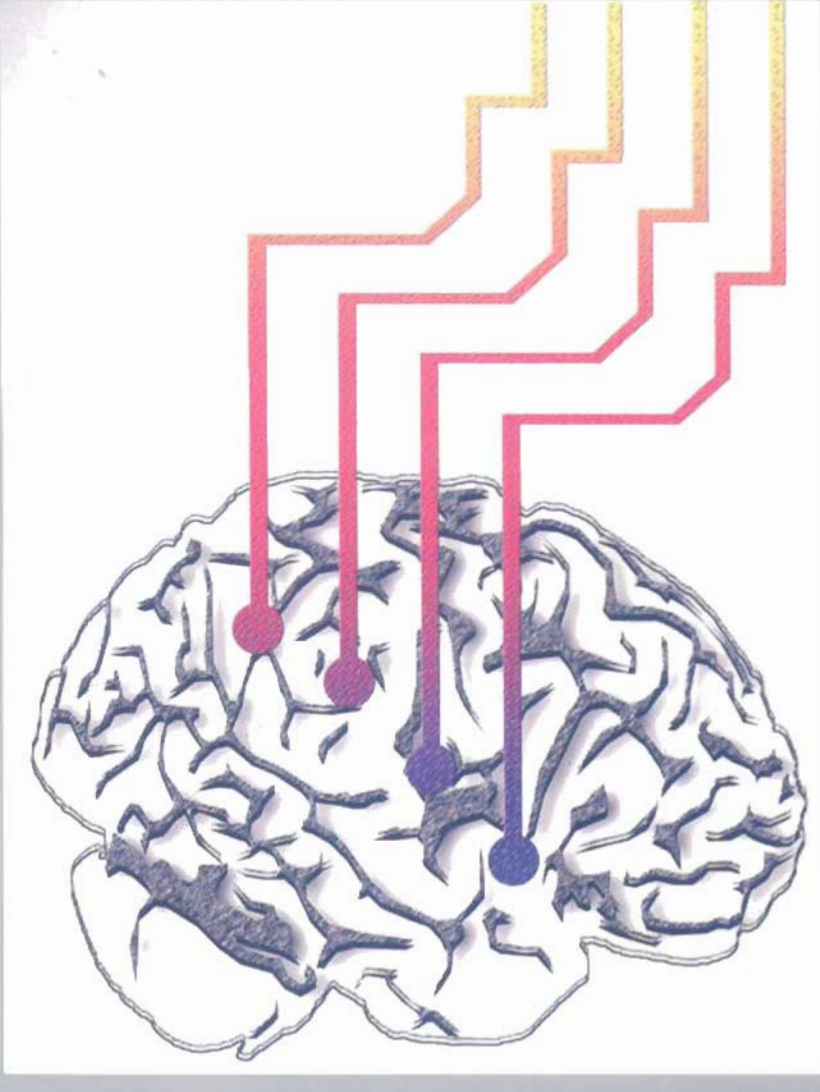
Lôgic Mờ và ứng dụng

B.Bouchon - Meunier
Hồ Thuần - Đặng Thanh Hà



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

BERNADETTE BOUCHON - MEUNIER HỒ THUẦN
ĐẶNG THANH HÀ

LOGIC MỜ VÀ ỨNG DỤNG

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

MỤC LỤC

Thay lời tựa

Chương 1 1

BIỂU DIỄN TRI THỨC BẰNG CÁCH DÙNG CÁC TẬP CON MỜ 3

1. Các khái niệm cơ sở 5

1. 1 Định nghĩa các tập con mờ 5

1. 2 Các phép toán trên các tập con mờ 10

1. 3 Các tập con thông thường liên kết với một tập con mờ 19

1. 4 Các tập con mờ lồi 23

1. 5 Tích Descartes và hình chiếu của các tập con mờ 25

1. 6 Nguyên lý khuếch 28

1. 7 Tính đặc thù và tính chính xác của một tập con mờ 33

1. 8 Chuẩn và đối chuẩn tam giác 39

2. Quan hệ mờ và đại lượng mờ 44

2. 1 Quan hệ mờ 44

2. 2 Các đại lượng mờ 55

Phụ lục 67

1. Chứng minh một số tính chất 67

2. Bài tập 68

Chương 2

LÝ THUYẾT KHẢ NĂNG VÀ CÁC BIẾN NGÔN NGỮ 73

1. Lý thuyết khả năng 76

1. 1 Độ đo và phân bố khả năng 76

1. 2 Đối ngẫu giữa độ đo khả năng và độ đo cần thiết 83

1. 3 Độ đo mờ 90

2. Biến ngôn ngữ và mệnh đề mờ 101

2. 1 Biến ngôn ngữ 101

2. 2 Các mệnh đề mờ 108

3. Khả năng và cần thiết của các tập con mờ 116

3. 1 Tri thức tiên quyết mờ 117

3. 2 Tri thức tiên quyết khả năng 119

Phụ lục 121

1. Chứng minh một số tính chất 121

2. Bài tập 123

Chương 3

LẬP LUẬN XẤP XỈ 126

1. Lập luận theo logic mờ 127

1. 1 Tính bất cập của lập luận theo logic cổ điển 127

1. 2 Các phép kéo theo mờ 131

1. 3 Modus ponens suy rộng 137
1. 4 Xử lý các tri thức có thang bậc 152
1. 5 Kết luận 154
2. Lập luận theo logic khả năng 155
2. 1 Khả năng và cần thiết của các mệnh đề mờ 155
2. 2 Modus ponens và modus tollens khả năng 157
2. 3 Phát biểu ma trận của modus ponens khả năng 161
2. 4 Kết luận 165
Phụ lục 166
1. Các chứng minh 166
2. Bài tập 167

Chương 4
ỨNG DỤNG CỦA LOGIC MỜ 171
1. Điều kiện và lĩnh vực ứng dụng logic mờ 172
1. 1 Điều kiện ứng dụng 172
1. 2 Lĩnh vực ứng dụng 173
2. Thu thập tri thức trong môi trường mờ 174
2. 1 Trích chọn tri thức từ các nguồn sẵn có 174
2. 2 Trích chọn tự động tri thức trong môi trường mờ 176
2. 3 Học trong môi trường mờ 182
3. Các lĩnh vực áp dụng chính 184
3. 1 Cơ sở dữ liệu mờ 184
3. 2 Quyết định trong môi trường mờ 187

Chương 5
HỆ MỜ DỰA TRÊN TRI THỨC 195
1. Mở đầu 196
1. 1 Hệ chuyên gia 196
1. 2 Mạng ngữ nghĩa 198
1. 3 Suy luận từ các trường hợp cụ thể (case-based reasoning) 198
2. Ứng dụng logic mờ trong hệ chuyên gia 199
1. 1 Lựa chọn phương pháp suy diễn 200
1. 2 Đơn giản hóa việc cài đặt 201
1. 3 Kết hợp thông tin 204
1. 4 Xử lý tri thức có cấp độ 205
3. Thí dụ về hệ mờ dựa trên tri thức 206
3. 1 Các hệ tổng quát 206
3. 2 Các hệ chuyên biệt 211
4. Kết luận 215

Chương 6
ĐIỀU KHIỂN MỜ 217
1. Đặc điểm của điều khiển mờ 218
1. 1 Lịch sử 218
1. 2 Tính chất 218
1. 3 Cấu hình tổng quát của bộ điều khiển mờ 219
2. Nguyên lý của điều khiển mờ 220
2. 1 Tiếp cận tổng quát 220
2. 2 Sự hình thức hoá 221
2. 3 Điều khiển mờ, bộ xấp xỉ tổng quát 224
3. Các phương pháp chính 224
3. 1 Cách tiếp cận logic 224
3. 2 Phương pháp của Mamdani và của Larsen 228
3. 3 Phương pháp dùng nội suy 229
4. Một số ứng dụng 230
4. 1 Lĩnh vực ứng dụng 230
4. 2 Ví dụ 231
5. Kết luận 238

Chương 7
CƠ SỞ DỮ LIỆU MỜ 239
1. Mở đầu 240
2. Thông tin không chính xác và không chắc chắn 241
2. 1 Sai số 241
2. 2 Thông tin không chính xác 241
2. 3 Thông tin không chắc chắn 242
3. Tổng quan về các mô hình dữ liệu mờ **252**
3. 1 Các mô hình CSDL quan hệ mờ 252
3. 2 Các câu hỏi mờ 356
3. 3 Thiết kế CSDL mờ 258
4. Các mô hình CSDL mờ dựa trên quan hệ tương tự 265
5. Mô hình CSDL mờ dựa trên lý thuyết khả năng 269
6. Kết luận 274
TÀI LIỆU THAM KHẢO 276

Thay lời tựa

Logic là một ngành khoa học tổng quát chuyên về suy luận. Logic thường được xếp vào trong ngành triết học. Khi George Boole (1854) dùng toán học để tìm hiểu cách suy luận, chúng ta có được logic toán. Logic là cách nghiên cứu các đối tượng và rút ra kết luận từ đó. Đối tượng trong logic Boole là mệnh đề ngôn ngữ. Mỗi mệnh đề được biểu diễn bằng một tập con (trong một tập hợp lớn chứa nó). Nhắc lại rằng, tiếp theo quan niệm của Kronecker (rằng số học là nền tảng của toán học), nhóm Bourbaki nhấn mạnh rằng tập hợp mới là nền tảng của toán học. Logic Boole, dựa trên lý thuyết tập hợp, được khai triển chính xác nhờ phương pháp toán trên tập hợp. Vậy, mỗi logic phải xác định rõ ràng: logic về đối tượng nào? Nếu ta đổi đối tượng thì ta sẽ có một logic khác.

Cho dù ý của G. Boole là tìm hiểu cách suy luận của con người (Laws of thought), một mệnh đề như "thời tiết hôm nay dễ chịu" sẽ không được đề cập tới vì không chính xác, nghĩa là không biểu diễn được bằng một tập hợp toán học. Logic về mệnh đề dĩ nhiên phải tùy thuộc vào bản chất mệnh đề.

Từ khi ước vọng chế máy thông minh, nghĩa là có được khả năng suy luận như bộ óc con người, vấn đề hoàn toàn đổi khác. Trong lịch sử tiến triển khoa học, ứng dụng mới thường là động cơ thúc đẩy phát minh mới trong toán học. Sự ra đời của logic mờ là một thí dụ điển hình. Khi con người quan sát và suy luận, họ không có được những dữ kiện chính xác (như đo khoảng cách bằng tai, bằng mắt), nhưng lại có thể suy luận trên những dữ kiện mờ, thí dụ như "nếu chướng ngại vật hiện ra "gần" thì nên "giảm" tốc độ xe". Đây là một mệnh đề mờ vì ngôn ngữ. Tuy nhiên, con người hiểu và có thể suy luận từ đó. Nếu ta muốn chế máy với khả năng suy luận "tương đương" với con người, thì phải tìm cách biểu diễn mệnh đề mờ. Giáo sư L. Zadeh (1965) đề nghị một lý thuyết toán về tập mờ (fuzzy sets). Lý thuyết này tổng quát hóa lý thuyết tập hợp. Lý thuyết này làm căn bản cho logic mờ (fuzzy logic). Từ đó ứng dụng của logic mờ trải rộng trong hầu hết các lĩnh vực của công nghệ.

Chúng tôi rất hân hoan viết vài dòng trên để giới thiệu cuốn sách nhỏ này của Tiến sĩ Bernadette Bouchon - Meunier, Tiến sĩ Hồ Thuần và Tiến sĩ Đặng Thanh Hà với độc giả Việt Nam, trong đó Tiến sĩ Bouchon - Meunier là một khảo cứu gia đã đóng góp rất nhiều trong sự phát triển của logic mờ và ứng dụng.

Chúng tôi hy vọng rằng cuốn sách nhỏ này sẽ cung cấp cho độc giả Việt Nam một nhập đề tường tận về logic mờ cũng như trình bày những ứng dụng quan trọng của nó.

NGUYỄN TRUNG HƯNG
Giáo sư Toán học
New Mexico State University (USA)

Tháng 1 năm 2007

CHƯƠNG I

BIỂU DIỄN TRI THỨC BẰNG CÁCH DÙNG CÁC TẬP CON MỜ

1. CÁC KHÁI NIỆM CƠ SỞ

2. QUAN HỆ MỜ VÀ ĐẠI LƯỢNG MỜ

1. CÁC KHÁI NIỆM CƠ SỞ

1.1. Định nghĩa các tập con mờ

1.1.1. Khái niệm tập con mờ

Khái niệm tập con mờ được đưa vào để tránh những việc chuyển đột ngột từ một lớp này sang một lớp khác (từ lớp đen sang lớp trắng chẳng hạn) và cho phép có những phần tử không thuộc hoàn toàn vào một lớp nào (có màu xám chẳng hạn), hoặc thuộc một phần vào một lớp (với một độ thuộc mạnh vào lớp đen và một độ thuộc yếu vào lớp trắng, như trường hợp màu xám đậm). Định nghĩa tập con mờ đáp ứng nhu cầu biểu diễn những tri thức không chính xác, do hoặc chúng được diễn đạt trong ngôn ngữ tự nhiên bởi một người quan sát không cảm thấy có nhu cầu cung cấp độ chính xác cao hơn ("cách bãi biển 100 m", là một đặc trưng được biết là gần đúng), hoặc không có khả năng cung cấp độ chính xác cao hơn ("ở gần bãi biển"), hoặc bởi chúng thu được từ những dụng cụ quan sát sinh ra những sai số đo (chẳng hạn, trên một mặt phẳng, người ta đo áng chừng các khoảng cách : "khoảng 200 m").

Đặc tính cấp độ của các tập con mờ ứng với ý tưởng cho rằng chừng nào ta càng đi tới gần đặc trưng điển hình của một lớp thì sự thuộc vào lớp đó càng mạnh (chắc chắn là một ngôi nhà cách bãi biển 50 m là gần với bãi biển; cách 200 m, nó vẫn còn gần nhưng khi khoảng cách càng lớn hơn 200 m thì ngôi nhà càng ít thuộc lớp "gần bãi biển"; cách bãi biển 1 km, ngôi nhà không còn thuộc nữa).

Khái niệm tập con mờ cho phép xử lý :

- những phạm trù với đường biên kém xác định (như "trung tâm thành phố" hay "cũ"),
- những tình huống trung gian giữa tất cả và không có gì ("hầu như là màu đen"),
- việc chuyển nhích dần từ một tính chất này sang một tính chất khác (từ "gần" tới "xa" tuỳ theo khoảng cách),
- những giá trị gần đúng ("khoảng 2 km"),
- những lớp bằng việc tránh sử dụng tuỳ tiện những đường biên cứng nhắc (khó có thể nói rằng một ngôi nhà cách bãi biển 200 m là gần, còn cách 210 m là xa).

Khái niệm tập con mờ là sự làm mềm dẻo khái niệm tập con của một tập cho trước. Không có tập mờ theo nghĩa đúng của nó và tất cả các tập được xem xét đều là cổ điển và được định nghĩa rõ ràng. Thường ta hay dùng thuật ngữ tập mờ thay cho tập con mờ, do lạm dụng ngôn ngữ, đúng theo cách dịch từ thuật ngữ gốc tiếng Anh là "fuzzy set", nhằm đối lập với "tập rõ" (crisp set), chỉ một tập con không mờ.

Cho X là một tập tham chiếu. Các phần tử của X mà có một tính chất nào đó làm thành một tập con A của X, theo nghĩa thông thường của lý thuyết tập hợp. Ta nói đó là một tập con cổ điển hay thông thường, và ký hiệu Prop(A) là tính chất liên kết (kết hợp) với tập con A. Những phần tử của X không có tính chất đó thuộc tập con là phần bù của tập A. Mọi phần tử của X thuộc chỉ một trong hai tập, A hoặc phần bù của A.

Ngược lại, nếu một số phần tử của X không có một tính chất theo nghĩa tuyệt đối, ta có thể chọn để chỉ ra mỗi phần tử có tính chất đó với một cấp độ bằng bao nhiêu. Như vậy, ta định nghĩa một tập con mờ của X [Zadeh 65] và ký hiệu Prop(A) là tính chất liên kết với nó. Mọi phần tử của X đều thuộc tập con mờ, với độ thuộc bằng 1 trong trường hợp thuộc tuyệt đối và cũng có thể bằng không.

1.1.2. Định nghĩa tập con mờ

Một tập con *cổ điển* A của X được định nghĩa bởi một hàm đặc trưng χ_A lấy giá trị 0 với những phần tử của X không thuộc A và lấy giá trị 1 với những phần tử thuộc A :

$$\chi_A : X \to \{0, 1\}$$

Định nghĩa 1.1.1: Một *tập con mờ* A của X được định nghĩa bởi một hàm thuộc, gán cho mỗi phần tử x của X, độ thuộc $f_A(x)$, nằm giữa 0 và 1, theo đó x thuộc A :

$$f_A : X \to [0, 1]$$

Trường hợp đặc biệt, trong đó f_A chỉ lấy những giá trị bằng 0 hay 1, tập con mờ A là một tập con cổ điển của X. Vậy một tập con cổ điển là một trường hợp riêng của tập con mờ.

Từ nay về sau, ta sẽ ký hiệu **F**(X) là tập tất cả các tập con mờ của X Ký pháp sau đây vẫn được dùng để biểu diễn tập con mờ A, mặc dù nó không liên quan gì tới ý lấy tổng hoặc lấy tích phân. Nó chỉ ra với mọi phần tử x của X, độ thuộc $f_A(x)$ của nó vào A :

Ký pháp :
$$\begin{cases} A = \sum_{x \in X} f_A(x)/x, & \text{nếu X là đếm được,} \\ A = \int_X f_A(x)/x, & \text{nếu X là không đếm được.} \end{cases}$$

Thí dụ 1.1.1: Nếu X là tập các nước trên thế giới, ta có thể định nghĩa tập con thông thường A các nước thuộc Châu Âu, chứa các phần tử là các nước thuộc Cộng đồng chung Châu Âu. Ta cũng có thể định nghĩa tập con mờ các nước thuộc khối Pháp ngữ, trong đó độ Pháp ngữ chẳng hạn càng nhỏ chừng nào số ngôn ngữ được dùng trong nước đó càng lớn, với hàm thuộc sau:

A = 1/Pháp + 0,5/Bỉ + 0,25/Thuỵ Sĩ + 0,5/Canada +
+ 0/Tây Ban Nha + 0/Đức +...

Thí dụ 1.1.2: Nếu X là một tập các thành phố của Pháp, ta có thể định nghĩa tập con thông thường A những thành phố thực sự thuộc các tỉnh 78, 91, 92, 93, 95. Ta cũng có thể định nghĩa tập con mờ A các thành phố thuộc vùng Paris. Độ thuộc của mọi thành phố x của Pháp vào A càng lớn chừng nào khoảng cách từ nó tới Paris, tính theo cây số, ký hiệu d(x,P) càng nhỏ, chẳng hạn (hình 1.1b) :

$$f_A(x) = \max(0,\ 1 - d(x,P)/100).$$

Thí dụ này cho thấy rõ sự khác nhau giữa việc cho trước một tập con mờ với việc cho trước một phân bố xác suất. Trong định nghĩa của A không có một ý gì về may rủi cũng như xác suất, mà chỉ là ý về các phần tử (các thành phố của Pháp) ít hay nhiều đại diện, ít hay nhiều điển hình, của một lớp được xác định không chính xác (lớp các thành phố của vùng Paris).

1.1.3. Các đặc trưng của một tập con mờ

Những đặc trưng hữu ích nhất của một tập con mờ A của X để mô tả nó là những đặc trưng chỉ rõ nó khác với một tập con thông thường của X ở điểm nào.

Đặc trưng thứ nhất là giá của A, là tập những phần tử của X ít nhất có thuộc A một chút.

Định nghĩa 1.1.2: Giá của A, ký hiệu supp(A), là bộ phận của X trên đó hàm thuộc của A khác không :

$$\mathrm{supp}(A) = \{x \in X \ /\ f_A(x) \neq 0\}.$$

Đặc trưng thứ hai của A là chiều cao của nó, ký hiệu h(A), là độ thuộc lớn nhất mà một phần tử của X thuộc A.

Định nghĩa 1.1.3: Chiều cao, ký hiệu h(A), của tập con mờ A của X là giá trị lớn nhất mà hàm thuộc có thể lấy được :

$$h(A) = \sup_{x \in X} f_A(x).$$

Người ta cũng thường dùng các tập con mờ được chuẩn hoá, có nghĩa với chúng có ít nhất một phần tử của X thuộc tuyệt đối (với độ thuộc 1) vào A. Nói riêng, lý thuyết khả năng (chương 2) cần tới những tập con mờ được chuẩn hoá.

Định nghĩa 1.1.4: Tập con mờ A của X là được chuẩn hoá nếu chiều cao h(A) của nó bằng 1.

Một tập con mờ được chuẩn hoá giả định có tồn tại những phần tử của X điển hình cho tính chất được liên kết với nó. Đó là những phần tử thuộc A tuyệt đối và tập những phần tử đó được gọi là hạt nhân của A.

Định nghĩa 1.1.5: Hạt nhân của A, ký hiệu ker(A), là tập các phần tử của X tại đó hàm thuộc của A có giá trị 1 :

$$\ker(A) = \{ x \in X / f_A(x) = 1 \}.$$

Khi tập X là hữu hạn, ta còn đặc trưng tập con mờ A của X bởi lực lượng của nó, chỉ rõ độ thuộc tổng thể mà các phần tử của X thuộc A.

Định nghĩa 1.1.6: Lực lượng của tập con mờ A của X được định nghĩa bởi :

$$|A| = \sum_{x \in X} f_A(x).$$

Nếu A là một tập con thông thường của X, chiều cao của nó bằng 1; nó được chuẩn hoá và đồng nhất với giá và hạt nhân của nó; lực lượng của nó chính là số phần tử của tập theo định nghĩa cổ điển.

Thí dụ 1.1.3: Gọi X là một tập các nước, chẳng hạn X = {Đức, Bỉ, Tây Ban Nha, Pháp, Anh, Italia}, được ký hiệu theo thứ tự là Đ, B, T, P, A, I là tập các nước có thể là nơi cư trú của một cá nhân cho trước. Ta có thể định nghĩa các tập con mờ sau, tương ứng với sự mô tả những mong muốn của cá nhân :

$$A_1 = 0{,}6/Đ + 0{,}7/B + 0{,}4/T + 0{,}3/P + 0{,}8/A + 0{,}5/I,$$

($h(A_1) = 0{,}8$; $supp(A_1) = X$; $\ker(A_1) = \varnothing$; $|A_1| = 3{,}3$), tất cả các nước đều chấp nhận được, tuy nhiên theo một thứ tự ưu tiên khác nhau.

$$A_2 = 0/Đ + 0/B + 1/T + 0{,}8/P + 0/A + 1/I,$$

(tập con mờ được chuẩn hoá; $supp(A_2) = \{T, P, I\}$; $\ker(A_2) = \{T, I\}$; $|A_2| = 2{,}8$) với việc chọn T hay I, chấp nhận P có chừng mực hơn với một độ thuộc nhỏ hơn, tương ứng chẳng hạn với việc tìm một nước thuộc "miền nam", như được chỉ rõ trên hình 1.1a.

$$A_3 = 0/Đ + 0/B + 0/T + 0/P + 1/A + 0/I,$$

(tập con một phần tử của X: tập con mờ được chuẩn hoá: $supp(A_3) = ker(A_3) = \{A\}$; $|A_3| = 1$) với việc chọn A là rất rõ.

Thí dụ 1.1.4: Gọi X là tập các khoảng cách, là tập liên tục. Ta có thể định nghĩa một tập con mờ của X được gọi là A = "gần", như sau :

$$A = \int_{[0,200]} 1/x + \int_{[200,400]} (-0.005x + 2)/x + \int_{[400,+\infty)} 0/x,$$

Như được chỉ rõ trên hình 1.1d, với $h(A) = 1$; $supp(A) = [0, 400]$; $ker(A) = [0, 200]$).

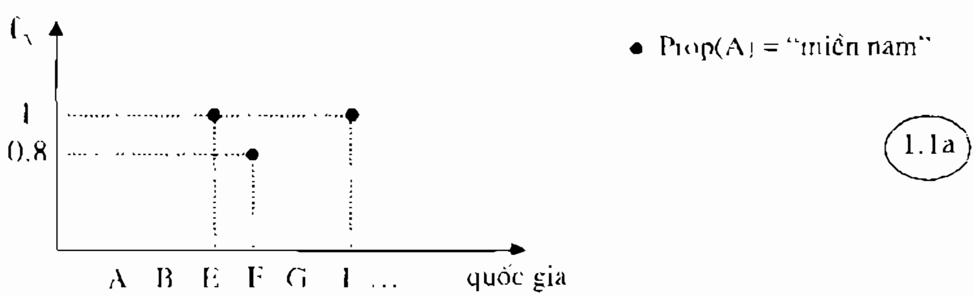
Chú ý : Định nghĩa một tập con mờ tương ứng với một tính chất cho trước phụ thuộc vào ngữ cảnh của việc sử dụng nó. Biểu diễn của "gần" trong trường hợp xác định khoảng cách giữa một ngôi nhà và bãi biển sẽ không giống như biểu diễn của "gần" trong trường hợp xác định khoảng cách của hai thành phố của Pháp, cũng như trong trường hợp mô tả vị trí các đồ vật trên bàn. Ngay cả khi ta giữ nguyên dạng của đường cong được dùng thì hạt nhân và giá phải được chọn một cách thích hợp trên vũ trụ các khoảng cách được diễn đạt theo trăm mét, theo kilômét hay theo centimét.

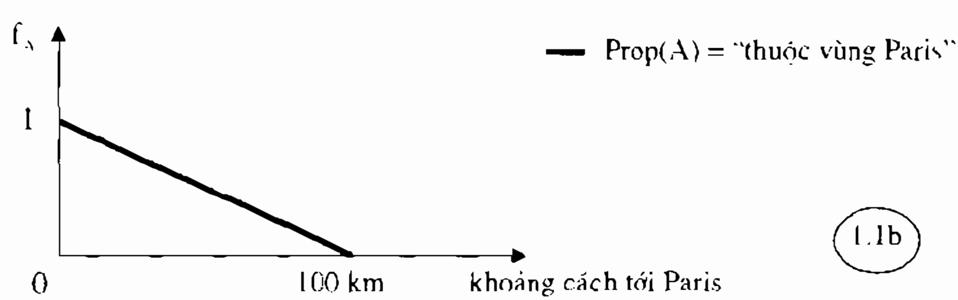
Cũng như trong trường hợp của mọi hệ thống biểu diễn tri thức, định nghĩa một tập con mờ đòi hỏi việc chọn lựa trong số những giải thích có thể có và cố định sự kết hợp giữa các từ được dùng trong suốt quá trình thu thập tri thức (như "gần" chẳng hạn) với những phần tử của vũ trụ (ở đây là các khoảng cách được chỉ rõ theo hàng trăm mét) mà với chúng, nó hoàn toàn chấp nhận được, có nghĩa là hạt nhân của tập con mờ, và những phần tử của vũ trụ mà với chúng, nó hoàn toàn không chấp nhận được, tức những phần tử của vũ trụ không thuộc giá của tập con mờ. Một hệ thống như vậy có ưu điểm làm cho việc trao đổi giữa nhiều người quan sát được thuận lợi vì, khi giới thiệu với họ biểu diễn đã được chọn, chúng ta chắc chắn rằng họ có cùng một sự giải thích đối với các từ được sử dụng. Khi có nhiều người đối thoại có sự bất đồng về định nghĩa của một tập con mờ, ta có thể xây dựng một tập con mờ biểu diễn sự nhất trí và thâu tóm được những định nghĩa khác nhau được đề xuất. Chúng ta sẽ trở lại vấn đề này trong chương 4.

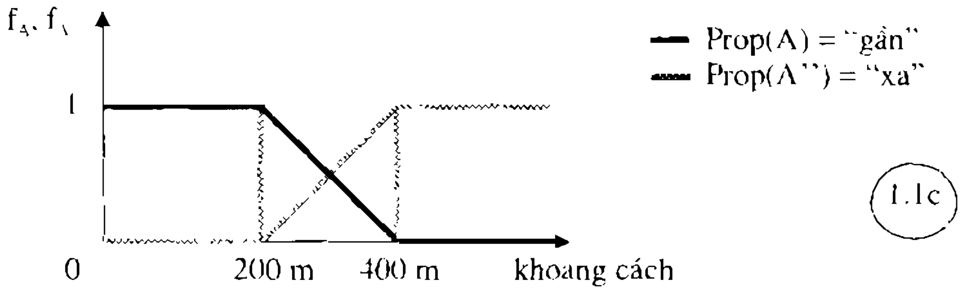
Định nghĩa của một tập con mờ còn phụ thuộc vào tập những đặc trưng được phép với cùng một đại lượng quan sát được. Chẳng hạn, nếu ta cho phép đặc trưng các khoảng cách chỉ bởi các tính chất "gần" và "xa", chúng có thể được biểu diễn bởi các tập con mờ trên hình 1.1c. Ngược lại, nêu ta cho phép đặc trưng các khoảng cách bởi các tính chất "gần", "xa vừa"/ và "xa", những biểu diễn của "gần" và/hay là "xa" sẽ phải khác đi, như được chỉ rõ, chẳng hạn trên hình 1.1d. Sự tinh tế của biểu diễn được chọn tham gia vào việc xây dựng một phân hoạch mờ của tập tham chiếu X, là khái niệm sẽ được đề cập trong chương 2.

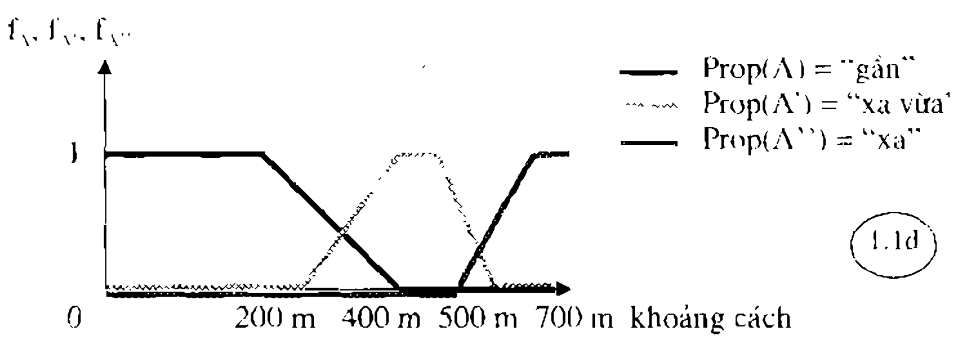
1.2 Các phép toán trên các tập con mờ

Việc mô tả một tập con mờ A của tập tham chiếu X tương ứng với việc đồng nhất các cấp độ mà một tính chất Prop(A) được thoả mãn, có thể không hoàn toàn, bởi các phần tử của X. Vậy liệu ta có thể xây dựng một tập con mờ được xác định bởi những cấp độ mà với chúng Prop(A) không được thoả mãn? Cũng vậy, liệu ta có thể xây dựng một tập con mờ được xác định bởi những cấp độ mà với chúng hai tính chất Prop(A) và Prop(B) được thoả mãn đồng thời? Các phép toán trên các tập con mờ sẽ được định nghĩa để trả lời cho những câu hỏi đó. Như đã thấy, khái niệm tập con mờ của X là sự mở rộng khái niệm tập con cổ điển của X, nên các phép toán phải được chọn sao cho chúng tương đương với với các phép toán cổ điển của lý thuyết tập hợp khi các hàm thuộc chỉ lấy những giá trị 0 hay 1.









Hình 1.1. Thí dụ về các tập con mờ

1.2.1. Sự bằng nhau và sự bao hàm (chứa nhau) của các tập con mờ

Trước hết, cần phải định nghĩa sự bằng nhau của hai tập con mờ A và B của cùng một tập tham chiếu X. Trong lý thuyết tập hợp cổ điển, hai tập con A và B của X là bằng nhau với điều kiện là một phần tử x của X thuộc A nếu và chỉ nếu nó thuộc B, có nghĩa $\chi_A(x) = \chi_B(x)$ với mọi x. Cũng vậy

Định nghĩa 1.2.1: Hai tập con mờ A và B của X là *bằng nhau* nếu các hàm thuộc của chúng lấy cùng giá trị với mọi phần tử của X :

$$\forall x \in X \ f_A(x) = f_B(x)$$

Tập con A được chứa trong (bao hàm trong) tập con B nếu mọi phần tử x của X thuộc A cũng thuộc B, có nghĩa $\chi_A(x) \le \chi_B(x)$ với mọi x. Bằng cách mở rộng, ta nói rằng tập con mờ A của X bao hàm trong tập con mờ B của X nếu mọi phần tử x của X thuộc A, ngay cả với chừng mực vừa phải (không tuyệt đối), cũng thuộc B ít nhất với độ thuộc như vậy, hoặc nói khác đi nếu mọi phần tử x của X thoả mãn tính chất Prop(B) với một cấp độ ít nhất cũng lớn bằng cấp độ mà nó thoả tính chất Prop(A).

Định nghĩa 1.2.2: Cho hai tập con mờ A và B của X, ta nói rằng A bao hàm trong B, ký hiệu $A \subseteq B$, nếu các hàm thuộc của chúng thoả điều kiện

$$\forall x \in X \; f_A(x) \leq f_B(x).$$

Phép bao hàm xác định một thứ tự bộ phận trên **F**(X), có nghĩa $A \subseteq A$ (tính phản xạ), nếu $A \subseteq B$ và $B \subseteq C$, khi đó $A \subseteq C$ (tính bắc cầu). Thứ tự là bộ phận vì có tồn tại những tập con mờ A và B của X mà với chúng, ta không có $A \subseteq B$ và cũng không có $B \subseteq A$, vì $f_A(x) < f_B(x)$ với một số phần tử x của X và $f_B(x) < f_A(x)$ với một số phần tử khác của X.

1.2.2 Giao và hợp của các tập con mờ

Giao của hai tập con thông thường A và B của X là một tập con của X chứa tất cả những phần tử x của X thuộc đồng thời cả A và B. Nó có hàm đặc trưng bằng 1 tại một phần tử x nếu và chỉ nếu $\chi_A(x) = \chi_B(x) = 1$, với x bất kỳ, hoặc nếu và chỉ nếu giá trị nhỏ nhất trong hai giá trị $\chi_A(x)$ và $\chi_B(x)$ bằng 1.

Giao của hai tập con mờ A và B của X tương ứng với tính chất, được ký hiệu là Prop($A \cap B$), theo đó các tính chất Prop(A) và Prop(B) được thoả mãn đồng thời. Tính chất đó được thoả mãn với cấp độ nhỏ nhất mà với nó hai tính chất Prop(A) và Prop(B) được thoả.

Định nghĩa 1.2.3: Giao của hai tập con mờ A và B của X là tập con mờ C, ký hiệu là $A \cap B$, sao cho :

$$\forall x \in X \; f_C(x) = \min(f_A(x), f_B(x)).$$

min ký hiệu toán tử lấy cực tiểu.

Độ thuộc mà mỗi phần tử x của X thuộc $A \cap B$ là độ thuộc nhỏ nhất trong các độ thuộc mà với chúng nó thuộc A và thuộc B.

Hợp của hai tập con thông thường A và B của X là một tập con của X chứa tất cả các phần tử x của X thuộc A hay thuộc B. Nó có hàm đặc trưng bằng 1 tại một phần tử x nếu và chỉ nếu ít nhất một trong hai giá trị $\chi_A(x)$ và $\chi_B(x)$ bằng 1, với x bất kỳ, hoặc nói khác đi, nếu và chỉ nếu giá trị lớn nhất trong hai giá trị $\chi_A(x)$ và $\chi_B(x)$ bằng 1.

Hợp của hai tập con mờ A và B của X tương ứng với tính chất, được ký hiệu là Prop(A∪B), theo đó ít nhất một trong hai tính chất Prop(A) hay Prop(B) được thoả mãn. Tính chất Prop(A∪B) được thoả với một cấp độ bằng với cấp độ lớn nhất theo đó hai tính chất Prop(A) và Prop(B) được thoả.

Định nghĩa 1.2.4: Hợp của hai tập con mờ A và B của X là tập con mờ D, ký hiệu là A∪B sao cho :

$$\forall x \in X \; f_D(x) = \max\,(f_A(x), f_B(x)).$$

max ký hiệu toán tử lấy cực đại.

Độ thuộc mà mỗi phần tử x của X thuộc A∪B là độ thuộc lớn nhất mà với chúng nó thuộc A và thuộc B.

