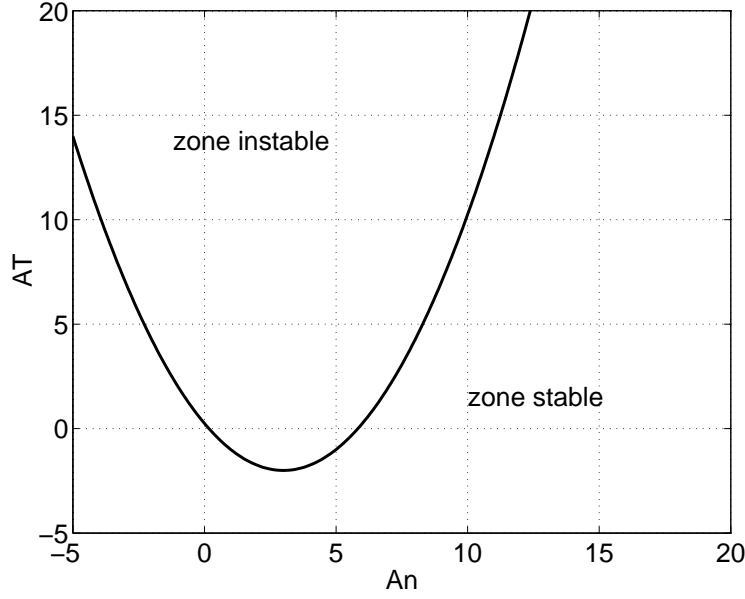


FIG. 4.5 - Limite de stabilité fluide : $\Delta = 0$ dans le plan (A_n, A_T) .

d'un polynôme de même type que les expressions (B.15) et (B.26). On met ce polynôme sous la forme schématique suivante :

$$\omega^2 + \omega(-n\omega_n^* + n\omega_g) + n\omega_p^*n\omega_g \simeq 0 \quad (4.16)$$

Ici, on pose : $n\omega_g = -k_\theta \frac{T}{eBR}$ et $n\omega_x^* = k_\theta \frac{T}{eB} \frac{\nabla_T x}{x}$, d'où : $A_x = \frac{n\omega_x^*}{n\omega_g}$.

Les solutions de ce polynôme sont de la forme :

$$\omega = \frac{n\omega_n^* - n\omega_g \pm \sqrt{\Delta}}{2} \quad (4.17)$$

Avec pour discriminant :

$$\Delta = (n\omega_n^* - n\omega_g)^2 - 4n\omega_p^*n\omega_g \quad (4.18)$$

Il existe des solutions instables telles que : $\gamma = \text{Im}(\omega) > 0$ si et seulement si on a : $\Delta < 0$. Par conséquent, $\Delta = 0$ délimite les domaines instable et stable. Nous traçons cette limite dans le plan (A_n, A_T) (cf figure 4.5) telle que :

$$\Delta = 0 \quad (4.19)$$

$$\Leftrightarrow (A_n - 1)^2 - 4(A_n + A_T) = 0 \quad (4.20)$$

Δ est positif pour des valeurs de A_n positives et suffisamment élevées. Dans la limite fluide, on voit donc que le plasma est stabilisé par un piquage des profils de densité.

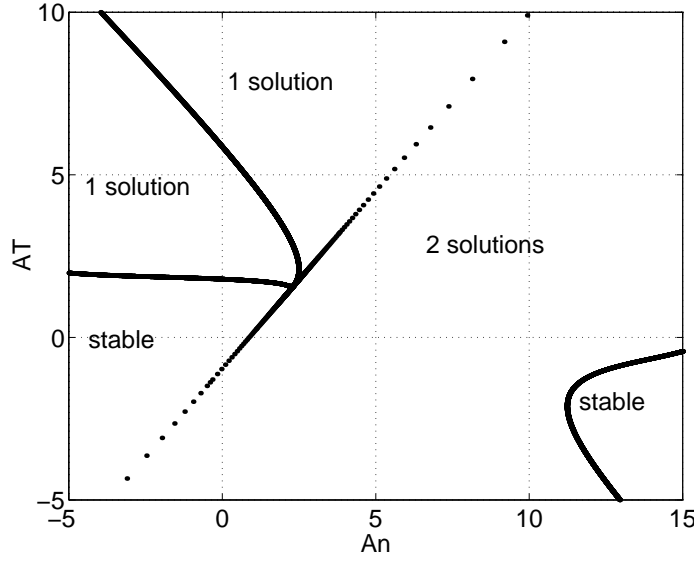


FIG. 4.6 - *Limite de stabilité cinétique $\gamma = 2.10^3 s^{-1}$ avec les électrons circulants adiabatiques.*

4.3.2 Limite de stabilité cinétique

Afin d'étudier l'effet du piquage du profil de densité sur le seuil, on trace la limite de stabilité pour un plasma de Deutérium. Seuls les électrons circulants sont pris adiabatiques : $k_{\parallel} V_{\parallel} \gg \omega$. On pose $n\omega_g = -2.10^5 s^{-1}$.

Comme 2 espèces sont résonnantes, les ions et les électrons, on peut avoir jusqu'à 2 modes instables qui cohabitent. La limite de stabilité tracée sur la figure 4.6 délimite les domaines stables ($\gamma < \frac{|n\omega_g|}{100}$) des domaines instables avec 1 ou 2 solutions. On remarque que le piquage des profils de densité ($A_n > 0$ de plus en plus élevé) ne permet pas d'aller d'une zone instable vers une zone stable. Contrairement au cas fluide de la figure 4.5, le piquage de densité n'est plus stabilisant. Cependant, si l'on trace la limite entre les domaines $\gamma > \frac{|n\omega_g|}{10}$ et $\gamma < \frac{|n\omega_g|}{10}$ on voit que l'effet stabilisant réapparaît (cf figure 4.7). De même, on retrouve l'effet stabilisant du piquage des profils de densité lorsque les électrons piégés sont adiabatiques, comme on le voit sur les limites des modes ioniques de la figure 4.2. Les électrons piégés deviennent adiabatiques si les fréquences de collisions ν_e sont telles que $\frac{\nu_e}{\epsilon} \gg |n\omega_{ge}|$.

Dans le cas fluide (figure 4.5), le taux de croissance devient nul lorsque A_n atteint 10 pour $A_T = 10$. Dans le cas cinétique, le taux de croissance devient inférieur à $2.10^4 s^{-1}$ pour des valeurs de A_n supérieures à 20 avec $A_T = 10$. Donc, même si le piquage du profil de densité n'est pas radicalement stabilisant, on observe cependant une progressive diminution des taux de croissance lorsque A_n augmente.

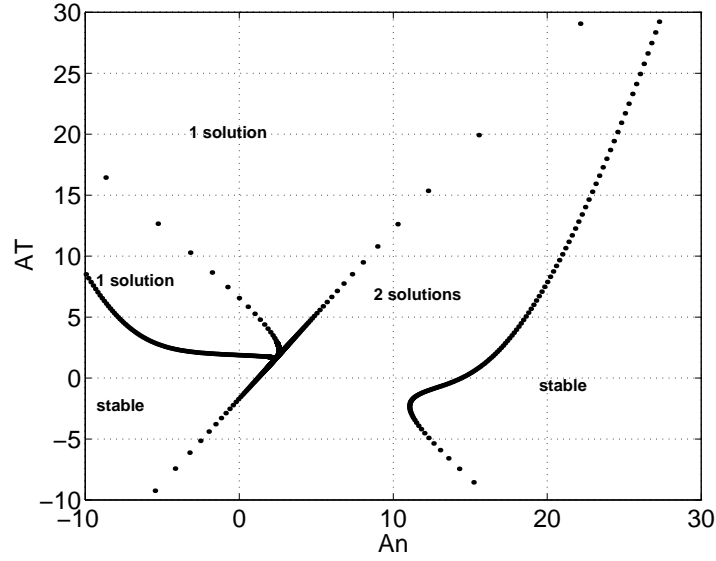


FIG. 4.7 - *Limite de stabilité cinétique $\gamma = 2.10^4 s^{-1}$ avec les électrons circulants adiabatiques.*

4.3.3 Conclusion

L'approche cinétique montre qu'une augmentation du piquage du profil de densité n'a pas toujours un effet radicalement stabilisant contrairement à ce que laisserait penser un calcul fluide.

4.4 Cisaillement magnétique

Le cisaillement magnétique $s = \frac{r}{q} \frac{dq}{dr}$ est une quantité caractéristique du piquage du profil du facteur de sécurité $q(r)$. Il influence la forme du champ magnétique et donc les fréquences de dérive verticale des particules piégées et circulantes et les fréquences de transit des particules circulantes. s est généralement positif. Cependant, on peut inverser le gradient de $q(r)$ expérimentalement et changer ainsi la valeur de ces fréquences, et par conséquent influencer la stabilité.

La largeur des modes est aussi affectée par un changement de cisaillement magnétique. Dans l'étude cinétique faite ici, on déduit la largeur w à partir de l'instabilité d'interchange (cf équation (3.21)) Cette largeur devient donc fautive lorsque la branche slab est l'instabilité dominante. En particulier w tend vers l'infini lorsque s tend vers 0. Dans cette limite, les dérivées secondes de $q(r)$ ne sont plus négligeables. Or, en utilisant la représentation de ballonnement à l'ordre le plus bas, on suppose que les longueurs de gradient sont beaucoup plus grandes que la distance entre modes : $\frac{x}{-\nabla_r x} = L_x \gg d$, c'est-à-dire qu'on néglige

les dérivées secondes de ces grandeurs (cf chapitre 3 p.29). On ne calcule donc pas l'enveloppe illustrée sur la figure 2.6 c). Tenir compte de la représentation de ballonnement à un ordre plus élevé nous permettrait d'avoir une dépendance en s de w plus correcte dans la limite $s = 0$, en contrepartie le temps de calcul deviendrait beaucoup plus long. Cela ne correspond pas à la démarche que nous avons adoptée ici, on limite donc artificiellement w à $1/10^{me}$ du petit rayon.

D'autre part la distance entre surfaces de résonance est d'autant plus grande que le cisaillement magnétique est faible quel que soit son signe. Dans ces conditions, à largeur de mode fixée, le couplage toroïdal entre modes est plus difficile. Cet effet ne sera pas discuté ici.

On présente ici l'effet stabilisant d'un cisaillement magnétique négatif sur l'instabilité d'interchange. Pour ce faire, on montre que si s est suffisamment négatif le sens de la dérive verticale peut s'inverser. On regarde les conséquences de ce phénomène sur la branche interchange solution de l'équation fluide et sur le comportement du seuil de stabilité cinétique.

L'effet stabilisant du cisaillement magnétique négatif sur la branche interchange a été montré par Kadomtsev [Kad70], puis affiné par de nombreux auteurs [Dra96], [Bee97]. Il est intéressant de noter que cet effet stabilisant est retrouvé dans des simulations cinétiques non-linéaires de modes d'ions piégés dans lesquelles on n'a pas recours à la représentation de ballonnement [Dep00].

4.4.1 Effet du cisaillement magnétique sur la dérive verticale

On va regarder plus particulièrement l'évolution de la fréquence de dérive verticale avec s . Cette fréquence est différente pour les particules piégées et pour les particules circulantes. En effet, on a :

$$n\omega_g = -k_\theta \frac{T}{eBR} f(s) \quad (4.21)$$

avec $f(s)$, fonction du cisaillement magnétique, qui dépend de la nature des particules.

Particules piégées

Pour les particules piégées, on a (cf annexe A.1) :

$$f(s) = 2 \frac{E(\kappa)}{K(\kappa)} - 1 + s4(\kappa^2 - 1 + \frac{E(\kappa)}{K(\kappa)}) \quad (4.22)$$

Avec : $\kappa = \sin \frac{\theta_0}{2}$ et θ_0 l'angle de rebroussement des particules piégées.

On va tracer cette fonction pour $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ (cf figure 4.8).

Dans ce cas, si $s < -0.5$ le signe de la dérive verticale change.

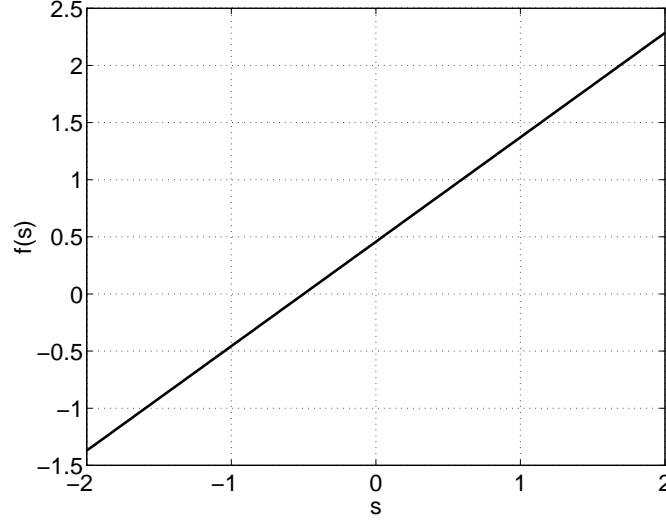


FIG. 4.8 - *Fréquence de dérive verticale des particules piégées normalisée à $-k_\theta \frac{T}{eBR}$ en fonction du cisaillement magnétique.*

Particules circulantes

Pour les particules circulantes, on a (cf annexe A.2) :

$$f(s) \simeq \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk^*}{\sqrt{\pi}} e^{-k^{*2}} \left(\cos(k^* \frac{d}{w}) + sk^* \frac{d}{w} \sin(k^* \frac{d}{w}) \right) \quad (4.23)$$

Avec d la distance entre modes résonnants et w la largeur de mode telles que : $\frac{d}{w} = \frac{1}{wk_\theta s}$.

On va tracer cette fonction pour $w = 0.2 \frac{1}{k_\theta}$ (cf figure 4.9) [Mag99].

Pour les particules circulantes, on voit aussi qu'une valeur négative du cisaillement ($s < -1$) peut inverser le signe de la fréquence de dérive verticale.

Dans la suite, on va étudier l'effet d'un cisaillement magnétique négatif qui entraîne $f(s) = -1$ à la fois pour les particules piégées et les particules circulantes sur les limites de stabilité fluides et cinétiques.

4.4.2 Approche fluide

On reprend le cas simple étudié en 4.3.1 pour illustrer l'effet du piquage de la densité, mais cette fois-ci en tenant compte de la dépendance en s de $n\omega_g$. Si s est tel que $f(s) = -1$, le signe de la dérive verticale change : $n\omega_g = k_\theta \frac{T}{eBR}$. L'équation (4.16) se réécrit alors :

$$\omega^2 + \omega(-n\omega_n^* + n\omega_g) + n\omega_p^* n\omega_g \simeq 0 \quad (4.24)$$

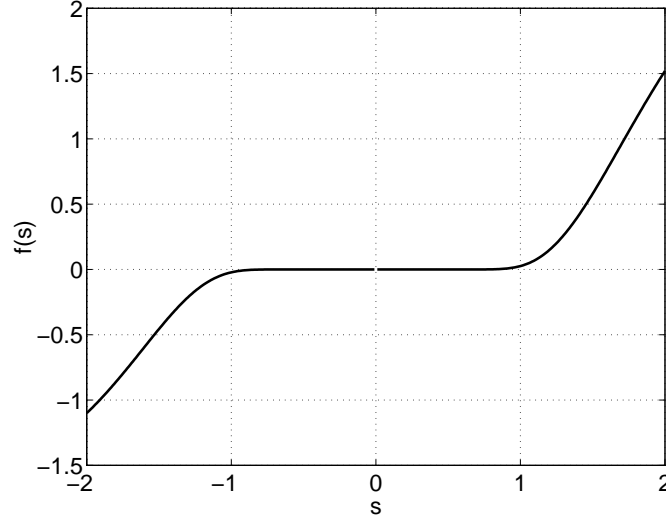


FIG. 4.9 - Fréquence de dérive verticale des particules circulantes normalisée à $-k_\theta \frac{T}{eBR}$ en fonction du cisaillement magnétique.

Les solutions de ce polynôme sont de la forme :

$$\omega = \frac{n\omega_n^* - n\omega_g \pm \sqrt{\Delta}}{2} \quad (4.25)$$

Nous traçons la limite entre le domaine stable et instable dans le plan (A_n, A_T) (cf figure 4.10) telle que :

$$\Delta = 0 \quad (4.26)$$

$$\Leftrightarrow (A_n + 1)^2 + 4(A_n + A_T) = 0 \quad (4.27)$$

La zone C de la figure 4.10 qui est instable si $f(s) = 1$ devient stable lorsque $f(s) = -1$. Tous les plasmas situés dans le quart $(A_n > 0, A_T > 0)$ sont donc stabilisés par un fort cisaillement magnétique négatif.

4.4.3 Limite de stabilité cinétique

L'effet stabilisant d'une inversion du cisaillement magnétique est aussi facile à appréhender à partir de la forme cinétique des équations. En effet, on verra que, dans un cas particulier, changer $n\omega_g$ en son opposé revient à chercher les zéros d'une équation dont les fréquences diamagnétiques ω^* sont aussi changées en leurs opposés.

Si l'on néglige les fréquences de transit des particules circulantes et si l'on se place dans des conditions similaires à celles de l'équation (3.26) avec $n\omega_g^p f(s) = n\omega_g^c f(s) = n\omega_g f(s)$, on a :

$$\mathcal{D}(\omega) = \frac{n_e}{T_e} + \frac{n_i Z_i^2}{T_i} - \frac{n_e}{T_e} f_p \left\langle \frac{\omega - n\omega_e^*}{\omega - n\omega_g f(s)} \right\rangle_p - \frac{n_e}{T_e} f_c \left\langle \frac{\omega - n\omega_e^*}{\omega - n\omega_g f(s)} \right\rangle_c -$$

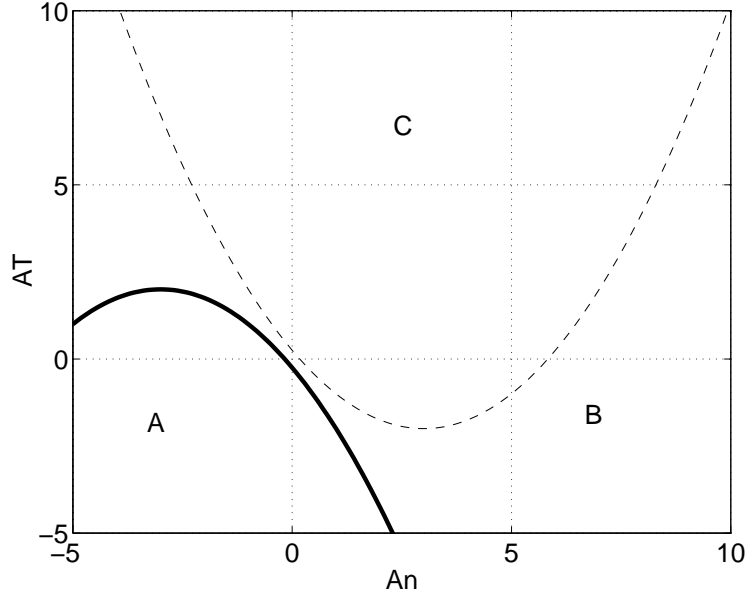


FIG. 4.10 - $\Delta = 0$ dans le plan (A_n, A_T) . $n\omega_T^* n\omega_g < 0$, trait plein, zone A instable, zones B et C stables. $n\omega_T^* n\omega_g > 0$, trait pointillé, zone C instable, zones A et B stables.

$$\frac{n_i}{T_i} f_p \left\langle \frac{\omega - n\omega_i^*}{\omega - n\omega_{gi} f(s)} \right\rangle_p - \frac{n_i}{T_i} f_c \left\langle \frac{\omega - n\omega_i^*}{\omega - n\omega_{gi} f(s)} \right\rangle_c = 0 \quad (4.28)$$

Comme on se place dans le cas où : $\omega_{gi} = -\omega_{ge}$ et $\omega_i^* = -\omega_e^*$, on a :

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(\omega) = \frac{n_e}{T_e} (2 - f_p \left\langle \frac{\omega - n\omega_e^*}{\omega - n\omega_{ge} f(s)} \right\rangle_p - f_c \left\langle \frac{\omega - n\omega_e^*}{\omega - n\omega_{ge} f(s)} \right\rangle_c - \\ f_p \left\langle \frac{\omega + n\omega_e^*}{\omega + n\omega_{ge} f(s)} \right\rangle_p - f_c \left\langle \frac{\omega + n\omega_e^*}{\omega + n\omega_{ge} f(s)} \right\rangle_c) = 0 \end{aligned} \quad (4.29)$$

Dans ces conditions, $\mathcal{D}(\omega) = \mathcal{D}(-\omega) = 0$. Le fait de passer de $f(s) = 1$ à $f(s) = -1$ revient à chercher les solutions de $\mathcal{D}(\omega) = 0$ avec ω_x^* qui devient $-\omega_x^*$. La limite de stabilité pour $f(s) = -1$ est le symétrique par rapport à $(A_n = 0, A_T = 0)$ de la limite avec $f(s) = 1$.

On trace la limite de stabilité pour s négatif tel que $f(s) = -1$ (cf figure 4.11). Cette limite de stabilité est bien le symétrique par rapport à $(A_n = 0, A_T = 0)$ de la limite tracée pour $f(s) = 1$ (cf figure 4.6).

La zone stable incluse dans le quart $(A_n > 0, A_T > 0)$ est beaucoup plus étendue dans le cas à cisaillement magnétique négatif (cf figure 4.11) que dans le cas à cisaillement magnétique positif (cf figure 4.6). En particulier, avec $s < 0$, l'augmentation des gradients de densité et de température n'est plus déstabilisante contrairement au cas $s > 0$.

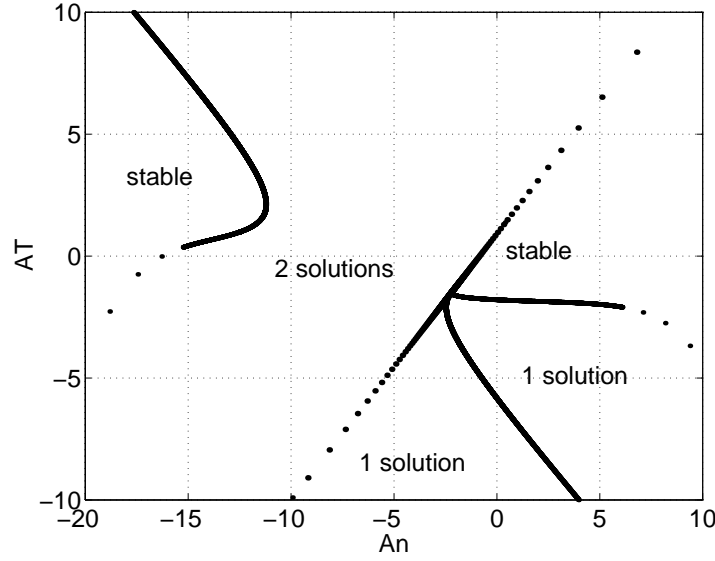


FIG. 4.11 - *Limite de stabilité cinétique $\gamma = 2.10^3 s^{-1}$ avec les électrons circulants adiabatiques et $s < 0$ tel que $f(s) = -1$.*

4.4.4 Conclusion

On a vu qu'un cisaillement magnétique négatif peut entraîner un changement du signe de la fréquence de dérive verticale. On a étudié les conséquences de ce changement de signe sur les limites de stabilité fluide et cinétique lorsque la fréquence de transit est suffisamment faible pour pouvoir être négligée. Lorsque s est négatif tel que la fréquence de dérive verticale est changée en son opposé, on observe une stabilisation des plasmas situés dans le quart ($A_n > 0, A_T > 0$) tant dans les cas fluides que cinétiques.

Dans les cas où l'on ne peut pas négliger la fréquence de transit, la branche "slab" réapparaît. Son taux de croissance est proportionnel à la valeur absolue de s . Cette branche est donc stabilisée par des cisaillements magnétiques faibles. Globalement, il existe une fenêtre de stabilité pour des valeurs du cisaillement magnétique négatives ou faibles.

4.5 Conclusion

L'augmentation de la charge des ions du plasma, le piquage des profils de densité et un cisaillement magnétique négatif sont des paramètres globalement stabilisants.

Cependant, l'augmentation de la charge des ions peut être déstabilisante dans des plasmas dont les électrons sont adiabatiques et les profils de densité et de

température peu piqués. Le piquage de densité n'est pas radicalement stabilisant lorsque les ions (piégés et circulants) et les électrons piégés résonnent.

Les analyses de stabilité à partir de profils réels, présentées aux chapitres 6 et 7, sont faites avec le code "kinezero". Les ions et les électrons, piégés et circulants, sont résonnants, les effets de largeurs finies sont inclus, ce qui n'est pas le cas dans les analyses faites dans ce chapitre. On verra cependant que les principaux mécanismes présentés ici sont effectivement stabilisants.

Nous avons vu que l'utilisation de la représentation de ballonnement à l'ordre le plus bas ne nous permet pas de prendre en compte les dérivées secondes des profils caractéristiques du plasma. Ces profils sont la densité, la température, le facteur de sécurité et le potentiel électrique. Nous ne tenons donc pas compte du gradient du champ électrique radial. Or, ce gradient influence fortement la stabilité. Le chapitre suivant présente la démarche que nous avons suivie pour tenir compte des effets du gradient du champ électrique radial sur la stabilité.

Chapitre 5

Le cisaillement de rotation

5.1 Introduction

Lorsqu'on tient compte de la vitesse de rotation due au champ électrique V_E telle que :

$$\vec{V}_E = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} \simeq -\frac{E_r}{B} \hat{e}_\theta$$

l'évolution temporelle de la fonction de distribution $\frac{\partial}{\partial t}$ se réécrit $\frac{\partial}{\partial t} + \frac{V_E}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}$ ou encore $\frac{\partial}{\partial t} - i \frac{nq}{r} V_E$. A n donné, si la fréquence $\frac{q}{r} V_E$ ne varie pas avec r , on observe simplement un décalage Doppler des modes. La stabilité est affectée si $\frac{d(\frac{q}{r} V_E)}{dr} \neq 0$ [Hah95]. La représentation de ballonnement à l'ordre le plus bas que l'on utilise ici ne peut pas rendre compte des effets linéaires de ce gradient sur la stabilité. Or, il se trouve que la stabilisation non-linéaire des modes par ce gradient domine les effets linéaires et qu'il existe un critère permettant d'inclure cette source de stabilisation non-linéaire dans nos analyses de stabilité.

On parle de cisaillement de rotation γ_E pour exprimer le gradient radial de la vitesse de rotation due au champ électrique V_E :

$$\gamma_E = \frac{r}{q} \left| \frac{d}{dr} \left(\frac{q}{r} \frac{E_r}{B} \right) \right| \quad (5.1)$$

Expérimentalement, on observe qu'une augmentation du cisaillement de rotation est corrélée avec l'obtention de décharges à confinement amélioré. C'est en particulier le cas des modes H et des décharges avec formation de barrière interne de transport¹. Ces deux types de décharges sont caractérisés par des profils de densité et/ou de température localement raides, au bord dans le cas des modes H, à mi-rayon pour les ITB. Ces deux familles de modes à confinement amélioré sont très largement observées et font partie des scénarios les plus étudiés [Bur97].

1. Ces décharges sont appelées Internal Transport Barrier ou ITB. On analysera une décharge de ce type au chapitre 7.

Des tests de causalité sur plusieurs tokamaks (TEXTOR, DIII-D et TFTR), faits avec des techniques différentes, montrent qu'une augmentation contrôlée du cisaillement du champ électrique radial E_r entraîne une amélioration du confinement [Bur99].

Enfin, plusieurs approches théoriques prédisent que les modes dont le taux de croissance γ_0 est inférieur à γ_E sont stabilisés par le cisaillement de rotation. Ces théories se basent sur le fait qu'un fort gradient de V_E cisaille les tourbillons et provoque une diminution de leur taille et donc une réduction du niveau turbulent. Cet effet a été observé dans des simulations non-linéaires des modes ITG [Wal94], dans des simulations non-linéaires de modes MHD [Bey00], dans une approche analytique [Big90], dans le calcul de la branche "slab" [Ham92].

Il est intéressant de noter qu'il existe un bon accord entre les observations expérimentales et la prédiction théorique de stabilisation $\gamma_E > \gamma_0$ donnée dans [Wal94]. Le cisaillement de rotation est donc une source de stabilité très intéressante, en outre son mécanisme est relativement bien compris.

Par conséquent, pour analyser correctement la stabilité d'une décharge, il faut évaluer le taux de cisaillement de la vitesse de dérive électrique et le comparer au taux de croissance issu de l'analyse linéaire. Pour ce faire nous avons besoin d'évaluer le profil du champ électrique radial.

5.2 Calcul du champ électrique radial

5.2.1 Problématique

Pour calculer γ_E il faut connaître le profil de E_r . Or, sur Tore Supra, on ne dispose pas de mesure directe de ce profil. Cette information peut être déduite de l'équilibre fluide linéaire en régime stationnaire dans la direction radiale qui donne pour chaque espèce s la relation suivante :

$$E_r = \frac{\nabla_r P_s}{n_s e_s} - V_{\theta s} B_\varphi + V_{\varphi s} B_\theta \quad (5.2)$$

Par conséquent, si l'on connaît $n_s(r)$, $T_s(r)$, $V_{\theta s}(r)$ et $V_{\varphi s}(r)$ on peut en déduire $E_r(r)$. Malheureusement, nous disposons uniquement de $n_e(r)$, $T_e(r)$ et de la vitesse toroïdale d'une impureté lourde mesurée au centre : $V_\varphi^I(0)$.

On a donc recours à la théorie néoclassique pour évaluer $E_r(r)$.

