

TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
KHOA CÔNG NGHỆ CƠ KHÍ



SỨC BỀN VẬT LIỆU

PGS, TS Trần Thế Văn

Thành phố Hồ Chí Minh, 2021

MỤC LỤC

	Trang
LỜI NÓI ĐẦU	3
Chương 1. NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN	5
1.1. Nhiệm vụ và đối tượng nghiên cứu của môn học	5
1.2. Các giả thiết và nguyên lý cơ bản	7
1.3. Ngoại lực, nội lực, ứng suất, các biến dạng cơ bản và chuyển vị	9
1.4. Biểu đồ nội lực	16
1.5. Các ví dụ vẽ biểu đồ nội lực	20
Chương 2. KÉO, NÉN ĐÚNG TÂM	25
2.1. Khái niệm và nội lực của thanh chịu kéo, nén đúng tâm	25
2.2. Ứng suất và biến dạng của thanh chịu kéo, nén đúng tâm	26
2.3. Tính chất cơ học của vật liệu	27
2.4. Tính toán cho thanh chịu kéo, nén đúng tâm	31
2.5. Bài toán siêu tĩnh trong kéo, nén đúng tâm	38
Chương 3. TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT	40
3.1. Khái niệm chung về trạng thái ứng suất tại một điểm	40
3.2. Nghiên cứu trạng thái ứng suất đơn	41
3.3. Nghiên cứu trạng thái ứng suất phẳng	41
3.4. Khái niệm về trạng thái ứng suất khối	44
3.5. Quan hệ giữa ứng suất và biến dạng (Định luật Hooke)	46
3.6. Thế năng biến dạng đàn hồi	46
Chương 4. THUYẾT BỀN	53
4.1. Khái niệm chung	53
4.2. Các thuyết bền thường dùng	53
4.3. Áp dụng các thuyết bền	55
Chương 5. ĐẶC TRƯNG HÌNH HỌC CỦA HÌNH PHẪNG	56
5.1. Mô men tĩnh của hình phẳng	56
5.2. Mô men quán tính của hình phẳng	58
5.3. Bán kính quán tính của hình phẳng	63
Chương 6. XOẮN THUẦN TÚY THANH TRÒN	68
6.1. Khái niệm về xoắn thuần túy	68
6.2. Ứng suất và biến dạng trong thanh tròn chịu xoắn thuần túy	69
6.3. Tính toán độ bền và độ cứng	72
6.4. Tính lò xo xoắn ốc hình trụ bước ngắn	78

	Trang
Chương 7. UỐN PHẪNG NHỮNG THANH THẲNG	82
7.1. Khái niệm và phân loại uốn phẳng	82
7.2. Uốn thuần túy phẳng	83
7.3. Uốn ngang phẳng	85
7.4. Tính chuyển vị cho dầm chịu uốn	92
Chương 8. THANH CHỊU LỰC PHỨC TẠP	102
8.1. Thanh chịu uốn xiên	102
8.2. Thanh chịu uốn và kéo, nén đúng tâm đồng thời	107
8.3. Thanh chịu kéo, nén lệch tâm	109
8.4. Thanh chịu uốn và xoắn đồng thời	111
BÀI TẬP	114
Bài tập vẽ biểu đồ nội lực	114
Bài tập thanh chịu kéo, nén đúng tâm	119
Bài tập trạng thái ứng suất	124
Bài tập thanh chịu xoắn thuần túy	126
Bài tập thanh (dầm) chịu uốn phẳng	131
Bài tập thanh chịu lực phức tạp	136
TÀI LIỆU THAM KHẢO	139
PHỤ LỤC	140

LỜI NÓI ĐẦU

Môn học Sức bền vật liệu là một trong những môn học cơ sở quan trọng trong chương trình đào tạo cao đẳng và đại học đối với các ngành cơ khí, xây dựng, kiến trúc, giao thông,...vv. Hiện nay có rất nhiều tài liệu về môn học này, trong đó đa số là dưới dạng các giáo trình do các tác giả thuộc các trường đại học biên soạn phục vụ chủ yếu cho đối tượng đào tạo thuộc trường đó. Nhìn chung các tài liệu này phù hợp cho việc học tập, tham khảo của học viên, sinh viên hệ cao đẳng và đại học. Căn cứ vào chuẩn đầu ra học phần Sức bền vật liệu trong Chương trình đào tạo của Trường Đại học Công nghiệp Thành phố Hồ Chí Minh, tác giả biên soạn tài liệu này nhằm giúp sinh viên học tập hiệu quả hơn. Tài liệu bao gồm các nội dung lý thuyết, bài tập và các bảng phụ lục, giúp sinh viên thuận lợi hơn trong nghiên cứu, học tập môn học.

TÁC GIẢ

Chương 1

NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN

Hiểu và nắm chắc những khái niệm cơ bản trong môn học sức bền vật liệu (SBVL) giúp học viên, sinh viên (HV,SV) học tập tốt các nội dung chính của môn học ở các chương tiếp theo. Nội dung của chương này đề cập đến nhiệm vụ, đối tượng nghiên cứu của môn học; các giả thiết cơ bản về vật liệu; các khái niệm về ngoại lực, nội lực, ứng suất và biến dạng; đặc biệt giúp HV,SV biết cách vẽ và hiểu được ý nghĩa của biểu đồ nội lực đối với vật thể dạng thanh ở các trường hợp chịu lực khác nhau như: kéo, nén, uốn, xoắn, hoặc thanh chịu lực phức tạp.

1.1. Nhiệm vụ và đối tượng nghiên cứu của môn học

1.1.1. *Nhiệm vụ nghiên cứu*

Môn học SBVL nghiên cứu các phương pháp tính toán độ bền, độ cứng và độ ổn định của các phần tử máy móc và kết cấu công trình.

Chúng ta thường gặp các phần tử máy móc và kết cấu công trình có dạng thanh, dầm, tấm, vỏ,...vv. Để máy móc và kết cấu công trình làm việc bình thường thì các phần tử và toàn bộ kết cấu phải thỏa mãn độ bền, độ cứng và độ ổn định.

- Độ bền: là khả năng của các phần tử và kết cấu giữ vững được trạng thái làm việc bình thường mà không bị phá hoại bởi ngoại lực như nứt, gãy.

- Độ cứng: là khả năng của các phần tử và kết cấu không bị biến dạng quá lớn vượt qua giới hạn đàn hồi của vật liệu.

- Độ ổn định: là khả năng của các phần tử và kết cấu giữ vững được trạng thái cân bằng đàn hồi ban đầu dưới tác dụng của ngoại lực.

Muốn thỏa mãn được các yêu cầu trên và tiết kiệm chi phí sản xuất, thì các phần tử và kết cấu phải được tính toán để lựa chọn vật liệu phù hợp, có hình dạng hợp lý và kích thước chính xác. Để tăng độ tin cậy làm việc của các phần tử dưới tác dụng của ngoại lực cần phải tăng kích thước của chúng, nhưng việc tăng kích thước sẽ dẫn đến tăng trọng lượng của máy móc, tốn vật liệu và tăng lực quán tính đối với các chi tiết chuyển động. Vì vậy, cần phải tính toán để nhận được hình dạng và kích thước hợp lý nhất của các chi tiết nhằm đảm bảo độ tin cậy làm việc của chúng cũng như đảm bảo tính kinh tế.

Ngoài ra môn học SBVL còn tiến hành nghiên cứu tính chất cơ học của vật liệu, xác định các thông số đặc trưng cơ học của vật liệu như: ứng suất tỉ lệ, ứng suất chảy, ứng suất bền, mô đun đàn hồi kéo nén (mô đun Young), mô đun đàn hồi trượt, hệ số Poát-xông...vv.

Môn học SBVL giải quyết các bài toán dựa trên cả cơ sở lý thuyết và thực nghiệm. Cơ sở lý thuyết dựa vào môn học cơ lý thuyết và toán học. Cơ sở thực nghiệm dựa vào các thí nghiệm vật lý và vật liệu học.

Các kiến thức cơ bản của môn học SBVL là nền tảng cho việc tính toán các kết cấu máy móc và kết cấu công trình, nó có mối liên hệ chặt chẽ với các môn học Chi tiết máy, Cơ kỹ thuật, Cơ học kết cấu, Lý thuyết đàn hồi, Lý thuyết dẻo...vv.

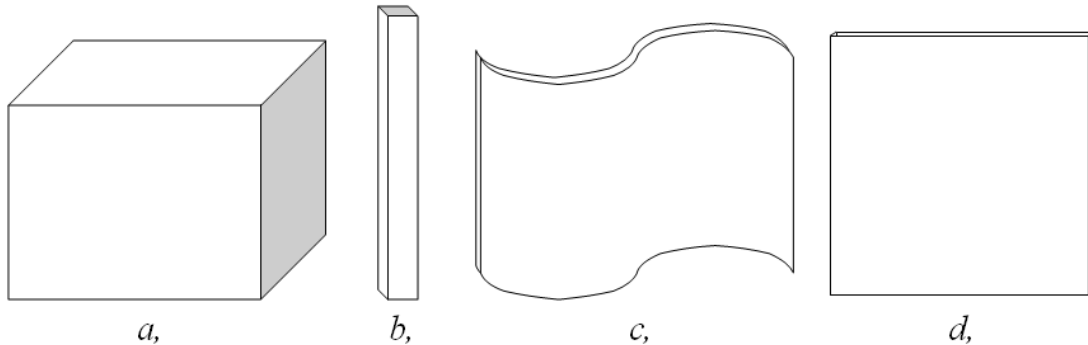
1.1.2. Đối tượng nghiên cứu

a) Về mặt vật thể

Đối tượng nghiên cứu của môn học SBVL là các vật rắn có biến dạng hay vật rắn thực (thay đổi hình dạng và kích thước dưới tác dụng của ngoại lực), khác với đối tượng nghiên cứu của môn học Cơ lý thuyết là các vật rắn tuyệt đối (giữ nguyên hình dạng và kích thước dưới tác dụng của ngoại lực).

b) Về mặt hình dạng

Trong thực tế các kết cấu có hình dạng rất phong phú, nhưng người ta có thể chia ra làm ba dạng cơ bản đó là: khối, thanh, tấm và vỏ.



Hình 1-1. Các hình dạng cơ bản của vật thể

a) Khối, b) Thanh, c) Vỏ, d) Tấm

- Khối: là kết cấu có kích thước theo ba phương trong không gian 3 chiều gần bằng nhau (Hình 1-1a) như móng nhà, móng máy.

- Thanh: là kết cấu có kích thước theo một phương (chiều dài) lớn hơn rất nhiều so với kích thước hai phương còn lại (Hình 1-1b). Ta thường gặp thanh thẳng, thanh cong, thanh có mặt cắt thay đổi, thanh thành mỏng. Thanh chịu uốn còn được gọi là dầm, thanh tròn chịu xoắn còn được gọi là trục.

- Tấm và vỏ: là kết cấu được giới hạn bởi hai mặt cong gần nhau, kích thước theo hai phương bề mặt lớn hơn rất nhiều so với chiều dày của nó (Hình 1-1c). Mặt chia đôi bề dày gọi là mặt trung bình. Nếu mặt trung bình là mặt phẳng ta có kết cấu dạng tấm (Hình 1-1d).

Đối tượng nghiên cứu chính của SBVL là thanh thẳng. Môn học SBVL cũng chủ yếu nghiên cứu thanh chịu lực trong các trường hợp đơn giản như kéo (nén), trượt (cắt), xoắn, uốn và các trường hợp thanh chịu lực phức tạp là tổ hợp của ít nhất hai trường hợp đơn giản nói trên.

1.2. Các giả thiết và nguyên lý cơ bản

1.2.1. Các giả thiết cơ bản về vật liệu

a) *Giả thiết 1: Vật liệu có tính liên tục, đồng chất và đẳng hướng.*

Ở mọi điểm trong vật thể đều có vật liệu, các phân tử vật liệu đều giống nhau về cấu trúc và tính chất cơ lý; theo mọi hướng tác dụng các tính chất cơ lý của vật liệu đều như nhau. Thực tế thì cấu trúc của vật liệu là rất phức tạp, ở mọi điểm của nó không hoàn toàn liên tục và đồng chất, còn ở một điểm thì tính chất cơ lý theo mọi phương cũng không hoàn toàn giống nhau, nhưng nếu xét toàn bộ vật thể thì sự khác nhau đó không đáng kể và có thể bỏ qua.

Giả thiết này cho phép ta nghiên cứu một phân tử vô cùng bé tưởng tượng tách ra khỏi vật thể thay thế cho việc nghiên cứu cả vật thể (nghiên cứu phân tử đại diện tại những điểm nguy hiểm).

b) *Giả thiết 2: Vật liệu có tính đàn hồi tuyệt đối.*

Dưới tác dụng của ngoại lực hoặc nhiệt độ các vật thể bị biến dạng (thay đổi hình dạng và kích thước). Biến dạng của vật thể lớn hay nhỏ phụ thuộc vào cả nguyên nhân gây ra biến dạng và vật liệu. Thí nghiệm cho thấy với mỗi loại vật liệu, nếu lực tác dụng chưa vượt quá một giới hạn nào đó, thì khi bỏ lực tác dụng vật thể sẽ trở lại hình dạng và kích thước ban đầu. Tính chất đó gọi là *tính đàn hồi*, vật thể có tính đàn hồi gọi là *vật thể đàn hồi*. Nếu sau khi bỏ lực tác dụng vật thể khôi phục lại hoàn toàn hình dạng và kích thước ban đầu thì được gọi là *vật thể đàn hồi tuyệt đối*. Còn nếu vượt quá giới hạn nói trên thì vật thể chỉ khôi phục lại được một phần hình dạng và kích thước của nó, vật thể bị *biến dạng dư* hay *biến dạng dẻo*.

Như vậy, *tính đàn hồi tuyệt đối* được hiểu là tính chất thay đổi hình dạng và kích thước của vật rắn dưới tác dụng vật lý và khôi phục lại hoàn toàn trạng thái ban đầu sau khi cắt bỏ tác dụng vật lý đó.

Giả thiết này nêu rõ phạm vi nghiên cứu của SBVL, có nghĩa SBVL chỉ nghiên cứu vật liệu làm việc trong giai đoạn đàn hồi. Theo định luật Hooke trong giai đoạn đàn hồi tương quan giữa tải trọng và biến dạng là bậc nhất. Điều đó cho phép xây dựng quan hệ duy nhất giữa ứng suất và biến dạng.

c) *Giả thiết 3: Biến dạng của vật thể do các nguyên nhân bên ngoài sinh ra nhỏ hơn nhiều so với kích thước của chúng.*

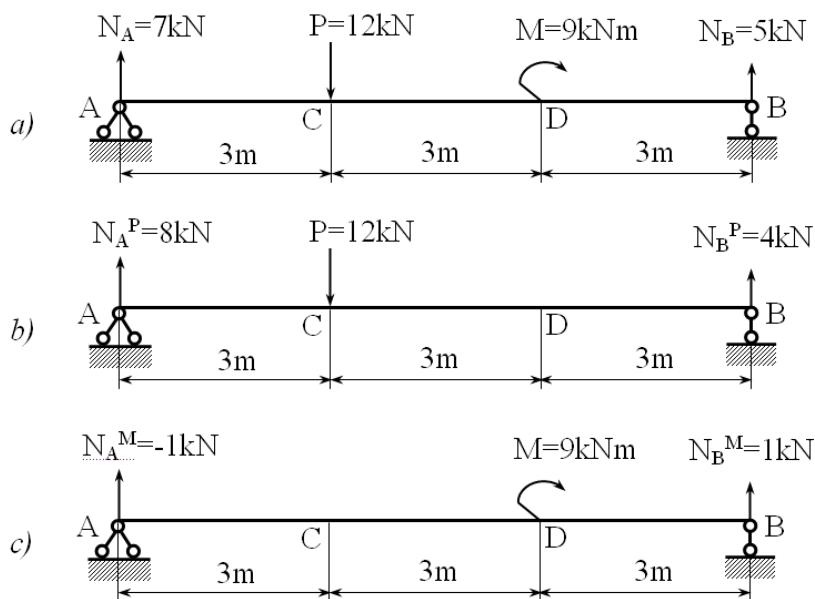
Nhờ giả thiết này ta có thể coi các điểm đặt lực không thay đổi, cho phép vận dụng các kiến thức của cơ học vật rắn tuyệt đối khi xét cân bằng cho vật thể. Biến dạng bé và quan hệ tuyến tính giữa ứng suất và biến dạng cho phép áp dụng nguyên lý độc lập tác dụng được trình bày dưới đây.

1.2.2. Các nguyên lý cơ bản

a) *Nguyên lý độc lập tác dụng*

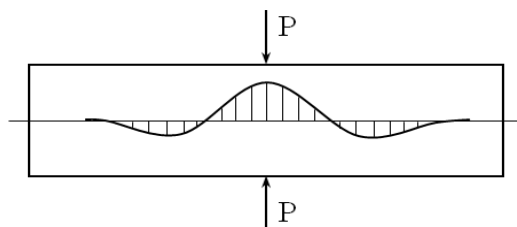
Kết quả nội lực, ứng suất và biến dạng do nhiều lực tác dụng đồng thời gây ra bằng tổng đại số các kết quả do từng lực tác dụng riêng rẽ sinh ra.

Thí dụ phản lực ở gối đỡ A là N_A và ở gối đỡ B là N_B do lực P và mô men M tác dụng đồng thời sinh ra (Hình 1-2a) bằng tổng hình học các phản lực do P sinh ra (Hình 1-2b) và M sinh ra (Hình 1-2c). Khi tính ứng suất, biến dạng và độ võng (chuyển vị) cũng có thể áp dụng nguyên lý độc lập tác dụng một cách tương tự như ở thí dụ tính phản lực tại các gối đỡ.



Hình 1-2

b) Nguyên lý Xanh-vơ năng



Hình 1-3

Nguyên lý Xanh-vơ năng hay còn gọi là nguyên lý hiệu ứng cân bằng cục bộ của hệ ngoại lực tự cân bằng được sử dụng trong SBVL và lý thuyết đàn hồi. Theo nguyên lý này thì nếu tại một phần nhỏ của vật thể chịu tác dụng của hệ lực cân bằng, hệ lực đó chỉ tạo nên ứng suất cục bộ và giảm rất nhanh theo khoảng cách kể từ điểm đặt lực (Hình 1-3), ứng suất ít phụ thuộc vào tính chất tác dụng của lực trên bề mặt vật thể. Vì vậy, có thể thay thế hệ lực phân bố trên một diện tích vô cùng nhỏ bằng một lực tập trung tương ứng mà không làm thay đổi trạng thái ứng suất, biến dạng của vật thể.

c) Nguyên lý về “độ bền địa phương”

Để đánh giá độ bền và tính chất của vật liệu tại một điểm và lân cận của nó, phải biết được trạng thái ứng suất tại điểm đó. Theo nguyên lý này trạng thái ứng suất tại điểm đang xét chỉ phụ thuộc vào biến dạng tại chính điểm đó mà không phụ thuộc vào biến dạng tại vùng xung quanh điểm đang xét.

1.3. Ngoại lực, nội lực, ứng suất, các biến dạng cơ bản và chuyển vị

1.3.1. Ngoại lực

a) Tải trọng

* Tải trọng của bản thân vật thể đang khảo sát (trọng lượng):

- Trọng lực: là lực hút của trái đất (lực hấp dẫn).

- Trọng lượng: bằng trọng lực cộng với lực quán tính.

* Tải trọng tác dụng từ bên ngoài:

- Tải trọng tĩnh là tải trọng tăng dần đủ chậm đến một giá trị nhất định và sau đó không thay đổi, không gây ra lực quán tính hoặc lực quán tính không đáng kể.

- Tải trọng động là tải trọng gây ra lực quán tính đáng kể, tải trọng động bao gồm tải trọng tĩnh và lực quán tính. Thí dụ như tải trọng do va chạm, dao động, chuyển động thay đổi có quy luật hoặc thay đổi không có quy luật.

* Tải trọng tập trung, tải trọng phân bố, quy luật phân bố là hằng số, quy luật phân bố là bậc nhất, bậc hai, ... Tải trọng phân bố theo thể tích gọi là lực thể tích, phân bố theo diện tích gọi là lực bề mặt, phân bố theo chiều dài (phân bố đường).

b) Phản lực liên kết

Xác định theo Định luật 3 Niu-ton. Phương pháp xác định các loại phản lực liên kết nghiên cứu trong môn Cơ lý thuyết.

1.3.2. Nội lực

a) Khái niệm nội lực

Dưới tác động của ngoại lực, vật thể bị biến dạng, lúc đó giữa các phần tử của vật thể xuất hiện thêm một phần lực tác dụng tương hỗ nhằm chống lại biến dạng của vật thể do ngoại lực gây ra. Phần lực tác dụng tương hỗ tăng thêm đó chính là độ tăng của lực liên kết phân tử và gọi là nội lực.

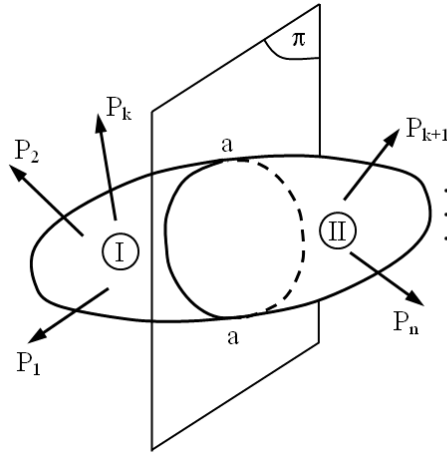
b) Phương pháp xác định nội lực

Muốn xác định nội lực ta dùng phương pháp mặt cắt. Nội dung của phương pháp mặt cắt như sau:

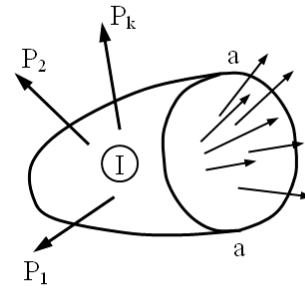
Xét một vật thể chịu lực ở trạng thái cân bằng như Hình 1-4. Để tìm nội lực tại mặt cắt (a-a) nào đó, ta tưởng tượng dựng mặt phẳng (π) qua mặt cắt (a-a), mặt phẳng (π) cắt vật thể ra làm hai phần (I) và (II). Ta giữ lại bất kỳ một phần

nào đó để xét, chẳng hạn giữ lại phần (I) như Hình 1-5. Phần (I) cân bằng dưới tác dụng của các ngoại lực tác dụng lên nó ($\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_k$) và hệ lực tương hỗ tác dụng từ phần (II) lên phần (I), hệ lực đó chính là nội lực trên mặt cắt (a-a). Giá trị của nội lực được xác định qua giá trị của ngoại lực tác dụng lên phần (I).

Rõ ràng cường độ của nội lực tại một điểm bất kỳ nào đó trên mặt cắt (a-a) cũng như quy luật phân bố trên mặt cắt (a-a) nói chung chưa biết. Nhưng ta hoàn toàn xác định được hợp lực của hệ nội lực vì nó phải cân bằng với hợp lực của các ngoại lực tác dụng lên phần ta đang xét. Nghĩa là: “*Hợp lực của hệ nội lực trên mặt cắt ngang của phần đang xét phải cùng với các ngoại lực tác dụng lên phần đang xét tạo thành một hệ lực cân bằng*”.



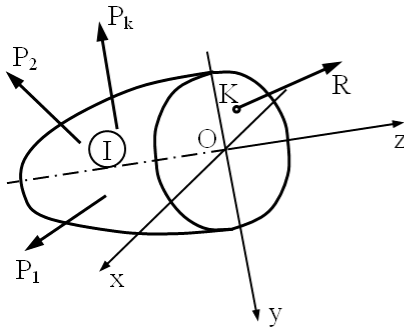
Hình 1-4



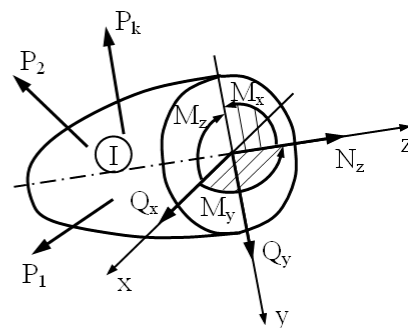
Hình 1-5

c) Các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang

Để xác định nội lực trên mặt cắt ngang (a-a), dùng phương pháp mặt cắt ta sẽ thu được kết quả như sau:



Hình 1-6



Hình 1-7

Giả sử xét cân bằng cho phần (I), hợp lực \vec{R} của nội lực trên mặt cắt (a-a) phải cân bằng với hệ ngoại lực tác dụng lên phần (I), nghĩa là:

$$\vec{R} + \sum_{i=1}^k \vec{P}_i = 0 \quad (1-1)$$

Hợp lực \vec{R} đặt tại điểm K (Hình 1-6).

Tiến hành dời hợp lực \vec{R} từ điểm K về trọng tâm O của mặt cắt ngang ta thu được một véc tơ chính $\vec{R}' = \vec{R}$ và một véc tơ mô men chính $\vec{M} = \overrightarrow{OK} \wedge \vec{R}$.

Trường hợp tổng quát \vec{R}' và \vec{M} có phương, chiều bất kỳ trong không gian.

Để thuận tiện, ta gắn vào trọng tâm O của mặt cắt ngang một hệ trục tọa độ Đề các Oxyz như sau:

- Trục Oz trùng với trục của vật thể (trục thanh).
- Trục Ox, Oy nằm trong mặt cắt ngang.

Tiến hành phân tích \vec{R}' ra 3 thành phần theo 3 trục tọa độ (Hình 1-7):

- Thành phần nằm trên trục Oz gọi là lực dọc, kí hiệu là N_z .
- Các thành phần nằm trên các trục Ox, Oy gọi là lực cắt, kí hiệu là Q_x, Q_y .

Mô men \vec{M} cũng được phân tích làm 3 thành phần (Hình 1-7):

- Các thành phần quay quanh các trục Ox, Oy (tác dụng trong các mặt phẳng (Oyz) và (Oxz) vuông góc với mặt cắt ngang) gọi là mô men uốn, kí hiệu là M_x và M_y .

- Thành phần quay quanh trục Oz (tác dụng trong mặt phẳng (Oxy)) gọi là mô men xoắn, kí hiệu M_z .

$Q_x, Q_y, N_z, M_x, M_y, M_z$ là 6 thành phần nội lực trên mặt cắt ngang và chúng được xác định từ điều kiện cân bằng của phần đang xét dưới dạng các phương trình cân bằng tĩnh học, đó là:

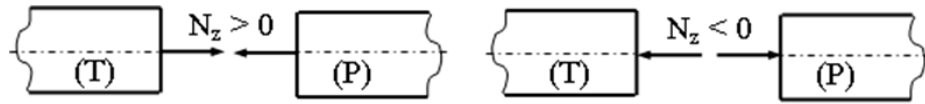
$$\left. \begin{aligned} Q_x + \sum_{i=1}^k P_{ix} &= 0; \\ Q_y + \sum_{i=1}^k P_{iy} &= 0; \\ N_z + \sum_{i=1}^k P_{iz} &= 0; \\ M_x + \sum_{i=1}^k m_x(\vec{P}_i) &= 0; \\ M_y + \sum_{i=1}^k m_y(\vec{P}_i) &= 0; \\ M_z + \sum_{i=1}^k m_z(\vec{P}_i) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

Trong đó: $\sum_{i=1}^k P_{ix}$, $\sum_{i=1}^k P_{iy}$, $\sum_{i=1}^k P_{iz}$ và $\sum_{i=1}^k m_x(\vec{P}_i)$, $\sum_{i=1}^k m_y(\vec{P}_i)$, $\sum_{i=1}^k m_z(\vec{P}_i)$ lần lượt là tổng hình chiếu của tất cả các ngoại lực thuộc phần đang xét trên các trục Ox, Oy, Oz và tổng đại số tất cả các mô men ngoại lực thuộc phần đang xét đối với các trục Ox, Oy, Oz tương ứng.

Nội lực tại mặt cắt ngang bất kỳ trên phần (I) sẽ có cùng trị số, cùng phương nhưng ngược chiều với nội lực tương ứng cũng tại mặt cắt ngang đó trên phần (II). Như vậy, để xác định nội lực tại mặt cắt ngang bất kỳ, chúng ta có thể xét phần (I) hoặc phần (II), tùy theo ngoại lực ở phần nào đơn giản hơn.

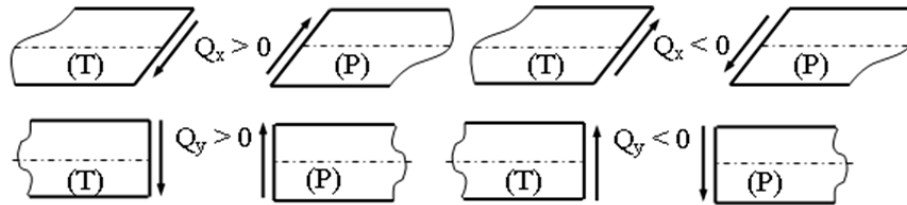
Để thống nhất, ta quy ước dấu các thành phần nội lực như sau:

$N_z > 0$ khi nó có chiều đi ra khỏi mặt cắt ngang phần đang giữ lại để xét và ngược lại (Hình 1-8). (T): xét phần bên trái; (P): xét phần bên phải.



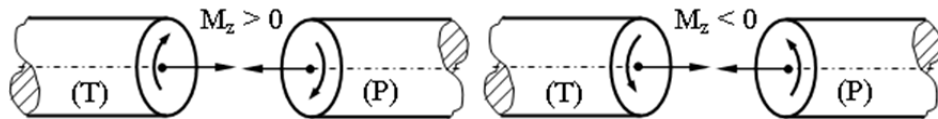
Hình 1-8

$Q_x > 0$, $Q_y > 0$ khi nó có chiều làm cho phần giữ lại có xu hướng quay theo chiều kim đồng hồ và ngược lại (Hình 1-9).



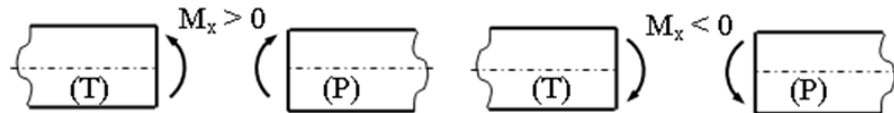
Hình 1-9

$M_z > 0$ khi đứng ở pháp tuyến ngoài của mặt cắt ngang phần giữ lại nhìn vào thấy chiều của M_z quay cùng chiều kim đồng hồ và ngược lại (Hình 1-10).



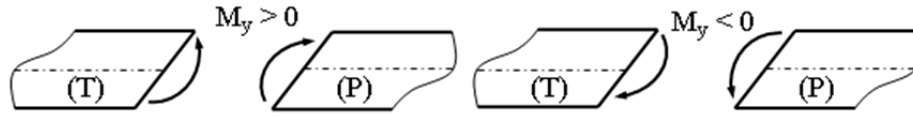
Hình 1-10

$M_x > 0$ khi chiều của nó có xu hướng làm căng các thớ ở phía dưới trục thanh và ngược lại (Hình 1-11).



Hình 1-11

$M_y > 0$ khi chiều của nó có xu hướng làm căng các thớ nằm giữa trục thành với người quan sát và ngược lại (Hình 1-12).



Hình 1-12

1.3.3. Ứng suất

a) Khái niệm ứng suất tại một điểm trên mặt cắt

Xét một diện tích phân tố trên mặt cắt là ΔF , nội lực tác dụng lên phân tố diện tích đó là $\Delta \vec{R}$, ta có ứng suất trung bình trên diện tích phân tố ΔF là:

$$\bar{p}_{tb} = \frac{\Delta \vec{R}}{\Delta F}$$

Vậy ứng suất tại một điểm trên mặt cắt được xác định theo công thức:

$$\bar{p} = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{R}}{\Delta F} = \frac{d\vec{R}}{dF} \quad (1-3)$$

Ứng suất tại một điểm trên mặt cắt là độ biến thiên của nội lực trên một đơn vị diện tích của mặt cắt.

b) Các thành phần ứng suất trên mặt cắt ngang

Trên mặt cắt ngang, ta biểu diễn véc tơ ứng suất toàn phần \bar{p} theo các véc tơ đơn vị của các trục tọa độ:

$$\bar{p} = \tau_{zx} \vec{i} + \tau_{zy} \vec{j} + \sigma_z \vec{k} \quad (1-4)$$

Trong đó:

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các véc tơ đơn vị trên các trục x, y, z.

τ_{zx}, τ_{zy} lần lượt là ứng suất tiếp theo phương x, y;

σ_z là ứng suất pháp theo phương z;

Như vậy tại một điểm trên mặt cắt ngang trong trường hợp tổng quát có 3 thành phần ứng suất và tên gọi của chúng cũng như tương quan hình học giữa chúng với mặt cắt ngang.

c) Quan hệ giữa nội lực và ứng suất

Xét trên mặt cắt ngang có diện tích F , ta dễ dàng nhận được quan hệ giữa nội lực và ứng suất theo các công thức:

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= \int_F dQ_x = \int_F \tau_{zx} dF; & M_x &= \int_F y dN_z = \int_F y \sigma_z dF \\ Q_y &= \int_F dQ_y = \int_F \tau_{zy} dF; & M_y &= \int_F x dN_z = \int_F x \sigma_z dF \\ N_z &= \int_F dN_z = \int_F \sigma_z dF; & M_z &= \int_F (y dQ_x - x dQ_y) = \int_F (y \tau_{zx} - x \tau_{zy}) dF \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

1.3.4. Các biến dạng cơ bản

a) Khái niệm

Biến dạng là sự thay đổi hình dạng và kích thước của vật thể dưới tác dụng của ngoại lực hoặc của nhiệt độ. SBVL chỉ nghiên cứu các biến dạng đàn hồi.

b) Các biến dạng cơ bản

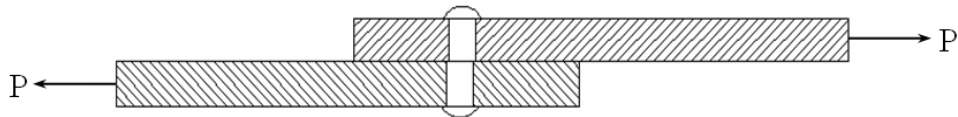
Tùy theo hình thức tác dụng của ngoại lực mà vật thể có các biến dạng khác nhau, có bốn loại biến dạng cơ bản đó là: kéo (hoặc nén), cắt, xoắn và uốn.

Khi thanh cân bằng dưới tác dụng của các ngoại lực dọc theo trục của nó (Hình 1-13) thì ta nói thanh chịu kéo (hoặc nén). *Biến dạng đó được gọi là biến dạng kéo (hoặc nén).*



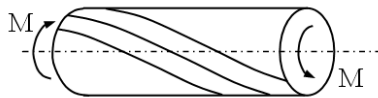
Hình 1-13. Biến dạng kéo, nén

Khi ngoại lực tác dụng làm cho một phần của thanh có xu hướng trượt trên phần khác của nó ta nói thanh chịu cắt. Thí dụ bu lông, đinh tán chịu cắt (Hình 1-14). *Biến dạng đó được gọi là biến dạng cắt (trượt).*



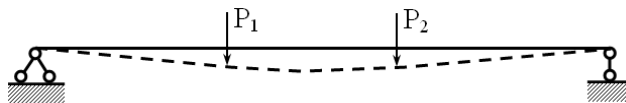
Hình 1-14. Biến dạng cắt (trượt)

Khi các ngoại lực tạo thành ngẫu lực trong mặt phẳng vuông góc với trục thanh (Hình 1-15) ta nói thanh chịu xoắn. Do biến dạng các mặt cắt ngang sẽ xoay tương đối với nhau làm cho các đường sinh dọc trên bề mặt trở thành các đường xoắn ốc. *Biến dạng đó được gọi là biến dạng xoắn.*



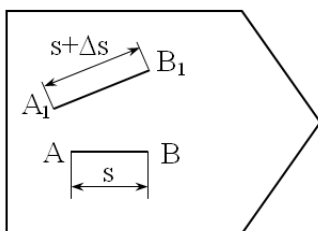
Hình 1-15. Biến dạng xoắn

Khi ngoại lực tác dụng vuông góc với trục thanh làm cho trục thanh bị uốn cong đi (Hình 1-16) ta nói thanh chịu uốn. *Biến dạng đó gọi là biến dạng uốn.*

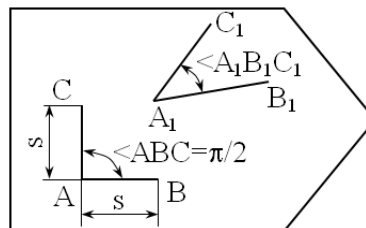


Hình 1-16. Biến dạng uốn

Ngoài bốn loại biến dạng cơ bản trên trong thực tế ta còn gặp những trường hợp thanh chịu lực phức tạp là tổ hợp đồng thời của ít nhất hai trong bốn loại biến dạng cơ bản trên. Thí dụ như kéo (hoặc nén) và xoắn đồng thời, uốn và xoắn đồng thời, kéo (hoặc nén) cộng với uốn và xoắn đồng thời,...vv.



Hình 1-17



Hình 1-18

Để xét biến dạng tại một điểm A theo một hướng nhất định AB nào đó, ta xét đoạn thẳng AB có độ dài trước biến dạng là s , sau biến dạng thay đổi vị trí đến A_1B_1 có độ dài là $s + \Delta s$ (Hình 1-17). Khi đó biến dạng trung bình của đoạn AB là:

$$\epsilon_{tb} = \frac{s + \Delta s - s}{s} = \frac{\Delta s}{s}$$

Biến dạng dài tương đối của điểm A theo hướng AB là:

$$\epsilon_{AB} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{s}$$

Biến dạng tại một điểm theo các hướng khác nhau là khác nhau. Thông thường ta xét các biến dạng dài tương đối theo hướng các trục tọa độ Ox , Oy , Oz lần lượt được ký hiệu là: ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z .

Để xét biến dạng góc của điểm A trong mặt phẳng (ABC), trước biến dạng ta vẽ AB vuông góc với AC, sau biến dạng vị trí các điểm A, B, C dịch chuyển đến vị trí các điểm A_1, B_1, C_1 (Hình 1-18). Khi đó biến dạng góc tại điểm A trong mặt phẳng (ABC) sẽ là:

$$\gamma_{ABC} = \lim_{s \rightarrow 0} (\angle BAC - \angle B_1A_1C_1)$$

Biến dạng góc tại một điểm trong các mặt phẳng khác nhau là khác nhau. Thông thường ta xét các biến dạng góc trong các mặt phẳng tọa độ Oxy , Oyz , Ozx lần lượt được ký hiệu là: γ_{xy} , γ_{yz} , γ_{zx} .

Để xác định trạng thái biến dạng tại một điểm ta cần biết 6 thành phần biến dạng tại điểm đó, gồm: 3 biến dạng dài $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ và 3 biến dạng góc $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$.

1.3.5. Chuyển vị

a) Khái niệm

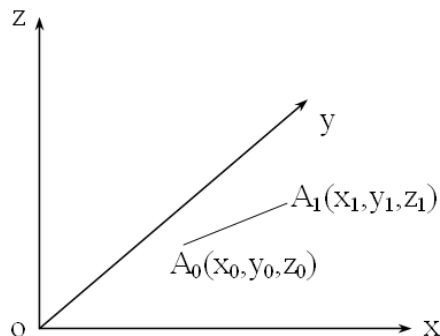
Khoảng cách của một điểm trước và sau khi biến dạng gọi là chuyển vị của điểm đó. Môn học SBVL chỉ nghiên cứu các chuyển vị đàn hồi. Điều này khác với chuyển vị của vật thể trong Cơ lý thuyết. Nghĩa là chuyển vị của vật thể trong Cơ lý thuyết không làm cho vật thể bị biến dạng, không gây ra nội lực và ứng suất mà chỉ làm thay đổi vị trí của bản thân vật thể.

b) Các thành phần chuyển vị

Trên vật thể đàn hồi với hệ tọa độ Đề các Oxyz (Hình 1-19), trước khi biến dạng ta xét điểm A_0 có tọa độ $A_0(x_0, y_0, z_0)$. Sau khi biến dạng điểm A_0 dịch chuyển đến điểm A_1 có tọa độ $A_1(x_1, y_1, z_1)$. Chuyển vị toàn phần của điểm A_0 là Δs và chiếu lên 3 trục tọa độ ta nhận được 3 thành phần tương ứng như sau:

- Chuyển vị theo phương x: $u = x_1 - x_0$
- Chuyển vị theo phương y: $v = y_1 - y_0$
- Chuyển vị theo phương z: $w = z_1 - z_0$

Nói chung các thành phần chuyển vị u, v, w là các hàm của tọa độ x, y, z .



Hình 1-19

1.4. Biểu đồ nội lực

1.4.1. Khái niệm biểu đồ nội lực

Rõ ràng ở các mặt cắt ngang khác nhau giá trị nội lực có thể khác nhau.

Đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa một thành phần nội lực trên mặt cắt ngang của vật thể (hoặc thanh) chịu lực, dọc theo trục của vật thể (hoặc thanh) gọi là biểu đồ nội lực.

Đến đây, ta thấy xuất hiện quan hệ hàm và biến. Hàm là các thành phần nội lực $N_z, Q_x, Q_y, M_z, M_x, M_y$, biến là chiều dài đoạn thanh ta giữ lại để xét (z).

Như vậy muốn vẽ được biểu đồ nội lực ta phải thiết lập quan hệ giữa hàm và biến dựa vào các phương trình cân bằng (1-2).

1.4.2. Cách vẽ biểu đồ nội lực

Để vẽ được một biểu đồ nội lực, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Xác định các phản lực liên kết (nếu cần).

Bước 2: Chia thanh làm các đoạn để xét, giới hạn của mỗi đoạn là những mặt cắt ngang mà tại đó đặt lực tập trung hoặc mô men tập trung, hoặc tại đó bắt đầu có lực phân bố (hay mô men phân bố), hoặc tại đó lực phân bố (hay mô men phân bố) thay đổi quy luật biến thiên, hoặc tại đó kết thúc quy luật phân bố của lực (hay mô men).

Bước 3: Dùng phương pháp mặt cắt để tìm quy luật biến thiên của từng thành phần nội lực trên mặt cắt ngang của thanh mà ta cần vẽ biểu đồ, thực chất là thiết lập phương trình biểu diễn mối quan hệ giữa hàm (các thành phần nội lực) và biến (chiều dài z).

Bước 4: Dựa vào các phương trình đã được thiết lập ở bước 3, tiến hành vẽ đồ thị để biểu thị mối quan hệ giữa nội lực và chiều dài z trên từng đoạn và cho toàn bộ thanh.

Những quy ước khi vẽ biểu đồ nội lực:

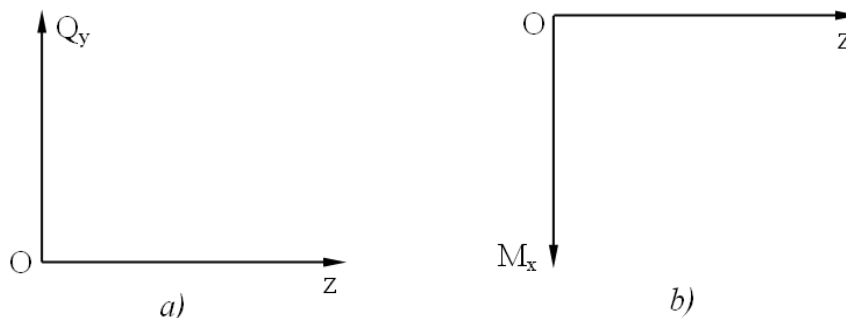
- Kẻ một đường thẳng song song với trục thanh và có chiều dài bằng chiều dài của thanh làm đường chuẩn.

- Dựng những đoạn thẳng vuông góc với đường chuẩn để thể hiện giá trị của nội lực ở những mặt cắt ngang khác nhau. Các giá trị dương vẽ về một phía của đường chuẩn và đánh ký hiệu (+), các giá trị âm vẽ về phía ngược lại và đánh ký hiệu (-). Riêng các biểu đồ mô men uốn thì vẽ về đúng phía căng của thanh.

- Ở một biểu đồ nội lực, trên tất cả các đoạn phải chọn cùng một tỉ lệ xích.

1.4.3. Quan hệ vi phân giữa cường độ tải trọng phân bố, lực cắt và mô men uốn của thanh chịu uốn

Trước hết ta quy ước hệ trục được chọn như sau:



Hình 1-20

- Đối với biểu đồ lực cắt Q_y , hệ trục chọn như Hình 1-20a.
- Đối với biểu đồ mô men uốn M_x , hệ trục chọn như Hình 1-20b.

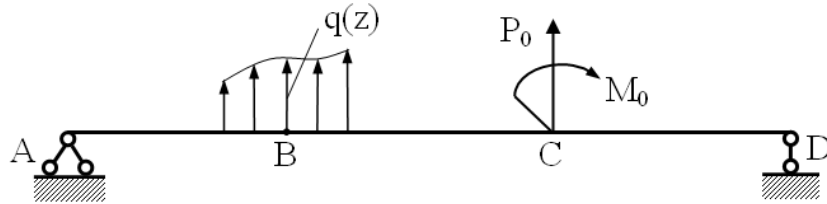
Giả sử có một dầm chịu uốn chịu lực bất kỳ như Hình 1-21. Tại mặt cắt ngang C có một lực tập trung P_0 và mô men tập trung M_0 , trên đoạn dầm lân cận B có lực phân bố theo quy luật $q(z)$.

Ta tưởng tượng cắt ra một đoạn dầm vô cùng bé có chiều dài dz bởi 2 mặt cắt ở về 2 phía của mặt cắt ngang C như Hình 1-22. Từ điều kiện cân bằng của đoạn dầm này ta nhận được:

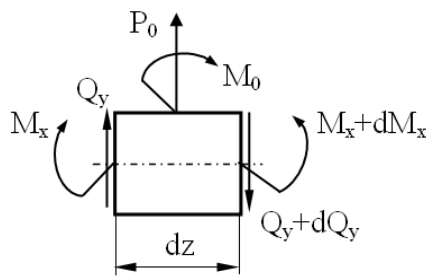
$$\begin{cases} Q_y + P_0 - (Q_y + dQ_y) = 0 \\ M_x + Q_y dz + M_0 + P_0 \frac{dz}{2} - (M_x + dM_x) = 0 \end{cases} \quad (1-6)$$

Bỏ qua các vô cùng bé $Q_y dz$ và $P_0 dz/2$ ta có:

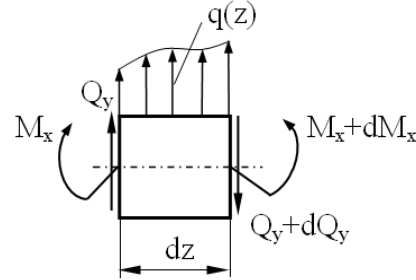
$$\begin{cases} dQ_y = P_0 \\ dM_x = M_0 \end{cases} \quad (1-7)$$



Hình 1-21



Hình 1-22



Hình 1-23

Ta lại cắt ra một đoạn dầm có chiều dài vô cùng bé dz bởi 2 mặt cắt về 2 phía của mặt cắt ngang B như Hình 1-23. Vì chiều dài đoạn dầm vô cùng bé nên ta có thể coi tải trọng phân bố đều trên dz với cường độ $q(z)$.

Từ điều kiện cân bằng ta nhận được:

$$\begin{cases} Q_y + q(z)dz - (Q_y + dQ_y) = 0 \\ M_x + Q_y dz + q(z)dz \frac{dz}{2} - (M_x + dM_x) = 0 \end{cases} \quad (1-8)$$

Bỏ qua các vô cùng bé bậc cao từ (1-8) ta có:

$$\begin{cases} dQ_y = q(z)dz \\ dM_x = Q_y dz \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} \frac{dQ_y}{dz} = q(z) \\ \frac{dM_x}{dz} = Q_y \end{cases} \quad (1-9)$$

Nhận xét:

1. Tại mặt cắt ngang nào có đặt lực tập trung, tại đó có bước nhảy của biểu đồ lực cắt, giá trị của bước nhảy chính bằng giá trị của lực tập trung.
2. Tại mặt cắt ngang nào có đặt mô men tập trung, tại đó có bước nhảy của biểu đồ mô men uốn, giá trị của bước nhảy chính bằng giá trị của mô men tập trung.
3. Đạo hàm bậc nhất của lực cắt theo chiều dài thanh bằng cường độ của lực phân bố và đạo hàm bậc nhất của mô men uốn theo chiều dài thanh bằng lực cắt.

Từ nhận xét thứ ba ta rút ra một số chú ý:

Dựa vào quan hệ vi phân trên cho phép ta có thể vẽ nhanh biểu đồ nội lực cho một dầm chịu uốn, hoặc kiểm tra tính chính xác của các biểu đồ Q_y , M_x cho từng đoạn dầm hoặc toàn bộ dầm chịu uốn như sau:

- Trên đoạn dầm không có tải trọng phân bố, biểu đồ lực cắt là hằng số, biểu đồ mô men uốn là bậc nhất.
- Trên đoạn dầm có tải trọng phân bố đều, biểu đồ lực cắt là bậc nhất, biểu đồ mô men uốn là bậc hai.
- Tổng quát: trên đoạn dầm có tải trọng phân bố $q(z)$ thay đổi theo quy luật bậc “m” thì biểu đồ lực cắt thay đổi theo quy luật bậc “m+1” và biểu đồ mô men uốn thay đổi theo quy luật bậc “m+2”.
- Trên đoạn dầm mà tải trọng phân bố $q(z) > 0$ (chiều hướng lên trên) thì biểu đồ mô men uốn là đường cong lõm và ngược lại (hay bẻ lõm của biểu đồ mô men uốn luôn hứng lấy chiều tác dụng của lực phân bố).
- Tại vị trí lực phân bố $q(z) = 0$ thì biểu đồ Q_y có cực trị.
- Tại vị trí lực cắt $Q_y = 0$ thì biểu đồ mô men uốn có cực trị.
- Đi theo chiều dương của trục dầm (theo chiều dương của z), nếu đoạn nào có cường độ tải trọng phân bố $q(z) > 0$ thì biểu đồ lực cắt Q_y đồng biến và ngược lại; tương tự nếu $Q_y > 0$ thì biểu đồ mô men uốn đồng biến và ngược lại.
- Nếu kết cấu đối xứng và tải trọng đối xứng qua điểm giữa trục dầm thì biểu đồ mô men uốn là đối xứng còn biểu đồ lực cắt phản đối xứng qua điểm đó.
- Nếu kết cấu đối xứng và tải trọng phản đối xứng qua điểm giữa trục dầm thì biểu đồ mô men uốn là phản đối xứng còn biểu đồ lực cắt là đối xứng qua điểm đó.

1.5. Các ví dụ vẽ biểu đồ nội lực

Ví dụ 1.1:

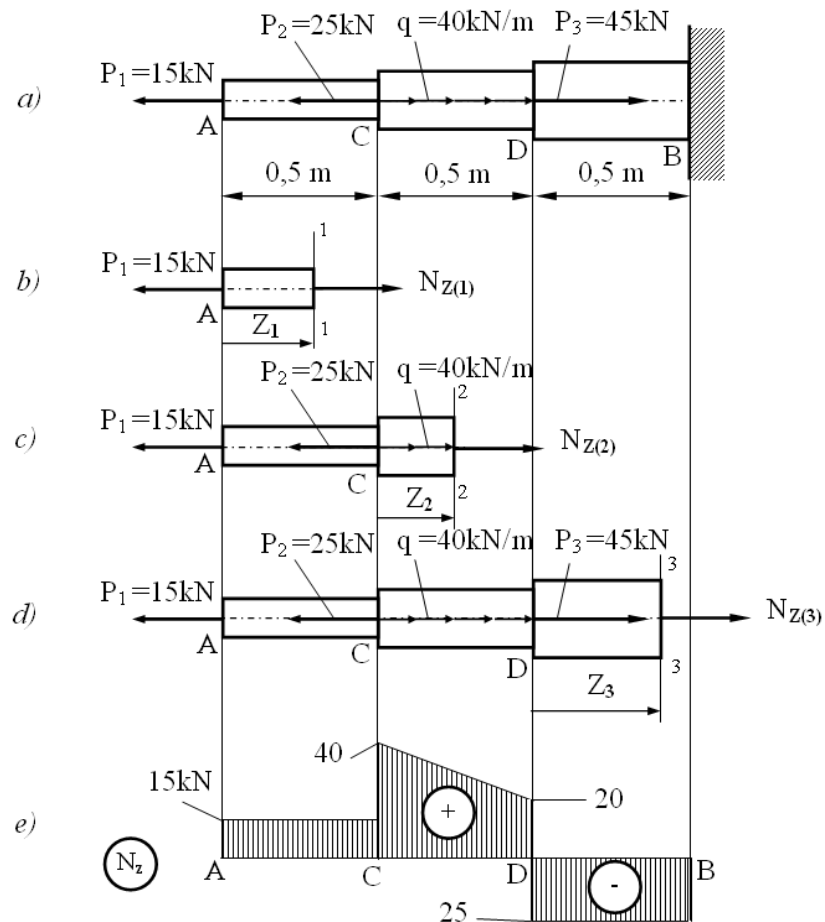
Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh chịu kéo nén đúng tâm như Hình 1-24a.