Cũng như trong lý thuyết tập hợp cổ điển, các định nghĩa mà chúng ta vừa đưa ra dẫn tới các tính chất sau đối với mọi A và B thuộc **F**(X) :

Tính chất 1.2.1 .

. Tính kết hợp của ∩ và ∪,

. Tính giao hoán của ∩ và ∪,

. $A \cap X = A$, $A \cap \varnothing = \varnothing$,

. $A \cup \varnothing = A$, $A \cup X = X$,

. $A \cup B \supseteq A \supseteq A \cap B$,

. $A \cap (B' \cup B'') = (A \cap B') \cup (A \cap B'')$

. $A \cup (B' \cap B'') = (A \cup B') \cap (A \cup B'')$

. $|A| + |B| = |A \cap B| + |A \cup B|$.

Thí dụ 1.2.1: Một thí dụ liên quan tới vũ trụ các khoảng cách được cho trên hình 2a, với hai tập con mờ, A liên kết với tính chất "gần" và B liên kết với tính chất "khoảng 400 m". Hai thông tin liên quan tới một ngôi nhà được biểu thị theo thứ tự nhờ vào các tính chất đó. Ta có thể đoán nhận một ngôi nhà thoả cả hai tính chất đó nếu nó được đặc trưng bởi tính chất Prop(A∩B), hay thoả ít nhất một tính chất nếu nó được đặc trưng bởi tính chất Prop(A∪B).

Lấy lại thí dụ về các quốc gia, với X = { Đức, Bỉ, Tây Ban Nha, Pháp, Anh, Italia} và các tính chất Prop(B_1) = "pháp ngữ", Prop(B_2) = "miền nam", ta có :

$$B_1 = 0/Đ + 0{,}5/B + 0/T + 1/P + 0/A + 0/I, \text{ và}$$

$B_2 = 0/Đ + 0/B + 1/T + 0,8/P + 0/A + 1/I.$

Từ đó :

$B_1 \cap B_2 = 0/Đ + 0/B + 0/T + 0,8/P + 0/A + 0/I$, liên kết với tính chất " pháp ngữ và miền nam ",

$B_1 \cup B_2 = 0/Đ + 0,5/B + 1/T + 1/P + 0/A + 1/I$, liên kết với tính chất "pháp ngữ hay miền nam".

Chú ý : Nếu A và B được chuẩn hoá, thì trừ những trường hợp đặc biệt, giao của chúng không được chuẩn hoá. Điều đó giải thích vì sao không thể giới hạn trong việc dùng tập các tập con mờ được chuẩn hoá, vì khi đó phép giao sẽ không là một phép toán trong đối với tập đó. Ngược lại, nếu A và B được chuẩn hoá, hợp của chúng cũng được chuẩn hoá và ngược lại, hợp của hai tập con mờ chỉ có thể được chuẩn hoá khi ít nhất một trong chúng được chuẩn hoá

1.2.3. Phần bù của một tập con mờ

Cho một tập con thông thường A của X, phần bù của nó là tập con chứa tất cả các phần tử của X mà không thuộc A, có hàm đặc trưng bằng 1 nếu và chỉ nếu hàm đặc trưng của A bằng 0 tại mọi điểm x của X.

Phần bù A^c của một tập con mờ A của X là một tập con mờ sao cho một phần tử x của X càng thuộc nhiều vào A^c chừng nào nó càng ít thuộc vào A. Nói khác đi, tính chất Prop(A) càng được thoả nhiều bởi x chừng nào tính chất Prop(A^c) càng được thoả ít.

Định nghĩa 1.2.5: Phần bù A^c của một tập con mờ A của X được định nghĩa là tập con mờ của X với hàm thuộc :

$$\forall x \in X \; f_{A^c}(x) = 1 - f_A(x).$$

Trái với các tập con cổ điển, nói chung là $A^c \cap A \neq \emptyset$ và $A^c \cup A \neq X$, có nghĩa không thoả các tính chất cổ điển của các luật phi mâu thuẫn và bài trung. Tuy nhiên các tính chất khác của lý thuyết tập hợp cổ điển lại được thoả mãn, cụ thể là những tính chất sau :

Tính chất 1.2.2 :

. Các luật De Morgan : $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$, $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$.

. $(A^c)^c = A$.

. $\varnothing^c = X$.

. $X^c = \varnothing$.

. $|A| + |A^c| = |X|$.

Tính chất 1.2.3. Giá và hạt nhân của A và của phần bù của nó nghiệm đúng :

$(supp(A^c))^c = ker(A)$,

$(ker(A^c))^c = supp(A)$.

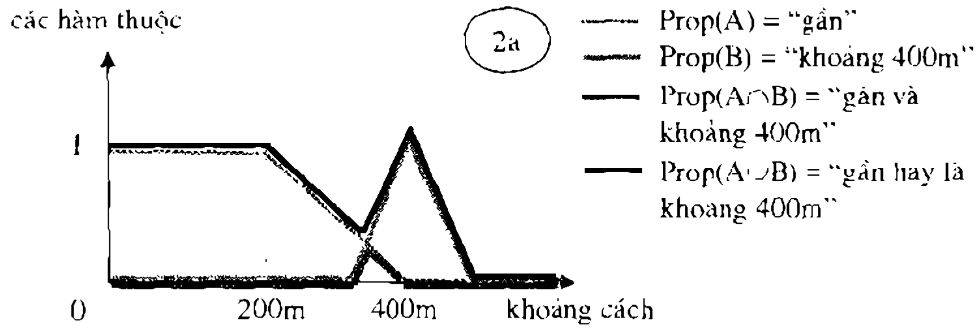
Thí dụ 1.2.2. Trở lại thí dụ liên quan tới vũ trụ các khoảng cách, ta có thể xét tập con mờ A^c liên kết với tính chất Prop(A^c) = "không gần", là phần bù của A, như được chỉ rõ trên hình 2b

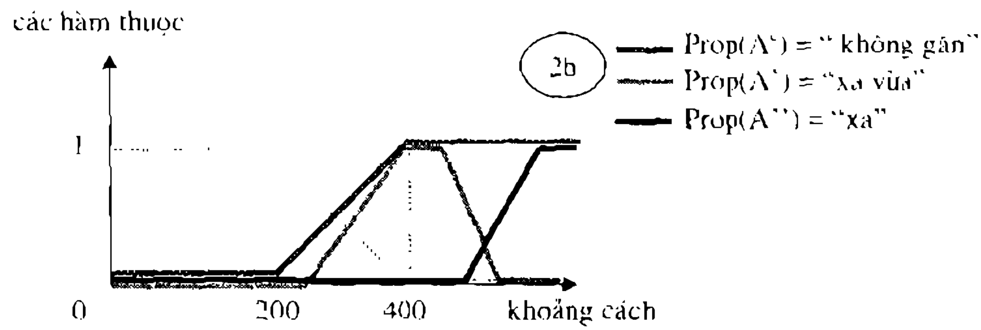
Với thí dụ về các quốc gia, X = {Đức, Bỉ, Tây Ban Nha, Pháp, Anh, Italia}, ta có được các tính chất Prop(B_1^c) = "không pháp ngữ", Prop(B_2^c) = "không miền nam", liên kết với các tập con mờ

$$B_1^c = 1/Đ + 0{,}5/B + 1/T + 0/P + 1/A + 1/I,$$

$$B_2^c = 1/Đ + 1/B + 0/T + 0{,}2/P + 1/A + 0/I.$$

Chú ý : Cần lưu ý là tính chất Prop(A^c) liên kết với phần bù A^c của tập con mờ A được định nghĩa như vậy không phải bao giờ cũng biểu thị được nhờ vào từ phản nghĩa Ant(Prop(A)) của từ được dùng để phát biểu tính chất Prop(A). Lấy lại thí dụ về các khoảng cách, như được chỉ rõ trên hình 1.1. Nếu ta cho phép đặc trưng các khoảng cách bởi các tính chất "gần" và "xa" được biểu diễn bởi các tập con mờ A và A'. A^c sẽ được liên kết với tính chất Prop(A^c) = "không gần", mà ta có thể đồng nhất với tính chất Prop(A'') = "xa". Ngược lại, nếu ta cho phép đặc trưng các khoảng cách bởi các tính chất Prop(A) = "gần", Prop(A') = "hơi xa" và Prop(A'') = "xa", A^c vẫn luôn được liên kết với tính chất "không gần" mà khi đó không thể đồng nhất với "xa", như đã thấy trên hình 1.2b.





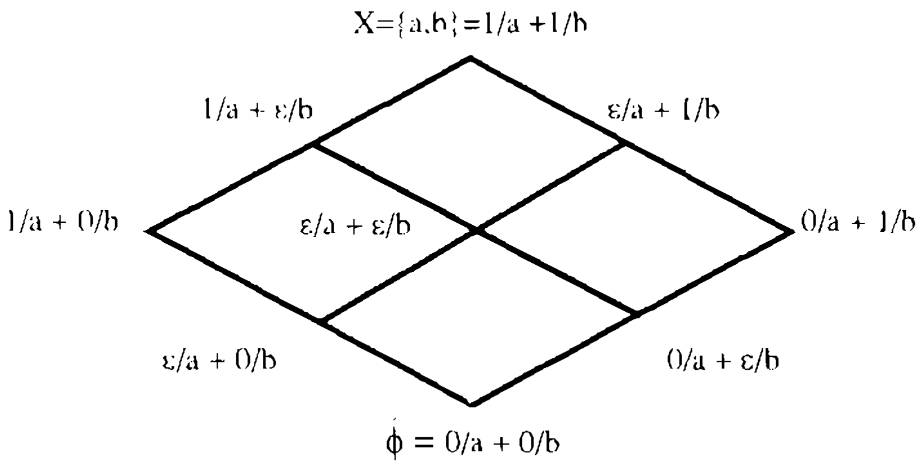
Hình 1.2. Giao, hợp và phần bù của các tập con mờ

1.2.4. Họ các tập con mờ của một tập tham chiếu

Những trường hợp cực đoan của các tập con mờ của X theo thứ tự là chính X, được liên kết với hàm thuộc f_X lấy giá trị 1 với tất cả các phần tử của X, là tập lớn nhất đối với phép bao hàm, và tập rỗng ∅, được liên kết với hàm thuộc bằng 0 trên toàn X, là tập nhỏ nhất đối với phép bao hàm.

Tập **F**(X) làm thành một dàn phân phối, có nghĩa quan hệ thứ tự bộ phận được định nghĩa bởi phép bao hàm là quan hệ sao cho mọi cặp phần tử (A,B) đều chấp nhận một cận dưới lớn nhất $A \cap B$ và một cận trên nhỏ nhất $A \cup B$ phân phối với nhau, giống như trường hợp đối với tập cổ điển **P**(X) các tập con thông thường của X. Trái lại, dàn **F**(X) không bù vì nó không chứa hai phần tử A_0 và B_0 sao cho phần bù A^c của mọi phần tử A thuộc **F**(X) thoả mãn $A \cap A^c = A_0$ và $A \cup A^c = B_0$. Nó chỉ là giả bù.

Thí dụ 1.2.3: Xét trường hợp đơn giản, trong đó X = {a, b}, còn I = {0, ε, 1} là tập các độ thuộc. **F**(X) khi đó chứa 9 phần tử có thể được sắp thứ tự thành dàn như được chỉ rõ trên hình 1.3.



Hình 1.3. Dàn của các tập con mờ

1.2.5. Nhận xét về việc chọn các toán tử định nghĩa các phép toán

Các toán tử min và max và phép lấy phần bù tới 1 đã được chọn để định nghĩa theo thứ tự giao, hợp và phần bù của các tập con mờ vì chúng bảo toàn hầu như toàn bộ cấu trúc của lý thuyết tập hợp cổ điển. Nhiều biện minh cho những lựa chọn đó đã được làm rõ theo cách thức tiên đề, bằng cách chọn những tính chất đơn giản mà phép giao và phép hợp phải thoả để được xem là những mở rộng của các phép toán giao và hợp cổ điển của các tập con. Chẳng hạn ta có thể nghiên cứu tính khoẻ của các toán tử, hiểu theo nghĩa một biến đổi nhỏ của các hàm thuộc của A và B cho một biến đổi nhỏ của các hàm thuộc của hợp và giao của chúng, và chứng tỏ rằng các toán tử min và max là khoẻ nhất [Nguyen et al. 93]. Ta cũng có thể chứng minh tính chất sau [Bellman, Giertz 73] :

Tính chất 1.2.4: Với các tập con mờ bất kỳ A và B của X, ta định nghĩa giao $A \cap B$ và hợp $A \cup B$ của chúng là các phần tử của F(X) với các hàm thuộc:

$$\forall x \in X,\ f_{A \cap B}(x) = F(f_A(x), f_B(x)),$$

$$\forall x \in X,\ f_{A \cup B}(x) = G(f_A(x), f_B(x)),$$

trong đó F và G là hai phép toán xác định trên [0, 1] x [0, 1], có giá trị trong [0, 1] và có các tính chất :

. giao hoán,

. kết hợp,

. phân phối với nhau,

. liên tục,

. không giảm với mỗi đối của chúng,

. sao cho

$$F(x,y) \leq \min(x,y) \text{ và } G(x,y) \geq \max(x,y)$$

$$F(x,x) < F(x',x'),\ G(x,x) < G(x',x') \text{ mỗi khi } x < x'$$

$$F(1,1) = 1 \text{ và } G(0,0) = 0.$$

Khi đó chỉ có F = min và G = max là hai phép toán có thể.

Nhận xét : Một kết quả khác [Bellman, Giertz 73], [Gaines 76a] liên quan tới định nghĩa của phần bù và đưa ra định nghĩa 1.2.5, dưới những điều kiện phức tạp hơn những điều kiện của tính chất 1.2.4. Với bất kỳ tập con mờ A của X, giả sử ta định nghĩa phần bù A^c là phần tử của **F**(X) với hàm thuộc .

$$f_{A^c}(x) = H(f_A(x)),$$

trong đó H là một phép toán xác định trên [0, 1], nhận giá trị trong [0, 1] và có các tính chất :

. liên tục,

. giảm thực sự,

. đối hợp : $H(f_{A^c}(x)) = f_A(x)$ với mọi x thuộc X, hay

$$H(H(f_A(x))) = f_A(x),$$

. sao cho, nếu hai phần tử x và y của X thoả $f_A(x) + f_A(y) = 1$ thì khi đó $H(f_A(x)) + H(f_A(y)) = 1$,

. sao cho $H(0) = 1$ và $H(1) = 0$

Khi đó $H(u) = 1 - u$ là phép toán duy nhất có thể.

Tuy nhiên, còn tồn tại những toán tử hữu ích khác nếu ta có những lý do đặc biệt mong muốn các phép toán trên các tập con mờ có những hành vi khác và nếu ta bằng lòng chịu để mất những tính chất khác như luật phi mâu thuẫn và luật bài trung [Yager 91]. Những toán tử quen biết nhất là các chuẩn tam giác cho phép giao, các đối chuẩn tam giác cho phép hợp, các phép phủ định cho phần bù, mà chúng ta sẽ gặp lại trong mục 1.7.

Chẳng hạn, nếu ta định nghĩa phép giao và phép hợp theo thứ tự bởi :

$$\forall x \in X,\ f_{A\cap B}(x) = \max(f_A(x) + f_B(x) - 1, 0),$$

$$\forall x \in X,\ f_{A\cup B}(x) = \min(f_A(x) + f_B(x), 1),$$

thì khi đó, các tính chất không được nghiệm đúng với những lựa chọn trước đây, bây giờ lại được nghiệm đúng, và ta lại có :

$$A^c \cap A = \varnothing \text{ và } \qquad A^c \cup A = X,$$

là điều dường như thoả đáng, nhưng bù lại, mất đi hai tính chất luỹ đẳng :

$$A \cap A = A \text{ và } A \cup A = A.$$

1.3. Các tập con thông thường liên kết với một tập con mờ

Với sự có mặt của các tri thức không chính xác được biểu diễn bởi các tập con mờ, có nhiều lý do dẫn đến việc tìm những tập con thông thường kết hợp với chung. Lý do thứ nhất là đánh giá xem chúng khác với một tập con thông thường của tập tham chiếu tới mức nào và tính độ mờ của chúng, chẳng hạn để tiến hành một phép chọn trong số nhiều tập con mờ khi chọn thông tin tin cậy nhất có thể: chúng ta sẽ trở lại trong mục 1.7 về nhiều hệ số khác nhau cho phép đo tính đặc thù hay tính không chính xác của một tập con mờ qua trung gian một phép so sánh với các tập thông thường. Lý do thứ hai là sự chú trọng sử dụng những kiến thức của lý thuyết tập hợp cổ điển, khi có các tập con mờ mà ta muốn tiếp cận bằng các tập con thông thường. Lý do cuối cùng là việc tìm một tập con thông thường gần tới mức có thể với tập con mờ hiện có nhằm mục đích ra một quyết định hay thực hiện một hành động chính xác mặc dù có sự không chính xác của các tri thức. Cách đơn giản nhất để thực hiện sự xấp xỉ đó là cố định một giới hạn dưới cho các độ thuộc đang xét. Một trường hợp đặc biệt hơn cả là tìm một phần tử của X biểu diễn tốt nhất tập con mờ, có nghĩa một tập con của X thu về tập một phần tử, và ta sẽ trình bày các phương pháp, được gọi là sự khử mờ, thực hiện việc tìm kiếm đó, trong khuôn khổ của điều khiển mờ.

1.3.1. Định nghĩa các α – nhát cắt kết hợp với một tập con mờ

Cho trước tập con mờ A của tập tham chiếu X, ta chọn một ngưỡng α giữa 0 và 1. Ta xây dựng tập con thông thường A_α của X kết hợp với A đối với ngưỡng đó, bằng cách chọn tất cả các phần tử của X thuộc A, hay thoả tính chất Prop(A), với một độ thuộc ít nhất bằng α (hình 1.4).

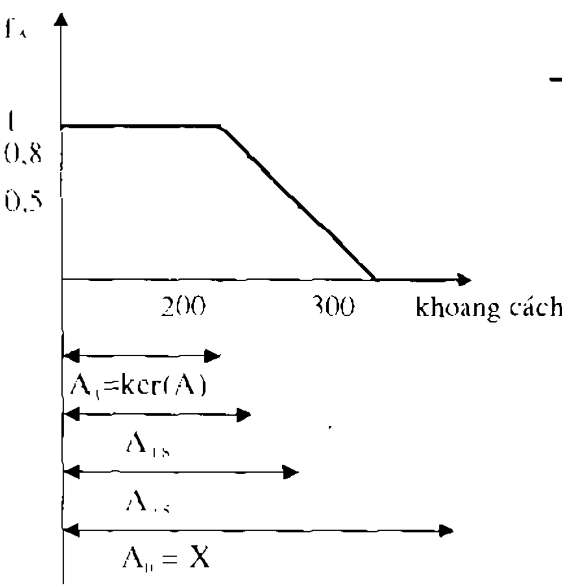
Định nghĩa 1.3.1: Với một ngưỡng cho trước α thuộc [0, 1], ta định nghĩa *α-nhát cắt* của tập con mờ A của X (hay *tập con mức α* liên kết với A) là tập con $A_\alpha = \{ x \in X \,/\, f_A(x) \geq \alpha \}$ của X, với hàm đặc trưng là

$$\chi_A(x) = 1 \text{ nếu và chỉ nếu } f_A(x) \geq \alpha$$

1.3.2. Tính chất của các α – nhát cắt

Khi chọn một mức α, ta chỉ ra ngưỡng mà từ đó khái niệm thuộc, dù là tương đối trong định nghĩa của A, được xem là đủ cho việc mô tả tính chất Prop(A). Những phần tử x của vũ trụ X mà hàm thuộc $f_A(x)$ ít nhất bằng α thoả tương đối tốt tính chất Prop(A) và ta bằng lòng, với mức đã chọn.

Điều đó nói lên rằng những phần tử này thuộc đủ mạnh vào A để ta có thể xem chúng là đại diện của A. Chừng nào ta càng đòi hỏi trên khái niệm thuộc, thì ta càng tăng ngưỡng α lên và khi đó càng có ít các phần tử của X thoả khái niệm thuộc đó, như được chỉ rõ trên hình 1.4.



Prop(A) = "gần"

Prop(A_1) = "với khoảng cách cùng lắm bằng 200 m" ("gần" theo cách tuyệt đối)

Prop($A_{0,5}$) = "với khoảng cách cùng lắm bằng 300m" ("gần" với cấp độ ít nhất bằng 0,5)

Prop($A^{0,5}$) = "với khoảng cách nhỏ hơn 300m" ("gần" với cấp độ lớn hơn 0,5)

Hình 1.4. Thí dụ về các α–nhát cắt liên kết với tập con mờ A

Tính chất 1.3.1: Những α–nhát cắt của A là những bộ phận không mờ của X lồng nhau đối với giá trị của mức α, có nghĩa nếu $\alpha' \geq \alpha$ thì $A_\alpha \supseteq A_{\alpha'}$.

Với mức $\alpha = 1$, ta có được α–nhát cắt nhỏ nhất, có thể là rỗng, là hạt nhân của A. Với $\alpha_0 = h(A)$, $A_{\alpha_0} = \cap_{\alpha < \alpha_0} A_\alpha$. Với mức $\alpha = 0$, ta có α–nhát cắt lớn nhất và bằng chính tập tham chiếu X.

Tính tương thích của các phép toán trên các tập mờ với các phép toán của lý thuyết tập cổ điển cho phép kiểm nghiệm rằng, với tất cả những tập con mờ A và B của X, và với mọi ngưỡng α thuộc $[0,1]$, kết quả sẽ là như nhau khi thực hiện các phép toán mờ trên A và trên B rồi sau đó xây dựng các α–nhát cắt, hoặc là, trước tiên tìm các α–nhát cắt của A và B rồi sau đó thực hiện trên các α–nhát cắt đó các phép toán cổ điển tương ứng.

Tính chất 1.3.2: Những α–nhát cắt của các tập con mờ nghiệm đúng các tính chất sau :

. $(A \cap B)_\alpha = A_\alpha \cap B_\alpha$

. $(A \cup B)_\alpha = A_\alpha \cup B_\alpha$

. nếu $A \supseteq B$ thì $A_\alpha \supseteq B_\alpha$.

Những tính chất khác của các α–nhát cắt sẽ được giới thiệu trong phần tiếp sau, khi đưa vào những khái niệm mới.

1.3.3. Những α–nhát cắt chặt

Ta cũng có thể xem mức α như một giới hạn chặt cho tính đại diện của một phần tử của X đối với tập con mờ A cho trước của X.

Định nghĩa 1.3.2: Với mọi mức $\alpha \in [0,1[$, ta định nghĩa *α–nhát cắt chặt* của A là tập con $A^\alpha = \{ x \in X / f_A(x) > \alpha \}$ của X.

Một trường hợp riêng quan trọng của α–nhát cắt chặt tương ứng với mức $\alpha = 0,5$ được xem như tương ứng với một ngưỡng không quyết định. Dưới ngưỡng đó, độ thuộc của các phần tử của X vào A là yếu. Trên ngưỡng đó độ thuộc là mạnh. Trong số tất cả những tập con thông thường bất kỳ A của X, có thể chỉ ra rằng tập con làm cực tiểu khoảng cách Ơclit giữa A và A chính là $A^{0,5}$, chẳng hạn theo đẳng thức sau, trong trường hợp X là hữu hạn :

$$[\sum_{x \in X} | \chi_{A^{0,5}}(x) - f_A(x) |^2]^{1/2} = \min_{A \subseteq X} [\sum_{x \in X} | \chi_A(x) - f_A(x)|^2]^{1/2}.$$

Tính chất 1.3.3 : 0,5–nhát cắt chặt $A^{0,5}$ của tập con mờ A của X là tập con thông thường của X gần với A nhất, theo nghĩa, chẳng hạn làm cực tiểu khoảng cách Oclit.

1.3.4. Biểu diễn một tập con mờ từ các α – nhát cắt của nó

Dãy tất cả các α–nhát cắt của một tập con mờ A biểu diễn nó một cách hoàn toàn. Một cách hình ảnh, ta có thể nói rằng nó được "cắt thành các lát" và khi có tất cả những lát đó, ta có toàn bộ thực thể.

Để đơn giản, giả sử ta giới hạn trong một số hữu hạn các độ thuộc, được sắp theo thứ tự tăng, có nghĩa các hàm thuộc lấy các giá trị, chẳng hạn trong tập sắp thứ tự I = {0, 0.1, 0.2, 0,3,..., 1}. Nếu ta biết các α–nhát cắt lồng nhau A_α của tập con mờ chưa biết A với tất cả các ngưỡng $\alpha \in I$, ta có thể xây dựng hàm thuộc f_A của A bằng việc xét các ngưỡng đi từ lớn nhất đến nhỏ nhất. Trong trường hợp đặc biệt của I :

. $f_A(x) = 1$ với mọi $x \in A_1$,

. $f_A(x) = 0,9$ với mọi $x \in A_{0,9} - A_1$, vì $f_A(x) \geq 0,9$ trên $A_{0,9}$ và $f_A(x) = 1$ trên A_1,

. $f_A(x) = \alpha$ với mọi $x \in A_\alpha - A_{\alpha'}$, trong đó α' là phần tử của I theo ngay sau α, và như vậy với α bất kỳ nhỏ hơn 1 trong I.

Tổng quát hơn, biết họ tất cả các α–nhát cắt của một tập con mờ hay biết chính tập con mờ là tương đương.

Xuất phát từ A, ta xây dựng các α–nhát cắt A_α với tất cả các mức α thuộc tập các giá trị được lấy bởi f_A.

Định lý phân tách 1.3.1 : Mọi tập con mờ A của tập tham chiếu X được xác định từ các α -nhát cắt của nó bởi :

$$\forall x \in X \; f_A(x) = \sup_{\alpha \in]0,1]} \alpha . \chi_{A_\alpha}(x),$$

trong đó sup chỉ supremum (cận trên của các giá trị có thể) và χ_{A_α} là hàm đặc trưng của A_α

Thí dụ 1.3: Một thí dụ liên quan tới tập tham chiếu các khoảng cách được chỉ rõ trên hình 1.4.

Liên quan tới thí dụ về các quốc gia X = {Đức, Bỉ, Tây Ban Nha, Pháp, Anh, Italia}, ta có thể lấy tập con mờ kết hợp với tính chất "miền nam":

$$M = 0/Đ + 0/B + 1/T + 0,8/P + 0/A + 1/I.$$

và xây dựng 1–nhát cắt của nó M_1 = { E, I } đồng nhất với hạt nhân cũng như 0,9–nhát cắt của M, tiếp đó là xây dựng 0,8–nhát cắt $M_{0,8}$ = {E, F, I}, đồng nhất với tất cả các α–nhát cắt với 0,8 > α > 0. Còn 0–nhát cắt M_0 = X.

Khi đó, ta có thể viết các α–nhát cắt khác nhau của M như sau :

$$M_1 = 0/Đ + 0/B + 1/T + 0/P + 0/A + 1/I,$$

$$M_{0,8} = 0/Đ + 0/B + 1/T + 1/P + 0/A + 1/I,$$

$$M_0 = 1/Đ + 1/B + 1/T + 1/P + 1/A + 1/I.$$

Khi đó ta lại tìm thấy : $f_M(Đ) = \max(1 \times 0, \ldots, 0{,}1 \times 0,\ 0 \times 1) = 0$,

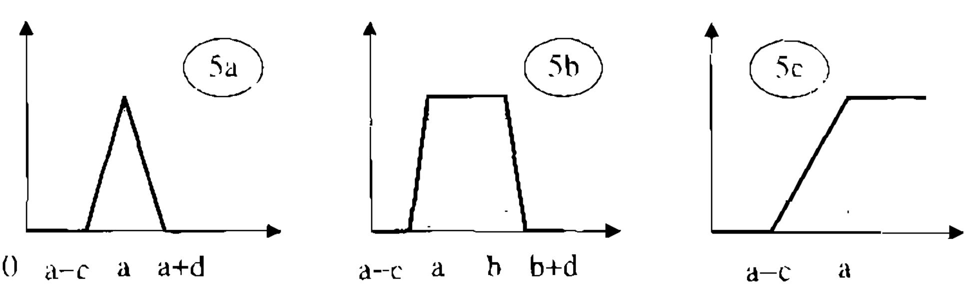
$f_M(B) = \max(1 \times 0, \ldots, 0{,}1 \times 0,\ 0 \times 1) = 0$, $f_M(T) = \max(1 \times 1, \ldots, 0 \times 1) = 1$

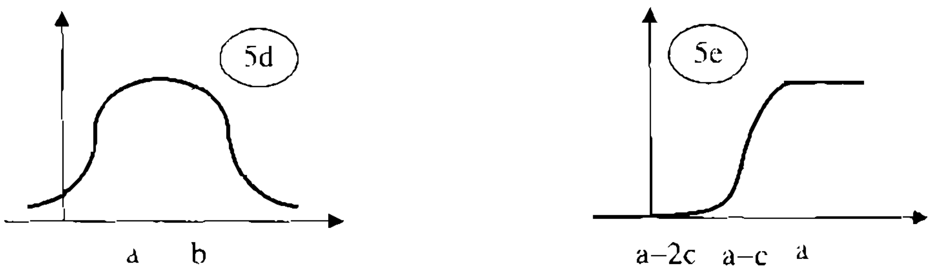
$f_M(P) = \max(1 \times 0,\ 0{,}9 \times 0,\ 0{,}8 \times 1, \ldots, 0{,}1 \times 1,\ 0 \times 1) = 0{,}8$,

$f_M(A) = \max(1 \times 0, \ldots, 0{,}1 \times 0,\ 0 \times 1) = 0$, $f_M(I)$ max $(1 \times 1, \ldots, 0 \times 1) = 1$, cho ta đúng định nghĩa của M.

1.4. Các tập con mờ lồi

Những tập con mờ phổ biến nhất là những tập con mờ có hàm thuộc "đều đặn", có nghĩa không có những chỗ đứt đoạn đột ngột, và như vậy biểu diễn đúng tính cách cấp độ và việc chuyển nhích dần từ chỗ không thoả mãn tính chất mà chúng kết hợp tới sự thoả mãn. Khi ta yêu cầu một người đối thoại vẽ đường cong mà người đó cho là thích hợp nhất để định nghĩa hàm thuộc của một tập con mờ biểu diễn một giá trị xấp xỉ ("chừng ba mươi", "khoảng 2000 đô la") hay một đặc trưng mơ hồ ("trẻ", "xa"), thì người đó thường vẽ một tam giác hay một hình thang tuỳ từng trường hợp, có thể mở về bên trái hoặc bên phải, hay một đường cong hình chuông, cũng có thể mở về trái hoặc phải (xem hình 1.5).





Hình 1.5. Thí dụ về các hàm thuộc lồi

Khi X là tập các số thực **R**, các tập con mờ có dáng dấp như vậy được gọi là lồi [Zadeh 65].

Định nghĩa 1.4.1 Một tập con mờ A của tập X các số thực là *lồi* nếu, với mọi cặp phần tử a và b của X, và với mọi số λ thuộc [0,1], hàm thuộc của A nghiệm đúng :

$$f_A(\lambda a + (1-\lambda)b) \ge \min(f_A(a), f_A(b)).$$

Tính chất 1.4.1: Một tập con mờ A của **R** là lồi nếu tất cả những α-nhát cắt A_α của nó là lồi, có nghĩa nếu, với mọi cặp phần tử a và b của A_α và với mọi số λ thuộc [0,1], $x = \lambda a + (1-\lambda)b$ cũng thuộc A_α.

Tính chất 1.4.2: Nếu A và B là hai tập con mờ lồi của **R**, thì giao của chúng là lồi.

Thí dụ 1.4.1 : Ta có thể định nghĩa một hàm thuộc hình thang nhờ vào các tham số thực a, b, c, d bởi :

$$f_A(x) \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \le a-c \text{ hay nếu } x \ge b+d \\ x/c + (1 - a/c) & \text{nếu } a-c < x < a \\ 1 & \text{nếu } a \le x \le b \\ -x/d + (1 + b/d) & \text{nếu } b < x < b+d. \end{cases}$$

Nếu a = b, đường cong là hình tam giác (hình 1.5a). Ngược lại nó là hình thang (hình 1.5b). Nếu a → −∞ với X = **R**, hay a = c = 0 với X = $\mathbf{R}^+$ (tương ứng b → +∞), ta có một đường hình thang mở về phía trái (tương ứng về phía phải như được chỉ rõ trong hình 1.5c).

Những hàm thuộc phi tuyến từng mảnh được chỉ ra trên các hình 1.5d và 1.5e ; hình 1.5e được mở về phải. Ta có thể dùng, chẳng hạn, những hàm sau :

$$f_S(x) = \begin{cases} \exp(x - a) & \text{nếu } x < a \\ 1 & \text{nếu } a \le x \le b \\ \exp(-x + b) & \text{nếu } x > b \end{cases}$$

$$f_S(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < a-2c \\ (x - a + 2c)^2 / 2c^2 & \text{nếu } a-2c \le x < a-c \\ 1 - (x - a)^2 / 2c^2 & \text{nếu } a-c \le x < a \\ 1 & \text{nếu } x \ge a. \end{cases}$$

Những tập con mờ lồi sẽ được sử dụng trong số học mờ và ta sẽ sử dụng chúng trong mục 2.2.

1.5. Tích Descartes và hình chiếu của các tập con mờ

1.5.1. Tích Descartes của các tập con mờ

Việc mô tả mọi hệ thống, dù là ít phức tạp, thường có sự tham gia của nhiều vũ trụ tham chiếu. Chẳng hạn, việc ra một quyết định thường dựa trên nhiều tiêu chuẩn, việc nhận dạng một lớp đối tượng phải dựa trên nhiều đặc trưng, việc điều khiển một quá trình phải xét tới nhiều biến. Khi xét nhiều tập tham chiếu đồng thời, ta xây dựng một vũ trụ tổng thể trong đó các thành phần khác nhau là các tập tham chiếu ban đầu. Những đặc trưng được biểu diễn bởi các tập con mờ mà ta định nghĩa trên vũ trụ tổng thể đó được xây dựng từ những lớp mờ của các tập tham chiếu ban đầu.

Ta giả sử là các tập tham chiếu không có tác động lẫn nhau, có nghĩa những quan sát thực hiện trên mỗi tập tham chiếu là độc lập với nhau. Khi đó ta nói rằng các tập con mờ được xác định trên các tập tham chiếu đó là *không tương tác* [Zadeh 78].

Cho $X_1, X_2, \ldots, X_r$ là các tập tham chiếu, và tích Descartes của chúng $X = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_r$ có các phần tử là những r−bộ $(x_1, x_2, \ldots, x_r)$ với x_1 thuộc X_1, x_2 thuộc $X_2, \ldots,$ x_r thuộc X_r. Nếu sự hiểu biết về $X_1, \ldots, X_r$ là chính xác thì mọi thông tin có trên X sẽ được cung cấp bởi những r -bộ. Ngược lại, nếu tri thức đó là không chính xác, ta chỉ có các tập con mờ A_1, A_2,...,A_r theo thứ tự của X_1, X_2,...,X_r. Để mô tả tổng thể thông tin hiện có, ta xây dựng tích Descartes A của chúng, xem một phần tử (x_1, x_2,...,x_r) thuộc A càng mạnh nếu x_1 thuộc mạnh vào X_1, x_2 thuộc mạnh vào X_2,..., x_r thuộc mạnh vào X_r [Zadeh 73].

Định nghĩa 1.5.1: Cho các tập con mờ A_1, A_2,..., A_r, được xác định tương ứng trên X_1, X_2,..., X_r, ta định nghĩa *tích Descartes* của chúng $A = A_1 \times A_2 \times ... \times A_r$ như một tập con mờ của X có hàm thuộc :

$$\forall\ x = (x_1, x_2, ..., x_r) \in X,\ f_A(x) = \min(f_{A_1}(x_1), ..., f_{A_r}(x_r)).$$

Thí dụ 1.5.1: Để tiếp tục thí dụ về các địa điểm cư trú được xem xét, hãy xét X_1 = {Đ, B, T, P} là tập các nước (Đức, Bỉ, Tây Ban Nha, Pháp} và X_2={C, V} là tập các lựa chọn giữa nông thôn (C) và thành phố (V). Những ưu tiên của một cá nhân đối với mỗi một trong hai tập khả năng đo, xét riêng từng cái một, được biểu diễn bởi những tập con mờ

A_1 = 0,5/Đ + 0,8/B + 0,4/T +0,3/P của X_1, và

A_2 = 0,8/C + 0,2/V của X_2.