La théorie néoclassique décrit l'équilibre collisionnel des flux de particules et des flux de chaleur. Cela revient à considérer les premier et troisième moments de l'équation de Fokker-Planck pour chaque espèce en tenant compte des termes de friction par collision coulombienne ou échange de charge, des termes de viscosité dûs aux particules piégées et des sources de vitesse et de chaleur [Mag98].

On projette ces équations moyennées sur les surfaces de flux suivant les directions radiale, toroïdale et parallèle à \vec{B} . On obtient alors le système d'équations dont les

inconnues sont les vitesses et flux de chaleur poloïdaux, toroïdaux et radiaux ainsi que le champ électrique radial E_r . On a $6 \times \mathcal{N} + 1$ inconnues pour $6 \times \mathcal{N}$ équations. Le système devient donc soluble lorsqu'on y applique la condition d'ambipolarité telle que :

$$\sum_s e_s n_s V_{rs} = 0 \quad (5.3)$$

Comme il n'y a pas d'injection de neutres dans Tore Supra, on ne dispose pas de source externe de quantité de mouvement dans la direction toroïdale. D'autre part, les forces de friction s'annulent par action/réaction. Donc la somme sur toutes les espèces des projections toroïdales des flux de particules implique que la projection toroïdale de la somme des flux dûs à la viscosité doit être nulle.

Sans source d'asymétrie dans la direction toroïdale, cette projection est intrinsèquement nulle. On perd donc le bénéfice d'une équation. E_r ne peut alors s'exprimer qu'en supposant a priori le profil de la vitesse toroïdale d'une des espèces : $V_{\varphi s}$. Nous avons donc besoin de lever cette indétermination. C'est-à-dire qu'il faut rompre la condition d'ambipolarité intrinsèque aux équations pour contraindre le champ électrique radial [Kov98].

Les sources d'asymétrie toroïdale peuvent être générées par l'échange de charges et/ou la variation relative du champ magnétique entre deux bobines poloïdales, appelée ripple. Dans Tore Supra, il n'y a pas d'injection de neutres et donc l'échange de charge est faible en dehors des régions de bord. En revanche, les bobines poloïdales de Tore Supra étant supraconductrices, elles sont activement refroidies et donc plus espacées que sur d'autres tokamaks. Par conséquent, les variations relatives du champ magnétique toroïdal atteignent 7% côté champ faible, là où l'espacement entre bobines est le plus fort. On va voir que les pertes de particules engendrées par le ripple ne sont pas intrinsèquement ambipolaires. Elles contraignent donc le champ électrique.

Dans certains cas, les pertes de particules dans le ripple représentent jusqu'à 30% de la puissance injectée dans le plasma. La non-uniformité du champ toroïdal est source de diffusion radiale : on parle de pertes stochastiques de particules. Cette contribution aux pertes ne sera pas prise en compte dans la suite. On considérera uniquement des pertes directes des particules qui se piègent dans les puits magnétiques formés par l'espacement des bobines. Ces particules sont dites super-piégées.

Il y a des particules piégées si le champ magnétique atteint des minima tels que : $\frac{\partial B}{\partial \mathcal{S}} = 0$, où \mathcal{S} est la coordonnée le long des lignes de champ [Str72]. Le champ magnétique s'écrit : $B = B_0(1 - \epsilon \cos \theta - \delta \cos(N\varphi))$, où N est le nombre de bobines et δ est la mesure des variations relatives du champ toroïdal (cf figure 5.1). D'où,

$$\frac{\partial B}{\partial \mathcal{S}} = \frac{\partial B}{\partial \varphi} + \frac{1}{q} \frac{\partial B}{\partial \theta} = N\delta \sin(N\varphi) + \frac{\epsilon}{q} \sin \theta = 0$$

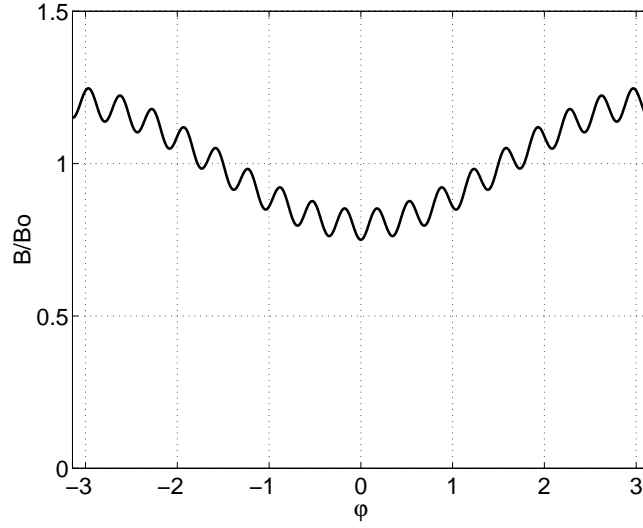


FIG. 5.1 - $\frac{B}{B_0}$ en fonction de φ avec $q = \frac{d\varphi}{d\theta} = 1$, $N = 18$, $\epsilon = 0.2$ et $\delta = 0.05$.

Pour avoir du piégeage, il faut avoir θ tel que :

$$\frac{\epsilon}{qN\delta} |\sin\theta| \leq 1 \quad (5.4)$$

Ce domaine est schématiquement représenté sur la figure 5.2. Il correspond à la zone non-grisée.

La dérive verticale agit sur les particules super-piégées et engendre des flux radiaux dirigés vers l'extérieur. L'effet de la dérive verticale sur les particules super-piégées est d'autant moins fort que les mécanismes de dépiégeage sont accentués. Les particules sont dépiégées par les collisions et par la dérive électrique dont la composante principale est dans la direction polôïdale. Il faut donc tenir compte de l'ensemble de ces effets pour évaluer le flux de particules perdues dans le ripple (cf figure 5.2).

Nous allons démontrer que les fréquences de collision étant différentes pour les ions et les électrons, les flux respectifs de ces particules sont différents. Le champ électrique s'accorde alors de façon à ce que la condition d'ambipolarité soit respectée.

Pour évaluer E_r , nous avons vu qu'il était nécessaire d'évaluer les flux radiaux des différents types de particules dûs au ripple. Nous allons présenter une évaluation analytique de ces flux. Nous déduisons un champ électrique radial qui est en accord avec les mesures de la vitesse toroïdale au centre de décharges ohmiques. En revanche, le calcul analytique n'est pas applicable aux mesures faites dans des décharges avec chauffage additionnel. Nous présenterons donc les évolutions nécessaires à un calcul mieux adapté aux diverses conditions expérimentales. Enfin, nous montrerons les limites de cette approche, en particulier pour expliquer un changement de direction de la rotation toroïdale en présence de chauffage à la

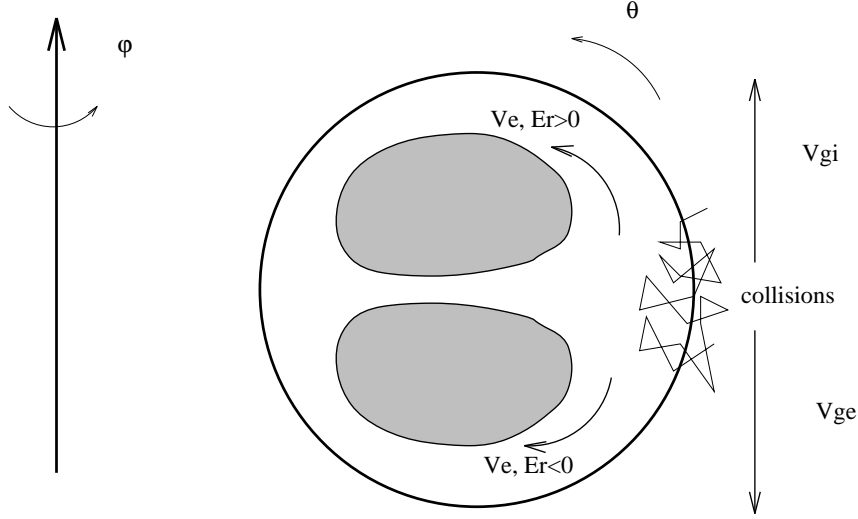


FIG. 5.2 - Représentation symbolique des effets à prendre en compte pour évaluer le flux de pertes ripple : V_e est la vitesse de dérive électrique, V_{ge} et V_{gi} sont respectivement les dérives verticales des électrons et des ions.

fréquence cyclotronique ionique.

5.2.2 Calcul du flux dû au ripple

Par un calcul perturbatif, à partir de l'équation de Fokker-Planck, on cherche à évaluer la partie de la fonction de distribution affectée par le ripple : \tilde{f} . Le flux radial Γ_{rs} des particules super-piégées d'espèce s est provoqué par la composante radiale de la dérive verticale, tel que :

$$\Gamma_{rs} = \langle V_{grs} \tilde{f}_s \rangle$$

Ces flux ont été évalués par Stringer [Str72], Connor et Hastie [Con73], mais sans tenir compte de l'effet de la vitesse $\vec{E} \times \vec{B}$ sur le dépiégeage. En revanche, cet effet est pris en compte dans la dérivation du flux par Yushmanov [Yus82]. On présente ici un calcul simplifié de l'expression du flux de particules perdues dans le ripple en se plaçant dans le système de variables angulaires et d'action. On obtient un résultat similaire à celui de [Yus82].

Pour évaluer le flux, nous commencerons par calculer la perturbation de la fonction de distribution \tilde{f} dans le cas où l'effet des variations du champ magnétique dans la direction toroïdale sont prises en compte. On applique ensuite à cette perturbation l'effet de la dérive verticale et on en déduit le flux radial de pertes de particules piégées dans le ripple. Le calcul détaillé est présenté dans l'annexe C.

Calcul de \tilde{f}

On décompose la fonction de distribution f en une partie à l'équilibre f_0 et une partie perturbée \tilde{f} :

$$f = f_0 + \tilde{f}$$

f est la fonction de distribution solution de l'équation de Boltzmann telle que :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + V_{\parallel} \nabla_{\parallel} f + \vec{V}_E \cdot \vec{\nabla} f + \vec{V}_g \cdot \vec{\nabla} f = C(f) \quad (5.5)$$

On considère la dérive verticale comme une perturbation de l'équilibre des particules piégées dans le ripple. Par conséquent, $\vec{V}_g \cdot \vec{\nabla} \tilde{f}$ est un terme quadratique que l'on négligera.

On définit K tel que :

$$2E\delta K = E - \mu B_0(1 - \delta) \quad (5.6)$$

On se place dans la limite des particules très piégées :

$$\varphi = \tilde{\varphi} \quad \left[\frac{2\pi}{N} \right]$$

avec $\tilde{\varphi} \ll 1$. On définit une fréquence de collision effective ν_{eff}

$$\nu_{eff} = \frac{\nu}{2\delta}$$

Dans Tore Supra, δ vaut au maximum 0.07, on peut donc négliger les termes d'ordre δ . \tilde{f} doit alors vérifier :

$$\frac{im}{r} \frac{V_{E\theta}}{\nu_{eff}} \tilde{f} + \frac{\partial}{\partial K} \left(K \frac{\partial \tilde{f}}{\partial K} \right) = \frac{V_{gr}}{\nu_{eff}} \frac{\partial f_0}{\partial r} \quad (5.7)$$

On pose $A = \frac{im}{r} \frac{V_{E\theta}}{\nu_{eff}}$, $B = \frac{V_{gr}}{\nu_{eff}} \frac{\partial f_0}{\partial r}$ et $S = \frac{B}{A}$. Les solutions de cette équation se mettent sous la forme de fonctions de Bessel [Abr65]. On obtient alors :

$$\tilde{f} = S \left(1 - \frac{J_0(2\sqrt{KA})}{J_0(2\sqrt{A})} \right) \quad (5.8)$$

Calcul du flux

Le flux radial des particules perdues dans le ripple Γ_{rs} s'exprime comme la moyenne en θ de tous les flux calculés à θ fixé $\Gamma_{r\theta s}$:

$$\Gamma_{rs} = \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\theta}{2\pi} \Gamma_{r\theta s} \quad (5.9)$$

avec :

$$\Gamma_{r\theta s} = \langle Im(\tilde{f}_s) \sin\theta V_{gs} \rangle \quad (5.10)$$

On réécrit B sous la forme suivante :

$$B(r, \theta, \varphi) \simeq B_0(r, \theta)(1 - \delta \cos N\varphi) \quad (5.11)$$

Dans le cas particulier d'une fonction de distribution maxwellienne,

$$f_{0s} = \frac{n_s}{(2\pi m_s T_s)^{3/2}} e^{-\mathcal{E} + \frac{e_s \phi}{T_s}}$$

on obtient :

$$\Gamma_{rs} = -n_s \sqrt{2\delta} \frac{(V_{gs}^{th})^2}{2} \int_0^\pi \frac{d\varphi}{\pi} \int_1^{\sin^2(\frac{N\varphi}{2})} \frac{dK}{\sqrt{K - \sin^2(\frac{N\varphi}{2})}} \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\nu_{eff}} \mathcal{E}^{5/2} e^{-\mathcal{E}} d\mathcal{E} \left(\frac{1}{n_s} \frac{\partial n_s}{\partial r} + \left(\mathcal{E} - \frac{3}{2} \right) \frac{1}{T_s} \frac{\partial T_s}{\partial r} - \frac{e_s}{T_s} E_r \right) \text{Im} \left(\frac{1}{A} \left(1 - \frac{J_0(2\sqrt{KA})}{J_0(2\sqrt{A})} \right) \right) \quad (5.12)$$

Ce résultat donne le flux radial des particules perdues dans le ripple pour un plasma localement à l'équilibre thermodynamique. Les effets du dépiégeage par collisions et par le champ électrique radial sont pris en compte.

Nous allons maintenant regarder le cas particulier où les collisions sont le mécanisme de dépiégeage dominant, soit : $\nu_{eff} \gg k_\theta V_{E\theta}$ (ou $A \ll 1$). Le flux s'exprime alors comme suit :

$$\Gamma_{rs} \simeq n_s (2\delta)^{3/2} \frac{(V_{gs}^{th})^2}{2\nu_s^{th}} 64 \frac{1}{N\pi} \left(\arcsin\left(\frac{\pi}{2N}\right) - \frac{\arcsin^3\left(\frac{\pi}{2N}\right)}{3} \right) \left(\frac{1}{n_s} \frac{\partial n_s}{\partial r} + \frac{7}{2} \frac{1}{T_s} \frac{\partial T_s}{\partial r} - \frac{e_s}{T_s} E_r \right) \quad (5.13)$$

Par conséquent, on voit que, dans la limite où le dépiégeage est dominé par les collisions, on obtient un flux de particules perdues dans le ripple proportionnel à $\frac{1}{\nu_s}$. Dans des plasmas où les températures et les densités ioniques et électroniques sont du même ordre de grandeur, on a $\nu_i \simeq \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \nu_e$, soit : $\nu_i \simeq \frac{1}{60} \nu_e$. Donc les flux ioniques sont dominants. Cette dépendance du flux en $\frac{1}{\nu_s}$ est couramment observée dans les stellarators [Nem99].

D'autre part, on remarque que le flux augmente lorsque l'amplitude du ripple δ augmente ou lorsque le nombre de bobines N diminue.

La condition d'ambipolarité n'est plus intrinsèque et implique :

$$\sum_s \Gamma_{rs} = 0 \quad (5.14)$$

Comme les flux ne sont pas ambipolaires ($\nu_e \gg \nu_i$), cette équation contraint le champ électrique radial. On peut alors déduire le profil de E_r à partir des profils de densité et de température des différentes espèces.

5.2.3 Conclusion

On a dérivé un calcul analytique du flux radial de particules perdues dans le ripple dont on peut déduire $E_r(r)$. Ce calcul est valable pour un plasma représenté par des fonctions de distribution maxwelliennes. Il ne rend pas compte de

l'influence de particules suprathermiques sur les pertes ripple. Or, en présence de chauffage par ondes, des particules suprathermiques sont produites. Donc dans un premier temps, nous testerons la cohérence de ce calcul avec des mesures faites dans des décharges ohmiques. Pour pouvoir évaluer le profil de E_r en présence de chauffage additionnel il faudra généraliser l'approche présentée ci-dessus.

5.3 Confrontation aux résultats expérimentaux

Les mesures expérimentales avec lesquelles on peut confronter la déduction du champ électrique radial d'après les pertes ripple sont les mesures de la vitesse toroïdale dans la région centrale du plasma. En effet, la vitesse toroïdale et le champ électrique radial sont liés par l'équilibre radial des forces dans le plasma donné dans l'équation (5.3).

La valeur de E_r déduite des pertes ripple s'avère cohérente avec les mesures dans le cas de décharges ohmiques. Les particules suprathermiques n'étant pas prises en compte, en présence de chauffage additionnel on peut simplement tester de façon grossière la cohérence des mesures de vitesse toroïdale avec le type de chauffage additionnel. Là aussi, les pertes ripple s'avèrent être la source de quantité de mouvement dans la direction toroïdale. Enfin, on atteint les limites de ce modèle lorsqu'on tente d'expliquer une bifurcation du sens de la rotation en présence de chauffage à la Fréquence Cyclotronique Ionique.

5.3.1 Décharges ohmiques

Sur Tore Supra, la vitesse de rotation toroïdale au centre est mesurée par un spectromètre X-mous à cristal. Ce principe permet d'observer des raies spectrales entre 1.5 et 4 Å. Ce qui correspond aux ions lourds (Fer ou Chrome) du centre du plasma. Le décalage Doppler des raies permet de remonter à une information sur la vitesse toroïdale des ions observés : V_φ^I . Des chocs ohmiques identiques avec un courant plasma respectivement positif et négatif ont permis une mesure absolue de la vitesse toroïdale dans ces décharges. On a trouvé une vitesse toroïdale de l'ordre de 20 km/s dans le sens opposé à la direction du courant plasma I_p [Roma00].

Si l'on suppose que le champ électrique parallèle E_\parallel est la source de quantité de mouvement dans la direction parallèle aux lignes de champ, on trouve, d'après les équations (56) et (57) de [Kim91] et l'expression de [Bra65] du temps de collision ion-ion, que :

$$V_\varphi^I = \frac{I_p}{|I_p|} E_\parallel 2\pi R \left(180 f_1 \frac{T_e^{3/2}}{R n_e} \frac{n_e m_e}{n_i m_i + n_I m_I} - 4.2 f_2 \frac{T_i^{3/2}}{\sqrt{\mu_i} R n_i Z_i^3} \frac{n_i m_i}{n_i m_i + n_I m_I} \right) \quad (5.15)$$

Les grandeurs indicées i concernent les ions majoritaires dans le plasma, les grandeurs indicées I les ions lourds dont on mesure la vitesse.

$$f_1 = \frac{\sqrt{2} + \frac{13}{4}Z_i}{Z_i(\sqrt{2} + Z_i)}$$

$$f_2 = \frac{Z_I - Z_i}{Z_I} \frac{\sqrt{2} + \frac{13}{4}\alpha_{imp}}{(1 + \alpha_{imp})(\sqrt{2} + \alpha_{imp})}$$

$$\alpha_{imp} = \frac{n_I Z_I^2}{n_i Z_i^2}$$

$$\mu_i = \frac{m_i}{m_p}$$

On trouve ainsi une vitesse de rotation des ions lourds de l'ordre de 3.8 km/s dans la direction opposée à I_p alors que l'on mesure 20 km/s. Le champ électrique parallèle n'est donc pas la seule source de quantité de mouvement dans la direction toroïdale.

La vitesse toroïdale s'ajuste plus probablement de manière à maintenir l'équilibre radial en présence d'un champ électrique radial. Ce dernier peut être généré par des pertes de particules dans le ripple comme on l'a vu précédemment. Nous allons donc évaluer la vitesse toroïdale des ions lourds qui serait engendrée par ce champ électrique.

Les vitesses toroïdales des ions majoritaires et des ions lourds sont du même ordre de grandeur, nous le vérifierons par la suite.

Nous évaluons tout d'abord la vitesse toroïdale des ions majoritaires telle que :

$$V_\varphi^i = \frac{1}{B_\theta} (E_r - \frac{\nabla_r P_i}{n_i Z_i} + V_\theta^i B_\varphi) \quad (5.16)$$

avec, d'après la théorie néo-classique :

$$V_\theta^i \simeq \frac{1}{B_\theta Z_i} k_{nc} \nabla_r T_i \quad (5.17)$$

où $k_{nc} \simeq 1.17$ car les ions majoritaires sont dans le régime banane au rayon de la mesure.

E_r est déduit de la condition d'ambipolarité des flux de pertes ripple donnée en (5.14).

Dans le cas de chocs ohmiques, les collisions ions-ions sont importantes, d'où : $\nu_{eff}^i \gg \frac{m}{r} (V_{E\theta}^i + V_{g\theta}^i)$. Donc le calcul fait dans la limite collisionnelle s'applique. D'autre part, $\nu_{eff}^I = \frac{n_i}{n_I} \frac{Z_i}{Z_I} \nu_{eff}^i$, et $\nu_{eff}^e = \sqrt{\frac{m_i}{m_e}} \nu_{eff}^i$. Soit :

$$\frac{1}{\nu_{eff}^i} \gg \frac{1}{\nu_{eff}^I}$$

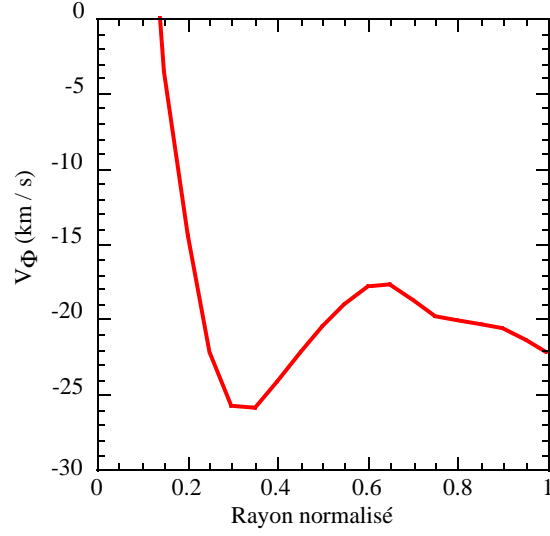


FIG. 5.3 - Profil de la vitesse toroïdale des ions majoritaires déduit de l'évaluation du champ électrique radial à partir des pertes d'ions thermiques dans le ripple (équation 5.19). Décharge #25726 à 7.5s.

$$\frac{1}{\nu_{eff}^i} \gg \frac{1}{\nu_{eff}^e}$$

L'équation (5.14) écrite avec les expressions des flux données en (5.13) peut alors s'écrire comme :

$$\frac{1}{n_i} \frac{\partial n_i}{\partial r} + k_r \frac{1}{T_i} \frac{\partial T_i}{\partial r} - \frac{Z_i}{T_i} E_r \simeq 0 \quad (5.18)$$

avec $k_r = \frac{7}{2}$.

Ce qui implique finalement pour la vitesse toroïdale des ions majoritaires :

$$V_\varphi^i \simeq \frac{1}{B_\theta Z_i} (k_{nc} + k_r - 1) \nabla_r T_i \quad (5.19)$$

Les chocs étudiés ont $\nabla_r T_i \simeq -2keV/m$ à l'endroit de la mesure ($r/a \simeq \frac{1}{3}$) et $B_\theta = 0.37T$. On en déduit $V_\varphi^i \simeq -\frac{I_p}{|I_p|} 20km/s$ (cf figure 5.3).

En combinant l'équation (5.19) avec l'équation 40 de [Kim91], on obtient que :

$$\frac{V_\varphi^I - V_\varphi^i}{V_\varphi^i} \simeq \frac{1.5k_2}{k_{nc} + k_r - 1} \quad (5.20)$$

avec $k_2 \simeq 0.5$ au rayon considéré.

On voit donc que les vitesses toroïdales des ions majoritaires et des ions lourds sont du même ordre de grandeur à 20% près.

On a donc un bon accord entre la prédiction utilisant la contrainte d'ambipolarité sur les pertes ripple d'ions thermiques et la mesure de la vitesse toroïdale d'ions

lourds. En effet, dans les deux cas nous trouvons une vitesse de rotation toroïdale dans la direction opposée au courant aux alentours de 20 km/s. Par conséquent, dans des décharges ohmiques de Tore Supra, le champ électrique radial induit par des pertes d'ions thermiques dans le ripple est certainement la principale source de quantité de mouvement dans la direction toroïdale.

5.3.2 Décharges avec chauffage additionnel

Dans les décharges avec un chauffage additionnel, les particules perdues dans le ripple sont les particules les plus énergétiques car ce sont celles qui subissent moins de collisions.

Dans le cas de chauffage à la Fréquence Cyclotronique Ionique sur l'Hydrogène minoritaire, des ions suprathermiques sont produits. Le calcul précédent n'est plus licite. Cependant, les mécanismes de dépiégeage restent valables. Les ions suprathermiques subissent très peu de collisions ils sont donc plus sensibles à la dérive verticale. Leur perte est source d'un champ électrique radial négatif. D'après l'équation (5.16), un champ électrique négatif entraîne une diminution de V_ϕ . C'est bien ce que l'on observe expérimentalement (cf figure 5.4).

Pour le chauffage à la fréquence hybride, des électrons suprathermiques sont produits. Le champ électrique induit est positif et la vitesse de rotation des ions augmente [Pla95] (cf figure 5.4).

Par conséquent, la présence de particules suprathermiques différentes pour les deux types de chauffage est consistante avec les mesures de rotation toroïdale effectuées au centre du plasma. Bien qu'on ne soit pas en mesure de prédire les valeurs mesurées en présence de chauffage, ces résultats renforcent néanmoins les mécanismes de pertes ripple comme source de quantité de mouvement dans la direction toroïdale.

5.3.3 Bifurcation

Sur Tore Supra, on observe parfois une transition d'une contre-rotation vers une co-rotation corrélée avec une amélioration du confinement en présence de chauffage FCI. Des comportements similaires ont été observés sur JET et Alcator C-Mod. Comme on vient de le voir, les pertes ripple dominées par le dépiégeage collisionnel en présence de chauffage FCI ne peuvent qu'expliquer une contre-rotation. Nous allons donc regarder plus en détails ces mécanismes pour tenter d'expliquer une bifurcation d'une contre à une co-rotation.

Résultats expérimentaux

Sur JET, on observe une accélération dans le sens du courant plasma I_p avec chauffage FCI seul lors de la transition d'un mode L vers un mode H [Eri97]. Sur Alcator C-Mod, une augmentation de la co-rotation est corrélée avec une

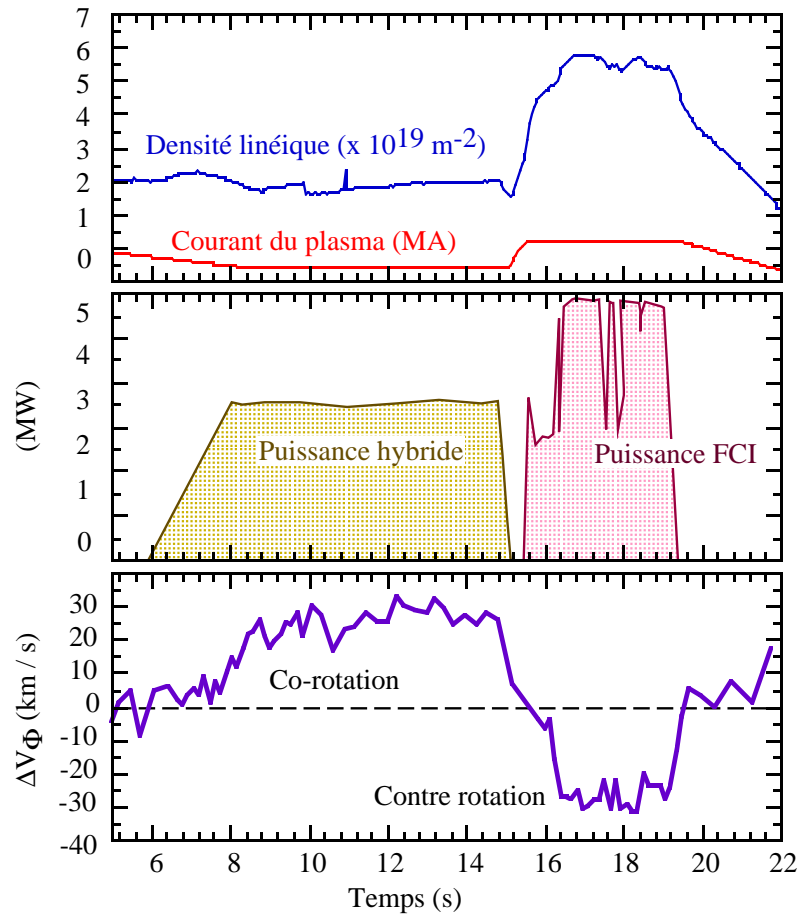


FIG. 5.4 - Variation de la vitesse toroïdale avec chauffage à la fréquence hybride et du chauffage à la fréquence cyclotronique ionique, #28207.

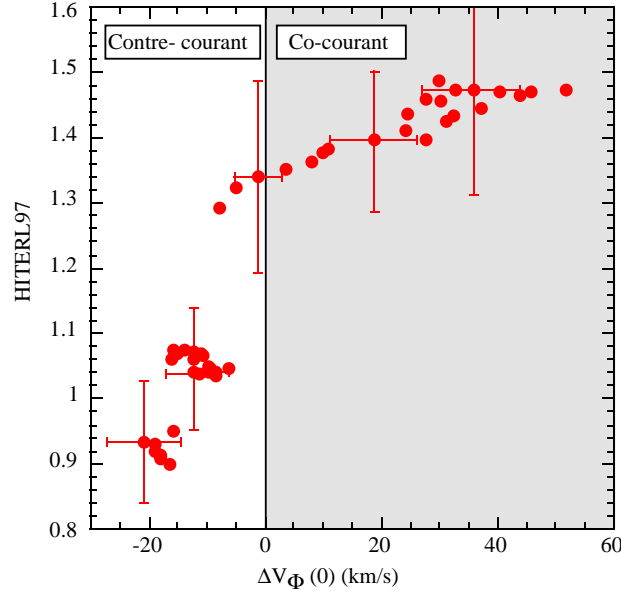


FIG. 5.5 - *Changement de la vitesse toroïdale en fonction du facteur d'amélioration du confinement H_{ITERL} (H_{ITERL} est le rapport entre le temps de confinement expérimental et celui prédit par la loi d'ITER donnée par éq. (1.14)).*

amélioration du confinement, avec chauffage FCI et dans des décharges ohmiques lors de la transition L-H [Ric98].