- Vì thanh có một đầu tự do, nên không cần xác định phản lực liên kết.

- Chia thanh làm 3 đoạn AC, CD và DB

+ Xét đoạn AC (Hình 1-24b): dùng MCN 1-1 chia thanh làm 2 phần, giữ lại phần bên trái để xét cân bằng, $0 \leq Z_1 \leq 0,5\text{m}$.

PTCB: $N_{Z(1)} - P_1 = 0 \Rightarrow N_{Z(1)} = P_1 = 15\text{kN}$ (không phụ thuộc vào z_1).



Hình 1-24

+ Xét đoạn CD (Hình 1-24c): dùng MCN 2-2 chia thanh làm 2 phần, giữ lại phần bên trái để xét cân bằng, $0 \leq Z_2 \leq 0,5\text{m}$.

PTCB: $N_{Z(2)} - P_1 - P_2 + qz_2 = 0 \Rightarrow N_{Z(2)} = P_1 + P_2 - qz_2$ (phụ thuộc vào z_2).

Tại C: $z_2 = 0 \Rightarrow N_{Z(C)} = 15 + 25 = 40\text{kN}$

Tại D: $z_2 = 0,5\text{ m} \Rightarrow N_{Z(D)} = 15 + 25 - 40 \cdot 0,5 = 20\text{kN}$

+ Xét đoạn DB (Hình 1-24d): dùng MCN 3-3 chia thanh làm 2 phần, giữ lại phần bên trái để xét cân bằng, $0 \leq Z_3 \leq 0,5\text{m}$.

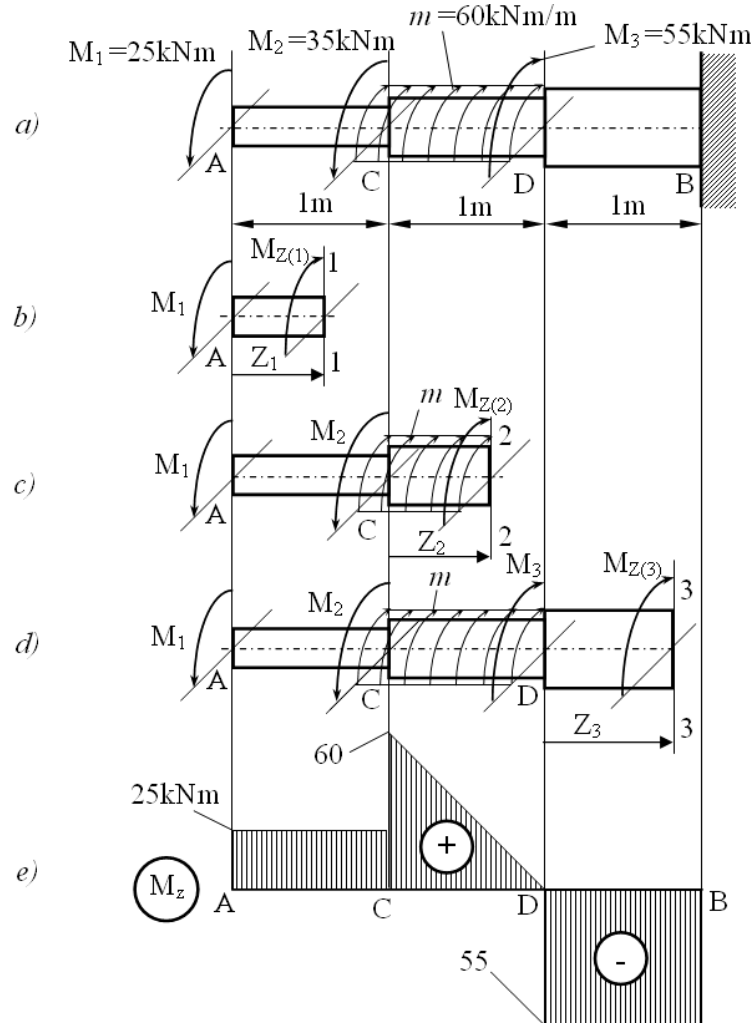
$$\text{PTCB: } N_{Z(3)} - P_1 - P_2 + q \cdot CD + P_3 = 0 \Rightarrow N_{Z(3)} = P_1 + P_2 - q \cdot CD - P_3$$

$$\Rightarrow N_{Z(3)} = 15 + 25 - 40 \cdot 0,5 - 45 = -25\text{kN} \text{ (không phụ thuộc vào } z_3\text{)}.$$

Từ các biểu thức của N_Z xác định được trên các đoạn ta vẽ biểu đồ nội lực của thanh như Hình 1-24e.

Ví dụ 1.2:

Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh chịu xoắn thuần túy như Hình 1-25a.



Hình 1-25

- Vì thanh có một đầu tự do, nên không cần xác định phản lực liên kết.
- Chia thanh làm 3 đoạn AC, CD và DB

+ Xét đoạn AC (Hình 1-25b): dùng MCN 1-1 chia thanh làm 2 phần, giữ lại phần bên trái để xét cân bằng, $0 \leq Z_1 \leq 1\text{m}$.

$$\text{PTCB: } M_{Z(1)} - M_1 = 0 \Rightarrow M_{Z(1)} = M_1 = 25kNm \text{ (không phụ thuộc vào } z_1\text{)}.$$

+ Xét đoạn CD (Hình 1-25c): dùng MCN 2-2 chia thanh làm 2 phần, giữ lại phần bên trái để xét cân bằng, $0 \leq Z_2 \leq 1m$.

$$\text{PTCB: } M_{Z(2)} - M_1 - M_2 + mz_2 = 0 \Rightarrow M_{Z(2)} = M_1 + M_2 - mz_2 \text{ (phụ thuộc vào } z_2\text{)}.$$

$$\text{Tại C: } z_2 = 0 \Rightarrow M_{Z(C)} = 25 + 35 = 60kNm$$

$$\text{Tại D: } z_2 = 1m \Rightarrow M_{Z(D)} = 25 + 35 - 60.1 = 0$$

+ Xét đoạn DB (Hình 1-25d): dùng MCN 3-3 chia thanh làm 2 phần, giữ lại phần bên trái để xét cân bằng, $0 \leq Z_3 \leq 1m$.

$$\text{PTCB: } M_{Z(3)} - M_1 - M_2 + m.CD + M_3 = 0 \Rightarrow M_{Z(3)} = M_1 + M_2 - m.CD - M_3$$

$$\Rightarrow M_{Z(3)} = 25 + 35 - 60.1 - 55 = -55kNm \text{ (không phụ thuộc vào } z_3\text{)}.$$

Từ các biểu thức của M_Z xác định được trên các đoạn ta vẽ biểu đồ nội lực của thanh như Hình 1-25e.

Ví dụ 1.3:

Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như Hình 1-26a

- Xác định phản lực liên kết tại các gối đỡ A và B:

$$\text{PTCB: } \begin{cases} \sum m_A(F_i) = -M - P.2 - q.2.3 + Y_B.4 = 0 \\ \sum F_{Yi} = Y_A - P - q.2 + Y_B = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Y_B = \frac{M + P.2 + q.2.3}{4} = \frac{30 + 40.2 + 35.2.3}{4} = 80 \text{ kN} \\ Y_A = P + q.2 - Y_B = 40 + 35.2 - 80 = 30 \text{ kN} \end{cases}$$

- Chia thanh làm 3 đoạn AC, CD và DB

+ Xét đoạn AC (Hình 1-26b): dùng MCN 1-1 chia thanh làm 2 phần, giữ lại phần bên trái để xét cân bằng, $0 \leq Z_1 \leq 1m$.

$$\text{PTCB: } Q_{Y(1)} - Y_A = 0 \Rightarrow Q_{Y(1)} = Y_A = 30 \text{ kN (không phụ thuộc vào } z_1\text{)};$$

$$M_{X(1)} - Y_A.z_1 = 0 \Rightarrow M_{X(1)} = Y_A.z_1 = 30.z_1 \text{ (phụ thuộc vào } z_1\text{)},$$

$$\text{Tại A: } z_1 = 0 \Rightarrow M_{X(A)} = 0,$$

$$\text{Tại C: } z_1 = 1m \Rightarrow M_{X(C)} = 30 \text{ kNm}.$$

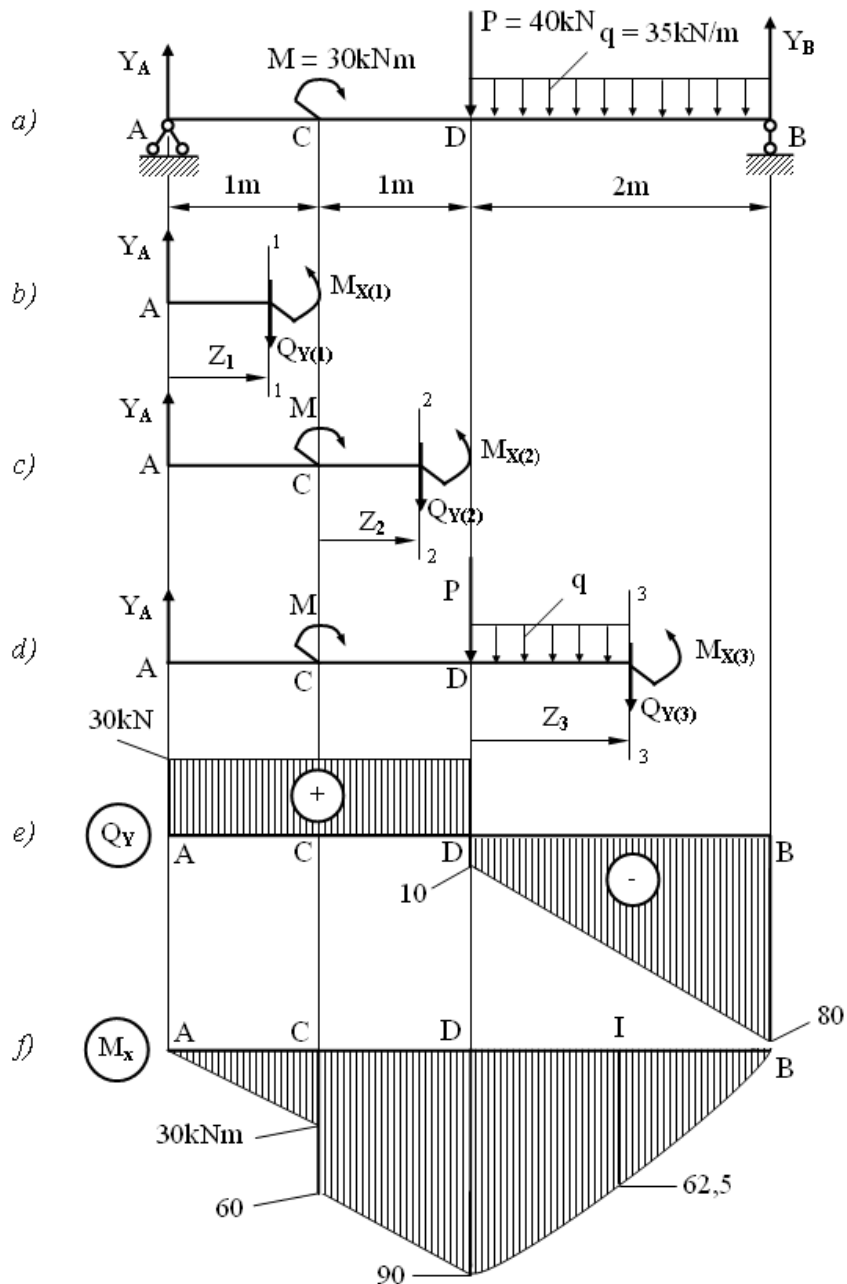
+ Xét đoạn CD (Hình 1-26c): dùng MCN 2-2 chia thanh làm 2 phần, giữ lại phần bên trái để xét cân bằng, $0 \leq Z_2 \leq 1m$.

$$\text{PTCB: } Q_{Y(2)} - Y_A = 0 \Rightarrow Q_{Y(2)} = Y_A = 30 \text{ kN (không phụ thuộc vào } z_2\text{)}.$$

$$M_{X(2)} - Y_A \cdot (1 + z_2) - M = 0 \Rightarrow M_{X(2)} = 30 \cdot (1 + z_2) + 30 = 60 + 30 \cdot z_2$$

Tại C: $z_2 = 0 \Rightarrow M_{X(C)} = 60 \text{ kNm}$,

Tại D: $z_2 = 1\text{m} \Rightarrow M_{X(D)} = 60 + 30 \cdot 1 = 90 \text{ kNm}$.



Hình 1-26

+ Xét đoạn DB (Hình 1-26d): dùng MCN 3-3 chia thành làm 2 phần, giữ lại phần bên trái để xét cân bằng, $0 \leq Z_3 \leq 2\text{m}$.

PTCB: $Q_{Y(3)} - Y_A + P + q \cdot z_3 = 0 \Rightarrow Q_{Y(3)} = 30 - 40 - 35 \cdot z_3 = -10 - 35 \cdot z_3$

Tại D: $z_3 = 0 \Rightarrow Q_{Y(D)} = -10 \text{ kN}$,

Tại B: $z_3 = 2\text{m} \Rightarrow Q_{Y(B)} = -80 \text{ kN}$.

$$M_{X(3)} - Y_A \cdot (2 + z_3) - M + P \cdot z_3 + q \cdot \frac{z_3^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow M_{X(3)} = 30 \cdot (2 + z_3) + 30 - 40 \cdot z_3 - 35 \cdot \frac{z_3^2}{2} = 90 - 10 \cdot z_3 - 35 \cdot \frac{z_3^2}{2}$$

Mô men M_x trên đoạn DB là hàm bậc 2 của z , nên ta cần xét cực trị của nó trên đoạn này. M_x đạt cực trị tại mặt cắt có $Q_y=0$, do đó ta có phương trình:

$$Q_{Y(3)} = -10 - 35 \cdot z_3 = 0 \Rightarrow z_3 = -\frac{10}{35} \text{ giá trị này không thỏa mãn } 0 \leq Z_3 \leq 2.$$

Vậy điểm cực trị không thuộc đoạn khảo sát.

Tại D: $z_3 = 0 \Rightarrow M_{X(D)} = 90 \text{ kNm}$,

Tại I: $z_3 = 1\text{m} \Rightarrow M_{X(I)} = 62,5 \text{ kNm}$ (I là điểm giữa của đoạn DB),

Tại B: $z_3 = 2\text{m} \Rightarrow M_{X(B)} = 0$.

Chú ý khi xét đoạn DB để đơn giản khi viết phương trình cân bằng ta có thể giữ lại phần bên phải để xét cân bằng.

Từ các biểu thức của Q_y và M_x trên các đoạn ta vẽ biểu đồ nội lực của dầm như Hình 1-26e và Hình 1-26f.

Chương 2

KÉO, NÉN ĐÚNG TÂM

Kéo, nén đúng tâm là một trong những trường hợp chịu lực cơ bản nhất của các kết cấu dạng thanh. Nghiên cứu thanh chịu kéo, nén đúng tâm giúp chúng ta tính toán được ứng suất trong vật thể chịu lực tương ứng với trạng thái ứng suất đơn. Đây cũng là cơ sở để tiến hành các thí nghiệm kéo, nén nhằm xác định các đặc trưng cơ học của vật liệu như ứng suất tỉ lệ, ứng suất chảy, ứng suất bền, mô đun đàn hồi Young, hệ số Poisson...vv.

2.1. Khái niệm và nội lực của thanh chịu kéo, nén đúng tâm

2.1.1. Khái niệm

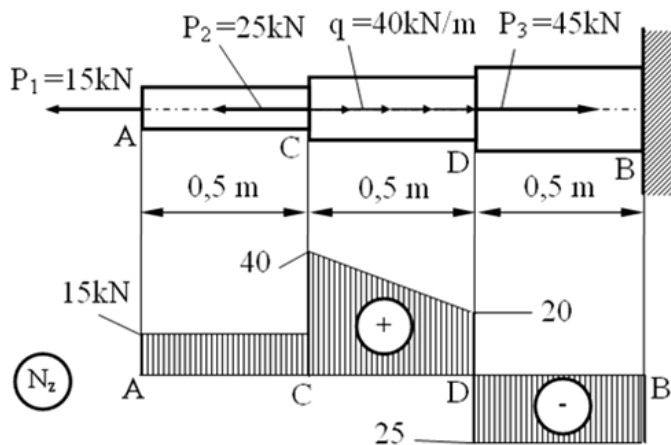
Kéo, nén đúng tâm xảy ra khi hợp lực của các ngoại lực tác dụng dọc theo trục của thanh. Khi đó trên mặt cắt ngang của thanh chỉ tồn tại một thành phần nội lực, đó là lực dọc N_z .

- Nếu lực dọc $N_z > 0$ được gọi là kéo đúng tâm.
- Nếu lực dọc $N_z < 0$ được gọi là nén đúng tâm.

Đối với một thanh có thể chịu kéo ở đoạn này nhưng chịu nén ở đoạn khác, khi đó dấu của thành phần lực dọc N_z trên các đoạn là khác nhau.

2.1.2. Nội lực và biểu đồ nội lực

Phương pháp xác định nội lực và cách vẽ biểu đồ nội lực đã được trình bày ở Chương 1. Do chỉ tồn tại thành phần lực dọc N_z nên chỉ cần vẽ biểu đồ lực dọc N_z . Ví dụ thanh chịu kéo, nén đúng tâm và biểu đồ lực dọc N_z tương ứng như Hình 2-1. Trên các đoạn AC và CD thanh chịu kéo đúng tâm với các giá trị lực dọc $N_z > 0$, trên đoạn DB thanh chịu nén đúng tâm với giá trị lực dọc $N_z < 0$. Trên đoạn AC và DB chỉ có lực tập trung nên biểu đồ lực dọc trên các đoạn này là hằng số, trên đoạn CD có lực phân bố dọc theo trục thanh với quy luật phân bố là hằng số nên biểu đồ lực dọc trên đoạn này là đường bậc nhất.



Hình 2-1

2.2. Ứng suất và biến dạng của thanh chịu kéo, nén đúng tâm

2.2.1. Ứng suất trên mặt cắt ngang

Trên mặt cắt ngang của thanh chịu kéo, nén đúng tâm chỉ tồn tại ứng suất pháp theo phương dọc trục thanh, kí hiệu σ_z và được xem như phân bố đều trên toàn bộ mặt cắt. Công thức xác định σ_z trên mặt cắt ngang bất kỳ như sau:

Công thức tổng quát:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} \quad (2-1)$$

Trong đó:

σ_z - ứng suất pháp tại một điểm thuộc mặt cắt ngang đang xét;

N_z - lực dọc tại mặt cắt ngang đang xét;

F - diện tích của mặt cắt ngang đang xét.

Công thức (2-1) cho thấy dấu của ứng suất σ_z phụ thuộc vào dấu của lực dọc N_z , nếu $N_z > 0$ thì $\sigma_z > 0$ gọi là ứng suất kéo, nếu $N_z < 0$ thì $\sigma_z < 0$ gọi là ứng suất nén.

Cần chú ý rằng công thức (2-1) chỉ đúng cho các mặt cắt đủ xa điểm đặt lực tập trung. Trong thực tế ở những mặt cắt rất gần điểm đặt lực hoặc thay đổi đột ngột (như có rãnh then, rãnh vòng, trục bậc, lỗ khoan) thì sự phân bố của ứng suất là khá phức tạp và xuất hiện hiện tượng tập trung ứng suất đòi hỏi phải có những nghiên cứu chính xác hơn.

Công thức kỹ thuật:

$$\sigma_z = \pm \frac{|N_z|}{F} \quad (2-2)$$

Trong công thức (2-2) lấy dấu (+) khi $N_z > 0$ và lấy dấu (-) khi $N_z < 0$.

2.2.2. Biến dạng của thanh chịu kéo, nén đúng tâm

Xét một đoạn thanh trước biến dạng có chiều dài dz , sau biến dạng chiều dài của nó là $dz + \Delta dz$, vậy biến dạng dài tỉ đối của nó là:

$$\epsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz} \quad (2-3)$$

Mặt khác, người ta đã chứng minh được:

$$\epsilon_z = \frac{N_z}{EF} \quad (2-4)$$

Từ công thức (2-6) ta nhận được biến dạng dài tuyệt đối của đoạn thanh dz :

$$\Delta dz = \frac{N_z}{EF} dz \quad (2-7)$$

Suy ra biến dạng dài tuyệt đối của đoạn thanh có chiều dài l :

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N_z}{EF} dz \quad (2-8)$$

Trường hợp khi đoạn thanh có mặt cắt ngang, vật liệu và lực dọc không thay đổi thì:

$$\Delta l = \frac{N_z l}{EF} \quad (2-9)$$

Trong đó: tích số EF được gọi là độ cứng chống kéo, nén của thanh và tỉ số EF / l được gọi là độ cứng của thanh khi kéo, nén.

Nếu thanh gồm nhiều đoạn thì biến dạng dài tuyệt đối của toàn bộ thanh bằng tổng đại số các biến dạng dài tuyệt đối của tất cả các đoạn đó.

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \Delta l_i \quad (2-10)$$

Chú ý rằng khi chịu kéo đúng tâm mặt cắt ngang của thanh bị co lại và khi chịu nén đúng tâm mặt cắt ngang của thanh lớn lên. Để đặc trưng cho sự thay đổi đó ta dùng khái niệm biến dạng ngang tỉ đối, kí hiệu là ε' . Nếu vật liệu tuân theo định luật Hooke thì ta có quan hệ:

$$\varepsilon' = -\mu \varepsilon_z \quad (2-11)$$

Biến dạng dài tỉ đối và biến dạng ngang tỉ đối luôn ngược dấu nhau.

trong đó: μ là hệ số Poission, là đại lượng không thứ nguyên và trị số được xác định bằng thực nghiệm. Giá trị của μ đối với một số loại vật liệu thường dùng cho trong bảng phụ lục 2. Khi tính toán đối với thép thường lấy $\mu=0,3$.

2.3. Tính chất cơ học của vật liệu

Để xác định được tính chất và các đặc trưng cơ học của vật liệu người ta tiến hành các thí nghiệm cơ học như kéo, nén, uốn, xoắn,... đối với các loại vật liệu khác nhau. Căn cứ vào tính chất và đặc trưng biến dạng của vật liệu người ta thường chia vật liệu làm hai nhóm là vật liệu dẻo và vật liệu giòn:

- Vật liệu dẻo: là vật liệu bị phá hoại khi biến dạng khá lớn, như thép, đồng, nhôm,...

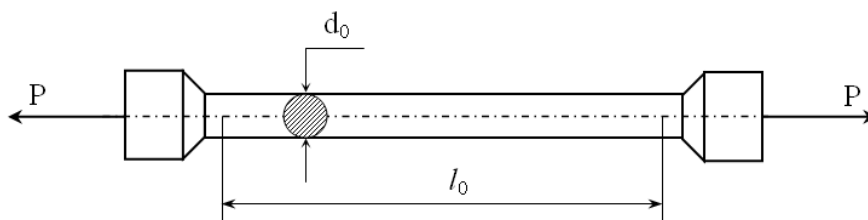
- Vật liệu giòn: là vật liệu bị phá hoại khi biến dạng còn bé, như gang, gạch, đá, bê tông,...

Việc phân chia vật liệu theo hai nhóm trên chỉ là tương đối vì trong những điều kiện làm việc khác nhau tính chất cơ học của vật liệu có thể bị thay đổi.

2.3.1. Thí nghiệm kéo, nén vật liệu dẻo

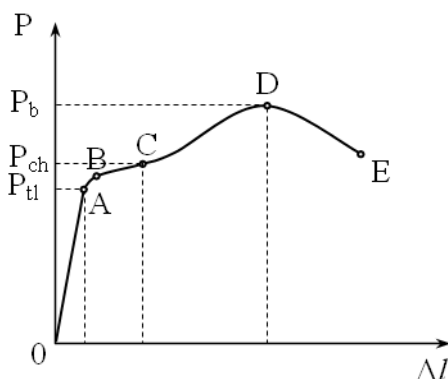
a) Thí nghiệm kéo vật liệu dẻo

Mẫu thí nghiệm kéo thường có dạng hình trụ (mặt cắt ngang hình tròn) hoặc mẫu dẹt (mặt cắt ngang hình chữ nhật). Hình 2-2 là mẫu thử hình trụ, trong đó l_0 là chiều dài làm việc của mẫu, d_0 là đường kính của mẫu. Hình dạng và kích thước của mẫu thử được quy định theo TCVN 197-2002, hiện nay thường sử dụng mẫu hình trụ có đường kính $d_0=10\text{mm}$ và chiều dài $l_0=10 \times d_0=100\text{mm}$.



Hình 2-2. Mẫu thí nghiệm kéo

Tiến hành kéo mẫu trên máy chuyên dùng, xác định được quan hệ giữa lực kéo và biến dạng dài tuyệt đối Δl , kết quả được ghi lại bằng đồ thị gọi là biểu đồ kéo (Hình 2-3).



Hình 2-3. Biểu đồ kéo vật liệu dẻo

Xét các điểm đặc trưng trên biểu đồ kéo người ta nhận thấy quá trình biến dạng của mẫu theo các giai đoạn sau:

- Giai đoạn tỷ lệ: tương ứng trên biểu đồ là đoạn thẳng OA, quan hệ giữa lực kéo P và biến dạng Δl là bậc nhất (vật liệu làm việc tuân theo định luật Hooke). Ứng suất tương ứng với điểm A gọi là ứng suất tỷ lệ (giới hạn tỷ lệ), ký hiệu σ_{tl} và được xác định theo công thức:

$$\sigma_{tl} = \frac{P_{tl}}{F_0} \quad (2-12)$$

Trong đó:

P_{tl} - lực kéo tương ứng điểm A;

F_0 - diện tích mặt cắt ngang của mẫu.

Sau giới hạn tỷ lệ định luật Hooke không còn phù hợp nữa. Biến dạng trong giai đoạn tỷ lệ là biến dạng đàn hồi vì nếu bỏ tải (lực kéo) thì biến dạng không còn tồn tại (không có biến dạng dư). Trên biểu đồ kéo điểm B tương ứng với giá trị lực kéo lớn nhất mà khi bỏ tải thì vẫn không xuất hiện biến dạng dư nên ứng suất tương ứng với điểm B được gọi là ứng suất đàn hồi σ_{dh} , đoạn AB không phải là đoạn thẳng tuy nhiên nó rất nhỏ nên có thể bỏ qua, do đó đối với vật liệu đẳng hướng người ta thường lấy $\sigma_{dh} = \sigma_{tl}$.

- Giai đoạn chảy dẻo của vật liệu: sau điểm B lực kéo gần như không tăng nhưng biến dạng vẫn tăng nhanh, đoạn BC được gọi là thêm chảy, vật liệu xuất hiện quá trình biến dạng dẻo (biến dạng dư), nếu bỏ tải thì biến dạng không hoàn toàn mất đi. Ứng suất tương ứng với điểm C gọi là ứng suất chảy (giới hạn chảy), ký hiệu σ_{ch} và được xác định theo công thức:

$$\sigma_{ch} = \frac{P_{ch}}{F_0} \quad (2-13)$$

Trong đó: P_{ch} là lực kéo tương ứng điểm C.

Khi bắt đầu biến dạng dẻo, tính chất cơ lý của vật liệu cũng thay đổi, nhiệt độ của mẫu tăng, độ dẫn điện và từ tính thay đổi.

- Giai đoạn củng cố (sau chảy dẻo): tương ứng với đoạn CD trên biểu đồ, lực kéo có tăng thì biến dạng mới tăng. Khi lực kéo đạt giá trị lớn nhất P_b tại điểm D thì trên mẫu bắt đầu xuất hiện chỗ bị thắt lại (vật liệu bắt đầu bị phá hủy). Giá trị ứng suất tương ứng tại điểm D gọi là ứng suất bền (giới hạn bền), ký hiệu σ_b và được xác định theo công thức:

$$\sigma_b = \frac{P_b}{F_0} \quad (2-14)$$

Sau điểm D lực kéo giảm dần nhưng biến dạng vẫn tăng cho đến điểm E thì mẫu bị đứt.

Giới hạn tỷ lệ σ_{tl} , giới hạn chảy σ_{ch} và giới hạn bền σ_b cũng là những đặc trưng cơ học của vật liệu, chúng đặc trưng cho tính chất chịu lực của vật liệu.

Chú ý rằng các ứng suất pháp tính theo các công thức (2-12), (2-13) và (2-14) không phải là các ứng suất thực phát sinh trong mẫu khi thí nghiệm vì diện tích mặt cắt ngang của mẫu liên tục thay đổi trong suốt quá trình thí nghiệm. Người ta gọi các ứng suất này là các ứng suất quy ước.

Để đánh giá vật liệu dẻo nhiều hay ít người ta dựa vào 2 thông số sau:

- Độ giãn dài tỷ đối, ký hiệu δ (%):

$$\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \cdot 100 \quad (2-15)$$

trong đó: l_0 là chiều dài phần làm việc ban đầu của mẫu, l_1 là chiều dài phần làm việc của mẫu sau khi bị đứt.

- Độ thất tỷ đối, ký hiệu ψ (%):

$$\psi = \frac{F_0 - F_1}{F_0} \cdot 100 \quad (2-16)$$

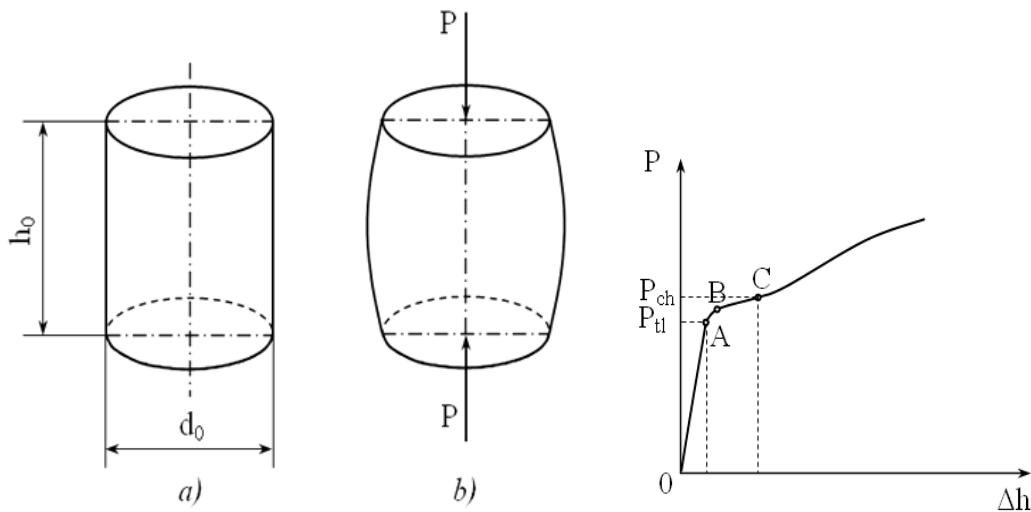
trong đó: F_0 là diện tích mặt cắt ngang ban đầu của mẫu, F_1 là diện tích mặt cắt ngang của mẫu tại chỗ bị đứt.

Độ giãn dài tỷ đối δ và độ thất tỷ đối ψ đặc trưng cho tính dẻo của vật liệu. Nếu δ và ψ càng lớn thì vật liệu càng dẻo và ngược lại. Người ta có thể dựa vào độ giãn dài tỷ đối δ để phân chia vật liệu dẻo và vật liệu giòn như sau:

- Nếu vật liệu có $\delta > 5\%$ là vật liệu dẻo.
- Nếu vật liệu có $\delta < 5\%$ là vật liệu giòn.

b) Thí nghiệm nén vật liệu dẻo

Mẫu thí nghiệm thường có dạng hình trụ (Hình 2-4a), chiều cao h_0 và đường kính d_0 cũng được quy định theo TCVN 197-2002. Khi chịu nén mẫu bị biến dạng làm giảm chiều cao và phình chiều ngang (Hình 2-4b).



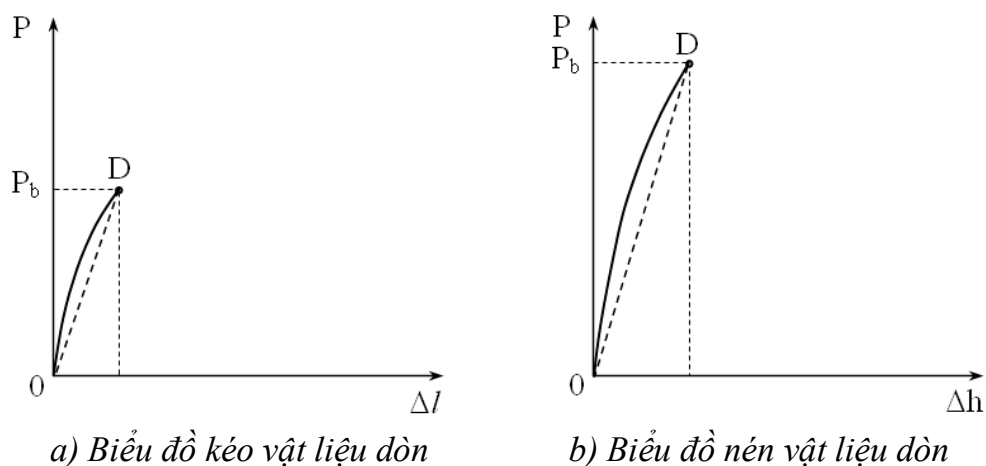
Hình 2-4. Thí nghiệm nén vật liệu dẻo Hình 2-5. Biểu đồ nén vật liệu dẻo

Biểu đồ quan hệ giữa lực nén và độ lớn của biến dạng tuyệt đối theo chiều cao như Hình 2-5. Kết quả cho thấy không xác định được giá trị giới hạn bền (mẫu không bị phá hủy khi nén mà chỉ phình ra).

Kết quả thí nghiệm kéo và nén vật liệu dẻo cũng cho thấy vật liệu dẻo có khả năng chịu kéo và chịu nén như nhau.

2.3.2. Thí nghiệm kéo, nén vật liệu dòn

Mẫu thí nghiệm kéo và nén vật liệu dòn cũng có hình dạng, kích thước như mẫu thí nghiệm kéo và nén vật liệu dẻo. Biểu đồ kéo vật liệu dòn (Hình 2-6a) và biểu đồ nén vật liệu dòn (Hình 2-6b). Khác với vật liệu dẻo khi kéo và nén vật liệu dòn đều không xác định được các giới hạn tỷ lệ, giới hạn chảy mà chỉ xác định được giới hạn bền. Giới hạn bền được xác định khi mẫu chịu kéo bị đứt hoặc khi mẫu chịu nén bắt đầu xuất hiện các vết nứt trên bề mặt của mẫu. Quan hệ giữa tải trọng và biến dạng dài tuyệt đối đều là các đường cong và vật liệu bị phá hủy khi biến dạng còn rất nhỏ. Mặt khác, giới hạn bền kéo nhỏ hơn giới hạn bền nén.



Hình 2-6

Trong thực tế khi tính toán người ta sử dụng kết quả gần đúng theo đường thẳng (nét đứt trên biểu đồ), do đó xem vật liệu dòn biến dạng trước giới hạn bền vẫn là biến dạng đàn hồi nên hoàn toàn có thể áp dụng định luật Hooke.

Từ kết quả các thí nghiệm kéo và nén vật liệu ta có các kết luận sau:

- Vật liệu dẻo khi phát sinh biến dạng lớn mới hỏng, nhưng vật liệu dòn bị phá hỏng khi biến dạng còn rất bé.
- Vật liệu dẻo có khả năng chịu kéo và chịu nén như nhau, nhưng vật liệu dòn có khả năng chịu nén tốt hơn nhiều khả năng chịu kéo.

Giới hạn tỉ lệ σ_{tl} , giới hạn chảy σ_{ch} và giới hạn bền σ_b của một số loại vật liệu thường dùng được cho trong các bảng phụ lục 3,4,5,6.

2.4. Tính toán cho thanh chịu kéo, nén đúng tâm

Các chi tiết máy và các phần tử trong kết cấu công trình để đảm bảo làm việc bình thường thì phải thỏa mãn các điều kiện bền, điều kiện cứng và điều kiện ổn định. Ở đây chúng ta xét đến các bài toán về điều kiện bền và điều kiện cứng cho thanh chịu kéo, nén đúng tâm, còn các bài toán về điều kiện ổn định của thanh chịu nén đúng tâm sẽ được xét riêng.

Hình dáng và kích thước của chi tiết phải được chọn sao cho dưới tác dụng của tải trọng chúng không bị phá hoại hoặc biến dạng không vượt quá giới hạn cho phép. Để tính toán độ bền của các chi tiết trước hết ta cần xét đến một số khái niệm như ứng suất nguy hiểm, ứng suất cho phép và hệ số an toàn.

2.4.1. Ứng suất nguy hiểm, ứng suất cho phép và hệ số an toàn

a) Ứng suất nguy hiểm σ_0

Các chi tiết hoặc phần tử khi làm việc không cho phép có biến dạng dư (đối với vật liệu dẻo) hoặc đạt đến giá trị giới hạn bền (đối với vật liệu giòn). Ứng suất tương ứng với các trạng thái đó gọi là ứng suất nguy hiểm, ký hiệu là σ_0 :

- Đối với vật liệu dẻo: $\sigma_0 = \sigma_{ch}$.

- Đối với vật liệu giòn: $\sigma_0 = \sigma_b$.

b) Ứng suất cho phép $[\sigma]$ và hệ số an toàn n :

Giá trị ứng suất chảy (đối với vật liệu dẻo) và giá trị ứng suất bền (đối với vật liệu giòn) là các giá trị ứng suất nguy hiểm. Vì vậy để các chi tiết làm việc an toàn ta phải xác định một giá trị ứng suất cho phép đối với mỗi vật liệu, ký hiệu là $[\sigma]$. Ứng suất cho phép phải nhỏ hơn ứng suất nguy hiểm, và ứng suất lớn nhất phát sinh trong chi tiết không được vượt quá giá trị ứng suất cho phép (hay ứng suất thực trong chi tiết luôn nhỏ hơn giới hạn đàn hồi). Ứng suất cho phép được xác định theo công thức:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_0}{n} \quad (2-17)$$

Trong đó:

$[\sigma]$ - ứng suất cho phép;

σ_0 - ứng suất nguy hiểm

n - hệ số an toàn.

Ứng suất cho phép khi kéo và ứng suất cho phép khi nén của một số loại vật liệu được cho trong bảng phụ lục 7.

Hệ số an toàn n luôn lớn hơn 1, việc lựa chọn hệ số an toàn có ý nghĩa kinh tế và kỹ thuật quan trọng. Nếu chọn n quá lớn dẫn đến $[\sigma]$ quá nhỏ gây lãng phí nguyên vật liệu, tăng trọng lượng và kích thước của chi tiết, kết cấu. Ngược lại nếu chọn n quá nhỏ có thể dẫn đến không an toàn. Vì vậy hệ số an toàn n được quy định theo tiêu chuẩn nhà nước dựa trên các căn cứ chính như sau:

- Tính chất của vật liệu: vật liệu dẻo hay giòn, đồng chất hay không đồng chất.

- Điều kiện làm việc của chi tiết, kết cấu: môi trường, nhiệt độ,...

- Tính chất quan trọng: sử dụng tạm thời hay lâu dài,...

- Tính chất của tải trọng tác dụng: tĩnh, động hoặc tải trọng đặc biệt.
- Phương pháp tính toán, trình độ và phương pháp gia công hoặc thi công.

2.4.2. Điều kiện bền và ba bài toán cơ bản theo điều kiện bền

Để thanh chịu kéo, nén đúng tâm đảm bảo an toàn về độ bền thì giá trị ứng suất pháp trong thanh không được vượt quá giá trị ứng suất cho phép của vật liệu. Điều kiện bền của thanh chịu kéo, nén đúng tâm được viết dưới dạng tổng quát:

$$\sigma = \frac{|N_z|}{F} \leq [\sigma] \quad (2-18)$$

Điều kiện bền (2-18) còn có thể được viết dưới dạng độ lớn của các ứng suất pháp cực trị trong thanh không được vượt quá các giá trị ứng suất cho phép kéo và ứng suất cho phép nén của vật liệu, nghĩa là:

- Đối với vật liệu dẻo có ứng suất cho phép kéo $[\sigma_K]$ bằng ứng suất cho phép nén $[\sigma_N]$, nên điều kiện bền được xác định như (2-19):

$$\max\{\sigma_{\max}, |\sigma_{\min}|\} \leq [\sigma] \quad (2-19)$$

- Đối với vật liệu giòn có ứng suất cho phép kéo nhỏ hơn ứng suất cho phép nén, nên điều kiện bền được xác định như (2-20):

$$\begin{cases} \sigma_{\max} \leq [\sigma_K] \\ |\sigma_{\min}| \leq [\sigma_N] \end{cases} \quad (2-20)$$

Từ điều kiện bền ta có ba bài toán cơ bản sau:

a) Bài toán kiểm tra bền

Bài toán này cho biết trước vật liệu, hình dạng, kích thước mặt cắt ngang và tải trọng tác dụng lên thanh. Yêu cầu kiểm tra bền cho thanh theo điều kiện (2-19) đối với vật liệu dẻo hoặc theo điều kiện (2-20) đối với vật liệu giòn.

Phương pháp giải bài toán này như sau:

- Biết vật liệu của thanh, tra bảng ta xác định được ứng suất cho phép $[\sigma]$.
- Biết hình dạng và kích thước mặt cắt ngang của thanh, ta xác định được diện tích mặt cắt ngang F .
- Biết tải trọng tác dụng lên thanh, ta vẽ được biểu đồ lực dọc N_z của thanh.
- Từ kết quả biểu đồ lực dọc, ta xác định được các mặt cắt nguy hiểm (các mặt cắt ngang có ứng suất pháp cực trị σ_{\max} hoặc σ_{\min}). Tính toán và so sánh độ lớn của các ứng suất pháp cực trị đó với các giá trị ứng suất cho phép của vật liệu và đi đến kết luận:

+ Nếu thỏa mãn điều kiện bền thì kết luận thanh đủ bền.

+ Nếu không thỏa mãn điều kiện bền thì kết luận thanh không đủ bền.

b) Bài toán xác định kích thước mặt cắt ngang (Bài toán thiết kế)

Đây là bài toán thường gặp trong thiết kế, cho trước tải trọng tác dụng và vật liệu, yêu cầu xác định kích thước mặt cắt ngang thỏa mãn điều kiện bền.

Phương pháp giải bài toán này như sau:

- Biết vật liệu của thanh, tra bảng ta xác định được ứng suất cho phép $[\sigma]$.
- Biết tải trọng tác dụng lên thanh, ta vẽ được biểu đồ lực dọc N_z của thanh.
- Từ kết quả biểu đồ lực dọc, ta xác định được các mặt cắt nguy hiểm. Từ điều kiện bền tính toán xác định kích thước mặt cắt ngang thông qua diện tích của nó:

$$F \geq \frac{|N_z|}{[\sigma]} \quad (2-21)$$

Cần chú ý rằng chỉ cần chọn giá trị kích thước mặt cắt ngang thỏa mãn điều kiện bền khi dầm bằng xảy ra là đủ và giá trị kích thước được chọn phải thỏa mãn hệ điều kiện cho cả hai trường hợp kéo và nén.

c) Bài toán xác định tải trọng cho phép

Bài toán này cho trước vật liệu, hình dạng và kích thước mặt cắt ngang. Yêu cầu xác định tải trọng cho phép.

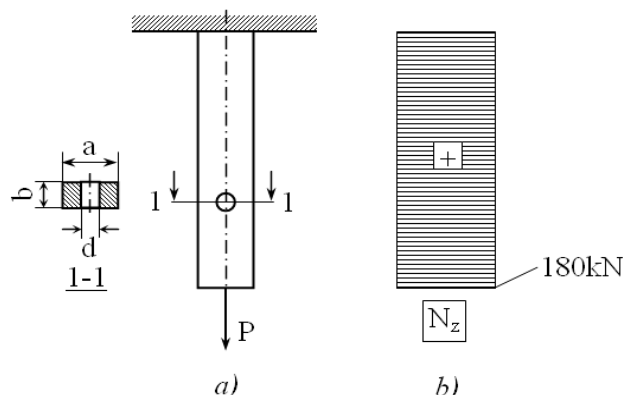
Phương pháp giải bài toán này như sau:

- Biết vật liệu của thanh, tra bảng ta xác định được ứng suất cho phép $[\sigma]$.
- Biết hình dạng và kích thước mặt cắt ngang của thanh, ta xác định được diện tích mặt cắt ngang F .
- Vẽ biểu đồ lực dọc N_z của thanh có chứa ảnh số tải trọng, xác định các mặt cắt nguy hiểm. Tính tải trọng cho phép thông qua giá trị lực dọc tại các mặt cắt nguy hiểm đảm bảo thỏa mãn điều kiện bền theo công thức:

$$|N_z| \leq [\sigma] \cdot F \quad (2-22)$$

Cần chú ý rằng tải trọng cho phép có thể chọn bằng tải trọng lớn nhất tương ứng với trường hợp xảy ra dầm bằng của công thức (2-22), nhưng phải đảm bảo thỏa mãn hệ điều kiện bền cho cả hai trường hợp kéo và nén.

Ví dụ 2.1:



Hình 2-7

Xét thanh chịu kéo đúng tâm như Hình 2-7a. Biết thanh làm bằng thép có ứng suất chảy $\sigma_{ch}=24\text{kN/cm}^2$, hệ số an toàn $n=1,5$. Thanh có mặt cắt ngang hình chữ nhật $a=6\text{cm}$, $b=3\text{cm}$; tại mặt cắt 1-1 có khoan một lỗ qua tâm với đường kính $d=2\text{cm}$. Lực kéo $P=180\text{kN}$. Kiểm tra bền cho thanh.

Giải:

Thanh làm bằng vật liệu dẻo, theo đề bài ta nhận được ứng suất cho phép:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{ch}}{n} = \frac{24}{1,5} = 16 \text{ kN/cm}^2.$$

Vẽ biểu đồ lực dọc N_z cho thanh như Hình 2-7b.

Mặt cắt nguy hiểm nhất là mặt cắt 1-1 tại vị trí khoan lỗ, vì diện tích của mặt cắt này là nhỏ nhất:

$$F_{\min} = a.b - d.b = 6.3 - 2.3 = 12 \text{ cm}^2.$$

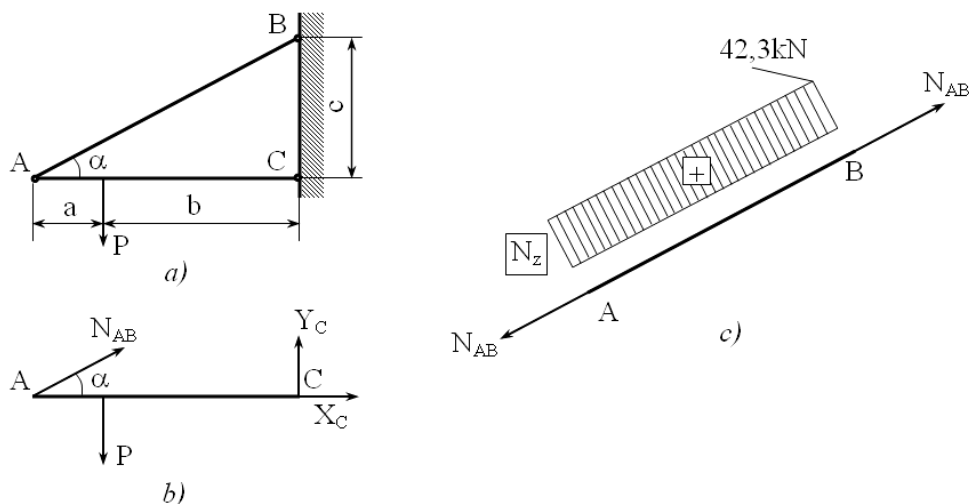
Thanh chỉ chịu kéo nên ta nhận được ứng suất kéo lớn nhất là:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_z}{F_{\min}} = \frac{180}{12} = 15 \text{ kN/cm}^2 < [\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2.$$

Kết luận: thanh đủ bền.

Ví dụ 2.2:

Xác định đường kính d của thanh thép tròn AB trong kết cấu Hình 2-8a. Biết ứng suất cho phép của vật liệu làm thanh AB là $[\sigma]=16\text{kN/cm}^2$, các kích thước $a=1\text{m}$, $b=3\text{m}$, $c=2,5\text{m}$; tải trọng $P=30\text{kN}$.



Hình 2-8

Giải:

Để xác định lực kéo tác dụng lên thanh AB ta cần phải xét cân bằng cho thanh AC như Hình 2-8b.

Viết phương trình cân bằng mô men của thanh AC đối với điểm C ta có:

$$M_C = P.b - N_{AB} \cdot (a+b) \sin \alpha = 0$$

$$\Rightarrow N_{AB} = \frac{P.b}{(a+b) \sin \alpha} = \frac{P.b}{(a+b) \frac{c}{\sqrt{(a+b)^2 + c^2}}} = \frac{30.3}{(1+3) \frac{2,5}{\sqrt{(1+3)^2 + 2,5^2}}} \approx 42,3 \text{ kN}$$

Vẽ biểu đồ lực dọc N_z tác dụng lên thanh AB như Hình 2-8c. Biểu đồ lực dọc là hằng số, tiết diện ngang của thanh không thay đổi nên các mặt cắt chịu lực như nhau, do đó ta có thể xác định kích thước tại mặt cắt bất kỳ của thanh:

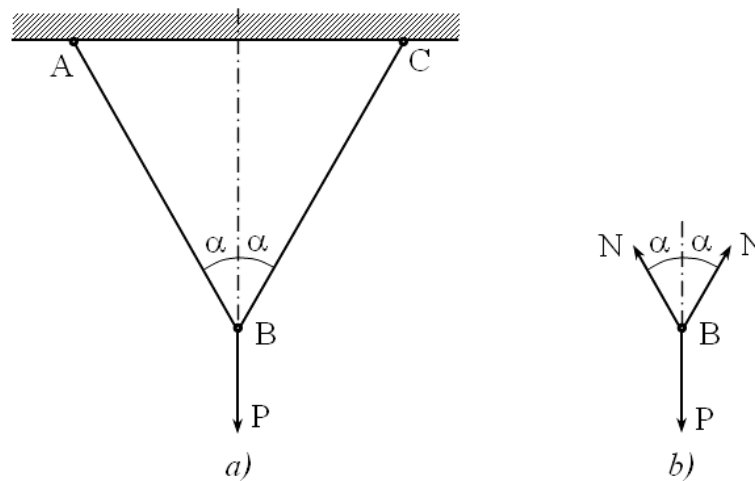
$$F_{AB} = \frac{\pi d^2}{4} \geq \frac{N_z}{[\sigma]}$$

$$\Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{4N_z}{\pi[\sigma]}} = \sqrt{\frac{4.42,3}{\pi.16}} \approx 1,83 \text{ cm}$$

Kết luận: chọn thanh AB có đường kính $d=19\text{mm}$ là đảm bảo thỏa mãn điều kiện bền.

Ví dụ 2.3:

Xác định tải trọng P cho phép đặt lên kết cấu như Hình 2-9a. Biết rằng các thanh tròn AB và BC có đường kính $d=2\text{cm}$ và được làm bằng thép có ứng suất cho phép $[\sigma]=14\text{kN/cm}^2$, góc $\alpha=30^\circ$.



Hình 2-9

Giải:

Xét cân bằng lực tại nút B như Hình 2-9b:

$$\sum Y = -P + 2N \cos \alpha = 0 \Rightarrow N = \frac{P}{2 \cos \alpha} = \frac{P}{\sqrt{3}}$$

Các thanh AB và BC đều chịu kéo với các giá trị nội lực bằng $N = \frac{P}{\sqrt{3}}$.

Mặt khác, theo đề bài các thanh này có cùng vật liệu và kích thước mặt cắt ngang. Do đó tải trọng P phải thỏa mãn điều kiện bền như sau:

$$N = \frac{P}{\sqrt{3}} \leq [\sigma] \cdot F = [\sigma] \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow P \leq \frac{[\sigma] \pi \sqrt{3} d^2}{4} = \frac{14 \cdot \pi \cdot \sqrt{3} \cdot 2^2}{4} \approx 76,14 \text{ kN}$$

Kết luận: chọn tải trọng cho phép $[P] = 76,14 \text{ kN}$.

2.4.3. Điều kiện cứng và ba bài toán cơ bản theo điều kiện cứng

Khi thanh đã thỏa mãn điều kiện bền, nhưng yêu cầu biến dạng dài tuyệt đối của thanh phải nằm trong giới hạn cho phép thì thanh phải thỏa mãn cả điều kiện cứng, nghĩa là:

$$\Delta l \leq [\delta] \quad (2-23)$$

trong đó: Δl là biến dạng dài tuyệt đối của thanh, $[\delta]$ là biến dạng cho phép.