Một ưu tiên đối với hai vũ trụ một cách tổng thể được biểu diễn bởi tích Descartes của chúng, được định nghĩa là :

A_{12} = 0,5/(Đ,C) + 0,8/(B,C) + 0,4/(T,C) + 0,3/(P,C) + 0,2/(Đ,V) + + 0,2/(B,V) + 0,2/(T,V) + 0,2/(P,V),

tương ứng với một ưu tiên cho một nơi cư trú ở nông thôn nước Bỉ, hoặc cũng có thể là nước Đức, còn tất cả những giả thiết khác đều chấp nhận được, nhưng rất khiêm tốn.

1.5.2. Hình chiếu của một tập con mờ

Ngược lại, việc biết một đặc trưng mờ tổng thể được định nghĩa trên một vũ trụ phức hợp phải cho biết những thông tin về những thành phần khác nhau của vũ trụ đó và cho phép định nghĩa những đặc trưng mờ trên mỗi thành phần đó [Zadeh 75].

Cho một tập con mờ A được định nghĩa trên một vũ trụ $X_1 \times X_2$ là tích Descartes của hai tập tham chiếu X_1 và X_2.

Định nghĩa 1.5.2 : Hình chiếu trên X_1 của tập con mờ A của $X_1 \times X_2$ là tập con mờ $Proj_{X_1}(A)$ của X_1, với hàm thuộc được xác định bởi :

$$\forall x_1 \in X_1,\ f_{Proj_{X_1}(A)}(x_1) = \sup_{x_2 \in X_2} f_A((x_1, x_2)).$$

Hình chiếu của A trên X_2 cũng được định nghĩa tương tự.

Tính chất 1.5.1: Trường hợp đặc biệt trong đó A là tích Descartes của các tập con mờ A_1 của X_1 và A_2 của X_2, hình chiếu $Proj_{X_1}(A)$ trên X_1 là tập con mờ ban đầu A_1 nếu và chỉ nếu $\sup_{x_2 \in X_2} f_{A_2}(x_2) \geq \sup_{x_1 \in X_1} f_{A_1}(x_1)$, nói riêng được nghiệm đúng nếu A_2 được chuẩn hoá. Cũng vậy, hình chiếu $Proj_{X_2}(A)$ của A trên X_2 là A_2 nếu và chỉ nếu $\sup_{x_2 \in X_2} f_{A_2}(x_2) \leq \sup_{x_1 \in X_1} f_{A_1}(x_1)$, nói riêng được nghiệm đúng nếu và chỉ nếu A_1 được chuẩn hoá.

Thí dụ 1.5.2: Lấy lại các vũ trụ X_1 = {Đ, B, T, P, A, I} và X_2 = {C, V} của thí dụ trước. Giả sử những mong muốn của một cá nhân được chỉ rõ bởi tập con mờ sau của $X_1 \times X_2$: S = 0,6/(Đ,C) + 0,8/(B,C) + 0,4/(T,C) + 0,3/(P,C) + 0,5/(Đ,V) + 0,2/(B, V) + 0,3/(T,V) + 0,2(P, V), chứng tỏ có sự ưu tiên về một nơi cư trú ở nông thôn nước Đức hay nước Bỉ. Thông tin mà ta muốn có được về những ưu tiên đối với lựa chọn nông thôn/thành phố được chỉ rõ bởi tập con mờ của X_2 được suy từ S bởi phép chiếu trên X_2 :

$$Proj_{X_2}(S) = \max(0{,}6,\ 0{,}8,\ 0{,}4,\ 0{,}3)/C + \max(0{,}5,\ 0{,}2,\ 0{,}3,\ 0{,}2)/V$$

$$= 0{,}8 / C + 0{,}5 / V,$$

xác định sự ưu tiên của người đó đối với nông thôn.

Một cách tổng quát, nếu vũ trụ phức tạp hơn, ta định nghĩa hình chiếu của một tập con mờ A của $X = X_1 \times X_2 \times ... \times X_r$ trên tích Descartes $Y = X_a \times X_b \times ... \times X_k$, với {a, b,..., k} ⊂ {1, 2,..., r} bằng cách lấy supremum của $f_A((x_1, ..., x_r))$ với các phần tử x_i của tất cả các tập X_i không có mặt trong Y, có nghĩa sao cho

$$1 \leq i \leq r,\ i \neq a,\ i \neq b, ...,\ i \neq k :$$

Định nghĩa 1.5.3: Hình chiếu trên $X_a \times X_b \times \ldots \times X_k$ của tập con mờ A của $X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_r$ là tập con mờ Proj(A) của $X_a \times X_b \times \ldots \times X_k$ với hàm thuộc được định nghĩa là :

$$\forall x_a \in X_a, \ldots, x_k \in X_k,$$

$$f_{Proj(A)}(x_a, \ldots, x_k) = \sup_{\{i/1 \le i \le r,\, i \ne a, \ldots, i \ne k\}} f_A((\ldots x_i, \ldots)).$$

1.5.3. Khuếch trụ của một tập con mờ

Ngược lại, khuếch trụ của một tập con mờ B của $Y = X_a \times X_b \times \ldots \times X_k$ với $1 \le a < b < \ldots < k \le r$, là tập con mờ B' của $X = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_r$ với hàm thuộc có cùng giá trị với tất cả các phần tử của các tập X_i không xuất hiện trong Y. Nó cho phép quy nạp (cảm sinh) tri thức trên tất cả những thành phần của một vũ trụ phức hợp từ tri thức chỉ trên một số thành phần trong chúng.

Định nghĩa 1.5.4: Khuếch trụ của một tập con mờ B của $X_a \times X_b \times \ldots \times X_k$ trên $X = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_r$ được định nghĩa là :

$$\forall x = (x_1, \ldots, x_a, \ldots, x_k, \ldots, x_r) \in X,\ f_{B'}(x) = f_B(x_a, \ldots, x_k).$$

Thí dụ 1.5.3 : Tiếp tục thí dụ về việc chọn nơi cư trú, nếu những ưu tiên của một cá nhân được đặc trưng bởi tập $A_2 = 0{,}8/C + 0{,}2/V$ của X_2, khuếch trụ của A_1 trong $X = X_1 \times X_2$ cho phép quy nạp những ưu tiên của người đó trên tập các nơi cư trú có thể của 4 nước. Nó được xác định bởi :

$$A_1' = 0.8/(Đ,\ C) + 0{,}8/(B,\ C) + 0{,}8/(T,\ C) + 0{,}8/(P,\ C) + 0{,}2/(Đ,\ V)$$
$$+ 0{,}2/(B,\ V) + 0{,}2/(T,\ V) + 0{,}2/(P,\ V).$$

1.6 Nguyên lý khuếch

1.6.1. Mục đích của nguyên lý khuếch[1]

Những tập con mờ của X biểu diễn những tri thức không đầy đủ về tập tham chiếu X. Ta có thể xem những phần tử x của X được nhận biết không chính xác và người quan sát chỉ có thể nhận biết một tập con mờ mà x thuộc mạnh vào nó, phép quan sát phạm một sai số đo hay có một

---

[1] còn gọi là nguyên lý mở rộng.

quảng trong ảnh. Trong những điều kiện đó, các tính chất quen biết theo cách cổ điển trên tập tham chiếu X hay trên các quan hệ của nó với một tập tham chiếu khác Y không thể khai thác trực tiếp được. Khi đó cần thích nghi chúng để có thể sử dụng chúng khi ta biết X thông qua những tập con mờ của nó mà không phải là qua trung gian các phần tử của nó. Chẳng hạn, nếu X là tập các số thực thì khi quan sát những phần tử của nó, ta có thể so sánh chúng và thực hiện các phép tính số học trên chúng, cho kết quả lấy giá trị trong tập các số thực Y. Vậy ta có thể nhận được những kết quả nào khi các phần tử của X chỉ được biết gần đúng? Nếu X là tập các cặp điểm của một mặt phẳng, ta biết kết hợp với chúng một giá trị định giá khoảng cách giữa chúng trong tập Y các số thực. Vậy ta có thể làm gì khi các điểm chỉ được định vị một cách thô thiển? Nguyên lý khuếch [Zadeh 75] được đưa vào chính là để trả lời cho những câu hỏi đó, và là một trong những nguyên lý quan trọng nhất của lý thuyết tập mờ vì nó cho phép khai thác những tri thức cổ điển của chúng ta trong trường hợp có các dữ liệu mờ.

1.6.2. Phát biểu nguyên lý khuếch

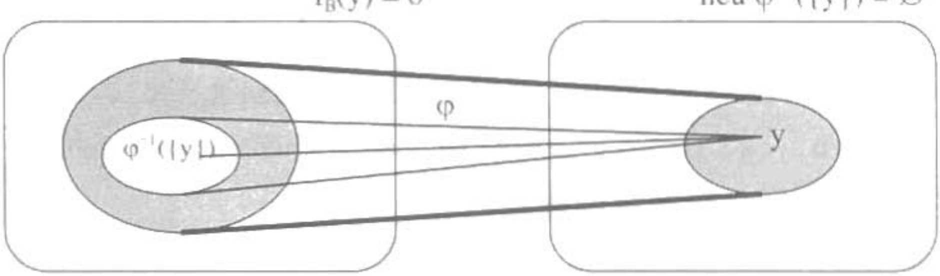
Giả sử ta có một ánh xạ φ từ một tập tham chiếu thứ nhất X tới một tập tham chiếu thứ hai Y. Với mỗi phần tử x của X, ánh xạ φ làm ứng một phần tử y của Y. Gọi A là một tập con mờ của X với x thuộc mạnh vào nó; ta muốn kết hợp với x một tập con mờ B của Y với y thuộc mạnh vào B (hình 1.6). Như vậy ta sẽ định nghĩa ảnh của một tập con mờ bởi một ánh xạ.

Định nghĩa 1.6.1: Cho một tập con mờ A của X và một ánh xạ φ từ X tới Y, *nguyên lý khuếch* cho phép định nghĩa một tập con mờ B của Y kết hợp với A qua trung gian φ :

$$\forall y \in Y,$$

$$f_B(y) = \sup_{\{x \in X /\, y = \varphi(x)\}} f_A(x) \qquad \text{nếu } \varphi^{-1}(\{y\}) \neq \varnothing$$

$$f_B(y) = 0 \qquad \text{nếu } \varphi^{-1}(\{y\}) = \varnothing$$



Hình 1.6. Nguyên lý khuếch

Các trường hợp đặc biệt :

• Khi tập con mờ được xét là một tập con thông thường của X được thu về tập một phần tử $A = \{x_0\}$, với $f_A(x) = 1$ nếu $x = x_0$ và $f_A(x) = 0$ nếu $x \neq x_0$, nguyên lý khuếch kết hợp với nó tập con B của Y với hàm đặc trưng f_B sao cho $f_B(y) = 1$ nếu $x_0 \in \varphi^{-1}(\{y\})$ và $f_B(y) = 0$ trong trường hợp ngược lại. Như vậy B được thu về tập một phần tử $\{\varphi(x_0)\}$.

• Nếu φ là song ánh, việc xác định B rất đơn giản :

$$\forall y \in Y, f_B(y) = f_A(\varphi^{-1}(y)).$$

• Xét trường hợp khi bản thân X là tích Descartes của nhiều tập tham chiếu $X_1, X_2, \ldots, X_r$, như trong thí dụ đã nói về các khoảng cách. Nguyên lý khuếch và định nghĩa của tích Descartes của các tập con mờ cho phép kết hợp, với các tập con mờ tương ứng của chúng $A_1, A_2, \ldots, A_r$, một tập con mờ B của Y được xác định bởi hàm thuộc sau :

$\forall y \in Y,$

$f_B(y) = \sup_{\{x = (x_1, \ldots, x_r) \in \varphi^{-1}(\{y\})\}} \min(f_{A_1}(x_1), \ldots, f_{A_r}(x_r))$ nếu $\varphi^{-1}(\{y\}) \neq \emptyset$

$f_B(y) = 0$ nếu $\varphi^{-1}(\{y\}) \neq \emptyset$

1.6.3. Các thí dụ về sử dụng nguyên lý khuếch

Ta có thể tìm lại nhiều khái niệm đã được đưa vào trước đây bằng cách sử dụng nguyên lý khuếch.

Cho r tập tham chiếu $X_1, X_2, \ldots, X_r$. Ta tìm lại được khuếch trụ bằng việc sử dụng nguyên lý khuếch đối với $X = X_a \times X_b \times \ldots \times X_k$ với $1 \leq a < b \ldots < k \leq r$, và $Y = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_r$. Ánh xạ đa trị : $X \rightarrow Y$ sao cho $\varphi(x_a, x_b, \ldots, x_k) = \{(x_1, \ldots, x_a, x_b, \ldots, x_k, \ldots, x_r) / x_1 \in X_1, \ldots, x_r \in X_r\}$.

Hình chiếu của tập con mờ A của $X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_r$ trên $X_a \times X_b \times \ldots \times X_k$, với $1 \leq a < b \ldots < k \leq r$, cũng có thể tìm lại được từ nguyên lý khuếch bằng cách chọn $X = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_r$ và $Y = X_a \times X_b \times \ldots \times X_k$.

Ánh xạ $\varphi : X \to Y$ là ánh xạ sao cho $\varphi(x_1, \ldots, x_a, x_b, \ldots, x_k, \ldots, x_r) = (x_a, x_b, \ldots, x_k)$, với bất kỳ các phần tử x_1 của $X_1, \ldots, x_i$ của X_i của những tập khác với $X_a, X_b, \ldots, X_k$. Đặc biệt, trong trường hợp hình chiếu của $X_1 \times X_2$ lên X_1, ánh xạ φ là ánh xạ, giống như một phép chiếu cổ điển, kết hợp với mọi cặp (x_1, x_2) các phần tử theo thứ tự lấy trong X_1 và X_2, phần tử thứ nhất trong chúng là x_1

Nguyên lý khuếch là cơ sở cho việc xử lý các khái niệm mờ khác nhau, như các số mờ hay cho lập luận trong logic mờ. Về những vấn đề này, chúng ta sẽ trở lại sau.

Thí dụ 1.6.1 : Xét tập X các mầu tóc và tập Y các giống người (miền bắc, miền nam, miền khác). Giả sử ta biết kết hợp một hay nhiều giống người với một màu tóc, bằng ánh xạ đa trị φ xác định trên X, lấy giá trị trong Y, sao cho φ(nâu) = miền nam, φ(đỏ hoe) = miền khác, φ(hung) = φ(hoe vàng) = miền bắc, φ(trắng) ={miền bắc, miền nam, miền khác} Một đặc trưng mờ của mầu tóc sao cho A_1, "gần với nâu nhưng ít nâu xẫm", được biểu diễn bởi tập con mờ sau của X :

$$A_1 = 0.9/\text{nâu} + 0.2/\text{nâu xẫm} + 0/\text{đỏ hoe} + 0/\text{vàng} + 0/\text{trắng},$$

dẫn tới một đặc trưng mờ B của giống người, có hàm thuộc trên Y :

$$f_B(\text{miền bắc}) = \max(f_{A_1}(\text{đỏ hoe}),\ f_{A_1}(\text{vàng hoe}),\ f_{A_1}(\text{trắng})) = 0$$

f_B(miền nam) = max (f_{A_1}(nâu), f_{A_1}(trắng)) = 0,9, f_B(miền khác) = max (f_{A_1}(nâu xẫm), f_{A_1}(trắng)) = 0.2, được lý giải bằng cách nói rằng những mầu tóc được xem là "gần với nâu nhưng ít nâu xẫm" dẫn đến phải nghĩ rằng giống người này giống với người miền nam, mặc dù không loại trừ đó là người khác miền nam hay miền bắc.

Thí dụ 1.6.2. Xét một tập các điểm $Z = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$. Khoảng cách giữa các điểm bất kỳ a và b của Z được xác định bởi một ánh xạ φ từ $Z \times Z$ vào $\mathbf{R}^+$ có các tính chất cổ điển : $\varphi(a,a) = 0$ với mọi a thuộc Z, $\varphi(a,b) = \varphi(b,a)$ với mọi cặp (a,b) thuộc $Z \times Z$, và cuối cùng là bất đẳng thức tam giác. Tuy nhiên, nếu những địa điểm của Z được quan sát không hoàn hảo, thay vì có hai điểm để định giá một khoảng cách, ta có hai tập con mờ A và B của Z mà ta muốn chỉ ra khoảng cách. Một cách để thực hiện mục tiêu đó là dùng nguyên lý khuếch giữa hai vũ trụ $X = Z \times Z$ và $Y = \mathbf{R}^+$, có nghĩa đi xây dựng một tập con mờ C của Y với hàm thuộc được xác định, với mọi $d \in \mathbf{R}^+$ bởi :

$$f_C(d) = \begin{cases} \max_{\{(a,b)\in X,\ a\neq b,\ \varphi(a,b)=d\}} \min(f_A(a), f_B(b)), & \\ & \text{nếu } \{(a,b)\in X,\ a\neq b,\ \varphi(a,b) = d\} \neq \varnothing \\ 0, & \text{trường hợp ngược lại.} \end{cases}$$

Chẳng hạn, nếu $A = 0{,}8/x_1 + 0{,}1/x_2 + 0{,}4/x_3 + 0{,}1/x_4$ và

$$B = 0{,}2/x_1 + 0{,}3/x_2 + 0{,}7/x_3 + 0{,}5/x_4,$$

với một khoảng cách trên Z được định nghĩa bởi $\varphi(x_1,x_2) = \varphi(x_1,x_3) = 4$, $\varphi(x_1,x_4) = 5$, $\varphi(x_2,x_3) = 2$, $\varphi(x_2,x_4) = \varphi(x_3,x_4) = 3$, ta thu được một khoảng cách giữa A và B được cụ thể hoá bởi tập mờ sau của $\mathbf{R}^+$:

$$f_C(d) = 0/1 + 0{,}3/2 + 0{,}4/3 + 0{,}7/4 + 0{,}5/5 + 0/6 + 0/7 + \ldots$$

1.6.4. Áp dụng nguyên lý khuếch cho luật hợp thành

Cho ba tập tham chiếu X_1, X_2, và X_3, ta xét các tích Descartes $X = X_1 \times X_2$, $Y = X_2 \times X_3$, $Z = X_1 \times X_3$. Gọi φ là ánh xạ từ $X \times Y$ lên Z làm ứng $((x_1, x_2),(x_2, x_3))$ với (x_1, x_3), với mọi x_1 thuộc X_1, x_2 thuộc X_2, x_3 thuộc X_3. Cho hai tập con mờ A của X và B của Y, nguyên lý khuếch kết hợp với chúng một tập con mờ C của Z, có hàm thuộc được xác định bởi :

$$\forall z = (x_1,x_3) \in Z,$$

$$f_C(z) = \begin{cases} \sup_{\{(x,y)\in X\times Y/z=\varphi(x,y)\}} \min(f_A(x),f_B(y)) & \text{nếu } \varphi^{-1}(\{z\}) \neq \varnothing \\ 0 & \text{nếu } \varphi^{-1}(\{z\}) = \varnothing \end{cases}$$

Dòng thứ nhất còn bằng với :

$$\sup_{\{x_1\in X_1,\ x_2\in X_2,\ x_3\in X_3/\ z=\varphi((x_1,x_2),(x_2,x_3))\}} \min(f_A(x_1, x_2), f_B(x_2, x_3))$$

$$\sup_{x_2\in X_2} \min(f_A(x_1, x_2), f_B(x_2,x_3))$$

Như vậy ta thu được một quy tắc tổng quát quan trọng [Zadeh 73], sẽ được sử dụng trong những trường hợp trong đó ta mong muốn trừu xuất một số thành phần của một hệ thống. Để hiểu được mối quan tâm đó, ta có thể nghĩ đến, chẳng hạn như việc tìm kiếm một luật xác suất biên duyên từ một luật xác suất hội. Ta cũng có thể hình dung một quá trình quyết định trong đó một biến được xác định trên một tập X_1 và một quyết định phải lấy trong một tập X_2 một quan hệ nối giá trị của biến và quyết định trên $X_1 \times X_2$: với một quan sát giá trị của biến trong X_1, những tri thức liên quan một mặt tới X_1, một mặt tới $X_1 \times X_2$, và mục đích là rút ra một quyết định, là một thông tin liên quan chỉ với X_2, làm trừu xuất X_1. Chúng ta sẽ thấy xuất hiện một lược đồ như vậy trong việc nghiên cứu những quan hệ mờ và trong logic mờ, trong các hệ chuyên gia mờ và trong điều khiển mờ.

Luật hợp thành . Cho ba tập tham chiếu X_1, X_2 và X_3, với mọi cặp các tập con mờ A của $X_1 \times X_2$ và B của $X_2 \times X_3$, ta làm tương ứng một tập con mờ C của $X_1 \times X_3$, với hàm thuộc được xác định bởi :

$$\forall x_1 \in X_1, \forall x_3 \in X_3, f_C(x_1, x_3) = \sup_{x_2 \in X_2} \min (f_A(x_1, x_2), f_B(x_2, x_3)).$$

Trường hợp riêng : Khi xét trường hợp đơn giản $Z = X_1$, áp dụng nguyên lý khuếch cho phép kết hợp, với mọi cặp các tập con mờ A của $X_1 \times X_2$ và B của X_2, tập con mờ C của X_1 với hàm thuộc được xác định bởi :

$$\forall x_1 \in X_1, f_C(x_1) = \sup_{x_2 \in X_2} \min (f_A(x_1, x_2), f_B(x_2)).$$

1.7. Tính đặc thù và tính chính xác của một tập con mờ

1.7.1. Định nghĩa tính đặc thù và tính chính xác

Tất cả các tập con mờ không tương ứng với cùng một độ không hoàn hảo trong tri thức. Tính chất mà chúng được kết hợp có thể ít nhiều mơ hồ hay không chính xác. Cho tập tham chiếu X xem như tập các mầu tóc hay tập các khoảng cách của những ngôi nhà tới bãi biển. Trong tình huống quan sát hoàn hảo, ta thấy một điểm duy nhất x của X, chẳng hạn mầu nâu của tóc, hay khoảng cách chính xác của ngôi nhà tới bãi tắm, và lớp của X mà ta nghiên cứu khi đó là tập một phần tử {x}. Trong một tình hướng ít rõ nét hơn trong đó có ẩn chứa một sự không chắc chắn, ta xét một lớp chứa hơn một điểm của X, chẳng hạn ta tìm những người tóc đỏ hoe hay nâu, hay những ngôi nhà cách bãi biển dưới 100 m. Thông tin mà ta xử lý khi đó ít đặc thù hơn vì chúng ta chỉ định vị áng chừng các điểm của X mà ta quan tâm. Lớp của X khi đó là một tập con thông thường của X. Tuy nhiên, sự định vị đó có thể, không chỉ ít đặc thù, mà còn không chính xác, và khi đó lớp được nhận biết với các đường biên không cứng nhắc : đó là trường hợp khi ta nghiên cứu những màu tóc "gần với vàng hoe hay đỏ hoe", hay những ngôi nhà "gần" với bãi biển. Khi đó lớp được nghiên cứu là một tập con mờ của X, ít nhiều đặc thù, ít nhiều chính xác

Một cách trực quan, một tập con mờ $A \in \mathbf{F}(X)$ có tính đặc thù hơn $B \in \mathbf{F}(X)$ nếu hạt nhân của A (khác rỗng) thực sự được bao hàm trong hạt nhân của B và giá của A được bao hàm (theo nghĩa rộng) trong giá của B. Những tập con mờ đặc thù nhất là những tập con một phần tử {x} của X, sao cho $f_{\{x\}}(x) = 1$ và $f_{\{x\}}(y) = 0$ với mọi $y \neq x$. Một tập con mờ $A \in \mathbf{F}(X)$ là chính xác hơn một tập con mờ $B \in \mathbf{F}(X)$ có cùng hạt nhân với A nếu giá của A thực sự được bao hàm trong giá của B. Tập con mờ chính xác nhất liên kết với A là tập con thông thường ker(A) của X.

Việc đánh giá độ đặc thù hay chính xác của một tập con mờ cho trước là hữu ích để có thể chọn, trong số nhiều tập con mờ, tập con mờ ít mơ nhất khi ta tìm cách xác định một đặc trưng rõ nét nhất có thể (chẳng hạn cho việc ra một quyết định), hay ngược lại khi chọn một tập ít tính đặc thù nhất khi ta muốn giữ nguyên càng nhiều càng tốt tính mềm dẻo trong một mô tả (cho việc gộp nhập các thông tin khác nhau trên cùng một thuộc tính chẳng hạn). Nhiều đại lượng toán học đã được đưa vào cho mục đích này. Các độ đo tính không chính xác đó được định nghĩa trên tập $\mathbf{F}(X)$ các tập con mờ của tập tham chiếu X và lấy giá trị trong tập số thực. Trong phần tiếp sau, chúng ta sẽ chỉ ra một số độ đo chính.

1.7.2. Độ mờ

Họ đầu tiên các độ đo không chính xác bao gồm các độ mờ, đánh giá sự thuộc và không thuộc vào một tập con mờ F của X khác nhau tới mức nào, và có giá trị càng bé chừng nào F càng ít khác biệt với một tập con thông thường của X. Những độ mờ là đơn điệu theo một quan hệ thứ tự bộ phận trên $\mathbf{F}(X)$ được xác định như sau :

Định nghĩa 1.7.1. Quan hệ thứ tự bộ phận, được ký hiệu $\leq_1$, là quan hệ sao cho $F' \leq_1 F$ nếu và chỉ nếu :

$f_{F'}(x) \le f_F(x)$ với mọi x sao cho $f_F(x) \le 0{,}5$

$f_{F'}(x) \ge f_F(x)$ với mọi x sao cho $f_F(x) > 0{,}5$.

Định nghĩa 1.7.2: Một *độ mờ* d là một đại lượng được xác định trên **F**(X), lấy giá trị trong tập các số thực mà với mọi F ∈ **F**(X) với hàm thuộc f_F, làm tương ứng d(F) sao cho :

d(F) = 0 nếu và chỉ nếu f_F chỉ lấy các giá trị 0 hay 1.

d(F) là cực đại nếu và chỉ nếu f_F chỉ lấy giá trị 0,5 (mờ đều).

d(F') ≤ d(F) nếu và chỉ nếu F' $\le_I$ F.

Độ mờ đầu tiên được đề xuất [De Luca, Termini 72], có sự tương tự với khái niệm entropi của Shannon là độ không chắc chắn, có dạng sau :

$$d_1(F) = -\sum_{x \in X} [f_F(x) \log_2 f_F(x) + (1 - f_F(x)) \log_2 (1 - f_F(x))]$$

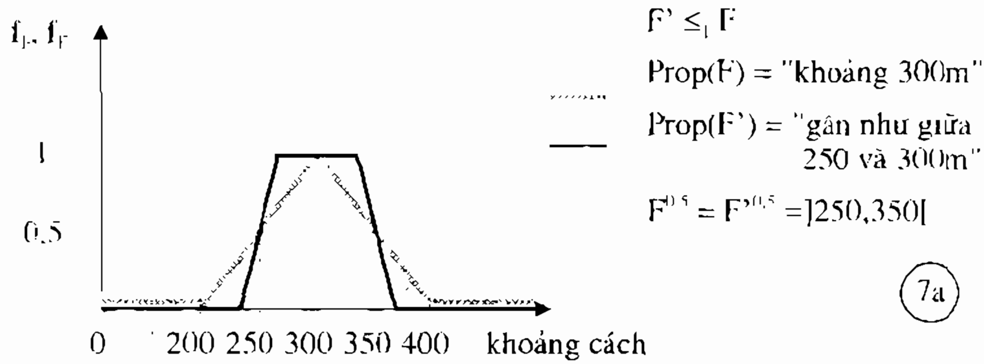
Một thí dụ khác về độ mờ [Kaufmann 73] được xác định từ khoảng cách giữa F và tập con không mờ gần nhất của X, có nghĩa 0,5–nhát cắt chặt F'' của nó. Độ mờ này có thể được xây dựng bằng cách sử dụng một khoảng cách Hamming hay một khoảng cách Euclit :

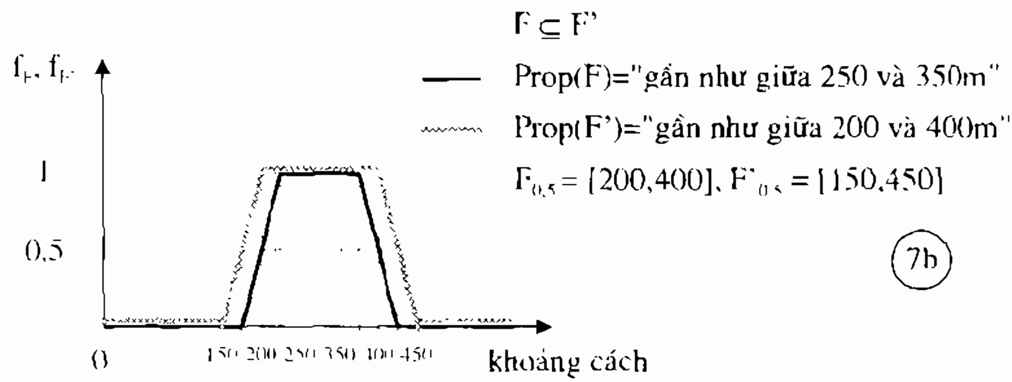
$$d_2(F) = \sum_{x \in X} | f_F(x) - f_{F''}(x)|,$$

hay $$d_3(F) = [\sum_{x \in X} (f_F(x) - f_{F''}(x))^2]^{1/2}.$$

Thí dụ 1.7.1: Quan hệ thứ tự $\le_I$ được chỉ rõ trên hình 1.7a. Dễ kiểm nghiệm rằng khi lấy X là tập các khoảng cách như đã nói ở trước, hai tập con mờ F sao cho Prop(F) = "khoảng 300 m" và F' sao cho Prop(F') = "khoảng giữa 250 và 300 m " được sắp thứ tự bởi F' $\le_I$ F và như vậy mọi độ mờ d thoả d(F') ≤ d(F), là điều có thể được kiểm nghiệm dễ dàng chẳng hạn đối với các độ mờ d_2 và d_3, khi xét 0,5–nhát cắt chặt]250, 350[của chung (đồng nhất đối với F và F') mà ta nhận xét thấy nó gần F' hơn là F. Để kết luận, F' gần hơn với định nghĩa của một tập con thông thường của X so với F, và do đó độ mờ của nó là yếu.

Thí dụ 1.7.2 Xét tập hợp các nước X = {Đ, B, T, P, A, I}, ta có thể xét các tập con mờ C = 0,8/Đ + 0.6/B + 0.4/T + 0.2/P + 0/A + 0/I và C'= 1/Đ + 0,7/B + 0,3/T + 0/P + 0/A + 0/I thoả C' $\le_I$ C và vì vậy d(C') ≤ d(C) với mọi độ mờ d. Một cách trực quan, C' biểu diễn một cách chọn rõ nét hơn trong sự ưu tiên một số nước so với C. Dễ kiểm nghiệm bằng cách tính $d_1(C) = 2,46$, $d_1(C') = 0,32$, $d_2(C) = 1,2$, $d_2(C') = 0,6$, $d_3(C) = 0,63$, $d_3(C') = 0,42$.





Hình 1.7. Các quan hệ thứ tự bộ phận trên **F**(X)

1.7.3. Độ đo tính đặc thù

Trái với các độ mờ nói trên, một độ đo về tính đặc thù định giá tính chất quan sát được Prop(F) gần với việc xác định một phần tử duy nhất của X xem như giá trị của một biến V xác định trên X tới mức độ nào, có nghĩa tập con mờ F là đặc thù và gần với tập một phần tử {x} tới mức độ nào. Các độ đo tính đặc thù là đơn điệu đối với quan hệ thứ tự bộ phận ⊆ trên **F**(X) được xác định bởi phép bao hàm.

Định nghĩa 1.7.3 . Một *độ đo tính đặc thù* là một đại lượng Sp xác định trên **F**(X), có giá trị trong [0,1], sao cho :

• $Sp(F)$ là cực đại và bằng 1 nếu và chỉ nếu F là một tập con của X thu về một phần tử.

• $Sp(F) \geq Sp(F')$ nếu và chỉ nếu $F \subseteq F'$.

Một độ đo tính đặc thù như vậy đã được đề xuất [Yager 82] cho các tập con mờ được chuẩn hoá, xuất phát từ lực lượng $|F_\alpha|$ của α–nhát cắt F_α của tập con mờ F của X :

$$Sp_1(F) = \int_0^1 1/|F_\alpha| d\alpha,$$

Trường hợp X là hữu hạn, độ đo tính đặc thù đó biểu thị đơn giản theo dãy, được ký hiệu là $g_1, g_2, \ldots$, của tất cả các độ thuộc $f_F(x)$ của các phần tử x của X được sắp theo thứ tự giảm. Nó có dạng

$$Sp_1(F) = \sum_{i=1,2,\ldots} [g_i - g_{i+1}]/i.$$

Một cách đối xứng, tính đặc thù của một tập con mờ F của X có thể được định giá qua trung gian một độ đo tính không đặc thù, có giá trị càng lớn chừng nào F càng khác với tập một phần tử của X.

Định nghĩa 1.7.4 Một *độ đo tính không đặc thù* là một đại lượng U được xác định trên F(X), có giá trị trong $[0, +\infty)$ sao cho :

$U(F)$ là cực tiểu và bằng 0 nếu và chỉ nếu F là một tập con của X thu về một phần tử.

$U(F) \leq U(F')$ nếu và chỉ nếu $F \subseteq F'$.

Đại lượng sau đây được đề xuất [Higashi, Klir 82] xem như độ đo của tính không đặc thù, có tên là U–*không chắc chắn* :

$$U_1(F) = \int_0^1 \log_2(|F_\alpha|)\, d\alpha.$$

Đại lượng đó được viết, trong trường hợp rời rạc và với cùng ký hiệu như trong trường hợp độ đo tính đặc thù của Yager :

$$U_1(F) = \sum_{i=1,2,\ldots} [g_i - g_{i+1}] \log_2 i.$$

Người ta đã chứng minh rằng U–không chắc chắn có những tính chất tương tự với entropi của Shannon, gồm những tính chất quan trọng nhất như sau :

tính đối xứng (bất biến đối với thứ tự các phần tử của X).

- tính dãn nở (bất biến đối với việc thêm vào X một phần tử với độ thuộc bằng không trong những tập con mờ được nghiên cứu).
- cực tiểu (bằng 0 khi hàm thuộc bằng 0 với mọi phần tử của X, trừ ra một phần tử tại đó nó bằng 1).
- cực đại (bằng $\log_2 n$ nếu và chỉ nếu tất cả các độ thuộc đều bằng 1, có nghĩa trong trường hợp của sự bất định cực đại).
- cộng tính (nếu X và Y là hai tập tham chiếu không tương tác trên đó có xác định hai tập con mờ F và F', U–không chắc chắn của tích Descartes F x F' là tổng các U–không chắc chắn theo thứ tự của F và F').

Thí dụ 1.7.3: Quan hệ thứ tự $\subseteq$ được nhắc lại trên hình 7b. Lại lấy X là tập các khoảng cách, hai tập con mờ F sao cho Prop(F) = "gần như giữa 250 và 350 m" và F' sao cho Prop(F') = "gần giữa 200 và 400 m" được sắp thứ tự bởi F $\subseteq$ F'. Một cách trực quan, F ít mơ hồ hơn và đặc thù hơn F'. Mọi độ đo đặc thù Sp nghiệm đúng Sp(F') ≤ Sp(F), là điều có thể kiểm nghiệm được. Chẳng hạn với Sp_1, bằng cách xét các ε–nhát cắt F_ε và F'_ε của chúng mà ta thấy rằng chúng thoả $F_\varepsilon \subseteq F_\varepsilon'$ và như vậy $|F_\varepsilon| \subseteq |F_\varepsilon'|$, với bất kỳ mức ε nào. Một cách đối ngẫu, mọi độ đo tính không đặc thù thoả mãn U(F) ≤ U(F'), là điều đúng nói riêng với U_1 do thứ tự trên các ε–nhát cắt mà chúng ta vừa chỉ ra.

Thí dụ 1.7.4: Khi xét tập các nước X = {Đ, B, T, P, A, I}, ta có thể xét các tập con mờ D = 1/Đ + 0,6/B + 0,4/T + 0,2/P + 0/A + 0/I và

$$D' = 1/Đ + 0{,}3/B + 0{,}2/T + 0{,}1/P + 0/A + 0/I$$

thoả mãn D' $\subseteq$D và do vậy Sp(D) ≤ Sp(D') với mọi độ đo đặc thù Sp, hoặc nữa U(D') ≤ U(D) với mọi độ đo tính không đặc thù U. Một cách trực quan, D' biểu diễn một lựa chọn rõ nét hơn về sự ưu tiên một nước cụ thể hơn so với D, các độ chấp nhận của các nước khác Đ trong D' là yếu hơn trong D. Ta kiểm nghiệm dễ dàng bằng cách tính $Sp_1(D) = 0{,}62$, $Sp_1(D') = 0{,}81$, $U_1(D) = 0{,}92$, $U_1(D') = 0{,}46$.