Dans Tore Supra, on observe un changement de contre à co-rotation dans des décharges à confinement amélioré obtenues avec du chauffage FCI sur des ions minoritaires d'Hydrogène. Ce sont des plasmas dans lesquels l'Hélium est majoritaire et où le pourcentage d'Hydrogène est plus élevé qu'habituellement. On montre que ce pourcentage plus élevé entraîne un chauffage sur les ions plus efficace [Eri00]. Le changement de rotation est d'autant plus net que la pression ionique est élevée (cf figure 5.7). On reviendra plus en détail sur cette famille de décharges au chapitre 6.

Mécanisme

Shaing propose un mécanisme de bifurcation de la vitesse poloïdale lié à la non-axisymétrie introduite par le ripple dans les équations néo-classiques [Sha83], [Sha98]. Cette bifurcation permet d'obtenir des valeurs de γ_E plus élevées et donc une amélioration du confinement. Dans la même optique, nous nous intéressons à un effet plus direct des pertes ripple sur le champ électrique radial.

Si l'on considère que la source de quantité de mouvement dans la direction toroïdale de ces décharges est engendrée par des pertes ripple, alors un changement de la direction de rotation implique un changement de nature des pertes ripple. En effet, si la nature des charges perdues change, le champ électrique radial s'inverse,

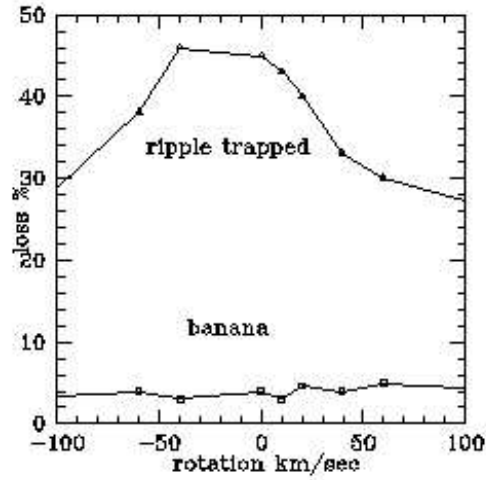


FIG. 5.6 - Flux d'ions perdus dans le ripple en fonction de la vitesse toroïdale. Pertes directes : "ripple trapped". Pertes stochastiques : "banana".

contraint par la condition d'ambipolarité. Et la rotation toroïdale s'adapte pour conserver l'équilibre radial du plasma.

Pour passer de la contre à la co-rotation, il faut perdre plus d'électrons que d'ions. Il faut donc que les électrons passent plus de temps dans les puits de ripple que les ions. Dans le cas où le mécanisme de dépiégeage dominant est représenté par les collisions, le flux est en $\frac{1}{\nu}$ (équation (5.13)) et on est alors automatiquement dominé par des pertes ioniques avec un chauffage à la fréquence cyclotronique ionique. Par contre si E_r devient suffisamment fort pour que le mécanisme de dépiégeage dominant soit dû à la vitesse $E \times B$, on a $A \gg 1$ dans l'équation (5.12). Le flux devient alors proportionnel à ν et les pertes ripple sont dominées par les électrons. Ce phénomène est couramment observé dans les stellarators: on parle de passage de l'"ion root" à l'"electron root" [Maa00].

Grâce à des simulations Monte-Carlo des ions tenant compte de la géométrie de \vec{B} de Tore Supra, on a effectivement observé la diminution du flux des pertes directes d'ions thermiques et supra-thermiques dans le ripple avec l'augmentation du champ électrique radial. Sur la figure 5.6, issue des simulations de Roscoe White [Whi00], on observe bien que les pertes directes d'ions dans le ripple décroissent pour des valeurs élevées de V_ϕ , soit des valeurs élevées de E_r (cf équation (5.16)).

On reprend la formule des flux de particules perdues dans le ripple donnée par l'équation (32) de Yushmanov [Yus82]. On trace le flux d'électrons Γ_e et le flux d'ions Γ_i . La valeur du champ électrique radial est donnée par $\Gamma_e = \Gamma_i$. On parle de bifurcation lorsque le champ électrique peut passer d'une valeur positive à une valeur négative. On applique cette méthode aux plasmas dans lesquels on observe la bifurcation. Ce sont des plasmas d'Hélium avec des températures io-

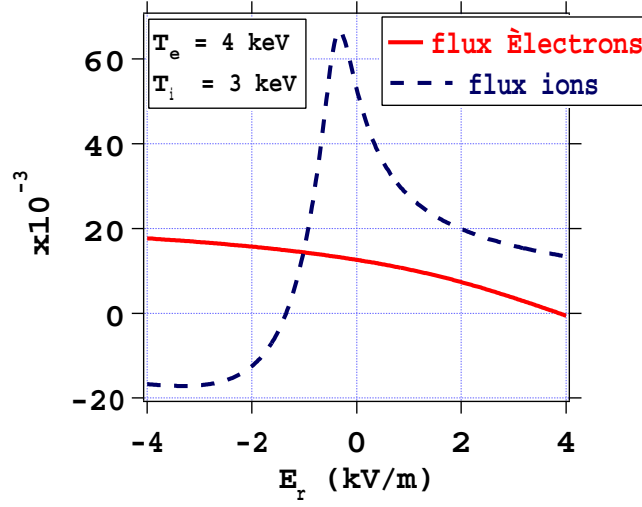


FIG. 5.7 - Flux d'ions et d'électrons d'après [Yus82] en fonction de E_r pour $T_e = 4\text{keV}$, $T_i = 3\text{keV}$.

nique d'environ 3 keV et des températures électroniques d'environ 4 keV. Pour ces plasmas, l'équilibre entre le flux d'ions et le flux d'électrons a lieu pour une valeur négative de E_r (cf figure 5.7). Pour observer une possible bifurcation vers des valeurs positives de E_r , il faut augmenter artificiellement T_i jusqu'à 7 keV (cf figure 5.8). Cette température excède largement les valeurs expérimentales.

5.3.4 Perspectives

Pour avoir une approche plus complète du problème, il faudrait simuler les flux d'ions et d'électrons en fonction de E_r en tenant compte non seulement de la géométrie exacte et des fonctions de distribution incluant les particules suprathermiques, mais aussi de l'influence d'une vitesse toroïdale élevée sur les fréquences de collision. Cependant, notre première approche nous a montré que les températures à atteindre n'étaient pas réalistes. Il faut donc se tourner vers d'autres pistes.

Les sources potentielles de quantité de mouvement dans la direction toroïdale viennent de phénomènes non-intrinsèquement ambipolaires. Un champ électrique est alors généré pour rétablir l'ambipolarité des flux. La vitesse toroïdale s'ajuste pour maintenir l'équilibre radial.

Les mécanismes potentiellement non-ambipolaires sont la turbulence ou la MHD. Ces pistes restent à explorer.

D'autre part, il est à noter qu'un changement du signe de E_r n'entraîne pas forcément un changement du piquage du profil et n'est donc pas automatiquement synonyme d'une amélioration du confinement.

Dans la suite, nous utiliserons cependant l'expression du champ électrique radial

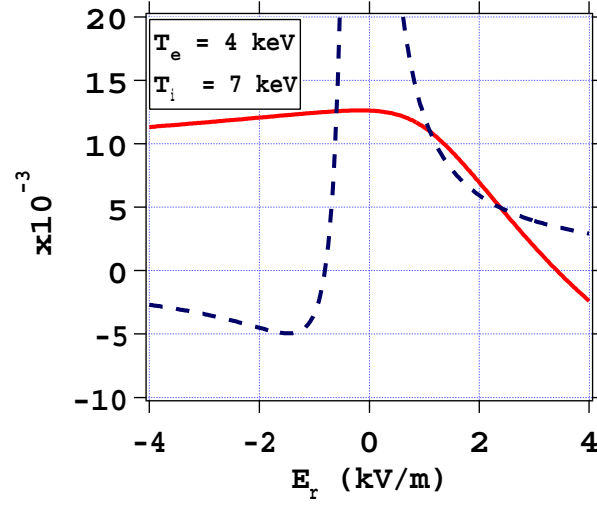


FIG. 5.8 - *Flux d'ions et d'électrons d'après [Yus82] en fonction de E_r pour $T_e = 4keV, T_i = 7keV$.*

donnée par l'équation (5.17) pour évaluer l'effet du cisaillement de rotation sur la stabilité en comparant γ_E défini par (5.2) avec le taux de croissance donné par l'analyse linéaire.

Chapitre 6

Décharges à forte densité

6.1 Cadre général

Il est nécessaire d'obtenir des plasmas dont la densité doit être la plus élevée possible afin d'augmenter le produit $nT\tau_E$ (équation (1.6)). De fortes densités permettent aussi d'améliorer l'efficacité de pompage des particules et la fraction de courant non-inductif auto-généré (dit de bootstrap) indispensable à la réalisation de décharges longues. D'autre part, dans le but d'évacuer de façon homogène la puissance libérée par le plasma, afin d'éviter l'apparition de points chauds sur la paroi, on injecte des impuretés pour générer une couche radiative au bord.

Des plasmas à forte densité, fortement radiatifs et avec une amélioration notable du confinement faisant suite à une injection d'impuretés ont été obtenus sur ISX-B (Z-mode) [Laz85], JFT-2M (IL-mode) [Mor88], DIII-D (IH-mode) [Jac99]. Sur TEXTOR, ce type de décharges est appelé mode RI ("Radiative Improved") [Ong95]. Sur Tore Supra, des décharges similaires ont été obtenues sans injection d'impuretés et sans injection de neutres, en utilisant uniquement du chauffage à la Fréquence Cyclotronique Ionique [Hoa00a].

Nous allons analyser le type de décharges obtenues dans TEXTOR. Nous verrons que l'injection d'impuretés a un effet stabilisant, en particulier aux grands nombres d'onde. En revanche, on trouve que le piquage des profils de densité a un effet stabilisant plus modeste et qu'il est trop faible pour contre-balancer l'effet déstabilisant du piquage du profil de température. Par conséquent, le cisaillement de rotation joue certainement un rôle important dans ces décharges.

Dans Tore Supra, l'amélioration du confinement semble encouragée par une augmentation du cisaillement magnétique. D'autre part, le chauffage FCI est rendu plus efficace par un pourcentage élevé d'Hydrogène minoritaire dans les décharges à confinement amélioré. Mais le fait le plus marquant est l'observation d'une bifurcation de la direction de rotation toroïdale corrélée avec le facteur d'amélioration du confinement. Cette bifurcation pourrait être liée à une augmentation du cisaillement de rotation, et donc être source d'amélioration du confinement.

L'origine du piquage des profils de densité et de température diffère dans les deux cas, cependant le mécanisme maintenant la qualité du confinement semble être identique.

6.2 Analyse du mode RI de TEXTOR

6.2.1 Description des expériences

Des plasmas chauffés par injection de neutres et par ondes FCI (jusqu'à 4 MW de puissance totale) atteignent des densités électroniques linéiques comprises entre 4.5 et $7 \times 10^{19} m^{-3}$ (jusqu'à $1.2 \times$ la densité limite de Greenwald [Gre88]). Ces plasmas ont un grand rayon de 1.75 m, un petit rayon de 0.46 m, un courant plasma qui varie autour de 0.4 MA et un champ magnétique toroïdal autour de 2.25 T. De l'Argon, du Silicium ou du Néon sont injectés dans ces décharges afin d'obtenir une couche radiative au bord qui entraîne une diminution locale de la pression [Van98]. L'injection d'impuretés permet d'atteindre des fractions de puissance rayonnée allant jusqu'à 90% de la puissance totale injectée. Ces décharges sont généralement caractérisées par une amélioration du confinement, jusqu'à un facteur 2 par rapport au régime standard. Cette amélioration est accompagnée par une augmentation des piquages des profils de densité, de température et de courant, et par une forte concentration d'impuretés.

6.2.2 Analyse de stabilité

On compare une décharge de type radiatif dans laquelle de l'Argon est injecté (# 68803) avec une décharge en mode-L (# 68812). La densité électronique linéique, la puissance injectée et le courant plasma sont identiques dans les deux décharges.

Ces modes à confinement amélioré sont caractérisés par une charge effective élevée ($Z_{eff} = \frac{\sum_i n_i Z_i^2}{n_e} = 2.7$ contre 1.2 pour le mode L) et par un fort piquage du profil de densité (cf figure 6.1). On observe aussi un piquage de la température (cf figure 6.2). En revanche, dans les deux décharges étudiées, les profils de q sont similaires (cf figure 6.3).

Nous traçons les gradients normalisés de ces grandeurs sur les figures 6.4, 6.5, 6.6.

Nous allons donc évaluer l'effet de la présence d'impuretés sur la stabilité. Nous nous intéressons aussi aux effets des piquages de densité et de température sur ces décharges. Pour ce faire, nous utiliserons le code cinétique linéaire "kinezero" présenté au chapitre 3¹. Enfin, nous complétons l'analyse en évaluant l'effet du

1. "kinezero" est un code cinétique, linéaire, électrostatique où les ions (ions majoritaires et impuretés) et les électrons, à la fois piégés et circulants sont résonnants. Il produit un spectre de taux de croissance en fonction du nombre d'onde toroïdal à partir de la valeur des gradients

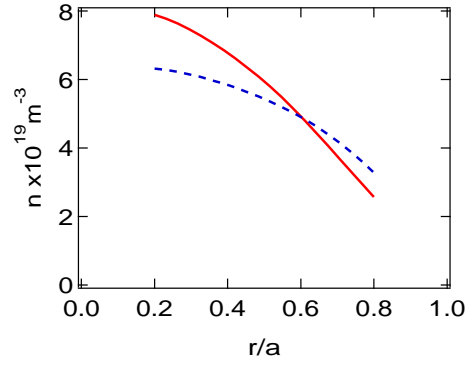


FIG. 6.1 - *Profils de densité. Décharge en mode RI (#68803 à 2.3s) : trait plein. Décharge de référence (#68812 à 2.3s) : pointillés.*

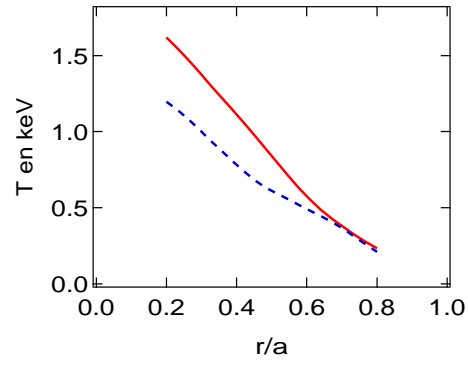


FIG. 6.2 - *Profils de température. Décharge en mode RI (#68803 à 2.3s) : trait plein. Décharge de référence (#68812 à 2.3s) : pointillés.*

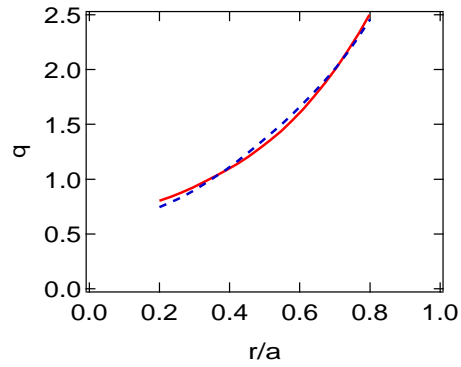


FIG. 6.3 - *Profils de q . Décharge en mode RI (#68803 à 2.3s) : trait plein. Décharge de référence (#68812 à 2.3s) : pointillés.*

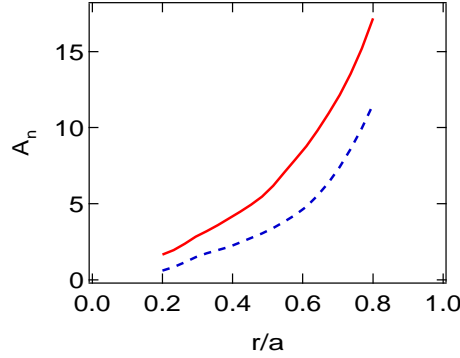


FIG. 6.4 - $A_n = \frac{-R\nabla_r n_e}{n_e}$ en fonction de r/a . Décharge en mode RI (#68803 à 2.3s) : trait plein. Décharge de référence (#68812 à 2.3s) : pointillés.

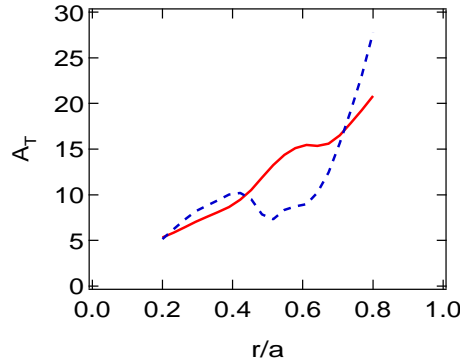


FIG. 6.5 - $A_T = \frac{-R\nabla_r T_e}{T_e}$ en fonction de r/a . Décharge en mode RI (#68803 à 2.3s) : trait plein. Décharge de référence (#68812 à 2.3s) : pointillés.

cisaillement du champ électrique radial sur la stabilité du plasma.

Il est à noter que dans TEXTOR les fréquences de collisions effectives des électrons ne sont pas négligeables. En particulier les collisions peuvent rendre les électrons piégés adiabatiques. Cet effet n'est pas pris en compte dans "kinezero".

Effet des impuretés

Dans l'analyse présentée ici, on suppose que les profils du nombre de charge effectif Z_{eff} sont constants.

Afin d'isoler l'effet de l'augmentation de Z_{eff} sur la stabilité, nous comparons les taux de croissance dans le mode L ($Z_{eff} = 1.2$) avec ceux obtenus pour un nombre de charge Z_{eff} de 2.7 (mode RI). On trace le taux de croissance maximal sur chaque spectre γ^{max} en fonction du rayon normalisé r/a pour le mode L où $Z_{eff} = 1.2$ et lorsque le nombre de charge effectif est plus élevé ($Z_{eff} = 2.7$) (cf

de densité, de température et de q à un rayon donné.

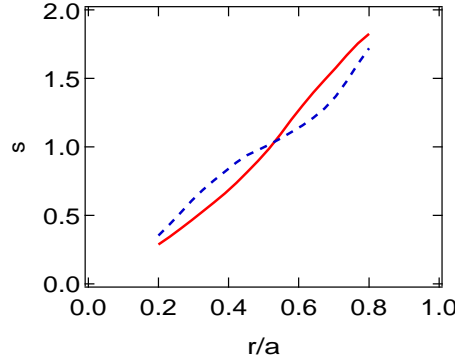


FIG. 6.6 - $s = \frac{r \nabla r q}{q}$ en fonction de r/a . Décharge en mode RI (#68803 à 2.3s) : trait plein. Décharge de référence (#68812 à 2.3s) : pointillés.

figure 6.7). La présence d'impuretés a un effet stabilisant quel que soit le rayon. On remarque en particulier que les modes instables apparaissent pour des valeurs plus élevées du gradient de température normalisé A_T pour un Z_{eff} plus élevé. On regarde ensuite l'effet des impuretés en fonction du nombre d'onde toroïdal n sur 2 spectres de taux de croissance, un premier pris à $r/a = 0.5$ (cf figure 6.8), lorsque les piquages des profils sont encore faibles, un second dans la zone de gradient, $r/a = 0.75$ (cf figure 6.9). A $r/a = 0.5$, seuls des modes de faibles taux de croissance ($< 6 \times 10^4 s^{-1}$) et de faibles nombres d'onde sont déstabilisés. L'augmentation de la charge effective de 1.2 à 2.7 a un effet stabilisant sur le spectre de ces modes. Le maximum du spectre chute d'environ 25%. A $r/a = 0.75$, le spectre de modes instables est plus étendu. Les modes les plus instables correspondent à des nombres d'ondes supérieurs à 100, lorsque les ions piégés et circulants sont adiabatiques². On parle de modes électroniques. Ces modes sont très nettement stabilisés par une augmentation de la charge effective. Le maximum du spectre est réduit de 85%. On observe un effet stabilisant pour toutes les valeurs de n . L'effet est plus fortement marqué sur les modes électroniques, aux grands nombres d'onde. Ce comportement est en accord avec les analyses de stabilité des modes HI de DIII-D [Sta99].

2. Les particules deviennent adiabatiques lorsque la longueur d'onde du mode devient petite devant leur longueur caractéristique. Les ions piégés deviennent adiabatiques lorsque $k_\theta \delta_i > 1$, soit $n > \frac{r}{q} \frac{\sqrt{\epsilon}}{q} \frac{e_i B}{\sqrt{2T_i m_i}} \simeq 30$, les ions circulants si $k_\theta \rho_i > 1$, soit $n > \frac{r}{q} \frac{e_i B}{\sqrt{2T_i m_i}} \simeq 100$, les électrons piégés si $k_\theta \delta_e > 1$, soit $n > \frac{r}{q} \frac{\sqrt{\epsilon}}{q} \frac{e_e B}{\sqrt{2T_e m_e}} \simeq 1500$, les électrons circulants si $k_\theta \rho_e > 1$, soit $n > \frac{r}{q} \frac{e_e B}{\sqrt{2T_e m_e}} \simeq 5000$ (cf partie 3.2.3).

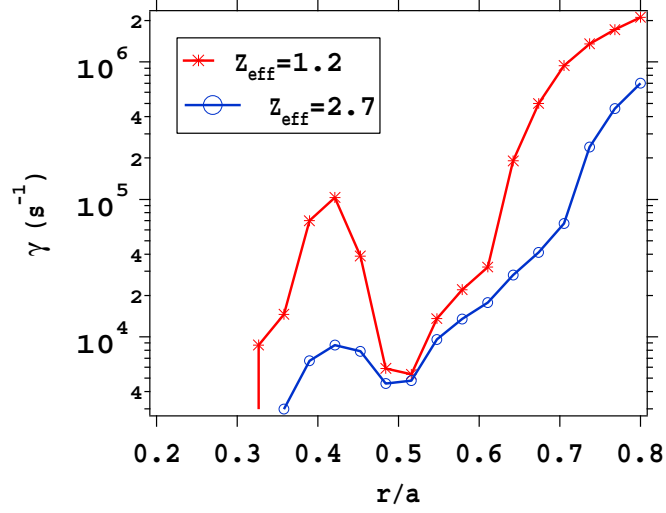


FIG. 6.7 - Effet du nombre de charge effectif: taux de croissance maximal en fonction de r/a . #68812 à 2.3s ($Z_{eff} = 1.2$): (*), #68812 à 2.3s avec $Z_{eff} = 2.7$: (o).

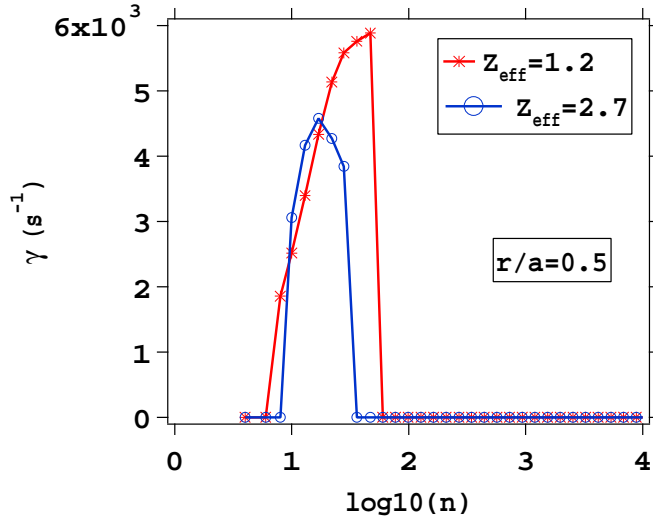


FIG. 6.8 - Effet du Z_{eff} : taux de croissance en fonction de n à $r/a = 0.5$. #68812 à 2.3s ($Z_{eff} = 1.2$): (*), #68812 à 2.3s avec $Z_{eff} = 2.7$: (o).

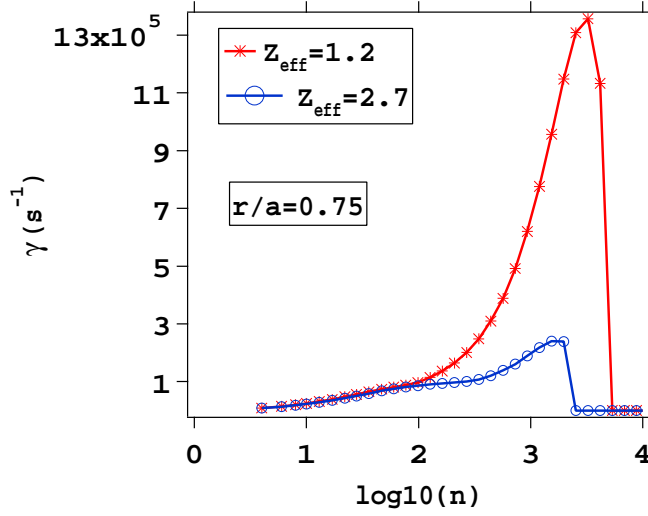


FIG. 6.9 - Effet du Z_{eff} : taux de croissance en fonction de n à $r/a = 0.75$. #68812 à 2.3s ($Z_{eff} = 1.2$) : (*), #68812 à 2.3s avec $Z_{eff} = 2.7$: (o).

Effet du piquage du profil de densité

Dans TEXTOR, les fréquences de collision électroniques ne sont pas négligeables devant la fréquence de dérive verticale des électrons. Les collisions peuvent alors rendre adiabatiques les électrons piégés les moins énergétiques. On a vu dans la partie 4.3.2 que l'effet stabilisant du piquage de densité disparaissait lorsqu'on tenait compte des électrons piégés. Comme les collisions ne sont pas incluses dans "kinezero", l'évaluation de l'effet du piquage de densité présentée ici est certainement faussée. On peut néanmoins tenir compte artificiellement des collisions en supposant que les électrons deviennent adiabatiques lorsque la fréquence de collision effective à la température ambiante devient cinq fois plus grande que la fréquence de dérive verticale à cette même température. On distinguera deux cas : sans collision et "avec collisions".

Nous avons vu que l'injection d'impuretés avait un effet stabilisant sur la décharge. Nous voulons maintenant voir si l'effet du piquage de densité s'y additionne. On compare donc la décharge L (#68812 à 2.3s) déjà stabilisée par l'injection d'impuretés, $Z_{eff} = 2.7$, avec une décharge dont le profil de densité est identique au mode RI (#68803 à 2.3s) :

- Cas sans collision :

On trace le maximum des taux de croissance sur chaque spectre en fonction de r/a (cf figure 6.10). On observe un effet déstabilisant avec l'augmentation du piquage de densité pour r/a compris entre 0.3 et 0.75. L'effet du piquage devient stabilisant lorsqu'on atteint des valeurs de A_n supérieures à 12 (cf figure 6.4). Cela est en accord avec la perte de l'effet radicalement stabilisant sur le seuil de stabilité en présence d'électrons piégés, montré sur la figure

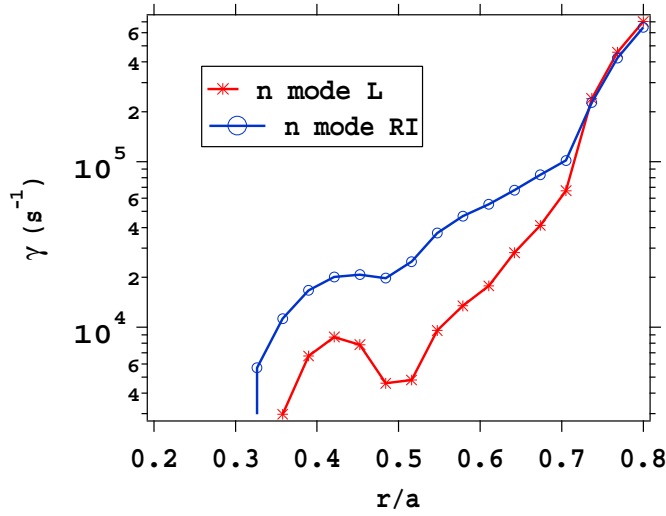


FIG. 6.10 - Effet du piquage de densité, sans collision : taux de croissance maximal en fonction de r/a . #68812 à 2.3s avec $Z_{eff} = 2.7$: (*), #68812 à 2.3s avec $Z_{eff} = 2.7$ et le profil de densité du mode RI #68803 à 2.3s : (o).

4.6.

– Cas avec "collisions" :

On trace le maximum des taux de croissance sur chaque spectre en fonction de r/a (cf figure 6.11). En tenant compte de l'effet des collisions sur les électrons piégés de façon ad hoc, on retrouve un effet très légèrement stabilisant du piquage de densité. On remarque surtout que le fait de rendre une partie des électrons piégés adiabatique a un effet globalement stabilisant pour les gradients de densité et de température les plus faibles ($r/a > 0.7$) car les fréquences de dérives verticales y sont plus basses et donc plus facilement stabilisables par les collisions. Cependant, dans le cas qui nous intéresse, l'effet du piquage du profil de densité semble faible, notamment par rapport à l'effet des impuretés.

Nous venons de regarder quel était l'effet d'une augmentation du gradient de densité pour un profil de température fixé. Or l'amélioration du confinement observée ici entraîne une augmentation des gradients des profils de densité et de température. Nous allons donc regarder l'effet de l'augmentation simultanée de ces deux piquages.