Tương tự như điều kiện bền, ta cũng có ba bài toán cơ bản theo điều kiện cứng, đó là:

- Bài toán kiểm tra độ cứng.
- Bài toán xác định kích thước mặt cắt ngang theo điều kiện cứng.
- Bài toán xác định tải trọng cho phép theo điều kiện cứng.

Phương pháp giải các bài toán này cũng giống như phương pháp giải ba bài toán cơ bản theo điều kiện bền.

Ví dụ 2.4:

Xác định đường kính d của mặt cắt ngang của cột tròn chịu nén (Hình 2-10). Biết cột làm bằng gỗ thông có mô đun đàn hồi $E = 10^3 \text{ kN/cm}^2$, ứng suất cho phép khi nén $[\sigma_N] = 1,1 \text{ kN/cm}^2$, chiều cao của cột là $l = 4 \text{ m}$, biến dạng dài cho phép của cột $[\delta] = 0,4 \text{ cm}$, tải trọng $P = 30 \text{ kN}$.

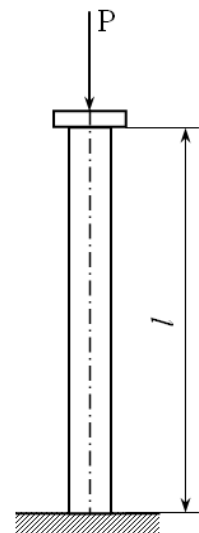
Giải:

Cột chịu nén đúng tâm với lực dọc không đổi:

$$N_z = -P = -30 \text{ kN}.$$

- Theo điều kiện bền: $F \geq \frac{|N_z|}{[\sigma_N]}$

$$\text{hay } \frac{\pi d^2}{4} \geq \frac{|N_z|}{[\sigma_N]} \Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{4|N_z|}{\pi[\sigma_N]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 30}{\pi \cdot 1,1}} \approx 5,89 \text{ cm} \quad (1)$$



Hình 2-10

- Theo điều kiện cứng: $\Delta l = \frac{|N_z|.l}{E.F} \leq [\delta]$

$$\text{hay } \frac{|N_z|.l}{E \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\delta] \Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{4|N_z|.l}{\pi.E.[\delta]}} = \sqrt{\frac{4.30.4.10^2}{\pi.10^3.0,4}} \approx 6,18 \text{ cm} \quad (2)$$

Kết hợp (1) và (2) ta chọn đường kính của cột $d=6,2\text{cm}$ là thỏa mãn cả điều kiện bền và điều kiện cứng cho cột.

2.5. Bài toán siêu tĩnh trong kéo, nén đúng tâm

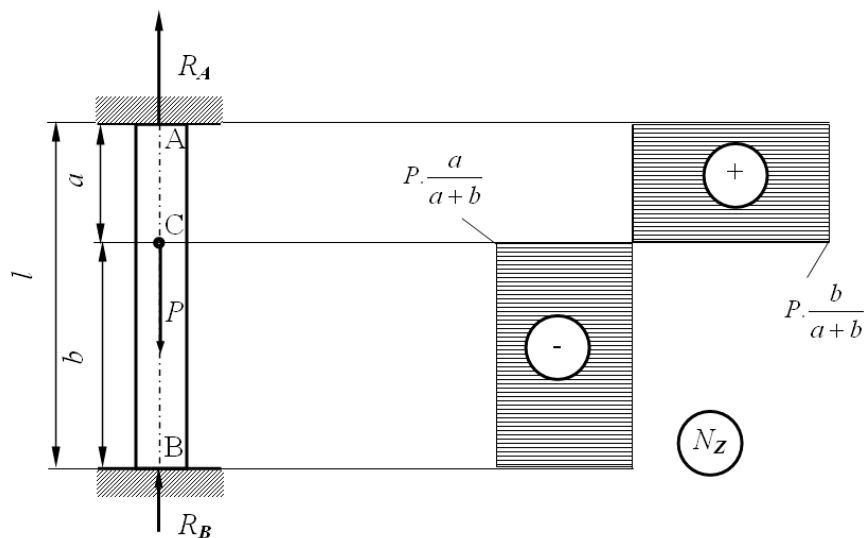
Kết cấu siêu tĩnh là kết cấu mà nếu chỉ sử dụng các phương trình cân bằng tĩnh học thì không xác định được phản lực liên kết. Do đó, phải bổ sung thêm các phương trình tương thích biến dạng của thanh.

Khi giải các bài toán siêu tĩnh của thanh chịu kéo, nén đúng tâm ta thực hiện theo các bước sau:

- Thiết lập phương trình cân bằng tĩnh học của thanh.
- Thiết lập quan hệ giữa các thành phần biến dạng và chuyển vị của thanh, các phương trình đó gọi là các phương trình tương thích biến dạng.
- Thông qua định luật Hooke thiết lập quan hệ giữa các thành phần lực và biến dạng.
- Giải hệ phương trình nhận được và tìm các ẩn số chưa biết, đưa bài toán về dạng tĩnh định.

Ví dụ 2.5:

Hãy xác định nội lực trong thanh chịu kéo, nén như Hình 2-11. Biết độ cứng chống kéo, nén của thanh là EF bằng hằng số.



Hình 2-11

Giải:

- Đặt các phản lực liên kết tại ngàm A và B lần lượt là R_A và R_B lên thanh.
- Thiết lập phương trình cân bằng tĩnh học:

$$R_A + R_B = P \quad (1)$$

Ta nhận thấy chỉ có 01 phương trình cân bằng tĩnh học nhưng có 2 ẩn số, do đó suy ra bài toán có dạng siêu tĩnh bậc 1 (bậc siêu tĩnh bằng số ẩn số trừ đi số phương trình cân bằng tĩnh học).

- Thiết lập phương trình tương thích biến dạng:

Vì thanh bị ngàm cứng cả 2 đầu nên ta có tổng biến dạng: $\Delta l = 0$.

Theo công thức xác định lực dọc ta có: $N_{AC} = R_A$; $N_{BC} = -R_B$.

$$\text{Theo định luật Hooke: } \Delta l = \frac{N_{AC} \cdot a}{EF} + \frac{N_{BC} \cdot b}{EF} = \frac{R_A \cdot a}{EF} - \frac{R_B \cdot b}{EF} = 0$$

$$\text{Suy ra: } R_A \cdot a = R_B \cdot b \quad (2)$$

$$\text{- Giải hệ (1) và (2) ta được: } R_A = \frac{P \cdot b}{a + b} = \frac{P \cdot b}{l}; \quad R_B = \frac{P \cdot a}{a + b} = \frac{P \cdot a}{l}$$

Biểu đồ nội lực của thanh như Hình 2-11.

Chương 3

TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT

Khi tính toán cho các vật thể chịu lực, chúng ta cần xác định được trường ứng suất và trường biến dạng của vật thể. Trường ứng suất được xác định nếu biết trạng thái ứng suất tại điểm bất kỳ trong vật thể. Khi xác định được trạng thái ứng suất tại một điểm chúng ta sẽ xác định được ứng suất trên mặt bất kỳ đi qua điểm đó, đồng thời tìm được các giá trị ứng suất pháp, ứng suất tiếp cực trị và mặt tác động của nó. Trên cơ sở đó người ta đã xây dựng lên các tiêu chuẩn tính toán bền cho vật thể. Nội dung chương 3 đề cập đến vấn đề này.

3.1. Khái niệm chung về trạng thái ứng suất tại một điểm

3.1.1. Khái niệm

- Trạng thái ứng suất tại một điểm là tập hợp tất cả những thành phần ứng suất tác dụng lên các mặt vô cùng bé đi qua điểm đó.

- Trạng thái ứng suất được xác định khi biết ứng suất trên 3 mặt vuông góc nhau và đi qua điểm đó.

- Trạng thái ứng suất được xác định bằng 6 thành phần ứng suất độc lập (hình 3-1), đó là: σ_x , σ_y , σ_z , $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, $\tau_{zx} = \tau_{xz}$, lập thành một Ten xơ bậc hai đối xứng.

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (3-1)$$

- Mặt chính: là những mặt có ứng suất tiếp bằng không.

- Ứng suất chính: là ứng suất pháp trên các mặt chính, có 3 ứng suất chính trên 3 mặt chính vuông góc với nhau từng đôi một, được kí hiệu: $\sigma_1; \sigma_2; \sigma_3$ ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$).

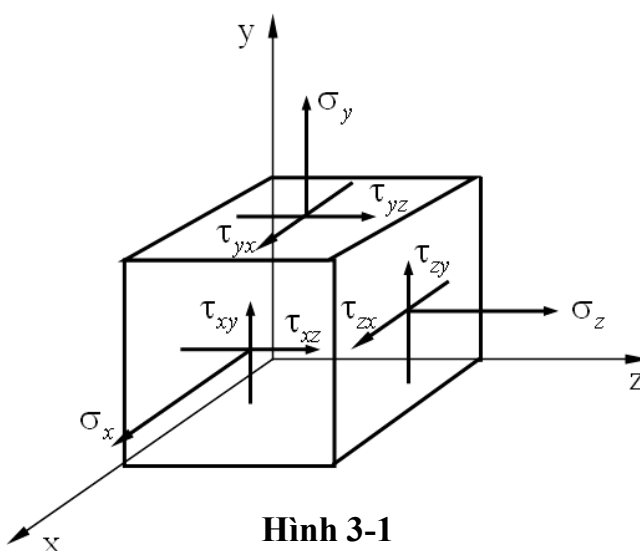
- Phương chính: là phương pháp tuyến của các mặt chính.

3.1.2. Phân loại

- Trạng thái ứng suất đơn: chỉ có 1 ứng suất chính khác không (trường hợp thanh chịu kéo, nén đúng tâm).

- Trạng thái ứng suất phẳng: có 2 ứng suất chính khác không.

- Trạng thái ứng suất khối: có 3 ứng suất chính đều khác không.



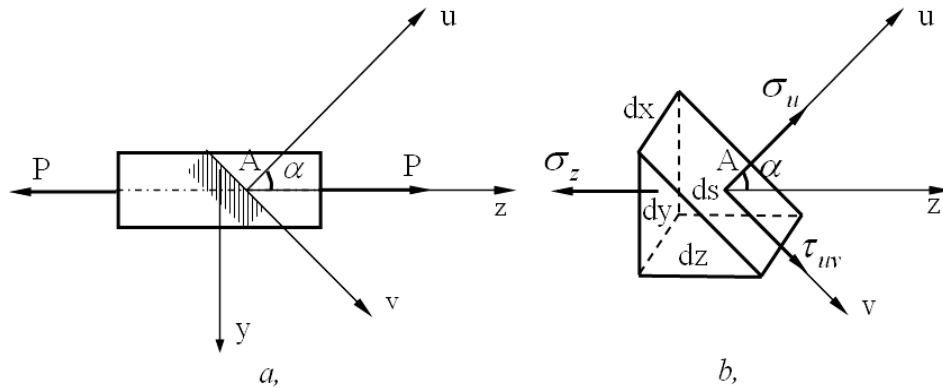
Hình 3-1

3.1.3. Ý nghĩa

- Nghiên cứu trạng thái ứng suất để tìm được ứng suất trên mặt bất kỳ.
- Nghiên cứu trạng thái ứng suất để tìm được các giá trị ứng suất pháp cực trị, ứng suất tiếp cực trị và mặt tác động của nó.

3.2. Nghiên cứu trạng thái ứng suất đơn

- Trạng thái này được thể hiện ở thanh chịu kéo, nén đúng tâm.



Hình 3-2

Xét trên mặt nghiêng tạo với mặt cắt ngang một góc α (Hình 3-2a), tại một điểm A ta tách ra một phân tử (Hình 3-2b). Viết phương trình cân bằng cho hệ lực tác dụng lên phân tử ta có:

$$\begin{cases} \Sigma U = 0 \Leftrightarrow \sigma_z \cdot dx dy \cdot \cos \alpha - \sigma_u \cdot dx ds = 0 \\ \Sigma V = 0 \Leftrightarrow \sigma_z \cdot dx dy \cdot \sin \alpha - \tau_{uv} \cdot dx ds = 0 \end{cases}$$

Ta có: $dy = ds \cdot \cos \alpha$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_u = \sigma_z \cdot \cos^2 \alpha \\ \tau_{uv} = \frac{\sigma_z \cdot \sin 2\alpha}{2} \end{cases} \quad (3-2)$$

Nhận xét:

- Ứng suất pháp và ứng suất tiếp trên mặt nghiêng của thanh phân bố đều.
- Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang đạt cực trị $\alpha = 0 \Rightarrow \sigma_{Max} = \sigma_z$.
- Ứng suất tiếp trên mặt nghiêng với mặt cắt ngang một góc 45° đạt cực trị

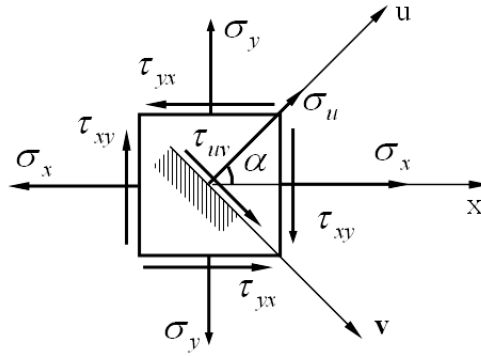
$$\alpha = 45^\circ \Rightarrow \tau_{Max} = \frac{\sigma_z}{2}.$$

3.3. Nghiên cứu trạng thái ứng suất phẳng

3.3.1. Phương pháp giải tích

- Giả sử ta có trạng thái ứng suất phẳng được xác định với σ_x , σ_y , và τ_{xy} như Hình 3-3.

- Ứng suất trên mặt nghiêng bất kỳ có pháp tuyến \vec{u} là:



Hình 3-3

$$\begin{cases} \sigma_u = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\alpha - \tau_{xy} \cdot \sin 2\alpha \\ \tau_{uv} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cdot \cos 2\alpha \end{cases} \quad (3-3)$$

Trong đó: α - góc hợp bởi pháp tuyến \vec{u} với trục \vec{x} , $\alpha > 0$ khi quay từ \vec{x} đến \vec{u} ngược chiều kim đồng hồ.

- Các giá trị ứng suất chính (ứng suất pháp cực trị):

$$\begin{cases} \sigma_{Max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \\ \sigma_{Min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \end{cases} \quad (3-4)$$

- Phương chính:

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \arctg \left[-\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right] + k \cdot 90^\circ \quad (3-5)$$

α_0 - góc hợp bởi phương chính với trục x ; $k \in \mathbb{Z}$

- Các giá trị ứng suất tiếp cực trị (nằm trên các mặt hợp với các mặt chính một góc 45°).

$$\begin{cases} \tau_{Max} = +\frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \\ \tau_{Min} = -\frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \end{cases} \quad (3-6)$$

3.3.2. Vòng tròn Mohr ứng suất

- Vòng tròn Mohr ứng suất: từ công thức (3-3) ta có thể biến đổi thành:

$$\left(\sigma_u - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{uv}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \quad (3-7)$$

Biểu thức (3-7) xác định phương trình đường tròn cho quan hệ giữa σ_u và τ_{uv} , có tâm $C\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, 0\right)$ và bán kính $R = \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$.

- Cách vẽ vòng tròn Mohr ứng suất như sau:

+ Dựng hệ trục $O\sigma\tau$ với $O\sigma // O_x$ và $O\tau // O_y$;

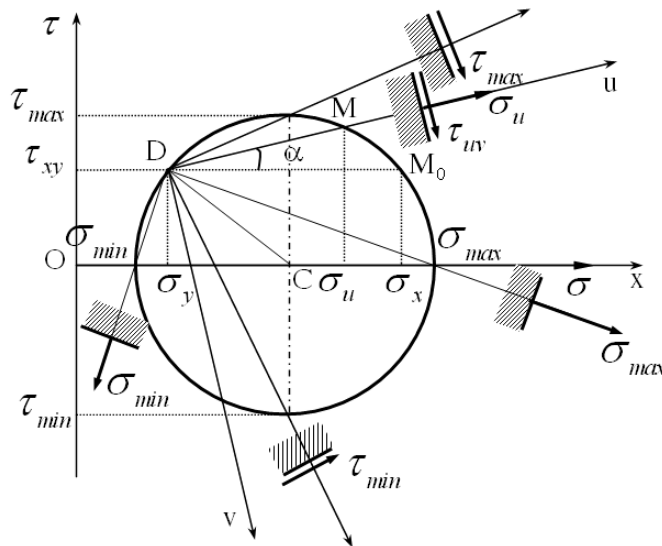
+ Quy định một tỉ lệ xích nhất định trên hệ trục;

+ Xác định vị trí tâm của vòng tròn Mohr $C\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, 0\right)$;

+ Qua σ_y kẻ đường thẳng song song với $O\tau$, lấy một đoạn bằng τ_{xy} ta xác định được điểm D (điểm cực);

+ Vẽ vòng tròn Mohr tâm C, bán kính CD.

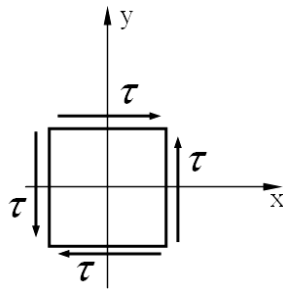
- Vòng tròn Mohr biểu diễn trạng thái ứng suất tại một điểm (Hình 3-4).



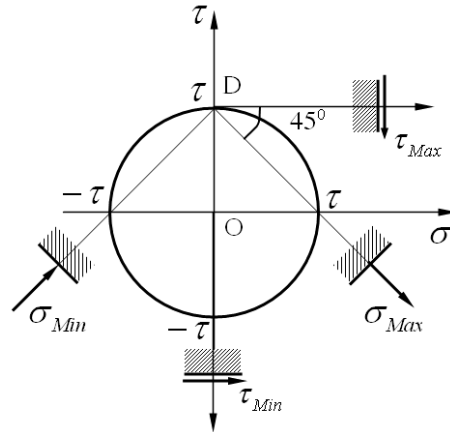
Hình 3-4

3.3.3. Trạng thái trượt thuần túy

- Trạng thái trượt thuần túy là trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt mà ta tìm được mặt tác động trên đó chỉ có ứng suất tiếp (Hình 3-5).



Hình 3-5



Hình 3-6

- Vòng tròn Mohr ứng suất của trạng thái trượt thuần túy (Hình 3-6).

- Các đặc điểm của trạng thái trượt thuần túy:

$$+ \sigma_{Max} = |\sigma_{Min}| = \tau_{Max} = |\tau_{Min}| = \tau;$$

$$+ \sigma_{Max} = \sigma_1; \sigma_2 = 0; \sigma_{Min} = \sigma_3;$$

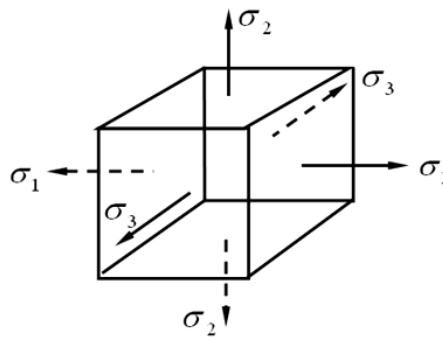
+ Phương chính tạo với phương trượt một góc 45° ;

+ Ứng suất tiếp trên mặt trượt là ứng suất tiếp cực trị;

+ Ứng suất pháp trên 2 mặt vuông góc với nhau, thì bằng nhau về trị tuyệt đối nhưng ngược dấu.

3.4. Khái niệm về trạng thái ứng suất khối

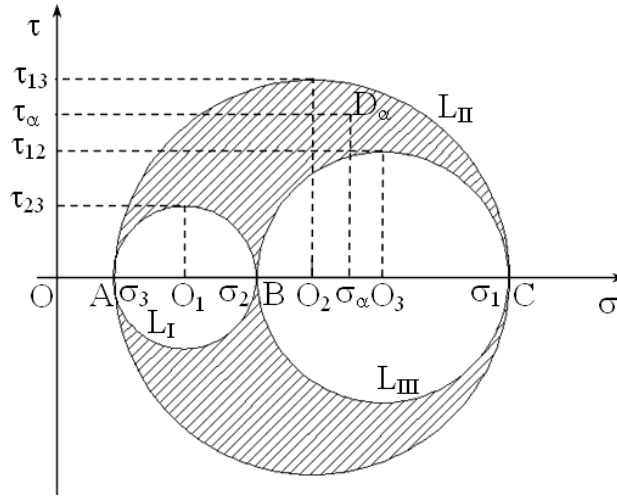
Trong các bài toán của SBVL trạng thái ứng suất khối thường rất ít gặp. Vì vậy, ta chỉ nghiên cứu những khái niệm cơ bản nhất của trạng thái ứng suất khối.



Hình 3-7

Xét trạng thái ứng suất khối như hình 3-7, các mặt giới hạn là các mặt chính. Trước hết khảo sát các mặt song song với σ_1 , ứng suất trên các mặt này không phụ thuộc vào σ_1 mà chỉ phụ thuộc vào σ_2 và σ_3 , nó được xác định bởi tọa độ các điểm nằm trên vòng tròn Mohr L_1 đi qua 02 điểm có tọa độ $(\sigma_2, 0)$ và $(\sigma_3, 0)$ như hình 3-8. Tương tự ứng suất trên các mặt song song với σ_2 biểu thị

bằng vòng tròn Mohr L_{II} đi qua 02 điểm có tọa độ $(\sigma_1, 0)$ và $(\sigma_3, 0)$, và ứng suất trên các mặt song song với σ_3 biểu thị bằng vòng tròn Mohr L_{III} đi qua 02 điểm có tọa độ $(\sigma_1, 0)$ và $(\sigma_2, 0)$.



Hình 3-8

Người ta đã chứng minh được ứng suất trên mặt nghiêng bất kỳ được biểu thị bằng điểm nằm trong miền giới hạn bởi 03 vòng Mohr L_I, L_{II}, L_{III} (phần gạch chéo) có tọa độ $D_\alpha(\sigma_\alpha, \tau_\alpha)$. Bằng phương pháp giải tích xác định được σ_α và τ_α :

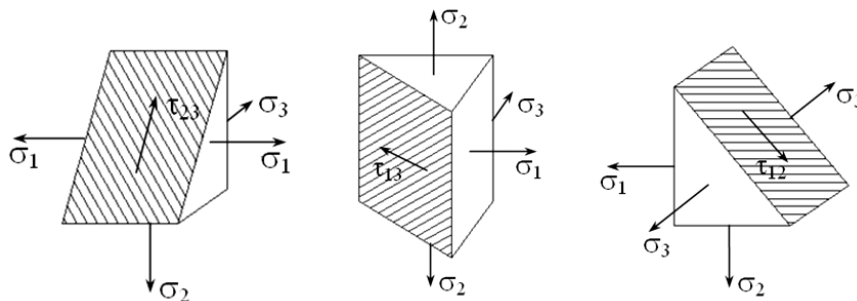
$$\left. \begin{aligned} \sigma_\alpha &= \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3 \cos^2 \alpha_3 \\ \tau_\alpha &= \sqrt{\sigma_1^2 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2^2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3^2 \cos^2 \alpha_3 - \sigma_\alpha^2} \end{aligned} \right\} \quad (3-8)$$

trong đó: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ lần lượt là các góc hợp bởi pháp tuyến của mặt cắt nghiêng với phương của các ứng suất pháp $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.

Các ứng suất tiếp cực trị nhận được theo các vòng Mohr L_I, L_{II}, L_{III} :

$$\tau_{12} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}; \quad \tau_{23} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}; \quad \tau_{\max} = \tau_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (3-9)$$

Ta nhận thấy các ứng suất tiếp cực trị nằm trên các mặt phẳng song song với phương chính của ứng suất pháp không ảnh hưởng đến giá trị của nó và tạo với hai phương chính còn lại một góc 45° (Hình 3-9).



Hình 3-9

3.5. Quan hệ giữa ứng suất và biến dạng (Định luật Hooke)

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)] \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)] \\ \theta &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \frac{1-2\mu}{E} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 3 \cdot \frac{1-2\mu}{E} \cdot \sigma_0 \\ \gamma_{XY} &= \frac{\tau_{XY}}{G}; \quad \gamma_{YZ} = \frac{\tau_{YZ}}{G}; \quad \gamma_{ZX} = \frac{\tau_{ZX}}{G} \end{aligned} \right\} \quad (3-10)$$

với: $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$; $\sigma_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$.

Trong đó:

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ - các biến dạng dài tương đối trên các phương chính;

$\gamma_{XY}, \gamma_{YZ}, \gamma_{ZX}$ - các biến dạng góc tương đối;

θ - biến dạng thể tích tương đối;

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ - các ứng suất chính;

σ_0 - ứng suất trung bình;

$\tau_{XY}, \tau_{YZ}, \tau_{ZX}$ - các ứng suất tiếp;

E - mô đun đàn hồi kéo, nén;

G - mô đun đàn hồi trượt;

μ - hệ số Poát-xông.

3.6. Thế năng biến dạng đàn hồi

- Năng lượng mà vật thể tích lũy được dưới tác dụng của ngoại lực là dạng thế năng, gọi là thế năng biến dạng đàn hồi, ký hiệu là U .

Ta có: $U = A$ A - công của ngoại lực.

- Trị số thế năng biến dạng đàn hồi tích lũy được trong một đơn vị thể tích được gọi là thế năng riêng biến dạng đàn hồi, ký hiệu là U_0 .

Trường hợp tổng quát ta có:

$$U_0 = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)] \quad (3-11)$$

Trong kéo, nén đúng tâm ta có: $U_0 = \frac{\sigma_z^2}{2E}$

- Khi biến dạng, vật thể bị biến đổi cả hình dáng và thể tích nên U_0 được phân thành 2 thành phần, đó là: thể năng biến đổi thể tích, ký hiệu là U_{TT} và thể năng biến đổi hình dáng, ký hiệu là U_{HD} :

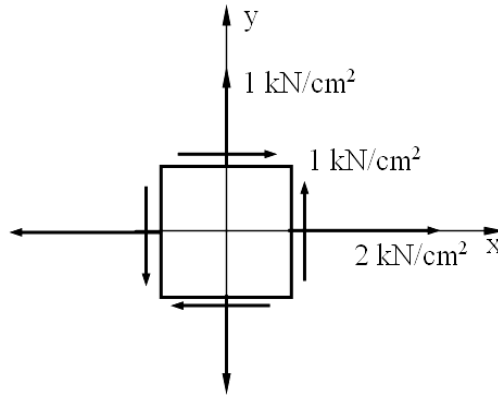
$$U_0 = U_{TT} + U_{HD} \quad (3-12)$$

$$U_{TT} = \frac{1-2\mu}{6E} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \quad (3-13)$$

$$U_{HD} = \frac{1+\mu}{6E} \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (3-14)$$

Ví dụ 3.1:

Xác định phương chính, các trị số ứng suất cực trị và vẽ vòng tròn Mohr ứng suất cho trạng thái ứng suất như Hình 3-10.



Hình 3-10

Giải:

a) *Xác định phương chính và các ứng suất cực trị*

- Đây là trạng thái ứng suất phẳng, theo chiều và giá trị ứng suất, ta có:

$$\sigma_x = 2 \text{ kN/cm}^2; \sigma_y = 1 \text{ kN/cm}^2; \tau_{xy} = -1 \text{ kN/cm}^2$$

Theo công thức (3-4) ta có:

$$\begin{cases} \sigma_{Max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \\ \sigma_{Min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_{Max} = \frac{2+1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(2-1)^2 + 4 \cdot (-1)^2} = 2,618 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_{Min} = \frac{2+1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(2-1)^2 + 4 \cdot (-1)^2} = 0,382 \text{ kN/cm}^2 \end{cases}$$

Theo công thức (3-6) ta có:
$$\begin{cases} \tau_{Max} = +\frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \\ \tau_{Min} = -\frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \end{cases}$$

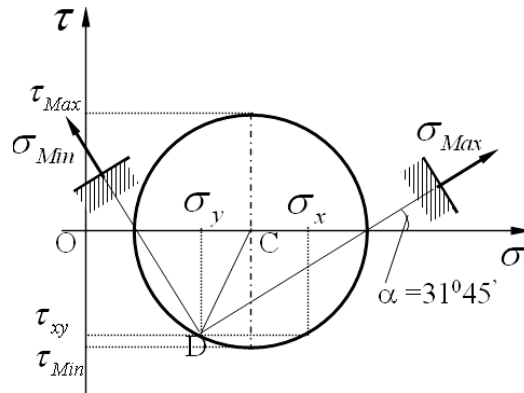
$$\Rightarrow \begin{cases} \tau_{Max} = +\frac{1}{2}\sqrt{(2-1)^2 + 4\cdot(-1)^2} = 1,118 \text{ kN/cm}^2 \\ \tau_{Min} = -\frac{1}{2}\sqrt{(2-1)^2 + 4\cdot(-1)^2} = -1,118 \text{ kN/cm}^2 \end{cases}$$

Theo công thức (3-5) ta có:
$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \arctg \left[-\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right]$$

$$\Rightarrow \alpha_0 = \frac{1}{2} \arctg \left[-\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right] = \frac{1}{2} \arctg \left[-\frac{2\cdot(-1)}{2-1} \right] = 31^{\circ}45' + k90^{\circ}.$$

b) Vẽ vòng tròn Mohr ứng suất

Vòng tròn Mohr ứng suất theo phương pháp hình học như Hình 3-11.



Hình 3-11

Ví dụ 3.2:

Cho một trạng thái ứng suất phẳng biết $\sigma_y = 3 \text{ kN/cm}^2$, ứng suất trên mặt nghiêng có pháp tuyến u hợp với trục x một góc $\alpha = 45^{\circ}$ là $\sigma_u = 1 \text{ kN/cm}^2$ và $\tau_{uv} = -0,5 \text{ kN/cm}^2$; $\mu = 0,3$; $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$.

- Xác định phương chính và các giá trị ứng suất chính?
- Xác định biến dạng dài tỉ đối lớn nhất và biến dạng thể tích tỉ đối?

Giải:

- Xác định phương chính và các giá trị ứng suất chính:

Từ công thức (3-3) ta có:
$$\begin{cases} \sigma_u = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\alpha - \tau_{xy} \cdot \sin 2\alpha \\ \tau_{uv} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cdot \cos 2\alpha \end{cases}$$

Theo giả thiết $\alpha = 45^\circ$ nên $\sin 2\alpha = 1$, $\cos 2\alpha = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 = \frac{\sigma_x + 3}{2} - \tau_{xy} \\ -0,5 = \frac{\sigma_x - 3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_x = 2 \text{ kN/cm}^2 \\ \tau_{xy} = 1,5 \text{ kN/cm}^2 \end{cases}$$

Theo công thức (3-4) ta có:
$$\begin{cases} \sigma_{Max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \cdot \tau_{xy}^2} \\ \sigma_{Min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \cdot \tau_{xy}^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_{Max} = \frac{2+3}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(2-3)^2 + 4 \cdot 1,5^2} = 4,080 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_{Min} = \frac{2+3}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(2-3)^2 + 4 \cdot 1,5^2} = 0,920 \text{ kN/cm}^2 \end{cases}$$

Vậy các ứng suất chính: $\sigma_1 = \sigma_{Max} = 4,080 \text{ kN/cm}^2$;

$$\sigma_2 = \sigma_{Min} = 0,920 \text{ kN/cm}^2; \sigma_3 = 0.$$

Theo công thức (3-5) ta có:
$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \arctg \left[-\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right]$$

$$\Rightarrow \alpha_0 = \frac{1}{2} \arctg \left[-\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right] = \frac{1}{2} \arctg \left[-\frac{2 \cdot 1,5}{2-3} \right] = 35^\circ 50' + k90^\circ$$

b) Xác định biến dạng dài tỉ đối lớn nhất và biến dạng thể tích tỉ đối:

Trên phương chính có ứng suất chính $\sigma_1 = \sigma_{Max} = 4,080 \text{ kN/cm}^2$ sẽ có biến dạng dài tỉ đối lớn nhất:

Theo công thức (3-8) ta có:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

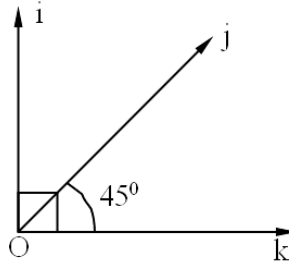
$$\Rightarrow \varepsilon_1 = \frac{1}{2 \cdot 10^4} [4,080 - 0,3 \cdot (0,920 + 0)] = 1,9 \cdot 10^{-4}$$

$$\theta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \frac{1-2\mu}{E} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 3 \cdot \frac{1-2\mu}{E} \cdot \sigma_0$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{1-2 \cdot 0,3}{2 \cdot 10^4} \cdot (4,080 + 0,920) = 1 \cdot 10^{-4}$$

Ví dụ 3.3:

Cho một trạng thái ứng suất phẳng có các biến dạng tỉ đối theo 3 phương i, j, k (Hình 3-12). Biết mô đun đàn hồi $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$, các biến dạng $\varepsilon_i = 0,0004$, $\varepsilon_j = 0,0003$, $\varepsilon_k = -0,00012$ và hệ số Poisson $\mu = 0,3$. Hãy xác định trị số ứng suất chính và phương chính cho trạng thái ứng suất này?



Hình 3-12

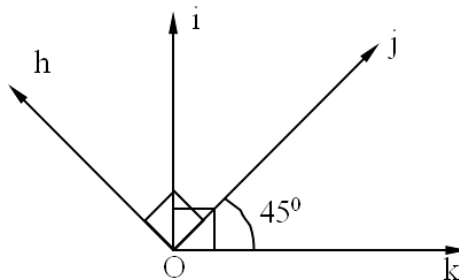
Giải:

Xác định giá trị ứng suất pháp trên các mặt có pháp tuyến theo phương i và phương k , do phương i vuông góc với phương k nên ta có:

$$\begin{cases} \varepsilon_i = \frac{1}{E} [\sigma_i - \mu(\sigma_k + 0)] \\ \varepsilon_k = \frac{1}{E} [\sigma_k - \mu(\sigma_i + 0)] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,0004 = \frac{1}{2 \cdot 10^4} [\sigma_i - 0,3 \cdot \sigma_k] \\ -0,00012 = \frac{1}{2 \cdot 10^4} [\sigma_k - 0,3 \cdot \sigma_i] \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_i = 8 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_k = 0 \end{cases}$$

Để xác định được ứng suất chính và phương chính ta cần phải xác định được τ_{ki} . Do đó, cần phải xác định σ_j trước.



Hình 3-13

Kẻ thêm phương h vuông góc với phương j như hình 3-13.

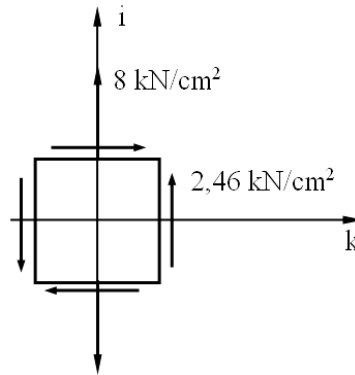
$$\text{Ta có: } \begin{cases} \varepsilon_j = \frac{1}{E} [\sigma_j - \mu(\sigma_h + 0)] \\ \sigma_j + \sigma_h = \sigma_i + \sigma_k \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0,0003 = \frac{1}{2.10^4} [\sigma_j - 0,3.\sigma_h] \\ \sigma_j + \sigma_h = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_j = 6,46 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_h = 1,54 \text{ kN/cm}^2 \end{cases}$$

Xác định giá trị ứng suất tiếp τ_{ki} :

Theo công thức (3-3) ta có : $\sigma_j = \frac{\sigma_k + \sigma_i}{2} + \frac{\sigma_k - \sigma_i}{2} \cdot \cos 2\alpha - \tau_{ki} \cdot \sin 2\alpha$

Với $\alpha = 45^\circ$ nên $\tau_{ki} = \frac{\sigma_k + \sigma_i}{2} - \sigma_j = \frac{8}{2} - 6,46 = -2,46 \text{ kN/cm}^2$.



Hình 3-14

Trạng thái ứng suất này được mô tả như hình 3-14.

Xác định giá trị các ứng suất chính:

$$\text{Theo công thức (3-4) ta có: } \begin{cases} \sigma_{Max} = \frac{\sigma_k + \sigma_i}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_k - \sigma_i)^2 + 4.\tau_{ki}^2} \\ \sigma_{Min} = \frac{\sigma_k + \sigma_i}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_k - \sigma_i)^2 + 4.\tau_{ki}^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_{Max} = \frac{8}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(-8)^2 + 4.(-2,46)^2} = 8,695 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_{Min} = \frac{8}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(-8)^2 + 4.(-2,46)^2} = -0,695 \text{ kN/cm}^2 \end{cases}$$

Vậy các ứng suất chính: $\sigma_1 = \sigma_{Max} = 8,695 \text{ kN/cm}^2$; $\sigma_2 = 0$

$\sigma_3 = \sigma_{Min} = -0,695 \text{ kN/cm}^2$;.

Xác định các phương chính:

Theo công thức (3-5) ta có: $\alpha_0 = \frac{1}{2} \arctg \left[-\frac{2\tau_{ki}}{\sigma_k - \sigma_i} \right]$

$$\Rightarrow \alpha_0 = \frac{1}{2} \arctg \left[-\frac{2\tau_{ki}}{\sigma_k - \sigma_i} \right] = \frac{1}{2} \arctg \left[-\frac{2 \cdot (-2,46)}{-8} \right] = -8^0 33' + k90^0.$$

Vậy phương chính hợp với phương k một góc $\alpha_0 = -8^0 33' + k90^0$.

Chương 4

THUYẾT BỀN

Nội dung chương 3 đã nghiên cứu cách xác định trạng thái ứng suất tại một điểm, tìm được các giá trị ứng suất pháp, ứng suất tiếp cực trị và mặt tác động của nó. Tuy nhiên, một trong các bài toán quan trọng khi tính toán kết cấu chịu lực là phải đánh giá được độ bền của các chi tiết máy trong các trường hợp chịu lực khác nhau. Trong trường hợp phân tố chịu trạng thái ứng suất phức tạp, người ta phải xây dựng các tiêu chuẩn về độ bền dựa trên các giả thuyết khác nhau được gọi là các thuyết bền.

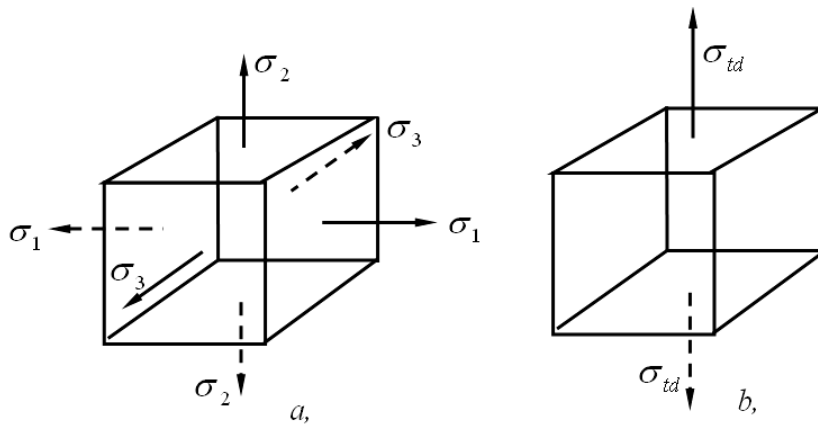
4.1. Khái niệm chung

- Sự phá hoại về độ bền của vật liệu ở trạng thái ứng suất bất kỳ xảy ra khi và chỉ khi các giá trị ứng suất nguy hiểm đạt đến giá trị giới hạn. Các giá trị giới hạn đó được xác định trên cơ sở các thí nghiệm đơn giản khi kéo, nén đúng tâm hoặc xoắn thuần túy.

- Thuyết bền là các tiêu chuẩn về độ bền được xây dựng trên cơ sở các giả thuyết khác nhau, cho phép so sánh trạng thái ứng suất bất kỳ với trạng thái ứng suất đơn (ví dụ như kéo, nén đúng tâm) và thiết lập biểu thức tính ứng suất tương đương (ứng suất tính toán) sao cho cả hai trường hợp có cùng hệ số an toàn (Hình 4-1).

- Hệ số an toàn $n > 1$ biểu thị số lần tăng lên cùng một lúc tất cả các thành phần của trạng thái ứng suất phức tạp để chúng trở thành các giá trị giới hạn:

$$\sigma_1^0 = n \cdot \sigma_1; \quad \sigma_2^0 = n \cdot \sigma_2; \quad \sigma_3^0 = n \cdot \sigma_3$$



Hình 4-1

4.2. Các thuyết bền thường dùng

4.2.1. Thuyết bền ứng suất pháp lớn nhất (thuyết bền 1)

- Thuyết bền này giả thiết rằng nguyên nhân vật liệu bị phá hoại là do ứng suất pháp lớn nhất của phân tố ở trạng thái ứng suất phức tạp đạt tới giá trị ứng suất nguy hiểm của phân tố ở trạng thái ứng suất đơn.

- Điều kiện vật liệu bị phá hoại: $\sigma_1 = \sigma_K^0$; $|\sigma_3| = \sigma_N^0$

$$\text{- Điều kiện bền: } \begin{cases} \sigma_{td1} = \sigma_1 \leq [\sigma_K] = \frac{\sigma_K^0}{n} \\ \sigma_{td1} = |\sigma_3| \leq [\sigma_N] = \frac{\sigma_N^0}{n} \end{cases} \quad (4-1)$$

- Thực nghiệm cho thấy thuyết bền này chỉ phù hợp với vật liệu giòn và vật thể chịu lực với trạng thái ứng suất có một ứng suất chính lớn hơn rất nhiều so với hai ứng suất chính còn lại.

4.4.2. Thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất (thuyết bền 3)

- Thuyết bền này giả thiết rằng nguyên nhân vật liệu bị phá hoại là do ứng suất tiếp lớn nhất của phân tử ở trạng thái ứng suất phức tạp đạt tới giá trị ứng suất nguy hiểm của phân tử ở trạng thái ứng suất đơn.

- Điều kiện vật liệu bị phá hoại: $\tau_{\max} = \tau^0$

- Điều kiện bền: $\tau_{\max} \leq [\tau] = \frac{\tau^0}{n}$

$$\text{Ta có: } \tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3); \quad \tau^0 = \frac{1}{2}\sigma^0$$

$$\text{Suy ra: } \sigma_{td3} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma] \quad (4-2)$$

- Thuyết bền này phù hợp với vật liệu dẻo, nhưng do bỏ qua σ_2 nên dẫn đến có sai số lớn.

4.2.3. Thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng lớn nhất (thuyết bền 4)

- Thuyết bền này giả thiết rằng nguyên nhân vật liệu bị phá hoại là do thế năng riêng biến đổi hình dáng lớn nhất của phân tử ở trạng thái ứng suất phức tạp đạt tới giá trị thế năng riêng biến đổi hình dáng nguy hiểm của phân tử ở trạng thái ứng suất đơn.

- Điều kiện vật liệu bị phá hoại: $U_{HD} = U_{HD}^0$

- Điều kiện bền: $U_{HD} \leq [U_{HD}]$

$$\text{Theo (3-12) ta có: } U_{HD} = \frac{1+\mu}{6E} \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

$$\text{Khi kéo đơn: } \sigma_1 = \sigma^0; \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \quad \Rightarrow U_{HD}^0 = \frac{1+\mu}{3E} (\sigma^0)^2$$

$$\text{Suy ra: } \sigma_{td4} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)} \leq [\sigma] \quad (4-3)$$

- Thuyết bền này phù hợp với vật liệu dẻo.

4.2.4. Thuyết bền Mohr (thuyết bền 5)

- Thuyết bền Mohr dựa trên giả thiết trạng thái ứng suất bất kỳ được mô tả bằng vòng Mohr ứng suất xây dựng từ 2 ứng suất chính σ_1 và σ_3 (bỏ qua σ_2).

$$\text{- Điều kiện bền: } \sigma_{td5} = \sigma_1 - \alpha \cdot \sigma_3 \leq [\sigma_K] \quad (4-4)$$

$$\text{với: } \alpha = \frac{[\sigma_K]}{[\sigma_N]}$$

- Thuyết bền Mohr có sai số lớn vì bỏ qua σ_2 và ít được sử dụng, thường dùng cho vật liệu có giới hạn bền kéo và nén khác nhau.

4.3. Áp dụng các thuyết bền

- Thuyết bền ứng suất pháp lớn nhất thường dùng cho vật liệu giòn, thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất và thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng lớn nhất thường dùng cho vật liệu dẻo.

- Thuyết bền Mohr dùng cho vật liệu có giới hạn bền kéo và nén khác nhau.

- Khi tính toán cần độ chính xác cao thì dùng thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng lớn nhất. Nếu không cần độ chính xác cao hoặc vật liệu làm việc thuộc trạng thái ứng suất phẳng thì nên dùng thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất hoặc thuyết bền Mohr.

Trong thực tế, người thiết kế cần cân nhắc theo điều kiện kinh tế và kỹ thuật cụ thể để lựa chọn việc sử dụng thuyết bền nào cho phù hợp, vừa đảm bảo an toàn, vừa đáp ứng các yêu cầu về thẩm mỹ và hiệu quả kinh tế.

Chương 5

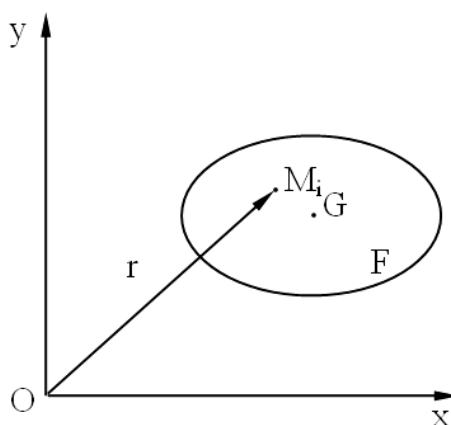
ĐẶC TRƯNG HÌNH HỌC CỦA HÌNH PHẪNG

Để thuận tiện cho việc thiết lập các công thức tính toán ứng suất, biến dạng và chuyển vị của vật thể chịu lực, chúng ta cần nghiên cứu xác định trước các công thức tính toán các đặc trưng hình học của mặt cắt ngang như mô men tĩnh, mô men quán tính, bán kính quán tính. Xét trường hợp tổng quát mặt cắt ngang là một hình phẳng có hình dạng bất kỳ, vì vậy ta phải tìm hiểu phương pháp xác định các đặc trưng hình học cho hình phẳng.

5.1. Mô men tĩnh của hình phẳng

5.1.1. Khái niệm

Ta xét hình phẳng diện tích F , trong hệ tọa độ Oxy (Hình 5-1). Điểm $M_i(x,y)$ bất kỳ thuộc hình phẳng, khoảng cách OM_i gọi là r .



Hình 5-1

Mô men tĩnh của hình phẳng diện tích F đối với điểm O (gốc tọa độ), được định nghĩa như sau:

$$\vec{S}_0 = \int_F \vec{r} \cdot dF \quad (5-1)$$

Các thành phần hình chiếu của \vec{S}_0 trên 2 trục tọa độ là:

- Thành phần trên trục Ox được gọi là mô men tĩnh của hình phẳng diện tích F đối với trục Ox:

$$S_x = \int_F y \cdot dF \quad (5-2)$$

- Thành phần trên trục Oy được gọi là mô men tĩnh của hình phẳng F đối với trục Oy:

$$S_y = \int_F x \cdot dF \quad (5-3)$$

5.1.2. Tính chất

- Gọi điểm G là trọng tâm của hình phẳng F, thì: $\vec{S}_G = \int_F \vec{r}.dF = 0$.

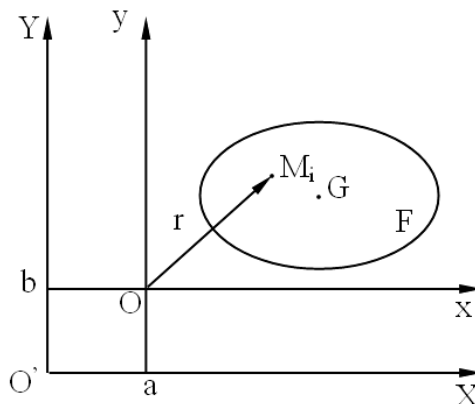
- Nếu gốc tọa độ O trùng với trọng tâm G, ta có: $S_x = S_y = 0$.

Một hệ trục đi qua trọng tâm của hình phẳng, được gọi là hệ trục trung tâm, mô men tĩnh của hình phẳng đối với hệ trục đó bằng không.

5.1.3. Công thức chuyển trục song song

Giả sử trong Hình 5-2 ta đã tính được các mô men tĩnh của hình phẳng diện tích F đối với hệ trục Oxy là S_x, S_y .

Ta phải tính các mô men tĩnh của hình phẳng F đối với hệ trục O'XY//Oxy, biết tọa độ của O trong hệ trục O'XY là O(a,b).



Hình 5-2

Ta có quan hệ giữa các tọa độ: $X = a + x$; $Y = b + y$

Theo định nghĩa:

$$S_X = \int_F Y.dF = \int_F (b + y).dF = \int_F b.dF + \int_F y.dF$$

$$S_Y = \int_F X.dF = \int_F (a + x).dF = \int_F a.dF + \int_F x.dF$$

Suy ra : $S_X = b.F + S_x$ và $S_Y = a.F + S_y$

Nếu O trùng với trọng tâm G của hình phẳng thì: $S_x = 0$; $S_y = 0$

Khi đó ta có công thức xác định trọng tâm như sau: $X_G = \frac{S_Y}{F}$; $Y_G = \frac{S_X}{F}$

Nếu hình phẳng là hình phức tạp ta có thể chia làm nhiều phân hình đơn giản để tính các mô men tĩnh, sau đó cộng đại số các kết quả tương ứng:

$$S_x = \sum_{i=1}^n S_{x(i)} = \sum_{i=1}^n y_{G(i)} \cdot F_i \Rightarrow y_G = \frac{\sum_{i=1}^n y_{G(i)} \cdot F_i}{F} = \frac{\sum_{i=1}^n y_{G(i)} \cdot F_i}{\sum_{i=1}^n F_i}$$

$$S_y = \sum_{i=1}^n S_{y(i)} = \sum_{i=1}^n x_{G(i)} \cdot F_i \Rightarrow x_G = \frac{\sum_{i=1}^n x_{G(i)} \cdot F_i}{F} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{G(i)} \cdot F_i}{\sum_{i=1}^n F_i}$$

5.2. Mô men quán tính của hình phẳng

5.2.1. Khái niệm

Ta xét hình phẳng diện tích F , trong hệ tọa độ Oxy (Hình 5-1). Điểm $M_i(x,y)$ bất kỳ thuộc hình phẳng, khoảng cách OM_i gọi là r .

Mô men quán tính của hình phẳng đối với điểm O (gốc tọa độ), được gọi là mô men quán tính độc cực và định nghĩa như sau:

$$J_0 = J_P = \int_F r^2 \cdot dF \quad (5-4)$$

Mô men quán tính của hình phẳng đối với trục Ox:

$$J_x = \int_F y^2 \cdot dF \quad (5-5)$$

Mô men quán tính của hình phẳng đối với trục Oy:

$$J_y = \int_F x^2 \cdot dF \quad (5-6)$$

Mô men quán tính ly tâm của hình phẳng F đối với hệ trục xOy:

$$J_{xy} = \int_F x \cdot y \cdot dF \quad (5-7)$$

5.2.2. Tính chất

$$\text{Ta luôn có: } J_P = \int_F r^2 \cdot dF = \int_F (x^2 + y^2) \cdot dF = J_x + J_y$$

Từ công thức (5-7) ta suy ra nếu hệ trục có ít nhất một trục là trục đối xứng của hình phẳng thì $J_{xy} = 0$.

Một hệ trục có mô men quán tính ly tâm của hình phẳng đối với nó bằng không thì được gọi là hệ trục quán tính chính của hình phẳng đó.

Nếu hình phẳng là hình phức tạp ta có thể chia làm nhiều phân hình đơn giản để tính các mô men quán tính, sau đó cộng đại số các kết quả tương ứng:

$$J_x = \sum_{i=1}^n J_{x(i)} ; J_y = \sum_{i=1}^n J_{y(i)} ; J_{xy} = \sum_{i=1}^n J_{xy(i)}$$

Ví dụ 5.1:

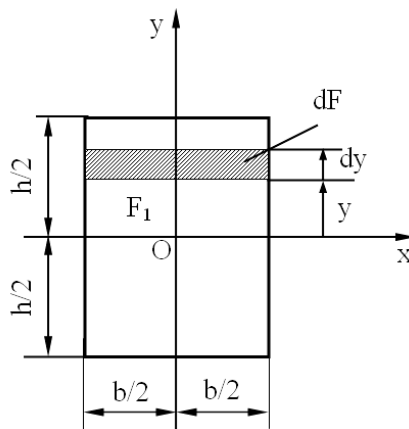
Cho hình phẳng có dạng hình chữ nhật diện tích F như Hình 5-3.

a) Tính các giá trị mô men tĩnh và mô men quán tính của một nửa hình phẳng (phần F_1) đối với hệ trục Oxy là các trục đối xứng của nó.

b) Tính giá trị mô men quán tính của cả hình phẳng F cho hệ trục Oxy .