1.8. Chuẩn và đối chuẩn tam giác

Các phép toán giao, hợp và lấy phần bù của các tập con mờ quen dùng có thể được thay thế bằng các phép toán khác được xây dựng nhờ vào các toán tử khác với các toán tử lấy cực tiểu, lấy cực đại, và lấy phần bù tới 1. Những toán tử này được đưa vào trong lĩnh vực các không gian metric ngẫu nhiên [Menger 42], [Schweizer, Sklar 58], [Schweizer, Sklar 63], [Ling 65] và ta cần tới chúng khi các phép toán quen thuộc tỏ ra không thoả đáng, chẳng hạn trong logic mờ hay trong điều khiển quá trình

1.8.1. Định nghĩa các chuẩn và đối chuẩn tam giác

Định nghĩa 1.8.1 : Một *chuẩn tam giác (t–chuẩn)* là một hàm

$T: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ thoả với mọi u, v, w của [0,1] :

i) $T(u,v) = T(v,u)$ (tính giao hoán)

ii) $T(u,T(v,w)) = T(T(u,v),w)$ (tính kết hợp)

iii) $T(u,v) \leq T(w,t)$ nếu $u \leq w$ và $v \leq t$ (tính bảo toàn thứ tự)

iv) $T(u,1) = u$ (phần tử trung hoà 1)

Trường hợp đặc biệt : Toán tử T = min là một chuẩn tam giác.

Mọi t–chuẩn đều có thể dùng để định nghĩa giao của các tập con mờ: ta định nghĩa một phép toán $\cap_T$ mà, khi cho trước hai tập con mờ A và B của X, làm tương ứng chúng với một tập con mờ thứ ba $C = A \cap_T B$ với hàm thuộc được định nghĩa bởi :

$$\forall x \in X,\ f_C(x) = T(f_A(x), f_B(x)).$$

Phép toán đó là giao hoán, kết hợp, đơn điệu đối với phép lấy bao hàm (nếu $A' \supseteq A$ thì $A' \cap_T B \supseteq A \cap_T B$) và nghiệm đúng $A \cap_T X = A$, do các tính chất của T. Những tính chất đó cho phép có thể xem nó như một giao của các tập con mờ.

Định nghĩa 1.8.2 . Một *đối chuẩn tam giác (t–đối chuẩn)* là một hàm $\perp : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ thoả với mọi u, v, w thuộc [0,1] :

v) $\perp(u,v) = \perp(v, u)$ (tính giao hoán)

vi) $\perp(u, \perp(v, w)) = \perp(\perp(u, v), w)$ (tính kết hợp)

vii) $\perp(u, v) \leq \perp(w, t)$ nếu $u \leq w$ và $v \leq t$ (tính bảo toàn thứ tự)

viii) $\perp(u, 0) = u$ (phần tử trung hoà 0).

Trường hợp đặc biệt : Toán tử $\perp = \max$ là một đối chuẩn tam giác.

Mọi t–đối chuẩn đều có thể được dùng để định nghĩa hợp của các tập con mờ : cho hai tập con mờ A và B của X, ta định nghĩa một phép toán $\cup_\perp$ làm tương ứng với chúng một tập con mờ thứ ba $D = A \cup_\perp B$ với hàm thuộc được xác định bởi :

$$\forall x \in X,\ f_D(x) = \perp(f_A(x), f_B(x)).$$

Phép toán đó có tính giao hoán, kết hợp, đơn điệu đối với phép lấy bao hàm (nếu $A' \supseteq A$ thì $A' \cup_\perp B \supseteq A \cup_\perp B$) và nghiệm đúng $A \cup_\perp \varnothing = A$, do những tính chất của $\perp$. Những tính chất này cho phép xem nó như một hợp của các tập con mờ.

Tính chất 1.8.1 : Mọi t–chuẩn T và mọi t–đối chuẩn $\perp$ thoả mãn :

$$T(0,0) = 0,\ T(1,1) = 1,\ \perp(0,0) = 0,\ \perp(1,1) = 1$$

1.8.2. Các chuẩn và đối chuẩn tam giác khác

Những t–chuẩn và t–đối chuẩn thông dụng nhất được chỉ rõ trong hình 1.8 [Gupta, Qi 91], [Yager 80], [Weber 83], [Hamacher 76].

Tính chất 1.8.2: Toán tử T = min là toán tử lớn nhất của các t–chuẩn, toán tử $\perp = \max$ là toán tử nhỏ nhất của các t–đối chuẩn. Mọi t–chuẩn T và mọi t–đối chuẩn $\perp$ nghiệm đúng các bất đẳng thức sau :

$$\forall u, v \text{ trong } [0, 1],\ T_{\text{cực biên}}(u,v) \leq T(u, v) \leq \min(u, v)$$
$$\max(u, v) \leq \perp(u,v) \leq \perp_{\text{cực biên}}(u,v).$$

Tính chất 1.8.3: Các toán tử Hamacher trở thành những toán tử cực biên nếu γ tiến tới vô cùng và đồng nhất với các toán tử xác suất nếu $\gamma = 1$. Các toán tử Yager đồng nhất với các toán tử Lukasiewicz khi p = 1 và tiến tới các toán tử Zadeh khi p tiến tới vô cùng.

Định nghĩa 1.8.3: Một t–chuẩn T được gọi là *acsimet* nếu và chỉ nếu T(u,v) liên tục và T(u,u) < u với mọi u thuộc [0,1]. Một t–chuẩn acsimet là *chặt* nếu và chỉ nếu T(u,v) < T(w,t) mỗi khi u < w và v < t.

Định nghĩa 1.8.4 : Một t–đối chuẩn ⊥ được gọi là *acsimet* nếu và chỉ nếu ⊥(u,v) là liên tục và sao cho ⊥(u,u) > u với mọi u thuộc [0,1]. Một t–đối chuẩn acsimet là *chặt* nếu và chỉ nếu ⊥(u,v) < ⊥(w,t) mỗi khi u <w và v < t.

Những toán tử T = min và ⊥ = max là liên tục nhưng không acsimet. Những toán tử cực biên không liên tục. Những toán tử xác suất là acsimet và chặt. Những toán tử Lukasiewicz là acsimet nhưng không chặt.

t–chuẩn	t–đối chuẩn	Phép phủ định	Tên gọi
min(u,v)	max(u,v)	1 - u	Zadeh
u v	u + v - uv	1 - u	Xác suất
max(u+v - 1, 0)	min(u+v,1)	1 – u	Lukasiewicz
$uv/(\gamma+(1-\gamma)(u+v-uv))$	$\dfrac{u+v+uv-(1-\gamma)uv}{1-(1-\gamma)uv}$	1 - u	Hamacher ($\gamma > 0$)
$\max(1-((1-u)^p+(1-v)^p)^{1/p},0)$	$\min((u^p+v^p)^{1/p},1)$	1 – u	Yager(p>0)
$\max((u+v-1+\lambda uv)/(1+\lambda),0)$	$\min(u+v+\lambda uv,1)$	$(1-u)/(1+\lambda u)$	Weber ($\lambda > -1$)
u nếu v = 1 v nếu u = 1 0 nếu không	u nếu v = 0 v nếu u = 0 1 nếu không	1 - u	Cực biên

Hình 1.8. Những t – chuẩn và t – đối chuẩn đối ngẫu chính

1.8.3. Phủ định và đối ngẫu giữa các toán tử

Cũng như phép giao và hợp thông thường của các tập con mờ nghiệm đúng các quy tắc De Morgan đối với phép lấy phần bù, như đã được chỉ rõ, ta có thể kết hợp một phép giao $\cap_T$ và một phép hợp $\cup_\perp$ các tập con mờ qua trung gian một toán tử định nghĩa phần bù, mà ta gọi là một phép phủ định.

Định nghĩa 1.8.5: Phép *phủ định* là một hàm n: [0,1] → [0,1] sao cho:

ix) n(0) = 1 và n(1) = 0,

x) n(u) ≤ n(v) nếu u ≥ v (tính đơn điệu).

Phép phủ định là *chặt* nếu n(x) liên tục và thoả n(u) < n(v) mỗi khi u > v. Hơn nữa, nó là *đối hợp* nếu và chỉ nếu n(n(u)) = u với mọi u trong [0,1].

Trường hợp đặc biệt: Phép lấy phần bù tới 1 (được định nghĩa bởi $n(u) = 1-u$) là một phép phủ định chặt và đối hợp.

Cho một tập con mờ A của X, ta có thể dùng một phép phủ định đối hợp để định nghĩa phần bù của nó, xem như tập con mờ A^{cn} của X với hàm thuộc được xác định bởi :

$$\forall x \in X,\ f_{A^{cn}}(x) = n(f_A(x)).$$

Định nghĩa 1.8.6: Một t–chuẩn T và một t–đối chuẩn ⊥ được gọi là *đối ngẫu* đối với phép phủ định chặt n nếu chúng thoả các hệ thức sau với mọi x và y thuộc [0,1] :

$$n(T(u,v)) = \perp(n(u), n(v)),$$

$$n(\perp(u,v)) = T(n(u),n(v)).$$

Tính chất 1.8.4 : Nếu một t–chuẩn T và một t–đối chuẩn ⊥ là đối ngẫu đối với phép phủ định chặt n thì phép giao $\cap_T$ và phép hợp $\cup_\perp$ mà chúng định nghĩa nghiệm đúng các quy tắc De Morgan đối với định nghĩa phần bù liên kết A^{cn} của A

$$(A \cap_T B)^{cn} = A^{cn} \cup_\perp B^{cn},\ (A \cup_\perp B)^{cn} = A^{cn} \cap_T B^{cn}.$$

Trường hợp riêng : Phép phủ định $n(u) = 1-u$ cho phép nêu rõ tính đối ngẫu của các t– chuẩn và t–đối chuẩn chính, như được chỉ rõ trong hình 1.8.

Ta sẽ dùng họ các toán tử vừa được giới thiệu để định nghĩa, chẳng hạn, các phép toán tổ hợp của các tập con mờ, cũng như phép hợp thành và tính bắc cầu của các quan hệ mờ (mục 1.2.1.B). Sự quan trọng của chúng cũng thấy được trong nghiên cứu của logic mờ (mục III. 1)

1.8.4. Các hàm sinh chuẩn và đối chuẩn tam giác

Tồn tại một biểu diễn của các t–chuẩn và t–đối chuẩn acsimet, xuất phát từ một hàm đơn giản được gọi là *hàm sinh cộng tính* của chúng.

Tính chất 1.8.5 . Mọi hàm T : [0,1] x [0,1] → [0,1] là một t–chuẩn acsimet nếu và chỉ nếu tồn tại một hàm liên tục và giảm $f : [0,1] \to [0,\infty)$ sao cho $f(1) = 0$, thoả :

$$T(x,y) = f^{(-1)}(f(x) + f(y)),$$

trong đó $f^{(-1)}$ là giả nghịch đảo của f, sao cho

$$f^{(-1)}(z) = \begin{cases} f^{-1}(z) & \text{nếu } z \in [0, f(0)] \\ 0 & \text{nếu } z \in [f(0), +\infty) \end{cases}$$

Tính chất 1.8.6: Mọi hàm $\perp : [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$ là một t–đối chuẩn acsimet nếu và chỉ nếu tồn tại một hàm liên tục và tăng $g : [0,1] \to [0,\infty)$ sao cho $g(0) = 0$ thoả :

$$\perp(x,y) = g^{(-1)}(g(x) + g(y)).$$

trong đó $g^{(-1)}$ là giả nghịch đảo của g sao cho

$$g^{(-1)}(z) = \begin{cases} g^{-1}(z) & \text{nếu } z \in [0, g(1)] \\ 1 & \text{nếu } z \in [g(1), +\infty) \end{cases}$$

Hơn nữa, T là chặt nếu và chỉ nếu $f(0) = \infty$, $\perp$ là chặt nếu và chỉ nếu $g(1) = \infty$. Nếu T và $\perp$ là đối ngẫu đối với phép phủ định chặt n, các hàm sinh cộng tính của chúng nghiệm đúng $g = f \circ n$, $f = g \circ n$.

Những hàm sinh cộng tính kết hợp với các t–chuẩn và t–đối chuẩn chính được chỉ rõ trong hình 1.9. Một biểu diễn như vậy là hữu ích, chẳng hạn trong logic mờ, để định nghĩa những phép kéo theo mờ.

t–chuẩn hay t–đối chuẩn	Các hàm sinh cộng tính f(u) hay g(u)
$u.v$	$-\ln u$
$\max(u+v-1, 0)$	$1-u$
$uv/(\gamma+(1-\gamma)(u+v-uv))$	$(1/\gamma)\ln[(\gamma+(1-\gamma)u/u]$
$u+v-uv$	$-\ln(1-u)$
$\min(u+v, 1)$	u
$(u+v-uv-(1-\gamma)uv)/(1-(1-\gamma)uv)$	$(1/\gamma)\ln[(\gamma+(1-\gamma)(1-u))/(1-u)]$

Hình 1.9 Các hàm sinh cộng tính của các t–chuẩn và t–đối chuẩn đối ngẫu

2. QUAN HỆ MỜ VÀ ĐẠI LƯỢNG MỜ

Khái niệm tập con mờ là sự làm mềm dẻo khái niệm tập con thông thường của một tập, và chúng ta đã chứng tỏ rằng tất cả những phép toán cổ điển được thực hiện trên các tập con hay trên các phần tử được biết chính xác có thể được mở rộng để thực hiện các phép toán tương tự khi mà những tri thức không hoàn hảo buộc ta phải sử dụng những tập con mờ. Tất cả những khái niệm toán học cổ điển được dùng khi ta có những tri thức chính xác cũng phải được thích nghi khi có những tri thức không chính xác. Chẳng hạn, bằng cách nào ta có thể so sánh hai giá trị không chính xác của một biến ? Bằng cách nào có thể tổ hợp chúng trong một tính toán số học ?

Để giải đáp những mối quan tâm đó, nhiều khái niệm được đưa vào trong khuôn khổ của lý thuyết các tập con mờ. Những khái niệm này sẽ trùng với những khái niệm cổ điển khi các hàm thuộc của các tập con mờ chỉ lấy các giá trị 0 hay 1. Ở đây chúng ta chỉ giới thiệu những những khái niệm mờ cần thiết trong trí tuệ nhân tạo và trong trợ giúp quyết định. Nhiều công trình toán học đã làm nổi bật và đã nghiên cứu rất nhiều khái niệm mờ khác, như tôpô mờ, các phạm trù mờ, sự hội tụ mờ, tích phân mờ, đồ thị mờ... mà những kết quả có thể tìm thấy trong nhiều công trình khác nhau và trong các tạp chí chuyên ngành (xem chẳng hạn [FSS] hay [IJGS 90]).

2.1. Quan hệ mờ

Trong số những khái niệm mờ quan trọng nhất về phương diện ứng dụng có thể có, các quan hệ mờ mở rộng khái niệm quan hệ cổ điển được định nghĩa trên các tập. Chúng làm nổi bật những mối liên kết không chính xác hay có cấp độ giữa các phần tử của cùng một tập hợp [Zadeh 71].

2.1.1. Định nghĩa các quan hệ mờ

Cho hai tập tham chiếu X và Y. Nếu ta biết một quan hệ R giữa X và Y, ta có thể biểu diễn nó bằng một hàm đặc trưng χ_R xác định trên tích Descartes X x Y, với $\chi_R(x,y) = 1$ nếu x và y có quan hệ qua trung gian của R, và $\chi_R = 0$ trong trường hợp ngược lại. Nếu tồn tại một mối liên hệ giữa các phần tử của X và Y được biết không chính xác, gần đúng hoặc có cấp độ, hoặc là một mối liên hệ giữa chính các phần tử được nhận biết không chính xác của X và Y, thì khó mà biểu diễn được bằng một quan hệ cổ điển. Chẳng hạn, nếu X là tập các chiều rộng của một số đồ vật, và Y là tập các chiều dài, một quan hệ như "chiều rộng bé hơn nhiều so với chiều dài" xác định một lớp không chính xác các giá trị của chiều dài, với mỗi chiều rộng đã biết. Quan hệ giữa X và Y được đưa vào như vậy sẽ càng được thoả mãn nhiều hơn chừng nào các giá trị của X trở nên càng nhỏ hơn đối với các giá trị của Y, cho tới một sự thoả mãn hoàn toàn. Như vậy, ta định nghĩa một quan hệ mờ R bằng cách làm mềm dẻo định nghĩa của hàm đặc trưng cổ điển χ_R.

Định nghĩa 2.1.1. Một *quan hệ mờ* R giữa r tập tham chiếu $X_1, X_2, \ldots, X_r$ là một tập con mờ của $X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_r$ với hàm thuộc f_R.

Thí dụ 2.1.1 : Một quan hệ mờ tồn tại, chẳng hạn, giữa các vũ trụ xác định của các biến là cơ sở cho các luật được thu thập từ một chuyên gia. Như vậy, khi nói về sự giám định của một viên đá quý, để đơn giản, ta có thể nói rằng giá của nó là một hàm của quan hệ tồn tại giữa trọng lượng, kích thước và độ tinh khiết của nó. Các tập tham chiếu là $X_1 = \mathbf{R}^+$ là tập các trọng lượng tính bằng cara, $X_2 = [0,1]$ là tập các độ hoàn chỉnh về kích thước, còn $X_3 = [0,1]$ là tập các độ tinh khiết. Người chuyên gia xác định một quan hệ R trên $X_1 \times X_2 \times X_3$ sao cho giá của viên đá quý được đặc trưng bởi các giá trị x_1 của X_1, x_2 của X_2, x_3 của X_3, là một hàm của $f_R(x_1, x_2, x_3)$.

Những hàm như vậy được sử dụng rộng rãi trong khuôn khổ của lập luận mờ. Nói riêng, các quan hệ mờ thường được định nghĩa chỉ trên hai vũ trụ. Một *quan hệ mờ* R giữa hai tập tham chiếu X và Y là một tập con mờ của X x Y với hàm thuộc f_R.

Các trường hợp riêng : Nếu X = Y, một quan hệ mờ R, xác định trên hai vũ trụ X và Y là một *quan hệ nhị phân mờ* xác định trên X.

Nếu X và Y là hữu hạn, một quan hệ mờ R, xác định trên hai vũ trụ X và Y có thể được mô tả bởi ma trận M(R) các giá trị hàm thuộc của nó, hệ số của M(R) trên giao của hàng x và cột y có giá trị $f_R(x,y)$, với mọi x thuộc X và y thuộc Y.

Thí dụ 2.1.2 : Cho { Hùng, Liên, Dung } là một tập các cá nhân, được viết gọn là X = {H, L, D} và R_1 là một quan hệ mờ, chỉ rõ sức mạnh của mối quan tâm giữa họ, $f_{R_1}(x,y)$ có giá trị càng cao khi x cảm thấy có một mối quan tâm lớn tới y. Ta có thể cho f_R dưới dạng ma trận như dưới đây:

$$M(R_1) = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccc} H & L & D \end{array}\\ \begin{bmatrix} 1 & 0,9 & 0,3 \\ 0,9 & 1 & 0,1 \\ 0,5 & 0,1 & 1 \end{bmatrix}\end{array}\begin{array}{c} \\ H \\ L \\ D \end{array}$$

với $f_{R_1}(H,L) = f_{R_1}(L,H) = 0.9$, $f_{R_1}(H,D) = 0.3$, $f_R(L,D) = f_R(D,L) = 0.1$, $f_R(D,H) = 0.5$, $f_R(H,H) = f_{R_1}(L,L) = f_{R_1}(D,D) = 1$.

Thí dụ 2.1.3 Cho tập X các hoành độ và tập Y các tung độ của các pixel một bức ảnh đen trắng : bằng cách chỉ dùng một mức xám, ta mô tả ảnh qua trung gian một quan hệ mờ có hàm thuộc bằng 0, 0,5 và 1 cho toạ độ các pixel theo thứ tự trắng, xám và đen (hình 1.10a).

Thí dụ 2.1.4 : Cho X = Y là tập các số thực, quan hệ mờ R liên kết với tính chất Prop(R) = "lớn hơn nhiều" có thể được định nghĩa, như được chỉ rõ trên hình 1.10b, bởi :

$$\forall x \in X,\ \forall y \in X\ \ f_R(x,y) = \begin{cases} 0 \text{ nếu } y \le x + \lambda \\ (y - x - \lambda)/(\mu - \lambda) \text{ nếu } x + \lambda < y < x + \mu \\ 1 \text{ nếu } y \ge x + \mu. \end{cases}$$

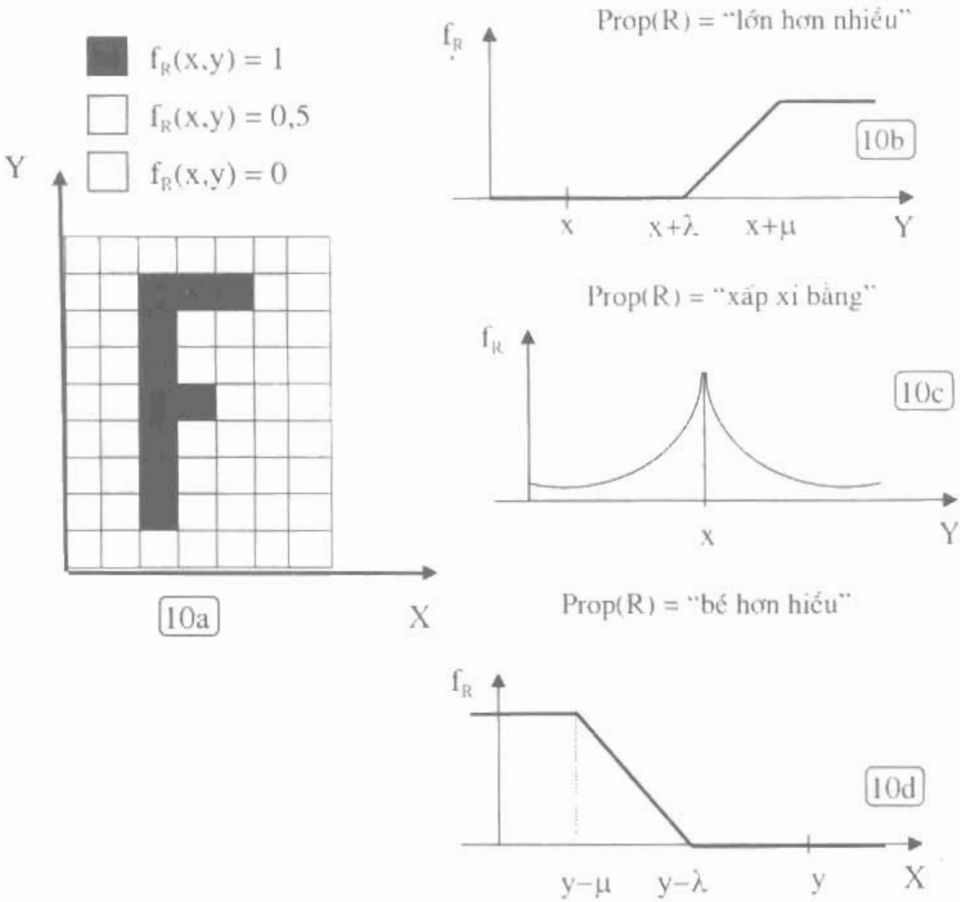
với hai tham số thực λ và μ dương được chọn trước sao cho $\lambda < \mu$ và $\mu \ne 0$.

Thí dụ 2.1.5: Gọi X = Y là tập các số thực, quan hệ mờ R liên kết với tính chất Prop(R) = "xấp xỉ bằng với" có thể, chẳng hạn, được định nghĩa bởi một trong số các hàm thuộc sau :

$\forall x \in X\ \forall y \in Y,\ f_R(x,y) = 1/(1+(x-y)^2)$, (xem hình 1.10c),

$\forall x \in X\ \forall y \in Y,\ f_R(x,y) = (1+|x-y|)^{-1}$,

$\forall x \in X\ \forall y \in Y,\ f_R(x,y) = \exp(-(x-y)^2)$.



Hình 1.10. Thí dụ về biểu diễn các quan hệ mờ

Nhận xét : Các quan hệ mờ là những trường hợp riêng của các tập con mờ. Tất cả những tính chất và định nghĩa liên quan tới các tập mờ đều áp dụng được cho quan hệ mờ, chẳng hạn, có thể định nghĩa chiều cao, giá hay hạt nhân của một quan hệ mờ.

Hơn nữa, như với mọi tập con mờ, định nghĩa của một quan hệ mờ làm thành một biểu diễn đặc biệt của tính chất kết hợp với nó, chẳng hạn tính chất "lớn hơn nhiều", và cho phép một sự thuần nhất trong việc sử dụng tính chất đó bởi nhiều người khác nhau. Nhiều hàm thuộc được xem xét cho cùng một tính chất và được lựa chọn bởi một chuyên gia, tuỳ theo ngữ cảnh sử dụng. Bằng cách đổi X và Y cho nhau, ta có thể định nghĩa nghịch đảo của một quan hệ mờ ("chiều dài lớn hơn chiều rộng rất nhiều" để lấy lại thí dụ ban đầu).

Định nghĩa 2.1.2 : Nghịch đảo của một quan hệ mờ R giữa X và Y là quan hệ mờ R^{-1} giữa Y và X được định nghĩa bởi :

$$\forall y \in Y, \forall x \in X, \ f_{R^{-1}}(y,x) = f_R(x,y).$$

Trường hợp riêng : Nếu X và Y là hữu hạn, ma trận $M(R^{-1})$ liên kết với nghịch đảo của quan hệ mờ R là chuyển vị của ma trận M(R).

Thí dụ 2.1.6. Gọi X = Y là tập các số thực. Nghịch đảo của quan hệ R kết hợp với "lớn hơn nhiều" được định nghĩa như trước đây đương nhiên là quan hệ R^{-1} liên kết với "bé hơn nhiều" với hàm thuộc (hình 10d) :

$$\forall y \in Y, \forall x \in X, f_{R^{-1}}(y,x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \geq y-\lambda \\ (y-x-\lambda)/(\mu-\lambda) & \text{nếu } y-\mu < x < y-\lambda \\ 1 & \text{nếu } x \leq y-\mu. \end{cases}$$

2.1.2. Hợp thành của các quan hệ mờ

Cho ba tập tham chiếu X, Y, và Z. Việc biết hai quan hệ mờ, một giữa X và Y và một giữa Y và Z cho phép thiết lập một quan hệ giữa X và Z, giống như trong trường hợp các quan hệ cổ điển. Chẳng hạn, nếu chiều rộng rất nhỏ hơn chiều dài và chiều dài lại hơi nhỏ hơn chiều cao, ta có thể làm nổi bật một quan hệ giữa chiều rộng và chiều cao. Để định nghĩa hợp thành của hai quan hệ mờ, ta dùng luật hợp thành được phát biểu trong mục 1.1.6.D.

Định nghĩa 2.1.3 : Hợp thành của hai quan hệ mờ R_1 trên X x Y và R_2 trên Y x Z xác định một quan hệ mờ $R = R_1 o R_2$ trên X x Z có hàm thuộc được định nghĩa bởi :

$$\forall (x,z) \in X \times Z, f_R(x,z) = \sup_{y \in Y} \min(f_{R_1}((x,y), f_{R_2}(y,z)).$$

Định nghĩa này tương ứng với *hợp thành max–min*, thường được dùng nhất theo cách cổ điển. Tuy nhiên có thể thay toán tử min bằng một toán tử T khác, chẳng hạn một chuẩn tam giác, và nói riêng một tích để định nghĩa *hợp thành max–T*.

Quan hệ mờ $R = R_1 o R_2$ đã được định nghĩa như hình chiếu trên X x Z của giao $R_1{}^c \cap R_2{}^c$ các khuếch trụ của R_1 và R_2. Định nghĩa này tương thích với phép hợp thành thông thường khi các quan hệ R_1 và R_2 không mờ. Thật vậy, trường hợp R_1 và R_2 là những quan hệ thông thường, x và z có quan hệ R với nhau ($f_R(x,z) = 1$), nếu và chỉ nếu tồn tại $y \in Y$ sao cho min (f_{R_1} (x,y), f_{R_2} (y,z)) = 1 tức f_{R_1} (x,y) = 1 và f_{R_2} (y,z) = 1, có nghĩa nếu và chỉ nếu tồn tại $y \in Y$ sao cho x và y có quan hệ bởi R_1, còn y và z có quan hệ bởi R_2.

Trường hợp đặc biệt : Hợp thành của hai quan hệ mờ R_1 và R_2 đặc biệt dễ có được khi các tập tham chiếu là hữu hạn. Thật vậy, việc tính f_R từ f_{R_1} và f_{R_2} đã cho trước có thể có được bằng một mở rộng của tích ma trận thông thường, trong đó thay phép cộng bởi phép "max" và phép nhân bởi phép "min", như định nghĩa của f_R đã chỉ rõ.

Thí dụ 2.1.7 : Với quan hệ R_1 của thí dụ 2.1.2, xác định trên X = Y = {H, L, D}, bằng cách chọn Z = {H, L, D}, hợp thành max–min cung cấp quan hệ $R = R_1 o R_2$, với hàm thuộc được chỉ ra dưới đây, nghiệm đúng câu ngạn ngữ cổ điển theo đó bạn của bạn ta cũng là bạn ta.

$$M(R) = \begin{bmatrix} 1 & 0,9 & 0,3 \\ 0,9 & 1 & 0,3 \\ 0,5 & 0,5 & 1 \end{bmatrix}$$

với $f_R(H,H) = \max(\min(1,1), \min(0,9,\ 0,9), \min(0,3,\ 0,5)) = 1,$

$f_R(H,L) = \max(\min(1,\ 0,9), \min(0,9,\ 1), \min(0,3,\ 0,1)) = 0,9$

$f_R(H,D) = \max(\min(1,\ 0,3), \min(0,9,\ 0,1), \min(0,3,\ 1)) = 0,3$

$f_R(D,L) = \max(\min(0,5,\ 0,9), \min(0,1,\ 1), \min(1,\ 0,1)) = 0,9,$

trong khi đó f_{R_1} (D,L) = 0,1...

Thí dụ 2.1.8 : Trường hợp X,Y và Z là tập các số thực, quan hệ mờ R được đưa vào trong thí dụ 2.1.5, với hàm thuộc được xác định bởi :

$$\forall x \in X, \forall y \in Y\ f_R(x,y) = 1/(1+(x-y)^2),$$

sẽ cho một quan hệ mờ hợp thành RoR với hàm thuộc :

$$\forall x \in X, \forall z \in Z\ f_{RoR}(x,z) = \sup_{y \in Y} \min(1/(1+(x-y)^2),\ 1/(1+(y-z)^2))$$

2.1.3. Các tính chất đặc biệt của các quan hệ nhị phân mờ

Trong số các quan hệ nhị phân mờ, những quan hệ được dùng để mô tả những sự giống nhau ("gần như bằng nhau") hay những sự đứng trước ("bé hơn nhiều") là thường gặp nhất. Vậy ta thử đặc trưng chúng bằng cách mở rộng những khái niệm cổ điển của quan hệ tương đương (phản xạ, đối xứng, bắc cầu)và quan hệ thứ tự (phản xạ, bắc cầu, phản xứng).

Nhằm mục đích đó, ta định nghĩa các tính chất đặc biệt của các quan hệ mờ xác định trên X x X [Zadeh 71], [Trillas 80].

Định nghĩa 2.1.4 : Quan hệ nhị phân mờ R trên X là :

– *đối xứng* nếu nghiệm đúng : $\forall(x,y) \in X \times X\ f_R(x,y) = f_R(y,x)$.

- *phản xạ* nếu nghiệm đúng : $\forall x \in X\ f_R(x,x) = 1$.

- *bắc cầu* nếu nghiệm đúng : $R \supseteq RoR$.

- nói riêng là *bắc cầu max–min* nếu ta dùng hợp thành max–min của các quan hệ mờ :

$$\forall(x,z) \in X \times X\ f_R(x,z) \geq \sup_{y \in X} \min(f_R(x,y), f_R(y,z)).$$

– *phản xứng* nếu nghiệm đúng :

$$\forall(x,y) \in X \times X,\ (f_R(x,y) > 0 \text{ và } f_R(y,x) > 0) \Rightarrow x = y.$$

Nhận xét : Dễ thấy rằng những định nghĩa đó là tương thích, khi các giá trị hàm thuộc của R chỉ là 0 và 1, với những định nghĩa cổ điển có cùng tên đã biết. Chẳng hạn, trong trường hợp của một quan hệ cổ điển, R là bắc cầu nếu và chỉ nếu x và y có quan hệ R với nhau, y và z cũng vậy, thì x và z phải có quan hệ R với nhau. Bây giờ giả sử rằng R là một quan hệ nhị phân mờ bắc cầu, và những giá trị của f_R bằng 0 hay bằng 1. Nếu x và y có quan hệ R với nhau, y và z cũng vậy, khi đó $f_R(x,y) = 1$ và $f_R(y,z) = 1$, vậy

$$f_{RoR}(x,z) = \sup_{y' \in X} \min(f_R(x,y'), f_R(y',z)) = \min(f_R(x,y), f_R(y,z)) = 1.$$

Vậy $f_R(x,z) = 1$ do tính bắc cầu mờ và do đó x và z có quan hệ R với nhau. Ta thấy lại đúng tính bắc cầu cổ điển.

Mặt khác, một quan hệ cổ điển là phản xứng nếu và chỉ nếu x và y có quan hệ R với nhau, y và x cũng vậy thì x và y phải bằng nhau. Nếu R là một quan hệ nhị phân mờ phản xứng, và nếu các giá trị của f_R đều bằng 0 hay bằng 1, khi đó tất cả những x và y có quan hệ R với nhau thoả mãn $f_R(x,y) = 1$ và $f_R(y,x) = 1$, vậy x = y.

Trường hợp riêng : Khi X là hữu hạn, tính đối xứng của quan hệ mờ R tương ứng với tính đối xứng của ma trận M(R), tính phản xạ của quan hệ R tương ứng với một đường chéo bằng 1 của ma trận M(R), tính bắc cầu dễ kiểm tra vì khi đó các phần tử của ma trận M(R) phải lớn hơn hay bằng các phần tử tương ứng của ma trận M(RoR), tính phản xứng của R chẳng hạn, được thoả nếu ma trận M(R) là tam giác.

Thí dụ 2.1.9 : Quan hệ R_1 trên một tập các cá nhân được đưa vào trong thí dụ 2.1.2 là phản xạ, nhưng không đối xứng, không bắc cầu, là điều dễ kiểm tra vì ta đã tính hàm thuộc của R_1oR_1 trong thí dụ 2.1.7, chứng tỏ rằng $R_1oR_1 \supseteq R_1$.

Ngược lại, các quan hệ mờ R_2 và R_3 được cho bởi các ma trận sau theo thứ tự là đối xứng và phản xạ đối với R_2 và bắc cầu đối với R_3.

$$M(R_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0.2 & 0.8 \\ 0.2 & 1 & 0.5 \\ 0.8 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}, \qquad M(R_3) = \begin{bmatrix} 0.2 & 1 & 0.4 \\ 0 & 0.6 & 0.3 \\ 0 & 1 & 0.3 \end{bmatrix}$$

$$M(R_3oR_3) = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.6 & 0.3 \\ 0 & 0.6 & 0.3 \\ 0 & 0.6 & 0.3 \end{bmatrix}$$

Để nêu bật tính tương thích giữa những định nghĩa về các tính chất đặc biệt của các quan hệ mờ đã được giới thiệu và những tính chất tương tự đối với các quan hệ cổ điển, ta xét với mọi mức $\alpha \in]0,1]$, α–nhát cắt R_α của quan hệ mờ R (hay quan hệ ở mức α liên kết với R), được định nghĩa như với mọi tập con mờ của một tập tham chiếu.

Định nghĩa 2.1.5 : Cho một ngưỡng $\alpha \in [0,1]$, *quan hệ mức α* kết hợp với một quan hệ mờ R xác định trên một tập tham chiếu là quan hệ thông thường R_α sao cho các phần tử x và y thuộc X thoả quan hệ R_α nếu và chỉ nếu $f_R(x,y) \geq \alpha$.

