Bài tập về nhà phân tích độ phức tạp thuật toán đệ quy

Author:

- Pair 8
  - **Hoàng Ngọc Quân**
  - **Cẩm Giang**
- To:
  - **Phan Hoàng Phước**

Câu 1:

Câu 1:

a) $\begin{cases} T(1) = 4 \\ T(n) = 3T(n-1), \forall x > 1 \end{cases}$

ta có: $T(n) = 3T(n-1) = 3.[3T(n-2)]$

$= 3^2 T(n-2)$

$= 3^3 T(n-3)$

$= \dots$

$= 3^{n-1} T(1) = 4.3^{n-1}$

Suy ra: $O(3^{n-1})$

b) $\begin{cases} T(1) = 1 \\ T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \frac{n}{2}, \forall x > 1 \end{cases}$

ta có:

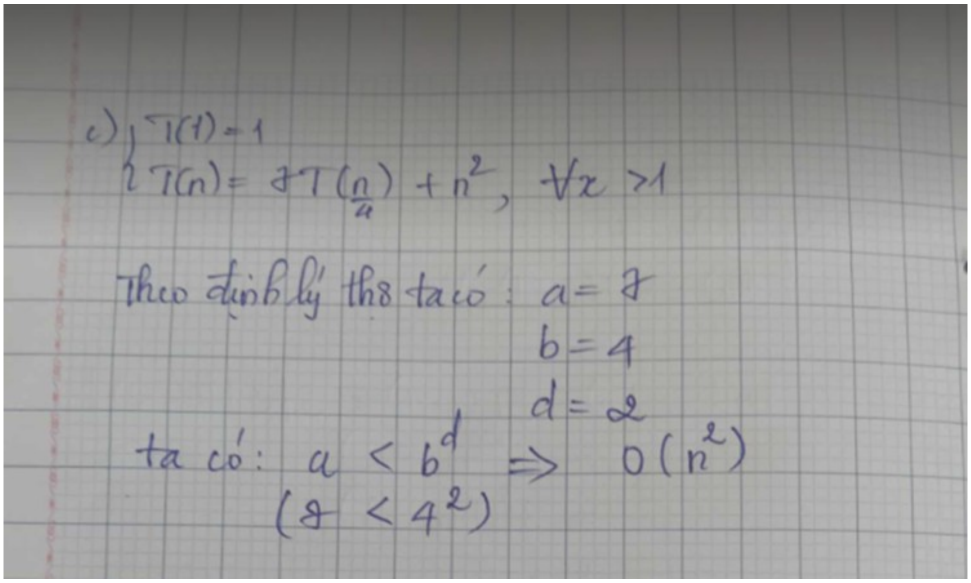
$T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + \frac{n}{2} = 2.\left[2.T(\frac{n}{4}) + \frac{n}{4}\right] + \frac{n}{2}$

$= 2^2 T(\frac{n}{4}) + \frac{n}{4} + \frac{n}{2} = 2^3.T(\frac{n}{8}) + \frac{n}{8} + \frac{n}{4} + \frac{n}{2}$

$= 2^n T(1) + \sum_{i=1}^{\log_2 n} \frac{n}{2^i}$

$= 2^n + n \Rightarrow O(2^n)$

- Sửa lại câu b:
- Theo đinh lý Master:
  - a = 2, b = 2, d = 1,
  - Vì a = b^d nên
- Độ phức tạp **O(nlogn)**



c) $\begin{cases} T(1) = 1 \\ T(n) = 7T(\frac{n}{4}) + n^2, \ \forall x > 1 \end{cases}$

Theo định lý thợ ta có: $a = 7$

$b = 4$

$d = 2$

ta có: $a < b^d \Rightarrow O(n^2)$

$(7 < 4^2)$

Câu 2:

câu a:

- Đoạn code sau là thuật toán ***tìm kiếm nhị phân*** dùng để tìm vị trí của khóa *val* trong mảng *b*.
- Return:
  - Vị trí của khóa val trong mảng b [0, len(b)-1]
  - Trả về -1 nếu không tồn tại khóa val trong mảng b

câu b:

- **Phần cơ sở**:

```
if left > right:
    return -1
mid = (left + right) // 2
if b[mid] == val:
    return mid
```

- **Phần đệ quy**:

```
elif b[mid] > val:
    return Search(val, left, mid - 1)
else:
    return Search(val, mid + 1, right)
```

câu c:

- **Công thức truy hồi dùng để tính độ phức tạp**:

- T(1) = 1
- **T(N) = T(N/2) + 1** với N > 1

- Theo định lý thợ, ta có: a = 1, b = 2, d = 0 --> a == b^d
- Độ phức tạp: **O(logN)**
  - Với N ở đây là số lượng bài toán cần giải quyết, T(n) là chi phí thời gian để giải quyết N bài toán đó.

Câu 3:

câu a:

- Gọi ***F(n)*** là thời gian để in ***n tờ giấy*** theo thuật toán đã trình bày trong đề bài, ta có :
  - F(1) = F(2) = 2
  - **F(n) = F(n-2) + 2**, với n > 2
- Công thức truy hồi tính độ phức tạp của thuật toán là:
  - T(1) = 1
  - T(2) = 1
  - **T(N) = T(N-2) + 1**, với N > 2
- Tính độ phức tạp :
  - T(N) = T(N-4) + 2 = … = T(1 or 2) + N div 2 = N div 2 + 1
  - Vậy độ phức tạp là **O(N)**

câu b:

- Thuật toán trên không cho ra kết quả đúng nhất vì khi **n tờ giấy là số lẻ**, ta chưa tận dụng được hết thời gian in song song của 2 máy.
- Xét ví dụ, với n = 3, thời gian chạy trên 2 máy sẽ là:
  - F(3) = F(1) + 2 = 4 phút.
  - Trong khi ta hoàn toàn có thể đạt được thời gian nhỏ nhất là 3.
- Nguyên nhân là vì theo cách chia bài toán như trên khi chỉ còn lại 1 tờ giấy thì chỉ có một máy có thể hoạt động, chứ không thể để 2 máy hoạt động song song cùng lúc.

câu c:

- Thuật toán cho kết quả đúng nhất là:
  - Đánh số lại cho các tờ giấy từ 0 đến $n-1$
  - Định nghĩa i, j như sau:
    - Tại mỗi lượt, máy 1 sẽ in *mặt trước* của tờ giấy thứ i và máy 2 sẽ in *mặt sau* của tờ giấy thứ j.
  - Định nghĩa $G(i, j)$ là thời gian ít nhất để in hết các tờ giấy từ $[0, i)$ và $[0, j)$ + thêm mặt sau của tờ thứ $n-1$.
  - $G(i, j) = $
    - Nếu i == 0 and j == -1 --> 2 (xảy ra khi n == 1)
    - Nếu i == -1 --> 0
    - Ngược lại:

        - G(i, j) = G(i-1, (j-1+n) mod n) + 1
- Lời giải của bài toán ban đầu sẽ là $G(n-1, n-2)$
- Nói cách khác theo thuật toán trên, tại mỗi lượt 2 máy sẽ luôn in trên 2 tờ giấy khác biệt nhau, (trừ phi ngay từ đầu chỉ có 1 tờ giấy duy nhất $n=¿1$) do đó luôn tận dụng được thời gian in song song của cả 2 máy (n phút với n tờ giấy, ngoại trừ 2 phút với n == 1)
- Công thức truy hồi tính độ phức tạp của thuật toán trên:
    - Gọi N là số lượng bài toán cần giải quyết
    - T(N) là chi phí độ phức tạp thời gian để giải quyết N bài toán đó.
    - **T(2) = 1**
    - **T(2N) = T(2N-2) + 1**, với N > 1
- Tính độ phức tạp thuật toán:
    - T(2N) = T(2N-2) + 1 = T(2N-4) + 2 = ... = N
- Vậy độ phức tạp thuật toán là: **O(N)**
    - Thực tế, ta hoàn toàn có thể giải quyết bài toán trên với độ phức tạp chỉ trong **O(1)**

Thank you:

- Cảm ơn Phước vì đã cố gắng rất nhiều cho mọi người.
- Chúc Phước một ngày vui vẻ.