Giải:

a) Tính $S_{x(1)}, S_{y(1)}, J_{x(1)}, J_{y(1)}, J_{xy(1)}$



Hình 5-3

Để tính các mô men tĩnh và mô men quán tính trên ta chia phần diện tích F_1 thành các diện tích phân tố dF như trên Hình 5-3.

Ta có: $dF = b.dy$

$$\text{Theo định nghĩa: } S_{x(1)} = \int_{F_1} y.dF = \int_0^{\frac{h}{2}} b.y.dy = \frac{b.h^2}{8}$$

$$S_{y(1)} = 0 \text{ (vì trục } Oy \text{ đi qua trọng tâm của } F_1)$$

$$J_{x(1)} = \int_{F_1} y^2.dF = \int_0^{\frac{h}{2}} b.y^2.dy = \frac{b.h^3}{24} ; J_{y(1)} = \int_{F_1} x^2.dF = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{h}{2}.x^2.dy = \frac{h.b^3}{24}$$

$$J_{xy(1)} = \int_{F_1} x.y.dF = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} x.dx \int_0^{\frac{h}{2}} y.dy = 0 \text{ (vì trục } Oy \text{ là trục đối xứng của } F_1)$$

b) Tính các mô men quán tính J_x, J_y

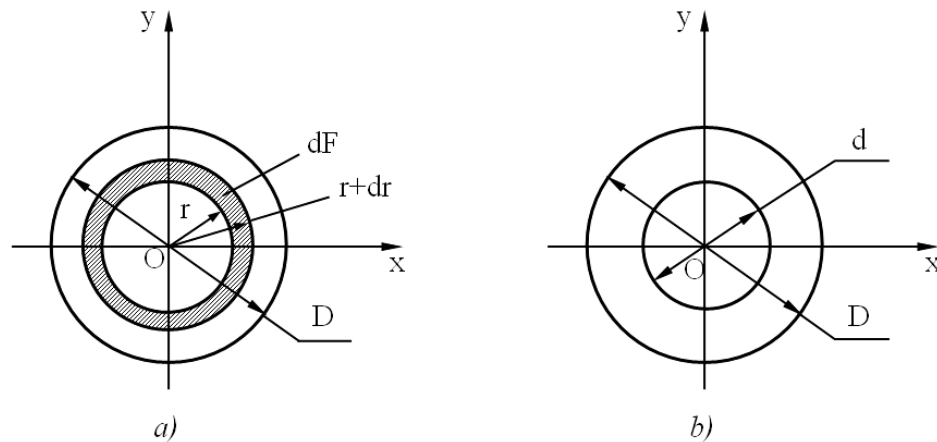
$$J_x = \int_F y^2 \cdot dF = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} b \cdot y^2 \cdot dy = \frac{b \cdot h^3}{12}; \quad J_y = \int_F x^2 \cdot dF = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} h \cdot x^2 \cdot dx = \frac{h \cdot b^3}{12}$$

Ví dụ 5.2:

Cho hình phẳng là hình tròn đường kính D (Hình 5-4a) và hình vành khăn đường kính trong là d , đường kính ngoài là D (Hình 5-4b). Ox, Oy là các trục đối xứng của hình tròn hoặc hình vành khăn.

a) Xác định công thức tính J_P, J_x, J_y cho hình tròn

b) Xác định công thức tính $J_P^{VK}, J_x^{VK}, J_y^{VK}$ cho hình vành khăn



Hình 5-4

Giải:

a) Xác định công thức tính J_P, J_x, J_y cho hình tròn

$$\text{Theo định nghĩa: } J_P = \int_F r^2 \cdot dF = \int_0^{\frac{D}{2}} r^2 \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr = \frac{\pi \cdot D^4}{32} \approx 0,1 \cdot D^4$$

Theo tính chất của mô men quán tính ta có: $J_P = J_x + J_y = 2 \cdot J_x = 2 \cdot J_y$.

$$\text{Do đó: } J_x = J_y = \frac{1}{2} J_P = \frac{\pi \cdot D^4}{64} \approx 0,05 \cdot D^4$$

b) Xác định công thức tính $J_P^{VK}, J_x^{VK}, J_y^{VK}$ cho hình vành khăn

Theo tính chất của mô men quán tính thì hình vành khăn tương đương với hai hình tròn ghép lại nhưng trái dấu, nghĩa là:

$$J_P^{VK} = J_P^D - J_P^d \approx 0,1.D^4 - 0,1.d^4 = 0,1.D^4(1 - \frac{d^4}{D^4})$$

$$\text{Nếu đặt: } \eta = \frac{d}{D} \Rightarrow J_P^{VK} \approx 0,1.D^4(1 - \eta^4)$$

Tương tự xác định J_x^{VK}, J_y^{VK}

$$J_x^{VK} = J_y^{VK} \approx 0,05.D^4(1 - \eta^4)$$

5.2.3. Công thức chuyển trục song song

Giả sử trong Hình 5-2 ta đã tính được các mô men tĩnh và mô men quán tính của hình phẳng diện tích F đối với hệ trục Oxy là $S_x, S_y, J_x, J_y, J_{xy}$.

Ta phải tính các mô men quán tính của hình phẳng đối với hệ trục O'XY//Oxy, biết tọa độ của O trong hệ trục O'XY là O(a,b).

Ta có quan hệ giữa các tọa độ: $X = a + x; Y = b + y$

Theo định nghĩa:

$$J_X = \int_F Y^2 . dF = \int_F (b + y)^2 . dF = \int_F b^2 . dF + \int_F 2.b.y . dF + \int_F y^2 . dF$$

$$\text{Suy ra: } J_X = b^2 . F + 2.b.S_y + J_y$$

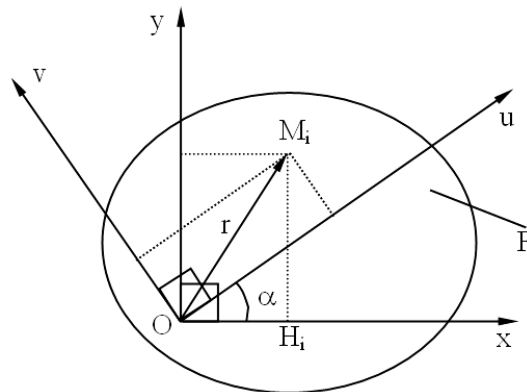
Tương tự ta nhận được:

$$J_Y = a^2 . F + 2.a.S_x + J_x \text{ và } J_{XY} = a.b.F + a.S_y + b.S_x + J_{xy}$$

5.2.4. Công thức xoay trục

Giả sử trong Hình 5-5 ta đã tính được các mô men quán tính của hình phẳng diện tích F đối với hệ trục Oxy là J_x, J_y, J_{xy} .

Ta phải tính các mô men quán tính của hình phẳng đối với hệ trục Ouv xoay đi một góc α so với hệ trục Oxy.



Hình 5-5

Ta có: $\vec{OM}_i = \vec{OH}_i + H_i \vec{M}_i$ (*)

Quan hệ giữa các tọa độ: $u = x.\cos\alpha + y.\sin\alpha$; $v = -x.\sin\alpha + y.\cos\alpha$

Theo định nghĩa: $J_u = \int_F v^2 .dF = \int_F (-x.\sin\alpha + y.\cos\alpha)^2 .dF$

$$J_u = \int_F x^2 .\sin^2 \alpha .dF - 2 \int_F x.y.\sin\alpha.\cos\alpha .dF + \int_F y^2 .\cos^2 \alpha .dF$$

$$J_u = J_y .\sin^2 \alpha - 2J_{xy} .\sin\alpha.\cos\alpha + J_x .\cos^2 \alpha$$

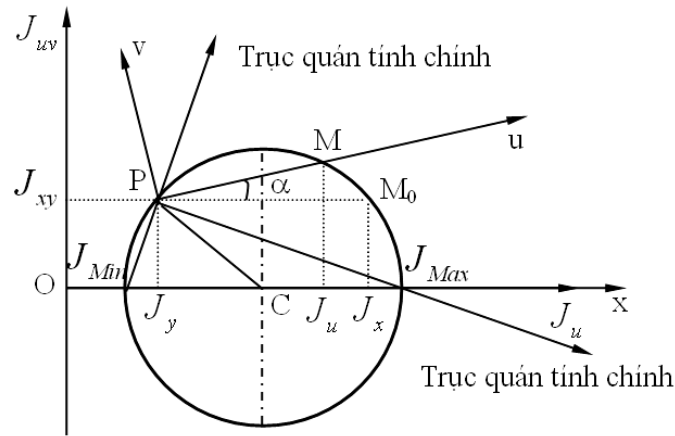
$$\text{Vì: } \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}; \quad \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\text{Suy ra: } J_u = \frac{J_x + J_y}{2} + \frac{J_x - J_y}{2} .\cos 2\alpha - J_{xy} .\sin 2\alpha \quad (5-8)$$

Tương tự ta nhận được:

$$J_v = \frac{J_x + J_y}{2} - \frac{J_x - J_y}{2} .\cos 2\alpha + J_{xy} .\sin 2\alpha \quad (5-9)$$

$$J_{uv} = \frac{J_x - J_y}{2} .\sin 2\alpha + J_{xy} .\cos 2\alpha \quad (5-10)$$



Hình 5-6

Từ các công thức (5-8) và (5-10) ta có thể biến đổi và nhận được:

$$\left(J_u - \frac{J_x + J_y}{2} \right)^2 + J_{uv}^2 = \left(\frac{J_x - J_y}{2} \right)^2 + J_{xy}^2 \quad (5-11)$$

Vậy tương quan của J_u và J_{uv} xác định bởi một đường tròn, nếu chọn trục hoành để biểu diễn J_u , còn chọn trục tung để biểu diễn J_{uv} , thì đường tròn đó có tâm C và bán kính R được xác định như sau:

$$C\left(\frac{J_x + J_y}{2}; 0\right); \quad R = \frac{1}{2}\sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4J_{xy}^2}.$$

Vòng tròn đó gọi là vòng tròn Mohr quán tính (Hình 5-6).

$M_0(J_x; J_{xy})$ - gọi là điểm gốc; $P(J_y; J_{xy})$ - gọi là điểm cực;

CM_0 - gọi là bán kính gốc.

5.2.5. Phương pháp xác định hệ trục quán tính chính trung tâm

Hệ trục quán tính chính trung tâm là hệ trục đi qua trọng tâm của hình phẳng và có mô men quán tính ly tâm bằng không.

Nếu Oxy là hệ trục quán tính chính trung tâm thì $S_x = 0$; $S_y = 0$; $J_{xy} = 0$ và ngược lại nếu $S_x = 0$; $S_y = 0$; $J_{xy} = 0$ thì Oxy là hệ trục quán tính chính trung tâm của hình phẳng.

Phương pháp tìm hệ trục quán tính chính trung tâm:

- Chọn hệ trục Oxy bất kỳ, tính các giá trị $S_x; S_y; J_x; J_y; J_{xy}$;
- Xác định trọng tâm G của hình phẳng đó;
- Chuyển sang hệ trục GXY song song với Oxy ta được các giá trị $S_X; S_Y; J_X; J_Y; J_{XY}$;
- Xoay hệ trục GXY đi một góc $\alpha_0 = \frac{1}{2} \arctg \left[-\frac{2J_{XY}}{J_X - J_Y} \right]$, ta được hệ trục

Guv là hệ trục quán tính chính trung tâm cần tìm.

5.3. Bán kính quán tính của hình phẳng

- Bán kính quán tính của hình phẳng đối với trục Ox được định nghĩa:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{F}} \quad (5-12)$$

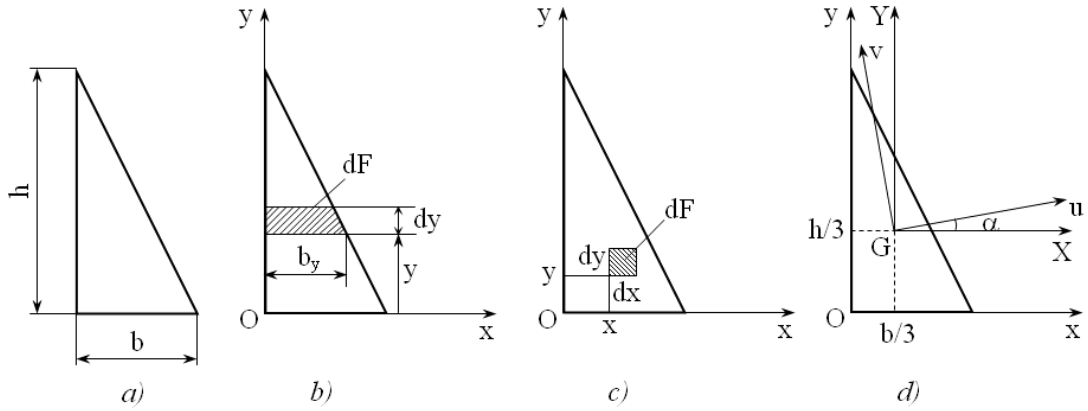
- Bán kính quán tính của hình phẳng đối với trục Oy được định nghĩa:

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}} \quad (5-13)$$

Ví dụ 5.3: Cho hình phẳng dạng tam giác vuông như Hình 5-7a.

a) Xác định các mô men quán tính của hình phẳng đối với hệ trục Oxy trùng với các cạnh vuông góc của nó.

b) Xác định hệ trục quán tính chính trung tâm và các mô men quán tính chính trung tâm của hình phẳng với $h=2b$.



Hình 5-7

Giải:

a) *Xác định các mô men quán tính của hình phẳng đối với hệ trục Oxy.*

- Để tính J_x ta chọn phân tố diện tích dF như Hình 5-7b.

$$\text{Ta có: } dF = b_y \cdot dy = \frac{b}{h}(h - y) \cdot dy$$

$$\text{Theo định nghĩa: } J_x = \int_F y^2 dF = \int_0^h \frac{b}{h} y^2 (h - y) dy = \frac{bh^3}{12}$$

$$\text{Tương tự ta tính được: } J_y = \frac{hb^3}{12}$$

- Để tính J_{xy} ta chọn phân tố diện tích dF như Hình 5-7c.

$$\text{Ta có: } dF = dx \cdot dy; \text{ cạnh huyền của tam giác có phương trình: } y = h - \frac{h}{b}x$$

$$J_{xy} = \int_F xy dF = \int_0^b x dx \int_0^{h-\frac{h}{b}x} y dy = \frac{1}{2} \int_0^b x \left(h - \frac{h}{b}x \right)^2 dx = \frac{b^2 h^2}{24}$$

b) *Xác định hệ trục quán tính chính trung tâm và các mô men quán tính chính trung tâm của hình phẳng với $h=2b$.*

- Gọi G là trọng tâm của hình phẳng, ta có tọa độ $x_G = b/3$; $y_G = h/3$.

- Dựng hệ trục GXY (Hình 5-7d) song song với hệ trục Oxy.

- Tính các mô men quán tính của hình phẳng đối với hệ trục GXY theo công thức chuyển trục song song:

$$J_X = J_x - y_G^2 \cdot F = \frac{bh^3}{12} - \frac{h^2}{3^2} \cdot \frac{bh}{2} = \frac{bh^3}{36} = \frac{2b^4}{9};$$

$$J_Y = J_y - x_G^2 \cdot F = \frac{hb^3}{12} - \frac{b^2}{3^2} \cdot \frac{bh}{2} = \frac{hb^3}{36} = \frac{b^4}{18};$$

$$J_{XY} = J_{xy} - x_G y_G \cdot F = \frac{b^2 h^2}{24} - \frac{h}{3} \cdot \frac{b}{3} \cdot \frac{bh}{2} = -\frac{b^2 h^2}{72} = -\frac{b^4}{18}$$

- Xoay hệ trục GXY theo chiều dương một góc α_0 nhận được hệ trục quán tính chính trung tâm của hình phẳng là Guv (Hình 5-7d):

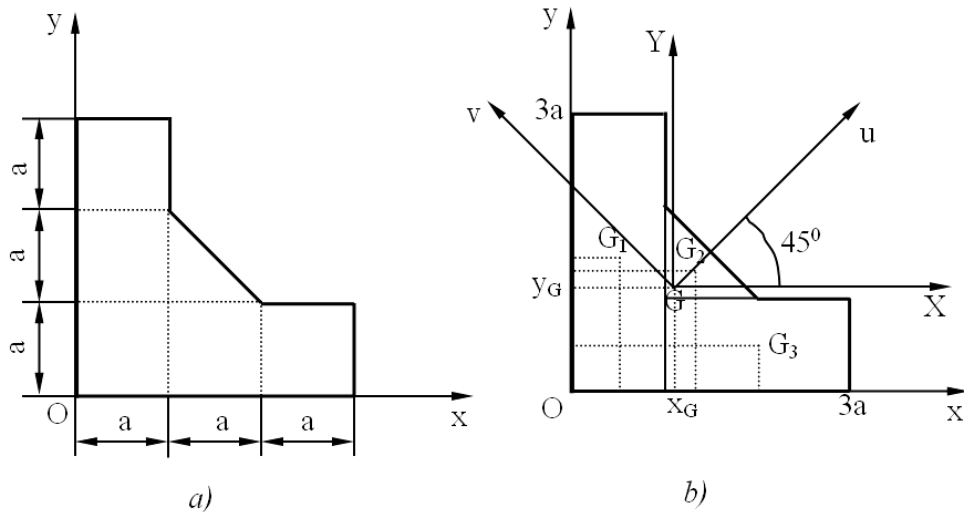
$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{-2J_{XY}}{J_X - J_Y} \right) = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{bh}{h^2 - b^2} \right) = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{2}{3} \right) = 16,85^\circ$$

- Tính các mô men quán tính chính trung tâm:

$$\begin{cases} J_u = \frac{J_X + J_Y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(J_X - J_Y)^2 + 4J_{XY}^2} \\ J_v = J_X + J_Y - J_u \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} J_u = \frac{\frac{2b^4}{9} + \frac{b^4}{18}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{2b^4}{9} - \frac{b^4}{18} \right)^2 + 4 \cdot \left(-\frac{b^4}{18} \right)^2} = 0,239b^4 \\ J_v = \frac{2b^4}{9} + \frac{b^4}{18} - 0,239b^4 = 0,0388b^4 \end{cases}$$

Ví dụ 5.4: Cho hình phẳng như Hình 5-8a. Hãy xác định hệ trục quán tính chính trung tâm và các mô men quán tính chính trung tâm của hình phẳng.



Hình 5-8

Giải:

a) *Dựng hệ trục Oxy và xác định các giá trị $S_x, S_y, J_x, J_y, J_{xy}$*

Chia hình phẳng thành 3 phần như Hình 5-8b, ta dễ dàng xác định được các tọa trọng tâm $G_1(a/2, 3a/2)$; $G_2(4a/3, 4a/3)$; $G_3(2a, a/2)$ và các diện tích $F_1 = 3a^2$; $F_2 = 0,5.a^2$; $F_3 = 2a^2$.

Mô men tĩnh:

$$S_x = y_{G_1}.F_1 + y_{G_2}.F_2 + y_{G_3}.F_3$$

$$\text{Suy ra: } S_x = \frac{3a}{2}.3a^2 + \frac{4a}{3}.\frac{1}{2}a^2 + \frac{a}{2}.2a^2 = \frac{37a^3}{6}$$

$$\text{Tương tự } S_y = x_{G_1}.F_1 + x_{G_2}.F_2 + x_{G_3}.F_3$$

$$\text{Suy ra: } S_y = \frac{a}{2}.3a^2 + \frac{4a}{3}.\frac{1}{2}a^2 + 2a.2a^2 = \frac{37a^3}{6}$$

Tọa độ trọng tâm của hình phẳng:

$$x_G = \frac{S_y}{F} = \frac{S_y}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{\frac{37a^3}{6}}{3a^2 + \frac{1}{2}a^2 + 2a^2} = \frac{37a}{33}; \quad y_G = \frac{S_x}{F} = \frac{37a}{33}$$

Mô men quán tính:

$$J_x = J_x^{(1)} + J_x^{(2)} + J_x^{(3)} = \frac{9.12a^4}{12} + \frac{11a^4}{12} + \frac{8a^4}{12} = \frac{127a^4}{12}$$

$$\text{Tương tự } J_y = J_y^{(1)} + J_y^{(2)} + J_y^{(3)} = \frac{12a^4}{12} + \frac{11a^4}{12} + \frac{104a^4}{12} = \frac{127a^4}{12}$$

$$J_{xy} = J_{xy}^{(1)} + J_{xy}^{(2)} + J_{xy}^{(3)} = \frac{27a^4}{12} + \frac{19,5a^4}{12} + \frac{24a^4}{12} = \frac{70,5a^4}{12}$$

b) Chuyển sang hệ trục GXY song song Oxy và xác định J_X, J_Y, J_{XY}

Theo công thức chuyển trục ta có:

$$J_X = J_x - y_G^2.F = \frac{127a^4}{12} - \left(\frac{37a}{33}\right)^2 \cdot \frac{11a^2}{2} = \frac{47949a^4}{13068} = 3,67a^4$$

$$J_Y = J_y - x_G^2.F = \frac{127a^4}{12} - \left(\frac{37a}{33}\right)^2 \cdot \frac{11a^2}{2} = \frac{47949a^4}{13068} = 3,67a^4$$

$$J_{XY} = J_{xy} - x_G.y_G.F = \frac{70,5a^4}{12} - \left(\frac{37a}{33}\right)^2 \cdot \frac{11a^2}{2} = -\frac{13579,5a^4}{13068} = -1,04a^4$$

c) Xoay trục để xác định hệ trục quán tính chính trung tâm

$$\text{Ta có: } \alpha_0 = \frac{1}{2} \arctg \left[-\frac{2J_{XY}}{J_X - J_Y} \right]$$

$$\text{Suy ra: } \alpha_0 = \frac{1}{2} \arctg \left[-\frac{2 \cdot (-1,04)}{3,67 - 3,67} \right] = 45^0 + k90^0.$$

Xoay hệ trục GXY đi một góc 45^0 ngược chiều kim đồng hồ, ta được hệ trục Guv là hệ trục quán tính chính trung tâm của hình phẳng, Hình 5-8b.

d) Xác định các mô men quán tính quán tính chính trung tâm

$$\begin{cases} J_u = \frac{J_X + J_Y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(J_X - J_Y)^2 + 4J_{XY}^2} \\ J_v = J_X + J_Y - J_u \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} J_u = \left[\frac{3,67 + 3,67}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(3,67 - 3,67)^2 + 4 \cdot (-1,04)^2} \right] a^4 = 4,71a^4 \\ J_v = (3,67 + 3,67 - 4,71)a^4 = 2,63a^4 \end{cases}$$

Chương 6

XOẮN THUẦN TÚY THANH TRÒN

Trong kỹ thuật ta thường gặp các trục truyền mô men xoắn ở các bộ giảm tốc, băng tải, các máy gia công,...vv. Để tính toán các chi tiết đó, ta cần nghiên cứu trường hợp thanh chịu xoắn thuần túy. Ở đây, chỉ tập trung nghiên cứu trường hợp thanh thẳng chịu xoắn thuần túy với mặt cắt ngang của thanh là hình tròn (hoặc hình vành khăn); đồng thời nghiên cứu tính toán cho lò xo hình trụ bước ngắn, đây là chi tiết được sử dụng rất phổ biến trong kỹ thuật.

6.1. Khái niệm về xoắn thuần túy

6.1.1. Khái niệm

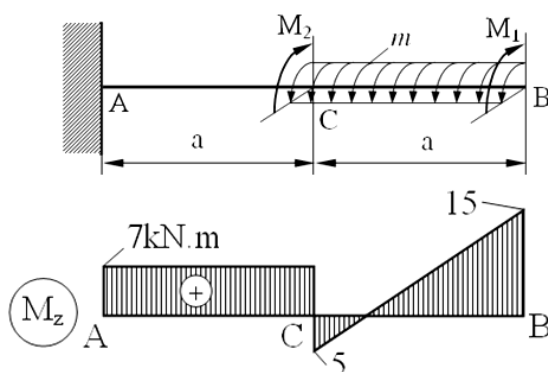
Thanh chịu xoắn thuần túy là thanh chịu lực sao cho trên các mặt cắt ngang của thanh chỉ xuất hiện một thành phần nội lực đó là mô men xoắn M_z .

Trong phạm vi giáo trình này, chúng ta chỉ xét các thanh thẳng và tròn chịu xoắn thuần túy (mặt cắt ngang hình tròn hoặc hình vành khăn).

Mô men xoắn nội lực và biểu đồ mô men xoắn nội lực.

- Mô men xoắn nội lực được xác định theo phương pháp mặt cắt.
- Biểu đồ mô men xoắn nội lực vẽ theo quy ước được trình bày ở chương 1.

Ví dụ: vẽ biểu đồ nội lực cho thanh chịu xoắn như Hình 6-1. Biết các mô men tải trọng $M_1=15\text{kNm}$, $M_2=12\text{kNm}$, $m=20\text{kNm/m}$; chiều dài $a=1\text{m}$.



Hình 6-1

6.1.2. Liên hệ giữa mô men xoắn ngoại lực với công suất và số vòng quay

Xét một trục truyền nhận được công suất $N(W)$, quay với vận tốc góc $\omega(\text{rad/s})$ thì mô men xoắn tương ứng $M(N.m)$ được xác định theo công thức:

$$M = \frac{N}{\omega} \quad (6-1)$$

Từ công thức (6-1) suy ra công thức liên hệ giữa mô men xoắn ngoại lực với công suất và số vòng quay của trục truyền như sau:

$$M = \frac{N}{\omega} = \frac{N}{\frac{2\pi \cdot n}{60}} \approx 9,55 \cdot \frac{N}{n} \quad (6-2)$$

Trong đó:

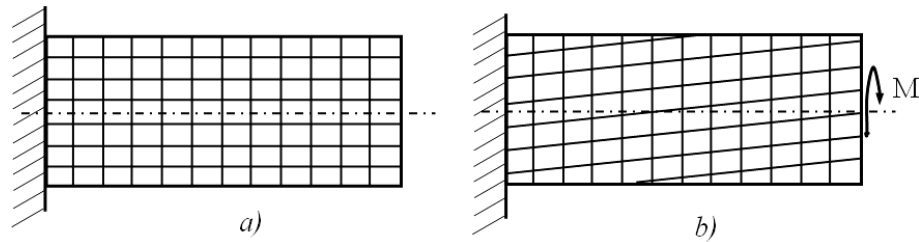
M- mô men xoắn ngoại lực trực nhận được (N.m);

N- công suất động cơ truyền cho trục (W);

n- tốc độ quay của trục (vòng/phút).

6.2. Ứng suất và biến dạng trong thanh tròn chịu xoắn thuần túy

6.2.1. Các giả thiết khi nghiên cứu ứng suất và biến dạng



Hình 6-2. Quan sát biến dạng của thanh tròn chịu xoắn

Thực nghiệm quan sát thanh tròn chịu xoắn như sau:

- Trước khi chịu xoắn ta vẽ các đoạn thẳng song song với trục thanh tượng trưng cho các thứ dọc và các đoạn thẳng vuông góc với trục thanh tượng trưng cho các mặt cắt ngang (Hình 6-2a).

- Khi chịu xoắn (Hình 6-2b) ta thấy các đoạn thẳng vuông góc với trục thanh vẫn thẳng và vuông góc với trục thanh, khoảng cách giữa chúng không thay đổi; các đoạn thẳng song song với trục thanh bị xoắn đi cùng một góc theo chiều tác dụng của mô men xoắn ngoại lực.

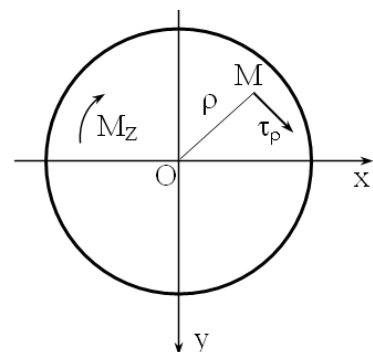
Từ quan sát thực nghiệm người ta đưa ra các giả thiết:

- Trước và sau biến dạng các mặt cắt ngang luôn phẳng, song song với nhau và khoảng cách giữa chúng không đổi;
- Đường kính của các mặt cắt ngang trước và sau biến dạng luôn thẳng và có chiều dài không đổi;
- Giữa các mặt cắt ngang có góc xoay tương đối với nhau (gọi là góc xoắn).

6.2.2. Ứng suất trên mặt cắt ngang

a) Công thức tính ứng suất

Từ các giả thiết nêu trên có thể đi đến nhận định: trên mặt cắt ngang của thanh chịu xoắn thuần túy không có ứng suất pháp, chỉ có ứng suất tiếp



Hình 6-3

(Hình 6-3) xác định theo công thức sau:

$$\tau_p = \frac{M_z}{J_p} \cdot \rho \quad (6-3)$$

Trong đó:

τ_p - ứng suất tiếp tại điểm M;

ρ - khoảng cách từ điểm M đến trọng tâm của mặt cắt ngang;

M_z - mô men xoắn nội lực trên mặt cắt ngang chứa điểm M;

J_p - mô men quán tính độ cực của mặt cắt ngang chứa điểm M.

Ứng suất tiếp τ_p có phương vuông góc với OM và cùng chiều tác dụng của M_z . Ứng suất tiếp của các điểm trên cùng một mặt cắt ngang biến đổi phụ thuộc khoảng cách ρ (τ_p là hàm bậc nhất đối với ρ).

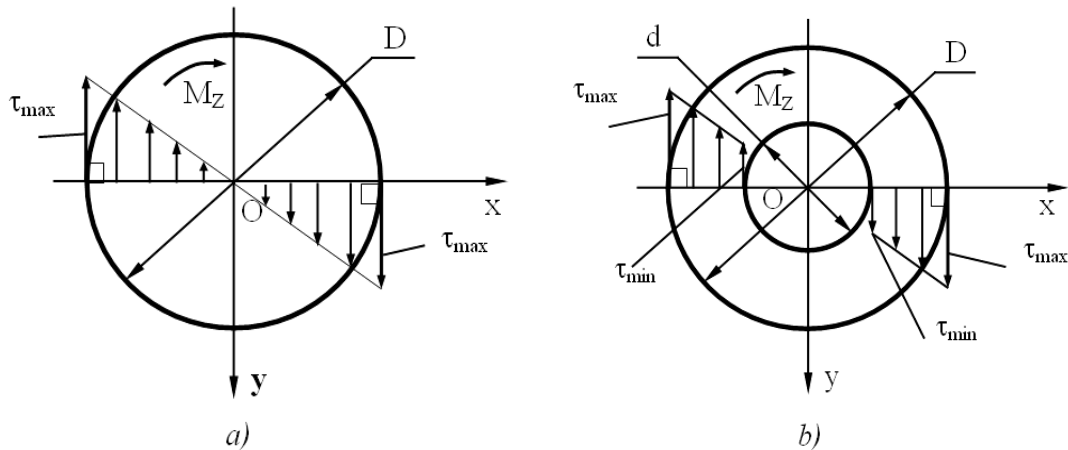
b) Biểu đồ phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang

Từ công thức xác định ứng suất tiếp ta vẽ biểu đồ phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang, trường hợp hình tròn (Hình 6-4a) và hình vành khăn (Hình 6-4b).

- Những điểm nằm gần trọng tâm nhất có giá trị tuyệt đối của ứng suất tiếp là nhỏ nhất;

- Những điểm nằm xa trọng tâm nhất ($\rho=D/2$) thì có giá trị tuyệt đối của ứng suất tiếp lớn nhất:

$$\tau_{Max} = \frac{|M_z|}{J_p} \cdot \frac{D}{2} \quad (6-4)$$



Hình 6-4. Biểu đồ phân bố ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang

- Đối với mặt cắt ngang hình tròn đường kính D (Hình 6-4a), ta có:

$$J_p = 0,1 \cdot D^4. \text{ Do đó: } \tau_{Max} = \frac{|M_z|}{0,2 \cdot D^3} = \frac{|M_z|}{W_p} \quad (6-5)$$

Trong đó: $W_P = 0,2.D^3$ - mô men chống xoắn của mặt cắt ngang hình tròn.

- Đối với mặt cắt ngang hình vành khăn đường kính ngoài là D, đường kính trong là d (Hình 6-4b), đặt $\eta = d/D$, ta có: $J_P^{VK} = 0,1.D^4(1 - \eta^4)$

$$\text{Do đó: } \tau_{Max} = \frac{|M_z|}{0,2.D^3(1 - \eta^4)} = \frac{|M_z|}{W_P^{VK}} \quad (6-6)$$

Trong đó: $W_P^{VK} = 0,2.D^3(1 - \eta^4)$ - mô men chống xoắn của mặt cắt ngang hình vành khăn.

c) Hình dạng hợp lý của mặt cắt ngang

Từ biểu đồ phân bố ứng suất, ta nhận thấy mặt cắt ngang hình vành khăn có sự chênh lệch giữa giá trị ứng suất tiếp lớn nhất với ứng suất tiếp nhỏ nhất ít hơn so với hình tròn, vật liệu đều phải làm việc. Ở mặt cắt ngang hình tròn, phần vật liệu nằm gần trọng tâm mặt cắt rất ít làm việc.

Nếu cùng một diện tích mặt cắt như nhau thì $W_P^{VK} > W_P$, vậy mặt cắt ngang hình vành khăn có mô men chống xoắn lớn hơn mặt cắt ngang hình tròn.

Nếu có cùng mô men chống xoắn như nhau thì $W_P^{VK} = W_P$, thì diện tích của mặt cắt ngang hình vành khăn nhỏ hơn so với hình tròn, vậy mặt cắt ngang hình vành khăn cho phép tiết kiệm vật liệu hơn so với mặt cắt ngang hình tròn.

Tùy thuộc vào yêu cầu và điều kiện thực tế để chọn mặt cắt ngang của trục chịu xoắn là hình tròn hoặc hình vành khăn cho hợp lý.

6.2.3. Biến dạng

Góc xoắn tỷ đối là góc xoắn xét trên một đơn vị chiều dài của thanh:

$$\theta = \frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_z}{G.J_P} \quad (6-7)$$

Trong đó:

$d\varphi$ - góc xoắn tuyệt đối giữa 2 mặt cắt ngang cách nhau 1 khoảng dz;

M_z - mô men xoắn nội lực trên mặt cắt ngang đang xét;

G- mô đun đàn hồi trượt của vật liệu;

J_P - mô men quán tính độc cực của mặt cắt ngang đang xét.

Góc xoắn tuyệt đối là góc xoắn xác định được giữa hai mặt cắt ngang của thanh cách nhau một đoạn l:

$$\varphi = \int_0^l d\varphi = \int_0^l \frac{M_z}{G.J_P} .dz \quad (6-8)$$

Nếu trên toàn bộ đoạn thanh có $\frac{M_z}{G.J_P} = const$ thì:

$$\varphi = \frac{M_z \cdot l}{G.J_P} \quad (6-9)$$

Khi tính cho toàn bộ thanh có nhiều đoạn thay đổi khác nhau, ta tính góc xoắn trên từng đoạn, sau đó cộng đại số các kết quả lại:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i \quad (6-10)$$

6.3. Tính toán độ bền và độ cứng

Khi tính toán cho thanh chịu xoắn thuần túy ta phải tính toán đồng thời cả độ bền và độ cứng.

6.3.1. Điều kiện bền

Tại mặt cắt ngang nguy hiểm nhất, thì giá trị ứng suất tiếp lớn nhất không được vượt quá giá trị ứng suất tiếp cho phép.

Đối với thanh có mặt cắt ngang hình tròn:

$$\tau_{Max} = \left[\frac{|M_z|}{W_P} \right]_{Max} \leq [\tau] \quad (6-11)$$

Đối với thanh có mặt cắt ngang hình vành khăn:

$$\tau_{Max} = \left[\frac{|M_z|}{W_P^{VK}} \right]_{Max} \leq [\tau] \quad (6-12)$$

Trong đó: $W_P = 0,2.D^3$ và $W_P^{VK} = 0,2.D^3(1 - \eta^4)$

6.3.2. Điều kiện cứng

Tại mặt cắt ngang nguy hiểm nhất, thì giá trị góc xoắn tỷ đối lớn nhất không được vượt quá giá trị góc xoắn cho phép.

Đối với thanh có mặt cắt ngang hình tròn:

$$\theta_{Max} = \left[\frac{|M_z|}{G.J_P} \right]_{Max} \leq [\theta] \quad (6-13)$$

Đối với thanh có mặt cắt ngang hình vành khăn:

$$\theta_{Max} = \left[\frac{|M_z|}{G.J_P^{VK}} \right]_{Max} \leq [\theta] \quad (6-14)$$

Trong đó: $J_p = 0,1.D^4$ và $J_p^{VK} = 0,1.D^4(1 - \eta^4)$

Chú ý trong các công thức từ (6-11) đến (6-14) thì đơn vị thường dùng của các đại lượng như sau: $M_z(\text{kN.cm})$; $[\tau](\text{kN/cm}^2)$; $[\theta](\text{rad/cm})$; $G(\text{kN/cm}^2)$; $D(\text{cm})$; $W_p(\text{cm}^3)$; $J_p(\text{cm}^4)$.

6.3.3. Ba bài toán cơ bản theo điều kiện bền và điều kiện cứng

a) Bài toán kiểm tra độ bền và độ cứng

Từ các dữ kiện đề bài tiến hành vẽ biểu đồ nội lực mô men xoắn M_z , xác định mặt cắt ngang nguy hiểm nhất, sau đó tiến hành tính toán và so sánh kiểm tra theo các điều kiện bền và cứng.

- Thanh bảo đảm an toàn khi các điều kiện bền và cứng được đồng thời thỏa mãn.

- Nếu có ít nhất một điều kiện không thỏa mãn thì thanh không bảo đảm an toàn.

b) Bài toán xác định kích thước mặt cắt ngang

Vẽ biểu đồ nội lực M_z và xác định mặt cắt ngang nguy hiểm nhất, sau đó xác định kích thước mặt cắt ngang theo điều kiện bền và điều kiện cứng.

- Đối với thanh có mặt cắt ngang hình tròn:

$$\begin{cases} D \geq \sqrt[3]{\frac{|M_z|}{0,2.[\tau]}} \\ D \geq \sqrt[4]{\frac{|M_z|}{0,1.G.[\theta]}} \end{cases} \quad (6-15)$$

- Đối với thanh có mặt cắt ngang hình vành khăn:

$$\begin{cases} D \geq \sqrt[3]{\frac{|M_z|}{0,2.[\tau].(1 - \eta^4)}} \\ D \geq \sqrt[4]{\frac{|M_z|}{0,1.G.[\theta].(1 - \eta^4)}} \end{cases} \quad (6-16)$$

Chọn kích thước D lớn hơn. Nếu là mặt cắt ngang hình vành khăn thì xác định thêm đường kính trong $d = \eta.D$.

c) Bài toán xác định tải trọng cho phép

Vẽ biểu đồ nội lực M_z và xác định mặt cắt ngang nguy hiểm nhất, sau đó xác định tải trọng cho phép theo điều kiện bền và điều kiện cứng.

- Đối với thanh có mặt cắt ngang hình tròn:

$$\begin{cases} |M_z| \leq 0,2.D^3.[\tau] \\ |M_z| \leq 0,1.D^4.G.[\theta] \end{cases} \quad (6-17)$$

- Đối với thanh có mặt cắt ngang hình vành khăn:

$$\begin{cases} |M_z| \leq 0,2.D^3.(1-\eta^4).[\tau] \\ |M_z| \leq 0,1.D^4.(1-\eta^4).G.[\theta] \end{cases} \quad (6-18)$$

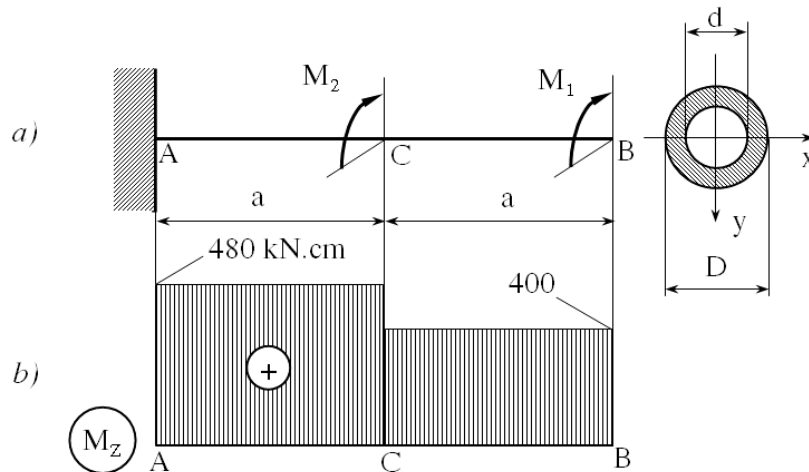
Chọn giá trị tuyệt đối của mô men xoắn $|M_z|$ nhỏ hơn, từ đó sẽ xác định được tải trọng cho phép $[M]$ nhờ biểu thức xác định nội lực M_z .

Ví dụ 6.1:

Cho thanh chịu xoắn như Hình 6-5a. Biết thanh có mặt cắt ngang hình vành khăn không đổi với đường kính trong $d=4\text{cm}$, đường kính ngoài $D=10\text{cm}$, chiều dài $a=1\text{m}$; các mô men tải trọng $M_1=40\text{kN.dm}$, $M_2=80\text{kN.cm}$; thanh làm bằng vật liệu có $[\tau]=7,5\text{kN/cm}^2$, $[\theta]=0,45^\circ/\text{m}$, $G=8.10^3\text{kN/cm}^2$.

a) Kiểm tra độ bền và độ cứng cho thanh.

b) Tính góc xoắn của mặt cắt ngang tại đầu tự do B.



Hình 6-5

Giải:

a) Kiểm tra độ bền và độ cứng cho thanh

Vẽ biểu đồ mô men xoắn nội lực (Hình 6-5b), kết quả cho thấy các MCN trên đoạn AC là các MCN nguy hiểm nhất có $|M_z|_{Max} = 480 \text{ kN.cm}$.

- Kiểm tra theo điều kiện bền:

$$\tau_{Max} = \frac{|M_z|_{Max}}{0,2.D^3.(1-\eta^4)} = \frac{480}{0,2.10^3.(1-0,4^4)} = 2,46 \text{ kN/cm}^2$$

Vậy $\tau_{Max} = 2,46 \text{ kN/cm}^2 < [\tau] = 7,5 \text{ kN/cm}^2$ (Thỏa mãn điều kiện)

- Kiểm tra theo điều kiện cứng:

$$[\theta] = 0,45 \frac{\text{độ}}{\text{m}} = \frac{0,45 \cdot 3,14 \cdot 10^{-2}}{180} = 7,85 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{cm}}$$

$$\theta_{Max} = \frac{|M_z|_{Max}}{0,1 \cdot D^4 (1 - \eta^4) \cdot G} = \frac{480}{0,1 \cdot 10^4 \cdot (1 - 0,4^4) \cdot 8 \cdot 10^3} = 6,15 \cdot 10^{-5} \text{ rad/cm}$$

Vậy $\theta_{Max} = 6,15 \cdot 10^{-5} \text{ rad/cm} < [\theta] = 7,85 \cdot 10^{-5} \text{ rad/cm}$ (Thỏa mãn điều kiện)

Kết luận: thanh bảo đảm an toàn.

b) Tính góc xoắn của mặt cắt ngang tại đầu tự do B

$$\varphi_B = \varphi_{AC} + \varphi_{CB} = \frac{(M_z^{AC} + M_z^{CB}) \cdot a}{G \cdot J_p} = \frac{(480 + 400) \cdot 100}{8 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 10^4 (1 - 0,4^4)} = 0,011 \text{ rad} = 0^{\circ}38'$$

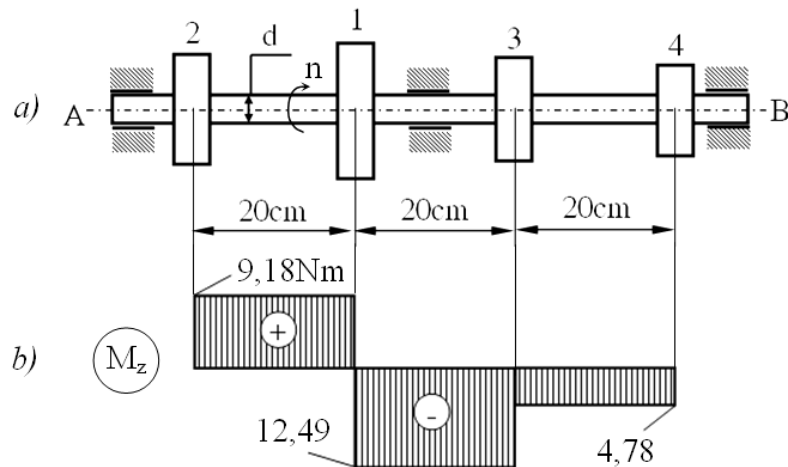
Ví dụ 6.2:

Cho trục truyền AB có có mặt cắt ngang hình tròn với đường kính không đổi d, mang 4 puli như Hình 6-6a. Biết puli 1 nhận công suất $N_1 = 1180 \text{ W}$, truyền cho các puli 2, 3, 4 các công suất tương ứng là: $N_2 = 500 \text{ W}$, $N_3 = 420 \text{ W}$, $N_4 = 260 \text{ W}$. Vật liệu có $[\tau] = 6 \text{ kN/cm}^2$; $[\theta] = 0,3 \frac{\text{độ}}{\text{m}}$; $G = 8 \cdot 10^3 \text{ kN/cm}^2$. Trục quay với tốc độ $n = 520$ vòng/phút.

a) Vẽ biểu đồ mô men xoắn nội lực cho trục.

b) Xác định đường kính d của trục.

c) Tính góc xoắn giữa hai mặt cắt ngang lắp puli 2 và puli 4.



Hình 6-6

Giải:

a) Vẽ biểu đồ mô men xoắn nội lực cho trục

Tính trị số các mô men xoắn ngoại lực tại các Puli:

$$M_1 = 9,55 \cdot \frac{N_1}{n} = 9,55 \cdot \frac{1180}{520} \approx 21,67 N.m; \quad M_2 = 9,55 \cdot \frac{N_2}{n} = 9,55 \cdot \frac{500}{520} \approx 9,18 N.m$$

$$M_3 = 9,55 \cdot \frac{N_3}{n} = 9,55 \cdot \frac{420}{520} \approx 7,71 N.m; \quad M_4 = 9,55 \cdot \frac{N_4}{n} = 9,55 \cdot \frac{260}{520} \approx 4,78 N.m.$$

Kết quả biểu đồ mô men xoắn nội lực như Hình 6-6b.

b) Xác định đường kính d của trục

- Đổi đơn vị góc xoắn tỉ đối cho phép:

$$[\theta] = 0,3^\circ / m = \frac{0,3 \cdot 3,14}{180 \cdot 10^2} \approx 5,2 \cdot 10^{-5} rad / cm$$

- Xác định d theo điều kiện bền:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{|M_z|_{\max}}{0,2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{12,49 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2}{0,2 \cdot 6}} \approx 1,01 cm \quad (1)$$

- Xác định d theo điều kiện cứng:

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{|M_z|_{\max}}{0,1 \cdot G \cdot [\theta]}} = \sqrt[4]{\frac{12,49 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2}{0,1 \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 5,2 \cdot 10^{-5}}} \approx 2,34 cm \quad (2)$$

Kết luận: kết hợp (1) và (2) chọn $d=2,4cm$.

c) Tính góc xoắn giữa 2 mặt cắt ngang lắp Puli 2 và 4

Góc xoắn giữa Puli 2 và 4:

$$\varphi_{4-2} = \varphi_{4-3} + \varphi_{3-1} + \varphi_{1-2} = \frac{M_z^{4-3} \cdot a}{G \cdot J_p} + \frac{M_z^{3-1} \cdot a}{G \cdot J_p} + \frac{M_z^{1-2} \cdot a}{G \cdot J_p}$$

Thay số và tính toán:

$$\varphi_{4-2} = \frac{(-4,78 - 12,49 + 9,18) \cdot 10^{-3} \cdot 10^2 \cdot 20}{0,1 \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 2,4^4} \approx 0,0006 rad \approx 0,03^\circ$$

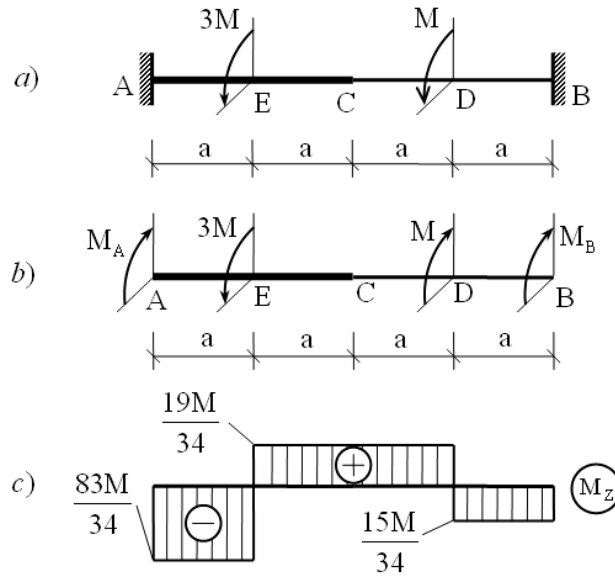
Ví dụ 6.3:

Cho trục tròn AB như Hình 6-7a. Trục gồm đoạn AC đường kính $2d$, đoạn BC đường kính d , được ngâm hai đầu và chịu tác dụng của các mômen xoắn $3M$ và M tại hai mặt cắt E và D. Biết $d=5cm$; $a=1m$; $G=8 \cdot 10^6 N/cm^2$; $[\tau]=10kN/cm^2$.

a) Xác định phản lực liên kết và vẽ biểu đồ mômen xoắn nội lực cho trục theo M và a .

b) Xác định mô men M theo điều kiện bền.

c) Xác định góc xoay của mặt cắt tại C với giá trị M tìm được.



Hình 6-7

Giải:

a) *Xác định phản lực liên kết và vẽ biểu đồ mômen xoắn nội lực cho trục*

Bài toán có dạng siêu tĩnh bậc 1.

- Đặt các mô men phản lực liên kết như Hình 6-7b.

- Phương trình cân bằng tĩnh học:

$$M_A + M_B = 2M \quad (1)$$

- Phương trình biến dạng bổ sung:

$$\varphi_{AB} = \varphi_{AE} + \varphi_{EC} + \varphi_{CD} + \varphi_{DB} = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{M_A \cdot a}{0,1.G.2^4.d^4} + \frac{(3M - M_A) \cdot a}{0,1.G.2^4.d^4} + \frac{(3M - M_A) \cdot a}{0,1.G.d^4} + \frac{(2M - M_A) \cdot a}{0,1.G.d^4} = 0$$

$$\Leftrightarrow -34M_A + 83M = 0 \quad (2)$$

- Kết hợp (1) và (2) ta được: $M_A = \frac{83M}{34}$; $M_B = -\frac{15M}{34}$

Biểu đồ mô men xoắn nội lực như Hình 6-7c.

b) *Xác định mô men M theo điều kiện bền.*

- Đoạn AC: $\tau_{\max}^{AC} = \frac{M_{\max}^{AC}}{W_p^{(1)}} = \frac{83M}{34.0,2.10^3} = \frac{83M}{6800}$

- Đoạn CB: $\tau_{\max}^{CB} = \frac{M_{\max}^{CB}}{W_p^{(2)}} = \frac{19M}{34.0,2.5^3} = \frac{19M}{850}$

Điều kiện bền:

$$\tau_{\max} = \max \left\{ \tau_{\max}^{AC}, \tau_{\max}^{CB} \right\} = \max \left\{ \frac{83M}{6800}, \frac{19M}{850} \right\} = \frac{19M}{850} \leq [\tau]$$

$$\Rightarrow M \leq \frac{850 \cdot [\tau]}{19} = \frac{850 \cdot 10}{19} = 447,37 \text{ kN.cm}$$

Chọn $[M] = 4,47 \text{ kN.m}$

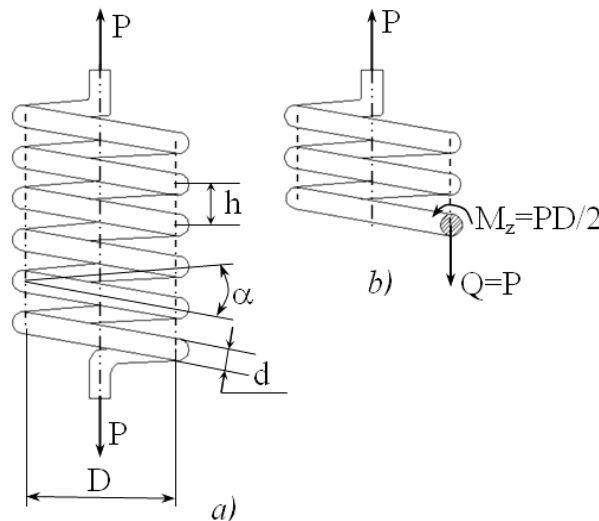
c) Xác định góc xoay của mặt cắt tại C với giá trị $[M]$ tìm được.

$$\varphi_C = \varphi_{CD} + \varphi_{DB} = \frac{M_{CD} \cdot a}{GJ_p^{(2)}} + \frac{M_{DB} \cdot a}{GJ_p^{(2)}} = \frac{\left(\frac{19-15}{34} \right) M \cdot a}{0,1 \cdot G \cdot d^4}$$

$$\varphi_C = \frac{2.447.1.10^2}{17.0.1.8.10^3.5^4} = 0,0105 \text{ rad}$$

6.4. Tính lò xo xoắn ốc hình trụ bước ngắn

Lò xo được dùng nhiều trong kỹ thuật, có nhiều loại lò xo như lò xo trụ, lò xo côn, lò xo đĩa,...nhưng ở đây ta chỉ tính toán cho lò xo hình trụ bước ngắn. Lò xo hình trụ thường được chế tạo từ những dây thép tròn và chịu tác dụng của lực kéo hoặc nén. Khi làm việc lò xo hình trụ chịu tác dụng kéo, xoắn, uốn và trượt đồng thời nên việc tính toán khá phức tạp. Tuy nhiên, khi góc nghiêng của vòng dây nhỏ thì có thể bỏ qua ảnh hưởng của biến dạng kéo và uốn, vì vậy trong tính toán cho lò xo hình trụ bước ngắn ta chỉ xét đến biến dạng xoắn và trượt.