Effet des piquages simultanés des profils de température et de densité

Nous comparons les taux de croissance calculés à partir des profils du mode L avec impuretés $Z_{eff} = 2.7$, avec les taux de croissance du mode RI (cf figure

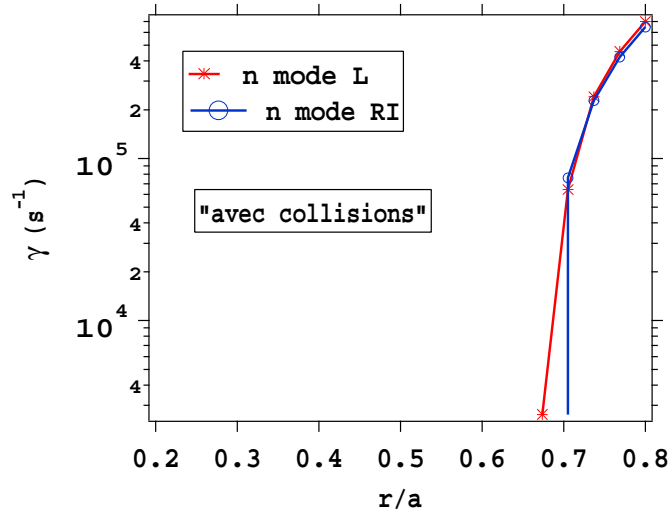


FIG. 6.11 - Effet du piquage de densité, "avec collisions": taux de croissance maximal en fonction de r/a . #68812 à 2.3s avec $Z_{eff} = 2.7$: (*), #68812 à 2.3s avec $Z_{eff} = 2.7$ et le profil de densité du mode RI #68803 à 2.3s : (o).

6.12). Cette comparaison permet d'évaluer l'effet du piquage des profils de température et de densité sur une décharge dont le confinement est déjà amélioré par la présence d'impuretés.

En mettant en parallèle $A_T(r/a)$ de la figure 6.5 avec $\gamma^{max}(r/a)$ de la figure 6.12, on remarque que les variations relatives des taux de croissance maximaux sont corrélées avec les variations relatives de A_T . En particulier la zone entre $r/a = 0.45$ et $r/a = 0.75$ où le gradient de température du mode RI est supérieur au gradient de température du mode L avec $Z_{eff} = 2.7$ correspond à des taux de croissance du mode RI plus élevés.

Malgré le piquage du profil de densité, c'est l'effet déstabilisant du gradient de température qui influe sur les taux de croissance. Cet effet est attendu, étant donné que c'est l'existence de ces gradients qui est génératrice d'instabilité.

Au bord, $r/a > 0.75$, les gradients de température du mode RI sont plus faibles et le plasma est alors plus stable que pour le mode L de même charge effective. Ces gradients plus faibles peuvent être liés à la présence du manteau radiatif qui refroidit le bord.

L'analyse linéaire de la stabilité n'est pas en mesure d'expliquer le maintien du confinement amélioré dans la zone de gradient après l'injection d'impuretés dans le mode RI étudié ici. Pour compléter l'analyse, il est donc nécessaire de tenir compte du cisaillement de rotation.

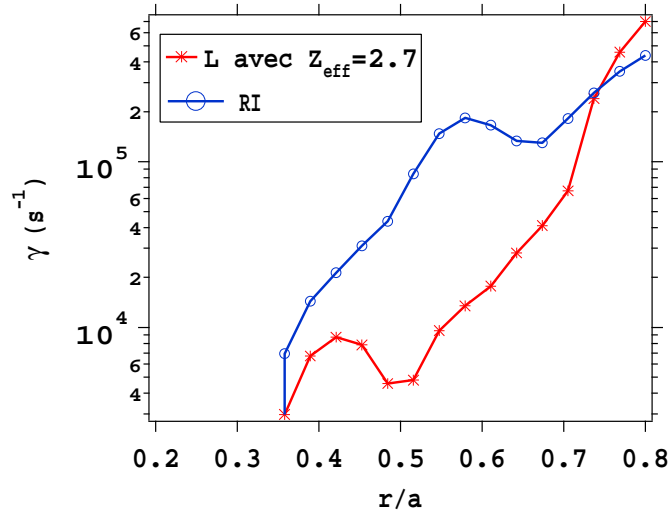


FIG. 6.12 - Effet des piquages de densité et de température, taux de croissance maximal en fonction de r/a . #68812 à 2.3s avec $Z_{eff} = 2.7$: (*), #68803 à 2.3s : (o).

Effet du cisaillement de rotation

On a vu au chapitre 5 que le cisaillement de la vitesse $\vec{E} \times \vec{B}$ était stabilisant si : $\gamma_E > \gamma_0$. γ_0 est le taux de croissance évalué dans les analyses de stabilité linéaire précédentes.

Pour prendre cet effet en compte, nous évaluons $\gamma_E = \frac{r}{q} \frac{d}{dr} \left(\frac{q}{r} \frac{E_r}{B} \right)$ à partir du champ électrique radial déduit du profil de vitesse toroïdale :

$$E_r = V_\varphi B_\theta - V_\theta B_\varphi + \frac{\nabla_r P_i}{e_i n_i} \quad (6.1)$$

avec V_θ calculé à partir de l'équation (5.18).

On ne connaît pas le profil de V_φ dans cette décharge, on le fixe donc nul par défaut bien que la co-injection de neutres soit génératrice de quantité de mouvement. On obtient ainsi une sous-évaluation de γ_E (cf figure 6.13).

On observe néanmoins que γ_E est maximal dans la zone de gradient environ : $6 \times 10^4 s^{-1}$. On voit sur le spectre des taux de croissance du mode RI à $r/a = 0.6$ (cf figure 6.14) que cette valeur de γ_E est trop faible pour stabiliser les modes électroniques. En revanche, cela suffit pour stabiliser les modes à plus faibles nombres d'onde.

6.2.3 Conclusion

Notre analyse montre que, dans les décharges RI de TEXTOR, l'injection d'impuretés a un effet nettement stabilisant, en particulier sur les modes à grands

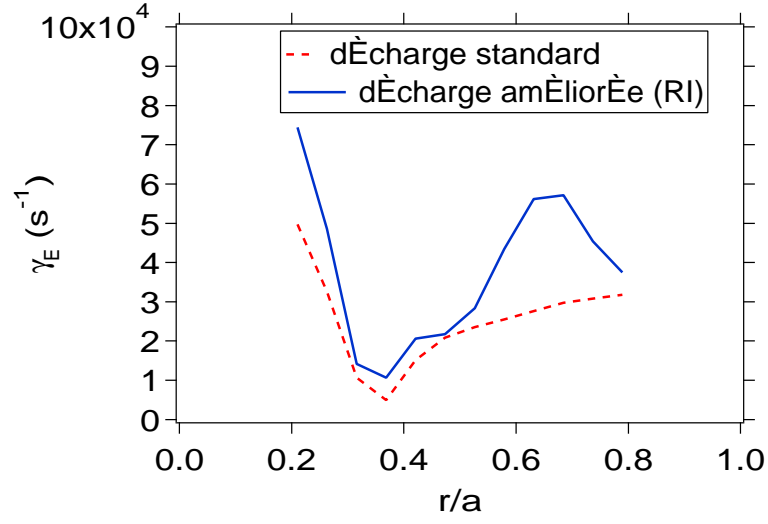


FIG. 6.13 - Taux de cisaillement de rotation en fonction de r/a . #68812 à 2.3s : pointillés, #68803 à 2.3s : trait plein.

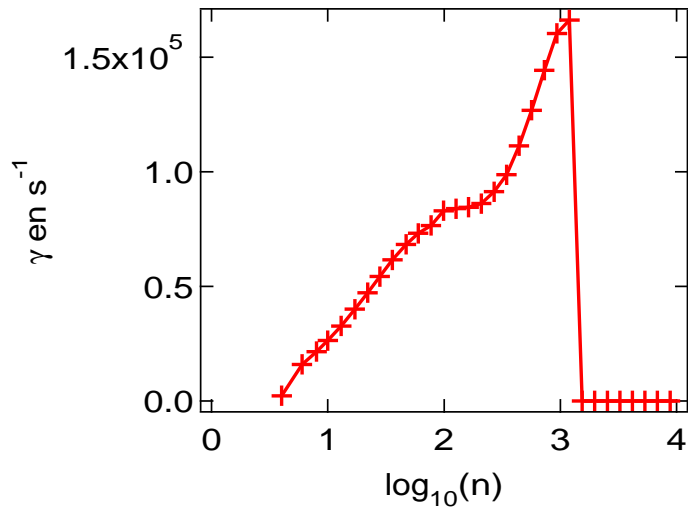


FIG. 6.14 - Taux de croissance en fonction de n #68803 à 2.3s à $r/a = 0.6$.

nombres d'onde. Elle permet certainement d'obtenir des profils de densité et de température piqués et d'engendrer du cisaillement de vitesse. Ces taux de cisaillement semblent suffisamment élevés pour stabiliser les modes aux plus grandes longueurs d'onde. Le confinement est alors maintenu grâce à ce taux de cisaillement de rotation. Cette analyse rejoint les résultats de Staebler pour l'analyse des modes HI de DIII-D [Sta99]. Elle rejoint aussi l'analyse des modes RI faite par Tokar [Tok00] pour conclure à un rôle de déclencheur de stabilisation de l'injection d'impuretés. Cependant, on ne retrouve pas ici le très net effet stabilisant du piquage de densité qui y est proposé. Ceci peut être dû au fait que notre approche est cinétique alors que celle de Tokar est fluide. On a vu au chapitre 4 que l'analyse de stabilité cinétique pouvait donner des résultats différents de ceux donnés par une analyse fluide. D'autre part, notre approche ne tenant pas correctement compte des collisions, elle peut sous-estimer la stabilisation des modes d'électrons piégés et ainsi sous-estimer l'effet stabilisant du piquage de densité. Ces analyses sont donc à poursuivre et à confronter afin d'en renforcer la valeur prédictive.

6.3 Présentation des décharges avec chauffage FCI sur Tore Supra

6.3.1 Description des décharges

Sur Tore Supra, des décharges avec chauffage FCI minoritaire³ seul ont atteint des fractions de puissance rayonnée allant jusqu'à 40% de la puissance injectée, des densités allant jusqu'à 80% de la densité de Greenwald et une amélioration du confinement de l'énergie de 40%. Ces décharges sont caractérisées par un grand rayon de 2.34 m, un petit rayon de 0.78 m, un courant plasma qui varie de 1.0 à 1.5 MA, une injection de puissance FCI allant jusqu'à 9 MW et un champ magnétique toroïdal (de 3.1 à 3.7 T) réglé de façon à localiser la couche d'absorption près de l'axe magnétique. Pendant le chauffage, l'injection de gaz est coupée. Cependant, on observe une augmentation de la densité électronique (allant jusqu'à $4.2\text{--}5.2 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$) due au dégazage des éléments proches du plasma. Les radiations sont dues aux impuretés intrinsèques au plasma (Carbone et Oxygène), la charge effective varie entre 2 et 2.2 [Hoa00a].

Ces décharges à confinement amélioré diffèrent de celles obtenues sur TEXTOR car elles ne sont pas chauffées par injection de neutres et les impuretés ne sont

3. Le scénario de chauffage FCI minoritaire consiste envoyer des ondes à la Fréquence Cyclotronique Ionique fondamentale d'ions dits minoritaires. Dans le cas présent, il s'agit d'ions d'Hydrogène qui représentent typiquement 10% des ions du plasma. Lorsque ces ions résonnent avec la fréquence de l'onde du chauffage, ils atteignent des énergies de l'ordre du MeV : on parle d'ions suprathermiques. Ces ions se thermalisent par collisions principalement sur les électrons. On parle donc de chauffage électronique.

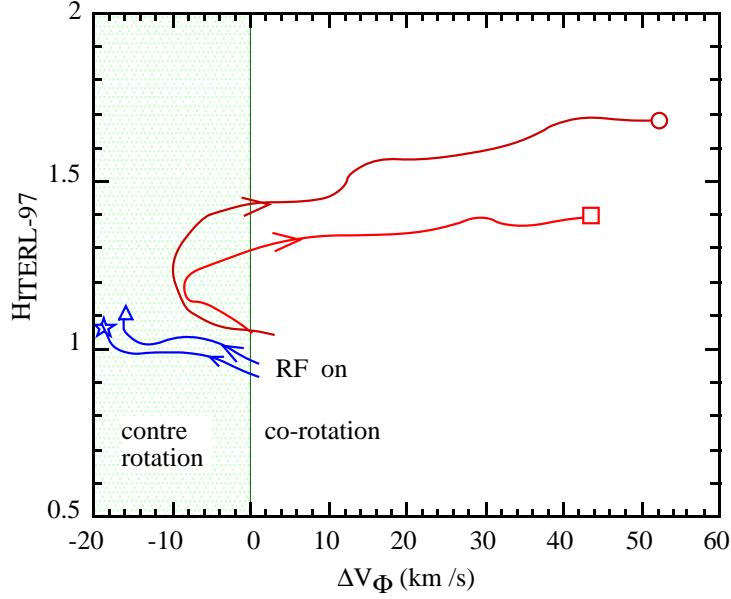


FIG. 6.15 - Evolution du facteur H (par rapport à la prédiction ITER, éq. (1.15)) en fonction de la variation de la vitesse toroïdale ΔV_ϕ pour quatre décharges. étoile : #25222 de la figure 6.16; cercle : #22805, décharge en Hélium similaire à la décharge #23418 de la figure 6.16; triangle : #22642; carré : # 21044 (ces deux dernières décharges sont en Hélium).

pas extrinsèques. En outre, le facteur d'amélioration du confinement n'est pas sensible aux variations de densité ou de puissance rayonnée, contrairement aux modes RI observés dans TEXTOR. Par contre, on observe une augmentation du facteur d'amélioration avec la puissance injectée.

Dans ces décharges, la vitesse toroïdale augmente et sa direction change de contre-courant à co-courant, alors que pour des décharges standard avec chauffage FCI on observe systématiquement une contre-rotation (cf figure 6.15).

D'autre part, la concentration d'Hydrogène ($\frac{n_H}{n_e}$) minoritaire est généralement plus élevée (de 10 à 15%) dans les décharges à confinement amélioré que celle obtenue dans les décharges standard (5%). Des simulations montrent que le chauffage à la Fréquence Cyclotronique Ionique se couple plus efficacement aux ions lorsque le pourcentage d'Hydrogène minoritaire est élevé [Eri00]. On voit clairement sur les figures 6.17 c) et d) que le chauffage sur les ions est beaucoup plus efficace dans la décharge # 23418.

On compare une décharge à confinement amélioré (# 23418) avec une décharge en mode-L (# 25222) avec une densité électronique, une puissance injectée et un courant plasma identiques (cf figure 6.16). On remarque que le facteur d'amélioration du confinement est identique pour le contenu énergétique des électrons (cf figure 6.16 d)) et pour le contenu énergétique thermique total (cf figure 6.16 e)). Les profils de densité et de température des ions ne sont pas connus, mais ces

observations suggèrent que le confinement des ions est aussi amélioré.

Les coefficients de diffusion thermique sont déterminés à partir des données expérimentales sur les profils et le dépôt de puissance. Entre $r/a = 0.2$ et $r/a = 0.7$, χ_e et χ_{eff} du choc #23418 sont inférieurs de 30% à 50% aux résultats en mode L (cf figure 6.17 a) et b)).

Contrairement à TEXTOR, la charge effective du plasma amélioré est quasiment identique à celle du choc standard : $Z_{eff} \simeq 2$ dans les deux cas (cf figure 6.16 a)). Le profil de la charge effective pourrait cependant être différent car l'état de paroi diffère. Dans les décharges à confinement amélioré, la paroi est saturée. On observe une augmentation de la densité lors de l'application de la puissance FCI, alors que l'injection de gaz est coupée (cf figure 6.16 a)). Dans les décharges standard, l'injection de gaz est nécessaire au maintien de la densité pré-programmée. Ne disposant pas de mesure du profil radial de la charge effective, nous supposons donc un profil plat dans les analyses de stabilité présentées ci-dessous. L'effet du profil, s'il existe, n'est donc pas pris en compte.

On observe que le profil de densité de la décharge améliorée #23418 est plus piqué (cf figures 6.18 et 6.21). Ce piquage est plus net entre $r/a = 0.6$ et $r/a = 0.8$. Le profil de température du choc #23418 est plus piqué au centre et plus plat au bord que celui de la décharge de référence #25222 (cf figures 6.19 et 6.22). En revanche, on observe un net piquage du facteur de sécurité (et donc du courant) dans la décharge à confinement amélioré (cf figures 6.20 et 6.23). Ce piquage pourrait être dû à une modification du profil du courant résistif ou du courant non-inductif auto-généré. L'analyse linéaire faite avec le code cinétique "kine-zero" nous permet d'évaluer ces différents effets, en particulier elle montre que l'augmentation du cisaillement magnétique a un effet stabilisant.

La différence majeure entre les deux familles de décharges semble être le changement de direction de la rotation toroïdale probablement associée à un chauffage aux ions rendu plus efficace par un fort pourcentage d'Hydrogène. On s'est donc aussi intéressé à l'impact de ce changement sur la stabilité.

6.3.2 Analyse de stabilité

Effet du piquage du profil de densité

Afin d'isoler l'effet du piquage de densité sur la stabilité, on calcule les taux de croissance dans le mode L (#25222 à 8s) puis on les compare à ceux obtenus pour un piquage de densité identique à celui de la décharge #23418 à 8.1s. On trace le taux de croissance maximal sur chaque spectre en fonction du rayon normalisé r/a (cf figure 6.24).

On observe un effet déstabilisant du piquage de densité. Cet effet est d'autant plus net que le piquage est marqué (cf figure 6.21). Cet effet déstabilisant est possiblement lié au fait que le plasma étudié est proche du seuil de stabilité, là où la physique des résonances joue et donc où l'on peut diverger du comportement

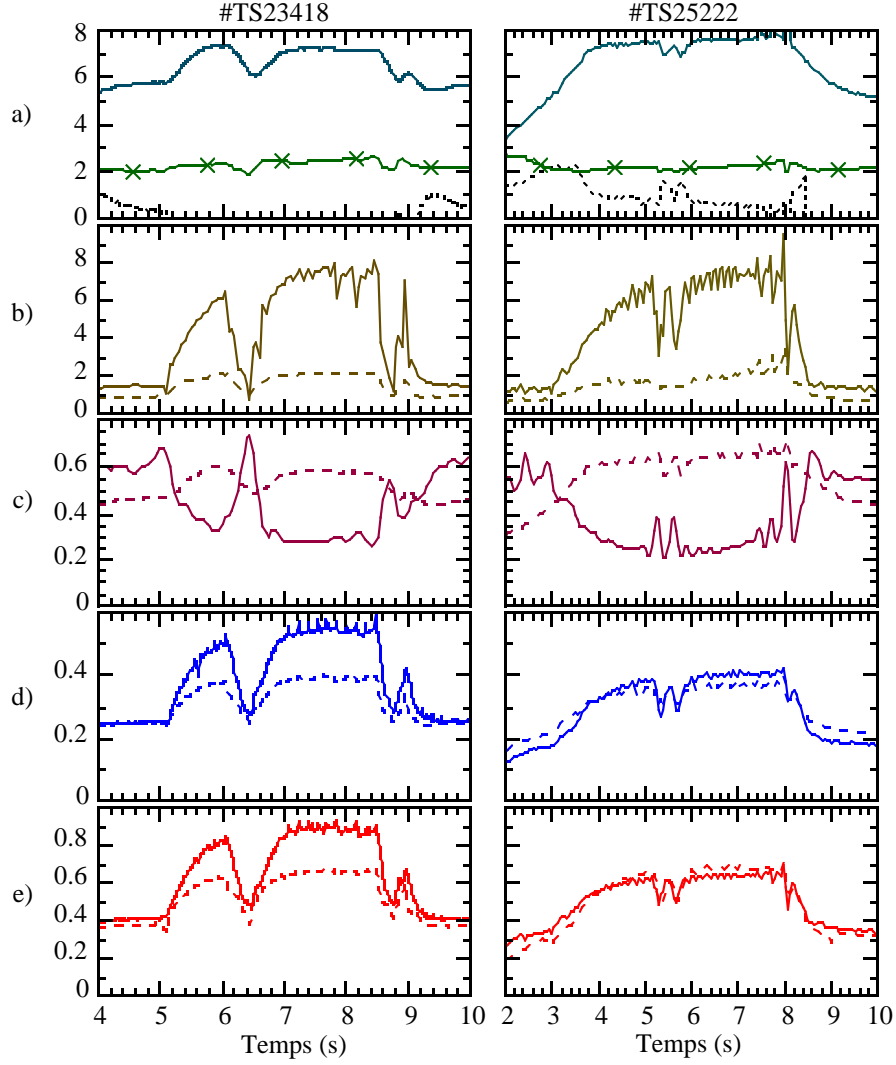


FIG. 6.16 - Comparaison d'une décharge à confinement amélioré #23418, à gauche, avec une décharge standard #25222, à droite. a) Densité centrale en $10^{19}m^{-2}$: trait plein; Z_{eff} : croix; injection de gaz : points, en unités arbitraires. b) Puissance totale injectée : trait plein; puissance rayonnée : pointillés, en MW. c) Fraction de puissance rayonnée : trait plein; densité linéique centrale normalisée à la densité de Greenwald : pointillés. d) Energie électronique : trait plein; prédiction Rebut-Lallia-Watkins [Reb89] : pointillés, en MJ. e) Energie thermique totale : trait plein; prédiction ITERL97-P : pointillés, en MJ.

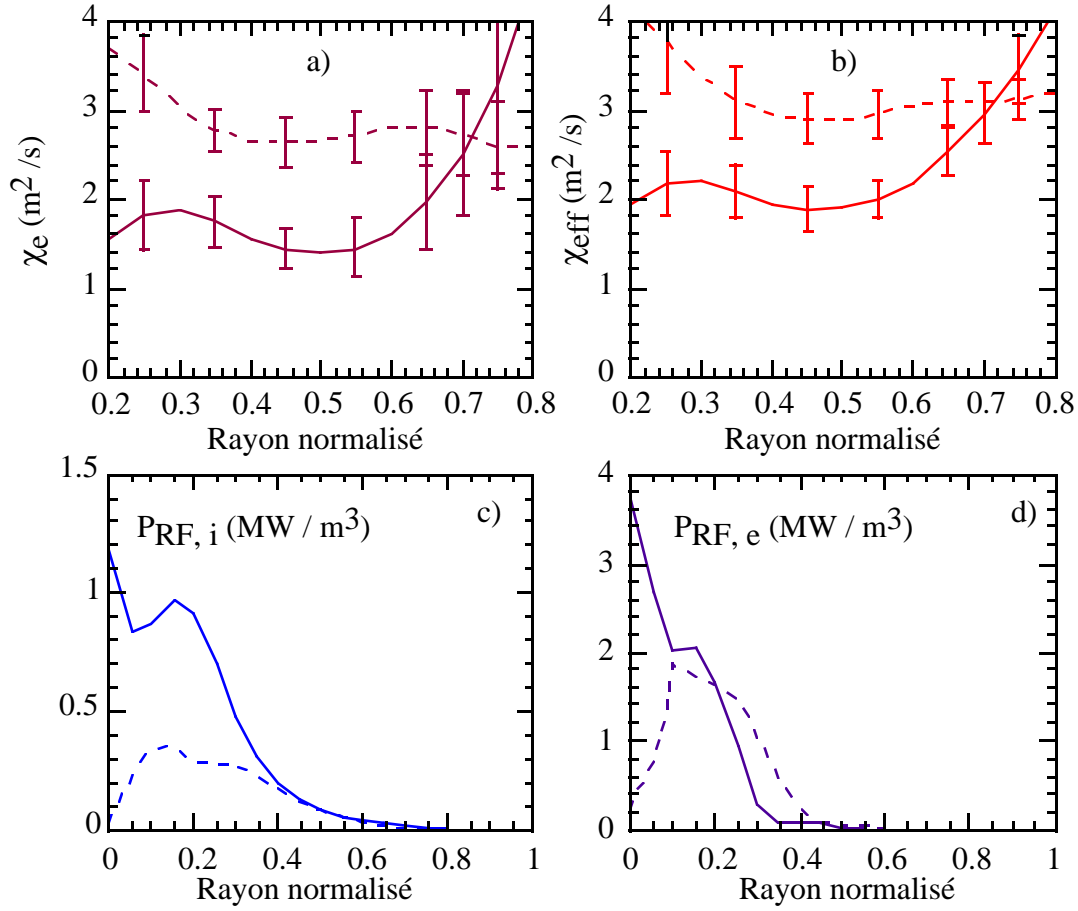


FIG. 6.17 - Analyse du transport des décharges de la figure 6.16. #23418 à 8s : trait plein, #25222 à 7.8s : pointillés. a) Diffusivité électronique χ_e . b) Diffusivité effective d'un fluide χ_{eff} . c) Profils radiaux de la puissance FCI couplée aux ions $P_{RF,i}$. d) Profils radiaux de la puissance FCI couplée aux électrons $P_{RF,e}$.

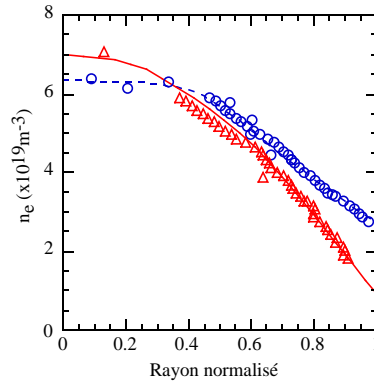


FIG. 6.18 - Profils de densité. Décharge à confinement amélioré (#23418 à 8.1s) : trait plein. Décharge de référence (#25222 à 8s) : pointillés.

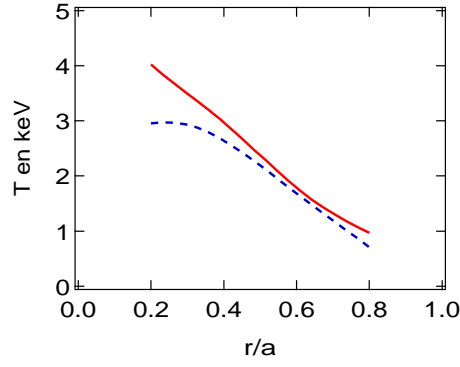


FIG. 6.19 - *Profils de température. Décharge à confinement amélioré (#23418 à 8.1s) : trait plein. Décharge de référence (#25222 à 8s) : pointillés.*

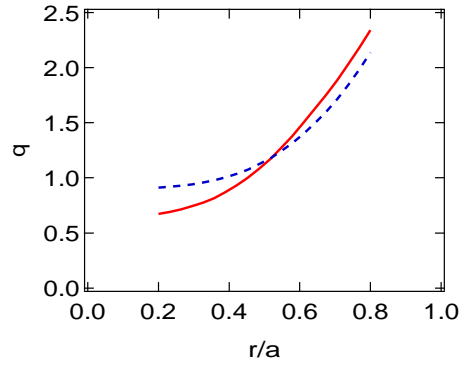


FIG. 6.20 - *Profils de q. Décharge à confinement amélioré (#23418 à 8.1s) : trait plein. Décharge de référence (#25222 à 8s) : pointillés.*

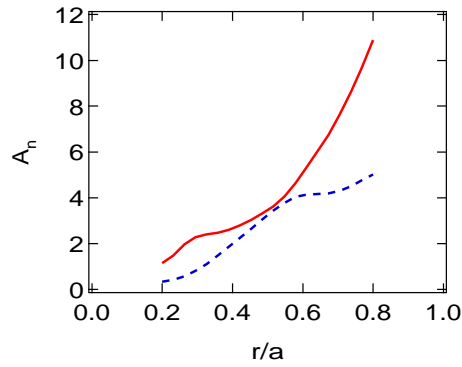


FIG. 6.21 - $A_n = \frac{-R \nabla r n_e}{n_e}$ en fonction de r/a . Décharge à confinement amélioré (#23418 à 8.1s) : trait plein. Décharge de référence (#25222 à 8s) : pointillés.

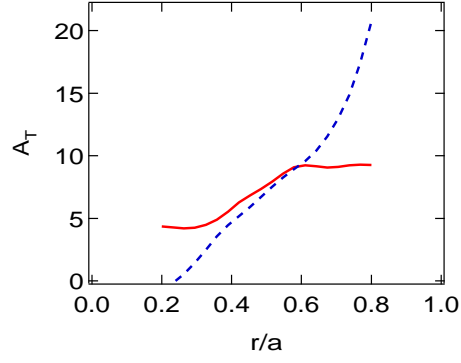


FIG. 6.22 - $A_T = \frac{-R\nabla_r T_e}{T_e}$ en fonction de r/a . Décharge à confinement amélioré (#23418 à 8.1s) : trait plein. Décharge de référence (#25222 à 8s) : pointillés.

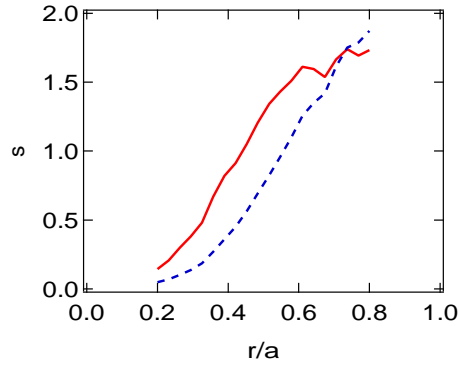


FIG. 6.23 - $s = \frac{r\nabla_r q}{q}$ en fonction de r/a . Décharge à confinement amélioré (#23418 à 8.1s) : trait plein. Décharge de référence (#25222 à 8s) : pointillés.