Thí dụ 2.1.10 : Các quan hệ mờ R_2 và R_3 của thí dụ 2.1.9 thừa nhận những 0,5–nhát cắt $R_{2,0,5}$ và $R_{3,0,5}$ như sau :

$$M(R_{2,0,5}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ và } \quad M(R_{3,0,5}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Tính chất 2.1.1 : Quan hệ mờ R là đối xứng nếu và chỉ nếu quan hệ mức α, R_α liên kết với nó là một quan hệ đối xứng với bất kỳ $\alpha \in]0,1]$.

Tính chất 2.1.2 : Quan hệ mờ R là bắc cầu nếu và chỉ nếu quan hệ mức α, R_α liên kết với nó là quan hệ bắc cầu max–min với bất kỳ $\alpha \in]0,1]$.

2.1.4. Quan hệ tương tự

Để biểu diễn ý tưởng của sự giống nhau, sự gần nhau, ta dùng một quan hệ mờ mở rộng khái niệm tương đương, có nghĩa một quan hệ phản xạ, đối xứng và bắc cầu.

Định nghĩa 2.1.6 : *Một quan hệ tương tự* là một quan hệ mờ đối xứng, phản xạ và bắc cầu max–min.

Tính chất 2.1.3 : Với mọi ngưỡng α chọn trong]0,1], quan hệ R_α mức α liên kết với một quan hệ tương tự là một quan hệ tương đương trên X.

Những phần tử thoả mãn một quan hệ tương đương cổ điển có thể được nhóm thành các lớp tương đương. Một cách tương tự, ta tập hợp trong cùng một lớp những phần tử của X mà sự giống nhau được thể hiện bởi quan hệ mờ R. Nếu ta xét chính bản thân R, tất cả những phần tử của X thoả mãn nó, với những cấp độ khác nhau, và không thể thiết lập những lớp mịn hơn là toàn thể X. Ngược lại, ta có thể nhóm lại các phần tử của X thoả mạnh R, thoả vừa phải nó và những phần tử không thoả nó. Để thực hiện sự nhóm lại đó, ta cần tới các quan hệ mức α liên kết với R, với α thay đổi. Với mỗi mức α, x và y thuộc cùng một lớp nếu và chỉ nếu chúng có quan hệ với nhau qua trung gian của R và vậy là giống nhau với một mức độ ít nhất bằng α. Ta có tính chất sau:

Tính chất 2.1.4 : Khi α thay đổi từ 0 đến 1, các quan hệ mức α liên kết với một quan hệ tương tự R trên X làm thành những phân hoạch lồng nhau của X mà các lớp là những lớp tương đương của R_α.

Thí dụ 2.1.1 : Cho tập tham chiếu X = {a, b, c, d} và một quan hệ nhị phân mờ R trên X với hàm thuộc được xác định bởi ma trận sau, mà ta sẽ chứng minh rằng R = RoR :

$$M(R) = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.9 & 0.5 \\ 0.3 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.9 & 0.3 & 1 & 0.5 \\ 0.5 & 0.3 & 0.5 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}$$

Ta thu được 4 quan hệ với mức α khác nhau liên kết với R, và có thể kiểm tra rằng chúng là những quan hệ tương đương, với $R_{0.1} = R_{0.2} = R_{0.3}$, $R_{0.4} = R_{0.5}$, $R_{0.6} = R_{0.7} = R_{0.8} = R_{0.9}$, và được xác định như sau :

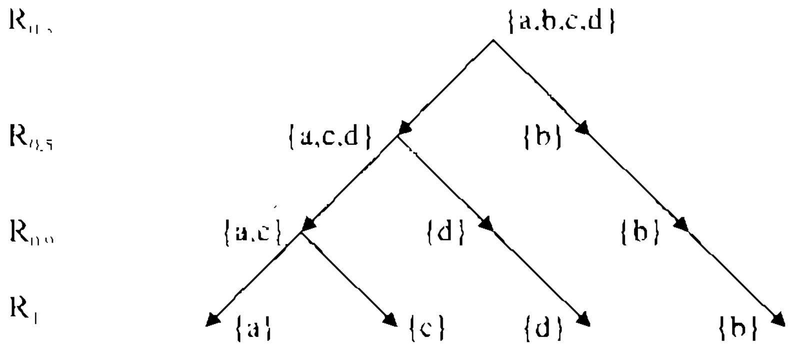
$$M(R_{0.3}) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M(R_{0.5}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M(R_{0.9}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M(R_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ta nhận thấy là tất cả các phần tử của X đều có quan hệ với nhau theo $R_{0.3}$, vậy chỉ có một lớp tương đương. Các phần tử của X có quan hệ theo $R_{0.5}$ là {a, c, d} một bên và bên kia là {b}. Những phần tử có quan hệ theo $R_{0,6}$ là {a, c}, {b} và {d} làm thành những lớp tương đương. Những lớp tương đương của R_1 là những tập một phần tử của X. Như vậy ta có thể xây dựng cây phân hoạch liên kết với quan hệ tương tự R được chỉ rõ trên hình 1.11.



Hình 1.11. Phân hoạch liên kết với một quan hệ tương tự

Tính chất 2.1.5 : Nếu quan hệ tương tự R sao cho $f_R(x,y) = 1$ nếu và chỉ nếu $x = y$, ta có thể liên kết với nó một khoảng cách d xác định trên X, có giá trị trong [0,1], bởi :

$$\forall (x,y) \in X \times X \; d(x,y) = 1 - f_R(x,y).$$

Khoảng cách liên kết với một quan hệ tương tự là siêu metric (ultrametric) vì nghiệm đúng :

$$\forall (x,y,z) \in X \times X \times X \; d(x,y) \le \max(d(x,z), d(z,y)),$$

vậy đó là khoảng cách sao cho hai khoảng cách nhỏ nhất giữa ba phần tử bất kỳ của X là bằng nhau.

Các quan hệ tương tự tham gia vào, chẳng hạn, những vấn đề phân lớp và nhận dạng.

2.1.5. Quan hệ thứ tự mờ

Một lớp lớn khác các quan hệ mờ có các tính chất đặc biệt làm thành một mở rộng của các quan hệ thứ tự thông thường. Chúng tương ứng với ý tưởng của sự ưu tiên hay sự có trước.

Định nghĩa 2.1.7 : Một thứ tự trước mờ là một quan hệ nhị phân mờ R phản xạ và bắc cầu. *Một quan hệ thứ tự mờ* là một thứ tự trước mờ phản xứng.

Tính chất 2.1.6 : Với bất kỳ mức α nào được chọn trong] 0,1], quan hệ R_α mức α liên kết với một quan hệ thứ tự mờ là một quan hệ thứ tự bộ phận trên X.

Thí dụ 2.1.12 : Cho X = {a, b, c, d, e, f} và quan hệ nhị phân mờ trên X được xác định bởi :

$$M(R) = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccc} a & b & c & d & e & f \end{array} \\ & \left[\begin{array}{cccccc} 1 & 0.8 & 0.2 & 0.6 & 0.6 & 0.4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.6 & 0.4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{array} \end{array}$$

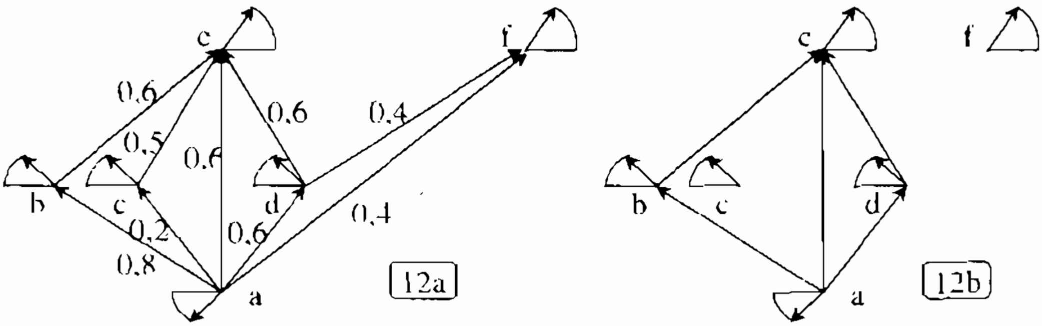
$$M(R_{0.6}) = \left[\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Có thể nghiệm thấy rằng R = RoR và nó là phản xạ và phản xứng,vì vậy nó là một quan hệ thứ tự mờ, biểu diễn được bằng đồ thị (hình 1.12a).

Dễ dàng thấy rằng quan hệ mức 0,6 được liên kết, chẳng hạn, là một quan hệ thứ tự bộ phận trên X (hình 1.12b).

2.2 Các đại lượng mờ

Trong các ứng dụng, một tỷ lệ quan trọng các tập con mờ biểu diễn những tính chất của các biến lấy giá trị trong tập **R** các số thực, như giá cả, kích thước, trọng lượng, áp lực, tuổi tác, tỷ lệ tăng trưởng,... Chúng tương ứng với những độ đo được cung cấp bởi các máy thu hay những dụng cụ đo mà độ chính xác là không tuyệt đối, hay ứng với những ước lượng không chính xác được thu thập bởi những nhà quan sát hay chuyên gia. Vũ trụ tham chiếu X khi đó là **R** và những tập con mờ thường là được chuẩn hoá và được gọi là những đại lượng mờ. Người ta xử lý chúng nhờ vào số học mờ [Mizumoto, Tanaka 76], [Dubois, Prade 87a], mà bây giờ chúng ta sẽ giới thiệu các nguyên lý, và các quan hệ mờ. Chúng tương ứng với ý tưởng về lân cận của một giá trị chính xác hay về khoảng giá trị với các cận không được xác định rõ.



Hình 1.12. Đồ thị của một quan hệ thứ tự mờ và của quan hệ mức 0,6 liên kết

2.2.1. Khoảng mờ và số mờ

Ta chọn những dạng đơn giản của các hàm thuộc là những dạng mà ta thường xây dựng theo cách tự nhiên, như đã được nói tới trước đây, và như vậy ta dùng các tập con lồi mờ của **R** [Dubois, Prade 78].

Định nghĩa 2.2.1 . Một đại lượng mờ là một tập con mờ được chuẩn hoá Q của **R**. Một *giá trị modal* của Q là một phần tử m của **R** sao cho $f_Q(m) = 1$.

Nếu m là một giá trị modal của Q, mọi số thực thuộc hoàn toàn vào Q là một giá trị modal và, khi mà đại lượng mờ được liên kết với một tính chất dạng Prop(Q) = "vào khoảng u" hay "xấp xỉ giữa v và w", những giá trị modal theo thứ tự là u và những số của khoảng [v,w].

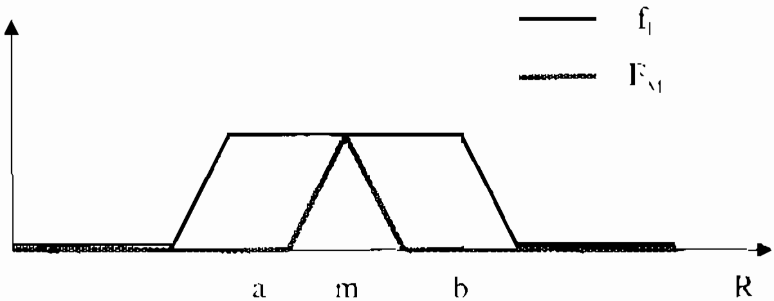
Định nghĩa 2.2.2 : Một *khoảng mờ* I là một đại lượng mờ lồi.

Nó ứng với một khoảng của tập số thực mà các biên là không chính xác. Nếu hàm thuộc f_I của nó là nửa liên tục trên (có nghĩa, với mọi mức ε, tập các phần tử x của X sao cho $f_I(x) \geq \varepsilon$ là đóng), thì những α–nhát cắt của nó là những khoảng đóng của **R** với mọi $\alpha \in]0,1]$.

Định nghĩa 2.2.3 *Một số mờ* M là một khoảng mờ với hàm thuộc nửa liên tục trên và có giá bị chặn, thừa nhận một giá trị modal duy nhất.

Nhận xét : Một số mờ M ứng với một giá trị thực m được biết không chính xác. Trong trường hợp nó được biết chính xác, ta có tập một phần tử {m} của **R** và mọi số thực là một trường hợp riêng của số mờ có hàm thuộc $f_M(x) = 1$ với $x = m$ và $f_M(x) = 0$ với mọi $x \neq m$.

Một thí dụ về số mờ được cho trên hình 1.13.



Hình 1.13. Thí dụ về khoảng mờ I (xấp xỉ giữa a và b) và số mờ M (khoảng chừng m)

2.2.2. Các phép toán số học chính

Trong nhiều trường hợp, cần phải thực hiện các phép cộng hay các phép nhân các số không được biết chính xác. Chẳng hạn, nếu chiều rộng của ngôi vườn xấp xỉ bằng 50 mét và chiều dài khoảng 80 mét, nếu giá của lưới sắt khoảng 14000 đ một mét thì việc rào ngôi vườn sẽ hết bao nhiêu? Vậy ta phải chuyển các phép toán số học cổ điển trên các số thực sang các phép toán tương tự trên các đại lượng mờ qua trung gian của nguyên lý khuếch. Trong suốt phần tiếp theo, ta dùng quy ước theo đó supremum của một hàm trên một khoảng rỗng bằng không, để làm đơn giản các công thức.

Định nghĩa 2.2.4 : Cho φ là một phép toán một ngôi xác định trên **R**. *Phép toán một ngôi mờ* Δ làm tương ứng, với mọi đại lượng mờ Q, một đại lượng mờ khác ΔQ với hàm thuộc :

$$\forall z \in \mathbf{R} \quad f_{\Delta Q}(z) = \sup_{\{x / z = \varphi(x)\}} f_Q(x).$$

Trường hợp riêng : Hãy xét những phép toán một ngôi cổ điển nhất, áp dụng cho một đại lượng mờ Q cho trước.

• *Đối* của Q, ký hiệu –Q, là đại lượng mờ với hàm thuộc được xác định, với mọi $z \in \mathbf{R}$, bởi $f_{-Q}(z) = f_Q(-z)$.

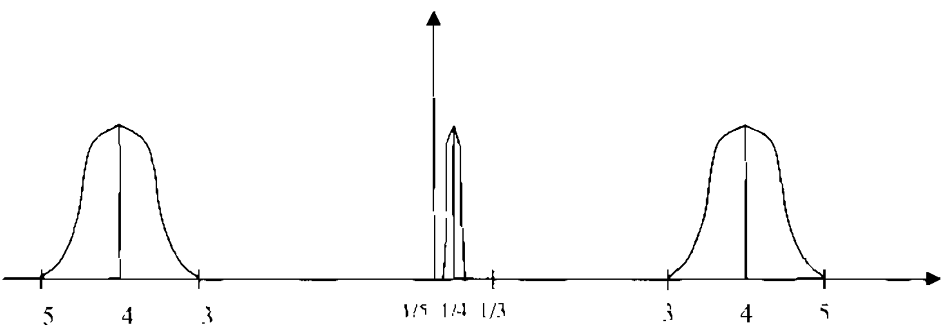
• Nghịch đảo của Q, ký hiệu 1/Q, là đại lượng mờ sao cho với mọi $z \in \mathbf{R}$, $z \neq 0$, $f_{1/Q}(z) = f_Q(1/z)$.

• *Luỹ thừa của Q*, ký hiệu exp(Q), là đại lượng mờ sao cho, với mọi $z \in \mathbf{R}^+$, $f_{\exp(Q)}(z) = f_Q(\ln z)$, trong đó ln ký hiệu logarit neper.

• *Tích với một vô hướng* khác không λ, ký hiệu λQ, là đại lượng mờ sao cho, với mọi $z \in \mathbf{R}$, $f_{\lambda Q} = f_Q(z/\lambda)$.

• *Luỹ thừa thứ r* của Q, ký hiệu Q^r với r khác không, là đại lượng mờ sao cho, với mọi $z \in \mathbf{R}$, $f_{Q^r}(z) = f_Q(z^{1/r})$.

Chẳng hạn, đối của số mờ "bằng khoảng 4" có thể được diễn đạt như là "bằng khoảng –4", còn nghịch đảo của nó như là " bằng khoảng 1/4" (xem hình 1.14).



Hình 1.14. Thí dụ về các phép toán một ngôi trên các số mờ

Định nghĩa 2.2.5 : Cho ψ là một phép toán hai ngôi trên các số thực. Một *phép toán hai ngôi mờ* * làm tương ứng, với hai đại lượng mờ Q và Q', một đại lượng mờ khác Q*Q' với hàm thuộc :

$$\forall z \in \mathbf{R}\ f_{Q*Q'}(z) = \sup_{(x,y)/z=x*y} \min(f_Q(x), f_{Q'}(y)).$$

Tính chất 2.2.1 : Nếu phép toán ψ là giao hoán thì * cũng vậy. Nếu phép toán ψ là kết hợp thì * cũng vậy.

Trường hợp riêng : Các phép toán hai ngôi mờ trên các đại lượng mờ Q và Q' liên kết với các phép toán cổ điển có kết quả là $Q \oplus Q'$, $Q \otimes Q'$, $Q \,\theta\, Q'$, $Q \oslash Q'$, $\underline{\max}\,(Q, Q')$, $\underline{\min}\,(Q, Q')$ với các hàm thuộc tương ứng được xác định với mọi $z \in \mathbf{R}$ bởi :

- $f_{Q \oplus Q'}(z) = \sup_{\{(x,y)/\, z = x+y\}} \min\,(f_Q(x), f_{Q'}(y))$, với *phép cộng*,
- $f_{Q \otimes Q'}(z) = \sup_{\{(x,y)/\, z = xy\}} \min\,(f_Q(x), f_{Q'}(y))$, với *phép nhân*,
- $f_{Q \theta Q'}(z) = \sup_{\{(x,y)/\, z = x-y\}} \min\,(f_Q(x), f_{Q'}(y))$, với *phép trừ*,
- $f_{Q \oslash Q'}(z) = \sup_{\{(x,y)/\, z = x/y\}} \min\,(f_Q(x), f_{Q'}(y))$, với *phép chia*,
- $f_{\underline{\max}(Q,Q')}(z) = \sup_{\{(x,y)/\, z = \max(x,y)\}} \min\,(f_Q(x), f_{Q'}(y))$, với *maximum*,
- $f_{\underline{\min}(Q,Q')}(z) = \sup_{\{(x,y)/\, z = \min(x,y)\}} \min\,(f_Q(x), f_{Q'}(y))$, với *minimum*.

Các hàm thuộc còn có thể được viết một cách tương đương:

- $f_{Q \oplus Q'}(z) = \sup_x \min\,(f_Q(x), f_{Q'}(z-x))$,
- $f_{Q \otimes Q'}(z) = \sup_{x \in \mathbf{R} - \{0\}} \min\,(f_Q(x), f_{Q'}(z/x))$,
- $f_{Q \theta Q'}(z) = \sup_y \min\,(f_Q(z+y), f_{Q'}(y))$,
- $f_{Q \oslash Q'}(z) = \sup_y \min\,(f_Q(yz), f_{Q'}(y))$.

Tính chất 2.2.2: Các phép toán mờ thoả, với mọi đại lượng mờ Q và Q':

- $Q \,\theta\, Q' = Q \oplus (-Q')$
- $Q \oslash Q' = Q \otimes (1/Q')$
- $Q \otimes Q' = (-Q) \otimes (-Q')$
- $(-Q) \otimes Q' = Q \otimes (-Q') = -(Q \otimes Q')$
- $Q \oplus 0 = 0 \oplus Q = Q$
- $Q \otimes 1 = 1 \otimes Q = Q$
- $Q \otimes 0 = 0 \otimes Q = 0$

Tính chất 2.2.3 : Với bất kỳ các khoảng mờ Q và Q' có hàm thuộc nửa liên tục trên, ta có :

- $-\underline{\max}(Q, Q') = \underline{\min}(-Q, -Q')$
- $\underline{\max}(Q, Q) = Q$
- $\underline{\min}(Q, Q) = Q$.

Nhận xét : Phép cộng và phép nhân là những phép toán trong trên tập các khoảng mờ. Những tính chất nêu ở trên khiến ta nghĩ rằng các phép toán mờ nghiệm đúng cùng những đẳng thức như các phép toán cổ điển tương ứng. Tuy nhiên điều đó không đúng với một số đẳng thức, chủ yếu là những hệ thức sau :

- Phép nhân mờ ⊗ nói chung không phân bố đối với phép cộng mờ ⊕, nhưng nghiệm đúng bất đẳng thức sau :

$$Q \otimes (Q' \oplus Q'') \leq (Q \otimes Q') \oplus (Q \otimes Q''),$$

và là một đẳng thức (có nghĩa ⊗ là phân bố đối với ⊕) trong những trường hợp đặc biệt, chẳng hạn nếu Q' và Q'' là những số mờ có giá đều chứa trong $\mathbf{R}^+$ hay $\mathbf{R}^-$

- Nghịch đảo 1/Q của một khoảng hay một số mờ Q chỉ lồi nếu giá của Q được chứa trong $\mathbf{R}^+$ hay $\mathbf{R}^-$.

- Nghịch đảo 1/Q của đại lượng mờ Q nói chung không là nghịch đảo của nó đối với phép nhân mờ, vì $Q \otimes (1/Q)$ không bằng 1, mà bằng một đại lượng mờ có giá trị modal 1.

- Đối $-Q$ của đại lượng mờ Q nói chung không là nghịch đảo của nó đối với phép cộng mờ, vì $Q \oplus (-Q)$ không bằng 0, mà bằng một đại lượng mờ với giá trị modal 0.

- Maximum và minimum của hai khoảng mờ Q và Q' nói chung không bằng Q cũng như Q'. Tuy nhiên $\underline{\max}(Q,Q') = Q$ nếu và chỉ nếu $\underline{\min}(Q,Q') = Q'$

Khi các đại lượng mờ có các hàm thuộc nửa liên tục trên, và nói riêng khi chúng là những số mờ, ta chứng minh được rằng mọi phép toán ψ liên tục và bảo toàn thứ tự, có nghĩa $\psi(u,v) \leq \psi(w,t)$ nếu $u \leq w$ và $v \leq t$, cho phép mô tả đơn giản kết quả của phép toán mờ tương ứng từ các α–nhát cắt của nó. Chẳng hạn, như trường hợp đối với phép cộng hay phép nhân.

Tính chất 2.2.4 : Gọi ψ là một phép toán hai ngôi liên tục và bảo toàn thứ tự trên **R** và * là phép toán mờ kết hợp với nó. Với hai số mờ bất kỳ Q và Q', mà các α–nhát cắt là những khoảng $[q_1^{\alpha}, q_2^{\alpha}]$ và $[q'^{\alpha}_1, q'^{\alpha}_2]$, nó làm tương ứng một đại lượng mờ Q*Q' mà các α–nhát cắt là các khoảng $[q_1^{\alpha}\ \psi\ q'^{\alpha}_1, q_2^{\alpha}\ \psi\ q'^{\alpha}_2]$.

Đặc biệt, nếu Q và Q' là những số mờ, các α–nhát cắt của $Q \oplus Q'$ là những khoảng $[q_1^{\alpha} + q'^{\alpha}_1, q_2^{\alpha} + q'^{\alpha}_2]$ và tương ứng của $Q \oslash Q'$ là các khoảng $[q_1^{\alpha}.\ q'^{\alpha}_1, q_2^{\alpha}.\ q'^{\alpha}_2]$.

Nhận xét : Nếu φ là một hàm bất kỳ xác định trên **R** x **R**, có giá trị trong **R**, f là một hàm tương thích với φ được xác định bởi nguyên lý khuếch, một α–nhát cắt của f(Q,Q') không phải bao giờ cũng thu được, từ tổ hợp qua trung gian φ, của những α–nhát cắt của Q và Q' [Nguyen et al 94].

2.2.3. Các số mờ kiểu L–R

Những định nghĩa của các phép toán mờ mà chúng ta vừa định nghĩa có thể tương đối khó vận dụng. Ta quan tâm tới các họ những dạng đặc biệt các hàm thuộc của các đại lượng mờ, dẫn tới những tính toán đơn giản đối với các phép toán đó.

Định nghĩa 2.2.6: Cho ba tham số thực (m, a, b), a và b dương, và hai hàm, ký hiệu L và R, xác định trên tập các số thực dương, lấy giá trị trong [0,1], nửa liên tục trên, sao cho L(0) = R(0) = 1, L(1) = 0 hay L(x) > 0 $\forall$x với $\lim_{x\to\infty} L(x) = 0$, R(1) = 0 hay R(x) > 0 $\forall$ x với $\lim_{x\to\infty} R(x) = 0$.

Một *số mờ* M thuộc *kiểu L–R* nếu hàm thuộc f_M của nó được xác định bởi :

$$f_M(x) = \begin{cases} L((m-x)/a) & \text{nếu } x \le m \\ R((x-m)/b) & \text{nếu } x > m \end{cases}$$

Ký pháp : Ta ký hiệu $M = (m, a, b)_{LR}$ là một số mờ kiểu L–R. m là giá trị modal của nó với $f_M(m) = 1$, a là độ rộng giá của nó ở bên trái của m, cũng còn gọi là độ trải trái, còn b là độ rộng của giá của nó ở bên phải, cũng còn được gọi là độ trải phải, trên trục số thực. L (ký hiệu cho left) và

R (ký hiệu cho right) là hai hàm xác định hàm thuộc của nó theo thứ tự bên trái và phải của m.

Thí dụ 2.2.1 : Chẳng hạn, ta có thể dùng các hàm sau đây để định nghĩa L và R :

- $g(x) = \max(0, 1-x^2)$
- $g(x) = \max(0, (1-x)^2)$
- $g(x) = \exp(-x)$
- $g(x) = \max(0, 1-x)$, cho một hàm thuộc tuyến tính từng đoạn (số mờ dạng tam giác)

Tính chất 2.2.5 : Cho hai số mờ cùng kiểu L–R, $M = (m, a, b)_{LR}$ và $N = (n, c, d)_{LR}$, các phép toán mờ cho các số mờ sau :

- $-M = (-m, b, a)_{RL}$, thuộc kiểu R–L.
- $M \oplus N = (m+n, a+c, b+d)_{LR}$ thuộc kiểu L–R.
- $M \ominus N = (m-n, a+d, b+c)_{LR}$ nếu L = R, thuộc kiểu L–L.
- $M \otimes N$, ngược lại, nói chung không thuộc kiểu L–R, nhưng ta có thể cho nó một giá trị gần đúng thuộc kiểu L–R khi M và N có giá được chứa trong $\mathbf{R}^+$, a và b bé so với m, c và d bé so với n :

$$M \otimes N = (mn, mc + na, md + nb)_{LR}.$$

Thí dụ 2.2.2 . Cho Prop(M) = "vào khoảng 200" và Prop(N) = "vào khoảng 80". $M = (200, 10, 10)_{LR}$ và $N = (80, 4, 4,)_{LR}$ với $L(x) = R(x) = \max(0,1-x)$ cho các số mờ dạng tam giác (hình 1.15). Khi đó :

$M \oplus N = (280, 14, 14)_{LR}$ với Prop($M \oplus N$) = " vào khoảng 280 ",

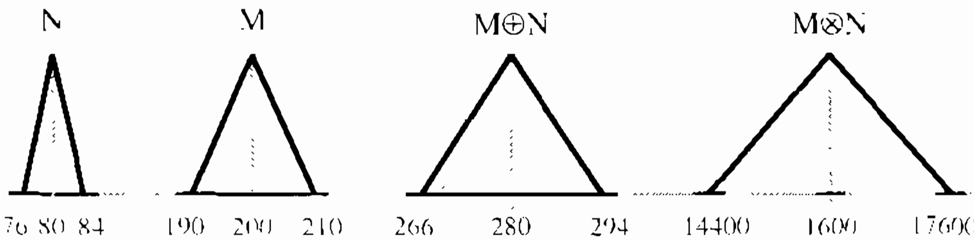
$M \ominus N = (120, 14, 14)_{LR}$ với Prop($M \ominus N$) = " vào khoảng 120 ",

$M \otimes N = (16000, 1600, 1600)_{LR}$ với Prop($M \otimes N$) = "vào khoảng 16000".

Thí dụ 2.2.3 : Để thấy được tính tương thích giữa tính toán trên các số mờ và việc sử dụng sai số trên các giá trị, hãy xét Prop(M) = "bằng với m, chính xác tới α%" và Prop(N) "bằng với n, chính xác tới β%", $M = (m, \alpha m/100, \alpha m/100)_{LR}$ và $N = (n, \beta n/100, \beta n/100)_{LR}$, ta có :

$$M \oplus N = (m+n, [\alpha m + \beta n]/100, [\alpha m + \beta n]/100)_{LR}, \text{và}$$

trong trường hợp α=β, có Prop(M ⊕ N) = " bằng m+n, chính xác tới α%"



Hình 1.15. Thí du về các phép toán mờ trên các số mờ kiểu L–R

2.2.4. Khoảng mờ kiểu L–R

Những dạng đơn giản của các số mờ cũng có thể được dùng để định nghĩa các khoảng mờ đặc biệt, trên đó các phép toán số học sơ cấp được mở rộng.

Định nghĩa 2.2.7 : Cho bốn tham số thực (m, m', a, b), a và b dương và hai hàm, ký hiệu L và R, xác định trên tập các số thực dương, có giá trị trong [0,1], nửa liên tục trên, sao cho ∀x L(0) = R(0) = 1, L(1) = 0 hay L(x) > 0,với $\lim_{x\to\infty} L(x) = 0$, R(1) = 0 hay R(x) > 0 ∀x với $\lim_{x\to\infty} R(x) = 0$

Một *khoảng mờ* I thuộc kiểu L–R nếu hàm thuộc f_I của nó được xác định bởi :

$$f_I(x) = \begin{cases} L((m-x)/a) & \text{nếu } x \le m \\ 1 & \text{nếu } m < x < m' \\ R((x-m')/b) & \text{nếu } x \ge m' \end{cases}$$

Ký pháp : Ta ký hiệu $I = (m, m', a, b)_{LR}$ là một khoảng mờ kiểu L–R và trong trường hợp đặc biệt ứng với m = m', I đồng nhất với số mờ $M = (m, a, b)_{LR}$ thuộc kiểu L–R.

Thí dụ 2.2.4 : Ta có thể dùng các thí dụ về các hàm L và R đã được chỉ ra với các số mờ kiểu L–R. Nói riêng, khoảng mờ có hàm thuộc dạng hình thang nếu $R(x) = L(x) = \max(0, 1-x)$. Các khoảng mờ mở rộng các khoảng cổ điển của **R**, chẳng hạn

- Nếu m và a là vô hạn, Prop(I) = "nhiều nhất khoảng chừng bằng m".

- Nếu m' và b là vô hạn, Prop(I) = " ít nhất khoảng chừng bằng m".

- Nếu tất cả các tham số là hữu hạn, Prop(I) = " khoảng chừng nằm giữa m và m' "

- Nếu m = m', I đồng nhất với số mờ $M = (m, a, b)_{LR}$ kiểu L–R.

Tính chất 2.2.6 : Cho hai khoảng mờ cùng thuộc kiểu L–R, $I = (m, m', a, b)_{LR}$ và $J = (n, n', c, d)_{LR}$, các phép toán mờ có kết quả là các khoảng mờ sau :

- $-I = (-m', -m, b, a)_{RL}$

- $I \oplus J = (m+n, m'+n', a+c, b+d)_{LR}$

- $I \ominus J = (m-n', m'-n, a+d, b+c)_{LR}$ nếu L = R

- $I \otimes J$ nói chung không thuộc kiểu L–R, nhưng ta có thể cho nó một giá trị gần đúng sau, khi I và J có giá được chứa trong $\mathbf{R}^+$, a và b bé so với m, c và d bé so với n :

$$I \otimes J = (mn, m'n', mc+na, m'd+n'b)_{LR}.$$

Nhận xét : Các phép toán trên mở rộng các phép toán trên các khoảng thông thường của **R**. Chẳng hạn, nếu x và y là hai giá trị thực sao cho $m \le x \le m'$ và $n \le y \le n'$, khi đó :

$$-m' \le -x \le -m,$$

$$m+n \le x+y \le m'+n',$$

$$m-n' \le x-y \le m'-n,$$

ứng với các tập các giá trị modal (nhân) của $-I$, $I \oplus J$, $I \ominus J$.

Thí dụ 2.2.5 : Cho Prop(I) = "khoảng chừng giữa 200 và 250" và Prop(J) = "khoảng chừng giữa 80 và 100", $I = (200, 250, 10, 10)_{LR}$ và $J = (80, 100, 4, 4)_{LR}$ với $L(x) = R(x) = \max(0, 1-x)$ cho những khoảng mờ hình thang. Khi đó : $M \oplus N = (280, 350, 14, 14)_{LR}$ với Prop($M \oplus N$) = "khoảng chừng giữa 280 và 350", $M \ominus N = (100, 170, 14, 14)_{LR}$ với Prop($M \ominus N$) = "khoảng chừng giữa 100 và 170", $M \otimes N \approx (16000, 25000, 1600, 1600)_{LR}$ với Prop($M \otimes N$) = "khoảng chừng giữa 16000 và 25000"

2.2.5. Quan hệ mờ trên các đại lượng mờ

Các đại lượng thực có thể được so sánh nhờ vào các quan hệ mờ, làm mềm dẻo quan hệ bằng nhau và quan hệ thứ tự cổ điển chẳng hạn.

Nếu một trong những đại lượng đó có giá trị là một đại lượng mờ N, quan hệ R liên kết nó với biến thứ hai cho phép cho giá trị mờ của nó như một đại lượng mờ M có hàm thuộc :

$$\forall x \in \mathbf{R}\ f_M(x) = \sup_{y \in \mathbf{R}} \min(f_R(x,y), f_N(y)),$$

bằng cách áp dụng quy tắc hợp thành (mục 1.1.6.D).

Thí dụ 2.2.6: Với hai số thực x và y, quan hệ y "đúng là lớn nhiều hơn" x có thể được xác định bởi quan hệ mờ R với hàm thuộc :

$$\forall (x,y) \in R^2\ f_R(x,y) = \begin{cases} \min(1,(y-x)/\beta) & \text{nếu } y \geq x, \text{ với một tham số } \beta > 0 \\ 0 & \text{nếu ngược lại.} \end{cases}$$

Nó được biểu diễn đồ thị trên hình 1.16a, với x cho trước, trên trục các y. Giả sử chiều dài y được chỉ ra như vậy là " đúng là lớn hơn " chiều rộng x và chiều dài được định giá là "xấp xỉ bằng n" bởi số mờ tam giác N = (n, a, a), với 0 < a < m. Ta có thể cho một định giá về chiều rộng x như thế nào ?

Công thức ở trên chỉ ra rằng :

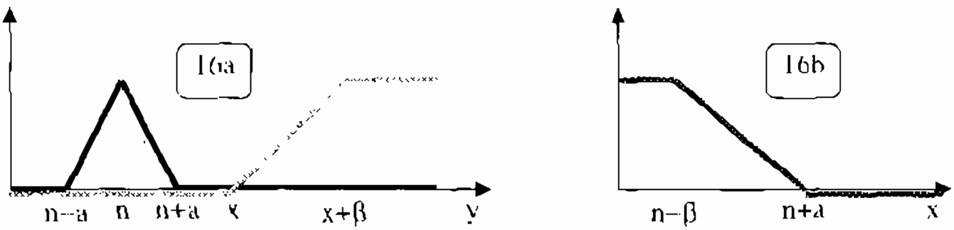
$$\forall x \in \mathbf{R}\ f_M(x) = \sup_{y \in \mathbf{R}} \min(f_R(x,y), f_N(y)),$$

mà ta có thể làm hiển thị bằng cách dịch chuyển đường cong f_R dọc theo trục các y, có nghĩa làm giảm x, chừng nào $x \geq n+a$, $\min(f_R(x,y), f_N(y))$ với mọi y và $f_M(x) = 0$. Khi $n+a > x+\beta > n$, $\min(f_R(x,y), f_N(y))$ có cực đại là tung độ giao điểm giữa đường dốc phải của tam giác xác định N và độ dốc của đường cong xác định R, và tính toán cho $f_M(x) = (n+a-x)/(a+\beta)$. Khi có $x+\beta \leq n$, có nghĩa $x \leq n-\beta$, $\min(f_R(x,y), f_N(y))$ lấy giá trị 1, ít nhất tại điểm y = n, và $f_N(x) = 1$. Hàm f_M tuyến tính từng đoạn. Chiều rộng y được mô tả bởi một tính chất có thể được diễn đạt là Prop(M) = "khoảng chừng nhỏ hơn n−β" được hiển thị trên hình 1.16b.