Hình 6-8

Xét lò xo xoắn ốc hình trụ (Hình 6-8a) chịu kéo bởi lực P. Các thông số đặc trưng của lò xo như sau:

D- đường kính trung bình của lò xo;

d- đường kính dây lò xo;

h- bước lò xo;

α - góc nghiêng của vòng dây lò xo;

n- số vòng làm việc của lò xo;

l- chiều dài của dây lò xo;

λ - độ co hay giãn của lò xo.

6.4.1. Ứng suất trong lò xo

Dùng phương pháp mặt cắt chia lò xo thành 02 phần và xét cân bằng phần trên như Hình 6-8b. Vì góc nghiêng bé nên bỏ qua lực dọc và mô men uốn, do đó trên mặt cắt ngang của dây lò xo còn lại 02 thành phần nội lực là lực cắt Q và mô men xoắn M_z :

$$\left. \begin{aligned} Q &= P \\ M_z &= \frac{PD}{2} \end{aligned} \right\} \quad (6-19)$$

Như vậy trên mặt cắt ngang của dây lò xo xuất hiện 02 thành phần ứng suất tiếp, đó là:

- Ứng suất tiếp do lực cắt Q gây ra được xem như phân bố đều:

$$\tau' = \frac{Q}{F} = \frac{4P}{\pi d^2} \quad (6-20)$$

- Ứng suất tiếp do mô men xoắn M_z gây ra giống như trong xoắn thuần túy thanh có mặt cắt ngang tròn:

$$\tau''_{\max} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{8PD}{\pi d^3} \quad (6-21)$$

Ứng suất tiếp tổng hợp lớn nhất tại 02 điểm ngoài cùng của mặt cắt dây lò xo mà tại đó ứng suất τ' song song và cùng chiều với ứng suất τ''_{\max} :

$$\tau_{\max} = \tau' + \tau''_{\max} = \frac{8PD}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{2D} \right) \quad (6-22)$$

Thông thường tỉ số $\frac{d}{2D} \ll 1$ (hay ứng suất tiếp $\tau' \ll \tau''_{\max}$), do đó:

$$\tau_{\max} \approx \tau''_{\max} = \frac{8PD}{\pi d^3} \quad (6-23)$$

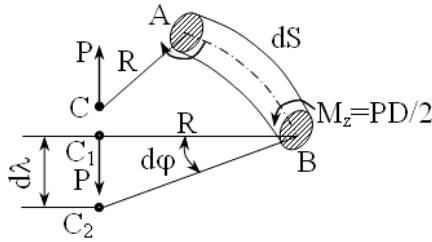
Nếu kể đến ảnh hưởng của lực cắt và góc nghiêng của vòng dây lò xo, người ta thường sử dụng công thức sau:

$$\tau_{\max} = K \frac{8PD}{\pi d^3} \quad (6-24)$$

với: $K = \frac{4c_n - 1}{4c_n - 4} + \frac{0,615}{c_n}$ và $c_n = \frac{D}{d}$

6.4.2. Biến dạng của lò xo

Xét biến dạng xoắn của đoạn dây lò xo phân tố có chiều dài dS (Hình 6-9).



Hình 6-9

Giả sử mặt cắt tại A cố định, điểm C và C_1 tương ứng với độ cao của tâm các mặt cắt tại A và B trên trục của lò xo; khi biến dạng C_1 dịch chuyển tới C_2 .

Mặt cắt tại B sẽ quay một góc $d\varphi$ so với mặt cắt tại A:

$$d\varphi = \frac{M_z dS}{GJ_P} \quad (6-25)$$

Do có biến dạng góc $d\varphi$ nên điểm C_1 sẽ dịch chuyển tới điểm C_2 :

$$d\lambda = C_1 C_2 \approx \frac{D}{2} d\varphi \quad (6-26)$$

Vậy biến dạng của lò xo là:

$$\lambda = \int_S \frac{D}{2} d\varphi = \frac{M_z D}{2GJ_P} \int_S dS \quad (6-27)$$

Chiều dài của dây lò xo:

$$l = \int_S dS = \pi D n \quad (6-28)$$

Thay $l = \int_S dS = \pi D n$, $M_z = \frac{PD}{2}$ và $J_P = \frac{\pi d^4}{32}$ vào (6-27) ta có:

$$\lambda = \frac{8PD^3 n}{Gd^4} \quad (6-29)$$

$$\text{Suy ra độ cứng của lò xo: } C_\ell = \frac{Gd^4}{8D^3n} \quad (6-30)$$

Ví dụ 6.4:

Van an toàn có đường kính $d_v=75\text{mm}$. Khi áp lực $q=0,06\text{kN/cm}^2$ thì van mở ra khe hở $\lambda_0=20\text{mm}$. Trong van gắn lò xo hình trụ có đường kính trung bình $D=60\text{mm}$, đường kính dây $d=12\text{mm}$. Khi không có tải trọng bước của lò xo $h=17\text{mm}$. Vật liệu làm lò xo có mô đun đàn hồi trượt $G=8.10^6 \text{ N/cm}^2$.

a) *Xác định số vòng n của lò xo sao cho khi van mở hoàn toàn lò xo vẫn còn có thể chịu nén thêm một đoạn $\lambda_2=15\text{mm}$.*

b) *Xác định ứng suất trong lò xo khi van mở hoàn toàn.*

Giải:

a) *Xác định số vòng của lò xo:*

$$\text{- Lực nâng của van: } P = q \frac{\pi d_v^2}{4} = 0,06 \frac{3,14 \cdot 7,5^2}{4} = 2,65 \text{ kN}$$

$$\text{- Biến dạng ban đầu của lò xo: } \lambda_1 = \frac{8PD^3n}{Gd^4} = \frac{8 \cdot 2,65 \cdot 6^3 n}{8 \cdot 10^3 \cdot 1,2^4} = 0,276 \cdot n \text{ (cm)}$$

$$\text{- Tổng biến dạng của lò xo: } \lambda = \lambda_1 + \lambda_0 + \lambda_2 = n(h - d)$$

$$\text{Suy ra: } 0,276 \cdot n + 2 + 1,5 = n(1,7 - 1,2) \Rightarrow n \cong 16 \text{ vòng}$$

$$\text{và biến dạng ban đầu: } \lambda_1 = 0,276 \cdot 16 = 4,4 \text{ cm}$$

b) *Xác định ứng suất trong lò xo khi van mở hoàn toàn*

- Khi van mở hoàn toàn thì biến dạng thực của lò xo là:

$$\lambda_m = \lambda_0 + \lambda_1 = 2 + 4,4 = 6,4 \text{ cm}$$

$$\text{- Lực lò xo ứng với biến dạng } \lambda_m \text{ là: } P_m = \frac{G\lambda d^4}{8D^3n}$$

- Ứng suất tiếp lớn nhất trong lò xo là:

$$\tau_{\max} = \frac{8P_m D}{\pi d^3} = \frac{G\lambda d}{\pi D^2 n} = \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 6,4 \cdot 1,2}{3,14 \cdot 6^2 \cdot 16} = 33,79 \text{ kN/cm}^2$$

Chương 7

UỐN PHẪNG NHỮNG THANH THẲNG

Trong thực tế chúng ta thường gặp các thanh chịu tải trọng tập trung hoặc tải trọng phân bố nằm trong mặt phẳng chứa trục thanh và một trục quán tính chính trung tâm của mặt cắt ngang, mặt phẳng đó còn được gọi là mặt phẳng tải trọng. Ví dụ như dầm cầu, dầm đỡ sàn nhà, trục máy, trục bánh xe,...vv. Khi đó thanh bị uốn cong và trục của thanh là đường cong nằm trong mặt phẳng tải trọng. Những thanh chịu uốn như vậy được gọi là thanh chịu uốn phẳng, trong chương này chúng ta sẽ nghiên cứu tính toán cho các thanh chịu uốn phẳng.

7.1. Khái niệm và phân loại uốn phẳng

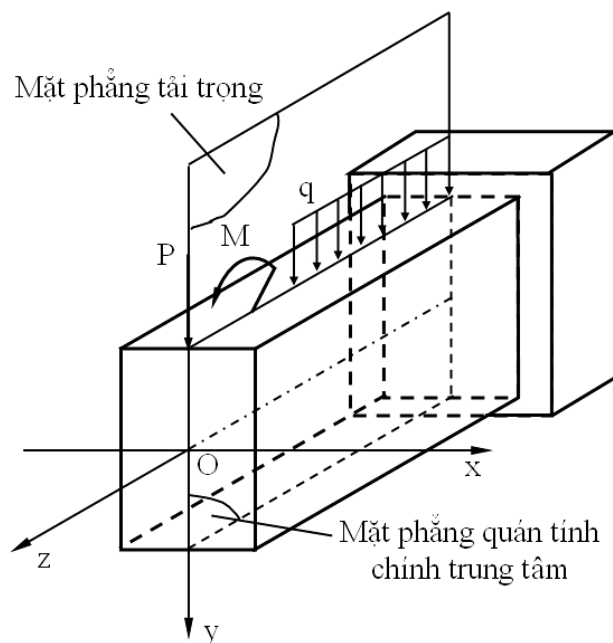
7.1.1. Khái niệm

Thanh chịu uốn còn được gọi là dầm chịu uốn, ta chỉ xét những thanh thẳng chịu uốn phẳng.

Dầm chịu uốn phẳng là dầm chịu lực sao cho mặt phẳng tải trọng trùng với mặt phẳng quán tính chính trung tâm của dầm (Hình 7-1).

Mặt phẳng tải trọng là mặt phẳng chứa các véc tơ ngoại lực hoặc là mặt phẳng tác dụng của các mô men ngoại lực.

Mặt phẳng quán tính chính trung tâm là mặt phẳng chứa một trục quán tính chính trung tâm của mặt cắt ngang và trục của dầm.



Hình 7-1

7.1.2. Phân loại

Đối với dầm chịu uốn phẳng được phân ra hai trường hợp, đó là: uốn thuần túy phẳng và uốn ngang phẳng.

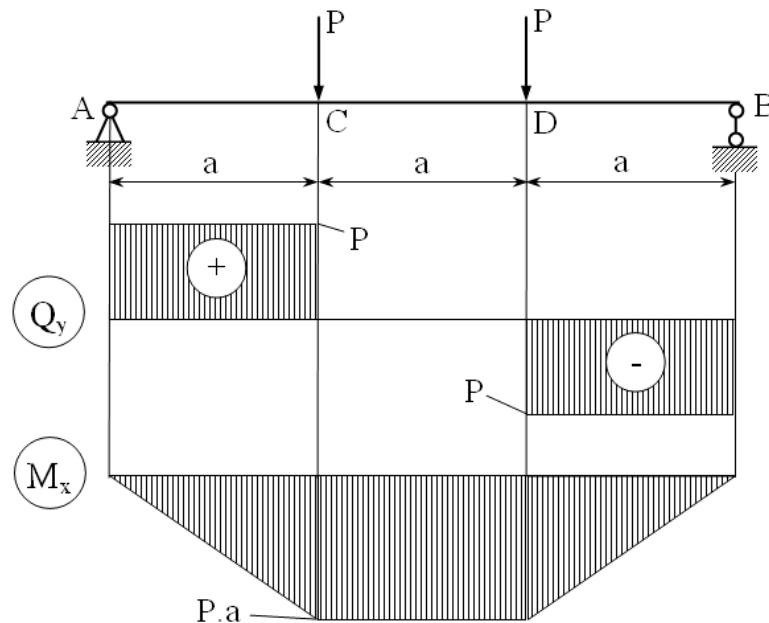
- Dầm chịu uốn thuần túy phẳng khi trên mặt cắt ngang của nó chỉ có mô men uốn nội lực là M_x (hoặc M_y).

- Dầm chịu uốn ngang phẳng khi trên mặt cắt ngang của nó có cả mô men uốn M_x (hoặc M_y) và lực cắt Q_y (hoặc Q_x).

Ví dụ: xét dầm chịu uốn như Hình 7-2:

- Đoạn CD chịu uốn thuần túy phẳng (chỉ có mô men uốn M_x).

- Các đoạn AC và DB chịu uốn ngang phẳng (có cả mô men uốn M_x và lực cắt Q_y).



Hình 7-2

7.2. Uốn thuần túy phẳng

7.2.1. Ứng suất trên mặt cắt ngang

Trên mặt cắt ngang của dầm chịu uốn thuần túy phẳng chỉ có ứng suất pháp σ_z do mô men uốn M_x gây ra:

$$\text{Công thức tổng quát: } \sigma_z = \frac{M_x}{J_x} \cdot y \quad (7-1)$$

Các đại lượng trong công thức (7-1) được mô tả trên Hình 7-3a.

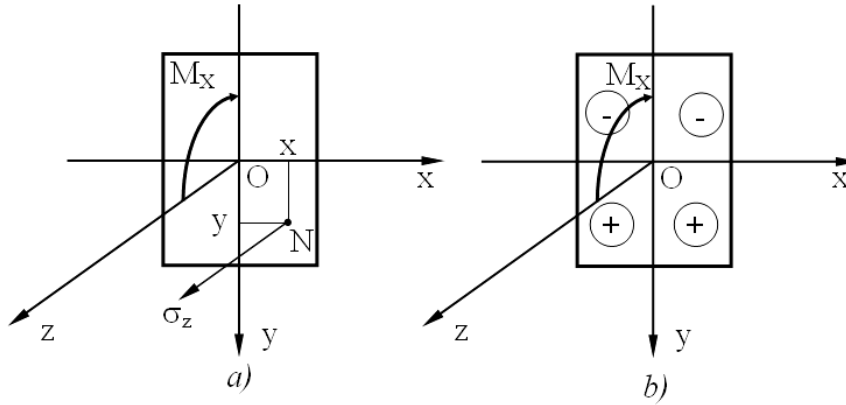
Trong đó:

σ_z - ứng suất pháp tại điểm N trên mặt cắt ngang;

M_x - mô men uốn nội lực trên mặt cắt ngang chứa điểm N;

J_x - mô men quán tính của mặt cắt ngang chứa điểm N đối với trục Ox ;

y - khoảng cách từ điểm N đến trục Ox .



Hình 7-3

Công thức kỹ thuật: $\sigma_z = \pm \frac{|M_x|}{J_x} \cdot |y|$ (7-2)

Trong công thức kỹ thuật nếu điểm tính ứng suất N nằm ở vùng chịu kéo thì lấy dấu (+), ngược lại N nằm ở vùng chịu nén lấy dấu (-), xem Hình 7-3b.

Đường trung hòa là tập hợp các điểm trên mặt cắt ngang có ứng suất pháp $\sigma_z=0$, ở đây đường trung hòa là đường thẳng trùng với trục quán tính chính trung tâm của mặt cắt ngang (trục Ox).

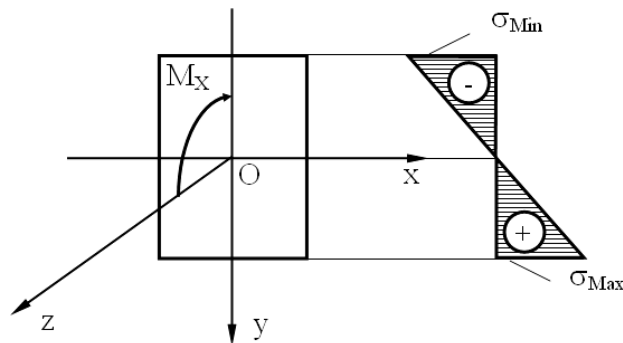
Mặt phẳng trung hòa là mặt phẳng chứa đường trung hòa và trục dầm.

Lớp vật liệu thuộc mặt phẳng trung hòa gọi là lớp trung hòa.

Các thớ vật liệu thuộc lớp trung hòa gọi là thớ trung hòa.

7.2.2. Biểu đồ phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang

Trên Hình 7-4 là biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang, xét cho cả hai trường hợp uốn thuần túy phẳng và uốn ngang phẳng.



Hình 7-4. Biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang

Ứng suất pháp cực trị trên mặt cắt ngang:

- Ứng suất kéo: $\sigma_{Max} = \frac{|M_x|}{J_x} \cdot |y_{Max}^K|$

- Ứng suất nén: $\sigma_{Min} = -\frac{|M_x|}{J_x} \cdot |y_{Max}^N|$

Đặt $W_x^K = \frac{J_x}{|y_{Max}^K|}$ và $W_x^N = \frac{J_x}{|y_{Max}^N|}$ là các mô men chống uốn của mặt cắt ngang ở vùng chịu kéo hoặc chịu nén, ta có:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{Max} &= \frac{|M_x|}{W_x^K} \\ \sigma_{Min} &= -\frac{|M_x|}{W_x^N} \end{aligned} \right\} \quad (7-3)$$

Nếu $|y_{Max}^K| = |y_{Max}^N| \Rightarrow W_x^K = W_x^N = W_x$, thì:

$$\sigma_{Max} = -\sigma_{Min} = \frac{|M_x|}{W_x} \quad (7-4)$$

7.2.3. Tính toán độ bền

a) Điều kiện bền

Tại mặt cắt ngang nguy hiểm thì các ứng suất pháp cực trị phải thỏa mãn:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{Max} &\leq [\sigma_K] \\ |\sigma_{Min}| &\leq [\sigma_N] \end{aligned} \right. \quad (7-5)$$

Nếu là vật liệu dẻo: $\max\{\sigma_{Max}, |\sigma_{Min}|\} \leq [\sigma]$

b) Ba bài toán cơ bản theo điều kiện bền

- Bài toán kiểm tra độ bền.
- Bài toán xác định kích thước mặt cắt ngang theo điều kiện bền.
- Bài toán xác định tải trọng cho phép theo điều kiện bền.

7.3. Uốn ngang phẳng

7.3.1. Ứng suất trên mặt cắt ngang

a) Ứng suất pháp (xác định như trong uốn thuần túy phẳng)

b) Ứng suất tiếp

Ứng suất tiếp τ_{zy} trên mặt cắt ngang do lực cắt Q_y gây ra.

$$\text{Công thức tổng quát: } \tau_{zy} = \frac{Q_y \cdot S_x^c}{J_x \cdot b^c} \quad (7-6)$$

Trong đó:

τ_{zy} - ứng suất tiếp tại điểm N trên mặt cắt ngang;

Q_y - lực cắt trên mặt cắt ngang chứa điểm N;

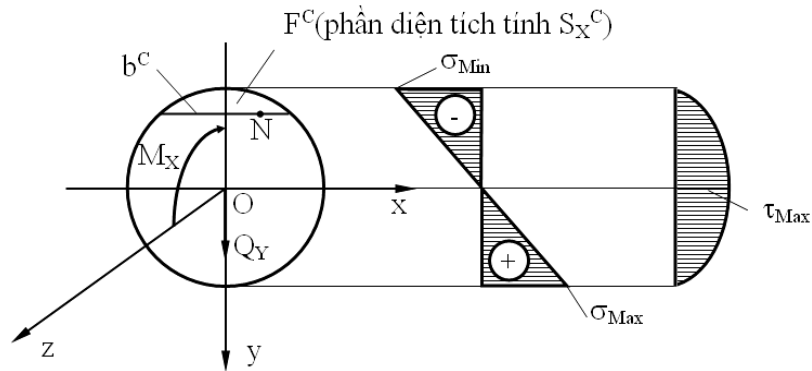
J_x - mô men quán tính của mặt cắt ngang chứa điểm N đối với trục Ox ;

S_x^c - mô men tĩnh của phần diện tích F^c (xem Hình 7-5) đối với trục Ox ;

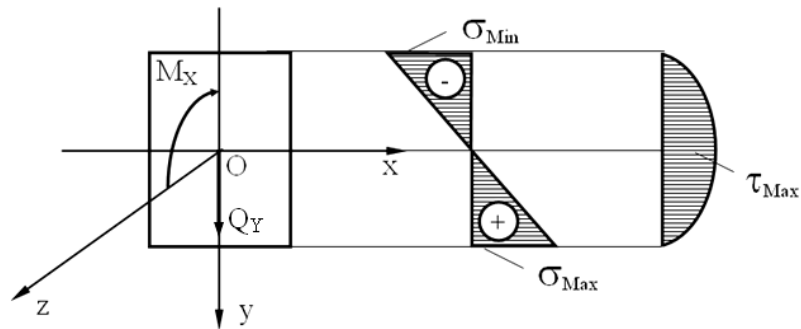
b^c - chiều rộng mặt cắt ngang tại vị trí điểm N (b^c song song trục Ox).

7.3.2. Biểu đồ phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang

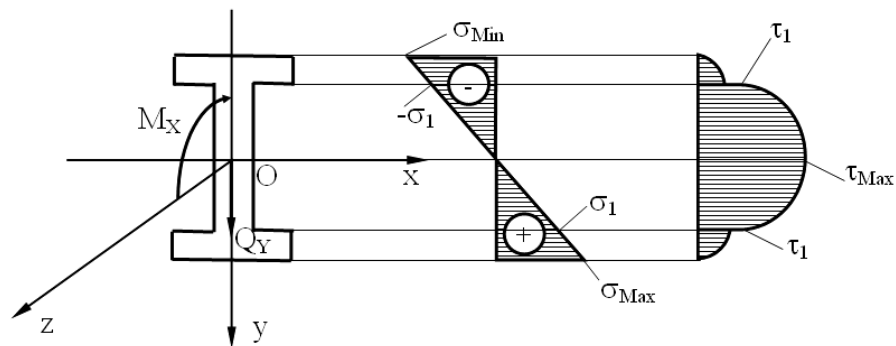
Biểu đồ phân bố ứng suất pháp và ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang hình tròn, hình chữ nhật và hình chữ I được mô tả lần lượt trên các Hình 7-5 đến 7-7.



Hình 7-5. Biểu đồ phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang hình tròn



Hình 7-6. Biểu đồ phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang hình chữ nhật



Hình 7-7. Biểu đồ phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang hình chữ I

Ứng suất tiếp cực trị trên mặt cắt ngang:

- Các điểm nằm cách xa trục Ox nhất về 2 phía đều có $\tau_{Min} = 0$

- Các điểm nằm trên trục Ox đều có: $\tau_{Max} = \frac{|Q_y| \cdot S_x}{J_x \cdot b}$

+ Đối với mặt cắt ngang hình chữ nhật có: $\tau_{Max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{|Q_y|}{F}$.

+ Đối với mặt cắt ngang hình tròn có: $\tau_{Max} = \frac{4}{3} \cdot \frac{|Q_y|}{F}$.

Trong đó:

S_x - mô men tĩnh của một nửa mặt cắt ngang đối với trục Ox ;

J_x - mô men quán tính của mặt cắt ngang đối với trục Ox ;

b - chiều rộng của mặt cắt ngang tương ứng với $y=0$;

F - diện tích mặt cắt ngang.

+ Đối với mặt cắt ngang hình chữ I có: $\tau_{Max} = \frac{|Q_y| \cdot S_x}{J_x \cdot d}$.

+ Tại các điểm tiếp giáp giữa thân và đế của mặt cắt ngang chữ I có:

$$\sigma_1 = \frac{h-2t}{h} \cdot \frac{|M_x|}{W_x} \quad \text{và} \quad \tau_1 = \frac{|Q_y|}{J_x \cdot d} \cdot \left[S_x - \left(\frac{h}{2} - t \right)^2 \cdot \frac{d}{2} \right]$$

Các thông số S_x, J_x, h, b, t, d của mặt cắt ngang chữ I tra bảng phụ lục 9.

7.3.3. Tính toán độ bền

a) Điều kiện bền

* *Trạng thái ứng suất đơn:*

Tại các điểm nằm xa trục Ox nhất về hai phía của mặt cắt ngang không có ứng suất tiếp, chỉ có ứng suất pháp đạt cực trị, đó là trạng thái ứng suất đơn.

$$\text{Điều kiện bền theo ứng suất pháp: } \begin{cases} \sigma_{Max} \leq [\sigma_K] \\ |\sigma_{Min}| \leq [\sigma_N] \end{cases} \quad (7-7)$$

Nếu là vật liệu dẻo: $Max\{\sigma_{Max}, |\sigma_{Min}|\} \leq [\sigma]$

* *Trạng thái trượt thuần túy:*

Tại các điểm trùng với trục Ox của mặt cắt ngang không có ứng suất pháp, chỉ có ứng suất tiếp đạt cực trị, đó là trạng thái trượt thuần túy.

Điều kiện bền theo ứng suất tiếp: $\tau_{Max} \leq [\tau]$ (7-8)

- Theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất: $[\tau] = \frac{[\sigma]}{2}$

- Theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng lớn nhất: $[\tau] = \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$

- Theo thuyết bền Mohr: $[\tau] = \frac{[\sigma_K]}{1 + \alpha}$ với $\alpha = \frac{[\sigma_K]}{[\sigma_N]}$

** Trạng thái ứng suất phức tạp:*

Tại các điểm tiếp giáp giữa thân và đế của mặt cắt ngang chữ I, tồn tại cả ứng suất pháp và ứng suất tiếp, vì vậy ta phải tính ứng suất tương đương và điều kiện bền được xác định như sau:

- Theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất: $\sigma_{td} = \sqrt{\sigma_1^2 + 4 \cdot \tau_1^2} \leq [\sigma]$

- Theo thuyết bền thế năng BĐHD lớn nhất: $\sigma_{td} = \sqrt{\sigma_1^2 + 3 \cdot \tau_1^2} \leq [\sigma]$

- Theo thuyết bền Mohr: $\sigma_{td} = \frac{1 - \alpha}{2} \cdot \sigma_1 + \frac{1 + \alpha}{2} \cdot \sqrt{\sigma_1^2 + 4 \cdot \tau_1^2} \leq [\sigma_K]$

b) Ba bài toán cơ bản theo điều kiện bền

** Bài toán kiểm tra bền:*

Tiến hành kiểm tra các điều kiện bền cho các điểm nguy hiểm tương ứng với 3 trạng thái ứng suất nói trên.

Nếu các điều kiện bền được đồng thời thỏa mãn, thì kết luận đảm bảo đảm an toàn về độ bền.

Nếu có một điều kiện trở lên không thỏa mãn, thì kết luận đảm không bảo đảm an toàn về độ bền.

** Bài toán xác định kích thước mặt cắt ngang:*

Xác định kích thước mặt cắt ngang theo trạng thái ứng suất đơn, sau đó thực hiện kiểm tra bền cho hai trạng thái ứng suất còn lại; nếu cả hai trạng thái ứng suất này đều thỏa mãn thì chọn kích thước đã xác định; nếu trạng thái nào không thỏa mãn thì xác định lại kích thước mặt cắt ngang theo trạng thái ứng suất đó.

** Bài toán xác định tải trọng cho phép:*

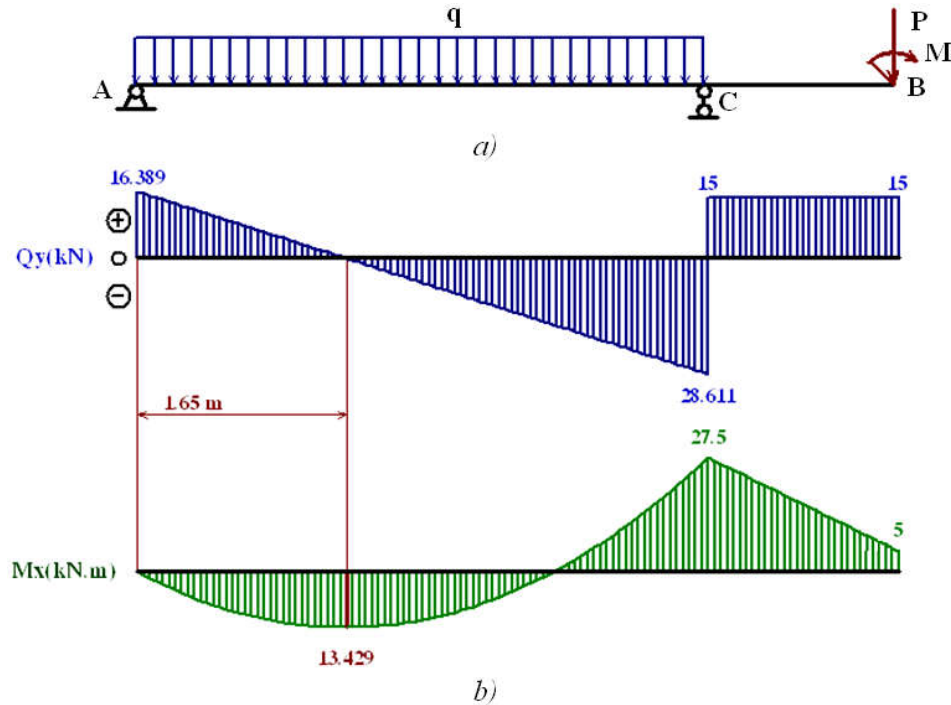
Xác định tải trọng cho phép theo trạng thái ứng suất đơn, sau đó thực hiện kiểm tra bền cho hai trạng thái ứng suất còn lại; nếu cả hai trạng thái ứng suất này đều thỏa mãn thì chọn tải trọng đã xác định; nếu trạng thái nào không thỏa mãn thì xác định lại tải trọng theo trạng thái ứng suất đó.

Ví dụ 7.1:

Cho dầm chịu uốn như Hình 7-8a. Biết dầm có mặt cắt ngang chữ I số hiệu N⁰-22; các tải trọng $q=10\text{kN/m}$, $P=15\text{kN}$, $M=5\text{kN.m}$, các kích thước $AC=3a$, $CB=a$ với $a=1,5\text{m}$; dầm làm bằng thép có $[\sigma]=16\text{kN/cm}^2$ và $E=2.10^4\text{kN/cm}^2$.

a) Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.

b) Kiểm tra bền cho dầm theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất.



Hình 7-8

Giải:

a) Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.

Biểu đồ nội lực của dầm như Hình 7-8b.

b) Kiểm tra bền cho dầm theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất.

Tra bảng mặt cắt ngang chữ I phụ lục 9 có $h=22\text{cm}$, $b=11\text{cm}$, $d=0,53\text{cm}$, $t=0,86\text{cm}$, $J_x=2530\text{cm}^4$, $W_x=230\text{cm}^3$, $S_x=130\text{cm}^3$;

- Kiểm tra bền theo trạng thái ứng suất đơn cho mặt cắt ngang tại C có mô men uốn $|M_x|_{\text{Max}}=27,5\text{kN.m}$.

$$\sigma_{\text{Max}} = \frac{|M_x|_{\text{Max}}}{W_x} = \frac{27,5 \cdot 10^2}{230} = 11,957\text{kN/cm}^2 < [\sigma] = 16\text{kN/cm}^2 \quad (1)$$

- Kiểm tra bền theo trạng thái trượt thuần túy cho mặt cắt ngang tại C có lực cắt $|Q_y|_{\text{Max}}=28,611\text{kN}$.

Theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất: $[\tau] = \frac{[\sigma]}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ kN/cm}^2$

$$\tau_{Max} = \frac{|Q_y|_{Max} \cdot S_x}{J_x \cdot d} = \frac{28,611 \cdot 130}{2530 \cdot 0,53} = 2,774 \text{ kN/cm}^2 < [\tau] \quad (2)$$

- Kiểm tra bền theo trạng thái ứng suất phức tạp cho mặt cắt ngang tại C có mô men uốn $|M_x|_{Max} = 27,5 \text{ kN.m}$ và $|Q_y|_{Max} = 28,611 \text{ kN}$.

$$\sigma_1 = \frac{(h - 2t) |M_x|_{Max}}{h W_x} = \frac{(22 - 2 \cdot 0,86) \cdot 27,5 \cdot 10^2}{22 \cdot 230} = 11,022 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_1 = \frac{|Q_y|}{J_x \cdot d} \left[S_x - \left(\frac{h}{2} - t \right) \cdot \frac{d}{2} \right] = \frac{28,611}{2530 \cdot 0,53} \left[130 - \left(\frac{22}{2} - 0,86 \right) \cdot \frac{0,53}{2} \right] = 2,192 \text{ kN/cm}^2$$

Theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma_1^2 + 4\tau_1^2} = \sqrt{11,022^2 + 4 \cdot 2,192^2} = 11,862 \text{ kN/cm}^2 < [\sigma] \quad (3)$$

Kết luận: kết hợp (1), (2) và (3) ta thấy các điều kiện đều được thỏa mãn, vậy đảm bảo an toàn về độ bền.

Ví dụ 7.2:

Cho dầm chịu uốn như Hình 7-9a. Biết dầm có mặt cắt ngang hình chữ nhật không đổi với $h=1,5b$; các tải trọng $P=50 \text{ kN}$, $M=20 \text{ kN.m}$, kích thước mỗi đoạn $a=1,2 \text{ m}$; dầm làm bằng thép có $[\sigma]=16 \text{ kN/cm}^2$.

a) Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.

b) Xác định kích thước mặt cắt ngang của dầm theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất.

Giải:

a) Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.

Biểu đồ nội lực của dầm như Hình 7-9b.

b) Xác định kích thước mặt cắt ngang của dầm theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất.

- Xác định kích thước mặt cắt ngang theo trạng thái ứng suất đơn, được tính cho mặt cắt ngang tại C có mô men uốn lớn nhất.

$$\sigma_{max} = \frac{|M_x|_{max}}{W_x} = \frac{|M_x|_{max}}{\frac{b \cdot h^2}{6}} = \frac{6 \cdot |M_x|_{max}}{b \cdot (1,5b)^2} \leq [\sigma] \Rightarrow b \geq \sqrt[3]{\frac{6 \cdot |M_x|_{max}}{1,5^2 \cdot [\sigma]}}$$

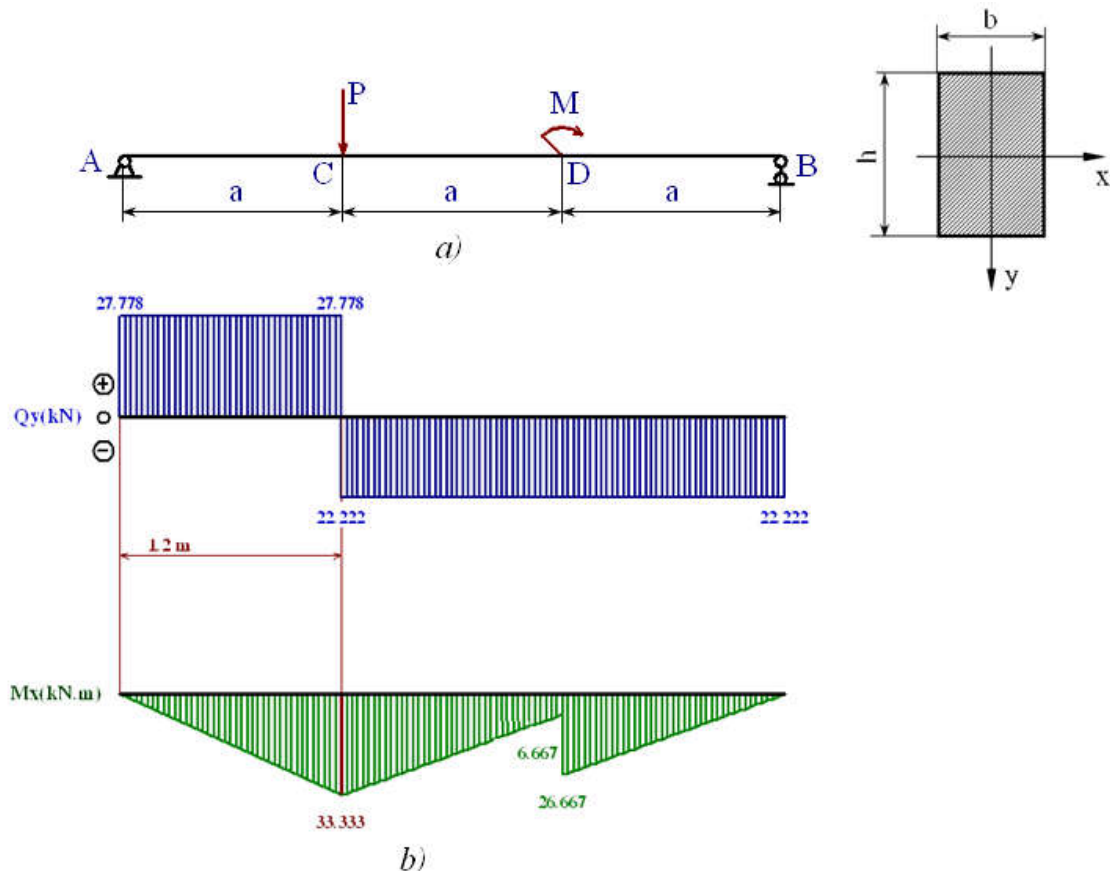
$$b \geq \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 33,333 \cdot 10^2}{1,5^2 \cdot 16}} \approx 8,2 \text{ cm} \quad \text{chọn } b=8,2 \text{ cm suy ra } h=12,3 \text{ cm.}$$

- Kiểm tra bền cho trạng thái trượt thuần túy với kích thước tìm được:

Theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất: $[\tau] = \frac{[\sigma]}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ kN/cm}^2$

$$\tau_{Max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{|Q_y|_{Max}}{F} = \frac{3}{2} \cdot \frac{|Q_y|_{Max}}{b \cdot h} = \frac{3}{2} \cdot \frac{27,778}{8,2 \cdot 12,3} = 0,41 \text{ kN/cm}^2 < [\tau]$$

Thỏa mãn điều kiện. Vậy chọn $b=8,2\text{cm}$ và $h=12,3\text{cm}$.



Hình 7-9

Ví dụ 7.3:

Cho dầm chịu uốn như Hình 7-10a. Biết dầm có mặt cắt ngang hình chữ nhật không đổi với $h=1,5b$ và $b=10\text{cm}$; dầm làm bằng thép có $[\sigma]=16\text{kN/cm}^2$.

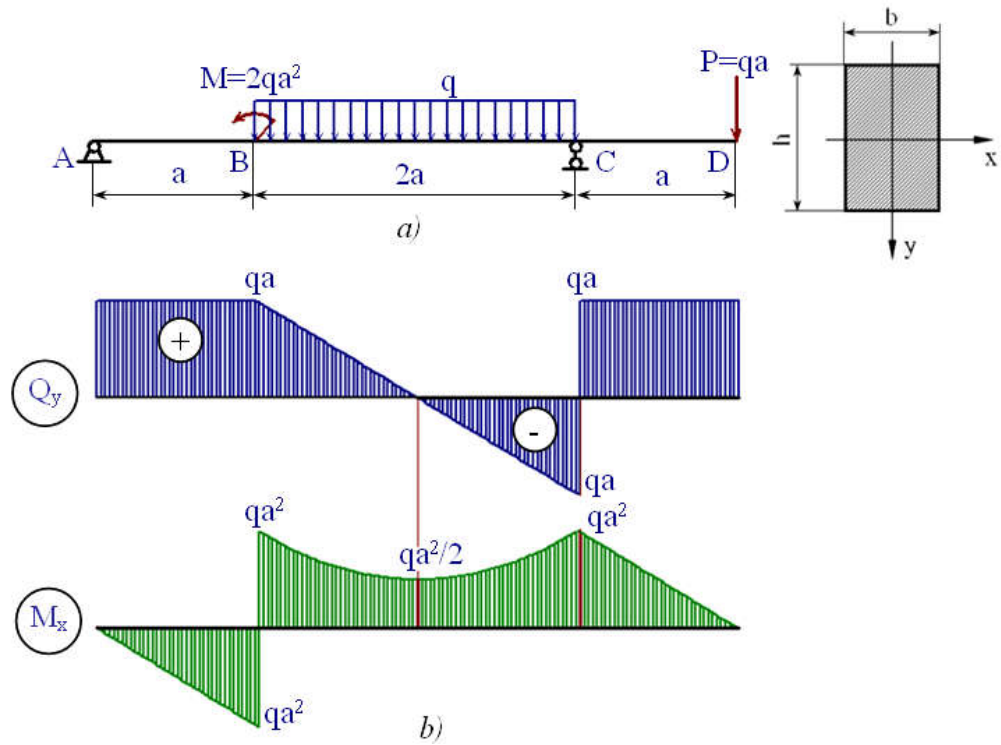
a) Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm theo q và a .

b) Xác định tải trọng cho phép $[q]$ theo thuyết bền ứng suất pháp lớn nhất. Biết $a=1\text{m}$

Giải:

a) Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm theo q và a .

Biểu đồ nội lực của dầm như Hình 7-10b.



Hình 7-10

b) Xác định tải trọng cho phép $[q]$ theo thuyết bền ứng suất pháp lớn nhất.

Mô men uốn lớn nhất $M_{x\max} = qa^2$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_x} \leq [\sigma] \rightarrow \frac{qa^2 \cdot 6}{bh^2} \leq [\sigma] \rightarrow q \leq \frac{bh^2[\sigma]}{6a^2} = \frac{10 \cdot 15^2 \cdot 16}{6 \cdot 100^2} = 0,6 \text{ kN/cm}$$

Kết luận: vậy chọn tải trọng cho phép $[q] = 60 \text{ kN/m}$ là thỏa mãn.

7.4. Tính chuyển vị cho dầm chịu uốn

7.4.1. Khái niệm

Chuyển vị của dầm chịu uốn là do dầm bị biến dạng đàn hồi, được đặc trưng bằng độ võng $y(z)$ và góc xoay $\varphi(z)$, Hình 7-11.

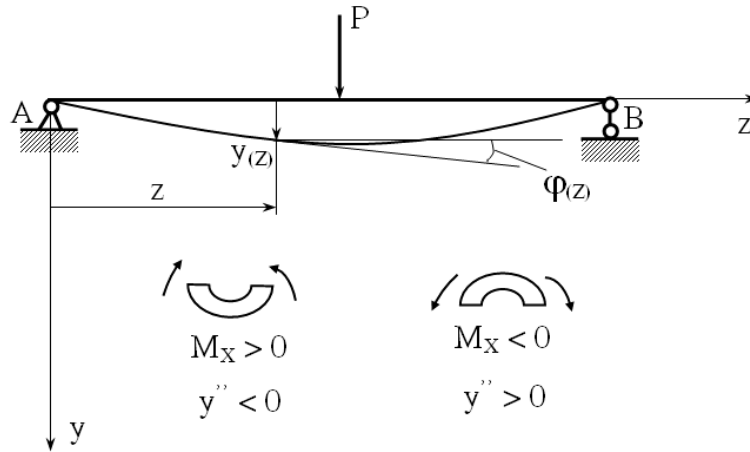
Trong đó:

$y(z)$ - tọa độ trọng tâm của mặt cắt ngang theo trục Oy (là hàm của z).

$\varphi(z)$ - góc xoay của pháp tuyến mặt cắt ngang so với ban đầu (là hàm của z).

Kết quả toán học và cơ học đã chứng minh được:

$$y''(z) = -\frac{M_x}{E \cdot J_x} \quad (7-9)$$



Hình 7-11

7.4.2. Tính chuyển vị bằng phương pháp tích phân

Từ công thức (7-9) tích phân hai vế ta nhận được góc xoay:

$$\varphi(z) = y'(z) = -\int \frac{M_x}{E.J_x} . dz + C \quad (7-10)$$

Từ công thức (7-10) tích phân hai vế ta được độ võng:

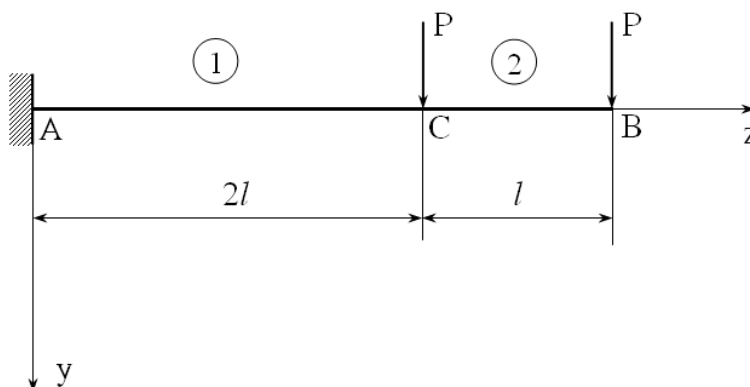
$$y(z) = \int \left[-\int \frac{M_x}{E.J_x} . dz + C \right] . dz + D \quad (7-11)$$

Trong đó: C và D là các hằng số tích phân xác định từ điều kiện biên.

Do việc xác định các hằng số tích phân phức tạp, nên phương pháp này chỉ sử dụng để giải đối với các trường hợp đơn giản (dầm có ít đoạn).

Ví dụ 7.4:

Tính chuyển vị tại đầu tự do của dầm công xôn như Hình 7-12.



Hình 7-12

Giải:

Xác định phản lực liên kết tại ngàm A: $M_A = 5.P.l$ và $Y_A = 2.P$

Chia dầm làm 2 đoạn AC và CB, ký hiệu là 1 và 2.

Viết phương trình mô men uốn nội lực M_X cho 2 đoạn AC và CB

$$M_X^{(1)} = -5.P.l + 2.P.z_1; \quad (0 \leq z_1 \leq 2.l) \quad \text{và} \quad M_X^{(2)} = -P.l + P.z_2; \quad (0 \leq z_2 \leq l)$$

Xác định độ võng và góc xoay trên các đoạn:

$$\text{Ta có: } y_{(1)}'' = \frac{5.P.l - 2.P.z_1}{E.J}; \quad y_{(2)}'' = \frac{P.l - P.z_2}{E.J}$$

$$\begin{cases} \varphi_{(1)} = y_{(1)}' = \int \frac{5.P.l - 2.P.z_1}{E.J} . dz + \frac{C_1}{E.J} = \frac{1}{E.J} [5.P.l.z_1 - P.z_1^2 + C_1] \\ y_{(1)} = \int \frac{5.P.l.z_1 - P.z_1^2 + C_1}{E.J} . dz + \frac{C_2}{E.J} = \frac{1}{E.J} \left[\frac{5.P.l.z_1^2}{2} - \frac{P.z_1^3}{3} + C_1.z_1 + C_2 \right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi_{(2)} = y_{(2)}' = \int \frac{P.l - P.z_2}{E.J} . dz + \frac{C_3}{E.J} = \frac{1}{E.J} \left[P.l.z_2 - \frac{P}{2}.z_2^2 + C_3 \right] \\ y_{(2)} = \int \frac{1}{E.J} \left[P.l.z_2 - \frac{P}{2}.z_2^2 + C_3 \right] . dz = \frac{1}{E.J} \left[\frac{P.l.z_2^2}{2} - \frac{P.z_2^3}{6} + C_3.z_2 + C_4 \right] \end{cases}$$

Xác định các hằng số tích phân C_1, C_2, C_3, C_4 theo điều kiện biên:

$$\text{Ta có: } \quad \text{tại } z_1 = 0 \Rightarrow y_{(1)} = 0 \quad ; \quad \varphi_{(1)} = y_{(1)}' = 0 \Rightarrow C_1 = C_2 = 0$$

$$\text{tại } z_1 = 2l \quad \& \quad z_2 = 0 \Rightarrow y_{(1)} = y_{(2)} \quad ; \quad \varphi_{(1)} = \varphi_{(2)}$$

$$\text{Từ đó ta tìm được: } C_3 = 6Pl^2 \quad ; \quad C_4 = \frac{22}{3}Pl^3$$

Xác định góc xoay tại đầu tự do B:

Thay các hằng số tích phân trở lại các công thức trên ta nhận được độ võng và góc xoay tại đầu tự do B (có $z_2 = l$) là:

$$\varphi_{(B)} = \frac{13}{2} \cdot \frac{Pl^2}{E.J};$$

$$y_{(B)} = \frac{41}{3} \cdot \frac{Pl^3}{E.J}$$

7.4.3. Phương pháp thông số ban đầu

Giả sử ta đã biết độ võng ở đoạn thứ m, cần tìm độ võng ở đoạn thứ m+1 như Hình 7-13.

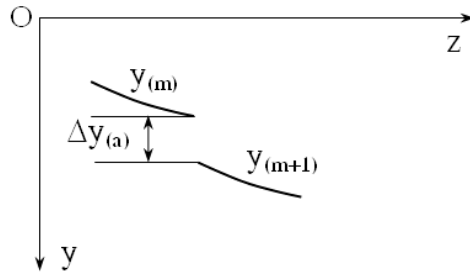
Từ kết quả khai triển Taylor tại $z=a$, nếu mặt cắt ngang là không đổi ta có độ võng tại đoạn thứ m+1 như sau:

$$y_{(m+1)} = y_{(m)} + \Delta y_{(a)} + \Delta y'_{(a)} \cdot (z-a) - \frac{1}{E.J} \cdot \Delta M_{(a)} \cdot \frac{(z-a)^2}{2!} - \frac{1}{E.J} \cdot \Delta Q_{(a)} \cdot \frac{(z-a)^3}{3!} - \frac{1}{E.J} \cdot \Delta q_{(a)} \cdot \frac{(z-a)^4}{4!} - \frac{1}{E.J} \cdot \Delta q'_{(a)} \cdot \frac{(z-a)^5}{5!} \quad (7-12)$$

Xét đoạn thứ nhất tại $a = 0$ ta có:

$$y_{(1)} = y_{(0)} + \Delta y_{(0)} + \Delta y'_{(0)} \cdot z - \frac{1}{E.J} \cdot \Delta M_{(0)} \cdot \frac{z^2}{2!} - \frac{1}{E.J} \cdot \Delta Q_{(0)} \cdot \frac{z^3}{3!} - \frac{1}{E.J} \cdot \Delta q_{(0)} \cdot \frac{z^4}{4!} - \frac{1}{E.J} \cdot \Delta q'_{(0)} \cdot \frac{z^5}{5!} \quad (7-13)$$

Muốn tìm góc xoay chỉ cần đạo hàm công thức tính độ võng.



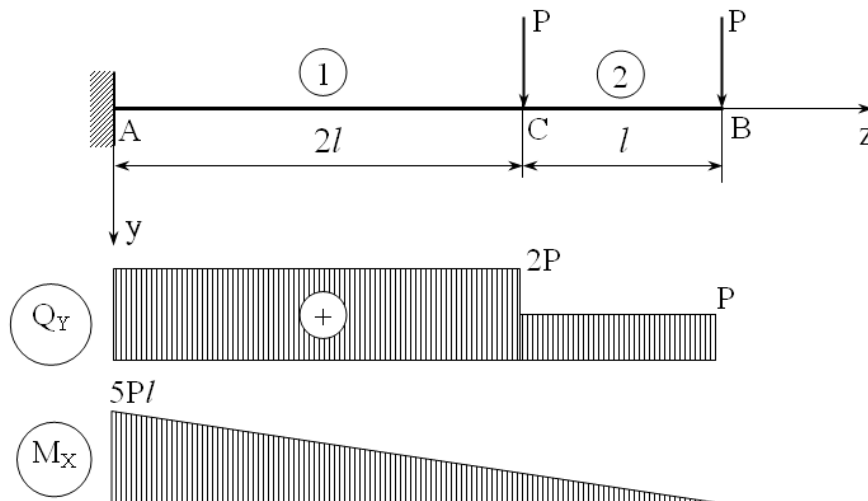
Hình 7-13

Ví dụ 7.5:

Giải lại bài toán trong ví dụ 7.4 bằng phương pháp thông số ban đầu.