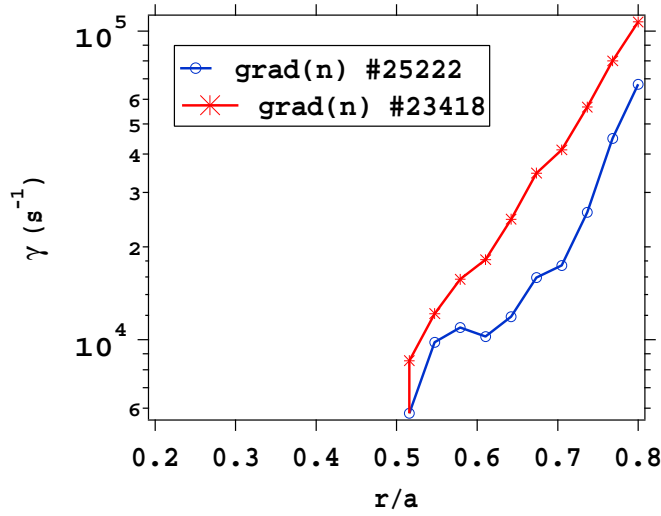


FIG. 6.24 - *Effet du piquage de densité : profil radial du taux de croissance maximal de la décharge #25222 à 8s (o : densité mesurée, * : densité du #23418).*

prédit dans la limite fluide.

Effet du cisaillement magnétique

Afin d'isoler l'effet de l'augmentation du cisaillement magnétique sur la stabilité, on calcule les taux de croissance dans le mode L (#25222 à 8s) puis on les compare à ceux obtenus pour un cisaillement magnétique identique à celui de la décharge #23418 à 8.1s. On trace le taux de croissance maximal sur chaque spectre en fonction du rayon normalisé r/a (cf figure 6.25).

On observe que l'augmentation du cisaillement magnétique a un effet stabilisant. Au bord, $0.75 < r/a < 0.8$, s du #23418 devient inférieur à celui du choc #25222 (cf figure 6.23) et on observe bien que le taux de croissance maximal du #23418 redevient supérieur à celui du #25222.

Effet des piquages simultanés des profils de densité et de température

Nous nous intéressons maintenant à l'effet du piquage simultané des profils de densité et de température sur un plasma déjà stabilisé par un fort cisaillement magnétique. On compare donc le taux de croissance maximal sur chaque spectre en fonction du rayon normalisé r/a pour un plasma fictif ayant les mêmes profils que #25222, sauf pour le facteur de sécurité qui est celui du choc #23418 avec le résultat obtenu pour la décharge #23418 (cf figure 6.26). Cette comparaison permet d'évaluer l'effet du piquage des profils de densité et de température sur une décharge déjà stabilisée par un fort cisaillement négatif.

On observe que lorsque le piquage de la température dans la décharge #23418 est

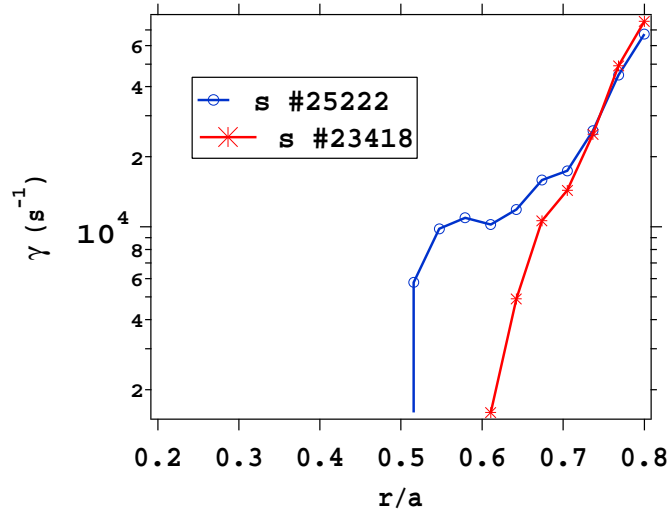


FIG. 6.25 - *Effet du cisaillement magnétique : taux de croissance maximal en fonction de r/a . #25222 à 8s : o ; #25222 à 8s et q du #23418 : *.*

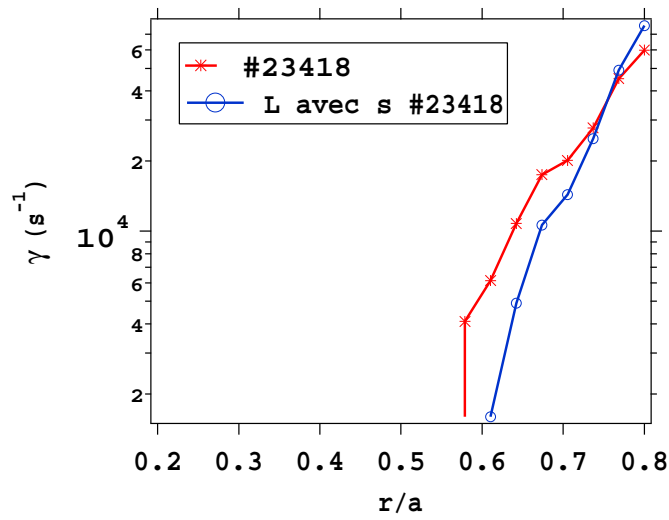


FIG. 6.26 - *Effet des piquages de densité et de température : taux de croissance maximal en fonction de r/a . #25222 à 8s avec q de #23418 : o, #23418 à 8.1s : *.*

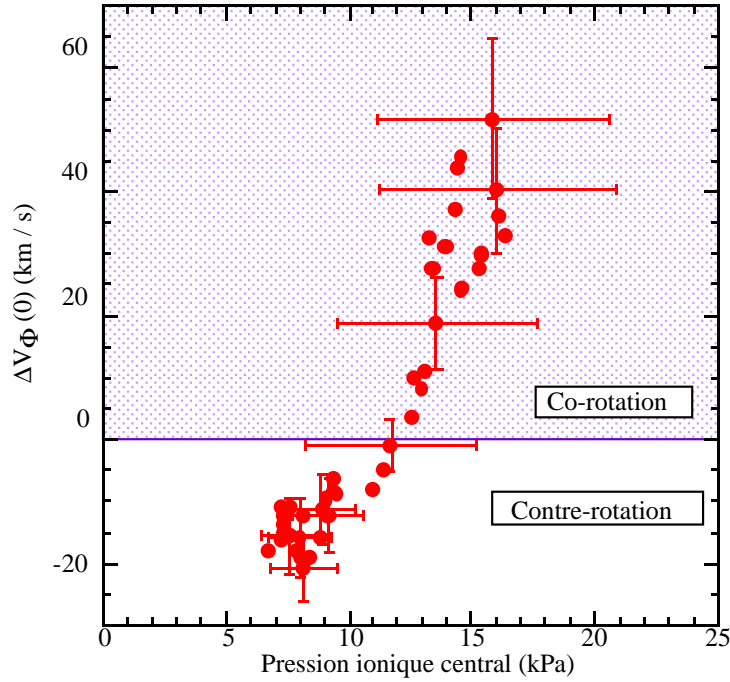


FIG. 6.27 - Variation de la vitesse toroïdale mesurée au centre en fonction de la pression ionique centrale.

plus élevé que celui de la décharge #25222 (cf figure 6.22), le taux de croissance maximal est plus élevé, et inversement. En effet, le bord ($r/a > 0.75$) est plus stable que le centre. Dans le cas étudié ici, on remarque donc que l'augmentation du gradient de température est déstabilisante et ce quelles que soient les valeurs des gradients de densité.

Effet du cisaillement de rotation

Le changement de la direction de rotation toroïdale de contre à co-rotation entraîne très certainement un changement du profil du champ électrique radial. Cependant, comme on ne dispose pas de mesure du profil radial de V_{φ} , on ne peut pas évaluer E_r à partir de l'équation (6.1). De plus, on a vu au chapitre 5.3.3 que la non-ambipolarité des pertes ripple ne nous permettait pas d'expliquer la bifurcation dans les conditions expérimentales observées. On se contente donc de supposer que ce changement de rotation a un effet sur le taux de cisaillement de vitesse γ_E et qu'il explique en partie l'amélioration du confinement. Cette supposition est confortée par l'observation expérimentale de la corrélation entre l'augmentation de la pression ionique au centre et la bifurcation de la vitesse toroïdale vers des valeurs de plus en plus élevées dans la direction du courant (cf figure 6.27).

6.3.3 Conclusion

Dans les décharges de Tore Supra à forte densité, les analyses de stabilité linéaire montrent que l'augmentation du cisaillement magnétique est stabilisante. Cette augmentation peut être générée par un changement du profil du courant résistif ou non-inductif (bootstrap). Le changement du courant résistif peut être provoqué par un changement du profil de la densité d'impuretés. La modification du courant de bootstrap peut être induite par un fort gradient de pression engendré par un chauffage central plus efficace. En effet, l'efficacité du chauffage central sur les ions, renforcée par un pourcentage d'Hydrogène minoritaire élevé, pourrait expliquer l'amélioration de confinement observée.

D'autre part, l'augmentation de la pression ionique semble corrélée à la bifurcation de la direction de la vitesse toroïdale de contre à co-courant. Le mécanisme responsable de cette bifurcation n'est pas identifié. Néanmoins, ce changement de direction entraîne un changement du profil du champ électrique radial que nous ne pouvons pas quantifier car nous ne disposons pas de mesure du profil de vitesse. Il est donc possible que le cisaillement de vitesse augmente et permette l'entrée dans le cercle vertueux où le cisaillement de vitesse et le piquage de la température et de la densité s'auto-entretiennent.

6.4 Conclusion générale

Notre analyse suggère que les mécanismes qui déclenchent l'amélioration du confinement dans TEXTOR et Tore Supra sont différents. Dans TEXTOR, une charge effective élevée provoquée par l'injection d'impuretés est trouvée avoir un effet stabilisant. Dans Tore Supra, les plasmas sont caractérisés par fort un cisaillement magnétique dont l'effet est stabilisant. Une fois l'amélioration déclenchée, les profils de densité et de température se piquent. L'analyse linéaire montre un effet déstabilisant de ces piquages simultanés. Par conséquent, la qualité du confinement est certainement maintenue par une augmentation du cisaillement de vitesse déclenchée par l'augmentation de ces mêmes piquages et/ou par un changement du profil de vitesse toroïdale. Dans Tore Supra, les mécanismes responsables du changement de cette vitesse restent à élucider.

Chapitre 7

Décharges à cisaillement magnétique négatif

7.1 Cadre général

Un des régimes à confinement amélioré le plus étudié est le mode H (pour "High confinement") [Wag82]. Pour obtenir une transition d'un mode L vers un mode H il faut une puissance minimale. Cette puissance de seuil est un des facteurs contraignants pour le coût des futurs tokamaks. Récemment des scénarios alternatifs dits de "tokamaks avancés" sont à l'étude afin de réduire le coût en réduisant le grand rayon ou le courant plasma nécessaires à l'obtention d'un temps de confinement donné. C'est dans cette perspective que les régimes à cisaillement magnétique¹ négatif sont actuellement étudiés sur de nombreuses machines.

L'inversion du profil du facteur de sécurité $q(r)$ ($s < 0$) est obtenue en générant du courant $j(r)$ hors de l'axe magnétique². Une amélioration du confinement est observée là où le profil du facteur de sécurité est plat ou inversé. La diminution locale du coefficient de transport est appelée barrière interne de transport (ou Internal Transport Barrier). Cette diminution engendre l'apparition d'un fort gradient de pression. Ce gradient entraîne un fort courant non-inductif (bootstrap). On entre alors dans un cercle vertueux où les profils de courant plats ou creux au centre sont source d'un piquage de pression générateur de courant dans la zone de gradient (cf figure 7.1). On quitte ce cercle lorsque les gradients de pression deviennent trop élevés et déclenchent des modes instables à grande échelle, dits modes magnétohydrodynamiques, qui entraînent la perte de l'amélioration du confinement, voire la disruption du plasma.

Il existe trois types de scénarios permettant d'obtenir un profil de courant creux :

1. Le cisaillement magnétique est noté s , il mesure le gradient du taux d'enroulement des lignes de champ magnétique, ou gradient du facteur de sécurité q , tel que : $s = \frac{r}{q} \frac{dq}{dr}$.

2. En effet le facteur de sécurité est défini comme $q(r) = \frac{r}{R} \frac{B_z}{B_\theta}$, soit : $q(0) = \frac{B_0}{\mu_0 R} \frac{2}{j(0)}$ où $j(0)$ est le profil de densité surfacique du courant dans la direction toroïdale à $r = 0$

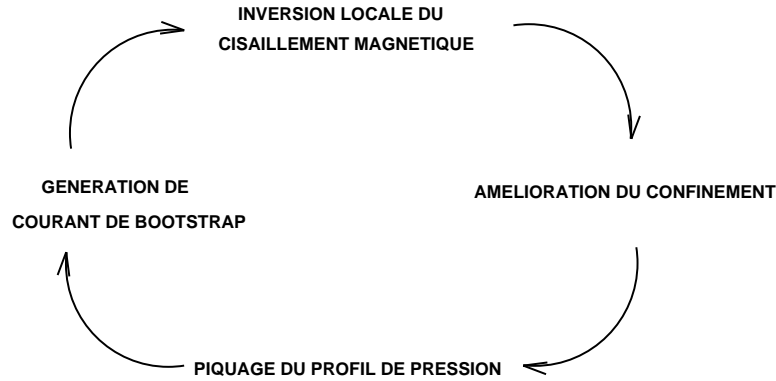


FIG. 7.1 - *Scénario de tokamak avancé.*

- Des scénarios utilisant la génération de courant par l’onde hybride basse (Tore Supra [Lit98]), ou par l’onde cyclotronique électronique (FTU [Bur99], ASDEX Upgrade [Gun00]);
- Des scénarios provoquant la génération de courant de bootstrap en injectant de la puissance additionnelle très tôt dans la décharge, pendant la montée de courant (injection de neutres et chauffage à la Fréquence Cyclotronique Ionique). Ces scénarios ont été largement étudiés en particulier sur DIII-D [Str95], TFTR [Lev95], JT60-U [Ish97], JET [Gor98]. Ils permettent d’obtenir des décharges très performantes où les fractions de la pression cinétique sur la pression magnétique sont élevées, donc l’activité magnétohydrodynamique réduite. Sur JET, c’est en mode "Optimised Shear" qu’un taux record de production de neutrons a été obtenu pour une décharge D-D. Le courant de bootstrap peut aussi être généré en injectant des glaçons de Deutérium pendant la phase de chauffage, mode PEP [Hug92];
- Enfin, il existe des scénarios où l’inversion du profil de q est obtenue en gelant la diffusion du courant résistif lors d’une montée rapide de courant.

Ce dernier scénario a été réalisé récemment sur Tore Supra. Il a permis la formation de barrières de transport internes en ayant uniquement recours au chauffage FCI après la montée de courant [Hoa00b]. Contrairement au chauffage par injection de neutres, le chauffage FCI permet d’obtenir des décharges où la température électronique est supérieure à la température ionique. Ce type de plasmas est pertinent vis-à-vis de plasmas de réacteur chauffés par les particules alpha.

7.2 Description des expériences

Le scénario étudié sur Tore Supra n’a pas recours à un chauffage additionnel pendant la montée de courant. La première phase du choc consiste à créer un

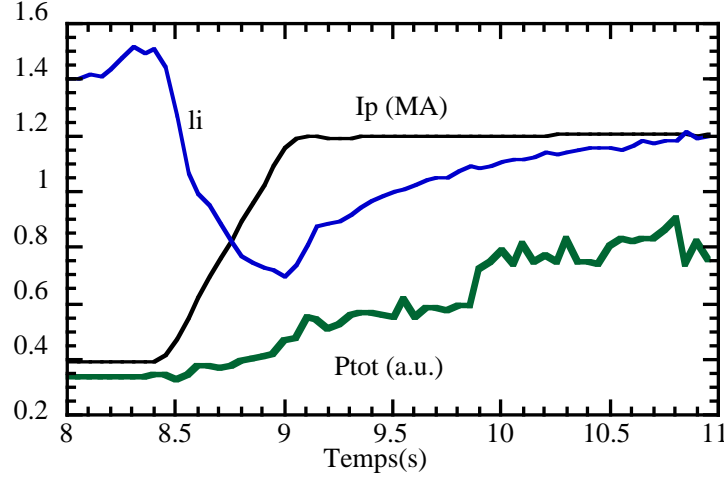


FIG. 7.2 - #25196, scénario avec montée de courant I_p , chute de la self-inductance li et puissance FCI de 2 MW à 4 MW.

plasma stable à faible courant (0.4 MA) et forte densité ($5 \times 10^{19} m^{-3}$) de manière à pouvoir coupler la puissance FCI (jusqu'à 4 MW) juste après la montée rapide du courant (de 0.4 MA à 1.2 MA en 0.5 s) (cf figure 7.2). Pendant la montée de courant, le cisaillement magnétique devient négatif (cf figure 7.3) aux temps 8.2s et 8.7s. Dès le début du deuxième plateau, une barrière de transport interne apparaît sur les profils de température et de densité électroniques. Le profil de pression électronique à différents instants est montré sur la figure 7.5. On voit que la barrière est maintenue pendant plusieurs secondes alors que le profil du facteur de sécurité relaxe vers une forme standard (cf figure 7.3 aux temps 9.8s et 10.8s).

L'amélioration du confinement de la décharge #25196 apparaît à 9.2s alors que le profil du facteur de sécurité a relaxé vers une forme standard. L'énergie des électrons est 40% plus élevée que la prédiction de Rebut-Lallia-Watkins [Reb89] fiable pour les modes L de Tore Supra (cf figure 7.4). La pression électronique obtenue avec 2 MW de puissance est équivalente à celle d'un mode-L avec 4 MW (cf figure 7.5). L'énergie totale augmente du même facteur que l'énergie des électrons (cf figure 7.4). On peut donc raisonnablement penser que le confinement des ions est aussi amélioré bien que l'on ne dispose pas d'information directe sur les profils de densité et de température des ions.

L'analyse de transport indique une diminution du coefficient de diffusion thermique effectif, χ_{eff} , à l'intérieur de la barrière de transport, figure 7.5. Ce coefficient y est inférieur d'un facteur compris entre 3 et 4 à celui d'un mode L.

D'autre part, on observe une diminution des fluctuations de densité³ dès la montée de courant lorsque le profil de courant creux est généré, figure 7.6. Ce faible

3. Les fluctuations de densité sont mesurées par diffusion hétérodyne d'un laser CO_2 pour un vecteur d'onde de $8 cm^{-1}$.

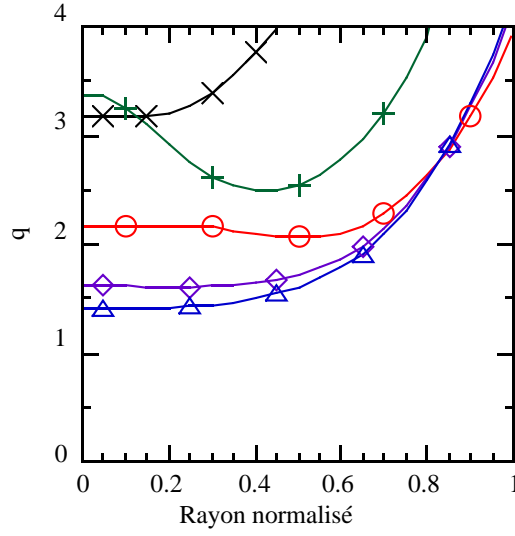


FIG. 7.3 - Evolution du profil du facteur de sécurité q . Pendant la montée du courant sans puissance FCI (x : à 8.2s; $+$: à 8.7s). Puis sur le plateau de courant avec puissance FCI (ronds: 9.1s; losanges: 9.8 s; triangles: 10.8s).

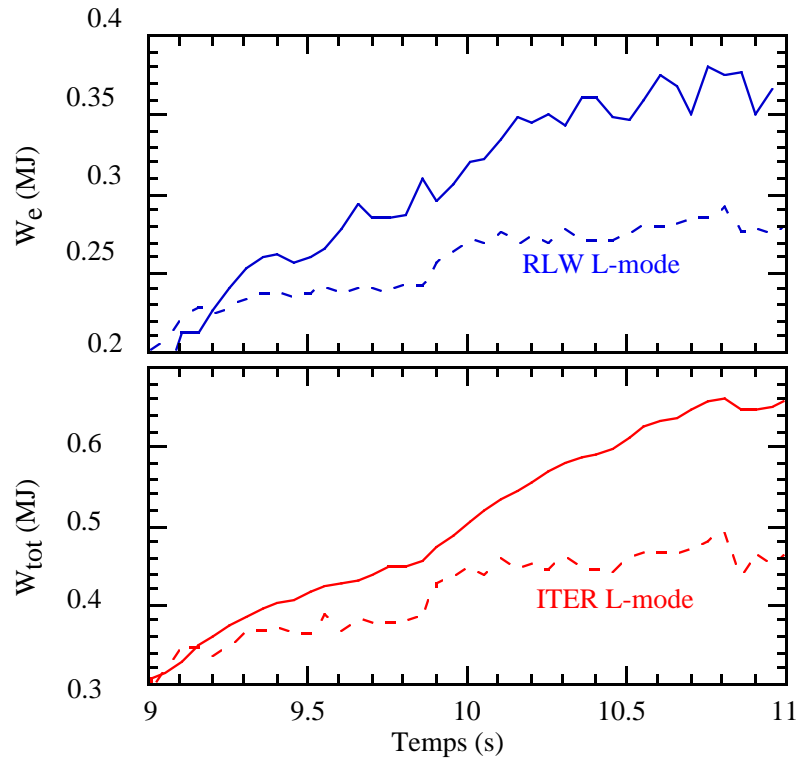


FIG. 7.4 - #25196. En haut: énergie des électrons par rapport à la prédiction Rebut-Lallia-Watkins [Reb89]. En bas: énergie totale par rapport à la prédiction ITER pour les modes L [Kay97] au cours du deuxième plateau de courant.

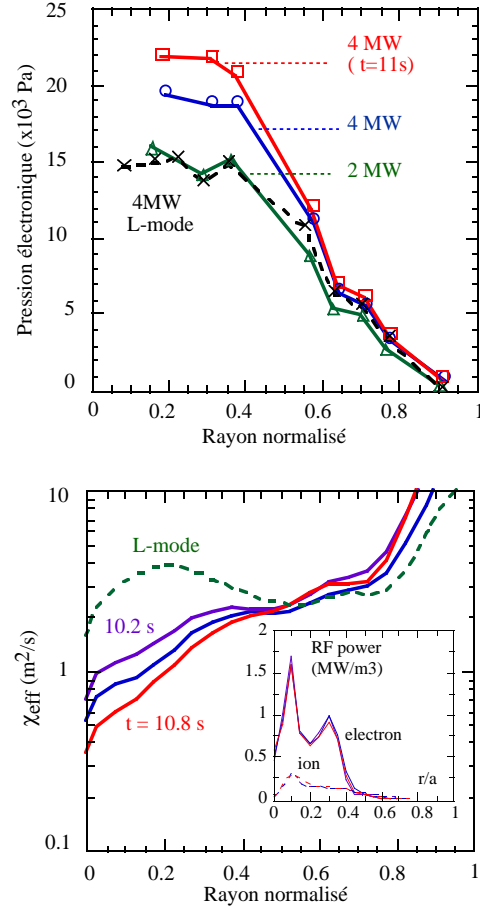


FIG. 7.5 - #25196. En haut : profils de pression électronique avec 2MW de puissance FCI : à 9.8s (triangles); avec 4 MW de puissance FCI : 10.2s (carrés) et 10.8s (cercles), la courbe en pointillés correspond à un choc de référence en mode L avec 4MW de puissance FCI. En bas : profils du coefficient de diffusion thermique effectif, χ_{eff} à 10.2s, 10.5s, 10.8s, comparés au coefficient du choc de référence en mode L.

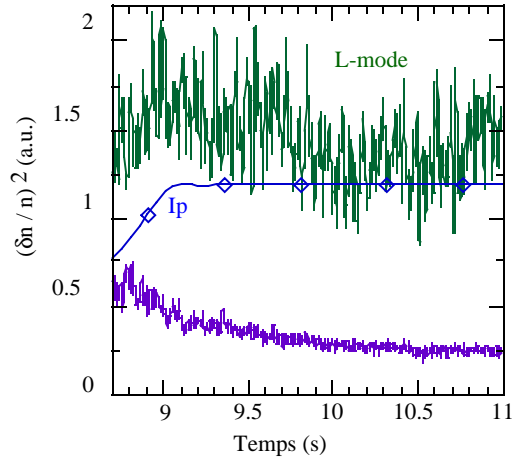


FIG. 7.6 - *Fluctuations de densité $\left(\frac{\delta n}{n}\right)^2$ en fonction du temps, pour une décharge similaire à #25196 avec formation d'une barrière de transport, et pour une décharge de référence avec le même courant #26580.*

niveau de turbulence est maintenu pendant toute la durée du deuxième plateau. Dans ces scénarios, l'obtention d'un cisaillement magnétique négatif semble nécessaire à la formation de la barrière de transport, et ce même si la forme du profil de q est redevenue monotone lorsque le confinement s'améliore. D'autre part, on observe que la chute des fluctuations de densité commence pendant la montée de courant, lorsque le cisaillement est localement négatif. Nous allons donc quantifier l'effet stabilisant du cisaillement magnétique négatif sur la stabilité linéaire. D'autre part, nous allons tenter d'identifier le facteur clef responsable du maintien du confinement amélioré pendant le deuxième plateau de courant. Nous verrons que le piquage des profils lors de la formation de la barrière est déstabilisant vis-à-vis de la stabilité linéaire. Mais, par ailleurs, nous verrons que ce fort piquage entraîne une augmentation du cisaillement de rotation et devient alors stabilisant.

7.3 Analyse de stabilité

Nous allons analyser la stabilité du plasma de la décharge #25196 à 2 temps différents. Le premier à 9.1s, juste après la montée de courant, lorsque le cisaillement magnétique est encore localement négatif et lorsque la barrière n'est pas encore formée. Le deuxième à 9.8s alors que le profil de facteur de sécurité a retrouvé une forme standard et que le confinement est amélioré. Les figures 7.7, 7.8 et 7.9 montrent respectivement les profils du piquage de densité, du piquage de température et du cisaillement magnétique aux 2 temps considérés.

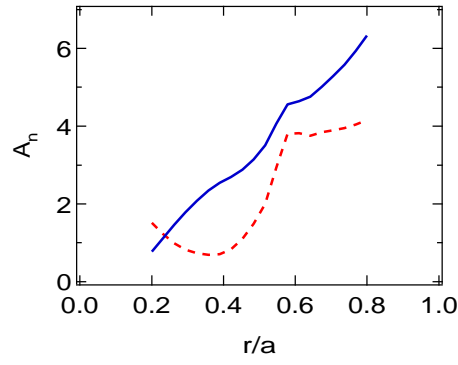


FIG. 7.7 - $A_n = \frac{-R\nabla_r n_e}{n_e}$ en fonction de r/a . Décharge #25196 à 9.8s : trait plein / 9.1s : pointillés.

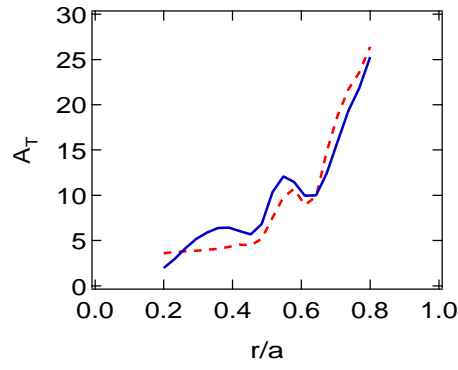


FIG. 7.8 - $A_T = \frac{-R\nabla_r T_e}{T_e}$ en fonction de r/a . Décharge #25196 à 9.8s : trait plein / 9.1s : pointillés.

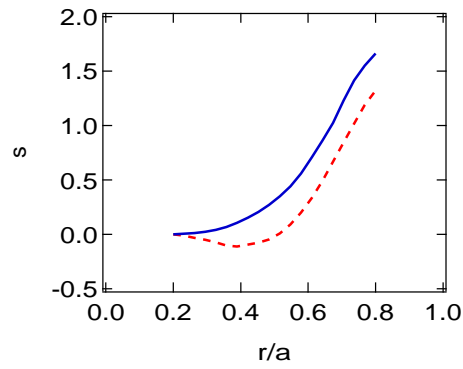


FIG. 7.9 - $s = \frac{r\nabla_r q}{q}$ en fonction de r/a . Décharge #25196 à 9.8s : trait plein / 9.1s : pointillés.

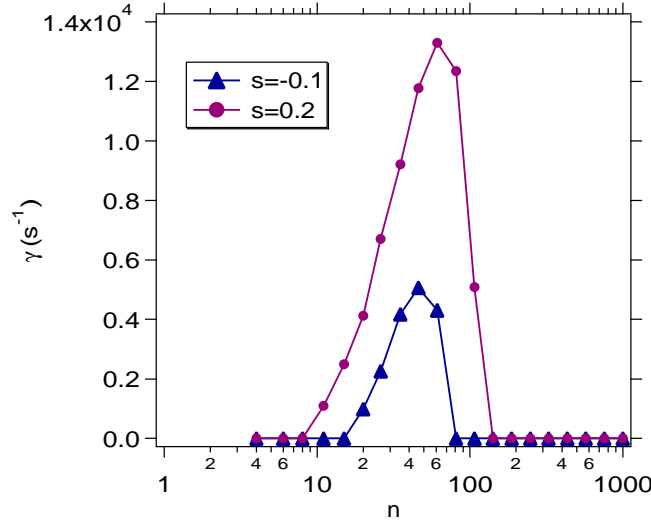


FIG. 7.10 - *Effet du cisaillement magnétique négatif. Spectres des taux de croissance #25195 à 9.1s: $s = -0.1$ réel, croix; $s = 0.2$ standard, points.*

7.3.1 Effet du cisaillement magnétique

Afin de quantifier l'effet du cisaillement magnétique négatif, nous allons comparer la stabilité de la décharge #25196 à 9.1s (s localement négatif) avec un plasma dont le profil de q est monotone. En particulier, nous allons regarder quel est l'effet de cette différence de profil sur le spectre de modes instables au rayon correspondant à la valeur la plus négative du cisaillement magnétique, soit $r/a = 0.4$ (cf figure 7.9), (cf figure 7.10).