Prop(N) = "xấp xỉ bằng n"

Prop(R) = " đúng là lớn hơn n"

Prop(M) = " nhỏ hơn khoảng n−β"



Hình 1.16. Đặc trưng mờ của x, biết rằng y đúng là lớn nhiều hơn x, và y xấp xỉ bằng n

PHỤ LỤC

1. Chứng minh một số tính chat

Chứng minh tính chất 1.2.3: Một phần tử x của X thuộc vào $(supp(A^c))^c$ nếu và chỉ nếu $f_{A^c}(x) = 0$, hay một cách tương đương $f_A(x) = 1$, có nghĩa nếu và chỉ nếu x thuộc ker(A). Đẳng thức thứ hai có được bằng cách lấy phần bù của đẳng thức thứ nhất

Chứng minh tính chất 1.3.1: Cho α và α' là hai mức thuộc [0,1] sao cho $\alpha' \ge \alpha$, khi đó mọi x của X mà thuộc $A_{\alpha'}$ nghiệm đúng $f_A(x) \ge \alpha'$, vậy thì $f_A(x) \ge \alpha$, do đó $x \in A_\alpha$ và ta có $A_\alpha \supseteq A_{\alpha'}$. Bây giờ cho $\alpha_0 = h(A)$. Với mọi $\alpha \le \alpha_0$, $A_{\alpha_0} \subseteq A_\alpha$, vậy $A_{\alpha_0} \subseteq \cap_{\alpha \le \alpha_0} A_\alpha$. Ngược lại, xét một phần tử $x \in \cap_{\alpha \le \alpha_0} A_\alpha$ khi đó $f_A(x) \ge \alpha$ với mọi $\alpha \le \alpha_0$ và $x \in A_{\alpha_0}$. Vậy $\cap_{\alpha \le \alpha_0} A_\alpha \subseteq A_{\alpha_0}$.

Từ đó $A_{\alpha_0} = \cap_{\alpha \le \alpha_0} A_\alpha$

Chứng minh định lý tách 1.3.1 : Cho $x \in X$, với mức $\alpha = f_A(x)$, $x \in A_\alpha$, vậy $f_A(x) = \alpha . \chi_{A_\alpha}(x)$ và $f_A(x) \le \sup_{\alpha \in [0,1]} \alpha . \chi_{A_\alpha}(x)$.

Ngược lại, cho $x \in X$. Với mọi mức α', $\chi_{A_{\alpha'}}(x) = 0$ nếu $f_A(x) < \alpha'$,

$\chi_{A_{\alpha'}}(x) = 1$ nếu $f_A(x) \ge \alpha'$. Vậy $\alpha' . \chi_{A_{\alpha'}}(x) = \alpha'$ nếu $f_A(x) \ge \alpha'$, $\alpha' . \chi_{A_{\alpha'}}(x) = 0$ nếu $f_A(x) < \alpha'$, và như vậy trong cả hai trường hợp $\alpha' . \chi_{A_{\alpha'}}(x) \le f_A(x)$. Từ đó $\sup_{\alpha \in [0,1]} \alpha . \chi_{A_\alpha}(x) \le f_A(x)$.

Vì vậy, với mọi $x \in X$, $f_A(x) = \sup_{\alpha \in [0,1]} \alpha . \chi_{A_\alpha}(x)$.

Chứng minh tính chất 1.4.1 : Giả sử $A = A_1 \times A_2$ sao cho :

$$\sup_{x_2 \in X_2} f_A(x_2) \ge \sup_{x_1 \in X_1} f_A(x_1).$$

là điều được nghiệm đúng, chẳng hạn, nếu A_2 được chuẩn hoá. Khi đó hình chiếu của A trên X_1 được xác định, với mọi $x_1 \in X_1$ bởi :

$$f_{proj_{X_1}(A)}(x_1) = \sup_{x_2 \in X_2} f_A((x_1, x_2)) =$$

$$\sup_{x_2 \in X_2} \min(f_{A_1}(x_1), f_{A_2}(x_2)) =$$

$$\min(f_{A_1}(x_1), \sup_{x_2 \in X_2} f_{A_2}(x_2)) = f_{A_1}(x_1).$$

Vậy $Proj_{X_1}(A) = A_1$.

2. Bài tập

Việc chứng minh các tính chất không được chứng minh có thể xem như các bài tập. Ở đây chúng tôi chỉ nêu ra một số bài tập minh hoạ.

Bài tập 1.1 :

Xét 4 ứng cử viên A, B, C, D vào một chức vụ. Họ được chọn lựa theo hai tiêu chuẩn U và V, chẳng hạn trình độ nghiệp vụ (lành nghề) và kinh nghiệm nghề nghiệp của họ. Ta có những đánh giá như sau :

U	V
A khá thích hợp	tương đối thích hợp
B hoàn toàn thích hợp	khá thích hợp
C rất thích hợp	hoàn toàn thích hợp
D ít thích hợp	không thích hợp

Để đơn giản việc xử lý các ứng cử viên này, ta dùng một giao diện ký hiệu–số: không thích hợp ↔ 0 ; ít thích hợp ↔ 0,2 ; khá thích hợp ↔ 0,4; tương đối thích hợp ↔ 0,6 ; rất thích hợp ↔ 0,8 hoàn toàn thích hợp ↔ 1. Khi đó ta xem U và V như những tập con mờ của X = {A, B, C, D}. Tập con mờ nào của X cho phép đặc trưng các ứng cử viên thoả ít nhất một tiêu chuẩn ? Thoả cả hai tiêu chuẩn ? Không thoả tiêu chuẩn U? Đâu là những α–nhát cắt mức α = 0,6 và α = 0,8 của U và V ?

Bài tập 1.2:

Cho vũ trụ X = {x, y,z } và tập con mờ A = 0,8/x + 0,1/y + 0,4/z của X. Hãy xây dựng những α–nhát cắt với các mức α = 0,1, α = 0,2,...., α = 1.

của các hàm đặc trưng f_α. Chứng minh rằng có thể xây dựng lại A từ các α−nhát cắt của nó, có nghĩa A nghiệm đúng :

$$A = [\max_{0<\alpha\leq 1}(\alpha f_\alpha(x))]/x + [\max_{0<\alpha\leq 1}(\alpha f_\alpha(y))]/y + [\max_{0<\alpha\leq 1}(\alpha f_\alpha(z))]/z.$$

Bài tập 1.3:

Cho quan hệ nhị phân mờ R xác định trên X = **R**, liên kết với tính chất Prop(R) = "lớn hơn nhiều", với hàm thuộc $f_R(x,y) = 0$ nếu $y \leq x$, $f_R(x,y) = (y-x)/\mu$ nếu $x < y < x + \mu$, $f_R(x,y) = 1$ nếu $y \geq x + \mu$. Chứng minh rằng R là bắc cầu.

Bài tập 1.4:

Chứng minh rằng, nếu ta dùng t−chuẩn và t−đối chuẩn của Lukasiewicz để định nghĩa giao và hợp của hai tập con mờ, thì bảo toàn được các tính chất phi mâu thuẫn ($A \cap A^c = \varnothing$) và bài trung ($A \cup A^c = X$) của lý thuyết tập hợp cổ điển, nhưng lại mất hai tính chất luỹ đẳng (ta có $A \cap A \neq A$, $A \cup A \neq A$). Chứng minh rằng nếu ta dùng t−chuẩn và t−đối chuẩn xác suất, ta mất cả bốn tính chất đó

Bài tập 1.5.

Nếu n(A) = 1−a là toán tử xác định phần bù A^c của một tập con mờ A, chứng minh rằng $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ và $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$,với các toán tử Lusakiewicz hay xác suất.

Bài tập 1.6.

Cho $X_1 = \{a, b, c\}$, $X_2 = \{x, y\}$, $Y = \{p, q, r\}$, và hai tập con mờ $A_1 = 0{,}3/a + 0{,}9/b + 0{,}5/c$ của X_1, $A_2 = 0{,}5/x + 1/y$ của X_2.

Ta định nghĩa một ánh xạ φ làm ứng với mỗi cặp của $X_1 x X_2$ một phần tử của Y theo bảng kèm theo đây.

φ	x	y
a	p	p
b	q	r
c	r	p

Bằng nguyên lý khuếch, hãy xác định tập con mờ của Y liên kết với tập con mờ $A_1 \times A_2$ của $X_1 \times X_2$ qua trung gian của φ.

Bài tập 1.7.

Cho X = {x, y, z, t, u, v} và một quan hệ mờ R được xác định trên X × X bởi bảng kèm theo đây. Chứng minh rằng đó là một quan hệ tương tự. Hãy xây dựng cây các phân hoạch lồng nhau được xác định bởi những α−nhát cắt của nó.

R	x	y	z	t	u	v
x	1	0,2	1	0,6	0,2	0,6
y	0,2	1	0,2	0,2	0,8	0,2
z	1	0,2	1	0,6	0,2	0,6
t	0,6	0,2	0,6	1	0,2	0,8
u	0,2	0,8	0,2	0,2	1	0,2
v	0,6	0,2	0,6	0,8	0,2	1

Bài tập 1.8:

Cho X = {x, y, z, t} và quan hệ mờ S xác định trên X × X bởi bảng kèm theo đây.

Chứng minh rằng S là một quan hệ thứ tự mờ toàn phần chặt.

S	x	y	z	t
x	0,7	0,6	0,8	0,8
y	0	1	0	0,2
z	0	0,6	0	0,4
t	0	0	0	0,7

Bài tập 1.9:

Cho hai số đo trọng lượng, một số đo là 500 g với một sai số tới 1%, còn số đo kia là 300 g với sai số tới 1%. Người ta biểu diễn chúng bởi các số mờ với hàm thuộc tam giác. Hãy tính tổng của chúng.

Bây giờ ta dùng những khoảng mờ được giả thiết có hàm thuộc hình thang. Giá mua một ngôi nhà là "xấp xỉ giữa 10 MF và 20 MF chính xác tới 1MF" và giá tu bổ là "xấp xỉ giữa 30 MF và 40 MF chính xác tới 2 MF". Tính giá thành của ngôi nhà đó.

Bài tập 1.10:

Xét hai biến ngôn ngữ V và V' xác định theo thứ tự trên hai vũ trụ X và X' các số thực. Ta giả sử V' được đặc trưng bởi A' = "xấp xỉ bằng x_0", có nghĩa bởi số mờ $(x_0, 4, 4)$ với hàm thuộc tam giác. V' được mô tả là "lớn hơn V nhiều", qua trung gian của một quan hệ mờ R với hàm thuộc được xác định, với mọi x thuộc X và x' thuộc X', bởi :

$$f_R(x', x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x' < x \\ \min(1, (x' - x)/9x) & \text{nếu } x' \geq x \end{cases}$$

Hãy suy từ các thông tin đó một đặc trưng của V được biểu diễn bởi một tập con mờ của X. Chứng minh rằng hàm thuộc của nó không có dạng hình thang.

Bài tập 1.11:

Linh tới Hà Nội lúc khoảng 20 tuổi và đã rời khỏi nơi này được khoảng 2 năm sau khi đã ở lại đó khoảng một năm rưỡi.

- Hãy cho một đặc trưng tuổi của Linh bởi một tập con mờ A của vũ trụ X thời gian (biểu diễn theo năm), bằng cách dùng ba số mờ tam giác, có giá trị modal theo thứ tự là 20, 2, và 3/2, với các độ trải theo thứ tự là 1/3, 1/12 và 1/12.

- Bằng cách dùng nguyên lý khuếch, hãy đặc trưng tuổi của các cá nhân già hơn Linh, bằng một tập mờ B của X.

Bài tập 1.12.

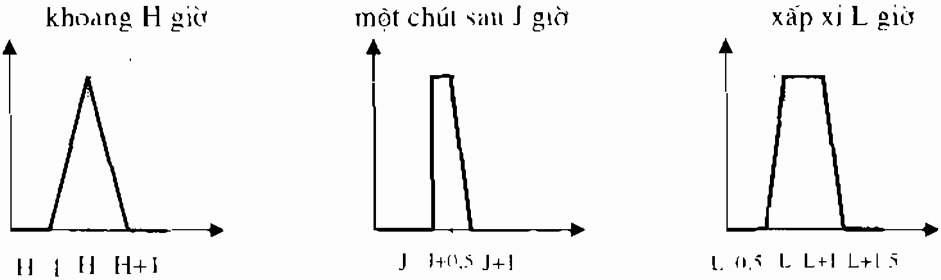
Người ta biết rằng tầm nhìn xa trên sân bay ngày hôm qua là vào khoảng 0,5, trong đó "vào khoảng 0,5" là số mờ $(0.5, 0.1, 0.1)_{LR}$ với hàm thuộc tam giác. Tầm nhìn xa ngày hôm nay thấp hơn so với ngày hôm qua, trong đó "thấp" là một quan hệ mờ R xác định trên [0,1]x[0,1] bởi :

$$f_R(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x > y \\ \min(1, (y - x)/0.2) & \text{nếu } x \leq y. \end{cases}$$

Vậy ta có thể đặc trưng tầm nhìn xa của ngày hôm nay bởi số mờ hay khoảng mờ nào ?

Bài tập 1.13:

Ta có các sự kiện sau : giờ xuất phát vào lúc sau bữa trưa một chút, bữa trưa vào khoảng 13 h, thời gian ăn bữa trưa xấp xỉ 2 giờ. Ta dùng các hàm thuộc được biểu diễn trên hình vẽ. Hỏi ta thu được hàm thuộc nào để đặc trưng giờ xuất phát ?



CHƯƠNG II

LÝ THUYẾT KHẢ NĂNG VÀ CÁC BIẾN NGÔN NGỮ

1. LÝ THUYẾT KHẢ NĂNG

2. BIẾN NGÔN NGỮ VÀ CÁC MỆNH ĐỀ MỜ

3. KHẢ NĂNG VÀ CẦN THIẾT CỦA CÁC TẬP CON MỜ

Lý thuyết các tập con mờ đã được đưa vào nhằm đáp ứng nhu cầu biểu diễn các tri thức được diễn đạt bằng ký hiệu, bằng ngôn ngữ tự nhiên, có chứa những yếu tố không chính xác hay mơ hồ. Thông thường, chúng đặc trưng những biến hay những thuộc tính lấy giá trị trong một vũ trụ số, chẳng hạn các số nguyên hay thực, với những mô tả có thể hoặc bằng ký hiệu, hoặc bằng số tuỳ theo các tình huống. Các biến lấy một giá trị duy nhất, chẳng hạn khoảng cách bằng 22 mét hay góc bằng 4 độ, nhưng giá trị đó được biết không tốt và có một sự không chính xác trong việc xác định nó. Chính mối quan tâm đầu tiên của lý thuyết các tập mờ là để xử lý những yếu tố không chính xác đó và để làm thành một giao diện giữa các mô tả ký hiệu và các mô tả số, điều mà có ít những phương pháp luận khác cho phép.

Tuy nhiên ta lưu ý là những điều không chắc chắn về tính xác thực của một khẳng định không được xử lý bởi lý thuyết tập mờ. Thế nhưng, không chắc chắn và không chính xác lại có liên hệ mật thiết với nhau, nói riêng bởi vì một đòi hỏi chính xác trong phát biểu của một khẳng định khiến cho khẳng định kém chắc chắn hơn và ngược lại: với câu hỏi về ngày xây dựng một toà nhà không được biết đầy đủ, ta có thể trả lời "vào khoảng 1850". Đó là một câu trả lời thiếu chính xác nhưng không có gì là không chắc chắn. Ta cũng có thể cho câu trả lời "Tôi tin rằng nó được xây dựng vào năm 1852, nhưng tôi không chắc lắm", là một câu trả lời chính xác nhưng không chắc chắn. Trả lời như thế nào là tuỳ theo ta ưu tiên sự chính xác hay sự chắc chắn.

Lý thuyết khả năng được đưa vào năm 1978, cũng bởi Lotfi A. Zadeh, nhằm cho phép thao tác những yếu tố không chắc chắn có bản chất phi xác suất, mà với chúng các phương tiện cổ điển của lý thuyết xác suất không đem lại giải pháp, và nhằm tạo ra một khung trong đó các tri thức không chính xác và các tri thức không chắc chắn có thể cùng tồn tại và được xử lý cùng với nhau [Zadeh 78a], [Zadeh 78b]. Một khả năng như vậy là căn bản cho một lập luận sử dụng các tri thức không đầy đủ mà một sự thiếu chính xác trong phát biểu của nó thường sinh ra những cái không chắc chắn trên kết quả cuối cùng (chẳng hạn : nếu một người trên 18 tuổi, người đó có quyền bầu cử. Ta biết rằng Phương khoảng 18 tuổi. Vậy Phương có quyền bầu cử không ? Hoàn toàn có khả năng, nhưng không chắc chắn).

Trước hết, ta sẽ trình bầy *Lý thuyết khả năng* dưới dang tổng quát, đưa vào các khái niệm độ đo khả năng và độ đo cần thiết là cơ sở của lý thuyết. Tiếp đó, ta sẽ chỉ ra rằng có thể xác định chỗ đứng của nó đối với lý thuyết xác suất như thế nào, bằng cách đặt nó trong khuôn khổ tổng quát hơn của lý thuyết hiển nhiên (theory of evidence), chỉ rõ một sự song hành giữa xác suất và khả năng, đồng thời cũng chỉ rõ cái gì làm thành sự khác nhau cơ bản giữa chúng. Sau đó, chúng ta trở lại việc sử dụng nó với các tri thức được diễn đạt bằng ngôn ngữ, có nghĩa theo cách mà lý thuyết khả năng đã được Zadeh đưa vào.

I. LÝ THUYẾT KHẢ NĂNG

1.1. Độ đo và phân bố khả năng

Lý thuyết khả năng cung cấp một phương pháp để hình thức hoá những cái không chắc chắn chủ quan trên các sự kiện, có nghĩa một phương tiện để nói rằng trong chừng mực nào việc thực hiện của một sự kiện là có thể và trong chừng mực nào ta có được sự chắc chắn, hoàn toàn không có sự đánh giá về xác suất của việc thực hiện đó, chẳng hạn vì ta không biết về sự kiện tương tự để tham chiếu, hoặc bởi vì sự không chắc chắn là hệ quả của sự thiếu tin cậy của các dụng cụ quan sát hay của một sự nghi ngờ của chính người quan sát. Chẳng hạn, hãy xét khẳng định "Sách đến dùng cocktail tại nhà Giang ở Paris vào ngày thứ hai mồng 6 tháng năm" thì khó mà tham chiếu vào cái gì để gán cho nó một xác suất: do sự kiện là Sách không dự đều đặn những buổi cocktail mà anh ta được mời, là anh ta không phải bao giờ cũng ở Paris vào ngày thứ hai, do anh ta thường đi nghỉ hè vào đầu tháng năm, do anh ta thường giận dữ có chu kỳ với Giang,... Tuy nhiên, khẳng định đó được đánh giá theo chủ quan, là có khả năng tới mức nào, và chắc chắn tới mức nào là Sách sẽ có mặt, dựa một cách tổng thể vào những gì mà Giang biết về Sách. Chúng ta sẽ hình thức hoá hai đánh giá chủ quan đó qua một độ đo khả năng và một độ đo cần thiết.

Một sự hình thức hoá như vậy tham chiếu tới những sự kiện thông thường xác định trên một vũ trụ cho trước mà không phải là tới những tập con mờ của vũ trụ đó. Chính là chỉ sau khi đưa vào các biến ngôn ngữ (mục 2. 2) ta mới trở lại việc sử dụng đồng thời các tập con mờ và các phân bố xác suất.

1.1.1. Độ đo khả năng

Cho một tập tham chiếu X, ta gán cho mỗi sự kiện xác định trên X, có nghĩa cho mỗi phần tử của tập **P**(X), tập tất cả những tập con thông thường của X, một hệ số nằm giữa 0 và 1, đánh giá sự kiện đó có khả năng tới mức nào.

Định nghĩa 1.1.1: Một *độ đo khả năng* Π là một hàm xác định trên tập **P**(X), lấy giá trị trong [0,1], sao cho :

i) $\Pi(\emptyset) = 0$, $\Pi(X) = 1$,

ii) Với mọi họ tập $A_1 \in \mathbf{P}(X)$, $A_2 \in \mathbf{P}(X)$, ...

$\Pi(\cup_{i=1,2} A_i) = \sup_{i=1,2} \Pi(A_i)$,

trong đó sup chỉ supremum của các giá trị có liên quan, có nghĩa là giá trị lớn nhất trong trường hợp họ là hữu hạn.

Trường hợp đặc biệt : Tính chất (ii), trong trường hợp hai tập con của X, được đưa về :

$$\forall (A,B) \in \mathbf{P}(X)^2 \ \Pi(A \cup B) = \max(\Pi(A), \Pi(B)),$$

diễn đạt rằng việc thực hiện của một trong hai sự kiện A hay B, được lấy tuỳ ý, được gán cùng một hệ số khả năng với việc thực hiện sự kiện có khả năng cao hơn. Như vậy một độ đo khả năng không là cộng tính, là điều phải tương ứng với $\Pi(A \cup B) = \Pi(A) + \Pi(B)$.

Một sự kiện là hoàn toàn có khả năng nếu độ đo khả năng của nó bằng 1, và hoàn toàn không có khả năng nếu độ đo khả năng bằng 0.

Một độ đo khả năng cho phép xác định mức độ mà với nó hợp của các sự kiện, mà ta đã biết chúng có khả năng tới mức nào, cũng là một sự kiện có thể. Ngược lại, các điều kiện (i) và (ii) xác định độ đo đó không cho phép gán một độ đo khả năng cho giao của các sự kiện.

Tính chất 1.1.1: Độ đo khả năng liên kết với giao các bộ phận của X một hệ số được làm già bởi hệ số nhỏ nhất trong số các hệ số được gán cho mỗi một bộ phận.

$$\forall (A,B) \in \mathbf{P}(X)^2 \ \Pi(A \cap B) \le \min(\Pi(A), \Pi(B)).$$

Trường hợp đặc biệt : Hai sự kiện có thể có khả năng ($\Pi(A) \neq 0$, $\Pi(B) \neq 0$), nhưng sự xuất hiện đồng thời của chúng là không thể ($\Pi(A \cap B) = 0$).

Thí dụ 1.1.1 : Cho X là tập các ngày trong tuần. Giả sử hoàn toàn có khả năng là bưu kiện mong đợi đến vào thứ hai hay thứ ba, tương đối có khả năng là đến vào ngày thứ tư, ít có khả năng đến vào ngày thứ năm, và không có khả năng đến vào cuối tuần. Như vậy, $\Pi(\{$thứ hai, thứ ba$\}) = 1$, $\Pi(\{$thứ tư$\}) = 0{,}8$, $\Pi(\{$thứ năm$\}) = 0{,}2$, $\Pi(\{$thứ sáu, thứ bảy, chủ nhật$\}) = 0$. Từ đó suy ra hoàn toàn có khả năng là bưu kiện đến vào thứ hai, thứ ba hay thứ tư, với $\Pi(\{\text{thứ hai, thứ ba, thứ tư}\}) = \max(1, 0{,}8) = 1$ và tương đối có thể đến vào thứ tư hay thứ năm, $\Pi(\{\text{thứ tư, thứ năm}\}) = \max(0{,}8, 0{,}2) = 0{,}8$.

Từ những chỉ dẫn ở trên, có thể suy ra $\Pi(\{\text{thứ sáu}\}) = \Pi(\{\text{thứ bảy}\}) = \Pi(\{\text{chủ nhật}\}) = 0$ vì ngược lại, $\Pi(\{\text{thứ sáu, thứ bảy, chủ nhật}\})$ sẽ có giá trị là hệ số lớn nhất của các hệ số đó và sẽ là khác không, trái với giả thiết.

Khi đó ta thu được với $A = \{\text{thứ hai, thứ ba, thứ sáu}\}$, $\Pi(A) = \max(1,0) = 1$, với $B = \{\text{thứ tư, thứ năm, thứ sáu}\}$, $\Pi(B) = \max(0{,}8, 0{,}2, 0) = 0{,}8$, nhưng giao của A và B là {thứ sáu} được gán giá trị $\Pi(A \cap B) = 0$.

Từ các điều kiện (i) và (ii) cũng suy ra tính đơn điệu của Π đối với phép bao hàm các bộ phận của X, nói rằng nếu bộ phận A chứa bộ phận B thì A ít nhất cũng có khả năng như B :

Tính chất 1.1.2 : Nếu hai tập con A và B của X sao cho $A \supseteq B$ thì khi đó $\Pi(A) > \Pi(B)$. Nói riêng $\Pi(A \cup B) \geq \Pi(A)$.

Nếu ta nghiên cứu một sự kiện bất kỳ trên X và sự kiện đối của nó thì một trong hai sự kiện đó là hoàn toàn có khả năng, có nghĩa với một bộ phận A của X, $\Pi(A) = 1$ hoặc $\Pi(A^c) = 1$, nếu A^c là phần bù của A đối với X.

Tính chất 1.1.3 . Mọi tập con A của X nghiệm đúng :

- $\max(\Pi(A), \Pi(A^c)) = 1$,
- $\Pi(A) + \Pi(A^c) \geq 1$.

Chú ý Hệ số khả năng gán cho một bộ phận A của X chỉ có ảnh hưởng vừa phải tới hệ số gán cho phần bù A^c của nó. Nếu hệ số thứ nhất không bằng 1 thì hệ số thứ hai phải bằng 1; nếu không hệ số thứ hai có một giá trị bất kỳ.

1.1.2. Phân bố khả năng

Một độ đo khả năng là hoàn toàn được xác định nếu ta gán một hệ số khả năng cho mọi bộ phận của tập tham chiếu X. Nếu X có bản số $|X| = n$, số các hệ số cần phải xác định để biết đầy đủ một độ đo khả năng là 2^n.

Nó được xác định đơn giản hơn nếu ta chỉ ra các hệ số được gán chỉ cho các bộ phận sơ cấp của X, tức những tập con một phần tử của X, vì một tập con bất kỳ của X có thể được xem như hợp của những tập một phần tử mà nó chứa. Số các hệ số phải biết để xác định hoàn toàn độ đo khả năng khi đó là bằng n. Một định nghĩa như vậy dựa trên việc cho một hàm khác, gán các hệ số nằm giữa 0 và 1 cho mọi phần tử của X.

Định nghĩa 1.1.2 : Một *phân bố khả năng* π là một hàm xác định trên X, lấy giá trị trong [0,1], thoả điều kiện chuẩn hoá sau :

$$\sup_{x \in X} \pi(x) = 1.$$

Tập các phần tử của X mà với chúng phân bố khả năng bằng 1 là *hạt nhân* của nó. Độ đo và phân bố khả năng có thể kết hợp với nhau theo cách song ánh.

– Từ một phân bố π, gán một hệ số khả năng cho mỗi phần tử của X, ta xây dựng một độ đo khả năng Π bằng cách xem, với mỗi bộ phận của X, các hệ số những phần tử của X tạo thành nó.

Tính chất 1.1.4 : Hàm Π được định nghĩa từ phân bố khả năng π bởi:

$$\forall A \in \mathbf{P}(X) \; \Pi(A) = \sup_{x \in A} \pi(x),$$

là một độ đo khả năng.

– Ngược lại, mọi độ đo khả năng Π gán một hệ số khả năng cho tất cả các bộ phận của X, và nói riêng cho cả những bộ phận được thu gọn về một phần tử. Vậy ta có thể dùng nó để định nghĩa một phân bố khả năng π gán một hệ số cho mỗi phần tử của X.

Tính chất 1.1.5 : Hàm π được xác định từ độ đo khả năng Π bởi :

$$\forall x \in X \; \pi(x) = \Pi(\{x\}),$$

là một phân bố khả năng, nếu X là đếm được.

Trường hợp riêng : Hàm đặc trưng của một tập con S của X có thể được xem như một phân bố khả năng π được xác định trên X. Nếu hoàn toàn có khả năng là một phần tử x của X thuộc S, và cũng hoàn toàn có khả năng là không thuộc, khi đó $\pi(x) = 1$ với mọi x thuộc S và $\pi(x) = 0$ với mọi x thuộc phần bù S^c của nó. Từ chỗ biết tập con S có chứa phần tử x của X, ta có thể xác định với mức độ nào có khả năng x thuộc một tập con bất kỳ A của X, và hàm được xác định trên **P**(X) bởi :

$$\Pi(A) = 1 \text{ nếu } A \cap S \neq \varnothing,$$

$$\Pi(A) = 0 \text{ trường hợp ngược lại,}$$

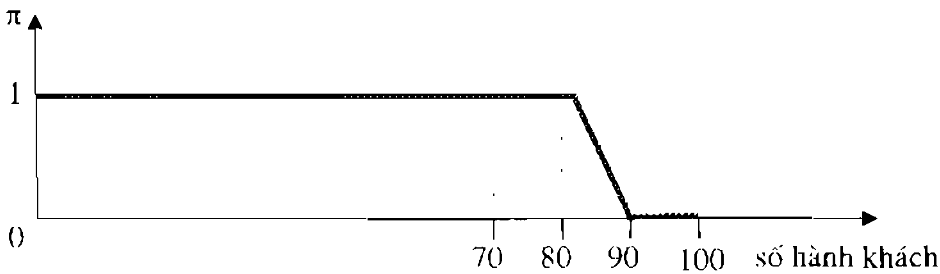
là một độ đo khả năng. Thực vậy, dễ kiểm nghiệm là $\Pi(\varnothing) = 0$, $\Pi(X) = 1$ và, trường hợp X là hữu hạn chẳng hạn, $\Pi(A \cup B) = 1$ nếu và chỉ nếu $(A \cup B) \cap S \neq \varnothing$, đưa về $(A \cap S) \cup (B \cap S) \neq \varnothing$, cũng còn là $(A \cap S) \neq \varnothing$ hay $(B \cap S) \neq \varnothing$, có nghĩa $\Pi(A) = 1$ hay $\Pi(B) = 1$, tương đương với max $\{\Pi(A), \Pi(B)\} = 1 = \Pi(A \cup B)$.

Thí dụ 1.1.2 : Phân bố khả năng sau tương thích với độ đo khả năng được chỉ ra trong thí dụ 1.1.1: π({thứ hai}) = π({thứ ba}) = 1, π({thứ tư}) = 0,8, π({thứ năm}) = 0,2,π({thứ sáu}) = π({thứ bảy}) = π({chủ nhật}) = 0.

Thí dụ 1.1.3 . Xét tập tham chiếu X các số nguyên nhỏ hơn 100 và khả năng một số người nào đó có trong một toa tàu điện ngầm. Cấu hình của toa tàu cho phép chẳng hạn một phân bố khả năng π được cho trên hình 2.1, trong đó π(x) biểu thị mức độ mà với nó có khả năng x người có mặt trong toa xe. Độ đo khả năng tương ứng thoả chẳng hạn $\Pi([70,82]) = 1$, biểu thị mức độ mà với nó hoàn toàn có khả năng là số người có trong toa xe nằm giữa 70 và 82, $\Pi([90,100]) = 0$ và tổng quát hơn $\Pi([a,b]) = \pi(a)$ với mọi $0 \leq a \leq b$ do tính đơn điệu của π. Chú ý tới sự khác nhau với xác suất để một số người nào đó có trong một toa tàu. Đặc biệt, ta nhận xét là $\Pi([0,70]) = \Pi([71,100]) = 1$, có nghĩa hai khoảng bù nhau đều tuyệt đối có thể.

Thí dụ 1.1.4 : Gọi X là tập các ngày tháng, chẳng hạn {1 tháng sáu, 2 tháng sáu,..., 30 tháng sáu}. Cho biết trước tập con S = {10 tháng sáu,..., 25 tháng sáu} của X, tương ứng với tập ngày tháng được mong đợi là ngày sinh của một em bé, ta có thể suy ra tập các ngày tháng A = {1 tháng sáu, 20 tháng sáu} là hoàn toàn có khả năng vì $A \cap S \neq \varnothing$ và như vậy $\Pi([A])=1$.

Ngược lại, không có khả năng là đứa trẻ được sinh vào tập các ngày A' = {27 tháng sáu. . . 30 tháng sáu} vì A' ∩ S = ∅, và như vậy Π(A') = 0.



Hình 2.1. Thí dụ về phân bố khả năng

1.1.3. Phân bố khả năng phối hợp

Cho hai tập tham chiếu X và Y, ta quan tâm tới mức độ mà với nó mỗi một cặp (x,y), với x ∈ X và y ∈ Y là có khả năng. Khi đó ta định nghĩa một phân bố khả năng trên tích Descartes X x Y, diễn đạt những ảnh hưởng tương ứng của sự kiện là sự xuất hiện của phần tử x của X là có khả năng và sự xuất hiện của phần tử y của Y cũng vậy, và chỉ rõ trong chừng mực nào, có khả năng là chúng xuất hiện đồng thời.

Định nghĩa 1.1.3 : Phân bố khả năng phối hợp π (x,y) được định nghĩa trên tích Descartes X x Y, với mọi x ∈ X và y ∈ Y.

Hiểu biết tổng thể đó của π trên X x Y cung cấp một thông tin trên mỗi một tập tham chiếu X và Y được lấy riêng biệt, dưới dạng của hai phân bố khả năng biên duyên, có được bằng cách giữ lại giá trị lớn nhất của π đối với tập tham chiếu mà ta tạm chưa quan tâm:

Định nghĩa 1.1.4 : Cho một phân bố khả năng liên kết π, ta định nghĩa *những phân bố khả năng biên duyên* tương ứng trên X và trên Y bởi:

$$\forall x \in X \ \pi_X(x) = \sup_{y \in Y} \pi(x, y).$$

$$\forall y \in Y \ \pi_Y(y) = \sup_{x \in X} \pi(x, y).$$

Định nghĩa này kéo theo ngay tính chất sau :

Tính chất 1.1.6 : Với bất kỳ phân bố khả năng liên kết π, các phân bố khả năng biên duyên trên X và trên Y nghiệm đúng :

$$\forall\, x \in X\ \forall\, y \in Y\ \pi(x,y) \leq \min\,(\pi_X(x), \pi_Y(y)).$$

Ta nhận thấy là một phân bố khả năng phối hợp π cung cấp duy nhất một cặp các phân bố biên duyên. Nhưng ngược lại, nếu ta cho các khả năng phân bố π_X trên X và π_Y trên Y, định nghĩa của π phụ thuộc vào những tương tác giữa các tập tham chiếu X và Y. Nếu những tập tham chiếu này chưa biết, ta không thể làm chính xác π, ta chỉ biết rằng π(x,y) thừa nhận một cận trên là min $(\pi_X(x), \pi_Y(y))$.

Định nghĩa 1.1.5 : Các tập tham chiếu X và Y được gọi là *không tương tác* nếu phân bố khả năng liên kết là cái lớn nhất trong tất cả những phân bố khả năng tương thích với những phân bố biên duyên cho trước π_X và π_Y, có nghĩa :

$$\forall\, x \in X\ \forall\, y \in Y\ \pi(x,y) = \min\,(\pi_X(x), \pi_Y(y)).$$

Hai biến được định nghĩa theo thứ tự trên hai vũ trụ đó cũng được gọi là *không tương tác*.

Ảnh hưởng qua lại của các tập tham chiếu cũng có thể được nghiên cứu qua trung gian của mức độ mà với nó một phần tử y của Y là có khả năng, biết rằng phần tử x của X có được tính tới.

Định nghĩa 1.1.6 . Một *phân bố khả năng có điều kiện* $\pi_{Y/X}$ là tập các mức độ mà với chúng một phần tử y của Y là có khả năng, biết rằng phần tử x của X là có khả năng, sao cho :

$$\forall\, x \in X\ \forall\, y \in Y\ \pi(x,y) = \pi_{X/Y}(x,y) * \pi_X(x),$$

với một toán tử tổ hợp * thường là minimum hay là tích.

Định nghĩa của một phân bố khả năng có điều kiện không cung cấp một phương tiện duy nhất để xây dựng $\pi_{Y/X}$ từ việc cho một phân bố khả năng liên kết π và một phân bố khả năng biên duyên π_X.