Giải:

Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm như Hình 7-14.



Hình 7-14

Lập bảng giá trị các thông số tại $z = 0$ và $z = 2l$

$$y_1 = y_0 + y_0' \cdot z - \frac{1}{E.J} \cdot M_0 \cdot \frac{z^2}{2!} - \frac{1}{E.J} \cdot Q_0 \cdot \frac{z^3}{3!} - \frac{1}{E.J} \cdot q_0 \cdot \frac{z^4}{4!} - \frac{1}{E.J} \cdot q_0' \cdot \frac{z^5}{5!}$$

$z = 0$	$z = 2l$
$y_0 = 0$	$\Delta y = 0$
$y_0' = 0$	$\Delta y' = 0$
$M_0 = -5Pl$	$\Delta M = 0$
$Q_0 = 2P$	$\Delta Q = -P$
$q_0 = 0$	$\Delta q = 0$
$q_0' = 0$	$\Delta q' = 0$

$$y_1 = \frac{1}{E.J} \cdot \left[\frac{5Pl.z^2}{2} - \frac{P.z^3}{3} \right] ; 0 \leq z \leq 2l$$

$$\varphi_1 = y_1' = \frac{1}{E.J} \cdot [5Pl.z - P.z^2] ; 0 \leq z \leq 2l$$

Tương tự ta có:

$$y_2 = \frac{1}{E.J} \cdot \left[\frac{5Pl.z^2}{2} - \frac{P.z^3}{3} \right] + \frac{1}{E.J} \cdot \frac{P(z-2l)^3}{3!}$$

$$y_2 = \frac{1}{E.J} \cdot \left[\frac{5Pl.z^2}{2} - \frac{P.z^3}{3} + \frac{P(z-2l)^3}{6} \right] ; 2l \leq z \leq 3l$$

$$\varphi_2 = y_2' = \frac{1}{E.J} \cdot \left[5Pl.z - P.z^2 + \frac{P(z-2l)^2}{2} \right] ; 2l \leq z \leq 3l$$

$$\text{Tại đầu tự do B với } z = 3l \text{ ta có: } \begin{cases} y_B = \frac{41}{3} \cdot \frac{P.l^3}{E.J} \\ \varphi_B = y_B' = \frac{13}{2} \cdot \frac{P.l^2}{E.J} \end{cases}$$

7.4.4. Phương pháp năng lượng

Phương pháp năng lượng dựa trên cơ sở nguyên lý di chuyển khả dĩ và sử dụng công thức tích phân Mohr để xác định chuyển vị cho từng điểm.

Công thức tổng quát tính chuyển vị tại một điểm theo phương “k” do trạng thái “m” gây ra như sau:

$$\begin{aligned} \Delta_{km} = & \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\bar{M}_{xk} \cdot M_{xm}}{E.J_x} \cdot dz + \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\bar{M}_{yk} \cdot M_{ym}}{E.J_y} \cdot dz + \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\bar{M}_{zk} \cdot M_{zm}}{G.J_p} \cdot dz \\ & + \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} k_x \cdot \frac{\bar{Q}_{xk} \cdot Q_{xm}}{G.F} \cdot dz + \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} k_y \cdot \frac{\bar{Q}_{yk} \cdot Q_{ym}}{G.F} \cdot dz + \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\bar{N}_{zk} \cdot N_{zm}}{E.F} \cdot dz \end{aligned} \quad (7-14)$$

Trong đó:

$\bar{M}_{xk}, \bar{M}_{yk}, \bar{M}_{zk}, \bar{N}_{zk}, \bar{Q}_{xk}, \bar{Q}_{yk}$ là nội lực tương ứng với trạng thái “k”;

$M_{xm}, M_{ym}, M_{zm}, N_{zm}, Q_{xm}, Q_{ym}$ là nội lực tương ứng với trạng thái “m”.

Đối với bài toán phẳng:

$$\Delta_{km} = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\bar{M}_{xk} \cdot M_{xm}}{E \cdot J_x} \cdot dz + \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} k_y \cdot \frac{\bar{Q}_{yk} \cdot Q_{ym}}{G \cdot F} \cdot dz + \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\bar{N}_{zk} \cdot N_{zm}}{E \cdot F} \cdot dz \quad (7-15)$$

- Thanh hoặc dàn chịu kéo:

$$\Delta_{km} = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\bar{N}_{zk} \cdot N_{zm}}{E \cdot F} \cdot dz \quad (7-16)$$

- Dầm hoặc khung bỏ qua lực dọc và lực cắt:

$$\Delta_{km} = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{\bar{M}_{xk} \cdot M_{xm}}{E \cdot J_x} \cdot dz \quad (7-17)$$

* *Trình tự tính chuyển vị theo tích phân Mohr:*

- Vẽ biểu đồ nội lực ở trạng thái tải trọng “m”

- Tạo trạng thái “k”, bằng cách xoá bỏ hết các tải trọng, đặt lực $P_k=1$ hoặc mô men $M_k=1$ và vẽ biểu đồ nội lực cho trạng thái “k”.

+ Muốn tính chuyển vị thì đặt lực $P_k=1$ theo phương chuyển vị.

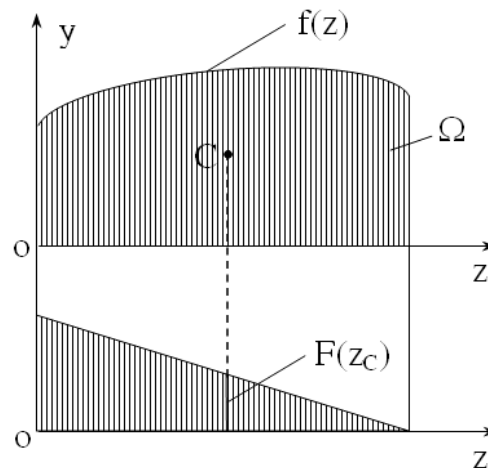
+ Muốn tính góc xoay thì đặt $M_k=1$ theo phương cần tính góc xoay.

+ Muốn tính chuyển vị tương đối thì đặt 2 lực $P_k=1$ ngược chiều nhau ở 2 điểm cần tính.

+ Muốn tính góc xoay tương đối thì đặt 2 mô men $M_k=1$ ngược chiều nhau ở 2 điểm cần tính.

- Tính các tích phân Mohr: nếu nhận được kết quả dương thì chuyển vị trùng với chiều đặt lực $P_k=1$, nếu kết quả âm thì chuyển vị ngược chiều $P_k=1$.

- Thực hiện tích phân Mohr: $I = \int_0^l f(z) \cdot F(z) \cdot dz$



Hình 7-15

Nếu $F(z)$ là hàm hằng hoặc bậc nhất và $f(z)$ là hàm bất kỳ (Hình 7-15), thì tích phân Mohr được tính bằng phương pháp nhân biểu đồ Vêrêzaghin như sau:

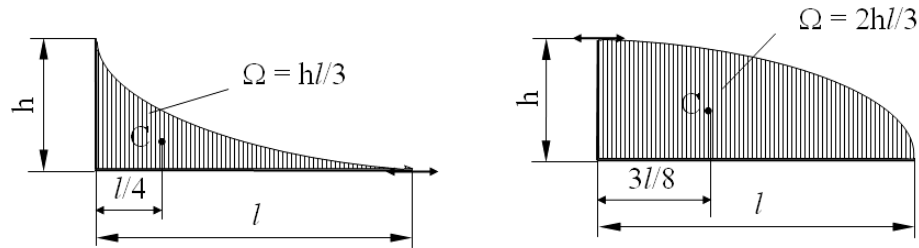
$$I = \Omega \cdot F(z_C) \quad (7-18)$$

Trong đó:

Ω - diện tích của biểu đồ giới hạn bởi hàm $f(z)$ trong đoạn l ;

$F(z_C)$ - tung độ của hàm $F(z)$ tại hoành độ tương ứng với trọng tâm C của diện tích Ω .

Diện tích và tọa độ trọng tâm của một số hình đơn giản, Hình 7-16.



Hình 7-16

Ví dụ 7.6:

Cho dầm chịu uốn như Hình 7-17a. Biết dầm có mặt cắt ngang hình chữ nhật không đối xứng chiều cao $h=20\text{cm}$; chiều rộng $b=12\text{cm}$; vật liệu làm dầm có $E=2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$. Hãy xác định độ võng và góc xoay của mặt cắt ngang tại điểm giữa dầm C (bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt).

Giải:

- Vẽ biểu đồ mô men uốn $M_x(\text{m})$ cho dầm ở trạng thái chịu tải trọng (trạng thái “m”) như Hình 7-17b.

- Tạo trạng thái “k” bằng cách đặt lực $P_k=1$ để xác định độ võng như Hình 7-17c và vẽ biểu đồ mô men uốn $M_x(P_k)$ như Hình 7-17d.

- Tạo trạng thái “k” bằng cách đặt mô men $M_k=1$ để xác định góc xoay như Hình 7-17e và vẽ biểu đồ mô men uốn $M_x(M_k)$ như Hình 7-17f.

- Tính mô men quán tính J_x của mặt cắt ngang:

$$J_x = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{12 \cdot 20^3}{12} = 8 \cdot 10^3 \text{ cm}^4$$

- Để tính độ võng của mặt cắt ngang tại C , thực hiện nhân biểu đồ mô men $M_x(\text{m})$ với biểu đồ $M_x(P_k)$:

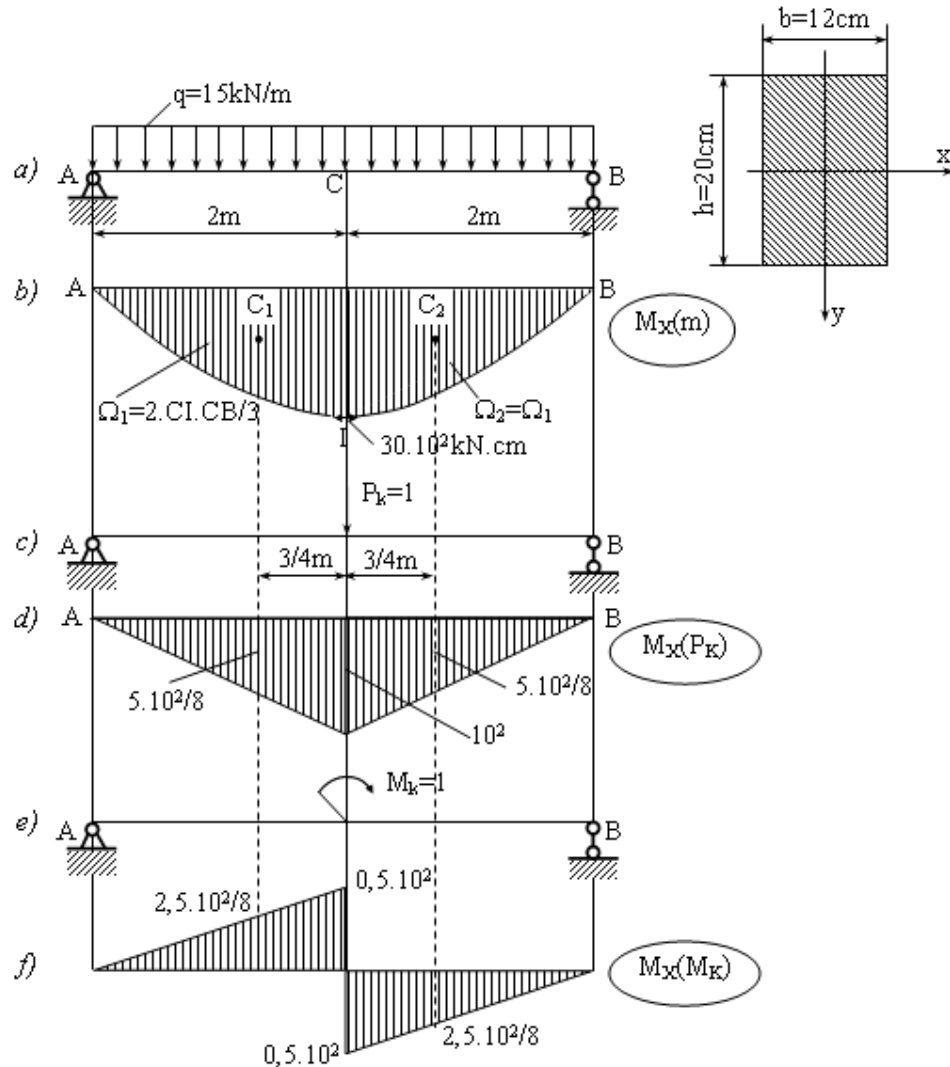
$$y_C = \frac{\Omega_1 \cdot \bar{y}_{C_1} + \Omega_2 \cdot \bar{y}_{C_2}}{E \cdot J_x} = \frac{2 \cdot \Omega_1 \cdot \bar{y}_{C_1}}{E \cdot J_x} = \frac{2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 30 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^2 \cdot \frac{5}{8} \cdot 10^2}{2 \cdot 10^4 \cdot 8 \cdot 10^3} = \frac{5}{16} \text{ cm}$$

Kết quả y_C dương có nghĩa tại C dầm bị võng xuống.

- Tính góc xoay của mặt cắt ngang tại C, thực hiện nhân biểu đồ mô men $M_x(m)$ với biểu đồ $M_x(M_k)$:

$$\varphi_C = \frac{\Omega_1 \cdot \bar{y}_{C_1} + \Omega_2 \cdot \bar{y}_{C_2}}{E \cdot J_x} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 30 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^2 \left(-\frac{2,5}{8} \cdot 10^2 + \frac{2,5}{8} \cdot 10^2 \right)}{2 \cdot 10^4 \cdot 8 \cdot 10^3} = 0 \text{ rad}$$

Kết quả $\varphi_C = 0$ có nghĩa mặt cắt ngang tại C không bị xoay.



Hình 7-17

Ví dụ 7.7:

Cho dầm chịu uốn như Hình 7-18a. Biết dầm có mặt cắt ngang chữ I số hiệu N⁰-20a; các tải trọng $q=10 \text{ kN/m}$, $P=15 \text{ kN}$, kích thước $a=1,5 \text{ m}$; dầm làm bằng thép có $[\sigma]=16 \text{ kN/cm}^2$ và $E=2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$.

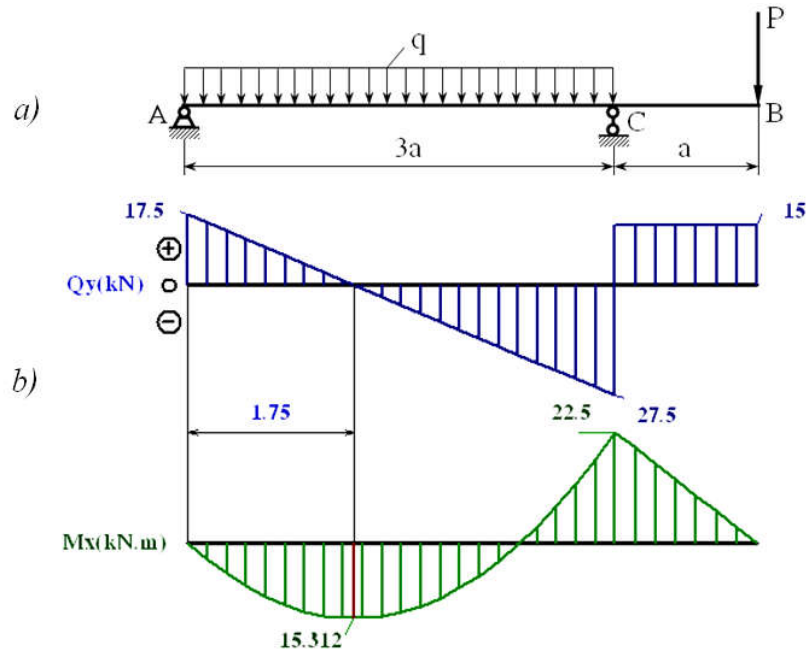
a) Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.

b) Xác định độ võng của mặt cắt ngang tại B.

Giải:

a) Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.

Kết quả biểu đồ nội lực lực cắt Q_y và mô men uốn M_x như Hình 7-18b.



Hình 7-18

b) Xác định độ võng của mặt cắt ngang tại B.

Từ kết quả biểu đồ mô men uốn M_x trên Hình 7-18b cho thấy từ điểm giao thứ hai của đồ thị mô men M_x với trục z đến vị trí gối C ta nhận được phân hình chưa có công thức xác định được chính xác diện tích của nó. Vì vậy, để có thể nhân biểu đồ Vêrêsinh ta áp dụng nguyên lý độc lập tác dụng để tách biểu đồ mô men M_x thành hai biểu đồ theo tác dụng độc lập của lực phân bố q và lực tập trung P với các phân hình cơ bản như Hình 7-19a và Hình 7-19b.

Vẽ biểu đồ mô men M_x cho trạng thái k với $P_k=1$ như Hình 7-19c.

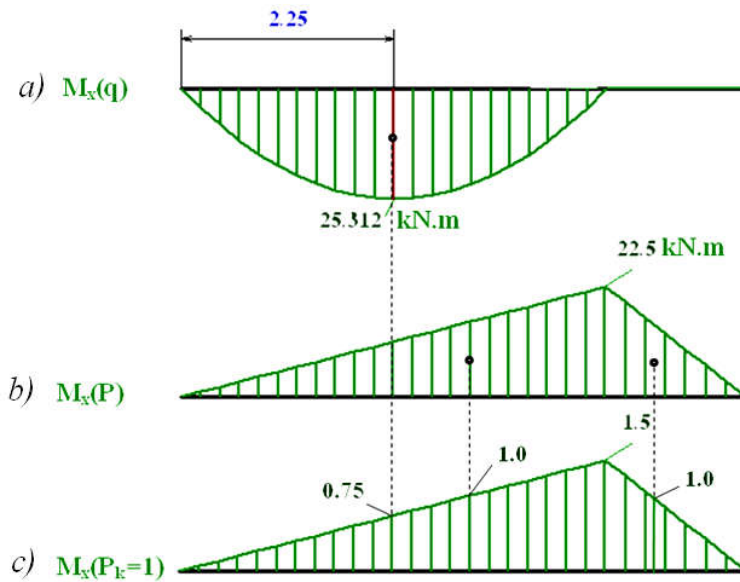
Thực hiện nhân biểu đồ Vêrêsinh để xác định độ võng tại B:

$$y_B = \frac{1}{E \cdot J_x} \sum \omega_i \cdot y_{ci}$$

Tra bảng mặt cắt ngang chữ I số hiệu N⁰-20a ta nhận được $J_x=1970\text{cm}^4$.

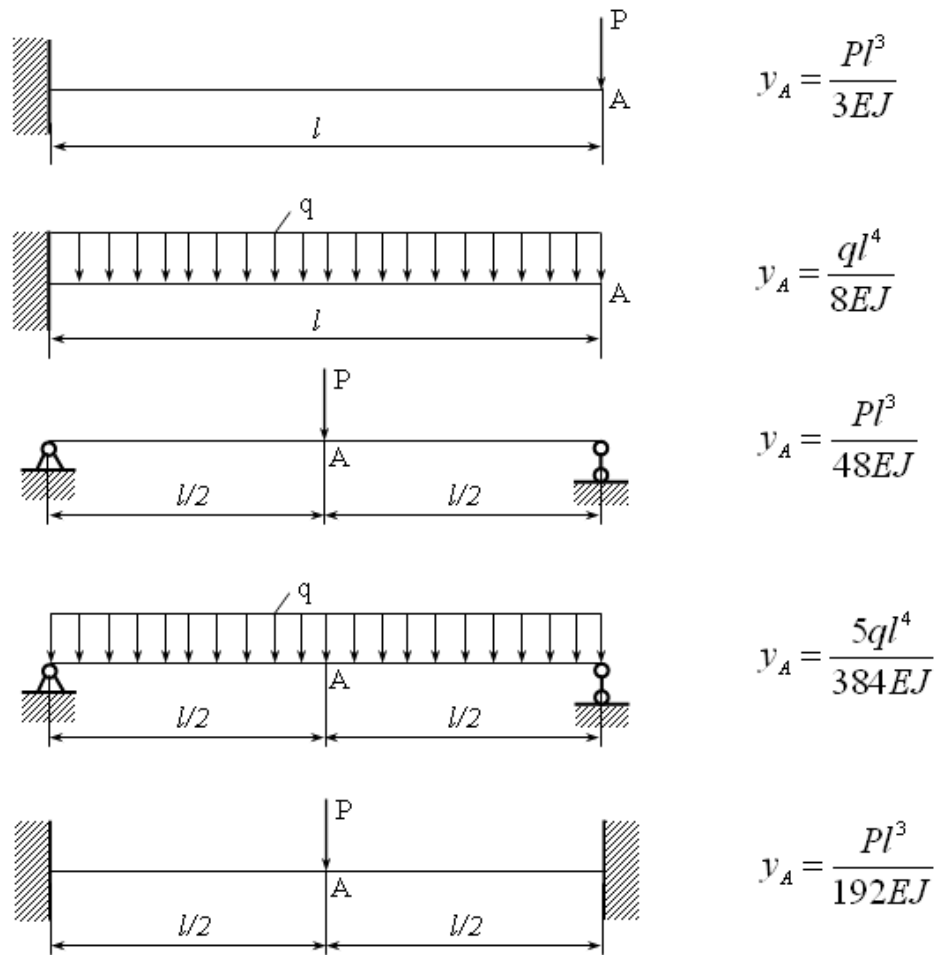
$$y_B = \frac{\left(-2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 25,312 \cdot 2,25 \cdot 0,75 + \frac{1}{2} \cdot 22,5 \cdot 4,5 \cdot 1,0 + \frac{1}{2} \cdot 22,5 \cdot 1,5 \cdot 1,0 \right) \cdot 10^6}{2 \cdot 10^4 \cdot 1970} = 0,268\text{cm}$$

Kết luận: vậy mặt cắt ngang tại B võng xuống 0,268cm.



Hình 7-19

* Chú ý: Một số kết quả chuyển vị của dầm được phép áp dụng Hình 7-20.



Hình 7-20

Chương 8

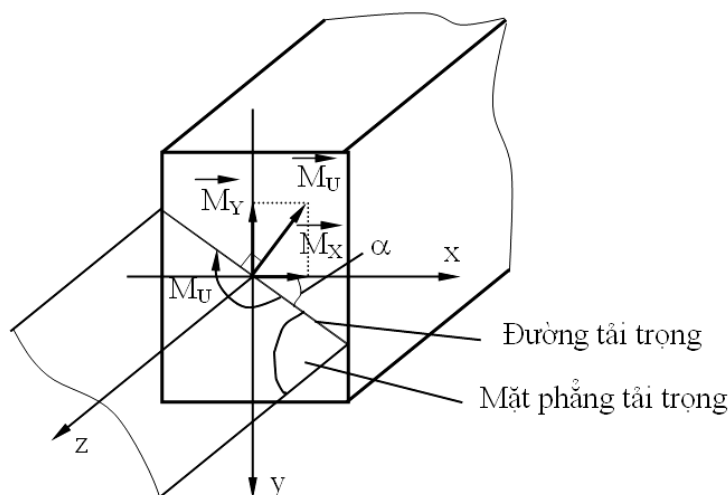
THANH CHỊU LỰC PHỨC TẠP

Trong các chương trước, chúng ta đã xem xét các trường hợp chịu lực đơn giản của thanh như kéo nén đúng tâm, xoắn thuần túy và uốn phẳng. Tuy nhiên, trong thực tế, có nhiều chi tiết, bộ phận máy móc chịu tác dụng đồng thời của hai hoặc nhiều hơn trong các hình thức đơn giản trên. Ví dụ một trục truyền vừa chịu uốn, vừa chịu xoắn; thân dao tiện khi làm việc vừa chịu xoắn, vừa chịu nén...vv. Ta nói các chi tiết này chịu lực phức tạp. Để tính toán cho thanh chịu lực phức tạp, người ta dựa vào nguyên lý độc lập tác dụng của các lực (nghĩa là từ hình thức chịu lực phức tạp ta phân tích ra thành các hình thức chịu lực đơn giản, rồi đem cộng đại số các kết quả cùng loại). Chúng ta chỉ nghiên cứu những thanh mà mặt cắt ngang có ít nhất một trục đối xứng, đồng thời trong một số trường hợp, ta cũng bỏ qua ảnh hưởng của ứng suất tiếp τ do lực cắt gây ra vì chúng thường nhỏ so với ứng suất do lực dọc và các mô men gây ra.

8.1. Thanh chịu uốn xiên

8.1.1. Khái niệm

Thanh chịu uốn xiên là thanh chịu lực sao cho trên mặt cắt ngang của nó tồn tại hai thành phần mô men uốn nội lực là M_x và M_y nằm trong các mặt phẳng quán tính chính trung tâm của mặt cắt ngang (Hình 8-1).



Hình 8-1

Mặt phẳng tải trọng, đường tải trọng:

- Tổng hợp hai mô men uốn M_x và M_y ta được một mô men tổng M_U nằm trên mặt phẳng chứa trục dầm, nhưng không trùng với bất kỳ mặt phẳng quán tính chính trung tâm nào của mặt cắt ngang. Mặt phẳng chứa mô men uốn M_U gọi là mặt phẳng tải trọng, giao tuyến giữa mặt phẳng tải trọng với mặt cắt ngang gọi là đường tải trọng (Hình 8-1).

- Ngược lại từ mô men M_U ta cũng phân tích được thành hai thành phần là M_x và M_y .

- Gọi α - là góc giữa đường tải trọng và trục Ox , khi đó ta có:

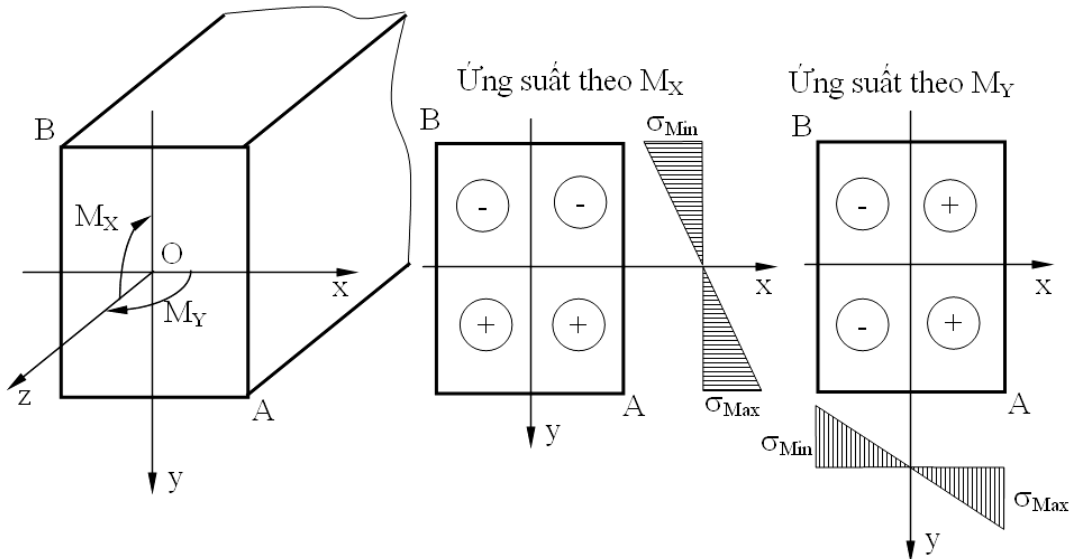
$$M_x = M_U \cdot \sin \alpha \quad \text{và} \quad M_y = M_U \cdot \cos \alpha$$

Do đó, hệ số góc của đường tải trọng là: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{M_x}{M_y}$

8.1.2. Tính ứng suất

a) Công thức tính ứng suất

Giả sử ta cần tính ứng suất tại điểm $N(x,y)$ trên mặt cắt ngang của thanh (dầm) chịu uốn xiên có các mô men uốn nội lực là M_x và M_y .



Hình 8-2

- Công thức tổng quát:

Gọi σ' là ứng suất pháp do M_x gây ra và σ'' là ứng suất pháp do M_y gây ra.

Theo công thức tính ứng suất pháp trong uốn phẳng, ta có:

$$\sigma' = \frac{M_x}{J_x} \cdot y \quad \text{và} \quad \sigma'' = \frac{M_y}{J_y} \cdot x$$

Theo nguyên lý cộng tác dụng ta có ứng suất pháp σ_z tại điểm $N(x,y)$ là:

$$\sigma_z = \sigma' + \sigma'' = \frac{M_x}{J_x} \cdot y + \frac{M_y}{J_y} \cdot x \quad (8-1)$$

Trong đó:

M_x và M_y là các mô men uốn nội lực;

J_x và J_y là mô men quán tính của mặt cắt ngang đối với các trục Ox và Oy .

- Công thức kỹ thuật:

$$\sigma_z = \pm \frac{|M_x|}{J_x} \cdot |y| \pm \frac{|M_y|}{J_y} \cdot |x| \quad (8-2)$$

Trong công thức (8-2) lấy dấu (+) hay dấu (-) trước các số hạng là tùy thuộc vào điểm $N(x,y)$ cần tính ứng suất nằm trong miền chịu kéo hay chịu nén do mô men M_x hoặc M_y gây ra (Hình 8-2).

b) Đường trung hòa của dầm chịu uốn xiên

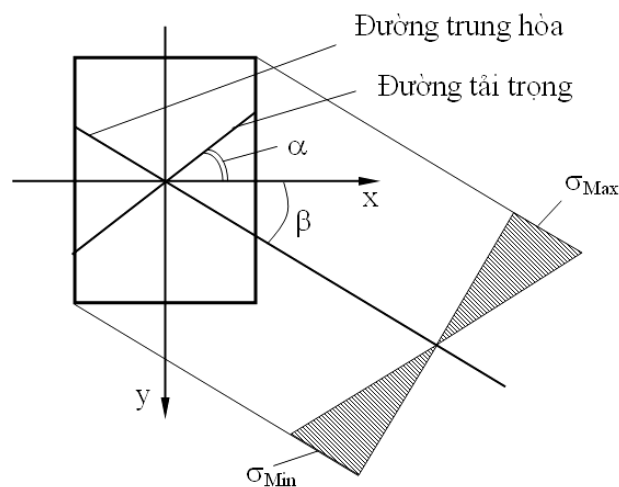
Từ công thức (8-1) ta nhận thấy ứng suất pháp phân bố trên mặt cắt ngang của dầm theo một mặt phẳng, mặt phẳng đó gọi là mặt phẳng ứng suất pháp. Giao tuyến của mặt phẳng ứng suất pháp với mặt cắt ngang của dầm là đường trung hòa. Đường trung hòa chính là quỹ tích của những điểm có ứng suất pháp bằng không, phương trình đường trung hòa có dạng:

$$\frac{M_x}{J_x} \cdot y + \frac{M_y}{J_y} \cdot x = 0 \Rightarrow y = -\frac{M_y}{M_x} \cdot \frac{J_x}{J_y} \cdot x \quad (8-3)$$

Tại một mặt cắt ngang xác định thì $\frac{M_y}{M_x} \cdot \frac{J_x}{J_y} = \text{const}$, nên đường trung hòa

là đường thẳng đi qua gốc tọa độ và hợp với trục Ox một góc β (Hình 8-3):

$$\text{tg}\beta = \frac{y}{x} = -\frac{M_y}{M_x} \cdot \frac{J_x}{J_y} = -\frac{1}{\text{tg}\alpha} \cdot \frac{J_x}{J_y} \quad (8-4)$$



Hình 8-3

Từ biểu thức (8-4) ta rút ra các nhận xét sau:

- Vị trí của đường trung hòa và đường tải trọng luôn nằm trong các góc phần tư khác nhau của mặt cắt ngang.

- Nếu mặt cắt ngang có $J_x = J_y$ thì $tg\beta = -\frac{1}{tg\alpha}$, khi đó đường trung hòa và đường tải trọng vuông góc với nhau (đó là trường hợp uốn phẳng).

- Đường trung hòa chia mặt cắt ngang thành hai miền, đó là miền chịu kéo và miền chịu nén.

- Những điểm cách xa đường trung hòa nhất về hai phía là những điểm có ứng suất pháp cực trị.

c) Ứng suất cực trị

Từ công thức (8-2), nếu xét tại một mặt cắt bất kỳ, giá trị ứng suất pháp đạt cực trị tại những điểm nằm cách xa đường trung hòa nhất về hai phía:

$$\sigma_{Max} = \frac{|M_x|}{J_x} \cdot |y_{Max}^K| + \frac{|M_y|}{J_y} \cdot |x_{Max}^K| = \frac{|M_x|}{W_x^K} + \frac{|M_y|}{W_y^K} \quad (8-5)$$

$$\sigma_{Min} = -\frac{|M_x|}{J_x} \cdot |y_{Max}^N| - \frac{|M_y|}{J_y} \cdot |x_{Max}^N| = -\frac{|M_x|}{W_x^N} - \frac{|M_y|}{W_y^N} \quad (8-6)$$

Trong đó: $W_x^K, W_y^K, W_x^N, W_y^N$ là các mô men chống uốn của mặt cắt ngang.

Nếu các trục Ox, Oy là các trục đối xứng của mặt cắt ngang thì ta có:

$$W_x^K = W_x^N = W_x \quad ; \quad W_y^K = W_y^N = W_y$$

$$\text{Suy ra: } \sigma_{Max} = |\sigma_{Min}| = \frac{|M_x|}{J_x} \cdot |y_{Max}^K| + \frac{|M_y|}{J_y} \cdot |x_{Max}^K| = \frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y} \quad (8-7)$$

8.1.3. Tính toán độ bền

a) Điều kiện bền

Tại mặt cắt ngang nguy hiểm nhất, ta xác định các điểm cách xa đường trung hòa nhất về hai phía, vì tại các điểm đó có các ứng suất pháp cực trị là σ_{Max} và σ_{Min} .

- Nếu thanh làm bằng vật liệu dẻo, thì điều kiện bền sẽ là:

$$\text{Max}\{\sigma_{Max}, |\sigma_{Min}|\} \leq [\sigma] \quad (8-8)$$

- Nếu thanh làm bằng vật liệu giòn, thì điều kiện bền sẽ là:

$$\begin{cases} \sigma_{Max} \leq [\sigma_K] \\ |\sigma_{Min}| \leq [\sigma_N] \end{cases} \quad (8-9)$$

b) Ba bài toán cơ bản theo điều kiện bền

- Bài toán kiểm tra bền: tùy theo vật liệu làm dầm là vật liệu dẻo hay vật liệu giòn mà ta sử dụng công thức (8-8) hoặc (8-9) để kiểm tra bền cho thanh tại mặt cắt ngang nguy hiểm.

- Bài toán xác định kích thước mặt cắt ngang:

Khi giải bài toán này ta gặp hai ẩn số là W_x và W_y , ta đặt: $k = W_x/W_y$;

+ Đối với mặt cắt ngang hình chữ nhật ta chọn $k=1,5 \div 2$.

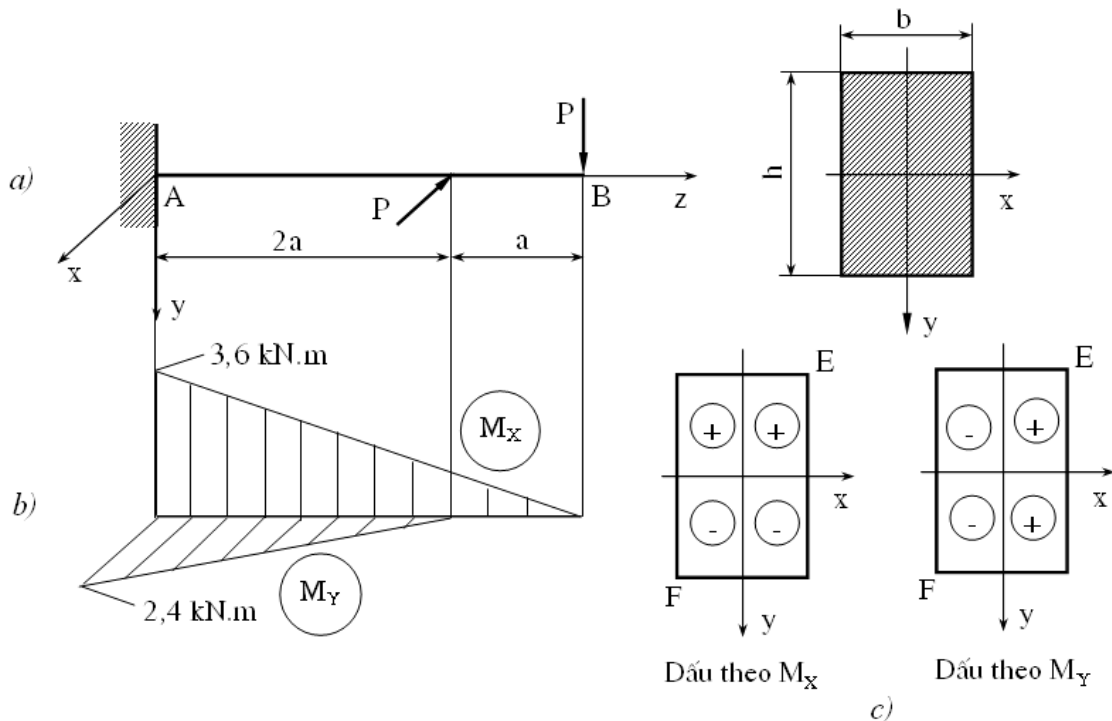
+ Đối với mặt cắt ngang hình chữ I ta chọn $k=8,5 \div 10$.

- Bài toán xác định tải trọng cho phép: tùy theo từng trường hợp chịu lực cụ thể của thanh để thiết lập công thức theo điều kiện bền và tìm ra trị số tải trọng cho phép.

Ví dụ 8.1:

Xác định giá trị tuyệt đối lớn nhất của ứng suất pháp trong dầm chịu uốn xiên như Hình 8-4a. Biết tải trọng $P=2,4\text{kN}$; kích thước $a=0,5\text{m}$; dầm có mặt cắt ngang hình chữ nhật không đối xứng với $b=6\text{cm}$, $h=9\text{cm}$.

Giải:



Hình 8-4

- Vẽ biểu đồ các mô men uốn nội lực M_x và M_y của dầm (Hình 8-4b).

- Xác định giá trị tuyệt đối lớn nhất của ứng suất pháp:

+ Từ biểu đồ nội lực cho thấy, mặt cắt nguy hiểm nhất là mặt cắt tại ngàm A vì tại đó có giá trị tuyệt đối của $M_{x(max)}$ và $M_{y(max)}$.

+ Vì thanh có mặt cắt ngang hình chữ nhật, các trục Ox , Oy là các trục đối xứng của mặt cắt ngang và từ Hình 8-4c (dấu của ứng suất) ta xác định được các miền chịu kéo và chịu nén trên mặt cắt tại ngàm A, do đó ta có:

$$\sigma_{Max} = \sigma_E = \frac{|M_x|_{Max}}{W_x} + \frac{|M_y|_{Max}}{W_y} = -\sigma_{Min} = -\sigma_F$$

$$\text{Suy ra } \max\{\sigma_{Max}, |\sigma_{Min}|\} = \sigma_{Max} = \frac{|M_x|_{Max}}{W_x} + \frac{|M_y|_{Max}}{W_y}$$

$$\text{Ta có: } W_x = \frac{bh^2}{6} \text{ và } W_y = \frac{hb^2}{6} \Rightarrow \sigma_{Max} = \frac{6 \cdot |M_x|_{Max}}{bh^2} + \frac{6 \cdot |M_y|_{Max}}{hb^2}$$

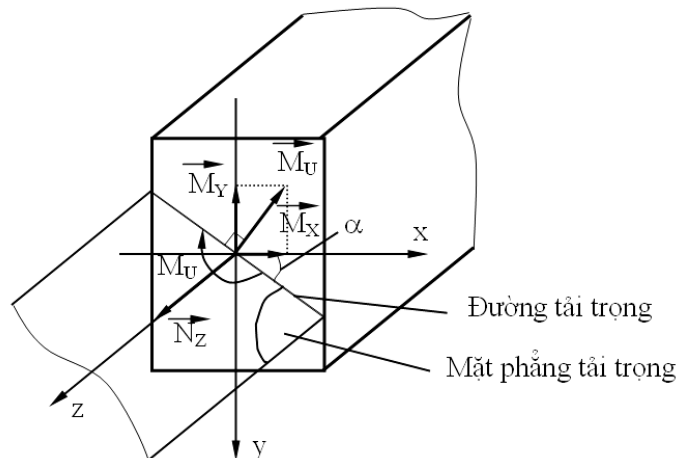
$$\sigma_{Max} = \frac{6 \cdot 3,6 \cdot 10^2}{6 \cdot 9^2} + \frac{6 \cdot 2,4 \cdot 10^2}{9 \cdot 6^2} = 8,89 \text{ kN/cm}^2$$

Kết luận: vậy giá trị tuyệt đối lớn nhất của ứng suất pháp trong dầm chịu uốn xiên theo đề bài là: $\sigma_{Max} = 8,89 \text{ kN/cm}^2$.

8.2. Thanh chịu uốn và kéo, nén đúng tâm đồng thời

8.2.1. Khái niệm

Thanh chịu uốn và kéo, nén đúng tâm đồng thời là thanh chịu lực sao cho trên mặt cắt ngang của thanh tồn tại các thành phần mô men uốn và lực dọc (Hình 8-5). Như trong uốn xiên ở đây cũng bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt.



Hình 8-5

8.2.2. Tính ứng suất

- Công thức tổng quát:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} \cdot y + \frac{M_y}{J_y} \cdot x + \frac{N_z}{F} \quad (8-10)$$

- Công thức kỹ thuật:

$$\sigma_z = \pm \frac{|M_x|}{J_x} \cdot |y| \pm \frac{|M_y|}{J_y} \cdot |x| \pm \frac{N_z}{F} \quad (8-11)$$

Lấy dấu (+) hoặc dấu (-) trước số hạng thứ nhất và thứ hai như trong uốn xiên, còn lấy dấu (+) hoặc dấu (-) trước số hạng thứ ba phụ thuộc N_z là lực kéo hoặc lực nén.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{Max} &= \frac{|M_x|}{J_x} \cdot |y_{Max}^K| + \frac{|M_y|}{J_y} \cdot |x_{Max}^K| \pm \frac{|N_z|}{F} \\ \sigma_{Min} &= -\frac{|M_x|}{J_x} \cdot |y_{Max}^N| - \frac{|M_y|}{J_y} \cdot |x_{Max}^N| \pm \frac{|N_z|}{F} \end{aligned} \right\} \quad (8-12)$$

8.2.3. Tính toán độ bền

a) Điều kiện bền (tương tự như trường hợp uốn xiên)

- Nếu thanh làm bằng vật liệu dẻo, thì điều kiện bền sẽ là:

$$\text{Max}\{\sigma_{Max}, |\sigma_{Min}|\} \leq [\sigma] \quad (8-13)$$

- Nếu thanh làm bằng vật liệu giòn, thì điều kiện bền sẽ là:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{Max} &\leq [\sigma_K] \\ |\sigma_{Min}| &\leq [\sigma_N] \end{aligned} \right. \quad (8-14)$$

b) Ba bài toán cơ bản theo điều kiện bền (tương tự như trường hợp uốn xiên)

Ví dụ 8.2:

Cho dầm chịu lực như Hình 8-6a. Biết $P_1=12\text{kN}$, $P_2=10,4\text{kN}$, $P_3=30\text{kN}$ và các kích thước: $a=0,5\text{m}$, $b=8\text{cm}$, $h=12\text{cm}$; vật liệu có $[\sigma]=12\text{kN/cm}^2$. Hãy kiểm tra bền cho dầm (bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt).

Giải:

- Vẽ biểu đồ nội lực các mô men uốn M_x , M_y và lực dọc N_z của thanh (kết quả như Hình 8-6b).

- Xác định giá trị tuyệt đối lớn nhất của ứng suất pháp.

+ Từ biểu đồ nội lực cho thấy, mặt cắt nguy hiểm nhất là mặt cắt tại ngàm A vì tại đó có giá trị tuyệt đối của $M_{x(max)}$, $M_{y(max)}$ và $N_{z(max)}$.

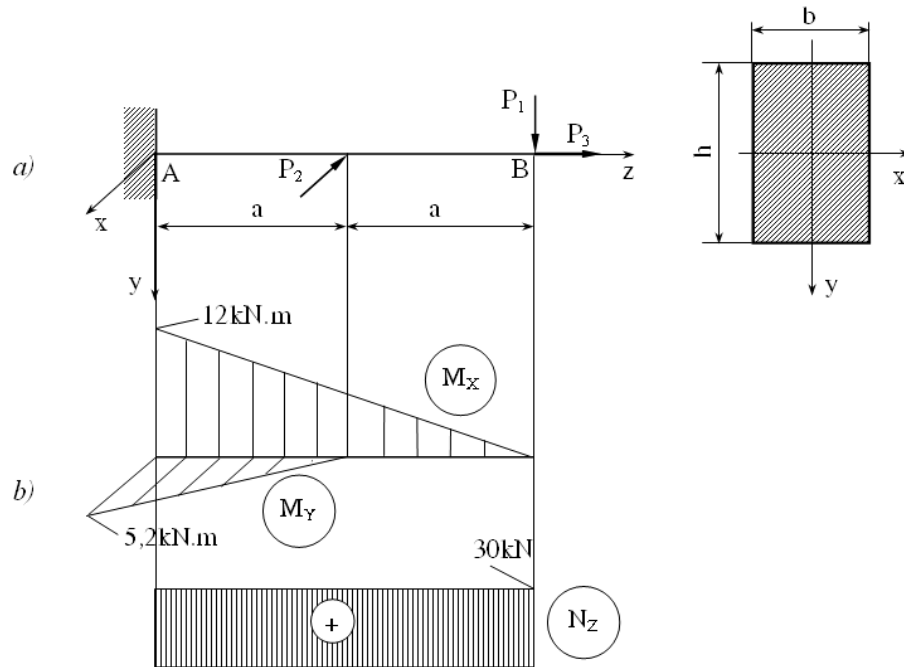
$$\sigma_{Max} = \frac{|M_x|_{Max}}{W_x} + \frac{|M_y|_{Max}}{W_y} + \frac{|N_z|_{Max}}{F}; \quad \sigma_{Min} = -\frac{|M_x|_{Max}}{W_x} - \frac{|M_y|_{Max}}{W_y} + \frac{|N_z|_{Max}}{F}$$

$$\text{Suy ra } \max\{\sigma_{Max}, |\sigma_{Min}|\} = \sigma_{Max} = \frac{|M_x|_{Max}}{W_x} + \frac{|M_y|_{Max}}{W_y} + \frac{|N_z|_{Max}}{F}$$

$$\sigma_{Max} = \frac{6 \cdot |M_x|_{Max}}{bh^2} + \frac{6 \cdot |M_y|_{Max}}{hb^2} + \frac{|N_z|_{Max}}{b \cdot h}$$

$$\sigma_{Max} = \frac{6 \cdot 12 \cdot 10^2}{8 \cdot 12^2} + \frac{6 \cdot 5,2 \cdot 10^2}{12 \cdot 8^2} + \frac{30}{8 \cdot 12} = 10,625 \text{ kN/cm}^2 < [\sigma] = 12 \text{ kN/cm}^2$$

Kết luận: vây đảm thỏa mãn điều kiện bền.



Hình 8-6

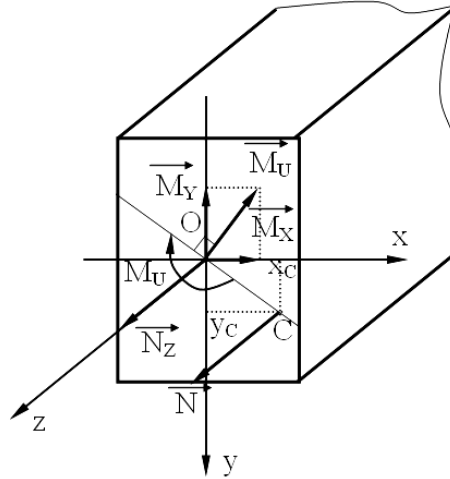
8.3. Thanh chịu kéo, nén lệch tâm

8.3.1. Khái niệm

Thanh chịu kéo hoặc nén lệch tâm là thanh chịu lực mà trên mặt cắt ngang của nó xuất hiện lực kéo hoặc nén N song song với trục thanh, nhưng điểm đặt không trùng với trọng tâm của mặt cắt ngang (Hình 8-7).

Gọi tọa độ của điểm đặt lực N là $C(x_C, y_C)$. Thực hiện dời điểm đặt lực N về trọng tâm O của mặt cắt ta được một lực dọc $N_Z = N$ và một mô men uốn M_U , phân tích M_U ra 02 thành phần M_x và M_y . Ta dễ dàng nhận thấy thanh trở về trùng với trường hợp chịu uốn và kéo, nén đúng tâm đồng thời. Khi đó:

$$\left. \begin{aligned} M_x &= N \cdot y_C \\ M_y &= N \cdot x_C \\ N_z &= N \end{aligned} \right\} \quad (8-15)$$



Hình 8-7

8.3.2. Tính ứng suất

Từ công thức (8-15) ta nhận được công thức tính ứng suất cho trường hợp thanh chịu kéo nén lệch tâm như sau:

$$\sigma_z = \pm \frac{|N \cdot y_C|}{J_x} \cdot |y| \pm \frac{|N \cdot x_C|}{J_y} \cdot |x| \pm \frac{|N|}{F} \quad (8-16)$$

Trong công thức (8-16) lấy dấu (+) hoặc dấu (-) trước số hạng thứ nhất và thứ hai như trong uốn xiên, còn lấy dấu (+) hoặc dấu (-) trước số hạng thứ ba phụ thuộc N là lực kéo hoặc lực nén.

Ứng suất cực trị:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{Max} &= \frac{|N \cdot y_C|}{J_x} \cdot |y_{Max}^K| + \frac{|N \cdot x_C|}{J_y} \cdot |x_{Max}^K| \pm \frac{|N|}{F} \\ \sigma_{Min} &= -\frac{|N \cdot y_C|}{J_x} \cdot |y_{Max}^N| - \frac{|N \cdot x_C|}{J_y} \cdot |x_{Max}^N| \pm \frac{|N|}{F} \end{aligned} \right\} \quad (8-17)$$

8.3.3. Tính toán độ bền

Điều kiện bền và ba bài toán cơ bản được xem xét tương tự như trong trường hợp thanh chịu uốn xiên.

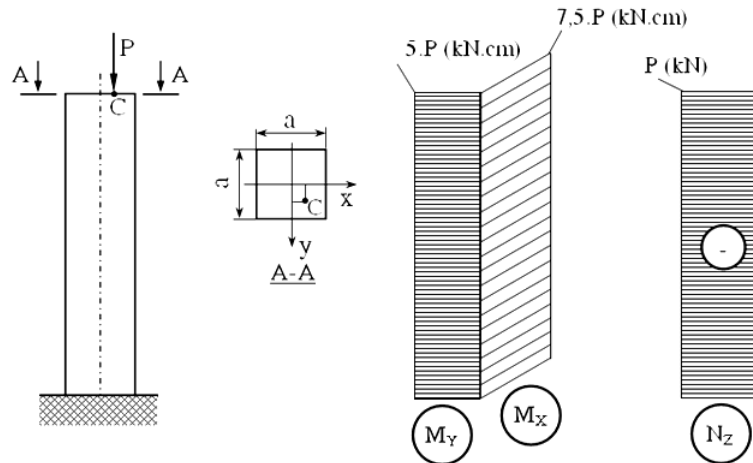
Ví dụ 8.3:

Cho cột bê tông chịu nén lệch tâm như Hình 8-8. Biết mặt cắt ngang của cột hình vuông với cạnh $a=30\text{cm}$; các ứng suất cho phép $[\sigma_K]=2\text{kN/cm}^2$,

$[\sigma_N]=20\text{kN/cm}^2$. Điểm đặt lực có tọa độ $x_C=5\text{cm}$, $y_C=7,5\text{cm}$. Hãy xác định trị số lực nén P cho phép theo điều kiện bền?

Giải:

- Biểu đồ nội lực M_x , M_y và N_z của thanh (Hình 8-8).



Hình 8-8

- Xác định các giá trị cực trị của ứng suất pháp.