On observe une diminution des taux de croissance de plus d'un facteur 2 sur tout le spectre lorsque l'on passe d'un cisaillement magnétique standard à la valeur négative du cisaillement effectivement mesurée. On remarque que seuls des modes de nombres d'onde inférieurs à 100 tels que $k_{\theta}\rho_i < 1$ sont déstabilisés (cf partie 3.2.3 et figure 3.2).

7.3.2 Effet des piquages de densité et de température

Nous savons que le confinement est amélioré à 9.8s alors qu'il ne l'est pas encore à 9.1s. Nous allons donc comparer le taux de croissance maximal sur chaque spectre en fonction du rayon normalisé r/a pour le plasma obtenu à 9.1s et le plasma obtenu à 9.8s (cf figure 7.11). Cette comparaison nous permet de voir si l'analyse linéaire peut expliquer l'amélioration du confinement qui est observée. Entre $r/a = 0.2$ et $r/a = 0.6$, les taux de croissance à 9.8s sont plus élevés que les taux de croissance à 9.1s. Or cette région correspond précisément à la région pour laquelle on observe une diminution du coefficient de transport effectif (cf figure 7.5). On a donc une contradiction entre les observations expérimentales

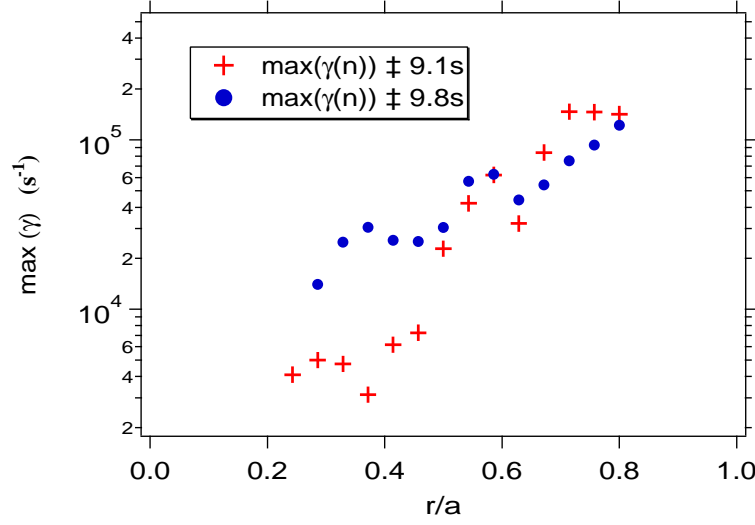


FIG. 7.11 - *Effet des piquages de densité et de température. Taux de croissance maximal, en fonction de r/a . #25196 à 9.1s: croix, #25196 à 9.8s: points.*

et les résultats de cette analyse. L'analyse linéaire de stabilité ne permet donc pas d'expliquer l'amélioration du confinement observée au cours du plateau de courant. Seul un fort taux de cisaillement de rotation pourrait expliquer la stabilisation observée. Nous allons donc évaluer le cisaillement de rotation au cours du plateau de courant et regarder si les valeurs qu'il atteint sont suffisamment élevées pour stabiliser les modes restés linéairement instables.

7.3.3 Effet du cisaillement de rotation

Ne disposant pas de mesures directes nous permettant de déterminer le champ électrique radial, nous déduisons $E_r(r)$ de la non-ambipolarité des pertes ripple (cf chapitre 5). Au cours du plateau, le plasma est chauffé par des ondes FCI sur l'Hydrogène minoritaire. Ce type de chauffage produit des ions suprathermiques qui sont peu collisionnels et donc facilement perdus dans le ripple (cf partie 5.3.2). Ces pertes s'ajoutent aux pertes d'ions thermiques. Il faudrait donc en tenir compte pour évaluer E_r . Ne disposant pas de l'outil numérique permettant de tenir compte des pertes de particules supra-thermiques, nous allons simplement déduire le champ électrique radial des pertes d'ions thermiques (cf parties 5.2.2 et 5.3.1). Ce qui revient à sous-estimer les pertes ripple d'ions, donc à sous-estimer la valeur du champ électrique. D'après l'équation (5.19) on a :

$$E_r \simeq \frac{T_i}{Z_i n_i} \frac{\partial n_i}{\partial r} + 3.5 \frac{1}{Z_i} \frac{\partial T_i}{\partial r} \quad (7.1)$$

On remarque que plus les gradients de température et de densité ioniques sont forts, plus la valeur du champ électrique est élevée. Nous supposons que la bar-

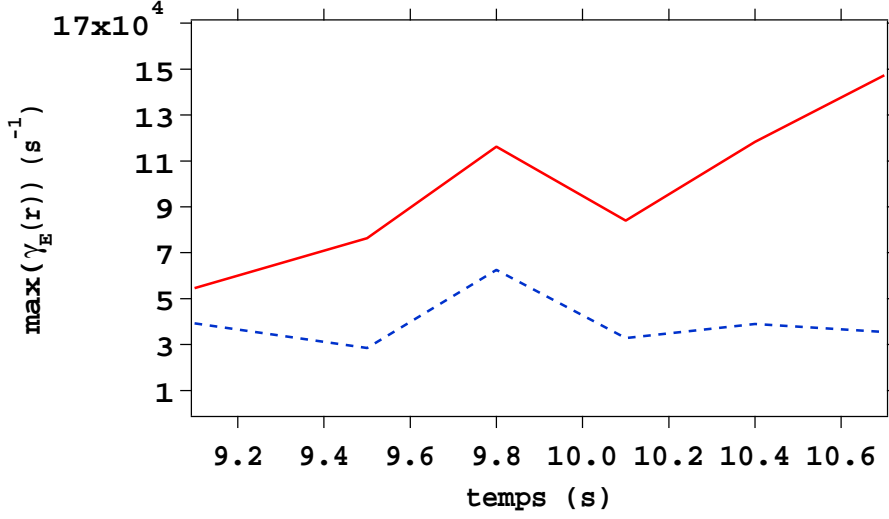


FIG. 7.12 - # 25196, γ_E^{max} , trait plein, et $\gamma_0^{max}(r/a = 0.6)$, trait pointillé, en fonction du temps.

rière interne est aussi présente sur les profils de densité et de température des ions. Nous évaluons ainsi $E_r(r)$ et nous en déduisons le taux de cisaillement de rotation γ_E donné par l'équation (5.2). γ_E est sensible aux dérivées premières et secondes des profils. La forme des profils n'étant pas connue de façon précise, l'évaluation du taux de cisaillement de rotation est à considérer comme une information qualitative.

γ_E atteint son maximum dans la zone de gradient, là où la barrière se forme ($r/a \simeq 0.6$). L'évolution temporelle de la valeur maximale de γ_E prise sur chaque profil radial est comparée à la valeur maximale du taux de croissance sur le spectre obtenu à $r/a = 0.6$ (cf figure 7.12). On observe que la valeur de $\max(\gamma_E(r))$ augmente au cours de la phase à courant constant, cette augmentation est corrélée avec l'amélioration du confinement (cf figure 7.4). D'autre part, on remarque que $\max(\gamma_E(r))$ est supérieur au maximum du taux de croissance au même rayon, $\gamma_0^{max}(r/a = 0.6)$. Le critère de stabilisation donné par la condition $\gamma_E > \gamma_0^{max}$ [Wal94] est donc rempli tout au cours du plateau à $r/a = 0.6$. La domination de γ_E sur γ_0^{max} est renforcée au cours du temps: à 9.8s le taux de cisaillement de rotation est deux fois plus élevé que γ_0^{max} et à 10.7s il est quatre fois plus élevé. Malgré de fortes incertitudes sur la valeur exacte de $\max(\gamma_E(r))$, sa nette domination nous permet d'en déduire que le cisaillement de vitesse joue très certainement un rôle stabilisant au cours du deuxième plateau de courant.

7.3.4 Conclusion

Notre analyse montre que l'apparition de barrière interne de transport avec du chauffage à la Fréquence Cyclotronique Ionique dans Tore Supra est déclenchée

par l'effet localement stabilisant du cisaillement magnétique négatif. Cet effet stabilisant est corrélé avec la chute des mesures de fluctuation de densité dès la montée de courant. Une fois la barrière formée, le piquage des profils de densité et de température provoque une augmentation du taux de cisaillement de vitesse jusqu'à des valeurs supérieures au taux de croissance maximal. La barrière est alors probablement auto-entretenu par l'intermédiaire du cisaillement de vitesse. Comme dans les décharges à forte densité, analysées au chapitre précédent, nous trouvons qu'il existe un mécanisme linéairement stabilisant qui permet la réduction du transport turbulent. Les analyses linéaires montrent que cette stabilisation est transitoire puisque le piquage simultané des profils de densité et de température y est trouvé être déstabilisant. Au contraire, le taux de cisaillement de rotation est renforcé par ce piquage. Il permet donc certainement de maintenir la bonne qualité du confinement.

Conclusion

Dans les plasmas de tokamak, le transport de l'énergie est principalement de nature turbulente. La compréhension de ce transport est donc nécessaire :

- pour prédire la qualité du confinement dans les futurs tokamaks;
- pour guider les expériences actuelles;
- pour identifier les paramètres clefs permettant l'obtention de décharges à confinement amélioré.

Deux approches sont possibles :

- une analyse linéaire donnant accès au comportement des seuils de stabilité vis-à-vis des paramètres caractérisant le plasma;
- une analyse non-linéaire donnant accès au transport turbulent une fois les instabilités déclenchées.

Dans cette thèse, nous nous sommes attachés à l'analyse linéaire de la stabilité des plasmas de tokamak. Pour ce faire, nous avons cherché à évaluer la rapidité avec laquelle s'amorcent les instabilités. Nous avons donc développé un outil numérique permettant d'obtenir les taux de croissance des modes instables pour chaque rayon et chaque nombre d'onde à partir des profils de densité et de température, et de la configuration magnétique d'un plasma donné. Le plasma est représenté par des fonctions de distribution dont la réponse au champ fluctuant est modélisée par les équations de Vlasov et de Maxwell. De manière à rendre l'analyse de stabilité la plus rapide possible, nous avons effectué un certain nombre d'approximations : l'effet des fluctuations du champ magnétique est négligé; nous supposons que le potentiel électrostatique fluctuant prend la forme d'une fonction d'essai gaussienne; seul l'effet des gradients des profils caractérisant le plasma est inclus, les dérivées secondes sont négligées (on parle de représentation de bal-lonnement à l'ordre le plus bas); nous supposons aussi que les modes dont nous calculons les taux de croissance sont localisés dans la zone généralement la plus instable, là où le champ magnétique est le plus faible. L'ensemble de ces approximations permettent à notre code de se distinguer des autres par sa rapidité et donc par la possibilité de rendre son utilisation quasiment systématique (il faut

environ 5h sur une station de travail EV6 pour obtenir les taux de croissance à 20 rayons et 50 nombres d'onde).

Nous avons détaillé les effets globalement stabilisants d'une augmentation du nombre de charge effectif du plasma, d'un accroissement du piquage du profil de densité et d'un cisaillement du facteur de sécurité (ou cisaillement magnétique) négatif. Les résultats que nous obtenons sont en accord avec différents auteurs. Ceci nous a permis de valider les approximations que nous faisons.

D'autre part, le cisaillement de la rotation induite par le champ électrique est un paramètre fortement stabilisant. Afin de le prendre en compte dans nos analyses, nous avons eu recours à un modèle néo-classique permettant de déterminer le profil du champ électrique radial. Ce modèle se base sur la non-ambipolarité des flux d'électrons et d'ions provoquée par les modulations du champ magnétique entre les bobines poloïdales. Cette évaluation est consistante avec les mesures de la vitesse toroïdale d'ions lourds dans des plasmas sans chauffage additionnel. On a aussi un bon accord qualitatif avec la plupart des mesures de vitesse dans des plasmas chauffés à la fréquence cyclotronique ionique ou hybride. Cependant, certains plasmas à confinement amélioré chauffés à la fréquence cyclotronique ionique sont caractérisés par une bifurcation de la direction de rotation toroïdale. Le modèle que nous utilisons n'est pas en mesure d'expliquer cette bifurcation.

L'analyse linéaire de stabilité couplée à une évaluation du cisaillement de rotation nous a permis d'étudier la stabilité de plasmas expérimentaux.

On s'est intéressé en particulier à deux types de plasmas : des plasmas denses obtenus dans les tokamaks TEXTOR et Tore Supra; et des plasmas avec de forts gradients de pression obtenus dans Tore Supra (on parle de barrières de transport internes). L'amélioration du confinement dans les plasmas denses et radiatifs de TEXTOR dits modes RI (Radiative Improved modes) apparaît suite à l'injection d'Argon, de Néon ou de Silicium. Notre analyse montre que la présence de ces impuretés dans le plasma a un effet clairement stabilisant. L'amélioration du confinement dans les plasmas denses de Tore Supra est probablement déclenchée par une augmentation du cisaillement magnétique ou par un changement de la rotation lié à un chauffage à la fréquence cyclotronique ionique rendu plus efficace par un fort pourcentage d'Hydrogène. Dans les plasmas de Tore Supra où l'on observe la formation d'une barrière de transport interne, nous avons montré que l'amélioration du confinement était certainement provoquée par un cisaillement magnétique négatif. Dans ces trois cas, la qualité du confinement est ensuite probablement maintenue par une augmentation du cisaillement de rotation.

De nombreuses questions restent encore ouvertes. En particulier, la source du champ électrique radial dans les plasmas où on observe une bifurcation de la direction de la vitesse toroïdale reste à élucider.

Nous avons montré que le code linéaire cinétique développé au cours de cette thèse est facilement utilisable pour analyser la stabilité dans un plasma donné. Ce code peut aussi être utilisé pour étudier le comportement de la valeur du gradient de température au-dessus de laquelle apparaissent les instabilités. La

confrontation de cette valeur avec les observations expérimentales peut s'avérer instructive quant au pouvoir prédictif de ces simulations.

Annexe A

Calcul détaillé des fonctionnelles

Pour résoudre l'équation :

$$\mathcal{D}(\omega) = \sum_s \frac{n_s Z_s^2}{T_s} [1 - \mathcal{L}_{sp}(\omega) - \mathcal{L}_{sc}(\omega)] = 0 \quad (\text{A.1})$$

on a besoin d'exprimer les fonctionnelles $\mathcal{L}_{sp}(\omega)$ pour les particules piégées et $\mathcal{L}_{sc}(\omega)$ pour les particules circulantes.

A.1 Particules piégées

Pour les particules piégées, la fonctionnelle s'écrit comme suit :

$$\mathcal{L}_{sp}(\omega) = \langle \int \frac{dk_r}{2\pi} J_0^2(k_\perp \rho_{cs}) J_0^2(k_r \delta_s) \frac{\omega - n\omega_s^*}{\omega - n\omega_3 + i0^+} |\tilde{\phi}(k_r)|^2 \rangle_p \quad (\text{A.2})$$

avec :

$$\langle \dots \rangle_p = \int_0^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\mathcal{E}} e^{-\mathcal{E}} d\mathcal{E} \quad \int_{\lambda_c}^1 \frac{d\lambda}{4\bar{\omega}_2} \dots = f_p \quad \int_0^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\mathcal{E}} e^{-\mathcal{E}} d\mathcal{E} \quad \int_0^1 K(\kappa) \kappa d\kappa \dots$$

κ est tel que :

$$\begin{aligned} \lambda &= 1 - 2\epsilon\kappa^2 \\ n\omega_s^* &= -\frac{k_\theta T_s}{e_s B} \left[\frac{1}{L_{ns}} + \frac{1}{L_{Ts}} (\mathcal{E} - 3/2) \right] \\ L_{ns} &= -\frac{n_s}{\nabla_r n_s} \quad L_{Ts} = -\frac{T_s}{\nabla_r T_s} \end{aligned}$$

$$n\omega_3 = n\omega_{gs} \mathcal{E} = -\frac{k_\theta T_s}{e_s B R} f(\kappa) \mathcal{E}$$

avec

$$f(\kappa) = \left(2 \frac{E(\kappa)}{K(\kappa)} - 1 + 4s(\kappa^2 - 1 + \frac{E(\kappa)}{K(\kappa)}) \right)$$

E et K sont les intégrales elliptiques complètes de première et deuxième espèce. On travaille avec des fonctions de distribution maxwelliennes. Les particules considérées ont donc majoritairement une énergie cinétique aux environs de T_s . Dans la suite on sépare du reste l'intégration en énergie des fonctions de Bessel, de la façon suivante :

$$\int_0^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\mathcal{E}} e^{-\mathcal{E}} d\mathcal{E} J_0^2(a\mathcal{E}) = e^{-a^2} I_0(a^2) = \mathcal{B}(a) \quad (\text{A.3})$$

D'où :

$$\mathcal{L}_{sp}(\omega) \simeq \left\langle \frac{\omega - n\omega_s^*}{\omega - n\omega_3} \right\rangle_p \mathcal{B}(k_\perp \rho_{cs}^{th}) \mathcal{B}(k_r \delta_s^{th}) \quad (\text{A.4})$$

avec :

$$\mathcal{B}(k_\perp \rho_{cs}^{th}) \mathcal{B}(k_r \delta_s^{th}) \simeq \mathcal{B}(k_\theta \rho_{cs}^{th}) \mathcal{B}(k_r \delta_s^{th})$$

car comme $\rho_{cs}^{th} \ll \delta_s^{th}$, la largeur importante dans la direction radiale pour les particules piégées est la largeur banane.

On réécrit \mathcal{L}_{sp} de façon à mettre l'intégrale en énergie sous la forme d'intégrales de Fried et Conte :

$$\mathcal{L}_{sp}(\omega) \simeq \left\langle \frac{\Omega \frac{Z_s}{\tau_s f(\kappa)} - \left(\frac{A_{ns}}{f(\kappa)} + \frac{A_{Ts}}{f(\kappa)} (\mathcal{E} - 3/2) \right)}{\Omega \frac{Z_s}{\tau_s f(\kappa)} - \mathcal{E}} \right\rangle_p \mathcal{B}(k_\theta \rho_s^{th}) \mathcal{B}(k_r \delta_s^{th}) \quad (\text{A.5})$$

avec : $\Omega = \omega \frac{RB_e}{k_\theta \bar{T}}$, $A_{ns} = \frac{R}{L_{ns}}$, $A_{Ts} = \frac{R}{L_{Ts}}$ et $e_s = Z_s e$, $T_s = \tau_s \bar{T}$ ($\bar{T} = 1 keV$).

On pose $z_s^2 = \Omega \frac{-Z_s}{\tau_s f(\kappa)}$ et $v^2 = \mathcal{E}$, on a alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{sp}(\omega) \simeq & \int_p \int_0^1 K(\kappa) \kappa d\kappa \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} v^2 dv e^{-v^2} \frac{-z_s^2 - \frac{3}{2} \frac{A_{Ts}}{f(\kappa)} + \frac{A_{ns}}{f(\kappa)} + \frac{A_{Ts}}{f(\kappa)} v^2}{v^2 - z_s^2} \mathcal{B}(k_\theta \rho_{cs}^{th}) \mathcal{B}(k_r \delta_s^{th}) = \\ & \int_p \int_0^1 K(\kappa) \kappa d\kappa 2 \left[(-z_s^2 - \frac{3}{2} \frac{A_{Ts}}{f(\kappa)} + \frac{A_{ns}}{f(\kappa)}) Z_1(z_s) + \frac{A_{Ts}}{f(\kappa)} Z_2(z_s) \right] \mathcal{B}(k_\theta \rho_{cs}^{th}) \mathcal{B}(k_r \delta_s^{th}) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Où :

$$Z_1(z_s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{v^2}{\sqrt{\pi}} dv e^{-v^2} \frac{1}{v^2 - z_s^2} = 1 + z_s Z(z_s)$$

et :

$$Z_2(z_s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{v^4}{\sqrt{\pi}} dv e^{-v^2} \frac{1}{v^2 - z_s^2} = \frac{1}{2} + z_s^2 Z_1(z_s)$$

Z étant la fonction de Fried et Conte telle que :

$$Z(z_s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} dv e^{-v^2} \frac{1}{v - z_s} = i\sqrt{\pi} e^{-z_s^2} \text{erfc}(-iz_s)$$

où z_s est la racine carrée de $\Omega \frac{-Z_s}{\tau_s f(\kappa)}$ dont la partie imaginaire est positive.

A.2 Particules circulantes

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{sc}(\omega) = \\ \langle -id \frac{\omega - \omega_s^*}{|\omega_2|} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\bar{\varphi}_2 d\bar{\varphi}_2'}{2\pi} H(\frac{\bar{\varphi}_2' - \bar{\varphi}_2}{\omega_2}) J_0(k_{\perp}(\bar{\varphi}_2)\rho_{cs}) \tilde{\phi}(\bar{\varphi}_2) J_0(k_{\perp}(\bar{\varphi}_2')\rho_{cs}) \tilde{\phi}^*(\bar{\varphi}_2') \rangle_c = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\langle \dots \rangle_c = \int_0^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\mathcal{E}} e^{-\mathcal{E}} d\mathcal{E} \int_0^{\lambda_c} \frac{d\lambda}{4\bar{\omega}_2} \frac{1}{2} \sum_{\epsilon_{\parallel}} \dots$$

$\bar{\varphi}_2 = kd$, d'où :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{sc}(\omega) = -i \langle \frac{\omega - n\omega_s^*}{|\omega_2|} |d| \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \frac{dk dk'}{2\pi} J_0(k_{\perp}(k)\rho_s) \hat{\phi}(k) J_0^*(k_{\perp}(k')\rho_s) \\ \hat{\phi}^*(k') H(d \frac{k' - k}{\omega_2}) \exp(i(\frac{\omega - n\omega_{ds}}{\omega_2} d(k' - k))) \rangle_c \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

avec :

$$d = -\frac{1}{n\partial_r q}$$

On effectue une transformée de Fourier inverse sur $\hat{\phi}$:

$$\hat{\phi}(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx e^{-ikx} \phi(x)$$

et un changement de variables tel que :

$$\begin{cases} k_+ = \frac{k+k'}{2} \\ k_- = k' - k \end{cases}$$

et :

$$\begin{cases} x_+ = \frac{x+x'}{2} \\ x_- = x' - x \end{cases}$$

d'où :

$$-kx + k'x' = k_+x_- + k_-x_+$$

et :

$$dk' dk = dk_- dk_+$$

La fonctionnelle devient alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{sc}(\omega) = -i \langle \frac{\omega - n\omega_s^*}{|\omega_2|} |d| \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk_+ dk_-}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_+ dx_- \phi(x_+ - \frac{x_-}{2}) \phi^*(x_+ + \frac{x_-}{2}) \\ e^{i(k_+x_- + k_-x_+)} H(d \frac{k_-}{\omega_2}) \exp(i(\frac{\omega - n\omega_{ds}}{d} \frac{k_-}{\omega_2})) \rangle_c \mathcal{B}(k_{\perp} \rho_{cs}^{th}) \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

H est la fonction de Heaviside telle que $H(d \frac{k_-}{\omega_2})$ vaut 0 si $d \frac{k_-}{\omega_2} < 0$ et 1 sinon. ω_2 est proportionnelle à ϵ_{\parallel} donc, si $\epsilon_{\parallel} \frac{d}{|d|} = 1$, $k_- \in [0, +\infty]$, et si $\epsilon_{\parallel} \frac{d}{|d|} = -1$,

$k_- \in [-\infty, 0]$. D'autre part, sachant que $\frac{1}{X} = -i \int_0^{+\infty} d\sigma e^{iX\sigma}$, si $Im(X) > 0$, l'intégration en k_- se simplifie et on obtient :

$$\mathcal{L}_{sc}(\omega) = \left\langle \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk_+}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_+ dx_- \phi(x_+ - \frac{x_-}{2}) \phi^*(x_+ + \frac{x_-}{2}) e^{i(k_+ x_-)} \frac{\omega - n\omega_s^*}{\omega - n\omega_{ds} - k_{\parallel} V_{\parallel} + i0^+} \right\rangle_c \mathcal{B}(k_{\perp} \rho_{cs}^{th}) \quad (\text{A.10})$$

$$k_{\parallel} V_{\parallel} = -\frac{\omega_2 x_+}{d}$$

On suppose que le potentiel électrostatique ϕ est de la forme des solutions de l'équation fluide :

$$\phi(x) = \frac{\phi_0}{\sqrt{\sqrt{\pi} w}} e^{-\frac{x^2}{2w^2}}$$

Dans notre approche cinétique, on ne déduit pas de façon consistante la largeur de mode w de la fréquence ω . On suppose a priori la valeur de w . Pour ce faire, on se base sur le résultat fluide lorsque l'instabilité dominante est l'interchange, c'est-à-dire pour $\omega^2 = -n\omega_s^* n\omega_{gs}$. D'autre part, on considère les effets de largeur banane finie aux grandes longueurs d'onde, d'où : $J_0^2(k_r \delta_s) \simeq 1 - \frac{(k_r \delta_s)^2}{2}$, $k_r = \frac{1}{w}$. La largeur des modes est alors contrainte par l'équilibre entre la dynamique parallèle et les effets de largeur banane finie.

$$f_c \frac{w^2 k_{\parallel}^2 c_{eff}^2}{-\omega^2} = f_p \frac{\delta_{eff}^2}{w^2} \quad (\text{A.11})$$

On obtient alors :

$$w^4 = \frac{f_p \frac{q^2}{2\epsilon} \sum_s J_0^2(k_{\theta} \rho_{cs}) \frac{T_s m_s}{Z_s^2 \epsilon^2 B^2}}{f_c \frac{R}{L_s^2} \sum_s J_0^2(k_{\theta} \rho_{cs}) \frac{T_s \epsilon^2 B^2}{m_s} \frac{\sum_s n_s \frac{Z_s^2}{T_s}}{\sum_s n_s \frac{T_s}{L_{ps}}}} \quad (\text{A.12})$$

Les largeurs bananes, les vitesses thermiques et les taux de croissance de l'interchange sont pondérés par des fonctions de Bessel. Par exemple, pour des nombres d'onde tels que $k_{\theta} \rho_i \ll 1$, ceci permet de rendre les ions adiabatiques et donc de bien avoir une largeur de mode dépendant uniquement de grandeurs électroniques. On pose $\phi_0 = 1$, on a alors :

$$\phi \phi^* = \frac{1}{\sqrt{\pi} w} e^{-\frac{x_+^2 + \frac{x_-^2}{4}}{w^2}}$$

L'intégration en x_- devient analytique :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx_- \frac{1}{\sqrt{\pi} w} e^{ik_+ x_-} e^{-\frac{x_-^2}{4w^2}} = 2e^{-k_+^2 w^2}$$

La fonctionnelle donnée en (A.10) vaut :

$$\mathcal{L}_{sc}(\omega) \simeq \left\langle \int_{-\infty}^{+\infty} dx_+ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk_+}{\pi} \frac{\omega - n\omega_s^*}{\omega - n\omega_{ds} - k_{\parallel} V_{\parallel} + i0^+} e^{-k_+^2 w^2} e^{-\frac{x_+^2}{w^2}} \right\rangle_c \mathcal{B}(k_{\perp} \rho_{cs}^{th}) \quad (\text{A.13})$$

On pose $\rho^* = \frac{x_{\perp}}{w}$ et $k^* = k_{\perp} w$. D'autre part,

$$k_{\parallel} V_{\parallel} = -\frac{w}{d} \rho^* \frac{V_{Ts}}{qR} \bar{\omega}_2(\lambda) \sqrt{\mathcal{E}} \epsilon_{\parallel}$$

et

$$n\omega_{ds} = k_{\theta} V_{gs}(\lambda) \mathcal{E} \left(\cos(k^* \frac{d}{w}) + sk^* \frac{d}{w} \sin(k^* \frac{d}{w}) \right)$$

avec : $V_{gs}(\lambda) = -\frac{T_s}{Z_s B} \frac{1}{R} (2 - \lambda b)$ et $V_{Ts} = \sqrt{\frac{2T_s}{m_s}}$.

$$\mathcal{L}_{sc}(\omega) \simeq \frac{\int_0^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\mathcal{E}} e^{-\mathcal{E}} d\mathcal{E}}{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\rho^*}{\sqrt{\pi}} e^{-\rho^{*2}}} \frac{\int_0^{\lambda_c} \frac{d\lambda}{4\bar{\omega}_2} \frac{1}{2} \sum \epsilon_{\parallel}}{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk^*}{\sqrt{\pi}} e^{-k^{*2}} \frac{\omega - n\omega_s^*}{\omega - n\omega_{ds} - k_{\parallel} V_{\parallel} + i0^+} \mathcal{B}(k_{\perp} \rho_{cs}^{th})} \quad (\text{A.14})$$

L'intégration des particules circulantes est plus délicate. Dans le but de simplifier l'intégration numérique, on s'affranchit de la moyenne en λ comme suit :

$$\mathcal{L}_{sc}(\omega) \simeq f_c \frac{\int_0^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\mathcal{E}} e^{-\mathcal{E}} d\mathcal{E} \frac{1}{2} \sum \epsilon_{\parallel}}{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\rho^*}{\sqrt{\pi}} e^{-\rho^{*2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk^*}{\sqrt{\pi}} e^{-k^{*2}} \frac{\omega - n\omega_s^*}{\omega - \langle n\omega_{ds} \rangle_{\lambda} - \langle k_{\parallel} V_{\parallel} \rangle_{\lambda} + i0^+} \mathcal{B}(k_{\perp} \rho_{cs}^{th})} \quad (\text{A.15})$$

