Задание 1.

Численное моделирование нестационарного одномерного процесса

1. Написать систему дифференциальных уравнений для аппроксимации со 2-ым порядком уравнения в частных производных и граничных условий, используя интегро-интерполяционный метод (ИИМ).
2. Разработать тесты с нулевой и ненулевой погрешностью аппроксимации по пространственной переменной для проверки работы программы.
3. Написать программы для решения исходной задачи, используя подпрограммы IVPRK и IVPAG из библиотеки IMSL для решения аппроксимирующей системы дифференциальных уравнений. В подпрограмме IVPAG использовать методы Гира (BDF) с численным и аналитическим вычислением матрицы Якоби в ленточной форме хранения.
4. Сравнить эффективность работы подпрограмм IVPRK и IVPAG с численной и аналитической матрицей Якоби по количеству сделанных шагов, количеству вычисленных производных (правой части дифференциального уравнения), количеству вычисленных матриц Якоби, величине последнего шага интегрирования. Сделать выводы об эффективности применения этих подпрограмм.
5. Исследовать на тестах зависимость погрешности решения от числа разбиений интервала интегрирования по пространственной переменной в фиксированные моменты времени.
6. Написать отчёт.

Постановка задачи. Вариант SP. Используя интегро-интерполяционный метод (метод баланса), разработать программу для моделирования нестационарного процесса в полом шаре, описываемого математической моделью вида. Параметры $\chi_1 \quad 0$, $\chi_2 \quad 0$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\ \ r^2 k(r,t)\frac{\partial u}{\partial r}\ \ - q(r,t)u + f(r,t), \quad \mathrm{r} \quad [\mathrm{R_L}, \mathrm{R_R}], \quad \mathrm{t} \quad [0, \mathrm{T}]$$

$$0 < \mathrm{c}_1 \quad k(r,t) \quad c_2, \qquad 0 \quad \mathrm{q}(\mathrm{r},\mathrm{t})$$

начальным условием вида $u\big|_{t=0} = \varphi(r)$ для всех вариантов задания и граничными условиями, определяемыми вариантом задания

5. $k\dfrac{\partial u}{\partial r}\bigg|_{r=R_L} = -\nu_1(t)$, $\qquad -k\dfrac{\partial u}{\partial r}\bigg|_{r=R_R} = -\nu_2(t)$,

9. $k\dfrac{\partial u}{\partial r}\bigg|_{r=R_L} = \chi_1 u\big|_{r=R_L} - \nu_1(t)$, $\qquad -k\dfrac{\partial u}{\partial r}\bigg|_{r=R_R} = \chi_2 u\big|_{r=R_R} - \nu_2(t)$,

Задание 2.

Численное моделирование стационарного двумерного процесса.

1. Написать разностную схему (систему алгебраических уравнений) для аппроксимации уравнения в частных производных и граничных условий, используя интегро-интерполяционный метод (ИИМ).
2. Разработать тесты с нулевой и ненулевой погрешностью аппроксимации для проверки работы программы.
3. Написать программу для решения исходного уравнения, используя ленточный метод Гаусса для симметричных положительно определённых систем (метод Холецкого) из библиотека IMSL с оценкой числа обусловленности аппроксимирующей системы алгебраических уравнений, или итерационный метод (библиотека NumDVF_lib) (по указанию преподавателя).
4. Исследовать на тестах зависимость погрешности решения от числа разбиений области интегрирования. Сделать выводы.
5. Написать отчёт.

Во всех вариантах $\chi_i \quad 0$, *i=1, 2, 3, 4*.

Вариант В. Постановка задачи: Используя интегро-интерполяционный метод, разработать программу для моделирования процесса, описываемого математической моделью

$$-\quad \frac{\partial}{\partial x}\quad k_1(x,y)\frac{\partial u}{\partial x} \quad + \frac{\partial}{\partial y}\quad k_2(x,y)\frac{\partial u}{\partial y} \quad = f(x,y),$$

$$a \quad x \quad b, \quad c \quad y \quad d, \quad 0 < c_{11} \quad k_1(x,y) \quad c_{12} \qquad 0 < c_{21} \quad k_2(x,y) \quad c_{22}$$

с граничными условиями, определяемыми вариантом задания

7.

$$u\big|_{x=a} = g_1(y), \qquad -k_1 \frac{\partial u}{\partial x}\bigg|_{x=b} = \chi_2 u\big|_{x=b} - g_2(y),$$

$$k_2 \frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{y=c} = \chi_3 u\big|_{y=c} - g_3(x), \qquad u\big|_{y=d} = g_4(x)$$