Từ điều kiện bền, ta có:

$$\sigma_{Max} = \frac{|N \cdot y_C|}{J_x} \cdot |y_{Max}^K| + \frac{|N \cdot x_C|}{J_y} \cdot |x_{Max}^K| - \frac{|N|}{F} \leq [\sigma_K]$$

$$\sigma_{Min} = -\frac{|N \cdot y_C|}{J_x} \cdot |y_{Max}^N| - \frac{|N \cdot x_C|}{J_y} \cdot |x_{Max}^N| - \frac{|N|}{F} \leq [\sigma_N]$$

MCN hình vuông, suy ra: $|y_{Max}^K| = |y_{Max}^N| = |x_{Max}^K| = |x_{Max}^N|$ và $W_x = W_y = \frac{a^3}{6}$

$$\sigma_{Max} = \left(\frac{6.7,5}{30^3} + \frac{6.5}{30^3} - \frac{1}{30^2} \right) \cdot P \leq [\sigma_K] = 2 \Rightarrow P \leq \frac{2.30^3}{(6.12,5 - 30)} = 1200\text{kN}$$

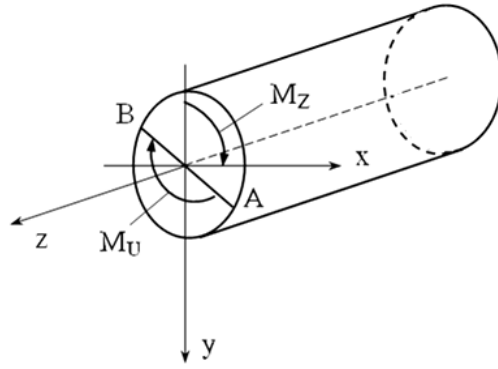
$$|\sigma_{Min}| = \left(\frac{6.7,5}{30^3} + \frac{6.5}{30^3} + \frac{1}{30^2} \right) \cdot P \leq [\sigma_N] = 20 \Rightarrow P \leq \frac{20.30^3}{(6.12,5 + 30)} = 5143\text{kN}$$

Kết luận: vậy chọn $[P] = 1200 \text{ kN}$.

8.4. Thanh chịu uốn và xoắn đồng thời

8.4.1. Khái niệm

Thanh chịu uốn và xoắn đồng thời là thanh chịu lực sao cho trên mặt cắt ngang của nó xuất hiện cả mô men uốn và mô men xoắn nội lực (Hình 8-9).



Hình 8-9

Ở đây, ta chỉ xét những thanh chịu uốn và xoắn đồng thời mà mặt cắt ngang của nó là hình tròn hoặc hình vành khăn, đồng thời bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt. Do đó, các trục đi qua trọng tâm đều là trục quán tính chính trung tâm.

$$\text{Ta có: } M_U^2 = M_x^2 + M_y^2; W_P = 2.W_U = 2.W_x$$

8.4.2. Tính ứng suất

Do chỉ xét cho các thanh có mặt cắt ngang hình tròn hoặc hình vành khăn nên bài toán được đưa về dạng uốn phẳng và xoắn đồng thời. Vì vậy, giao điểm của đường tải trọng với chu vi ngoài của mặt cắt ngang là các điểm có ứng suất pháp cực trị và các điểm nằm trên chu vi ngoài của mặt cắt ngang là các điểm có ứng suất tiếp cực trị.

$$\sigma_{Max} = \sigma_A = \frac{|M_U|}{W_U} = \frac{|M_U|}{W_x} = -\sigma_{Min} = -\sigma_B \quad (8-18)$$

$$\tau_{Max} = \frac{|M_z|}{W_P} = \frac{|M_z|}{2.W_x} \quad (8-19)$$

8.4.3. Tính toán độ bền

a) Điều kiện bền

Xét tại mặt cắt ngang nguy hiểm có $\sqrt{M_U^2 + M_z^2}$ là lớn nhất.

- Theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma^2 + 4.\tau^2} = \frac{1}{W_x} \cdot \sqrt{M_U^2 + M_z^2} = \frac{1}{W_x} \cdot \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} \quad (8-20)$$

- Theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng lớn nhất:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma^2 + 3.\tau^2} = \frac{1}{W_x} \cdot \sqrt{M_U^2 + \frac{3}{4}M_z^2} = \frac{1}{W_x} \cdot \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + \frac{3}{4}M_z^2} \quad (8-21)$$

b) Ba bài toán cơ bản theo điều kiện bền (như trong uốn xiên)

Ví dụ 8.4:

Cho thanh tròn có đường kính không đổi $D=10\text{cm}$, chịu uốn và xoắn đồng thời như Hình 8-10. Biết $P_1=8\text{kN}$, $P_2=8\text{kN}$, $M_1=5\text{kN.m}$, $M_2=5\text{kN.m}$, $a=0,5\text{m}$, $[\sigma]=16\text{kN/cm}^2$, $G=8.10^3\text{kN/cm}^2$. Hãy kiểm tra bền cho thanh theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất.

Giải:

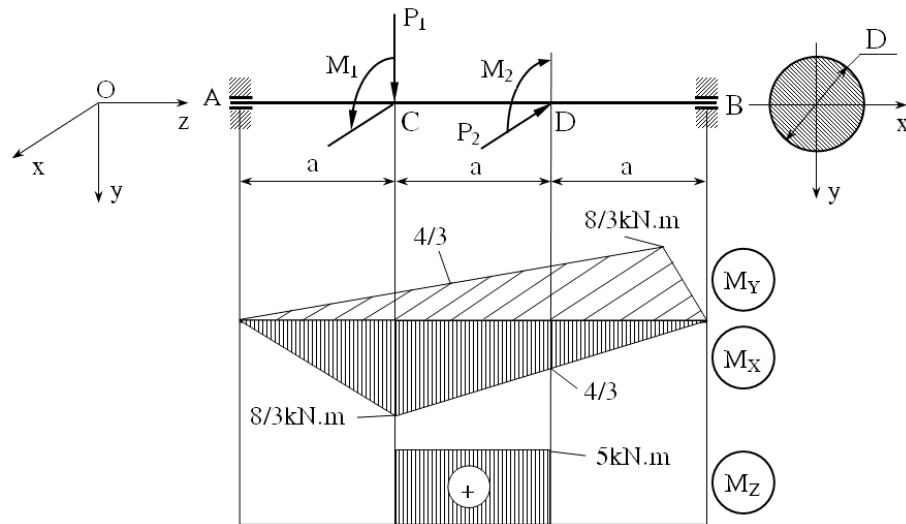
- Biểu đồ nội lực M_x , M_y và M_z của thanh (Hình 8-10).
- Mặt cắt ngang nguy hiểm tại C hoặc D.

Theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất ta có:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \frac{1}{W_x} \cdot \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

$$\sigma_{td} = \frac{1 \cdot 10^2}{0,1 \cdot 10^3} \cdot \sqrt{\left(\frac{8}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 + 5^2} = 5,821 \text{ kN/cm}^2 < [\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$$

Kết luận: thanh thỏa mãn điều kiện bền.



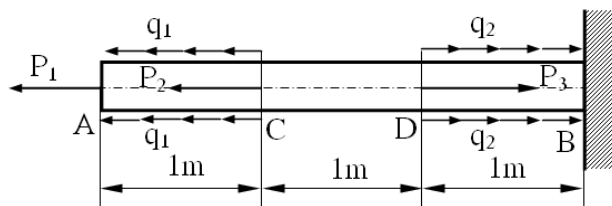
Hình 8-10

Trường hợp gập thanh chịu lực tổng quát, trên mặt cắt ngang có cả N_z , M_x , M_y , M_z . Ta tính toán giống như thanh chịu uốn và xoắn đồng thời nhưng khi tính ứng suất pháp phải kể đến ảnh hưởng của N_z .

BÀI TẬP

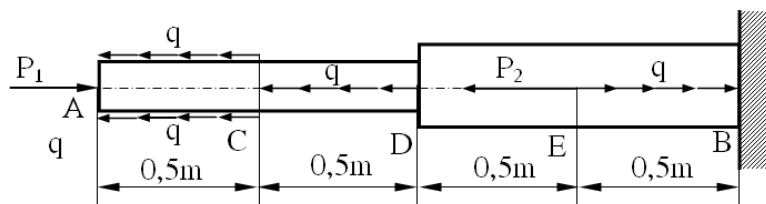
1. BÀI TẬP VẼ BIỂU ĐỒ NỘI LỰC

Bài 1.1. Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh chịu kéo, nén đúng tâm như hình 1-1.
 Biết: $P_1=15\text{kN}$, $P_2=10\text{kN}$, $P_3=20\text{kN}$, $q_1=10\text{kN/m}$, $q_2=25\text{kN/m}$.



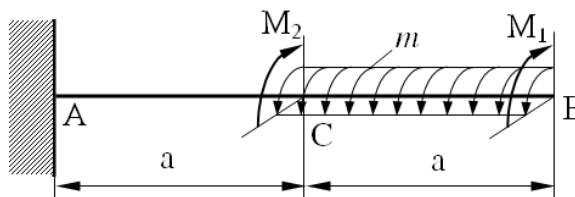
Hình 1-1

Bài 1.2. Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh chịu kéo, nén đúng tâm như hình 1-2.
 Biết: $P_1=10\text{kN}$, $P_2=25\text{kN}$, $q=15\text{kN/m}$.



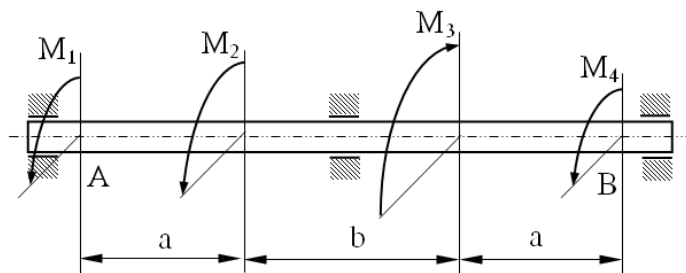
Hình 1-2

Bài 1.3. Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh chịu xoắn thuần túy như hình 1-3. Biết tải trọng và kích thước như sau: $M_1=15\text{kNm}$, $M_2=12\text{kNm}$, $m=20\text{kNm/m}$, $a=1\text{m}$.



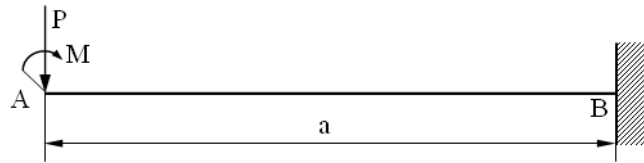
Hình 1-3

Bài 1.4. Vẽ biểu đồ nội lực cho trục chịu xoắn thuần túy như hình 1-4. Biết tải trọng và kích thước như sau: $M_1=1,2\text{kNm}$, $M_2=1,3\text{kNm}$, $M_3=3\text{kNm}$, $M_4=0,5\text{kNm}$, $a=0,7\text{m}$, $b=1\text{m}$.



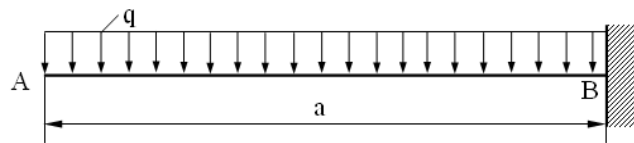
Hình 1-4

Bài 1.5. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-5. Biết tải trọng và kích thước như sau: $P=10\text{kN}$, $M=15\text{kNm}$, $a=2\text{m}$.



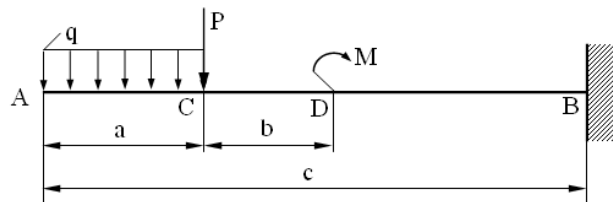
Hình 1-5

Bài 1.6. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-6. Biết tải trọng và kích thước như sau: $q=10\text{kN/m}$, $a=2,5\text{m}$.



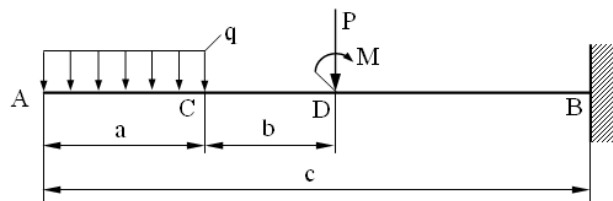
Hình 1-6

Bài 1.7. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-7. Biết tải trọng và kích thước như sau: $q=20\text{kN/m}$, $P=15\text{kN}$, $M=25\text{kNm}$, $a=0,6\text{m}$, $b=0,5\text{m}$, $c=2,2\text{m}$.



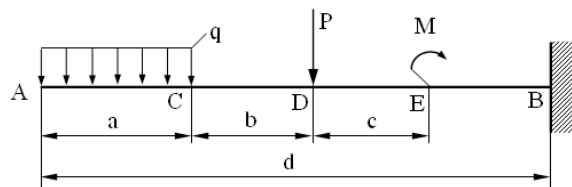
Hình 1-7

Bài 1.8. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-8. Biết tải trọng và kích thước như sau: $q=10\text{kN/m}$, $P=10\text{kN}$, $M=20\text{kNm}$, $a=0,8\text{m}$, $b=0,7\text{m}$, $c=3\text{m}$.



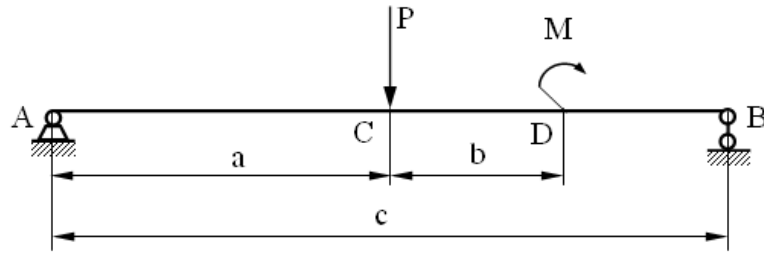
Hình 1-8

Bài 1.9. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-9. Biết tải trọng và kích thước như sau: $q=5\text{kN/m}$, $P=8\text{kN}$, $M=20\text{kNm}$, $a=1\text{m}$, $b=1\text{m}$, $c=1\text{m}$, $d=4\text{m}$.



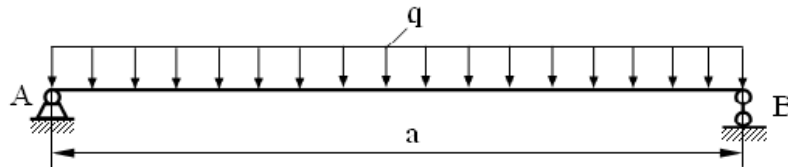
Hình 1-9

Bài 1.10. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-10. Biết tải trọng và kích thước như sau: $P=20\text{kN}$, $M=16\text{kNm}$, $a=2\text{m}$, $b=1\text{m}$, $c=4\text{m}$.



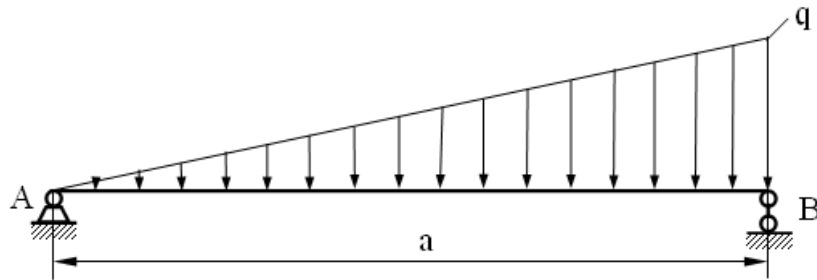
Hình 1-10

Bài 1.11. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-11. Biết tải trọng và kích thước như sau: $q=10\text{kN/m}$, $a=3\text{m}$.



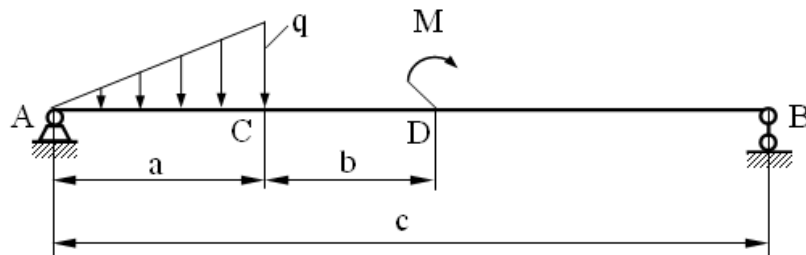
Hình 1-11

Bài 1.12. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-12. Biết tải trọng phân bố theo quy luật bậc nhất, tại B có cường độ $q=30\text{kN/m}$, chiều dài $a=4\text{m}$.



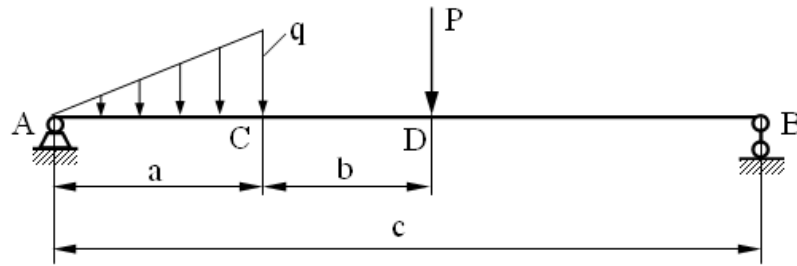
Hình 1-12

Bài 1.13. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-13. Biết tải trọng và kích thước như sau: $q=30\text{kN/m}$, $M=12\text{kNm}$, $a=1\text{m}$, $b=1\text{m}$, $c=4\text{m}$.



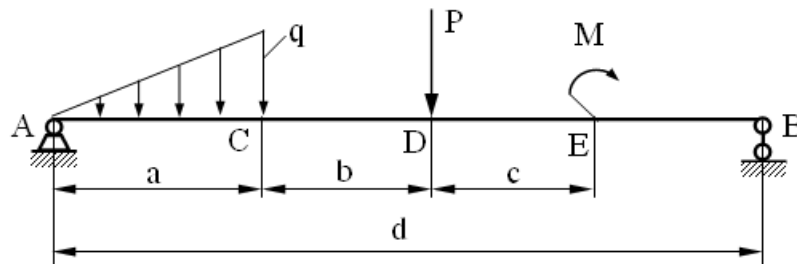
Hình 1-13

Bài 1.14. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-14. Biết tải trọng và kích thước như sau: $q=15\text{kN/m}$, $P=18\text{kN}$, $a=0,8\text{m}$, $b=0,8\text{m}$, $c=3,2\text{m}$.



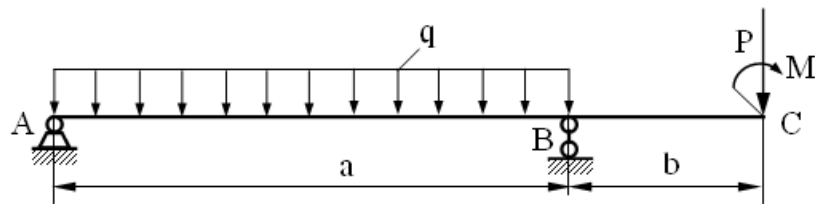
Hình 1-14

Bài 1.15. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-15. Biết tải trọng và kích thước như sau: $q=12\text{kN/m}$, $P=14\text{kN}$, $M=16\text{kNm}$, $a=1\text{m}$, $b=1\text{m}$, $c=1\text{m}$, $d=4\text{m}$.



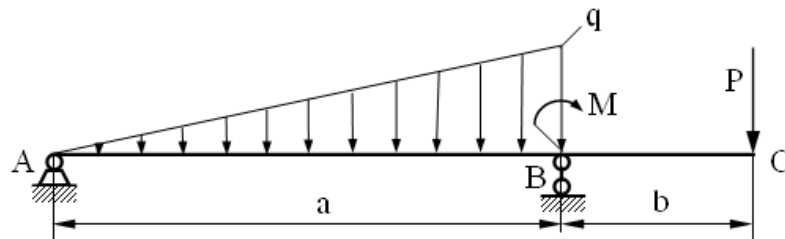
Hình 1-15

Bài 1.16. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-16. Biết tải trọng và kích thước như sau: $q=8\text{kN/m}$, $P=6\text{kN}$, $M=10\text{kNm}$, $a=4\text{m}$, $b=1,5\text{m}$.



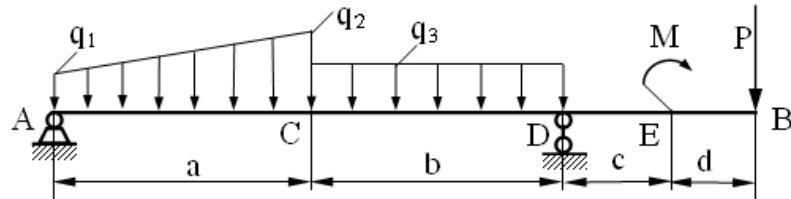
Hình 1-16

Bài 1.17. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-17. Biết tải trọng và kích thước như sau: $q=18\text{kN/m}$, $P=8\text{kN}$, $M=10\text{kNm}$, $a=4\text{m}$, $b=1,5\text{m}$.



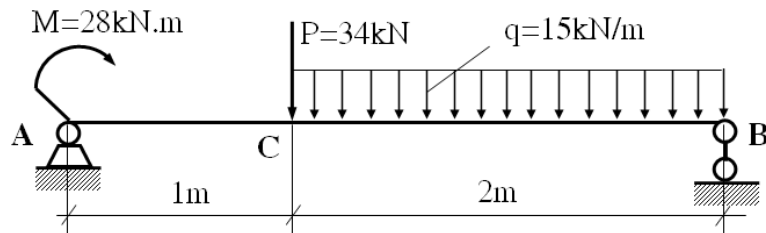
Hình 1-17

Bài 1.18. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-18. Biết tải trọng và kích thước như sau: $q_1=10\text{kN/m}$, $q_2=16\text{kN/m}$, $q_3=10\text{kN/m}$, $P=4\text{kN}$, $M=12\text{kNm}$, $a=2\text{m}$, $b=2\text{m}$, $c=1\text{m}$, $d=1\text{m}$.



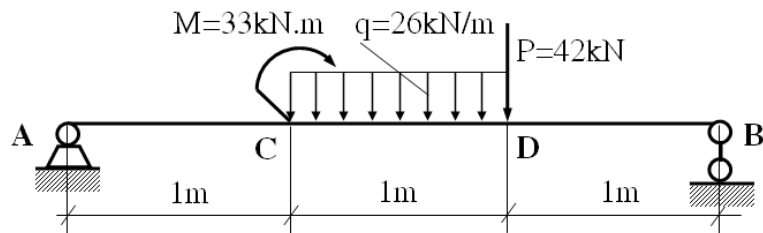
Hình 1-18

Bài 1.19. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-19.



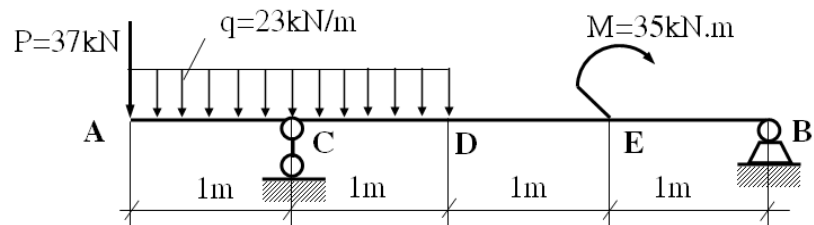
Hình 1-19

Bài 1.20. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-20.



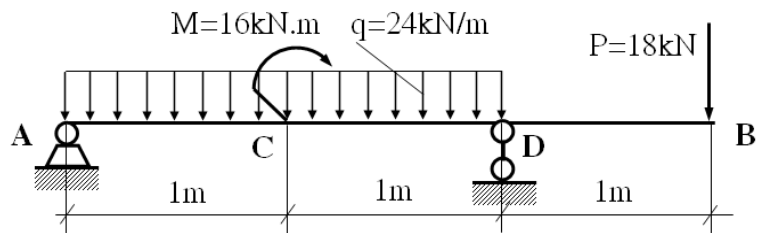
Hình 1-20

Bài 1.21. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-21.



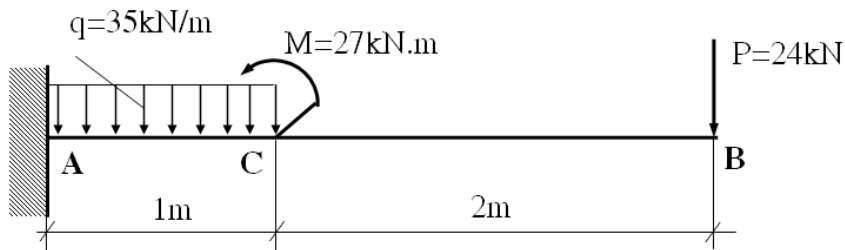
Hình 1-21

Bài 1.22. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-22.



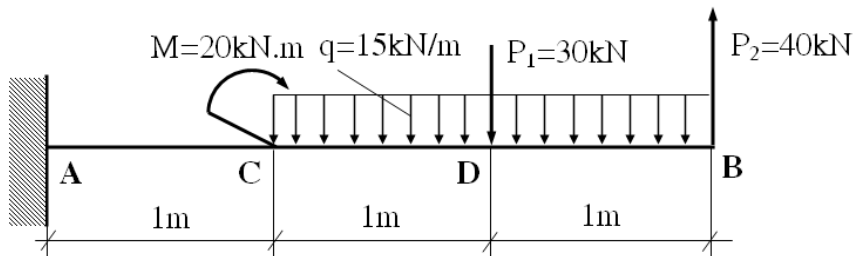
Hình 1-22

Bài 1.23. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-23.



Hình 1-23

Bài 1.24. Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu uốn như hình 1-24.

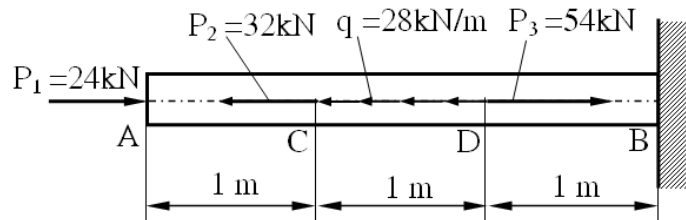


Hình 1-24

2. BÀI TẬP THANH CHỊU KÉO NÉN ĐÚNG TÂM

Bài 2.1. Cho thanh chịu kéo, nén đúng tâm như hình 2-1. Biết thanh có tiết diện tròn không đổi với đường kính $D=2\text{cm}$ và $E=2 \cdot 10^4 \text{kN/cm}^2$.

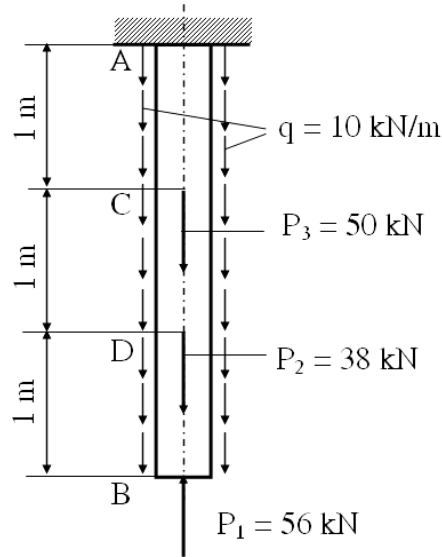
- Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh.
- Xác định các ứng suất pháp cực trị cho thanh.
- Xác định biến dạng dài tuyệt đối cho toàn bộ thanh.



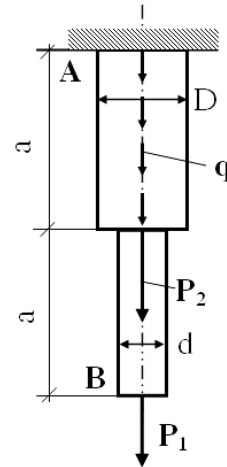
Hình 2-1

Bài 2.2. Cho thanh chịu kéo, nén đúng tâm như hình 2-2. Biết thanh làm bằng vật liệu có $E=2.10^4 \text{ kN/cm}^2$, $[\sigma]=15 \text{ kN/cm}^2$, $[\delta]=0,045 \text{ cm}$, mặt cắt ngang tròn đường kính không đổi $D=4 \text{ cm}$.

- Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh.
- Kiểm tra độ bền của thanh.
- Kiểm tra độ cứng của thanh.



Hình 2-2



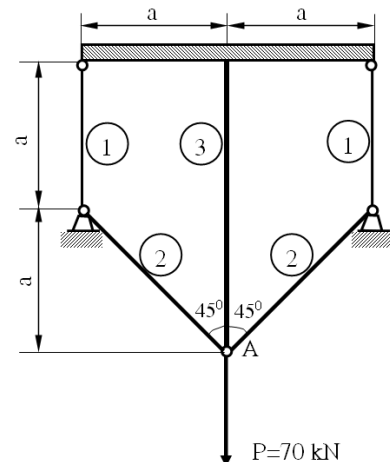
Hình 2-3

Bài 2.3. Cho thanh chịu kéo, nén đúng tâm như hình 2-3. Biết: $P_1=34 \text{ kN}$, $P_2=50 \text{ kN}$, $q=27 \text{ kN/m}$; $[\sigma]=15 \text{ kN/cm}^2$, $E=2.10^4 \text{ kN/cm}^2$; $D=5 \text{ cm}$, $d=2,5 \text{ cm}$, $a=0,5 \text{ m}$.

- Vẽ biểu đồ lực dọc cho thanh.
- Kiểm tra bền cho thanh.
- Tính biến dạng dài tuyệt đối cho toàn bộ thanh.

Bài 2.4. Cho hệ gồm 5 thanh chịu lực như hình 2-4. Biết các thanh làm cùng một loại vật liệu có $E=2.10^7 \text{ N/cm}^2$; tiết diện ngang của các thanh như sau: $F_1=2,5 \text{ cm}^2$; $F_2=4 \text{ cm}^2$; $F_3=7 \text{ cm}^2$; $a=1 \text{ m}$.

- Tính ứng suất trong các thanh.
- Tính chuyển vị của điểm A.



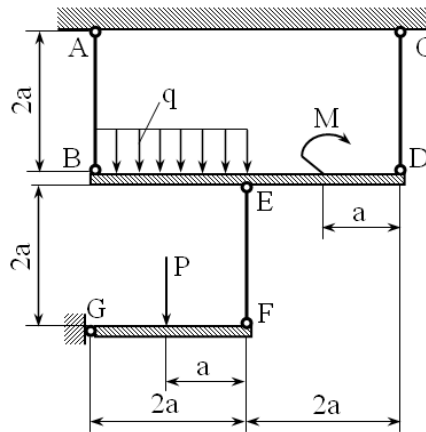
Hình 2-4

Bài 2.5. Cho hệ thống thanh chịu lực như hình 2-5. Biết các thanh treo AB, CD và EF có mặt cắt ngang tròn và làm cùng một loại vật liệu có $E=2.10^4 \text{kN/cm}^2$; $[\sigma]=16 \text{kN/cm}^2$; các thanh BD và GF được xem như tuyệt đối cứng; các tải trọng $q=100 \text{kN/m}$; $P=100 \text{kN}$; $M=10 \text{kN.m}$; kích thước $a=1 \text{m}$.

a) Xác định kích thước mặt cắt ngang của các thanh AB, CD và EF theo điều kiện bền.

b) Tính biến dạng dài tuyệt đối của các thanh AB, CD và EF theo kích thước tính được.

c) Xác định chuyển vị thẳng đứng của điểm F theo kích thước tính được.

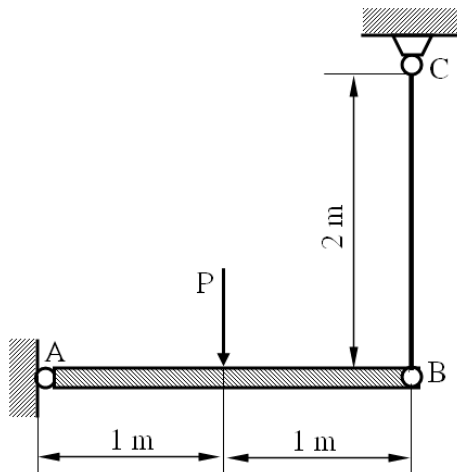


Hình 2-5

Bài 2.6. Cho hệ thanh chịu lực như hình 2-6. Biết thanh AB tuyệt đối cứng; thanh treo BC có mặt cắt ngang tròn và làm bằng vật liệu có $E=2.10^4 \text{kN/cm}^2$, $[\sigma]=12 \text{kN/cm}^2$; tải trọng $P=90 \text{kN}$.

a) Xác định kích thước mặt cắt ngang của thanh BC theo điều kiện bền.

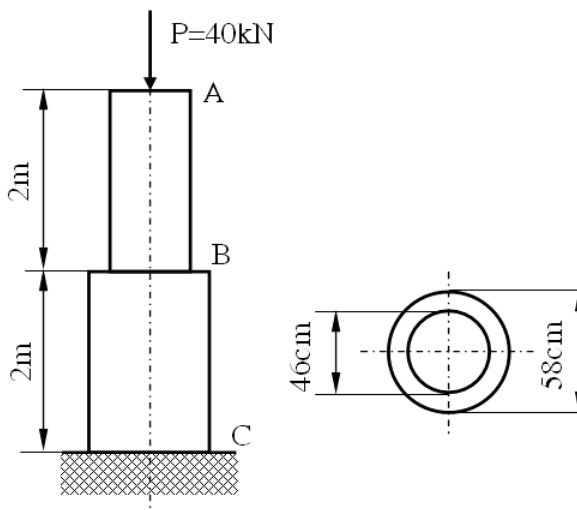
b) Tính chuyển vị của điểm B theo kích thước tính được.



Hình 2-6

Bài 2.7. Cho cột bê tông dạng bậc có mặt cắt ngang tròn chịu nén như hình 2-7. Biết trọng lượng riêng của cột $\gamma=25\text{kN/m}^3$; mô đun đàn hồi $E=2.10^3 \text{ kN/cm}^2$.

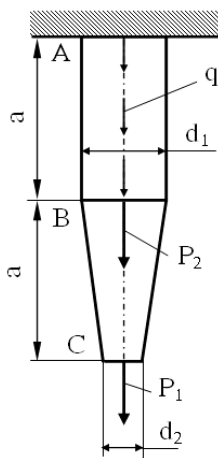
- Vẽ biểu đồ nội lực cho cột.
- Xác định ứng suất trên mặt cắt ngang tại chân cột C.
- Xác định chuyển vị của mặt cắt ngang tại đỉnh cột A.



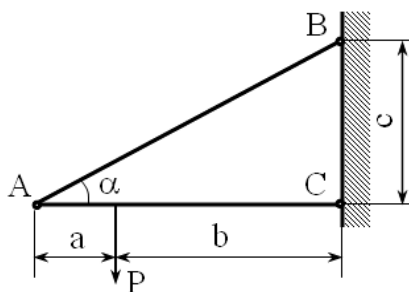
Hình 2-7

Bài 2.8. Cho thanh chịu kéo đúng tâm như hình 2-8, đoạn AB có mặt cắt ngang tròn không đổi với đường kính $d_1=8\text{cm}$, đoạn BC có mặt cắt ngang tròn thay đổi tuyến tính với đường kính tại A là d_1 và đường kính tại C là $d_2=4\text{cm}$; kích thước chiều dài mỗi đoạn $a=1\text{m}$. Các tải trọng $P_1=60\text{kN}$, $P_2=48\text{kN}$, $q=26\text{kN/m}$; vật liệu có $[\sigma]=16\text{kN/cm}^2$, $E=2.10^4\text{kN/cm}^2$.

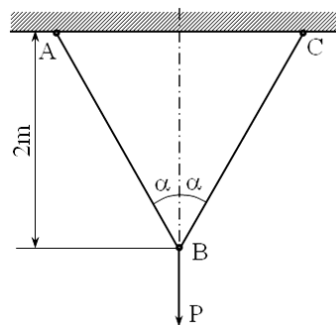
- Vẽ biểu đồ lực dọc cho thanh.
- Kiểm tra bền cho thanh.
- Tính chuyển vị của mặt cắt ngang tại C.



Hình 2-8



Hình 2-9



Hình 2-10

Bài 2.9. Cho hệ chịu lực như hình 2-9. Biết tải trọng $P=30\text{kN}$; các kích thước $a=1\text{m}$, $b=3\text{m}$, $c=2,5\text{m}$; thanh AB có mặt cắt ngang tròn và được làm bằng vật liệu có $[\sigma]=16\text{kN/cm}^2$, $E=2.10^4\text{kN/cm}^2$; thanh AC được xem như tuyệt đối cứng.

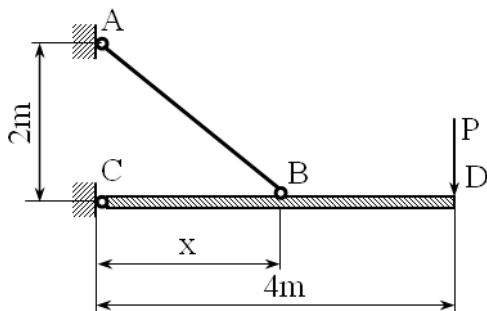
- Xác định kích thước mặt cắt ngang của thanh AB.
- Xác định chuyển vị thẳng đứng của điểm A.

Bài 2.10. Cho hệ chịu lực như hình 2-10. Biết các thanh AB và BC có mặt cắt ngang tròn đường kính $d=2\text{cm}$ và được làm bằng thép có ứng suất cho phép $[\sigma]=16\text{kN/cm}^2$, $E=2.10^4\text{kN/cm}^2$; góc $\alpha=30^\circ$.

- Xác định tải trọng P cho phép để đảm bảo độ bền của các thanh AB và BC.
- Tính chuyển vị thẳng đứng của điểm B theo tải trọng xác định được.

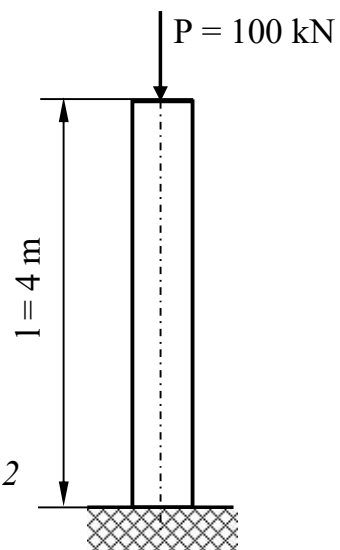
Bài 2.11. Cho hệ chịu lực như hình 2-11. Biết thanh AB có mặt cắt ngang tròn đường kính $d=2\text{cm}$ và được làm bằng vật liệu có, $E=2.10^4\text{kN/cm}^2$; tải trọng $P=15\text{kN}$; thanh CD được xem như tuyệt đối cứng.

- Xác định ứng suất trên mặt cắt ngang của thanh AB khi $x=2\text{m}$.
- Xác định chuyển vị thẳng đứng của điểm B khi $x=2\text{m}$.
- Tìm x để chuyển vị thẳng đứng của điểm D là nhỏ nhất.



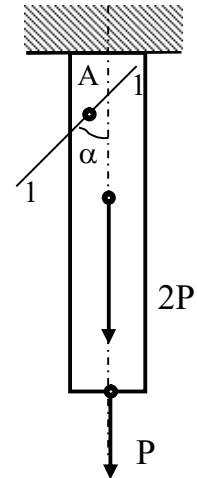
Hình 2-11

Bài 2.12. Cho cột chịu nén đúng tâm như hình 2-12. Biết cột làm bằng vật liệu có $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$, $[\sigma] = 14 \text{ kN/cm}^2$, $[\delta] = 0,05 \text{ cm}$, mặt cắt ngang tròn đường kính D . Hãy xác định kích thước D theo điều kiện bền và cứng? Bỏ qua trọng lượng của cột.



Hình 2-12

Bài 2.13. Nếu kéo một thanh thép tròn có chiều dài $l_t = 3\text{m}$, đường kính $d_t = 1,6\text{mm}$ bởi lực P thì nó giãn dài $\Delta l_t = 1,3\text{mm}$. Nhưng nếu kéo một thanh đồng có chiều dài $l_d = 1,8\text{m}$, đường kính $d_d = 3,2\text{mm}$ cũng bởi lực P đó thì nó giãn dài $\Delta l_d = 0,39\text{mm}$. Tính mô đun đàn hồi của thanh đồng? Biết mô đun đàn hồi của thanh thép là $E_t = 2.10^7 \text{ N/cm}^2$.



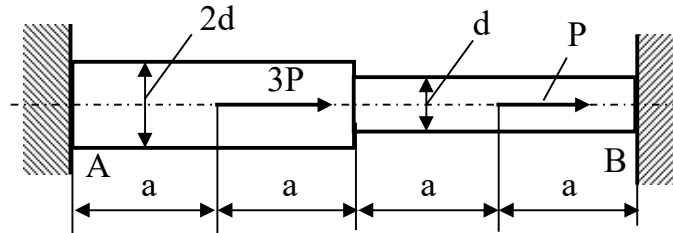
Hình 2-14

Bài 2.14. Cho thanh chịu kéo đúng tâm như hình 2-14. Biết thanh có mặt cắt ngang không đổi diện tích $F = 2 \text{ cm}^2$, ứng suất pháp trên mặt cắt xiên 1-1 đi qua điểm A và hợp với mặt cắt ngang một góc $\alpha = 45^\circ$ là $\sigma = 8\text{kN/cm}^2$. Hãy xác định giá trị của lực P ?

Bài 2.15. Cho trục bậc chịu ngàm hai đầu như hình 2-15. Biết $a = 0,5\text{m}$, $P = 30\text{kN}$, $E = 2.10^7 \text{ N/cm}^2$, $[\sigma] = 16\text{kN/cm}^2$.

a, Vẽ biểu đồ nội lực cho trục.

b, Xác định đường kính d để trục đủ độ bền.



Hình 2-15

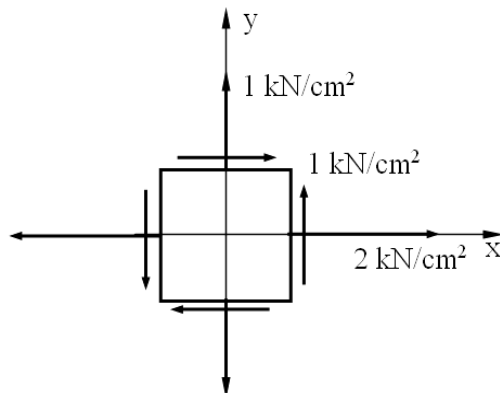
3. BÀI TẬP TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT

Bài 3.1. Cho trạng thái ứng suất phẳng như hình 3-1.

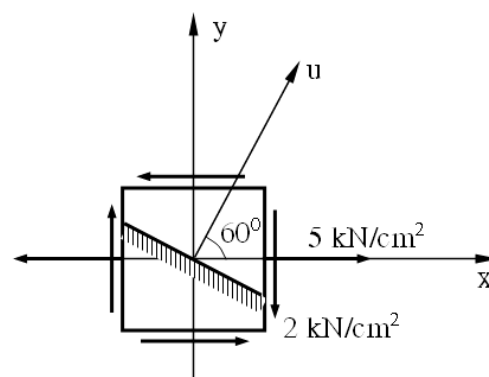
a) Xác định các ứng suất chính và phương chính.

b) Xác định các ứng suất tiếp cực trị và mặt tác động của nó.

c) Xác định biến dạng thể tích tỉ đối, biết $E=2.10^4\text{kN/cm}^2$, $\mu=0,3$.



Hình 3-1



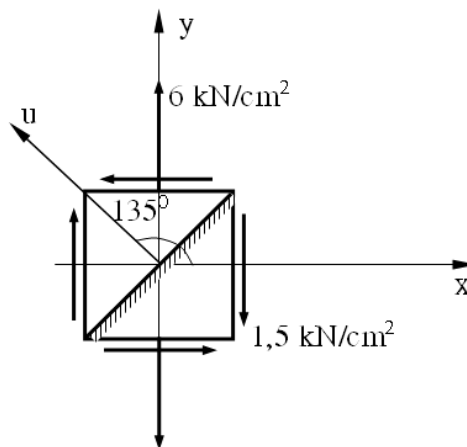
Hình 3-2

Bài 3.2. Cho trạng thái ứng suất phẳng như hình 3-2.

- Xác định ứng suất trên mặt có pháp tuyến u hợp với phương x một góc 60° .
- Xác định các ứng suất chính và phương chính.
- Xác định biến dạng dài tỉ đối lớn nhất, biết $E=2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$, $\mu=0,3$.

Bài 3.3. Cho trạng thái ứng suất phẳng như hình 3-3.

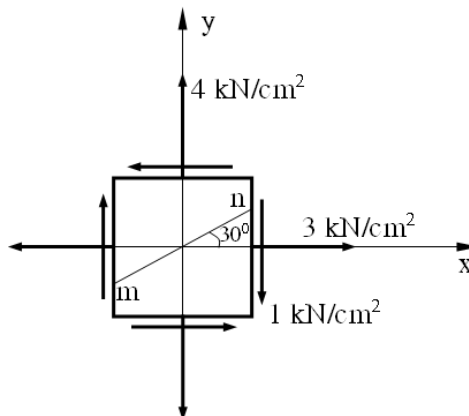
- Tìm ứng suất trên mặt có pháp tuyến u hợp với phương x một góc 135° .
- Xác định các ứng suất chính và phương chính.
- Xác định biến dạng thể tích tỉ đối, biết $E=2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$, $\mu=0,3$.



Hình 3-3

Bài 3.4. Cho trạng thái ứng suất phẳng như hình 3-4.

- Xác định các ứng suất chính và phương chính.
- Xác định biến dạng dài theo phương m-n hợp với phương x một góc 30° .
- Xác định biến dạng thể tích tỉ đối, biết $E=2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$, $\mu=0,3$.



Hình 3-4

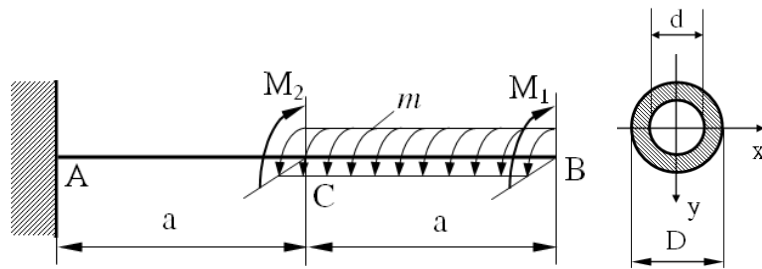
Bài 3.5. Cho một trạng thái ứng suất phẳng. Biết: $\sigma_y = 3 \text{ kN/cm}^2$, ứng suất trên mặt nghiêng có pháp tuyến u hợp với trục x một góc $\alpha=45^\circ$ là $\sigma_u = 1 \text{ kN/cm}^2$ và $\tau_{uv} = -0,5 \text{ kN/cm}^2$; $E=2.10^4 \text{ kN/cm}^2$; $\mu=0,3$.

- Xác định các ứng suất chính và phương chính.
- Xác định các ứng suất tiếp cực trị và mặt tác động của nó.
- Xác định biến dạng thể tích tỉ đối.

6. BÀI TẬP THANH CHỊU XOẮN THUẦN TÚY

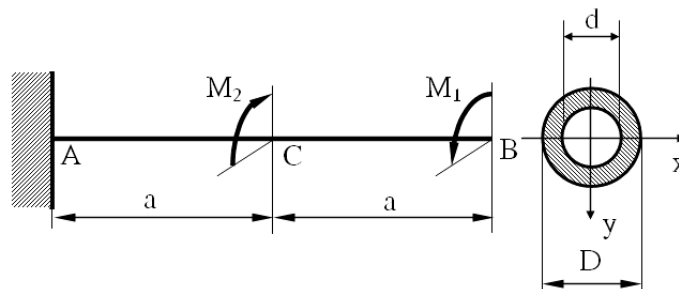
Bài 6.1. Cho thanh chịu xoắn như hình 6-1. Biết thanh có mặt cắt ngang hình vành khăn không đối với $d=7\text{cm}$; $D=14\text{cm}$; thanh làm bằng vật liệu có $[\tau]=8\text{kN/cm}^2$; $[\theta]=0,35^\circ/\text{m}$; $G=8.10^3\text{kN/cm}^2$; các mô men tải trọng $M_1=15\text{kNm}$, $M_2=12\text{kNm}$, $m=20\text{kNm/m}$; chiều dài $a=1\text{m}$.

- Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh.
- Kiểm tra độ bền và độ cứng cho thanh.
- Tính góc xoắn của mặt cắt ngang tại B.



Hình 6-1

Bài 6.2. Cho thanh chịu xoắn như hình 6-2. Biết thanh có mặt cắt ngang hình vành khăn không đối với $\eta=d/D=0,75$; thanh làm bằng vật liệu có $[\tau]=8\text{kN/cm}^2$; $[\theta]=0,3^\circ/\text{m}$; $G=8.10^3\text{kN/cm}^2$; các tải trọng $M_1=10\text{kN.m}$; $M_2=4\text{kN.m}$; kích thước $a=0,8\text{m}$.



Hình 6-2

- Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh.

b) Xác định kích thước mặt cắt ngang cho thanh.

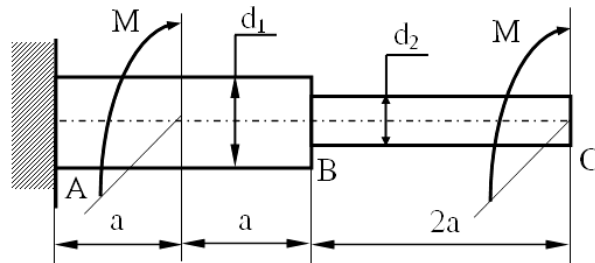
c) Tính góc xoắn của mặt cắt ngang tại B.

Bài 6.3. Cho thanh tròn chịu xoắn như hình 6-3. Thanh gồm 2 đoạn, đoạn AB có đường kính $d_1=5\text{cm}$, đoạn BC có đường kính $d_2=3\text{cm}$; kích thước $a=0,5\text{m}$; thanh làm bằng vật liệu có $[\tau]=8\text{kN/cm}^2$; $[\theta]=0,3^\circ/\text{m}$; $G=8.10^3\text{kN/cm}^2$.

a) Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh.

b) Xác định giá trị cho phép của mô men tải trọng M.

c) Tính góc xoắn của mặt cắt ngang tại C.



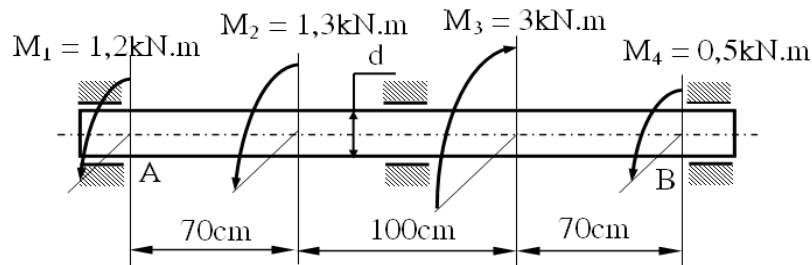
Hình 6-3

Bài 6.4. Cho trục truyền có mặt cắt ngang hình tròn đường kính không đổi d , chịu xoắn như hình 6-4. Biết vật liệu có $[\tau]=8\text{kN/cm}^2$; $[\theta]=0,3^\circ/\text{m}$; $G=8.10^6\text{N/cm}^2$.

a) Vẽ biểu đồ nội lực cho trục.

b) Xác định kích thước mặt cắt ngang của trục.

c) Tính góc xoắn giữa hai mặt cắt ngang tại A và B.



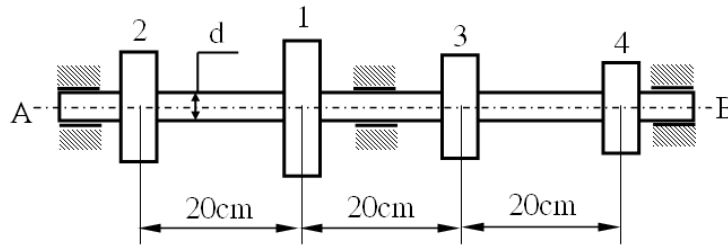
Hình 6-4

Bài 6.5. Cho trục truyền AB có có mặt cắt ngang hình tròn với đường kính không đổi d , mang 4 puli như hình 6-5. Biết puli 1 nhận công suất $N_1=1180\text{W}$, truyền cho các puli 2, 3, 4 các công suất tương ứng là: $N_2=500\text{W}$, $N_3=420\text{W}$, $N_4=260\text{W}$. Vật liệu có $[\tau]=6\text{kN/cm}^2$; $[\theta]=0,3^\circ/\text{m}$; $G=8.10^3\text{kN/cm}^2$. Tốc độ quay của trục $n=520$ vòng/phút.

a) Vẽ biểu đồ nội lực cho trục.

b) Xác định đường kính d của trục.

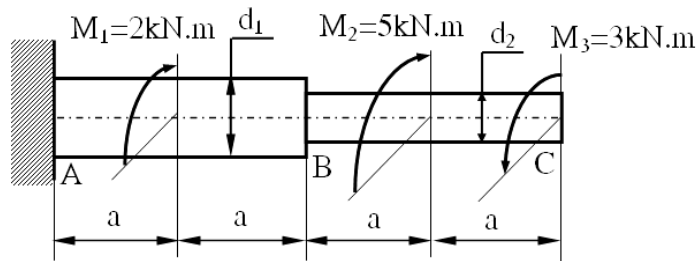
c) Tính góc xoắn giữa hai mặt cắt ngang lắp puli 2 và puli 4.