Avec $\langle n\omega_{ds} \rangle_{\lambda}$ et $\langle k_{\parallel} V_{\parallel} \rangle_{\lambda}$ tels que l'on retrouve le résultat obtenu dans la limite fluide :

$$\begin{aligned} \langle n\omega_{ds} \rangle_{\lambda} &= n\bar{\omega}_{gs} f(k^*) \mathcal{E} \\ \langle k_{\parallel} V_{\parallel} \rangle_{\lambda} &= k_{\parallel} \bar{V}_{\parallel} \rho^* \sqrt{\mathcal{E}} \epsilon_{\parallel} \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned} f(k^*) &= \frac{4}{3} \left(\cos(k^* \frac{d}{w}) + sk^* \frac{d}{w} \sin(k^* \frac{d}{w}) \right) \\ n\bar{\omega}_{gs} &= -\frac{k_{\theta} T_s}{e_s B} \frac{1}{R} \\ k_{\parallel} \bar{V}_{\parallel} &= -\frac{w}{d} \frac{V_{Ts}}{qR} \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

On écrit \mathcal{L}_{sc} de manière à reconnaître une forme analytique de l'intégration en énergie \mathcal{E} :

$$\mathcal{L}_{sc}(\omega) \simeq \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\rho^*}{\sqrt{\pi}} e^{-\rho^{*2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk^*}{\sqrt{\pi}} e^{-k^{*2}}}{\left\{ \left(\frac{-\omega}{n\bar{\omega}_{gs}} + \frac{n\omega_{ns}^*}{n\bar{\omega}_{gs}} - \frac{3}{2} \frac{n\omega_{Ts}^*}{n\bar{\omega}_{gs}} \right) \mathcal{I}_s(k^*, \rho^*) + \frac{n\omega_{Ts}^*}{n\bar{\omega}_{gs}} \mathcal{J}_s(k^*, \rho^*) \right\} \mathcal{B}(k_{\perp} \rho_{cs}^{th})} \quad (\text{A.16})$$

avec :

$$\mathcal{I}_s(k^*, \rho^*) = \frac{1}{2} \sum \epsilon_{\parallel} \frac{1}{f(k^*)} \int_0^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\mathcal{E}} e^{-\mathcal{E}} d\mathcal{E} \frac{1}{\mathcal{E} + \frac{k_{\parallel} \bar{V}_{\parallel} \rho^* \epsilon_{\parallel}}{n\bar{\omega}_{gs} f(k^*)} \sqrt{\mathcal{E}} + \frac{-\omega}{n\bar{\omega}_{gs} f(k^*)}} \quad (\text{A.17})$$

et :

$$\mathcal{I}_s(k^*, \rho^*) = \frac{1}{2} \sum \epsilon_{\parallel} \frac{1}{f(k^*)} \int_0^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \mathcal{E}^{\frac{3}{2}} e^{-\mathcal{E}} d\mathcal{E} \frac{1}{\mathcal{E} + \frac{k_{\parallel} V_{\parallel} \rho^* \epsilon_{\parallel}}{n \bar{\omega}_{gs} f(k^*)} \sqrt{\mathcal{E}} + \frac{-\omega}{n \bar{\omega}_{gs} f(k^*)}} \quad (\text{A.18})$$

On pose le changement de variable: $v^2 = \mathcal{E}$, d'où :

$$\mathcal{I}_s(k^*, \rho^*) = \frac{1}{f(k^*)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} v^2 e^{-v^2} dv \frac{1}{v^2 + bv + c} \quad (\text{A.19})$$

et :

$$\mathcal{J}_s(k^*, \rho^*) = \frac{1}{f(k^*)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} v^4 e^{-v^2} dv \frac{1}{v^2 + bv + c} \quad (\text{A.20})$$

Si $f(k^*) = 0$:

$$\mathcal{I}_s(k^*, \rho^*) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} v^2 e^{-v^2} dv \frac{1}{b'} \frac{1}{v - \frac{c'}{b'}} = \frac{1}{b'} Z_1\left(\frac{c'}{b'}\right) \quad (\text{A.21})$$

$$\mathcal{J}_s(k^*, \rho^*) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} v^4 e^{-v^2} dv \frac{1}{b'} \frac{1}{v - \frac{c'}{b'}} = \frac{1}{b'} Z_2\left(\frac{c'}{b'}\right) \quad (\text{A.22})$$

Avec : $b' = \frac{k_{\parallel} \bar{V}_{\parallel}}{n \bar{\omega}_{gs}}$ et $c' = \frac{\omega}{n \bar{\omega}_{gs}}$.

Si $f(k^*) = 0$ et $\rho^* = 0$:

$$\mathcal{I}_s(k^*, \rho^*) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2}{\sqrt{\pi}} v^2 e^{-v^2} dv \frac{1}{-c'} = \frac{1}{-c'} \quad (\text{A.23})$$

$$\mathcal{J}_s(k^*, \rho^*) = \frac{3}{2} \mathcal{I}_s(k^*, \rho^*) \quad (\text{A.24})$$

Dans le cas général, on a : $b = \frac{k_{\parallel} \bar{V}_{\parallel}}{n \bar{\omega}_{gs} f(k^*)}$ et $c = \frac{-\omega}{n \bar{\omega}_{gs} f(k^*)}$ et $\Delta = b^2 - 4c$, $V_- = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2}$, $V_+ = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2}$, d'où :

$$\mathcal{I}_s(k^*, \rho^*) = \frac{2}{f(k^*)(V_+ - V_-)} (Z_1(V_+) - Z_1(V_-)) \quad (\text{A.25})$$

$$\mathcal{J}_s(k^*, \rho^*) = \frac{2}{f(k^*)(V_+ - V_-)} (Z_2(V_+) - Z_2(V_-)) \quad (\text{A.26})$$

Annexe B

Calcul détaillé de l'effet des impuretés dans la limite fluide

B.1 modes ioniques

C'est-à-dire $k_{\perp}\rho_i \ll 1$, soit $J_0^2(k_{\perp}\rho_i) \simeq 1 - \frac{k_{\perp}^2\rho_i^2}{2}$.

On suppose les électrons circulants adiabatiques: $k_{\parallel}V_{\parallel} \gg \omega$.

De plus, comme $k_{\perp}\rho_e \ll k_{\perp}\rho_i \ll 1$ et $k_{\perp}\delta_e \ll k_{\perp}\delta_i \ll 1$, on néglige les effets de rayon de Larmor et de largeur banane finis pour les électrons piégés.

La fréquence de dérive verticale des particules piégées ω_{gs}^p est telle que :

$$n\omega_{gs}^p = -k_{\theta} \frac{2-\lambda B}{e_s B R} \mathcal{E} \{ \cos\theta + s\theta \sin\theta \}_p.$$

Pour les ions circulants, on a :

$$n\omega_{gs}^c = -k_{\theta} \frac{2-\lambda B}{e_s B R} \mathcal{E} (\cos k_r d + s k_r d \sin k_r d).$$

On a alors :

$$\begin{aligned} & \left[\frac{n_e}{T_e} (1 - f_p < (1 - \frac{\vec{n} \cdot \vec{\omega}_e^*}{\omega}) (1 + \frac{\vec{n} \cdot \vec{\omega}_{ge}}{\omega}) >_p) + \right. \\ & \sum_i \frac{n_i Z_i^2}{T_i} (1 - f_c < (1 - \frac{\vec{n} \cdot \vec{\omega}_i^*}{\omega}) (1 + \frac{\vec{n} \cdot \vec{\omega}_{gi}}{\omega} + \frac{k_{\parallel} V_{\parallel i}}{\omega} + \frac{(k_{\parallel} V_{\parallel i})^2}{\omega^2}) (1 - \frac{k_{\perp}^2 \rho_i^2}{2}) >_c \\ & \left. - f_p < (1 - \frac{\vec{n} \cdot \vec{\omega}_i^*}{\omega}) (1 + \frac{\vec{n} \cdot \vec{\omega}_{gi}^p}{\omega}) (1 - \frac{k_{\perp}^2 \delta_i^2}{2}) >_p) \right] \tilde{\phi} = 0 \text{ (B.1)} \end{aligned}$$

Cette équation est intégrée en \mathcal{E} et λ . On définit des grandeurs effectives qui sont des sommes sur les différentes espèces d'ions. On applique la méthode de résolution présentée en 3.3.4 :

$$\begin{aligned} & \left[\frac{n_e}{T_e} (1 - f_p (1 - \frac{n\omega_{ne}^*}{\omega} + \frac{n\omega_{ge}^p}{\omega} (1 - \frac{n\omega_{pe}^*}{\omega}))) + \right. \\ & \sum_i \frac{n_i Z_i^2}{T_i} (1 - f_c \{ 1 - \frac{n\omega_{ni}^*}{\omega} + \frac{n\omega_{gi}^c}{\omega} (1 - \frac{n\omega_{pi}^*}{\omega}) + \frac{(k_{\parallel} V_{Ti})^2}{2\omega^2} (1 - \frac{n\omega_{pi}^*}{\omega}) - \frac{(k_{\perp} \rho_i)^2}{2} (1 - \frac{n\omega_{pi}^*}{\omega}) \} - \end{aligned}$$

$$f_p \left\{ 1 - \frac{n\omega_{ni}^*}{\omega} + \frac{n\omega_{gi}^p}{\omega} \left(1 - \frac{n\omega_{pi}^*}{\omega} \right) - \frac{(k_\perp \delta_i)^2}{2} \left(1 - \frac{n\omega_{pi}^*}{\omega} \right) \right\} \tilde{\phi} = 0 \quad (\text{B.2})$$

On va définir des grandeurs incluant la somme sur les différentes espèces d'ions afin de simplifier la compréhension de la dépendance en Z du taux de croissance. En supposant $A_i = 2Z_i$ et $T_i = \tau T_e$, on obtient les relations suivantes :

$\sum_i \frac{n_i Z_i^2}{T_i} V_{Ti}^2 = \frac{n_e}{T_e} c_{eff}^2$, avec :

$$c_{eff}^2 = \frac{T_e}{m_p} \quad (\text{B.3})$$

$\sum_i \frac{n_i Z_i^2}{T_i} \rho_i^2 = \frac{n_e}{T_e} \rho_{eff}^2$, avec :

$$\rho_{eff}^2 = \frac{4T_e m_p}{e^2 B^2} \quad (\text{B.4})$$

De même,

$$\sum_i \frac{n_i Z_i^2}{T_i} \delta_i^2 = \frac{n_e}{T_e} \delta_{eff}^2 \quad (\text{B.5})$$

où $\delta_{eff}^2 = \frac{q^2}{2\epsilon} \rho_{eff}^2$.

On définit γ_{eff} tel que : $\sum_i \frac{n_i Z_i^2}{T_i} (f_c \omega_{pi}^* \omega_{gi}^c + f_p \omega_{pi}^* \omega_{gi}^p) = \frac{n_e}{T_e} \frac{\tau}{Z} \gamma_{eff}^2$, soit :

$$\gamma_{eff}^2 = \omega_{pe}^* (f_p \omega_{ge}^p + f_c \omega_{ge}^c) \quad (\text{B.6})$$

Avec $\frac{1}{Z} = \sum_i \frac{n_i L_{pe}}{n_e L_{pi}}$, soit :

$$\frac{\tau}{Z} = \frac{\sum_i \nabla_r P_i}{\nabla_r P_e} \quad (\text{B.7})$$

De même,

$$\sum_i \frac{n_i Z_i^2}{T_i} \omega_{pi}^* V_{Ti}^2 = -\frac{n_e}{T_e} \frac{\tau}{Z} \omega_{pe}^* c_{eff}^2 \quad (\text{B.8})$$

et :

$$\sum_i \frac{n_i Z_i^2}{T_i} \omega_{pi}^* \rho_i^2 = -\frac{n_e}{T_e} \frac{\tau}{Z} \omega_{pe}^* \rho_{eff}^2 \quad (\text{B.9})$$

$$\sum_i \frac{n_i Z_i^2}{T_i} (f_c \omega_{gi}^c + f_p \omega_{gi}^p) = -\frac{n_e}{T_e} (f_c \omega_{ge}^c + f_p \omega_{ge}^p) \quad (\text{B.10})$$

$$\sum_i \frac{n_i Z_i^2}{T_i} \omega_{ni}^* = -\frac{n_e}{T_e} \omega_{ne}^* \quad (\text{B.11})$$

1. On note L_x la longueur de gradient de la grandeur x telle que $\frac{1}{L_x} = -\frac{\nabla_r x}{x}$, sauf L_s qui est telle que $\frac{1}{L_s} = \frac{\nabla_r q}{q}$.

On obtient alors :

$$\begin{aligned} & [1 + \frac{n^2(f_p\omega_{pe}^*\omega_{ge}^p + \frac{\tau}{Z}\gamma_{eff}^2)}{\omega^2} - f_p\{1 - \frac{n\omega_{ne}^*}{\omega} + \frac{n\omega_{ge}^p}{\omega}\} \\ & - f_c\{\frac{n\omega_{ne}^*}{\omega} - \frac{n\omega_{ge}^c}{\omega} + \frac{(k_{||}T_e/m_p)^2}{2\omega^2}(1 + \frac{\tau}{Z}\frac{n\omega_{pe}^*}{\omega}) - \frac{(k_{\perp}\rho_{eff})^2}{2}(1 + \frac{\tau}{Z}\frac{n\omega_{pe}^*}{\omega})\} \\ & - f_p\{\frac{n\omega_{ne}^*}{\omega} - \frac{n\omega_{ge}^p}{\omega} - \frac{(k_{\perp}\delta_{eff})^2}{2}(1 + \frac{\tau}{Z}\frac{n\omega_{pe}^*}{\omega})\}]\tilde{\phi} = 0 \end{aligned} \quad (B.12)$$

Ou encore :

$$\begin{aligned} & \{1 + \frac{n^2(f_p\omega_{pe}^*\omega_{ge}^p + \frac{\tau}{Z}\gamma_{eff}^2)}{f_c\omega^2} - \frac{n\omega_{ne}^*}{\omega} + \frac{n\omega_{ge}^c}{\omega} + \\ & (-\frac{k_{||}^2c_{eff}^2}{2\omega^2} + \frac{k_{\perp}^2d_{eff}^2}{2})(1 + \frac{\tau}{Z}\frac{n\omega_{pe}^*}{\omega})\}\tilde{\phi} = 0 \end{aligned} \quad (B.13)$$

avec : $f_c d_{eff}^2 = f_p \delta_{eff}^2 + f_c \rho_{eff}^2$.

Dans la limite où la largeur des modes est très inférieure à la longueur caractéristique du cisaillement magnétique, on peut écrire : $k_{||} = k_{||} \frac{\partial}{\partial k_r} + o(k_{||} \frac{\partial^2}{\partial^2 k_r})$, k_r étant le vecteur d'onde dans la direction radiale tel que : $k_{\perp}^2 = k_{\theta}^2 + k_r^2$. $\tilde{\phi}$ devient alors solution d'une équation différentielle du deuxième degré.

Notre but étant d'avoir une première idée de l'effet des impuretés sur les microinstabilités, nous allons simplifier à nouveau le problème. On va donc supposer des modes très ballonnés, $k_r d \ll 1$, d étant la distance entre surfaces de résonance. Dans ce cas, ω_{ge}^c ne dépend plus de k_r et les particules piégées sont supposées très piégées, d'où : $\omega_{ge}^c = \omega_{ge}^p = \omega_{ge}$. On remplace k_r par $-i \frac{\partial}{\partial x}$ et $\frac{\partial}{\partial k_r}$ par x . On a alors une équation différentielle en x dont une des solutions se met sous la forme :

$$\tilde{\phi} = \phi_0 e^{-\frac{x^2}{2w^2}}$$

où w est la largeur de mode. D'où : $\frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial x^2} = (-\frac{1}{w^2} - \frac{1}{w^4}x^2)\tilde{\phi}$. L'équation (B.13) peut alors se mettre sous la forme d'un système de 2 équations, données par les termes constants et les termes en x^2 , à 2 inconnues qui sont la largeur des modes w et leur taux de croissance $\gamma = Im(\omega)$. Ce sont ces deux grandeurs qui vont nous permettre de caractériser les microinstabilités.

- Les termes en x^2 expriment l'équilibre entre la dynamique parallèle et les effets de largeur finie :

$$w^2 = \frac{-i\omega d_{eff}}{|k_{||}|c_{eff}} \quad (B.14)$$

Avec $k_{||} = \frac{k_{\theta}}{L_s}$ et $\frac{1}{L_s} = \frac{\nabla q}{q}$.

- Termes constants:

On pose $\Omega = \frac{\omega}{n}$, il ne nous reste alors plus qu'à chercher les zéros d'un polynôme du deuxième degré pour déterminer le taux de croissance $\gamma = nIm(\Omega)$:

$$\begin{aligned} & \Omega^2 \left(1 + \frac{k_\theta^2 d_{eff}^2}{2}\right) + \\ & \Omega \left(-\omega_{ne}^* + \omega_{ge} + i \frac{k_\theta}{nL_s} \frac{c_{eff} d_{eff}}{2} + \frac{k_\theta^2 d_{eff}^2}{2} \frac{\tau}{\bar{Z}} \omega_{pe}^*\right) + \\ & \frac{(f_p \omega_{pe}^* \omega_{ge} + \frac{\tau}{\bar{Z}} \gamma_{eff}^2)}{f_c} + \frac{\tau}{\bar{Z}} \omega_{pe}^* i \frac{k_\theta c_{eff} d_{eff}}{2nL_s} = 0 \end{aligned} \quad (B.15)$$

Etudions deux solutions particulières de cette équation :

- si l'on néglige les effets de rayons de Larmor finis et avec $R > L_{pe}, L_{ne} \gg L_{pe}$ et $R < \frac{L_s}{q} (\frac{\bar{Z}}{\tau} f_p + 1) b_0$ (avec $b_0 = \frac{\sqrt{2\epsilon}}{\sqrt{f_c f_p}}$), le terme d'interchange domine. On obtient le taux de croissance suivant :

$$\gamma^2 = \frac{(f_p + \frac{\tau}{\bar{Z}}) n \omega_{pe}^* n \omega_{ge}}{f_c} \quad (B.16)$$

- si $R > \frac{L_s}{q} (\frac{\bar{Z}}{\tau} f_p + 1) b_0$, on se trouve dans la limite "slab" où, avec $R \gg L_{pe}$ et $L_{ne} \gg L_{pe}$, on obtient :

$$\gamma^2 = \frac{\tau}{\bar{Z}} \frac{n \omega_{pe}^* k_\theta d_{eff} c_{eff}}{2L_s} \quad (B.17)$$

On remarque qu'un \bar{Z} élevé a un effet stabilisant tant sur la branche slab que sur la branche interchange.

Avec $\delta_{eff} \gg \rho_{eff}$, c'est-à-dire pour des machines à grand rapport d'aspect, on a une largeur de mode w telle que :

$$w^2 = \gamma \frac{L_s}{k_\theta} \frac{\delta_{eff} \sqrt{f_p}}{\sqrt{f_c}} \frac{1}{c_{eff}} \quad (B.18)$$

On peut donc en déduire un coefficient de diffusion heuristique D des modes ioniques dans le cas où l'interchange est l'instabilité dominante :

$$D_i(n, r) = \gamma(n, r) w(n, r)^2 = \frac{\delta_{eff}}{k_\theta} \frac{L_s}{c_{eff}} \frac{\sqrt{f_p}}{f_c^{3/2}} \frac{k_\theta^2 T_e^2}{e^2 B^2 R L_{pe}} (f_p + \frac{\tau}{\bar{Z}}) \quad (B.19)$$

D'où, pour $c_0 = \frac{\sqrt{f_p}}{f_c^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{2\epsilon}}$:

$$D_i(n, r) = |L_s| c_{eff} q c_0 k_\theta \rho_{eff} \frac{\rho_{eff}^2}{4 R L_{pe}} (f_p + \frac{\tau}{\bar{Z}}) \quad (B.20)$$

Les modes ioniques sont donc stabilisés lorsque $(f_p + \frac{\tau}{Z})$ diminue, en particulier si \bar{Z} augmente. On remarque donc que la configuration où $\nabla P_z > 0$ semble plus stabilisante que $\nabla P_z < 0$. Cependant, la marge de manœuvre est limitée par le fait que l'électroneutralité doit être respectée.

B.2 Cas des modes électroniques

C'est-à-dire $k_\perp \rho_i \gg 1 \gg k_\perp \rho_e$. D'où, $J_0^2(k_\perp^2 \rho_e^2) \simeq 1 - \frac{k_\perp^2 \rho_e^2}{2}$. Avec les mêmes hypothèses que pour les modes ioniques, on obtient après intégration :

$$\begin{aligned} & [\sum_i \frac{n_i Z_i^2}{T_i} + \\ & \frac{n_e}{T_e} \{ 1 - f_c (1 - \frac{n \omega_{ne}^*}{\omega} + \frac{n \omega_{ge}^c}{\omega} (1 - \frac{n \omega_{pe}^*}{\omega}) + \frac{(k_\parallel V_{Te})^2}{2 \omega^2} (1 - \frac{n \omega_{pe}^*}{\omega}) - \frac{(k_\perp \rho_e)^2}{2} (1 - \frac{n \omega_{pe}^*}{\omega})) - \\ & f_p (1 - \frac{n \omega_{ne}^*}{\omega} + \frac{n \omega_{ge}^p}{\omega} (1 - \frac{n \omega_{pe}^*}{\omega}) - \frac{(k_\perp \delta_e)^2}{2} (1 - \frac{n \omega_{pe}^*}{\omega})) \}] \tilde{\phi} = 0 \end{aligned} \quad (B.21)$$

Or,

$$Z_{eff} = \sum_i \frac{n_i Z_i^2}{n_e} \quad (B.22)$$

d'où :

$$[\frac{Z_{eff}}{\tau} + \frac{n \omega_{ne}^*}{\omega} - \frac{n \omega_{gef}}{\omega} + \frac{n^2 \gamma_{eff}^2}{\omega^2} + f_c (-\frac{(k_\parallel c_{eff})^2}{\omega^2} + k_\perp^2 d_{eff}^2) (1 - \frac{n \omega_{pe}^*}{\omega})] \tilde{\phi} = 0 \quad (B.23)$$

Où : $\omega_{gef} = f_p \omega_{ge}^p + f_c \omega_{ge}^c$, $\gamma_{eff}^2 = \omega_{pe}^* \omega_{gef}$, $V_{Te}^2 = \frac{2T_e}{m_e}$ et $f_c d_{eff}^2 = f_c \delta_e^2 + f_p \rho_e^2$.

Dans le cas de modes très ballonnés, $\omega_{gef} = \omega_{ge}$ et $\tilde{\phi}$ est à nouveau solution d'une équation différentielle du deuxième ordre en x dont une des solutions est : $\tilde{\phi} = \phi_0 e^{-\frac{x^2}{2w^2}}$. D'où :

$$\frac{Z_{eff}}{\tau} + \frac{n \omega_{ne}^*}{\omega} - \frac{n \omega_{ge}}{\omega} + \frac{n^2 \gamma_{eff}^2}{\omega^2} + f_c (-\frac{(k_\parallel x)^2 V_{Te}^2}{2 \omega^2} + (k_\theta^2 + \frac{1}{w^2} - \frac{1}{w^4} x^2) \frac{d_{eff}^2}{2}) (1 - \frac{n \omega_{pe}^*}{\omega}) = 0 \quad (B.24)$$

- A partir des termes en x^2 , obtient une largeur de mode w :

$$w^2 = -i \omega \frac{|L_s|}{k_\theta} \frac{\delta_e \sqrt{f_p}}{\sqrt{f_c}} \frac{1}{V_{Te}} \quad (B.25)$$

- Les termes constants nous donnent le taux de croissance associé $\gamma = n \text{Im}(\Omega)$ tel que :

$$\Omega^2 (\frac{Z_{eff}}{\tau} + k_\theta^2 \frac{f_p \delta_e^2}{2}) +$$

$$\begin{aligned} \Omega(\omega_{ne}^* - \omega_{ge} - k_\theta^2 \frac{f_p \delta_e^2}{2} \omega_{pe}^* + i \frac{k_\theta}{2|L_s|} \delta_e \sqrt{f_p} \sqrt{f_c} V_{Te}) + \\ \omega_{pe}^* \omega_{ge} - i \delta_e \sqrt{f_p} \sqrt{f_c} \frac{k_\theta}{2n|L_s|} V_{Te} \omega_{pe}^* = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

Etudions deux limites de cette équation :

- si, $R < \frac{|L_s|}{q}$ soit $|\nabla q| < \frac{1}{R}$, l'instabilité due à l'interchange domine par rapport à la branche slab et :

$$\gamma^2 = \frac{n\omega_{pe}^* n\omega_{ge}}{\frac{Z_{eff}}{\tau}} \quad (\text{B.27})$$

- pour $|\nabla q| > \frac{1}{R}$, la branche slab domine:

$$\gamma^2 = \frac{n\omega_{pe}^* \frac{qk_\theta V_{Te} \rho_e}{2L_s}}{\frac{Z_{eff}}{\tau}} \quad (\text{B.28})$$

Dans les deux cas, le taux de croissance est inversement proportionnel à la racine carrée de la charge effective du plasma.

Le coefficient de diffusion heuristique des modes électroniques D_e associé à l'instabilité d'interchange est tel que :

$$D_e(n, r) = \gamma(n, r) w(n, r)^2 = \frac{k_\theta \delta_e L_s}{V_{Te}} \frac{\sqrt{f_p}}{\sqrt{f_c}} \frac{T_e^2}{e^2 B^2 R L_{pe}} \frac{\tau}{Z_{eff}} \quad (\text{B.29})$$

Soit, en posant $d_0 = \frac{\sqrt{f_p}}{\sqrt{f_c}} \frac{1}{\sqrt{2\epsilon}}$:

$$D_e(n, r) = L_s V_{Te} q d_0 k_\theta \rho_e \frac{\rho_e^2}{R L_{pe}} \frac{\tau}{Z_{eff}} \quad (\text{B.30})$$

Dans le cas des modes électroniques, le coefficient de transport diminue lorsque Z_{eff} augmente. La charge du plasma a donc un effet stabilisant sur ces modes.

Annexe C

Calcul analytique du flux radial dû au ripple

Notre but est d'évaluer le profil du champ électrique radial à partir de la contrainte d'ambipolarité sur les flux radiaux des particules super-piégées dans le ripple.

Par un calcul perturbatif, à partir de l'équation de Fokker-Planck, on cherche à évaluer la partie de la fonction de distribution affectée par le ripple : \tilde{f} . Le flux radial Γ_{rs} des particules super-piégées d'espèce s est provoqué par la composante radiale de la dérive verticale tel que :

$$\Gamma_{rs} = \langle \nabla_{\varphi} \Pi_s \rangle = \langle V_{grs} \tilde{f}_s \rangle$$

B s'écrit : $B = B_0(1 - \epsilon \cos \theta - \delta \cos N\varphi)$, où N est le nombre de bobines et δ est une mesure de l'amplitude du ripple.

Commençons par calculer \tilde{f} .