Thí dụ 1.1.5 : Lấy lại thí dụ 1.1.3 liên quan tới xe điện ngầm. Xem tập tham chiếu thứ hai Y là các giờ trong ngày, $\pi_Y(y)$ là mức độ mà với nó có khả năng có người ở trong toa xe điện ngầm vào giờ y. Chẳng hạn $\pi_Y(y) = 0$ với $y \in]$ 0h30, 5h30 [, $\pi_Y(y) = 1$ với mọi y khác. Với một số x người có mặt trong toa xe và một giờ y, ta định nghĩa mức độ $\pi(x,y)$ mà với nó cặp (x,y) là có khả năng. Vì giá trị của y có một ảnh hưởng trên giá trị của x, các tập tham chiếu không là không tương tác. Chẳng hạn $\pi_X(60) = 1$, $\pi_Y(6) = 1$, nhưng $\pi(60,6) = 0{,}05$. Ta cũng định nghĩa mức độ $\pi_{Y/X}(x,y)$ mà với nó có khả năng giờ là y, biết rằng có x người trong toa xe. Chẳng hạn $\pi_{Y/X}(60,18) = 1$, tương thích với $\pi(60,18) = 1$ bởi vì $\pi(60,18) = \min(\pi_{Y/X}(60,18), \pi_X(60))$

1.2. Đối ngẫu giữa độ đo khả năng và độ đo cần thiết

1.2.1. Độ đo cần thiết

Độ đo khả năng cho một thông tin về sự xuất hiện của một sự kiện A liên quan tới một tập tham chiếu X, nhưng nó không đủ để mô tả sự không chắc chắn tồn tại trên sự kiện đó. Chẳng hạn, nếu $\Pi(A) = 1$, hoàn toàn có khả năng là A được thực hiện, nhưng ta đồng thời có thể :

- $\Pi(A^c) = 1$, diễn đạt một sự bất định hoàn toàn trên việc thực hiện của A,
- hay là $\Pi(A^c) = 0$, điều làm nổi bật sự kiện là chỉ có A là có thể được thực hiện, và ta chắc chắn về việc thực hiện của nó.

Để bổ sung thông tin về A, ta chỉ ra mức độ mà với nó việc thực hiện của A là chắc chắn qua trung gian của một độ đo cần thiết, là một đại lượng đối ngẫu của độ đo khả năng. Nó cũng gán một hệ số nằm giữa 0 và 1 cho mọi bộ phận của X, nhưng có những tính chất khác với những tính chất của một độ đo khả năng [Dubois, Prade 80].

Định nghĩa 1.2.1 . Một *độ đo cần thiết* là một hàm được xác định trên tập **P**(X) những bộ phận của X, lấy giá trị trong [0,1], sao cho :

iii) $N(\emptyset) = 0$, $N(X) = 1$,

iv) $\forall A_1 \in \mathbf{P}(X), A_2 \in \mathbf{P}(X),\ldots N(\cap_{i=1,2,\ldots} A_i) = \inf_{i=1,2,\ldots} N(A_i)$

trong đó inf chỉ infimum của những giá trị có liên quan, có nghĩa là giá trị nhỏ nhất trong trường hợp hữu hạn.

Trường hợp riêng : Tính chất (iv), trong trường hợp hai tập con của X, đưa về:

$$\forall(A,B)\in \mathbf{P}(X)^2\ N(A\cap B) = \min\,(N(A),N(B)).$$

Những tính chất (iii) và (iv) kéo theo tính đơn điệu của mọi độ đo cần thiết N, một bộ phận A của X mà chứa một bộ phận B ứng với một độ đo cần thiết lớn hơn là của B :

Tính chất 1.2.1: Nếu hai tập con của X sao cho $A \supseteq B$ thì $N(A) \geq N(B)$. Nói riêng, $N(A) \geq N(A\cap B)$.

Giá trị của độ đo cần thiết liên kết với hợp các bộ phận của X không được cho bởi các tiên đề (iii) và (iv), nhưng ta biết được một cận dưới, do tính đơn điệu :

Tính chất 1.2.2: Độ đo cần thiết liên kết với hợp của hai tập con của X một hệ số được làm già bởi hệ số lớn nhất được gán cho mỗi một trong hai bộ phận.

$$\forall(A,B)\in \mathbf{P}(X)^2\ N(A\cup B) \geq \max\,(N(A),N(B)).$$

Ta cũng suy ra mối liên hệ giữa độ đo cần thiết của một sự kiện bất kỳ với độ đo cần thiết của sự kiện bù A^c của nó :

Tính chất 1.2.3: Mọi tập con A của X nghiệm đúng :

- $\min\,(N(A), N(A^c)) = 0$
- $N(A) + N(A^c) \leq 1$.

Mối liên hệ này tương đối yếu vì nếu $N(A) \neq 0$, $N(A^c)$ phải bằng không, nếu không $N(A^c)$ có thể lấy bất kỳ giá trị nào.

Trường hợp riêng: Từ việc biết x là phần tử của tập con S của X, ta có thể xác định với mức độ nào chắc chắn x thuộc một tập con bất kỳ A của X, và hàm xác định trên $\mathbf{P}(X)$ bởi :

$N(A) = 1$ nếu $A \supseteq S$,

$N(A) = 0$ trường hợp ngược lại,

là một độ đo cần thiết. Thực vậy, dễ kiểm nghiệm là $N(\varnothing) = 0$, $N(X) = 1$ và, trong trường hợp X hữu hạn, $N(A\cap B) = 1$ nếu và chỉ nếu $A\cap B \supseteq S$.

có nghĩa $A \supseteq S$ và $B \supseteq S$, cũng có nghĩa $N(A) = 1$ và $N(B) = 1$, tương đương với $\min(N(A), N(B)) = 1 = N(A \cap B)$.

Thí dụ 1.2.1: Lấy lại tập X các ngày tháng, chẳng hạn tập {1 tháng sáu, 2 tháng sáu,..., 30 tháng sáu}. Cho biết tập con S = {10 tháng sáu ,..., 25 tháng sáu} là thời gian chờ sinh em bé, ta có thể suy ra rằng tập những ngày tháng A = {1 tháng sáu,... 25 tháng sáu} có độ đo cần thiết N(A) = 1, vì $A \supseteq S$, có nghĩa nhất thiết là ngày sinh phải thuộc A vì tính tương thích với việc biết tập S. Ngược lại, không hoàn toàn nhất thiết là ngày sinh sẽ xảy ra trong tập ngày tháng A' = {20 tháng sáu..., 30 tháng sáu} vì S không chứa trong A' và, do đó, ngày sinh có thể rơi vào giữa 10 và 19 tháng sáu, tập các ngày tháng ở bên ngoài A'.

1.2.2. Các mối quan hệ giữa độ đo khả năng và độ đo cần thiết

Các tiên đề định nghĩa độ đo khả năng và độ đo cần thiết là đối ngẫu và cần làm sâu sắc hơn sự đối ngẫu đó. Trong lý thuyết cổ điển các tập, nếu biết một phần tử x của X thuộc một tập con A của X thì sự kiện/biến cố A đó là hoàn toàn có khả năng và thậm chí là chắc chắn. Trong lý thuyết xác suất, ta đánh giá những cơ may để sự kiện A được thực hiện qua trung gian xác suất Pr(A) của nó. Trong lý thuyết khả năng việc biết về sự xuất hiện của A được xác định bởi mức độ Π(A) mà với nó sự xuất hiện đó là có khả năng, và còn để lại một sự bất định về sự kiện A được thực hiện vì rằng biến cố ngược A^c tuỳ theo tình hình cũng có khả năng, và độ đo cần thiết N(A), cung cấp một thông tin bổ sung về sự xuất hiện của A, làm giảm sự bất định đó. Khi không biết xác suất Pr(A), ta dùng cặp (N(A), Π(A)) để chỉ ra rằng trong chừng mực nào tin rằng A được thực hiện là chấp nhận được. Vậy độ đo cần thiết và khả năng được kết hợp để chỉ rõ sự bất định về xuất hiện của một sự kiện. Chính xác hơn, ta càng tin chắc rằng A được thực hiện chừng nào A^c có ít khả năng được thực hiện. Sẽ là điều lý thú một mặt nghiên cứu đồng thời khả năng của A và khả năng của A^c, và mặt khác liên kết ý tưởng của sự chắc chắn với khái niệm độ đo cần thiết.

Tính chất 1.2.4: Cho một tập tham chiếu X, và gọi A^c là phần bù của tập con A của X. Một độ đo cần thiết N có thể có được từ việc cho một độ đo khả năng Π, bởi :

$$\forall A \in P(X)\ N(A) = 1 - \Pi(A^c).$$

Một sự kiện A được gán một độ đo cần thiết càng lớn thì sự kiện bù A^c càng ít khả năng, và như vậy càng chắc chắn hơn về sự thực hiện của A.

$\Pi(A)$ đo mức độ theo đó sự kiện A có thể được thực hiện, còn $N(A)$ chỉ độ chắc chắn mà ta có thể gán cho sự thực hiện đó. Sự thực hiện của sự kiện A là chắc chắn ($N(A) = 1$) nếu và chỉ nếu sự thực hiện của hiện tượng bù A^c của nó là không có khả năng ($\Pi(A^c) = 0$, và như vậy $\Pi(A) = 1$).

Tính chất 1.2.5: Nếu độ đo khả năng Π được xác định từ một phân bố khả năng π, ta có thể định nghĩa độ đo cần thiết N đối ngẫu của Π bởi:

$$\forall A \in \mathbf{P}(X)\ N(A) = \inf_{x \notin A} (1 - \pi(x)).$$

Những tính chất sau làm rõ hơn tính đối ngẫu giữa Π và N.

Tính chất 1.2.6: Với một tập con bất kỳ A của X, độ đo khả năng và độ đo cần thiết đối ngẫu của nhau nghiệm đúng :

- $\Pi(A) \geq N(A)$,
- $\max(\Pi(A), 1 - N(A)) = 1$,
- Nếu $N(A) \neq 0$, thì $\Pi(A) = 1$,
- Nếu $\Pi(A) \neq 1$, thì $N(A) = 0$.

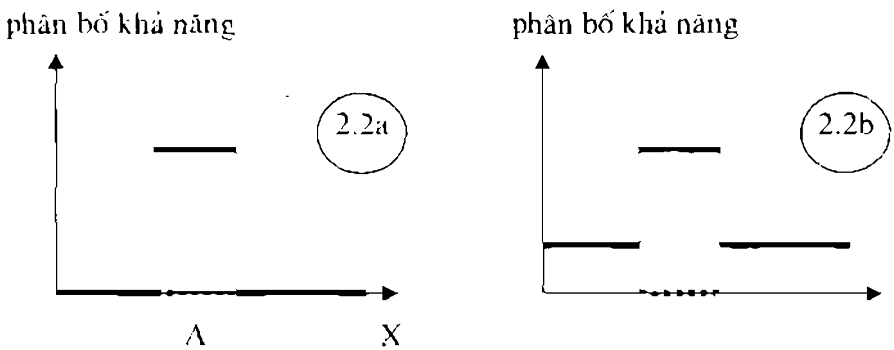
Nhận xét : Hai hệ thức cuối cùng chỉ ra rằng mọi sự kiện mà ta có ít nhất một chút chắc chắn là hoàn toàn có khả năng và ta không thể có một chút chắc chắn nào về một sự kiện chỉ tương đối có khả năng. Cũng lưu ý là không nhất thiết phải định nghĩa một phân bố cần thiết và việc cho trước một phân bố khả năng là đủ để xác định một độ đo cần thiết, bởi tính đối ngẫu với độ đo khả năng được kết hợp.

Trường hợp đặc biệt: Cho X là tập các số thực. Thí dụ được cho trong hình 2a làm rõ sự kiện là, nếu phân bố khả năng sao cho $\pi(x) = 1$ với mọi x thuộc khoảng đóng A và $\pi(x) = 0$ với mọi x không thuộc A, khi đó $\Pi(A) = 1$, $N(A) = 1$ và chắc chắn là x thuộc A. Trong thí dụ của hình 2.2b, phân bố khả năng là phân bố sao cho $\pi(x) = 1$ với mọi $x \in A$ và $\pi(x) = \varepsilon$

với mọi $x \notin A$ và khi đó $\Pi(A) = 1$, $N(A) = 1-\varepsilon$. Ta nhận thấy trong trường hợp đặc biệt này trong đó phân bố khả năng có một sàn đáy với độ cao ε, ứng với phần bù của của độ cần thiết của hạt nhân A của π, có nghĩa phần bù tới 1 của sự chắc chắn trên sự kiện là A được thực hiện. Hệ số ε như vậy có giá trị là sự không chắc chắn của A.

Ngược lại, nếu ta xét một khoảng đóng B của X khác với A, nhưng có giao khác rỗng với nó, khi đó $\Pi(B) = 1$ và $N(B) = 0$, giá trị nhỏ nhất của π hoặc bằng 0 như trên hình 2.2a, hoặc bằng ε như trên hình 2.2b.

Thí dụ 1.2.2: Cho X = {a, b, c, d} là một tập các đấu thủ, vào bán kết tranh chức vô địch. Ta quan tâm tới chiến thắng cuối cùng của mỗi người. Giả sử phân bố khả năng trên X là như sau : $\pi(a) = 1$, $\pi(b) = 0.8$, $\pi(c) = 1$, $\pi(d) = 0.3$. Từ đó suy ra độ đo khả năng được định nghĩa bởi $\Pi(\{a,b\}) = \max(\pi(a),\pi(b)) = 1$, cũng vậy $\Pi(\{a,c\}) = \Pi(\{a,d\}) = \Pi(\{b,c\}) = \Pi(\{c,d\}) = 1$, $\Pi(\{b,d\}) = 0.8$, $\Pi(\{x,y,z\}) = 1$ với bất kỳ ba phần tử x, y, z của X. Khi đó ta không thể chắc chắn về chiến thắng của một người chơi nào vì ít nhất có hai người hoàn toàn có khả năng là những người chiến thắng, và tính đối ngẫu giữa Π và N cho phép suy ra $N(\{a\}) = 1 - \Pi(\{b, c, d\}) = 0$, cũng vậy $N(\{b\}) = N(\{c\}) = N(\{d\}) = 0$. Ta cũng không thể chắc chắn rằng người thắng cuộc sẽ là a hay b, và $N(\{a, b\}) = 1 - \Pi(\{c, d\}) = 0$, cũng vậy $N(\{x, y\}) = 0$ với tất cả những cặp đấu thủ (x,y) trừ ra $N(\{a, c\}) = 0.2$; $N(\{a, b, c\}) = 1 - \Pi(\{d\}) = 0.7$, $N(\{a, c, d\}) = 0.2$. $N(\{a, b, d\}) = N(\{b, c, d\}) = 0$.



Hình 2.2. Các phân bố khả năng theo từng nấc

Thí dụ 1.2.3: Cho X là tập **R** các số thực và hãy xét một biến xem như khoảng cách x phải chạy để tìm lại các chìa khoá. Biết rằng chúng bị mất ở giữa ngôi nhà và bãi biển, x chính xác nằm trong khoảng A = [0, 200m], khi đó hoàn toàn có khả năng phải chạy một khoảng cách bất kỳ nằm giữa 0 và 200m, vậy Π(A) = 1. Tất cả những khoảng cách lớn hơn 200 m đều bị loại, vì vậy chắc chắn là khoảng cách phải chạy thuộc về A. Do đó N(A) = 1.

Thí dụ 1.2.4: Lấy lại thí dụ 1.1.3, ta có thể nói rằng độ chắc chắn về sự kiện số hành khách trong toa xe cùng lắm là 80 bằng N([0, 80]) = 1 − Π([81, 100]) = 1 − π(81) = 0,1. Ta không chắc chắn về sự kiện đó vì vẫn có khả năng, với một độ đo khả năng 0,9, là số hành khách bằng 81.

1.2.3. So sánh giữa lý thuyết khả năng và lý thuyết xác suất

Các độ đo khả năng và cần thiết tạo thành những phương tiện biểu diễn những sự không chắc chắn về sự xuất hiện của các sự kiện, tức những tập con của tập tham chiếu X, như những độ đo xác suất. Những tính chất của chúng là khác nhau, nhưng ta có thể thiết lập một sự đối chiếu song song giữa chúng. Cũng vậy, những tính chất của các phân bố khả năng cũng có thể được so sánh với những tính chất của các phân bố xác suất. Hãy nhắc lại những khái niệm chính của lý thuyết xác suất.

Định nghĩa 1.2.2: Một *độ đo xác suất Pr* là một hàm được xác định trên tập **P**(X), lấy giá trị trong [0,1], sao cho :

iii) Pr(X) = 1.

iv) ∀A∈ **P**(X),∀B∈ **P**(X) sao cho A∩B = ∅, Pr(A∪B) = Pr(A) + Pr(B).

Tính chất 1.2.7: Với những biến cố bất kỳ A và B, độ đo xác suất nghiệm đúng :

- Pr(A∪B) = Pr(A) + Pr(B) − Pr(A∩B).
- Nếu A ⊇ B, khi đó Pr(A) ≥ Pr(B).
- Pr(A) + Pr(A^c) = 1,
- Xác suất có điều kiện của B khi biết A được xác định bởi Pr(B/A) = Pr(A∩B)/Pr(A) ; A và B là độc lập nếu Pr(B/A) = Pr(B) và khi đó Pr(A∩B) = Pr(A)Pr(B).

Định nghĩa 1.2.3. Nếu Pr là một độ đo xác suất xác định trên X, một *phân bố xác suất* p là một hàm kết hợp giá trị Pr(A) với mọi sự kiện A của một hệ thống $\{A_1, A_2, \ldots\}$ là đầy đủ, có nghĩa sao cho các biến cố là rời nhau và nghiệm đúng $Pr(\cup_{i=1,2,\ldots} A_i) = 1$.

Trường hợp đặc biệt: Ta có thể xem hệ các tập con một phần tử của X và ta thu được $p(x) = Pr(\{x\})$ với mọi phần tử x của X, nếu X là đếm được.

Sau đây ta nêu bật những điểm chính của sự so sánh giữa lý thuyết khả năng và lý thuyết xác suất, và ta nhận thấy những quan hệ có những dạng tương tự. Những tính chất xuất hiện trong lý thuyết xác suất là cứng nhắc hơn những tính chất tương ứng trong lý thuyết khả năng.

- Tổng tất cả những giá trị của phân bố xác suất là bằng 1, và nếu tất cả, trừ ra một giá trị, là đã biết, thì không có một tự do nào còn tồn tại cho giá trị cuối cùng đó. Ngược lại, supremum những giá trị của phân bố khả năng là bằng 1. Nếu một giá trị đã được biết bằng 1, chẳng hạn, tất cả những giá trị khác có thể lấy một giá trị bất kỳ.

Độ đo khả năng của một sự kiện A bằng với giá trị lớn nhất của phân bố khả năng đối với tất cả các phần tử của A, trong khi xác suất của A là tổng các giá trị của phân bố xác suất đối với tất cả các phần tử của A.

- Xác suất hợp của hai biến cố bằng tổng các xác suất của chúng, với điều kiện là chúng rời nhau. Trong trường hợp một độ đo khả năng, hệ số được gán cho hai biến cố là giá trị lớn nhất trong số các giá trị được gán cho mỗi biến cố, không có điều kiện ràng buộc nào.

- Còn đối với các độ đo cần thiết, hệ số được gán cho giao của hai biến cố là giá trị nhỏ nhất được gán cho mỗi biến cố, không có điều kiện đặc biệt nào trên các biến cố, trong khi xác suất giao của hai biến cố chỉ bằng tích các xác suất của chúng nếu hai biến cố là độc lập.

- Nếu ta xét phần bù A^c của một tập con bất kỳ A, xác suất của nó được suy ra từ xác suất của chính A. Độ đo khả năng và độ đo cần thiết được kết hợp với A^c không được cho trực tiếp từ những độ đo tương ứng của A, nhưng các cận, cận dưới trong trường hợp độ đo khả năng, và cận trên trong trường hợp độ đo cần thiết, được suy từ các độ đo khả năng và cần thiết của A:

$$\Pi(A^c) \geq 1 - \Pi(A) \text{ và } N(A^c) \leq 1 - N(A).$$

Trong trường hợp $\Pi(A) = 1$, giá trị của $\Pi(A^c)$ là bất kỳ trong $[0,1]$. Cũng vậy, nếu $N(A) = 0$, $N(A^c)$ lấy một giá trị bất kỳ. Ta nhận thấy có một độ tự do lớn trong việc chọn những giá trị của độ đo khả năng và cần thiết của phần bù của một tập con của X.

Ta nhận thấy rằng các tích của lý thuyết xác suất trở thành việc tìm cực tiểu, còn các tổng trở thành việc tìm cực đại trong lý thuyết khả năng. Vậy những toán tử được chọn nằm trong cùng một họ, họ các chuẩn tam giác đối với trường hợp thứ nhất ($T(u,v) = \min(u,v)$, $T(u,v) = uv$), họ các đối chuẩn tam giác trong trường hợp thứ hai ($\perp(u,v) = \max(u,v)$, $\perp(u,v) = \min(u + v, 1)$) vì các kết quả của lý thuyết xác suất đều nhỏ hơn hay bằng 1.

Những tính chất tương tự chịu ít ràng buộc hơn trong lý thuyết khả năng so với của lý thuyết xác suất còn những giá trị các độ đo và phân bố được chọn tự do hơn trong lý thuyết khả năng hơn là trong lý thuyết xác suất. Có được điều đó là do chỗ lý thuyết xác suất tương ứng với sự hiểu biết tốt hơn về các biến cố có thể so với lý thuyết khả năng. Ta gán một xác suất cho một biến cố trong trường hợp ta có những hiểu biết đủ. Nếu những hiểu biết đó là không đủ, ta bằng lòng với việc gán các hệ số khả năng và cần thiết cho biến cố đó, mềm dẻo hơn trong sử dụng, nhưng chứa đựng ít thông tin hơn là có chứa trong xác suất.

1.3. Độ đo mờ

Để thấy được sâu sắc tính song hành giữa lý thuyết xác suất và lý thuyết khả năng, ta đặt mình vào trong một khuôn khổ tổng quát hơn của các độ đo mờ. Ta giới thiệu một trường hợp đặc biệt quan trọng là các độ đo tin tưởng/niềm tin, được đưa vào trong lý thuyết hiển nhiên, trình bày nhiều vấn đề khác nhau, trong đó có mối quan tâm tỏ ra tổng quát hơn lý thuyết khả năng và lý thuyết xác suất. Hai lý thuyết sau có cái gì đó như một tổ tiên chung và vậy là "giống như có họ hàng với nhau", có nghĩa chúng có những tính chất tương tự như đã được chỉ ra trong mục 2.1, tuy nhiên chúng lại hoàn toàn khác biệt và không được nhầm lẫn vì chúng dựa trên những khẳng định không tương thích.

1.3.1. Định nghĩa các độ đo mờ

Một độ đo mờ gán cho mỗi sự kiện hay mỗi tập con của X một hệ số nằm giữa 0 và 1 chỉ ra trong chừng mực nào ta có thể nghĩ rằng sự kiện sẽ được thực hiện, dựa trên những tri thức ít nhiều chủ quan tuỳ theo những thông tin mà ta có về X [Sugeno 74], [Murofushi, Sugeno 91].

Định nghĩa 1.3.1: Một *độ đo mờ* là một hàm g, định nghĩa trên tập **P**(X) các bộ phận của X, có giá trị trong [0,1], sao cho :

v) $g(\varnothing) = 0$, $g(X) = 1$.

vi) nếu $A \supseteq B$, khi đó $g(A) \geq g(B)$.

Tính chất đơn điệu (vi) của g kéo theo :

$$g(A \cup B) \geq \max(g(A), g(B))$$

$$g(A \cap B) \leq \min(g(A), g(B)).$$

Nhận xét: Các độ đo khả năng, cần thiết và xác suất là những độ đo mờ. Chúng tương ứng với trường hợp giới hạn của đẳng thức trong mỗi một bất đẳng thức ở trên. Chúng ta sẽ tìm thấy lại chúng trong lý thuyết hiển nhiên, cũng như một số trường hợp đặc biệt khác.

1.3.2. Hàm niềm tin và hàm chấp nhận được

Để mô hình hoá và lượng hoá niềm tin được gán cho những sự kiện mà ta không biết xác suất xuất hiện, ta dùng các hàm niềm tin, chỉ ra một thứ tự trong niềm tin được gán cho các sự kiện đó. Lý thuyết hiển nhiên [Shafer 76] xét một vũ trụ tham chiếu X, để đơn giản giả sử là hữu hạn, trên đó có xác định những hệ số niềm tin có được bằng cách phân bố một khối lượng tổng thể niềm tin bằng 1 giữa các sự kiện có thể và bằng cách gán cho mỗi sự kiện mức độ m(A) mà với nó một nhóm các nhà quan sát tin vào sự thực hiện của nó. Có thể mở rộng lý thuyết cho trường hợp một vũ trụ vô hạn [Hestir et al. 91]. Chúng ta trình bày ở đây dạng được làm đơn giản của lý thuyết hiển nhiên [Smets 88].

Định nghĩa 1.3.2: Một *khối lượng niềm tin* là một hàm m gán một hệ số giữa 0 và 1 cho các tập con của X sao cho :

$$\Sigma_{A \in \mathbf{P}(X)} m(A) = 1 \text{ và } m(\varnothing) = 0.$$

Định nghĩa 1.3.3: Ta gọi *phần tử tiêu điểm*, mọi tập con khác rỗng E của X sao cho $m(E) \neq 0$ và ký hiệu **E** là tập hợp của chúng. Ta gọi *thể hiện nhiên* là cặp (**E**,m).

Nó ứng với một sự kiện mà các nhà quan sát tin tưởng, có thể chỉ một ít. Với mọi biến cố A, ta có thể tập hợp tất cả những chứng cứ có lợi cho nó và xác định hàm tin tưởng ứng với nó, có nghĩa tổng các khối lượng niềm tin của các phần tử tiêu điểm kéo theo A:

Định nghĩa 1.3.4 *Hàm niềm tin* của một tập con bất kỳ A của X được xác định bởi :

$$Bel(A) = \Sigma_{E \in \mathbf{E} \text{ sao cho } A \supseteq E}\, m(E).$$

Ta cũng có thể xác định hàm chấp nhận được của nó, có nghĩa tổng các khối lượng niềm tin của các phần tử tiêu điểm có một cái gì đó có quan hệ với A và làm cho nó có khả năng :

Định nghĩa 1.3.5: Hàm chấp nhận được của một tập con A bất kỳ của X được xác định bởi :

$$Pl(A) = \Sigma_{E \in \mathbf{E} \text{ sao cho } A \cap E \neq \varnothing}\, m(E).$$

Tính chất 1.3.1: Các hàm niềm tin và chấp nhận được nghiệm đúng:

- $Bel(A) \leq Pl(A)$.
- $Pl(A) = 1 - Bel(A^c)$.
- $Bel(A) + Bel(A^c) \leq 1$.
- $Pl(A) + Pl(A^c) \geq 1$.

Tính chất 1.3.2: Hợp và giao của các tập con nghiệm đúng :

- $Bel\,(A \cup B) \geq Bel(A) + Bel(B) - Bel\,(A \cap B)$
- $Pl\,(A \cup B) \leq Pl(A) + Pl(B) - PL(A \cap B)$

Tổng quát hơn, ta chứng minh rằng, với bất kỳ các tập con $A_1, A_2, \ldots A_n$ của X :

$Bel(\cup_{1 \leq i \leq n} A_i) \geq \Sigma_{1 \leq i \leq n} Bel(A_i) - \Sigma_{1 \leq i \leq j \leq n} Bel\,(A_i \cap A_j) + \ldots + (-1)^{n+1}$ $Bel\,(\cap_{1 \leq i \leq n} A_i)$

Nhận xét: Khoảng [Bel(A), Pl(A)] có thể được xem là chứa khung xác suất ít biết Pr(A), với tập con A bất kỳ của X [Dempster 67]:

$$Bel(A) \leq Pr(A) \leq Pl(A).$$

Thí dụ 1.3.1: Giả sử ta có một cái bình trong đó có để 10 quả bóng gồm : 5 quả đỏ, 2 quả xanh, 2 quả vàng và 1 quả nâu. Tập tham chiếu được ký hiệu là X = {đ, x, v, n}. Ta hãy rút hú hoạ một quả bóng. Xác suất để quả bóng có mầu đỏ là 0,5, có mầu xanh là 0,2, có mầu vàng là 0,2, có mầu nâu là 0,1. Ta có tất cả tri thức có thể về các sự kiện được nghiên cứu và ta có thể định lượng chính xác những cơ may xuất hiện của mỗi sự kiện. Bây giờ, giả sử có một người đặt 4 quả bóng đỏ, 2 quả xanh, 2 quả vàng và 1 quả nâu vào trong bình và sau đó thêm vào một quả bóng mà không cho chúng ta biết mầu. Khi đó chúng ta có thể phân bố khối lượng niềm tin của chúng ta giữa các sự kiện khác nhau :

$$m(đ) = 0,4, m(x) = 0,2, m(v) = 0,2, m(n) = 0,1$$

và còn lại một phần 0,1 mà chúng ta không biết định vị và vậy thì chúng ta gán cho X tất cả. Khi đó ta có thể tính độ chấp nhận được và niềm tin được gán cho mỗi sự kiện, như được chỉ rõ trên hình 4. Quả bóng cuối cùng có mầu chưa biết, và ta có thể có 4 giả thiết tuỳ theo mầu của nó. Mỗi giả thiết dẫn tới việc xác định một phân bố xác suất, $f_đ$ nếu quả bóng mầu đỏ, f_x nếu mầu xanh, f_v nếu mầu vàng, f_n, nếu mầu nâu. Ta nghiệm thấy là, với mỗi một giả thiết, xác suất của mỗi sự kiện A luôn nằm giữa Bel(A) và Pl(A).

Tính chất 1.3.3: Các hàm niềm tin và chấp nhận được là các độ đo mờ.

Trong sơ đồ vừa được xây dựng, các khối lượng niềm tin được gán tiên nghiệm bởi sự phân bố một niềm tin toàn thể bằng 1 giữa các biến cố có thể khác nhau. Ta suy ra được mức độ mà với nó tin được và mức độ với nó chấp nhận được là mỗi một sự kiện được thực hiện. Ngược lại, giả sử ta có khả năng chỉ ra trong chừng mực nào mỗi sự kiện phải được thực hiện. Khi đó có thể xác định phần của niềm tin toàn thể dành cho mỗi sự kiện.

Sự kiện	{d}	{x}	{v}	{n}	{d,x,v,n}	{d,x},...
m	0,4	0,2	0,2	0,1	0,1	0
Bel	0,4	0,2	0,2	0,1	1	0,6
Pl	0,5	0,3	0,3	0,2	1	0,7
f_d	0,5	0,2	0,2	0,1	1	0,7
f_x	0,4	0,3	0,2	0,1	1	0,7
f_v	0,4	0,2	0,3	0,1	1	0,6
f_n	0,4	0,2	0,2	0,2	1	0,6

Hình 2.4. Thí dụ về các niềm tin được gán cho các quả bóng được lấy ra từ một bình

Tính chất 1.3.4: Với bất kỳ tập con A của X, khối lượng niềm tin được gán cho nó có được từ hàm niềm tin bởi :

$$m(A) = \Sigma_{B \in P(X)\text{ sao cho } A \supseteq B}(-1)^{|A-B|}Bel(B),$$

trong đó A−B là tập các phần tử của X thuộc A và không thuộc B, và |A−B| là bản số (lực lượng) của nó.

Nhận xét: Trường hợp không biết gì về một sự kiện A, không một phần tử tiêu điểm nào tham gia tạo thuận lợi cũng như bất lợi cho nó, có nghĩa không có một phần tử tiêu điểm nào thuộc A cũng như thuộc A^c, và do đó Bel(A) = Bel(A^c) = 0. Vậy tất cả các phần tử tiêu điểm có giao khác rỗng với A và A^c, suy ra Pl(A) = Pl(A^c) = 1.

1.3.3. Quy tắc tổ hợp của Dempster

Một trong những cái hay của lý thuyết hiển nhiên là làm nổi bật một luật tổ hợp đơn giản để tích hợp hai thể (vật thể) hiển nhiên (m_1,$\mathbf{F}_1$) và (m_2,$\mathbf{F}_2$) khác nhau trên cùng một tập tham chiếu. Chẳng hạn, ta hình dung ra nhiều chuyên gia chỉ ra ý kiến của họ qua trung gian của việc gán các khối lượng niềm tin m_1 và m_2 trên X, hay là hai thí nghiệm liên tiếp cho phép một sự gán như vậy. *Quy tắc tổ hợp* của Dempster nêu bật các khối lượng niềm tin được tổ hợp theo cách sau :

Tính chất 1.3.5: Hàm làm ứng với mọi tập con A của X

$$m_{12}(A) = K\ \Sigma_{B \subset X, C \subset X, B \cap C = A}\, m_1(B)m_2(C),$$

là một khối lượng niềm tin, với một hệ số chuẩn hoá K.

Thí dụ 1.3.2: Cho X là một tập gồm ba kẻ bị tình nghi là {Phê, Giáp, Mai}. Hai thanh tra cảnh sát thu thập thông tin cung cấp hai thể hiển nhiên được chỉ ra trong hình 2.5 qua trung gian của m_1 và m_2. Với người thanh tra tứ nhất, trong số 10 người được hỏi, 5 người nghĩ rằng đã nhìn thấy một người đàn ông trên những địa điểm của vụ án ($m_1(\{P,G\}) = 0,5$), và 2 người nghĩ rằng đã nhìn thấy một người tóc hoe vàng ($m_1(\{G,M\}) = 0,2$), còn ba người còn lại không nói gì ($m_1(\{P,G,M\}) = 0,3$). Với viên thanh tra thứ hai, trên 10 người được hỏi, 6 người nghĩ rằng đã nhìn thấy Phê trên các địa điểm gây án ($m_2(\{P\}) = 0,6$, trong khi 4 người còn lại không nói gì ($m_2(\{P, G, M\}) = 0,4$). Những thông tin đó cho phép chỉ rõ mức độ mà với nó có thể tin và chấp nhận được là mỗi người hay nhóm người bị tình nghi (hình 2.5) đối với mỗi viên thanh tra, và cho phép tích hợp những thông tin thu thập được qua trung gian của m_{12}.

	ϕ	{P}	{G}	{M}	{P,G}	{P,M}	{G,M}	{P,G,M}
m_1	0	0	0	0	0,5	0	0,2	0,3
Bel_1	0	0	0	0	0,5	0	0,2	1
Pl_1	0	0,8	1	0,5	1	1	1	1
m_2	0	0,6	0	0	0	0	0	0,4
Bel_2	0	0,6	0	0	0,6	0,6	0	1
Pl_2	0	1	0,4	0,4	1	1	0,4	1
m_{12}	0	0,54	0	0	0,23	0	0,09	0,14
Bel_{12}	0	0,54	0	0	0,77	0,54	0,09	1
Pl_{12}	0	0,91	0,45	0,23	1	1	0,45	1

Hình 2.5. Thí dụ về các thể hiển nhiên trên một vũ trụ những kẻ bị tình nghi {Phê, Giáp, Mai}

1.3.4. Những trường hợp riêng quan trọng

Lý thuyết hiển nhiên chấp nhận tất cả những phân bố có thể của khối lượng ban đầu của niềm tin giữa các sự kiện khác nhau. Tuy nhiên, những phân bố đó ít nhiều cố kết với nhau và thể hiện ít nhiều bất định trong những xuất hiện có thể của các sự kiện. Hai tình huống đặc biệt đáng chú ý và dẫn đến việc làm nổi bật các lý thuyết khả năng và xác suất như những trường hợp riêng của lý thuyết hiển nhiên (hình 2.6).

Tình huống thứ nhất . Giả sử những người quan sát không gán niềm tin cho các sự kiện không tương thích. Các sự kiện sẽ chỉ được gán các khối lượng niềm tin khác không nếu chúng tương hợp với nhau. Thể hiển nhiên là cố kết. Những phân tử tiêu điểm $E_1, E_2, \ldots, E_k$ khi đó là lồng nhau, có nghĩa $E_1 \supseteq E_2 \supseteq \ldots \supseteq E_k$.

Tính chất 1.3.6: Nếu các phần tử tiêu điểm lồng nhau, hàm chấp nhận được có các tính chất của một độ đo khả năng, còn hàm niềm tin có các tính chất của một độ đo cần thiết.