Hình 6-5

Bài 6.6. Cho thanh có mặt cắt ngang tròn chịu xoắn như hình 6-6. Thanh gồm 2 đoạn, đoạn AB có đường kính $d_1=10\text{cm}$, đoạn BC có đường kính $d_2=7\text{cm}$; kích thước $a=0,5\text{m}$; thanh làm bằng vật liệu có $[\tau]=8\text{kN/cm}^2$; $[\theta]=0,35^\circ/\text{m}$; $G=8.10^6\text{N/cm}^2$.

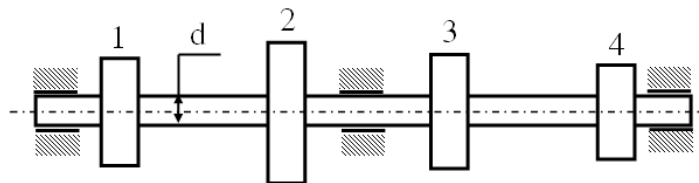
- Vẽ biểu đồ nội lực cho thanh.
- Kiểm tra độ bền và độ cứng của thanh.
- Tính góc xoắn của mặt cắt ngang tại C.



Hình 6-6

Bài 6.7. Cho trục truyền có mặt cắt ngang hình tròn đường kính không đổi $d=10\text{cm}$, mang 4 puli như hình 6-7. Biết puli 2 nhận công suất $N_2=17\text{kW}$, truyền cho các puli 1, 3, 4 với các công suất tương ứng là: $N_1=5\text{kW}$, $N_3=8\text{kW}$, $N_4=4\text{kW}$. Vật liệu làm trục có $[\tau]=8\text{kN/cm}^2$; $[\theta]=0,35^\circ/\text{m}$; $G=8.10^3\text{kN/cm}^2$. Tốc độ quay của trục là $n=250$ vòng/phút.

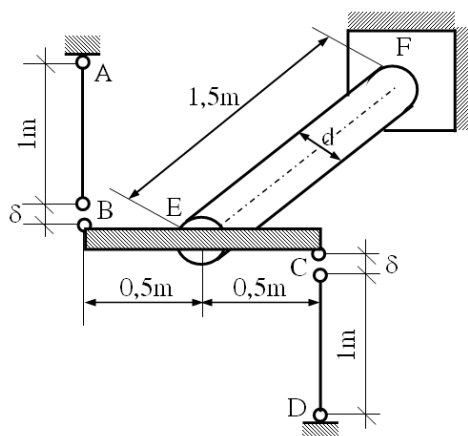
- Vẽ biểu đồ nội lực cho trục.
- Kiểm tra độ bền và độ cứng của trục.
- Nếu đổi chỗ puli 1 và puli 3 cho nhau, thì ứng suất tiếp lớn nhất và góc xoắn tỉ đối lớn nhất của trục thay đổi như thế nào?



Hình 6-7

Bài 6.8. Cho hệ chịu lực như hình 6-8. Trục EF có đường kính $d=5\text{cm}$, một đầu ngàm, một đầu hàn chặt với thanh tuyệt đối cứng BC. Các thanh AB và CD như nhau có tiết diện ngang $F=1\text{cm}^2$. Độ hở $\delta=0,03\text{cm}$; trục EF và các thanh AB, CD làm cùng vật liệu có $E=2.10^7\text{N/cm}^2$, $G=8.10^6\text{N/cm}^2$. Khi nối các thanh AB và CD vào thanh BC, hãy xác định các giá trị sau:

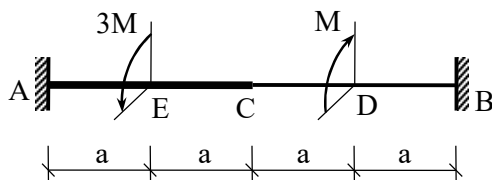
- Xác định lực kéo tác dụng lên các thanh AB, CD và mô men xoắn tác dụng lên trục EF.
- Xác định ứng suất pháp trên mặt cắt ngang của các thanh AB, CD và ứng suất tiếp lớn nhất trên mặt cắt ngang của trục EF.
- Xác định biến dạng dài tuyệt đối của các thanh AB, CD và góc xoắn tại E của trục EF.



Hình 6-8

Bài 6.9. Trục tròn AB gồm đoạn AC đường kính $2d$, đoạn BC đường kính d , được ngàm hai đầu và chịu tác dụng của các mômen xoắn $3M$ và M tại hai mặt cắt E và D như trên hình 6-9. Biết: $d = 5\text{cm}$; $a = 1\text{m}$; $G = 8.10^6\text{N/cm}^2$; $[\tau] = 10\text{kN/cm}^2$.

- Xác định phản lực liên kết và vẽ biểu đồ mô men xoắn cho trục.
- Xác định mô men M theo điều kiện bền.
- Xác định góc xoay của mặt cắt tại C với M tìm được.

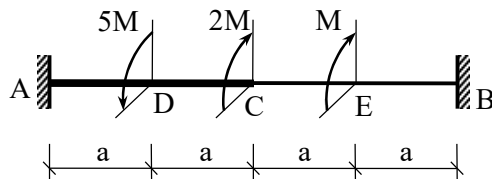


Hình 6-9

Bài 6.10. Trục tròn AB gồm đoạn AC đường kính $2d$, đoạn BC đường kính d , được ngàm hai đầu và chịu tác dụng của các mômen xoắn $3M$, $2M$ và M tại các

mặt cắt D, C và E như trên hình 6-10. Biết $M = 8,5 \text{ kNm}$; $d = 5 \text{ cm}$; $a = 50 \text{ cm}$; $G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$; $[\theta] = 2^\circ/\text{m}$.

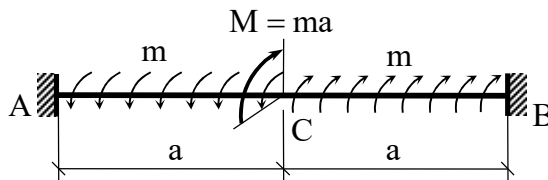
- Xác định phản lực liên kết và vẽ biểu đồ mô men xoắn cho trục.
- Xác định đường kính d để trục đảm bảo điều kiện cứng.
- Xác định góc xoay của mặt cắt tại C với đường kính d tìm được.



Hình 6-10

Bài 6.11. Trục tròn AB đường kính không đổi d được ngàm hai đầu, chịu tác dụng của mô men phân bố đều cường độ m trên hai đoạn AC, CB và mô men tập trung M tại mặt cắt C như hình 6-11. Biết $a = 0,5 \text{ m}$; $d = 4 \text{ cm}$; $[\tau] = 8000 \text{ N/cm}^2$; $G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$.

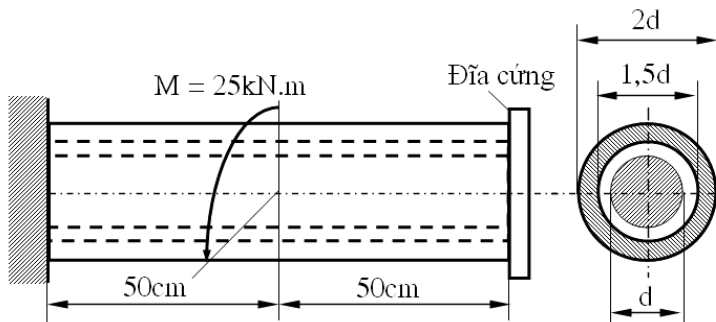
- Xác định phản lực liên kết và vẽ biểu đồ mô men xoắn cho trục.
- Xác định giá trị của m để trục đảm bảo điều kiện bền
- Xác định góc xoay của mặt cắt tại C với giá trị m tìm được.



Hình 6-11

Bài 6.12. Cho một ống đồng và một thanh thép tròn, một đầu ngàm cứng, đầu còn lại hàn chặt vào một đĩa tuyệt đối cứng và chịu xoắn như hình 6-12. Biết ứng suất cho phép và mô đun đàn hồi trượt của ống đồng và thanh thép lần lượt là: $[\tau]_d = 4 \text{ kN/cm}^2$; $[\tau]_t = 7 \text{ kN/cm}^2$; $G_d = 4 \cdot 10^3 \text{ kN/cm}^2$; $G_t = 8 \cdot 10^3 \text{ kN/cm}^2$.

- Vẽ biểu đồ nội lực cho ống đồng và thanh thép.
- Xác định các đường kính của ống đồng và thanh thép theo điều kiện bền.

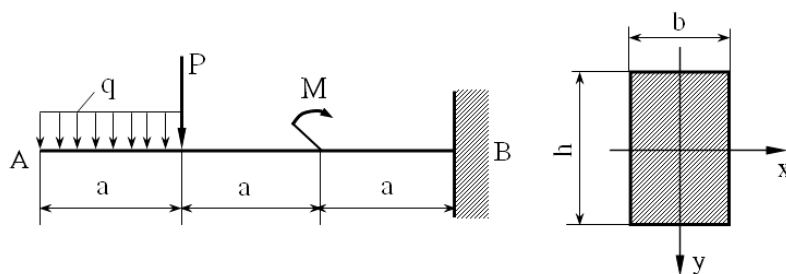


Hình 6-12

7. BÀI TẬP THANH (DÀM) CHỊU UỐN PHẪNG

Bài 7.1. Cho dầm chịu uốn như hình 7-1. Biết dầm có mặt cắt ngang hình chữ nhật không đổi với chiều cao h gấp 1,5 lần chiều rộng b ; các tải trọng $q=20\text{kN/m}$, $P=40\text{kN}$, $M=20\text{kN.m}$, kích thước mỗi đoạn $a=0,7\text{m}$; dầm làm bằng thép có ứng suất cho phép $[\sigma]=16\text{kN/cm}^2$ và mô đun đàn hồi Young $E=2.10^4\text{kN/cm}^2$.

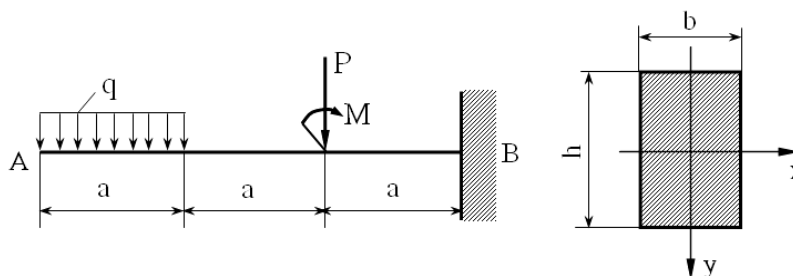
- Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.
- Xác định kích thước mặt cắt ngang của dầm theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất.
- Xác định độ võng của mặt cắt ngang tại A theo các kích thước tìm được.



Hình 7-1

Bài 7.2. Cho dầm chịu uốn như hình 7-2. Biết dầm có mặt cắt ngang hình chữ nhật không đổi với chiều cao h gấp 1,5 lần chiều rộng b ; các tải trọng $q=10\text{kN/m}$, $P=30\text{kN}$, $M=10\text{kN.m}$, kích thước mỗi đoạn $a=0,8\text{m}$; dầm làm bằng thép có $[\sigma]=16\text{kN/cm}^2$ và $E=2.10^4\text{kN/cm}^2$.

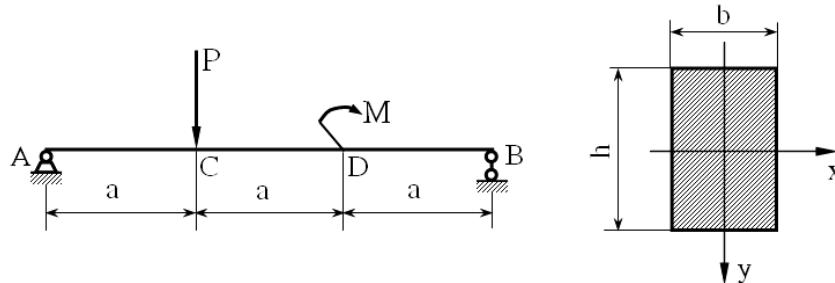
- Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.
- Xác định kích thước mặt cắt ngang của dầm theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng lớn nhất.
- Xác định độ võng của mặt cắt ngang tại A theo các kích thước tìm được.



Hình 7-2

Bài 7.3. Cho dầm chịu uốn như hình 7-3. Biết dầm có mặt cắt ngang hình chữ nhật không đổi với chiều cao h gấp 1,5 lần chiều rộng b ; các tải trọng $P=50\text{kN}$, $M=20\text{kN.m}$, kích thước mỗi đoạn $a=1,2\text{m}$; dầm làm bằng thép có $[\sigma]=16\text{kN/cm}^2$ và $E=2.10^4\text{kN/cm}^2$.

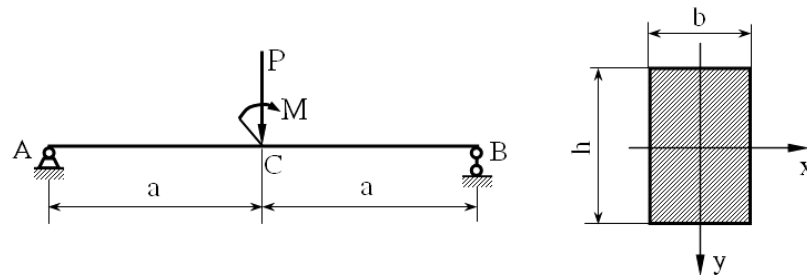
- Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.
- Xác định kích thước mặt cắt ngang của dầm theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất.
- Xác định độ võng của mặt cắt ngang tại C theo các kích thước tìm được.



Hình 7-3

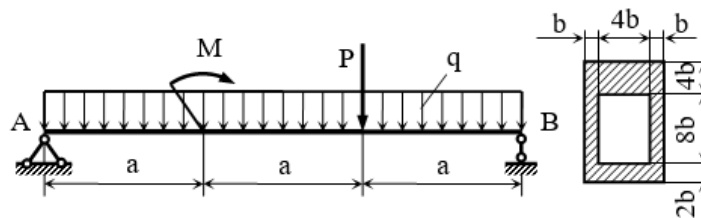
Bài 7.4. Cho dầm chịu uốn như hình 7-4. Biết dầm có mặt cắt ngang hình chữ nhật không đổi với chiều cao h gấp 1,5 lần chiều rộng b ; các tải trọng $P=100\text{kN}$, $M=30\text{kN.m}$, kích thước mỗi đoạn $a=2\text{m}$; dầm làm bằng thép có $[\sigma]=16\text{kN/cm}^2$ và $E=2.10^4\text{kN/cm}^2$.

- Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.
- Xác định kích thước mặt cắt ngang của dầm theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng lớn nhất.
- Xác định độ võng của mặt cắt ngang tại C theo các kích thước tìm được.



Hình 7-4

Bài 7.5. Cho dầm AB có mặt cắt ngang không đổi có kích thước, liên kết và chịu lực như trên hình 7-5. Biết: $a=1\text{m}$; $q=10\text{kN/m}$; $P=qa$; $M=qa^2$ và vật liệu làm dầm có $[\sigma]_k=8\text{kN/cm}^2$, $[\sigma]_n=16\text{kN/cm}^2$.



Hình 7-5

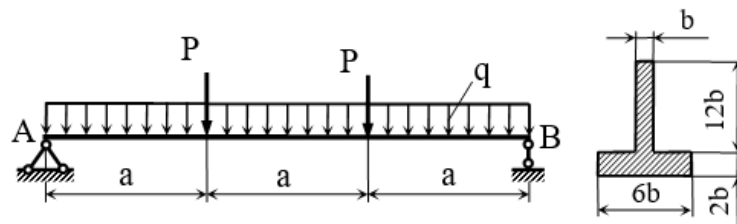
a) Vẽ biểu đồ nội lực của dầm AB.

b) Xác định kích thước mặt cắt ngang của dầm ($b=?$) theo điều kiện bền ứng suất pháp.

Bài 7.6. Cho dầm AB có mặt cắt ngang không đối xứng, được liên kết và chịu lực như trên hình 7-6. Biết: $P=qa$; $a=1\text{m}$; $b=2\text{cm}$, vật liệu làm dầm có $[\sigma]_k=8\text{kN/cm}^2$, $[\sigma]_n=16\text{kN/cm}^2$.

a) Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.

b) Xác định giá trị tải trọng cho phép $[P]$ tác dụng lên dầm theo điều kiện bền của ứng suất pháp.



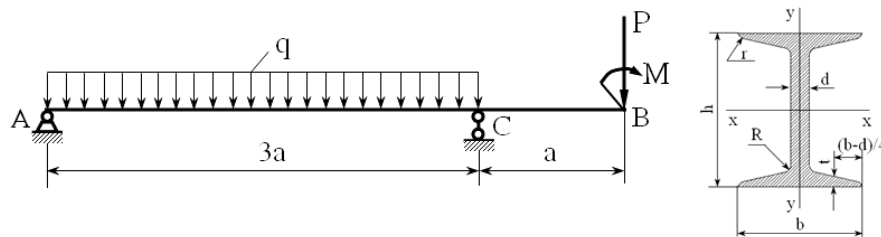
Hình 7-6

Bài 7.7. Cho dầm chịu uốn như hình 7-7. Biết dầm có mặt cắt ngang chữ I số hiệu N⁰-22 có $h=22\text{cm}$, $b=11\text{cm}$, $d=0,53\text{cm}$, $t=0,86\text{cm}$, $J_x=2530\text{cm}^4$, $W_x=230\text{cm}^3$, $S_x=130\text{cm}^3$; các tải trọng $q=10\text{kN/m}$, $P=15\text{kN}$, $M=5\text{kN.m}$, kích thước $a=1,5\text{m}$; dầm làm bằng thép có $[\sigma]=16\text{kN/cm}^2$ và $E=2.10^4\text{kN/cm}^2$.

a) Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.

b) Kiểm tra bền cho dầm theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất.

c) Xác định độ võng và góc xoay của mặt cắt ngang tại B.



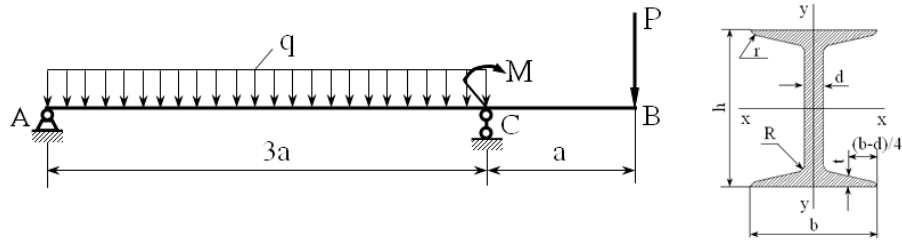
Hình 7-7

Bài 7.8. Cho dầm chịu uốn như hình 7-8. Biết dầm có mặt cắt ngang chữ I số hiệu N⁰-24a có $h=24\text{cm}$, $b=12,5\text{cm}$, $d=0,56\text{cm}$, $t=0,98\text{cm}$, $J_x=3800\text{cm}^4$, $W_x=317\text{cm}^3$, $S_x=178\text{cm}^3$; các tải trọng $q=15\text{kN/m}$, $P=16\text{kN}$, $M=10\text{kN.m}$, kích thước $a=2\text{m}$; dầm làm bằng thép có $[\sigma]=16\text{kN/cm}^2$ và $E=2.10^4\text{kN/cm}^2$.

a) Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.

b) Kiểm tra bền cho dầm theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng lớn nhất

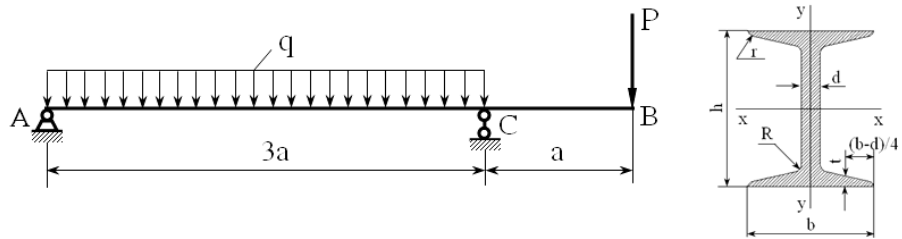
c) Xác định độ võng và góc xoay của mặt cắt ngang tại B.



Hình 7-8

Bài 7.9. Cho dầm chịu uốn như hình 7-9. Biết dầm có mặt cắt ngang chữ I số hiệu N⁰-20a có $h=20\text{cm}$, $b=11\text{cm}$, $d=0,52\text{cm}$, $t=0,83\text{cm}$, $J_X=1970\text{cm}^4$, $W_X=197\text{cm}^3$, $S_X=111\text{cm}^3$; các tải trọng $q=12\text{kN/m}$, $P=15\text{kN}$, kích thước $a=1,5\text{m}$; dầm làm bằng thép có $[\sigma]=16\text{kN/cm}^2$ và $E=2 \cdot 10^4\text{kN/cm}^2$.

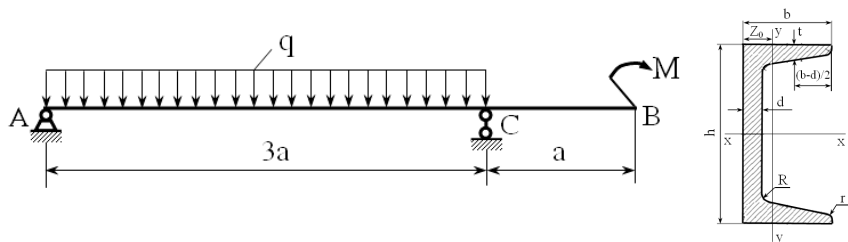
- Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.
- Kiểm tra bền cho dầm theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất.
- Xác định độ võng và góc xoay của mặt cắt ngang tại B.



Hình 7-9

Bài 7.10. Cho dầm chịu uốn như hình 7-10. Biết dầm có mặt cắt ngang chữ C số hiệu N⁰-24 có $h=24\text{cm}$, $b=9\text{cm}$, $d=0,56\text{cm}$, $t=1,0\text{cm}$, $J_X=2900\text{cm}^4$, $W_X=242\text{cm}^3$, $S_X=139\text{cm}^3$, $Z_0=2,42\text{cm}$; các tải trọng $q=10\text{kN/m}$, $M=15\text{kN.m}$, kích thước $a=1,5\text{m}$; dầm làm bằng thép có $[\sigma]=16\text{kN/cm}^2$ và $E=2 \cdot 10^4\text{kN/cm}^2$.

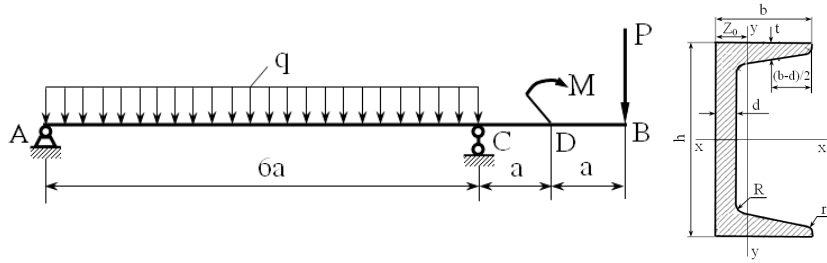
- Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.
- Kiểm tra bền cho dầm theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất.
- Xác định độ võng và góc xoay của mặt cắt ngang tại B.



Hình 7-10

Bài 7.11. Cho dầm chịu uốn như hình 7-11. Biết dầm có mặt cắt ngang chữ C số hiệu N⁰-24a có $h=24\text{cm}$, $b=9,5\text{cm}$, $d=0,56\text{cm}$, $t=1,07\text{cm}$, $J_X=3180\text{cm}^4$, $W_X=265\text{cm}^3$, $S_X=151\text{cm}^3$, $Z_0=2,67\text{cm}$; các tải trọng $q=12\text{kN/m}$, $P=5\text{kN}$, $M=10\text{kN.m}$, kích thước $a=1\text{m}$; dầm làm bằng thép có $[\sigma]=16\text{kN/cm}^2$ và $E=2.10^4\text{kN/cm}^2$.

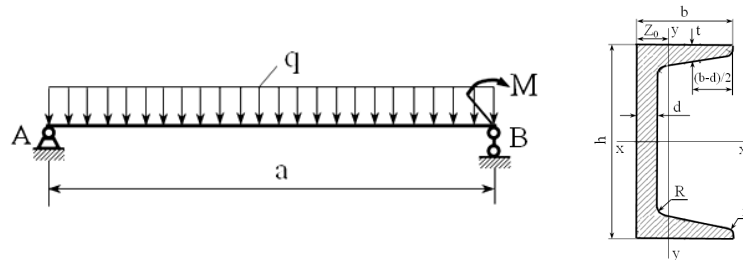
- Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.
- Kiểm tra bền cho dầm theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất.
- Xác định độ võng và góc xoay của mặt cắt ngang tại B.



Hình 7-11

Bài 7.12. Cho dầm chịu uốn như hình 7-12. Biết dầm có mặt cắt ngang chữ C số hiệu N⁰-24 có $h=24\text{cm}$, $b=9\text{cm}$, $d=0,56\text{cm}$, $t=1,0\text{cm}$, $J_X=2900\text{cm}^4$, $W_X=242\text{cm}^3$, $S_X=139\text{cm}^3$, $Z_0=2,42\text{cm}$; các tải trọng $q=15\text{kN/m}$, $M=12\text{kN.m}$, chiều dài dầm $a=4\text{m}$; dầm làm bằng thép có $[\sigma]=16\text{kN/cm}^2$ và $E=2.10^4\text{kN/cm}^2$.

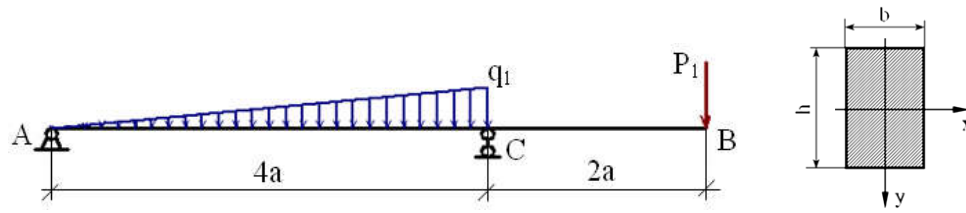
- Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.
- Kiểm tra bền cho dầm theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng lớn nhất
- Xác định độ võng của mặt cắt ngang tại điểm giữa theo chiều dài dầm.



Hình 7-12

Bài 7.13. Cho dầm chịu uốn như hình 7-13. Biết $P_1=12,5\text{kN}$, $q_1=11\text{kN/m}$, $a=1\text{m}$, dầm có mặt cắt ngang hình chữ nhật đặt đứng với $h=2b$; vật liệu có $[\sigma]=16\text{kN/cm}^2$, $E=2.10^4\text{kN/cm}^2$.

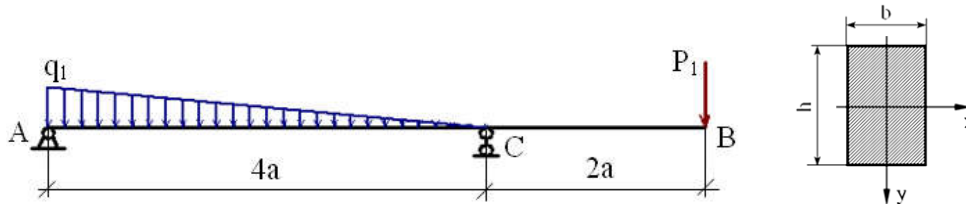
- Xác định phản lực liên kết tại các gối đỡ và vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.
- Xác định kích thước h và b của mặt cắt ngang theo điều kiện bền ứng suất pháp.
- Viết phương trình độ võng và góc xoay của dầm; tính độ võng và góc xoay của mặt cắt ngang tại đầu tự do B theo giá trị h và b xác định được.



Hình 7-13

Bài 7.14. Cho dầm chịu uốn như hình 7-14. Biết $P_1=16,5\text{kN}$, $q_1=21\text{kN/m}$, $a=1\text{m}$, dầm có mặt cắt ngang hình chữ nhật đặt đứng với $h=2b$; vật liệu có $[\sigma]=16\text{kN/cm}^2$, $E=2.10^4\text{kN/cm}^2$.

- Xác định phản lực liên kết tại các gối đỡ và vẽ biểu đồ nội lực cho dầm.
- Xác định kích thước h và b của mặt cắt ngang theo điều kiện bền ứng suất pháp.
- Viết phương trình độ võng và góc xoay của dầm; tính độ võng và góc xoay của mặt cắt ngang tại đầu tự do B theo giá trị h và b xác định được.

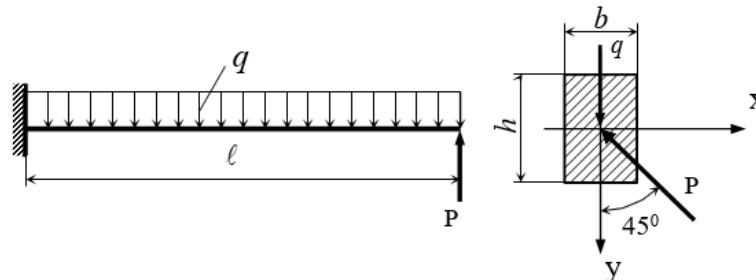


Hình 7-14

8. BÀI TẬP THANH CHỊU LỰC PHỨC TẠP

Bài 8.1. Dầm chiều dài ℓ , mặt cắt ngang hình chữ nhật $h \times b$, được liên kết và chịu lực như hình 8-1. Biết: $\ell=1\text{ m}$; $P=20\text{ kN}$; $q=2\text{kN/cm}$; $b=12\text{cm}$; $h=20\text{cm}$; bỏ qua trọng lượng bản thân dầm.

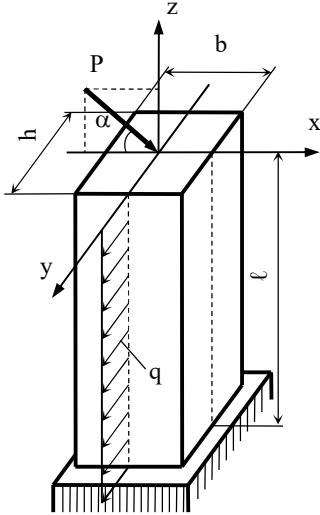
- Vẽ biểu đồ mô men uốn M_x và M_y của dầm.
- Xác định ứng suất pháp lớn nhất và nhỏ nhất tại mặt cắt nguy hiểm, tìm vị trí đường trung hoà và vẽ biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt đó.



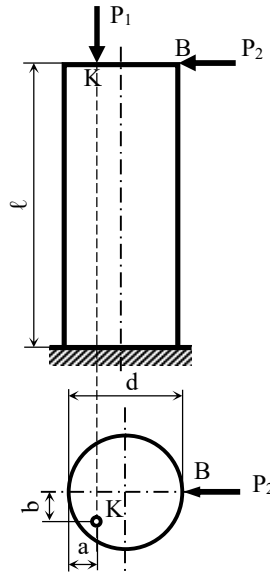
Hình 8-1

Bài 8.2. Cho kết cấu cột có mặt cắt ngang hình chữ nhật $b \times h$, chiều dài ℓ liên kết và chịu lực như hình 8-2. Biết: $b=4\text{ cm}$; $h=6\text{ cm}$; $\ell =100\text{ cm}$; $\alpha=45^\circ$, $q=5\text{ kN/m}$ $P=q\ell$. Bỏ qua trọng lượng bản thân cột.

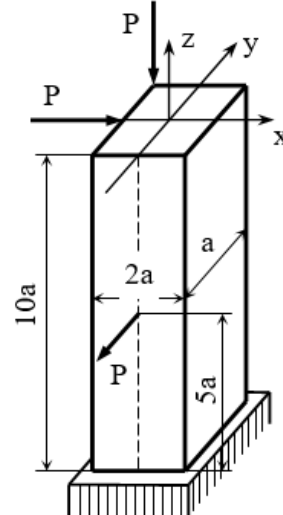
- Vẽ biểu đồ nội lực M_x , M_y và N_z .
- Tính ứng suất pháp lớn nhất, nhỏ nhất tại mặt cắt nguy hiểm.
- Tìm vị trí đường trung hoà và vẽ biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt nguy hiểm.



Hình 8-2



Hình 8-3



Hình 8-4

Bài 8.3. Cột mặt cắt tròn đường kính d , liên kết và chịu lực như hình 8-3. Biết: $P_1 = 2,5\text{ kN}$; $P_2 = 3\text{ kN}$; $\ell = 1\text{ m}$; $d = 18\text{ cm}$; $a = 3\text{ cm}$; $b = 5\text{ cm}$. Bỏ qua trọng lượng bản thân cột.

- Vẽ biểu đồ nội lực M_x , M_y và N_z .
- Tính ứng suất pháp lớn nhất, nhỏ nhất tại mặt cắt nguy hiểm.
- Tìm vị trí đường trung hoà và vẽ biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt nguy hiểm.

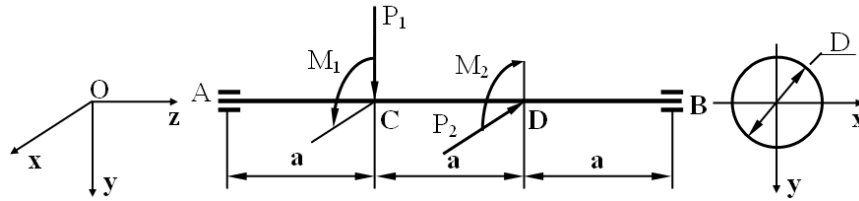
Bài 8.4. Cột có liên kết và chịu lực như hình 8-4. Biết: $P=3\text{ kN}$; $a=10\text{ cm}$.

- Vẽ biểu đồ nội lực M_x , M_y và N_z .
- Tính ứng suất pháp lớn nhất, nhỏ nhất tại mặt cắt nguy hiểm.
- Tìm vị trí đường trung hoà và vẽ biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt nguy hiểm.

Bài 8.5. Cho trục truyền, có đường kính không đổi D , chịu uốn và xoắn đồng thời như hình 8-5. Biết $P_1 = 12\text{ kN}$, $P_2 = 15\text{ kN}$, $M_1 = 7,5\text{ kN.m}$, $M_2 = 7,5\text{ kN.m}$, $a = 0,5\text{ m}$, $[\sigma] = 14\text{ kN/cm}^2$, $G = 8.10^3\text{ kN/cm}^2$. Bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt.

- Vẽ biểu đồ nội lực cho trục.

b) Xác định đường kính của trục theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất.

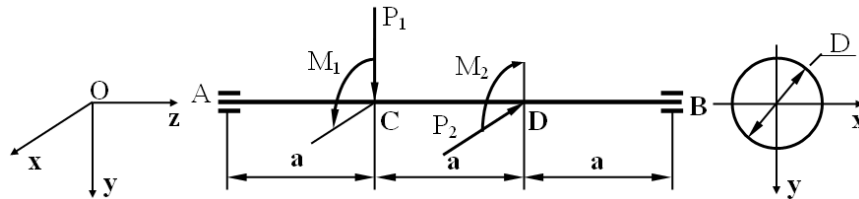


Hình 8-5

Bài 8.6. Cho trục truyền, có đường kính không đổi D , chịu uốn và xoắn đồng thời như hình 8-6. Biết $P_1 = 11\text{kN}$, $P_2 = 7\text{kN}$, $M_1 = 4,5\text{kN.m}$, $M_2 = 4,5\text{kN.m}$, $a = 0,4\text{m}$, $[\sigma] = 16\text{kN/cm}^2$, $G = 8.10^3\text{kN/cm}^2$. Bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt.

a) Vẽ biểu đồ nội lực cho trục.

b) Xác định đường kính của trục theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng lớn nhất.

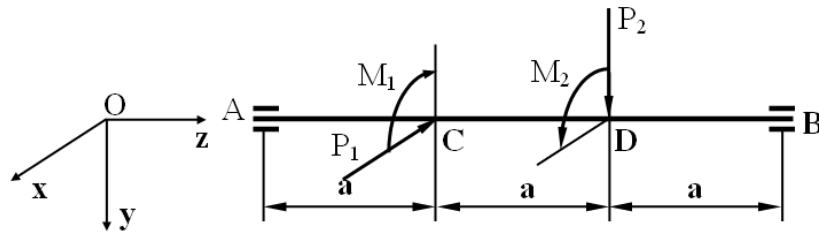


Hình 8-6

Bài 8.7. Cho trục truyền, có đường kính không đổi, chịu uốn và xoắn đồng thời như hình 8-7. Biết $P_1 = 16,5\text{kN}$, $P_2 = 8,5\text{kN}$, $M_1 = 8,5\text{kN.m}$, $M_2 = 8,5\text{kN.m}$, $a = 0,6\text{m}$, $[\sigma] = 16\text{kN/cm}^2$, $G = 8.10^3\text{kN/cm}^2$. Bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt.

a) Vẽ biểu đồ nội lực cho trục.

b) Xác định đường kính của trục theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng lớn nhất.



Hình 8-7

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Trịnh Đình Châm, Phạm Hồng Giang, Nguyễn Khải, Nguyễn Văn Lê. *Sức bền vật liệu*. Nhà xuất bản Nông nghiệp, Hà Nội, 1989.
2. Đặng Việt Cường, Nguyễn Nhật Thăng, Nhữ Phương Mai. *Sức bền vật liệu*. Nhà xuất bản Khoa học Kỹ thuật, Hà Nội, 2002.
3. Phạm Ngọc Khánh, Trịnh Đình Châm, Nguyễn Ngọc Oanh, Đỗ Khắc Phương, Hoàng Đình Trí, Nguyễn Ngọc Trương. *Sức bền vật liệu*. Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội, 2002.
4. Hoàng Xuân Lược, Trần Minh. *Sức bền vật liệu*. Học viện Kỹ thuật Quân sự, Hà Nội, 2003.
5. Bùi Trọng Lựu, Nguyễn Văn Vượng. *Bài tập sức bền vật liệu*. Nhà xuất bản Khoa học Kỹ thuật, Hà Nội, 1998.
6. Lê Quang Minh, Nguyễn Văn Vượng. *Sức bền vật liệu*. Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội, 2002.
7. Đỗ Kiến Quốc, Nguyễn Thị Hiền Lương, Bùi Công Thành. *Sức bền vật liệu*. Nhà xuất bản Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh, 2008.

PHỤ LỤC

Phụ lục 1: Mô đun đàn hồi Young E

Vật liệu	E (kN/cm ²)	Vật liệu	E (kN/cm ²)
Thép	$20 \times 10^3 \div 21 \times 10^3$	Đá vôi	6×10^3
Gang (xám, trắng)	$11,5 \times 10^3 \div 16 \times 10^3$	Gạch	$0,3 \times 10^3$
Đồng và hợp kim đồng	$10 \times 10^3 \div 12 \times 10^3$	Bê tông	$1 \times 10^3 \div 3 \times 10^3$
Nhôm và đũa ra	$7 \times 10^3 \div 8 \times 10^3$	Gỗ thớ dọc	1×10^3
		Gỗ thớ ngang	50
		Cao su	0,8

Phụ lục 2: Hệ số Poát-xông μ

Vật liệu	μ	Vật liệu	μ
Thép	$0,25 \div 0,33$	Bạc	0,39
Đồng	$0,31 \div 0,34$	Thủy tinh	0,25
Đồng đen	$0,32 \div 0,35$	Đá hộc	$0,16 \div 0,34$
Gang	$0,23 \div 0,27$	Bê tông	$0,08 \div 0,18$
Chì	0,45	Gỗ dán	0,07
Nhôm	$0,32 \div 0,36$	Cao su	0,47
Kẽm	0,21	Nến	0,50
Vàng	0,42		

Phụ lục 3: Đặc trưng cơ học của một số loại gang

Mác gang	Giới hạn bền (kN/cm ²)				Độ cứng HB	Giới hạn mỏi (kN/cm ²)	
	σ_b kéo	σ_b nén	σ_b uốn	τ_b xoắn		σ_{-1}^u	τ_{-1}^x
C412	12	50	28	-	143÷229	-	-
C415	15	65	32	24	163÷229	7	5
C418	18	70	36	-	170÷229	-	-
C421	21	75	40	28	171÷241	10	8
C424	24	85	44	30	187÷217	12	10
C428	28	100	48	35	170÷241	14	11
C432	32	110	52	39	187÷255	14	11
C435	35	120	56	40	197÷269	15	11,5
C438	38	140	60	46	207÷269	15	11,5
B440-10	40	160÷170	-	48÷51	156÷197	15÷17	19,8
B450-1,5	50	186÷200	-	74÷79	187÷285	23÷27	17÷21
B460-2	60	204÷229	-	66÷81	197÷269	17÷23	15÷16

Phụ lục 4: Đặc trưng cơ học của một số loại thép

Mác thép	Giới hạn bền và giới hạn chảy (kN/cm ²)			δ (%) $l_0=10d_0$	Giới hạn mỏi (kN/cm ²)		
	σ_b	σ_{ch}	τ_{ch}		σ_{-1}^u	σ_{-1}^0	τ_{-1}^x
10	34	21	14	31	16÷22	12÷15	8÷12
20 (CT ₃)	42	25	16	25	17÷22	12÷16	10÷13
25 (CT ₄)	46	28	-	23	19÷25	-	-
30	50	30	17	21	20÷27	17÷21	11÷14
35 (CT ₅)	54	32	19	20	22÷30	17÷22	13÷18
40	58	34	-	19	23÷32	18÷24	14÷19
45 (CT ₆)	61	36	22	16	25÷34	19÷25	15÷20
50	64	38	-	14	27÷35	20÷26	16÷21
55	66	39	-	13	-	-	-
60	69	41	-	12	31÷38	20÷28	18÷22
20Г	46	28	-	24	-	-	-
30Г	55	32	-	20	22÷32	-	-
50Г	66	40	-	13	29÷36	-	-
20X	80	65	-	11	38	-	17÷23
40X	100	80	-	10	35÷38	25	22,5
45X	105	85	-	9	40÷50	-	-
30XM	95	75	-	11	31÷41	37	23
35XM	100	85	-	12	47÷51	-	-
40XH	100	80	39	11	40	29	24
50XH	110	90	-	9	55	-	-
40XΦA	90	75	-	10	38÷49	-	-
38XЮA	100	85	-	14	42÷55	-	-
12XH3A	95	70	40	11	39÷47	27÷32	22÷26
20XH3A	95	75	-	12	43÷45	30÷32	24÷25
30XH3A	100	80	-	10	52÷70	-	32÷40
40XHMA	100	95	-	12	50÷70	-	27÷38
30XГCA	110	85	-	10	51÷54	50÷53,5	22÷24,5

Phụ lục 5: Giới hạn σ_{tl} , σ_{ch} và σ_b của thép lò xo

Vật liệu	σ_{tl} (kN/cm ²)	σ_{ch} (kN/cm ²)	σ_b (kN/cm ²)
Thép các bon thấp	75 ÷ 90	100 ÷ 120	150 ÷ 160
Thép các bon cao	80 ÷ 100	105 ÷ 135	155 ÷ 170
Thép crôm-vanadi	90 ÷ 100	150 ÷ 160	160 ÷ 175
Thép silic-mangan	90 ÷ 95	140 ÷ 150	160 ÷ 170
Thép silic-vanadi	60 ÷ 65	95 ÷ 105	140 ÷ 150

Phụ lục 6: Đặc trưng cơ học của một số loại hợp kim chịu nhiệt

Dạng hợp kim	Mác hợp kim	σ_b (kN/cm ²)	σ_{-1} (kN/cm ²)	E (kN/cm ²)	δ (%)	ψ (%)
Thép Austenit	ЭИ734	100	-	$1,72 \cdot 10^4$	20	25
	ЭИ589	91,8-102	-	$2,11 \cdot 10^4$	15	15-25
	ЭИ590	76,5-85	-	-	31-44	40-49
Thép Niken ở 20 ⁰ C	XH77TЮ	100	36,7	$19,4 \cdot 10^4$	25	28
	ЭИ826	105	38,8	$2,04 \cdot 10^4$	10	12
	ВЖ98	75	31	-	40	-
	XH35BTЮ	135	-	$2,23 \cdot 10^4$	14	15-29
	ЭП105	95	-	$1,90 \cdot 10^4$	10	13
	XH35BTП	80	-	$2,14 \cdot 10^4$	20	35
Hợp kim Titan ở trạng thái ủ	BT5	77	45,9	$1,07 \cdot 10^4$	8,5	40
	OT4	80	38-43,8	$1,10 \cdot 10^4$	13	25-50
Hợp kim Niobi	BH-2 20 ⁰ C	65-75	48	$1,12 \cdot 10^4$	25-30	60-70
	1200 ⁰ C	18-20	-	$1,09 \cdot 10^4$	30-35	100
	1600 ⁰ C	4-5	-	$1,07 \cdot 10^4$	50-60	100
Hợp kim Môlipden	BM-1 20 ⁰ C	76	50	$3,28 \cdot 10^4$	25	55
	1200 ⁰ C	25	-	$2,58 \cdot 10^4$	22	90
	1600 ⁰ C	6	-	$2,12 \cdot 10^4$	55	100
Hợp kim Tatali	Ta+10%w 20 ⁰ C	60	-	$1,84 \cdot 10^4$	36	96
	1250 ⁰ C	18,5	-	$1,55 \cdot 10^4$	45	94
	1500 ⁰ C	15	-	$1,47 \cdot 10^4$	50-53	95
Hợp kim Vonphram	BB-2 100 ⁰ C	20-24	-	$3,6 \cdot 10^4$	45-48	80-90
	1500 ⁰ C	14-15	-	$3,4 \cdot 10^4$	48-58	90-95
	2000 ⁰ C	8-8,5	-	$2,8 \cdot 10^4$	60-70	95-96

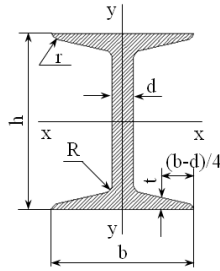
Phụ lục 7: Ứng suất cho phép khi kéo, nén của một số loại vật liệu

Vật liệu	Ứng suất cho phép khi kéo [σ_K] (kN/cm ²)	Ứng suất cho phép khi nén [σ_N] (kN/cm ²)
Thép CT ₂	14	14
Thép CT ₃	16	16
Thép các bon	6÷25	6÷25
Thép hợp kim	10÷40	10÷40
Đồng	3÷12	3÷12
Đồng thau	7÷14	7÷14
Đồng đỏ	6÷12	6÷12
Nhôm	3÷8	3÷8
Hợp kim nhôm-đồng	8÷12	8÷12
Đu ra	8÷15	8÷15
Gang xám	2,8÷8	12÷15
Gỗ thớ dọc	0,7÷1	1÷1,2
Gỗ thớ ngang	0,7÷1	0,15÷0,20
Đá xây	0,03	0,04÷0,4
Gạch xây	0,02	0,06÷0,25
Bê tông	0,01÷0,07	0,1÷0,9

Phụ lục 8: Hệ số giảm ứng suất cho phép φ

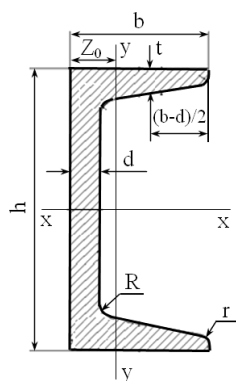
Độ mảnh λ	Trị số φ			
	Thép CT2, CT3, CT4	Thép CT5	Gang	Gỗ
0	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,91	0,97
30	0,94	0,92	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,57	0,80
60	0,86	0,82	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,34	0,60
80	0,75	0,70	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,20	0,38
100	0,60	0,51	0,16	0,31
110	0,52	0,43	-	0,25
120	0,45	0,36	-	0,22
130	0,40	0,33	-	0,18
140	0,36	0,29	-	0,16
150	0,32	0,26	-	0,14
160	0,29	0,24	-	0,12
170	0,26	0,21	-	0,11
180	0,23	0,19	-	0,10
190	0,21	0,17	-	0,09
200	0,19	0,16	-	0,08

Phụ lục 9: Thép cán định hình mặt cắt chữ I theo tiêu chuẩn ГOCT 8239-56



Số hiệu mặt cắt N ⁰	Trọng lượng trên 1m (N)	Kích thước (mm)						Diện tích mặt cắt cm ²	Trị số cần tìm đối với các trục						
		h	b	d	t	R	r		x - x				y - y		
									J _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm	S _x cm ³	J _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y cm
10	111	100	70	4,5	7,2	7,0	3,0	14,2	244	48,8	4,15	28,0	35,3	10,1	1,58
12	130	120	75	5,0	7,3	7,5	3,0	16,5	408	67,2	4,94	38,5	43,8	11,7	1,63
14	148	140	82	5,0	7,5	8,0	3,0	18,9	632	90,3	5,78	51,5	58,2	14,2	1,75
16	169	160	90	5,0	7,7	8,5	3,5	21,5	945	118	6,63	67,0	77,6	17,2	1,90
18	187	180	95	5,0	8,0	9,0	3,5	23,8	1330	148	7,47	83,7	94,6	19,9	1,99
18a	199	180	102	5,0	8,2	9,0	3,5	25,4	1440	160	7,53	90,1	119	23,3	2,17
20	207	200	100	5,2	8,2	9,5	4,0	26,4	1810	181	8,27	102	132	22,4	2,06
20a	222	200	110	5,2	8,3	9,5	4,0	28,3	1970	197	8,36	111	148	27,0	2,29
22	237	220	110	5,3	8,6	10,0	4,0	30,2	2530	230	9,14	130	155	28,2	2,26
22a	254	220	120	5,3	8,8	10,0	4,0	32,4	2760	251	9,23	141	203	33,8	2,50
24	273	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	294	240	125	5,6	9,8	10,5	4,0	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	315	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	339	270	135	6,0	10,2	11,0	4,5	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	365	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	392	300	145	6,5	10,7	12,0	5,0	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	422	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	486	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	561	400	155	8,0	13,0	15,0	6,0	71,4	18930	947	16,3	540	666	75,9	3,05
45	652	450	160	8,6	14,2	16,0	7,0	83,0	27450	1220	18,2	699	807	101	3,12
50	761	500	170	9,3	15,2	17,0	7,0	96,9	39120	1560	20,1	899	1040	122	3,28
55	886	550	180	10,0	16,5	18,0	7,0	113,0	54810	1990	22,0	1150	1350	150	3,46
60	1030	600	190	10,8	17,8	20,0	8,0	131,0	75010	2500	23,9	1440	1720	181	3,62
65	1190	650	200	11,7	19,2	22,0	9,0	151,0	100840	3100	25,8	1790	2170	217	3,79
70	1370	700	210	12,7	20,8	24,0	10,0	174,0	133790	3830	27,7	2220	2730	260	3,96
70a	1580	700	210	15,0	24,0	24,0	10,0	202,0	152700	4360	27,5	2550	3240	309	4,01
70b	1840	700	210	17,5	28,2	24,0	10,0	234,0	175350	5010	27,4	2940	3910	373	4,09

Phụ lục 10: Thép mặt cắt chữ C theo tiêu chuẩn ГOCT 8240-56



Số hiệu mặt cắt N ⁰	Trọng lượng trên 1m (kG)	Kích thước (mm)						Diện tích mặt cắt cm ²	Trị số cần tìm đối với các trục							
		h	b	d	t	R	r		x - x				y - y			Z ₀ cm
									J _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm	S _x cm ³	J _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y cm	
5	4,34	50	32	4,4	7,0	6,0	2,5	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
6,5	5,90	65	36	4,4	7,2	6,0	2,5	7,51	48,6	15,0	2,54	9,0	8,70	3,68	1,08	1,24
8	7,05	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	8,59	100	46	4,5	7,6	7,0	3,0	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	10,4	120	52	4,8	7,8	7,5	3,0	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	12,3	140	58	4,9	8,1	8,0	3,0	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
14a	13,3	140	62	4,9	8,7	8,0	3,0	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	14,2	160	64	5,0	8,4	8,5	3,5	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80
16a	15,3	160	68	5,0	9,0	8,5	3,5	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18	16,3	180	70	5,1	8,7	9,0	3,5	20,7	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,01	1,94
18a	17,4	180	74	5,1	9,3	9,0	3,5	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	18,4	200	76	5,2	9,0	9,5	4,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	19,8	200	80	5,2	9,7	9,5	4,0	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,25	2,28
22	21,0	220	82	5,4	9,5	10,0	4,0	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22a	22,6	220	87	5,4	10,2	10,0	4,0	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46
24	24,0	240	90	5,6	10,0	10,5	4,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,0	2,60	2,42
24a	25,8	240	95	5,6	10,7	10,5	4,0	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67
27	27,7	270	95	6,0	10,5	11,0	4,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	31,8	300	100	6,5	11,0	12,0	5,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	36,5	330	105	7,0	11,7	13,0	5,0	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	41,9	360	110	7,5	12,6	14,0	6,0	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	48,3	400	115	8,0	13,5	15,0	6,0	61,5	15220	761	15,7	441	642	73,4	3,23	2,75