Calcul de \tilde{f}

On pose $f = f_0 + \tilde{f}$. f est solution de l'équation de Boltzmann :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{V}_{\parallel} \cdot \vec{\nabla}_{\parallel} f + \vec{V}_E \cdot \vec{\nabla} f + \vec{V}_g \cdot \vec{\nabla} f = C(f) \quad (\text{C.1})$$

Par définition, la variation temporelle de la fonction de distribution à l'équilibre, f_0 , est nulle le long des trajectoires non perturbées, d'où :

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} + \vec{V}_{\parallel} \cdot \vec{\nabla}_{\parallel} f_0 + \vec{V}_E \cdot \vec{\nabla} f_0 = C(f_0)$$

On suppose des temps de relaxation lents, d'où :

$$\frac{\partial \tilde{f}}{\partial t} \simeq 0$$

On obtient donc :

$$\vec{V}_{\parallel} \cdot \vec{\nabla}_{\parallel} \tilde{f} + \vec{V}_E \cdot \vec{\nabla}_{\parallel} \tilde{f} + \vec{V}_g \cdot \vec{\nabla}_{\parallel} \tilde{f} + \vec{V}_g \cdot \vec{\nabla} f_0 = C(\tilde{f}) \quad (\text{C.2})$$

On considère la dérive verticale comme une perturbation de l'équilibre de particules piégées dans le ripple. Par conséquent, $\vec{V}_g \cdot \vec{\nabla}_{\parallel} \tilde{f}$ est un terme quadratique que l'on négligera. En intégrant l'équation (C.2) le long d'un va-et-vient en φ , on remarque que :

$$\oint \frac{d\varphi}{V_{\parallel}} \vec{V}_{\parallel} \cdot \vec{\nabla}_{\parallel} \tilde{f} = \oint d\varphi \frac{1}{R} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \varphi} = \frac{1}{R} (\tilde{f}(\varphi_{end}) - \tilde{f}(\varphi_{start})) = 0$$

\tilde{f} doit donc vérifier l'équation suivante :

$$\oint \frac{d\varphi}{V_{\parallel}} \vec{V}_E \cdot \vec{\nabla}_{\parallel} \tilde{f} + \oint \frac{d\varphi}{V_{\parallel}} \vec{V}_g \cdot \vec{\nabla} f_0 = \oint \frac{d\varphi}{V_{\parallel}} C(\tilde{f}) \quad (\text{C.3})$$

où :

$$\begin{aligned} \tilde{f} &= \tilde{f}_0(r) e^{-i(m\theta + n\varphi)} \\ \vec{V}_E \cdot \vec{\nabla}_{\parallel} \tilde{f} &\simeq V_{E\theta} \frac{-im}{r} \tilde{f} \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

car $E_{\varphi} B_{\theta} \ll E_r B_{\varphi}$

$$\vec{V}_g \cdot \vec{\nabla} f_0 = V_{gr} \frac{\partial f_0}{\partial r} \quad (\text{C.5})$$

$$C(\tilde{f}) \simeq m_s V_{\parallel} \nu \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \mu} V_{\parallel} \mu \frac{\partial}{\partial \mu} \tilde{f} \quad (\text{C.6})$$

soit :

$$\oint \frac{d\varphi}{V_{\parallel}} (V_{E\theta} \frac{im}{r} \tilde{f} + m_s V_{\parallel} \nu \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial \mu} V_{\parallel} \mu \frac{\partial}{\partial \mu} \tilde{f}) = \oint \frac{d\varphi}{V_{\parallel}} V_{gr} \frac{\partial f_0}{\partial r} \quad (\text{C.7})$$

On définit K tel que :

$$2E\delta K = E - \mu B_0(1 - \delta) \quad (\text{C.8})$$

avec :

$$E \simeq \frac{1}{2} m_s V_{\parallel}^2 + \mu B_0(1 - \delta \cos(N\varphi)) \quad (\text{C.9})$$

B_0 est une fonction de r et de θ . K varie entre 0 et 1 pour les particules piégées dans le ripple. Les particules les plus piégées sont telles que $\varphi = \frac{2\pi}{N}$ soit $K = 0$. Les particules peu piégées sont telles que $\varphi = \frac{\pi}{N}$, soit $K = \frac{1}{1+\delta} \simeq 1$. Dans la limite des particules très piégées,

$$\varphi = \tilde{\varphi} \quad \left[\frac{2\pi}{N} \right]$$

avec $\tilde{\varphi} \ll 1$ d'où :

$$2E\delta K \simeq \frac{1}{2} m_s V_{\parallel}^2 + \mu B_0 \delta \frac{(N\tilde{\varphi})^2}{2} \quad (\text{C.10})$$

avec :

$$V_{\parallel} \simeq R \frac{d\tilde{\varphi}}{dt}$$

D'autre part, comme :

$$\frac{d}{dt}(2E\delta K) = 0 \quad (\text{C.11})$$

on a :

$$m_s R^2 \frac{d^2}{dt^2} \tilde{\varphi} + \mu B_0 \delta N^2 \tilde{\varphi} = 0 \quad (\text{C.12})$$

On trouve que :

$$\tilde{\varphi} = \varphi_0 \cos \Omega_2 t \quad (\text{C.13})$$

avec :

$$\Omega_2 = \sqrt{\frac{\mu B_0 \delta}{m_s}} \frac{N}{R} \quad (\text{C.14})$$

et :

$$J_2 = \oint \frac{d\varphi}{2\pi} m_s V_{\parallel} R = \frac{m_s R^2 \varphi_0^2 \Omega_2}{2} \quad (\text{C.15})$$

On trouve que :

$$2E\delta K \simeq J_2 \Omega_2 \quad (\text{C.16})$$

On veut calculer :

$$\oint \frac{d\varphi}{V_{\parallel}} C(\tilde{f}) = \oint \frac{dt}{R} \left\{ \nu \frac{\partial \frac{m_s V_{\parallel}^2}{2}}{\partial \mu B_0} \mu B_0 \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \mu B_0} + m_s V_{\parallel}^2 \nu \frac{\partial \mu B_0 \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \mu B_0}}{\partial \mu B_0} \right\} \quad (\text{C.17})$$

avec :

$$\oint \frac{dt}{2\pi} \frac{\partial \frac{m_s V_{\parallel}^2}{2}}{\partial \mu B_0} \mu B_0 = -(1 - \delta + \frac{\delta N^2 \varphi_0^2}{4}) \frac{\mu B_0}{\Omega_2}$$

$$\oint \frac{dt}{2\pi} m_s V_{\parallel}^2 = J_2$$

et :

$$\Omega_2 = \frac{2\pi}{\oint dt}$$

L'équation (C.7) est finalement équivalente à :

$$\frac{im}{r} \frac{V_{E\theta}}{\nu} \tilde{f} - (1 - \delta + \frac{\delta N^2 \varphi_0^2}{4}) \mu B_0 \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \mu B_0} + \Omega_2 J_2 \frac{\partial \mu B_0 \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \mu B_0}}{\partial \mu B_0} = \frac{V_{gr}}{\nu} \frac{\partial f_0}{\partial r} \quad (\text{C.18})$$

Comme :

$$\frac{\mu B_0}{E} = \frac{1 - 2\delta K}{1 - \delta} \quad (\text{C.19})$$

on a :

$$\frac{im}{r} \frac{V_{E\theta}}{\nu_{eff}} \tilde{f} + (1 - \delta + \frac{\delta N^2 \varphi_0^2}{4})(1 - 2\delta K) \frac{\partial \tilde{f}}{\partial K} + K(1 - \delta) \frac{\partial}{\partial K} ((1 - 2\delta K) \frac{\partial \tilde{f}}{\partial K}) = \frac{V_{gr}}{\nu_{eff}} \frac{\partial f_0}{\partial r} \quad (C.20)$$

$$\nu_{eff} = \frac{\nu}{2\delta}$$

Dans Tore Supra, δ vaut au maximum 0.07, on peut donc négliger les termes d'ordre δ . \tilde{f} doit alors vérifier :

$$\frac{im}{r} \frac{V_{E\theta}}{\nu_{eff}} \tilde{f} + \frac{\partial}{\partial K} (K \frac{\partial \tilde{f}}{\partial K}) = \frac{V_{gr}}{\nu_{eff}} \frac{\partial f_0}{\partial r} \quad (C.21)$$

On pose $A = \frac{im}{r} \frac{V_{E\theta}}{\nu_{eff}}$, $B = \frac{V_{gr}}{\nu_{eff}} \frac{\partial f_0}{\partial r}$, $S = \frac{B}{A}$ et x tel que $K = \frac{x^2}{4A}$. S et x sont des nombres complexes.

L'équation (C.21) prend alors la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 \tilde{f}}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial x} + \tilde{f} = S \quad (C.22)$$

Les solutions de l'équation homogène ($S = 0$) sont des fonctions de Bessel de première et de seconde espèce $J_0(x)$ et $Y_0(x)$ (cf Abramowitz p.358).

Une solution particulière est $\tilde{f} = S$.

La solution générale s'écrit donc :

$$\tilde{f} = aJ_0(x) + bY_0(x) + S \quad (C.23)$$

a et b sont complexes.

Si $K \rightarrow 0$, $Y_0(x) \rightarrow -\infty$, par conséquent $b = 0$.

D'autre part lorsque $\delta = 0$, on n'a pas de ripple et donc pas de flux de particules associé. Donc pour $K = 1$, on doit avoir $\tilde{f} = 0$, d'où :

$$a = \frac{-S}{J_0(2\sqrt{A})}$$

soit :

$$\tilde{f} = S(1 - \frac{J_0(2\sqrt{KA})}{J_0(2\sqrt{A})}) \quad (C.24)$$

Calcul du flux

On suppose que les particules très piégées dans le ripple voient un angle θ qui ne varie pas. Le flux radial de ces particules Γ_{rs} s'exprime alors comme suit :

$$\Gamma_{rs} = \langle \nabla_{\varphi} \Pi_s \rangle = \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\theta}{2\pi} \Gamma_{r\theta s} \quad (C.25)$$

Le calcul du flux à r et θ fixés $\Gamma_{r\theta s}$ est tel que :

$$\Gamma_{r\theta s} = \langle Im(\tilde{f}_s) \sin \theta V_{gs} \rangle \quad (C.26)$$

avec :

$$\langle \dots \rangle = \int \frac{d^3 \vec{J}(2\pi)^3}{\partial V} \dots = \int 2\pi m_s d\mu \frac{d\mathcal{E}}{\omega_2} T_s B_0 \dots \quad (C.27)$$

où ω_2 est tel que :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_2} &= \oint \frac{dt}{2\pi} = \oint \frac{d\varphi}{2\pi} \frac{R}{V_{\parallel}} = \sqrt{\frac{m_s}{2T_s}} \frac{1}{\sqrt{\mathcal{E}}} \oint \frac{d\varphi}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{1-\lambda b}} = \sqrt{\frac{m_s}{2T_s}} \frac{1}{\sqrt{\mathcal{E}}} \frac{1}{\bar{\omega}_2} \\ B(r, \theta, \varphi) &= B_0(r, \theta)(1 - \delta \cos N\varphi) \\ \lambda &= \frac{\mu B_0(r, \theta)}{\mathcal{E} T_s} = \frac{1}{1 - \delta \cos(N\varphi_0)} \end{aligned} \quad (C.28)$$

φ_0 est l'angle au point de rebroussement.

$$\lambda b = \frac{\mu B(r, \theta, \varphi)}{\mathcal{E} T_s} = \lambda(1 - \delta \cos(N\varphi))$$

On a alors :

$$\langle \dots \rangle = \sqrt{2\pi} (m_s T_s)^{3/2} \int \sqrt{\mathcal{E}} d\mathcal{E} \frac{d\lambda}{\bar{\omega}_2} \dots \quad (C.29)$$

On effectue le changement de variable de λ vers K :

$$\lambda \simeq 1 + \delta(1 - 2K)$$

d'où :

$$d\lambda \simeq -2\delta dK$$

et :

$$1 - \lambda b \simeq 2\delta(K - \sin^2(\frac{N\varphi}{2}))$$

D'autre part, comme :

$$\lambda \simeq 1 + \delta \cos(N\varphi_0) = 1 + \delta(1 - 2\sin^2(\frac{N\varphi_0}{2}))$$

soit, $K = \sin^2(\frac{N\varphi_0}{2})$, on peut réécrire $\int \frac{dK}{\bar{\omega}_2}$ comme :

$$\begin{aligned} \int dK \oint \frac{d\varphi}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2\delta} \sqrt{K - \sin^2(\frac{N\varphi}{2})}} = \\ \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \int_1^{\sin^2(\frac{N\varphi}{2})} dK \frac{1}{\sqrt{2\delta} \sqrt{K - \sin^2(\frac{N\varphi}{2})}} \end{aligned} \quad (C.30)$$

Soit, finalement :

$$\langle \dots \rangle = -\sqrt{2\pi}(m_s T_s)^{3/2} \sqrt{2\delta} \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{\mathcal{E}} d\mathcal{E} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \int_1^{\sin^2(\frac{N\varphi}{2})} dK \frac{1}{\sqrt{K - \sin^2(\frac{N\varphi}{2})}} \dots \quad (\text{C.31})$$

Dans le cas particulier d'une fonction de distribution maxwellienne,

$$f_{0s} = \frac{n_s}{(2\pi m_s T_s)^{3/2}} e^{-\mathcal{E} + \frac{e_s \phi}{T_s}}$$

on a :

$$\frac{\partial f_{0s}}{\partial r} = f_{0s} \left(\frac{1}{n_s} \frac{\partial n_s}{\partial r} + \left(\mathcal{E} - \frac{3}{2} \right) \frac{1}{T_s} \frac{\partial T_s}{\partial r} - \frac{e_s}{T_s} E_r \right)$$

$$V_{grs} = \mathcal{E} V_{gs}^{th} \sin \theta$$

On obtient alors :

$$\Gamma_{rs} = \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\theta}{2\pi} \Gamma_{r\theta s} =$$

$$-n_s \sqrt{2\delta} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{d\theta}{2\pi} \sin \theta^2 \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \mathcal{E}^{5/2} e^{-\mathcal{E}} d\mathcal{E} \int_0^{\pi} \frac{d\varphi}{\pi} \int_1^{\sin^2(\frac{N\varphi}{2})} \frac{dK}{\sqrt{K - \sin^2(\frac{N\varphi}{2})}} \quad (\text{C.32})$$

$$\frac{(V_{gs}^{th})^2}{\nu_{eff}} \left(\frac{1}{n_s} \frac{\partial n_s}{\partial r} + \left(\mathcal{E} - \frac{3}{2} \right) \frac{1}{T_s} \frac{\partial T_s}{\partial r} - \frac{e_s}{T_s} E_r \right) \text{Im} \left(\frac{1}{A} \left(1 - \frac{J_0(2\sqrt{KA})}{J_0(2\sqrt{A})} \right) \right)$$

Si l'on suppose que δ et V_{gs}^{th} ne dépendent pas de θ , alors :

$$\Gamma_{rs} = -n_s \sqrt{2\delta} \frac{(V_{gs}^{th})^2}{2} \int_0^{\pi} \frac{d\varphi}{\pi} \int_1^{\sin^2(\frac{N\varphi}{2})} \frac{dK}{\sqrt{K - \sin^2(\frac{N\varphi}{2})}}$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\nu_{eff}} \mathcal{E}^{5/2} e^{-\mathcal{E}} d\mathcal{E} \left(\frac{1}{n_s} \frac{\partial n_s}{\partial r} + \left(\mathcal{E} - \frac{3}{2} \right) \frac{1}{T_s} \frac{\partial T_s}{\partial r} - \frac{e_s}{T_s} E_r \right) \text{Im} \left(\frac{1}{A} \left(1 - \frac{J_0(2\sqrt{KA})}{J_0(2\sqrt{A})} \right) \right) \quad (\text{C.33})$$

Dans le cas où $\nu_{eff} \gg k_{\theta} V_{E\theta}$, $A \ll 1$, d'où :

$$\frac{1}{A} \left(1 - \frac{J_0(2\sqrt{KA})}{J_0(2\sqrt{A})} \right) \simeq (K - 1) + A \left(\frac{1}{4} + K - \frac{K^2}{4} \right) \quad (\text{C.34})$$

car : $J_0(x) \simeq 1 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{64}x^4$.

$$- \int_0^{\pi} \frac{d\varphi}{\pi} \int_1^{\sin^2(\frac{N\varphi}{2})} \frac{dK}{\sqrt{K - \sin^2(\frac{N\varphi}{2})}} (K - 1) =$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{N}} \frac{d\bar{\varphi}}{N\pi} \int_1^{\sin^2(\frac{\bar{\varphi}}{2})} \frac{dK}{\sqrt{K - \sin^2(\frac{\bar{\varphi}}{2})}} - \int_0^{\frac{\pi}{N}} \frac{d\bar{\varphi}}{N\pi} \int_1^{\sin^2(\frac{\bar{\varphi}}{2})} \frac{K dK}{\sqrt{K - \sin^2(\frac{\bar{\varphi}}{2})}} = \quad (\text{C.35})$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{N}} \frac{d\bar{\varphi}}{N\pi} \frac{4}{3} \cos^3 \left(\frac{\bar{\varphi}}{2} \right) =$$

$$\frac{8}{3} \frac{1}{N\pi} \left(\arcsin \left(\frac{\pi}{2N} \right) - \frac{\arcsin^3 \left(\frac{\pi}{2N} \right)}{3} \right)$$

$\bar{\varphi} = n\varphi$

D'autre part, comme $\nu_{eff} = \frac{\nu^{th}}{2\delta} \mathcal{E}^{-3/2}$, on a :

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \mathcal{E}^4 e^{-\mathcal{E}} d\mathcal{E} \left(\frac{1}{n_s} \frac{\partial n_s}{\partial r} + \left(\mathcal{E} - \frac{3}{2} \right) \frac{1}{T_s} \frac{\partial T_s}{\partial r} - \frac{e_s}{T_s} E_r \right) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} 24 \left(\frac{1}{n_s} \frac{\partial n_s}{\partial r} + \frac{7}{2} \frac{1}{T_s} \frac{\partial T_s}{\partial r} - \frac{e_s}{T_s} E_r \right) \quad (\text{C.36})$$

Par conséquent, on voit que, dans la limite où le dépiégeage est dominé par les collisions, l'équation (C.33) se réécrit comme suit :

$$\Gamma_{rs} = n_s (2\delta)^{3/2} \frac{(V_{gs}^{th})^2}{2\nu^{th}} 64 \frac{1}{N\pi} \left(\arcsin\left(\frac{\pi}{2N}\right) - \frac{\arcsin^3\left(\frac{\pi}{2N}\right)}{3} \right) \left(\frac{1}{n_s} \frac{\partial n_s}{\partial r} + \frac{7}{2} \frac{1}{T_s} \frac{\partial T_s}{\partial r} - \frac{e_s}{T_s} E_r \right) \quad (\text{C.37})$$

Donc, dans la limite fortement collisionnelle, on obtient un flux de particules thermiques perdues dans le ripple proportionnel à $\frac{1}{\nu}$.

La condition d'ambipolarité n'est plus intrinsèque et implique :

$$\sum_s \Gamma_{rs} = 0 \quad (\text{C.38})$$

Equation dont on déduit E_r .

Bibliographie

- [Abr65] M. Abramowitz, I.A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications, Inc., New York (1965).
- [Arn78] V.I. Arnold, *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Springer Verlag, New York (1978).
- [Bee97] M. Beer et al, Phys. Plas. **4**, 1792 (1997).
- [Bey00] P. Beyer, S. Benkadda, X. Garbet, P.H. Diamond, submitted to Phys. Rev. Lett.
- [Big90] H. Biglari, P. Diamond, P.W. Terry, Phys. Fluids B **2**, 1 (1990).
- [Bra65] S.I. Braginskii, *Reviews of Plasma Physics*, edited by M.A. Leontovitch, Consultants Bureau, New York (1965).
- [Bru98] S. Brunner et al, Phys. Plas. **5**, 3929 (1998).
- [Bur97] K.H. Burrell, Phys. Plas. **4**, 1500 (1997).
- [Bur99] K.H. Burrell, Phys. Plas. **6**, 4418 (1999).
- [CEA87] *La fusion thermonucléaire contrôlée par confinement magnétique*, Collection CEA, série scientifique, Masson, (1987)
- [Con73] J.W. Connor, R.J. Hastie, Nuclear Fusion **13**, 221 (1973).
- [Con93] J.W. Connor et al, Phys. Rev. Lett. **70**, 1803 (1993).
- [Cop67] B. Coppi, M.N. Rosenbluth, R.Z. Sagdeev, Phys. Fluids **10**, 582 (1967).
- [Cor97] ITER Confinement Database and Modelling Working Group, presented by J. Cordey, Plasma Phys. and Cont. Fusion **39B**, 115 (1997)
- [Dav86] B. Davies, J. Comput. Phys. **66**, 36 (1986).
- [Dep00] G. Depret, X. Garbet, P. Bertrand, A. Ghizzo, Plasma Phys. and Cont. Fusion **42**, 949 (2000).

- [Dim00] A.M. Dimits et al, Phys. Plas. **7**, 969 (2000).
- [Dom89] R.R. Dominguez, M.N. Rosenbluth, Nuclear Fusion **29**, 844 (1989).
- [Dom93] R.R. Dominguez, G.M. Staebler, Nuclear Fusion **33**, 51 (1993).
- [Dra96] J.F. Drake et al, Phys. Rev. Lett. **77**, 494 (1996).
- [Eri97] L.G. Eriksson et al, Plasma Phys. Control. Fusion **39**, 27 (1997).
- [Eri00] L.G. Eriksson, G.T. Hoang, V. Bergeaud, to be published in Plasma Phys. Control. Fusion (2000).
- [Fri61] B.D. Fried, S.D. Conte, *The plasma dispersion function*, Academic Press, New York and London (1961).
- [Fu97] X.Y. Fu et al, Phys. Plas. **4**, 588 (1997).
- [Gar90] X. Garbet et al, J. Comput. Phys. **87**, 249 (1990).
- [Gar92] X. Garbet et al, Phys. Fluids B **4**, 136 (1992).
- [Gol80] H. Goldstein, *Classical Mechanics*, Addison-Wesley publishing company (1980).
- [Gor98] C. Gormezano et al, Phys. Rev. Lett. **80**, 5544 (1998).
- [Gre88] M. Greenwald, J.L. Terry, S.M. Wolfe, Nuclear Fusion **28**, 2199 (1988).
- [Hoa00a] G.T. Hoang et al, Nuclear Fusion **40**, 913 (2000).
- [Hoa00b] G.T. Hoang, C. Bourdelle et al, Phys. Rev. Lett. **84**, 4593 (2000).
- [Hoa00c] G.T. Hoang, C. Bourdelle et al, in Controlled Fusion and Plasma Physics, Proc. 27th Eur. Conf. Budapest 2000) to be published, EPS, Geneva, (2000).
- [Hir81] S.P. Hirshman, D.J. Sigmar, Nuclear Fusion **21**, 1079 (1981).
- [Hor88] W. Horton et al, Phys. Fluids **31**, 2971 (1988).
- [Hor00] W. Horton, P. Zhu, G.T. Hoang et al, Phys. Plas. **7**, 1494 (2000).
- [Hug92] M. Hugon et al, Nuclear Fusion **32**, 33 (1992).
- [Ish97] S. Ishida et al, Phys. Rev. Lett. **79**, 3917 (1997).
- [Jac99] G.L. Jackson et al, J. Nucl. Mater. Phys. Rev. Lett. **266-269**, 380 (1999).

- [Kad70] B.B. Kadomtsev, O.P. Poguste, *Reviews of Plasma Physics*, edited by M.A. Leontovitch Consultant Bureau, New York, 1970, **5**, 249 (1970).
- [Kay97] S.M. Kaye et al, Nuclear Fusion **37**, 1303 (1997).
- [Kim91] Y.B. Kim, P.H. Diamond, R.J. Groebner, Phys. Fluids B **3**, 2050 (1991).
- [Kim94] J.Y. Kim, M. Wakatani, Phys. Rev. Lett. **73**, 2200 (1994).
- [Kov98] L.M. Kovrizhnykh, Comments Plasma Phys. Cont. Fusion. **5**, 309 (1998).
- [Laz85] E.A. Lazarus et al, Nuclear Fusion **25**, 135 (1985).
- [Lev95] F.M. Levinton et al, Phys. Rev. Lett. **75**, 4417 (1995).
- [Lie85] P.C. Liewer, Nuclear Fusion **25**, 523 (1985).
- [Lit98] X. Litaudon, Plasma Phys. Control. Fusion **40**, A251 (1998).
- [Maa00] H. Maassberg et al, Phys. Plas. **7**, 295 (2000).
- [Mag99] P. Maget et al, Nuclear Fusion **30**, 949 (1999).
- [Mag98] P. Maget, thèse: *Injection de glaçons et confinement dans le tokamak Tore Supra*, Université de Paris-Sud, U.F.R. scientifique d'Orsay, soutenue le 23 septembre 1998.
- [Mck00] G. McKee et al, Phys. Rev. Lett. **84**, 1922 (2000).
- [Mel86] D.B. Melrose, *Instabilities in space and laboratory plasmas*, Cambridge University Press (1986).
- [Mor88] M. Mori et al, Nuclear Fusion **28**, 1892 (1988).
- [Nem99] V.V. Nemov et al, Phys. Plas. **6**, 4622 (1999).
- [Ong95] J. Ongena et al, Phys. Scr. **52**, 449 (1995).
- [Ong99] J. Ongena et al, Plasma Phys. Control. Fusion **41**, A379 (1999).
- [Pac90] R. Paccagnella et al, Nuclear Fusion **30**, 545 (1990).
- [Pla95] P. Platz, V. Basiuk, B. Saoutic et al, in Controlled Fusion and Plasma Physics, Proc. 22nd Eur. Conf. Bournemouth 1995) Vol. 19C partIII, EPS, Geneva, 337 (1995).
- [Reb89] P. Rebut et al, in Plasma Physics and Controlled Thermonuclear Fusion Research, Proc. 12th Int. Conf. Nice 1988) Vol. II, IAEA, Vienna, 1991 (1989).
- [Ric98] J.E. Rice et al, Nuclear Fusion **38**, 75 (1998).

- [Rom90] F. Romanelli, S. Briguglio, Phys. Fluids B **2**, 754 (1990).
- [Rom93] F. Romanelli, F. Zonca, Phys. Fluids B **5**, 4081 (1993).
- [Roma00] A. Romannikov, C. Bourdelle et al, Nuclear Fusion **40**, 319 (2000)
- [Sam70] A. Samain, in Controlled Fusion and Plasma Physics, Proc. 4th Eur. Conf. Rome 1970) Vol. I, EPS, 145 (1970).
- [Sha83] K.C.Shaing, J.D. Callen, Phys. Fluids **26**, 3315 (1983).
- [Sha98] K.C.Shaing et al, Phys. Rev. Lett. **80**, 5353 (1998).
- [Sta97] G.M. Staebler, R.E. Waltz, J.C. Wiley, Nuclear Fusion **37**, 287 (1997).
- [Sta99] G.M. Staebler et al, Phys. Rev. Lett. **82**, 1692 (1999).
- [Sta99b] G.M. Staebler, Nuclear Fusion **39**, 815 (1999).
- [Str95] E.J. Strait et al, Phys. Rev. Lett. **75**, 4421 (1995).
- [Syd96] R.D. Sydora et al, Plasma Phys. Control. Fusion **38**, A281 (1996).
- [Tay77] J.B. Taylor, in Plasma Physics and Controlled Thermonuclear Fusion Research, Proc. 6th Int. Conf. Berchtesgaden 1976) Vol. II, IAEA, Vienna, 323 (1977).
- [Tok99] M.Z. Tokar et al, Plasma Phys. Control. Fusion **41**, L9 (1999).
- [Tok00] M.Z. Tokar, J. Ongena, B. Unterberg, R.R. Weynants, Phys. Rev. Lett. **84**, 895 (2000).
- [Van98] P.E. Vandenplas, A. M. Messian, J. Ongena, U. Samm, B. Unterberg, J. Plasma Physics **59**, 587 (1998).
- [Wag82] F. Wagner et al., Phys. Rev. Lett **49**, 1408 (1982)
- [Wal94] R.E. Waltz et al, Phys. Plas. **1**, 2229 (1994).
- [Wal97] R.E. Waltz, R.L Dewar, X. Garbet, Phys. Plas. **5**, 1784 (1998).
- [Wey98] R.R. Weynants et al, Plasma Phys. Control. Fusion **40**, 635 (1998).
- [Whi00] R.B. White et al, in Controlled Fusion and Plasma Physics, Proc. 27th Eur. Conf. Budapest 2000 to be published, EPS, Geneva, (2000).
- [Yus82] P.N. Yushmanov, Nuclear Fusion **22**, 1199 (1982).

Publications et conférences

Articles

[Roma00]

Measurement of Central Rotation in Ohmic Tore Supra Plasmas

A. Romannikov, **C. Bourdelle**, J. Bucalossi, T. Hutter, P. Platz, F. Saint-Laurent

Nuclear Fusion **40**, 319 (2000)

[Hoa00a]

A H-minority Heating Regime in Tore Supra Showing Improved L-mode Confinement

G.T. Hoang, T. Aniel, **C. Bourdelle**, R.V. Budny, F. Clairet, L.G. Eriksson, X. Garbet, C. Grisolia, P. Monier-Garbet, P. Platz, J.C. Vallet

Nuclear Fusion **40**, 913 (2000)

[Hoa00b]

Internal Transport Barrier with Ion Cyclotron Hydrogen Minority Heating on Tore Supra

G.T. Hoang, **C. Bourdelle**, X. Garbet, G. Antar, R.V. Budny, T. Aniel, V. Basiuk, A. Bécoulet, P. Devynck, J. Lasalle, G. Martin, F. Saint-Laurent

Physical Review Letter **84**, 4593 (2000)

Conférences

The Role of Impurities on Drift Wave Stability

C. Bourdelle, X. Garbet, P. Maget, P. Monier-Garbet, G.T. Hoang

Presented at the RI mode workshop, Culham, UK, June 21-23 1999

Stability Analysis of Improved Confinements in Tore Supra

C. Bourdelle, X. Garbet, P. Maget, G.T. Hoang, P. Monier-Garbet

Presented at the 8th European Fusion Theory Conference, Como, Italy, Oct. 27-29 1999

Stability Analysis of Internal Transport Barriers

C. Bourdelle, P. Maget, X. Garbet, G.T. Hoang, A. Géraud

Presented by X. Garbet at the 9th ITER Expert Group Workshop, Sept. 30-Oct.1st 1999

Stability Analysis of Internal Transport Barriers on Tore Supra

C. Bourdelle, X. Garbet, G.T. Hoang

Presented at the US Transport Task Force Meeting, Burlington, VT, April 26-29 2000

Stability Analysis of Improved Confinements in Tore Supra

C. Bourdelle, X. Garbet, P. Maget, G.T. Hoang, P. Monier-Garbet

Presented at the 26th European Physical Society Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Budapest, 2000

Improved Confinement with Ion Cyclotron Hydrogen Minority Heating on Tore Supra

G.T. Hoang, P. Monier-Garbet, **C. Bourdelle** et al

Proceedings of the 13th Topical Conference on Radio Frequency in Plasmas, AIP, Melville New York, 1999

Reversed Magnetic Shear Operation with Ion Cyclotron Hydrogen Minority Heating on Tore Supra

G.T. Hoang, G. Antar, T. Aniel, V. Basiuk, A. Bécoulet, **C. Bourdelle**, R.V. Budny, P. Devynck, X. Garbet, J. Lasalle, G. Martin, F. Saint-Laurent

Proceedings of the 25th European Physical Society Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Maastricht, 1999

[Hoa00c] *Test of electron heat diffusivity against the electron temperature gradient turbulence model and investigation of critical temperature gradient on Tore Supra*

G.T. Hoang, **C. Bourdelle**, X. Garbet, T. Aniel, M. Ottaviani,

in Controlled Fusion and Plasma Physics, Proc. 27th Eur. Conf. Budapest 2000, EPS, Geneva, (2000), <http://bilbo.rmki.kfki.hu/pdf/>, P2.046

Critical Electron Temperature Gradient on Tore Supra

G.T. Hoang, **C. Bourdelle**, X. Garbet, T. Aniel, G. Giruzzi, M. Ottaviani W. Horton, P. Zhu

To be presented at the IAEA conference 2000