



珠海校区 2014 学年度第 2 学期 14 级《高等数学一》期中考试题

学院/专业_____学号_____姓名_____评分_____



《中山大学授予学士学位工作细则》第六条：“考试作弊不授予学士学位。”

(注意：考试时间共 90 分钟)

一、求下列极限：(每小题 8 分，共 32 分)

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$;

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x + 1}{x^3 + 2x^2 - 1}$;

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin 2x}$;

(4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x} \right)^x$ 。



二，完成下列各题：（每小题 10 分，共 20 分）

(1) 设函数 $y = f(x)$ 由方程 $\begin{cases} x = \sqrt{3}t^2 \\ y = 4t^3 \end{cases}$ 确定，求 $\frac{dy}{dx}$ 和 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 。

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 可导，且满足

$$f(x+1) = 2f(x), \quad x \in \mathbb{R}, \quad f(0) = f'(0) = 1, \quad \text{求 } f'(1).$$



三，求如下积分：（每小题 8 分，共 32 分）

(1) $\int \sin^3 x \cos^2 x dx;$

(2) $\int \frac{1+x}{1-x} dx;$

(3) $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}};$

(4) $\int_1^{e^2} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx.$



四, (8分) 求证: 方程 $x = \sin x + 2$ 至少有一个不超过 3 的正根。

五, (8分) 设 $f(x)$ 是连续的奇函数, 求证: $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ 是偶函数。

当 $f(t) = e^{t^2}$ 时, 求 $F'(x)$ 。