Vậy là kết quả tổng quát đối với tất cả các hàm niềm tin và khả năng luôn luôn đúng trong trường hợp khả năng và cần thiết:

Tính chất 1.3.7: Với bất kỳ tập con A của X, xác suất của nó được kẹp giữa (đóng khung) bởi độ đo cần thiết và độ đo khả năng của nó :

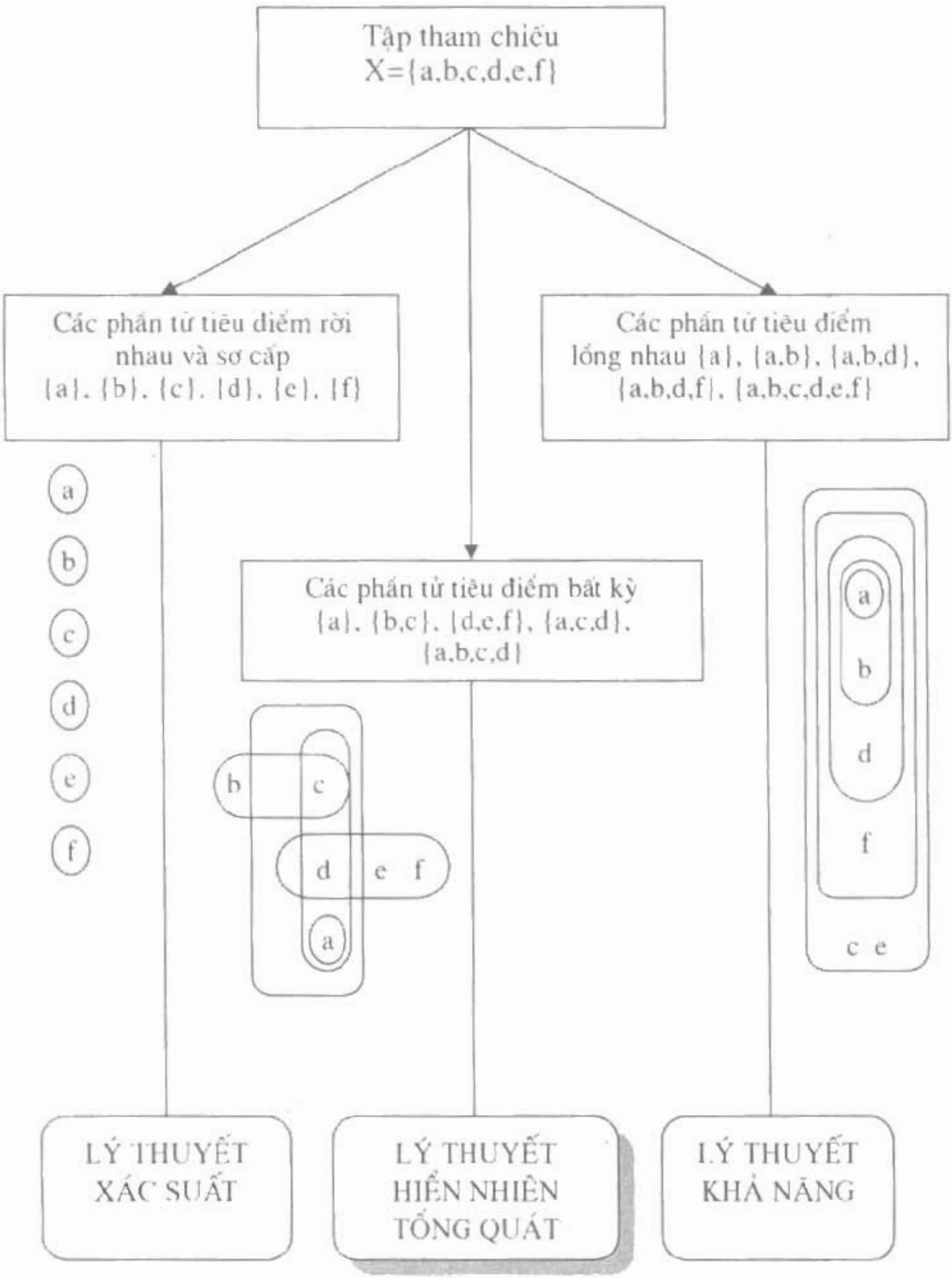
$$N(A) \leq Pr(A) \leq \Pi(A).$$

Nhận xét : Cho một thể hiển nhiên (**F**, m) sao cho những phần tử tiêu điểm $E_1, E_2, \ldots E_k$ là lồng nhau theo thứ tự giảm, ta có thể xây dựng phân bố khả năng π sau :

$$\forall\ x \in X,\ \pi(x) = Pl(\{x\}) = \Sigma_{E \in F \text{ sao cho } x \in E}\, m(E),$$

$$\text{cho } \pi(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \in X - E_1 \\ \sum_{i=1,\ldots,r} m(E_i) & \text{trường hợp ngược lại} \end{cases}$$

r là chỉ số i lớn nhất sao cho $x \in E_i$, và như vậy E_r là phần tử tiêu điểm sao cho $x \in E_r$, $x \notin E_{r+1}$.



Hình 2.6. Vị trí của lý thuyết khả năng và lý thuyết xác suất trong khuôn khổ của lý thuyết hiển nhiên

Tình huống thứ hai: Bây giờ giả sử rằng những ý kiến được nêu ra là rất rõ ràng và những niềm tin đưa ra liên quan tới các phần tử của X được lấy riêng biệt. Những phần tử tiêu điểm là những tập một phần tử của X. Sự bất định về xuất hiện của những sự kiện khác nhau khi đó ít quan trọng hơn trước đây vì các phần tử sơ cấp nhận được một phần của khối lượng niềm tin.

Tính chất 1.3.8: Nếu các phần tử tiêu điểm là các tập một phần tử của X, hàm chấp nhận được và hàm niềm tin là đồng nhất và có các tính chất của một độ đo xác suất :

$$Bel(A) = Pl(A) = Pr(A).$$

Thí dụ 1.3.3: Xét tập X các năm giữa 1000 và 1993. Giả sử mười chuyên gia chỉ rõ niềm tin họ có trong sự kiện pho tượng là cổ và có niên hiệu là một năm $x \in A = [1000, 1893]$. Ta tìm cách chỉ ra với một cấp độ niềm tin, chấp nhận được, khả năng, cần thiết hay xác suất bằng bao nhiêu, ta có thể kết luận từ những ý kiến của họ rằng pho tượng là cổ. Nếu b chuyên gia trong số 10 người nói rằng họ đánh giá pho tượng thuộc thời kỳ $B \subseteq [1000, 1993]$, có thể được thu gọn về tập một phần tử nếu họ nói tới một năm chính xác, khi đó khối lượng niềm tin được gán cho B là b/10. Ta hình dung ra ba tình huống được chỉ rõ trong hình 2.7, mỗi thời kỳ được nói đến bởi một số chuyên gia và đã được gán khối lượng niềm tin của nó. Ta nhận thấy là, trong tình huống thứ nhất, ý kiến của các chuyên gia là khác nhau nhiều và không có thời kỳ nào thoả mãn tất cả họ. Trong tình huống thứ hai, các khoảng được chỉ ra lồng nhau và niên hiệu 1885 là có khả năng với tất cả, mặc dù một vài chuyên gia không được chính xác bằng những người khác :

$$\{1885\} \subseteq [1885, 1893] \subseteq [1880, 1895] \subseteq [1850, 1900],$$

vậy là các ý kiến cố kết với nhau.

Trong tình huống cuối cùng, tất cả các chuyên gia đều chính xác. Những tình huống này ứng với ba khuôn khổ lý thuyết được chỉ ra trong hình 2.7.

	Giai đoạn	Khối lượng niềm tin	Khung lý thuyết
Tình huống 1	{1885}	0,1	Lý thuyết hiển nhiên tổng quát
	{1885,1893}	0,5	Bel(A) = 0,1 + 0,5 = 0,6
	{1880,1895}	0,3	Pl(A) = 0,1 + 0,5 + 0,3 = 0,9
	{1895,1900}	0,1	0,6 ≤ Pr(A) ≤ 0,9
Tình huống 2	{1885}	0,1	Lý thuyết khả năng
	{1885,1893}	0,5	N(A) = Bel(A) = 0,1 + 0,5 = 0,6
	{1880,1895}	0,3	Π(A) = Pl(A) = 0,1 + 0,5 + 0,3 + 0,1 = 1
	{1850,1900}	0,1	0,6 ≤ Pr(A) ≤ 1
Tình huống 3	{1850}	0,1	Lý thuyết xác suất
	{1885}	0,1	Pr(A) = Bel(A) = Pl(A)
	{1890}	0,5	= 0,1 + 0,1 + 0,5 = 0,7
	{1895}	0,3	

Hình 2.7. Thí dụ về các tình huống dẫn tới khung lý thuyết của hiển nhiên, khả năng và xác suất

Thí dụ 1.3.4: Xét trò chơi quay số và gọi X = {1, 2, 3,. . .} tập hữu hạn các số có thể xuất hiện. Ta gán các khối lượng niềm tin bằng cách đặt một tỷ lệ x các đồng tiền có trên một ô hay một nhóm các ô.

Tình huống thứ nhất : Nếu ta tin nhiều vào sẽ quay được số 13, ta có thể gán x số đồng tiền vào ô 13 và số còn lại vào ô "lẻ", vậy là m({13}) = x và m(1, 3, 5,. . .}) = 1−x. Khi đó những phần tử tiêu điểm là lồng nhau vì {13} ⊆ {1, 3, 5,. . .} và ta ở trong khuôn khổ của lý thuyết khả năng, với N({13}) = Bel({13}) = x, Π({13}) = Pl({13}) = 1 ; N({1, 3, 5,...}) =

$\Pi(\{1, 3, 5, \ldots\}) = Pr(\{1, 3, 5, \ldots\}) = 1$; $N(\{a\}) = 0$ và $\Pi(\{a\}) = 1 - x$ nếu $a \in \{1, 3, 5, \ldots\}$ và $a \neq 13$; $N(\{a\}) = \Pi(\{a\}) = 0$ nếu $a \notin \{1, 3, 5, \ldots\}$; trong ngữ cảnh đó, $x \leq Pr(\{13\}) \leq 1$.

Tình huống thứ hai: Nếu ta tin rằng hoặc số 11 hoặc số 12 chắc chắn sẽ xuất hiện, ta có thể đặt cược x số đồng tiền trên ô 11 và 1-x số đồng tiền trên ô 12. Những phần tử tiêu điểm khi đó là những tập một phần tử và ta đặt mình trong khuôn khổ của lý thuyết xác suất. Khi đó $m(\{11\}) = x$ và $m(\{12\}) = 1-x$. Trong ngữ cảnh đó, $Pr(\{11\}) = x$ và $Pr(\{12\}) = 1-x$, xác suất để "lẻ" thắng khi đó là $Pr(\{1, 3, 5, \ldots\}) = x$, $Pr(\{11, 12\}) = 1, \ldots$

Tình huống thứ ba: Nếu ta chỉ có ít ý kiến về chữ số sắp xuất hiện, ta có thể đặt cược chẳng hạn 0,4 số đồng tiền trên phía "lẻ", 0,1 trên phía "chẵn", 0,3 cho số 1, và 0,2 cho số 12, và có được $m(\{1, 3, 5, \ldots\}) = 0{,}4$, $m(\{2, 4, 6, \ldots\}) = 0{,}1$, $m(\{1\}) = 0{,}3$, $m(\{12\}) = 0{,}2$. Ta có những phần tử tiêu điểm là bất kỳ và ta có thể xác định niềm tin trong sự xuất hiện của mỗi một chữ số bởi hàm niềm tin và hàm chấp nhận được. Ta thu được $Bel(\{1\}) = 0{,}3$, $Pl(\{1\}) = 0{,}7$, $Bel(\{2\}) = 0$, $Pl(\{2\}) = 0{,}1, \ldots$, $Bel(\{12\}) = 0{,}2$, $Pl(\{12\}) = 0{,}1 + 0{,}2 = 0{,}3$. Vậy trong ngữ cảnh đó $0{,}3 \leq Pr(\{1\}) \leq 0{,}7$, $0 \leq Pr(2) \leq 0{,}1, \ldots, 0{,}2 \leq Pr(\{12\}) \leq 0{,}3$.

Để kết luận, lý thuyết xác suất và lý thuyết khả năng giả thiết những tri thức tiên nghiệm hoàn toàn khác nhau về các sự kiện có khả năng xảy ra. Với lý thuyết xác suất, những ý kiến là rất rõ nét và phân tán. Với lý thuyết khả năng, những ý kiến là cố kết nhưng không chính xác. Vậy ta có thể chỉ ra rằng, trong trường hợp thứ nhất, mức độ niềm tin vào mỗi một sự kiện. Trong trường hợp thứ hai, ta có thể cho một khoảng trong đó có chứa mức độ niềm tin đó.

2. BIẾN NGÔN NGỮ VÀ CÁC MỆNH ĐỀ MỜ

Lý thuyết khả năng như vừa được trình bày xử lý những thông tin không chắc chắn có bản chất phi xác suất vì nó nói về những sự kiện thông thường, có nghĩa những tập con cổ điển của vũ trụ tham chiếu X. Tuy nhiên, L. A. Zadeh đã đưa vào khái niệm khả năng cho vấn đề đặc trưng các biến bởi các mô tả ngôn ngữ không chính xác, được biểu diễn bởi các tập con mờ. Những yếu tố không chắc chắn, trong một số trường hợp, có mặt trong những tri thức không chính xác, và hai loại không hoàn hảo đó phải được xử lý đồng thời. Với câu hỏi "Anh đã để mất những chiếc chìa khoá ở đâu ?", ta có thể trả lời "ở gần bãi biển", là câu trả lời thiếu chính xác, hay bởi câu trả lời " tôi hầu như chắc chắn là bị mất ở bưu điện", là câu trả lời không chắc chắn, hay một câu trả lời "tôi tin là bị mất ở rất gần bãi biển, nhưng tôi không chắc lắm", là câu trả lời vừa không chính xác vừa không chắc chắn.

Trong chương này, ta định nghĩa khái niệm biến ngôn ngữ [Zadeh 75] và đưa vào khái niệm mệnh đề mờ được dùng trong logic mờ. Những hàm thuộc với đặc trưng mờ của các biến dẫn tới việc định nghĩa các phân bố khả năng, cho phép xử lý những thông tin không chắc chắn được sinh ra trong quá trình một suy luận được dựa trên những đặc trưng mờ.

2.1 Biến ngôn ngữ

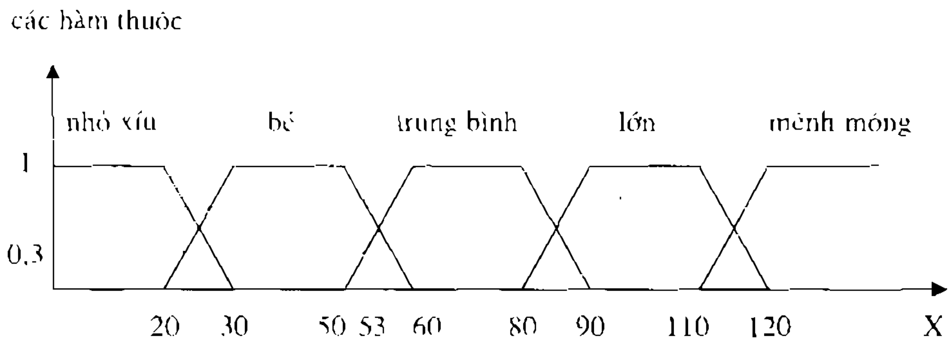
2.1.1 Khái niệm biến ngôn ngữ

Tất cả những biến được chúng ta xem xét, trong vật lý hay trong kinh tế chẳng hạn, lấy một giá trị duy nhất thuộc tập xác định X của chúng trong một tình huống cho trước, như khoảng cách bằng 232 mét, giá thành bằng 253357 đồng. Tuy nhiên những điều kiện quan sát không phải bao giờ cũng cho phép biết được đầy đủ về giá trị duy nhất đó. Trong nhiều trường hợp giá trị chỉ là gần đúng "khoảng 250000 đồng", hay được định giá một cách thô "ở giữa 200 và 250 mét", hoặc chẳng hạn, do dụng cụ đo hơi kém chính xác, "252 mét chính xác tới 1%", hoặc nó được mô tả một cách định tính như " khoảng cách là nhỏ". Một biến ngôn ngữ dùng để mô hình hoá những tri thức không chính xác hay mơ hồ về một biến mà giá trị chính xác có thể chưa biết.

Định nghĩa 2.1.1 : Một *biến ngôn ngữ* là một bộ ba (V, X, T_V), trong đó V là một biến xác định trên một tập tham chiếu X. Tập $T_V = \{A_1, A_2, ...\}$, hữu hạn hay vô hạn, chứa các tập con mờ được chuẩn hoá của X, được dùng để đặc trưng V.

Một số tập con mờ của X được dùng trong T_V có thể là những tập con thông thường và chẳng hạn, là những tập một phần tử của X, là những trường hợp riêng của các tập con mờ, với các hàm thuộc lấy giá trị 0 và 1. Tổng quát hơn, các tập con mờ đó xác định các thu hẹp (hạn chế) của những giá trị biến V lấy trong X. Nếu ta dùng "nhỏ" để đặc trưng một khoảng cách, ta hạn chế ít nhất tập các giá trị có thể cho khoảng cách về những số dương nhỏ hơn một ngưỡng nào đó chẳng hạn. Chúng được kết hợp với những tập con mờ của X với các hàm thuộc f_A, xác định trên X, và có giá trị trong [0,1]. Để đơn giản, ta ký hiệu A_i đồng thời cho cả hạng thức ngôn ngữ ("nhỏ", "đắt" ...) và tập con mờ kết hợp với nó.

Thí dụ 2.1.1 : Xem diện tích của một căn hộ như một biến V, xác định trên tập X các số nguyên dương chẳng hạn. Một thí dụ của tập T_V được cho trong hình 2.8. Tuỳ theo việc sử dụng phải làm, số các phần tử của T_V sẽ lớn hay nhỏ, có nghĩa việc mô tả của V sẽ mịn nhiều hay ít. Nếu ta cũng cho phép mô tả các diện tích bởi giá trị chính xác của chúng, cần phải thêm vào T_V tất cả những tập một phần tử của X.



V = diện tích, X = R^+, T_V = {nhỏ xíu, bé, trung bình, lớn, mênh mông}

Hình 2.8 Thí dụ về biến ngôn ngữ (V, X, T_V) được dùng để mô tả diện tích của một căn hộ

2.1.2. Gia tử ngôn ngữ

Tất cả những mô tả không chính xác của cùng một biến V không thể được mô tả bởi danh sách T_V. Những ý tưởng bắt nguồn của lý thuyết các tập con mờ, như ý tưởng xấp xỉ của một mô tả chuẩn hay hình mẫu, của tính thang bậc trong việc chuyển từ một đặc trưng này sang một đặc trưng khác, của nội suy giữa các tình huống, dẫn tới việc sử dụng các đặc trưng mờ điều biến được một cách tinh tế và uyển chuyển như thể các đặc trưng được biểu thị định tính trong ngôn ngữ tự nhiên. Từ những đặc trưng cơ sở được cho trong tập T_V kết hợp với biến ngôn ngữ (V, X, T_V), ta tìm cách xây dựng những những đặc trưng trung gian, nhờ vào biểu diễn của các gia tử [Zadeh 72] như "rất", "ít nhiều",... để giảm nhẹ hay tăng cường một mô tả đã cho, làm thành một loại chuẩn hoá biểu thức ngôn ngữ được dùng để biến điệu một mô tả. Những đặc trưng được phép dùng để mô tả trạng thái của biến V hoặc là những phần tử cơ sở thuộc T_V hoặc là những dạng biến điệu của những phần tử đó có được bằng cách dùng các gia tử.

Định nghĩa 2.1.2 Một *gia tử ngôn ngữ* là một toán tử mod cho phép, từ mọi đặc trưng mờ A của V, tạo ra một đặc trưng mờ mới mod(A). Nếu hàm thuộc của A là f_A, hàm thuộc của mod(A) sẽ là $f_{mod(A)} = t_{mod}(f_A)$, có được qua trung gian của một phép biến đổi toán học t_{mod} kết hợp với mod.

Ký pháp: Với một tập M các gia tử ngôn ngữ, ta ký hiệu $M(T_V)$ là tập những đặc trưng mờ được sinh bởi M xuất phát từ T_V. Thí dụ, với T_V = {bé, trung bình, lớn}, M = {khá, không}, $M(T_V)$ chứa " khá bé", "khá không lớn", "không trung bình",. . .

Định nghĩa của một gia tử ngôn ngữ rất tổng quát và không nhất thiết tương ứng với một biến thiên yếu xung quanh dữ kiện ban đầu A. Chẳng hạn, nếu ta xét phép biến đổi toán học được xác định với mọi $u \in [0,1]$ bởi $t_{mod}(u) = 1 - u$, cho với mọi $x \in X$, $t_{mod}(f_A(x)) = 1 - f_A(x)$, gia tử ngôn ngữ được mô hình hoá là phép phủ định mod(A) = "không A". Nếu đặc trưng mờ là "yếu", đặc trưng được sửa đổi là "không yếu".

Tuy nhiên, cái hay của các gia tử ngôn ngữ là có thể sinh ra những đặc trưng gần nhau bởi sự sửa đổi có cung bậc [Bouchon 92]. Chúng có nhiều loại hành vi tuỳ theo chúng tăng cường hay giảm nhẹ các đặc trưng mờ trên đó chúng áp dụng. Thực vậy, nếu A là một đặc trưng như vậy, "rất A" tăng cường A, thường là một trường hợp đặc biệt của A, vì tập các phần tử x của X thoả mãn đầy đủ "rất A" cũng thoả mãn đầy đủ A. Ngược lại một mô tả không chính xác như "tương đối lớn", sử dụng gia tử "tương đối" giảm nhẹ (làm yếu) đặc trưng sao cho một giá trị x của X thoả đầy đủ "tương đối A" không nhất thiết thoả đầy đủ A.

Định nghĩa 2.1.3: Một gia tử ngôn ngữ mod được gọi là *thu hẹp* nếu phép biến đổi kết hợp nghiệm đúng :

$$\forall u \in [0,1]\ t_{mod}(u) \le u.$$

Gia tử thu hẹp đơn giản nhất, được L. A. Zadeh nêu ra được xác định bởi $t_{mod}(u) = u^2$ [Zadeh 72]. Nó bảo toàn hạt nhân và giá của tập con mờ A và chỉ sửa đổi hàm thuộc của A trên những tập con của X tại đó nó thực sự nam giữa 0 và 1. Một gia tử thu hẹp tăng cường đặc trưng mà trên đó nó áp dụng. Supp (mod(A)) $\subseteq$ Supp(A) và mod(A) làm thành một thu hẹp mạnh hơn trên các giá trị mà V có thể lấy so với thu hẹp được tạo thành bởi A.

Định nghĩa 2.1.4: Một gia tử ngôn ngữ mod được gọi là *mở rộng* nếu phép biến đổi kết hợp nghiệm đúng :

$$\forall u \in [0,1]\ t_{mod}(u) \ge u$$

Gia tử mở rộng đơn giản nhất, cũng được L. A. Zadeh đưa ra, được định nghĩa bởi $t_{mod}(u) = u^{1/2}$ [Zadeh 72]. Nó cũng bảo toàn hạt nhân và giá của tập con mờ A và chỉ thay đổi hàm thuộc của A trên những tập con của X tại đó nó lấy giá trị thực sự nằm giữa 0 và 1. Một gia tử mở rộng làm yếu đặc trưng tại đó nó áp dụng. Supp(mod(A)) $\supseteq$ Supp(A) và mod(A) làm thành một thu hẹp kém mạnh hơn trên những giá trị mà V có thể lấy được so với thu hẹp được tạo thành bởi A.

Ta có thể phân biệt ba hành vi chính của các gia tử mở rộng [Bouchon 88a] :

c1 – mod(A) ít đặc thù hơn A và không chính xác ít hơn A.

c2 – mod(A) cũng đặc thù như A nhưng không chính xác nhiều hơn A.

c3 – mod(A) ít đặc thù hơn A và ít nhất cũng không chính xác như A.

Thí dụ 2.1.2: Những thí dụ về các gia tử theo thứ tự ứng với các hành vi khác nhau đó có thể được định nghĩa bởi các phép biến đổi đơn giản. Thường là ta chọn việc kết hợp các gia tử đó với các hạng thức ngôn ngữ như "đúng là", "xấp xỉ", "hơn là", "vào khoảng", bằng cách xem chúng như những nhãn cho phép đồng nhất kiểu hành vi của chúng và không bàn luận gì về tính thích đáng ngôn ngữ của sự kết hợp đó. Định nghĩa hình thức của những gia tử đó có thể được cho từ những phép biến đổi liên kết với chúng. Ta giả sử rằng hàm thuộc f_A của một đặc trưng bất kỳ A của T_V có dạng hình thang, được xác định trên một vũ trụ được sắp toàn phần X, có giá]C', D'[và hạt nhân [C, D]. Ký hiệu φ' là hàm tuyến tính từ X vào [0, 1] trùng với f_A trên]C', C], φ'' là hàm trùng với f_A trên [D', D[và φ là hàm sao cho φ (x) = φ'(x) với mọi x nhỏ hơn C, φ (x)=1 với mọi x thuộc [C,D] và φ (x) = φ''(x) với mọi x lớn hơn D. Gọi γ, λ, ν, β là các tham số xác định biên độ của phép biến đổi kết hợp với gia tử mà ta xây dựng. Phân bố kết hợp với đặc trưng được sửa đổi mod(A) với mọi $x \in X$ là như sau :

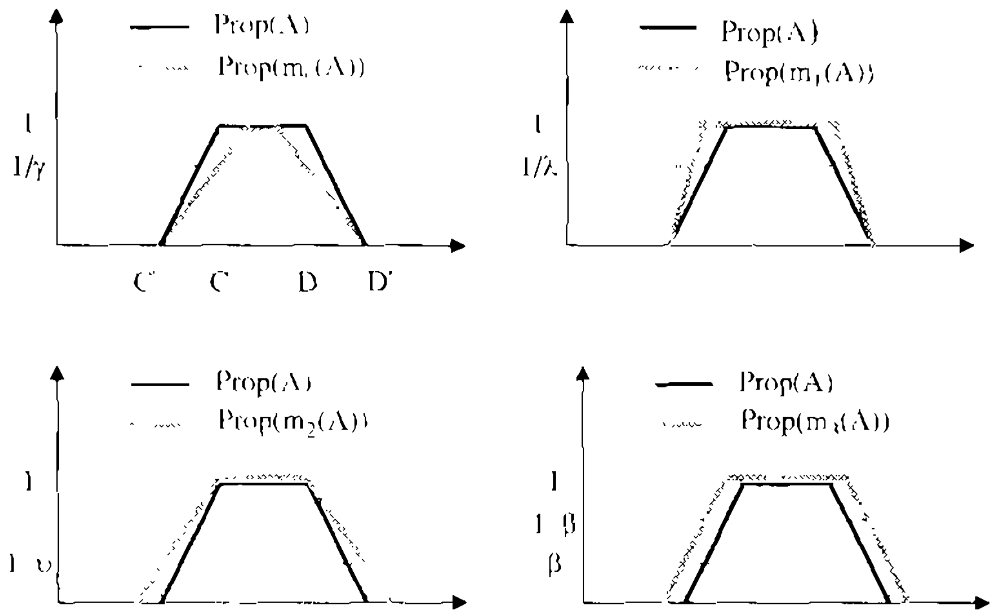
- với "đúng là" : $f_{m(A)}(x) =$ max (0, min(1, (x–C') / γ (C–C'), (x–D')/γ(D–D'))) với $\gamma \in]1, (D'-C')/((D'-C')-(D-C))[$ (tăng cường),
- với "xấp xỉ bằng" :

  $f_{m(A)}(x) = \min(1, \lambda f_A(x))$, với $\lambda > 1$ (làm suy yếu, hành vi c1),
- với "hơn là" :

  $f_{m(A)}(x) = \max(0, \nu\varphi(x) + 1 - \nu)$, với $0 < \nu < 1$ (làm suy yếu, hành vi c2)
- với "vào khoảng" :

  $f_{m(A)}(x) = \min(1, \max(0, \varphi(x) + \beta))$, với $0 < \beta < 1$ (làm suy yếu, hành vi c3)

Hình 2.9 trình bày các đồ thị chỉ rõ dáng điệu của các hàm thuộc của mod(A).



Hình 2.9 Thí dụ về các hành vi chính của các gia tử ngôn ngữ

Những định nghĩa của các gia tử thu hẹp hay mở rộng cho ta hai cách để định nghĩa các gia tử tăng cường hay làm yếu đặc trưng ban đầu. Chúng tương ứng với việc cho một thứ tự xác định sức mạnh trên các mô tả của biến V. Một mô tả A là mạnh hơn một mô tả B nếu giá của tập con mờ biểu diễn A được chứa trong (theo nghĩa rộng) trong giá của tập con mờ biểu diễn B. Đối với hạt nhân thì cũng vậy. Và như vậy, có nghĩa nếu A là đặc thù hơn B hay nếu chúng có cùng hạt nhân và A chính xác hơn B.

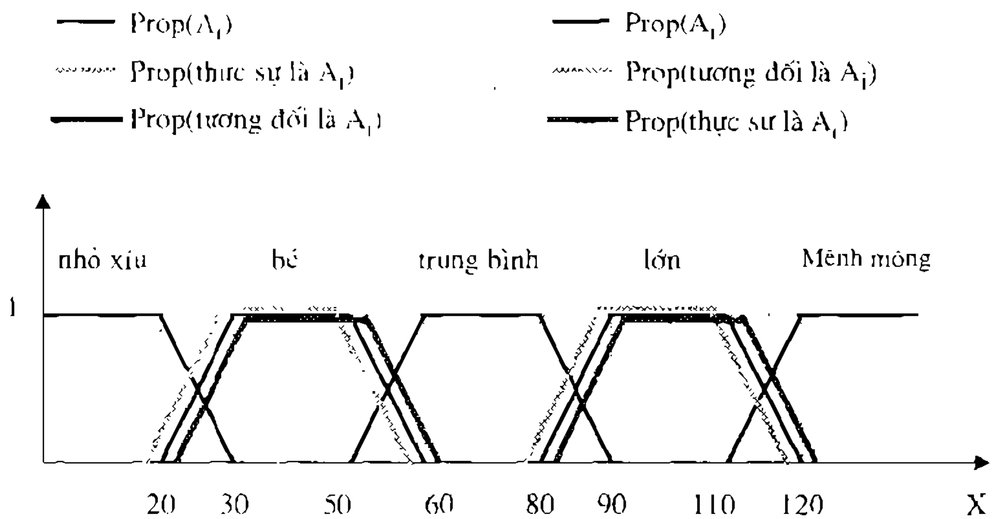
Tuy nhiên, thứ tự được chọn như vậy không phải là thứ tự duy nhất chấp nhận được và, chẳng hạn, ta có thể hình dung chính tập T_V các đặc trưng cơ sở cũng được sắp thứ tự. Chẳng hạn "bé" không mạnh bằng "trung bình", và tới lượt nó, lại không mạnh bằng "lớn". Vậy thì, với một mô tả ban đầu A của T_V, ta có thể chỉ ra đặc trưng $A^>$ liền ngay với A và mạnh hơn A trong T_V cũng như đặc trưng $A^<$ liền ngay với A và yếu hơn A. Khi đó ta nói [Bouchon, Yao 92] một gia tử tăng cường một mô tả A tạo ra một đặc trưng ở giữa A và $A^>$, còn một gia tử làm yếu A tạo ra một đặc trưng nằm giữa A và $A^{<}$ tuỳ theo một mở rộng của thứ tự xác định trên T_V cho tất cả các đặc trưng có thể. Chẳng hạn, nếu T_V = {cực bé, bé, trung bình, lớn, cực lớn} thì "rất bé" sẽ đứng trước "bé", "tương đối bé" sẽ đứng ở giữa " bé" và "trung bình". Cũng lưu ý là, nếu A có một hàm thuộc mở, một gia tử tăng cường A theo nghĩa đó cũng là thu hẹp (xem "cực bé" trên hình 2.8) và một gia tử làm yếu A theo nghĩa đó cũng là mở rộng (xem "cực lớn" trên hình 2.8).

Thí dụ 2.1.3: Với cùng những giả thiết như trong thí dụ trên và thêm vào đó giả thiết rằng $X = [X^-, X^+]$, X^- và X^+ có thể là vô hạn, và $T_V = \{A_1,\ldots, A_{2n+1}\}$ được sắp từ đặc trưng yếu nhất A_1 tới đặc trưng mạnh nhất A_{2n+1}. Khi đó ta có thể định nghĩa một gia tử m^t cho phép chuyển tăng dần từ một đặc trưng mờ của T_V sang một đặc trưng khác, sử dụng phép tịnh tiến làm phép biến đổi toán học. Lấy thí dụ của T_V là tập {bé, trung bình, lớn} như được chỉ rõ trên hình 2.10, ta thấy m^t tăng cường đặc trưng A_j trên đó nó được áp dụng ("đúng là A_j") nếu $1 \leq j \leq n$ và phép tịnh tiến được thực hiện về trái, hay nếu $n + 2 \leq j \leq 2n + 1$ và phép tịnh tiến được thực hiện về phải. Nó làm yếu đặc trưng A_j nếu $1 \leq j \leq n$ và phép tịnh tiến được thực hiện về phải, hay nếu $n + 2 \leq j \leq 2n + 1$ và phép tịnh tiến được thực hiện về trái ("tương đối A_j"). Gọi α là tham số của phép tịnh tiến. Với mọi x thuộc X, ta định nghĩa m^t như sau :

$$f_{m^t(A_j)}(x) = \begin{cases} f_j(x+\alpha) & \text{nếu } x + \alpha \in X \\ f_j(X^-) & \text{nếu } x + \alpha \leq X^- \\ f_j(X^+) & \text{nếu } x + \alpha \geq X^+ \end{cases}$$

α là dương thực sự nếu m^t tương ứng với "đúng là" và là âm thực sự nếu m^t tương ứng với "tương đối" với $1 \leq j \leq n$. Để $m^t(A_j)$ không chờm lên A_{j+1} hay lên A_{j-1}, tốt hơn là chọn m^t sao cho $|\alpha| < \min(D_j - C_j, (D'_j - D_j)/2$,

$(C_j - C'_j)/2$, trong đó $]C'_j, D'_j[$ và $[C_j, D_j]$ theo thứ tự là giá và hạt nhân của A_j.



Hình 2.10 Thí dụ về gia tử m˘ phụ thuộc vào thứ tự các đặc trưng

2.2. Các mệnh đề mờ

2.2.1. Các mệnh đề mờ sơ cấp

Khi tri thức về một biến V là chính xác và chắc chắn, những đặc trưng sẵn có được diễn đạt dưới dạng "V bằng x", với một giá trị x của tập tham chiếu X, nếu đó là các tri thức số, hoặc là "V là A" nếu các tri thức có trên V là ký hiệu và biểu diễn là logic cổ điển trong đó V là chủ ngữ, "là" là hệ từ, còn A là thuộc ngữ. Tổng quát hơn, nếu ta muốn có thể dùng trong cùng một khuôn khổ các tri thức số và tri thức ký hiệu, và nếu A phải chịu những biến đổi theo cung bậc liên kết với một môi trường không chính xác, ta sẽ dùng các biểu thức luôn có dạng "V là A", trong đó V được liên kết với một biến ngôn ngữ. Khi đó ta giới hạn ở những mô tả dạng "kích thước là trung bình", "tốc độ là có nhanh hơn", "giá không đắt".

Định nghĩa 2.2.1: Cho một tập L các biến ngôn ngữ và một tập M các gia tử, một *mệnh đề mờ sơ cấp* được định nghĩa từ một biến ngôn ngữ (V, X, T_V) của L bởi mệnh đề " V là A", trong đó A là một đặc trưng mờ thuộc T_V hay thuộc M(T_V).

Mệnh đề "V là A" càng ít đúng chừng nào giá trị đúng của V, tức phần tử x của X, ít thoả mãn đặc trưng A, có nghĩa hàm thuộc $f_A(x)$ là yếu. Giá trị chân lý của một mệnh đề mờ sơ cấp "V là A" được xác định bởi hàm thuộc f_A của A.

2.2.2. Mệnh đề mờ tổng quát

Một *mệnh đề mờ tổng quát* có được bằng cách dùng đồng thời các mệnh đề mờ sơ cấp "V là A", "W là B". . . cho các biến V, W. . . được giả thiết là không tương tác với nhau.

Dạng đơn giản nhất là hội của các mệnh đề mờ sơ cấp "V là A và W là B" (chẳng hạn, khoảng cách tới bãi biển là trung bình và giá là không cao).trong đó V và W được xác định trên các tập tham chiếu X và Y Mệnh đề hội đó được liên kết với tích Descartes A x B đặc trưng cho biến (V, W) trên tập X × Y. Giá trị chân lý của nó được xác định bởi min($f_A(x)$, $f_B(y)$) tại mọi điểm (x, y) của X × Y. Một mệnh đề mờ như vậy rất hay xuất hiện trong những luật của các hệ cơ sở tri thức và trong điều khiển mờ.

Ta cũng có thể có được một mệnh đề mờ với tuyển của các mệnh đề mờ sơ cấp "V là A hay W là B" (chẳng hạn, khoảng cách tới bãi biển là trung bình hay giá là không cao). Giá trị chân lý của mệnh đề mờ thu được được xác định bởi max ($f_A(x)$, $f_B(y)$) tại mọi điểm (x, y) của X × Y.

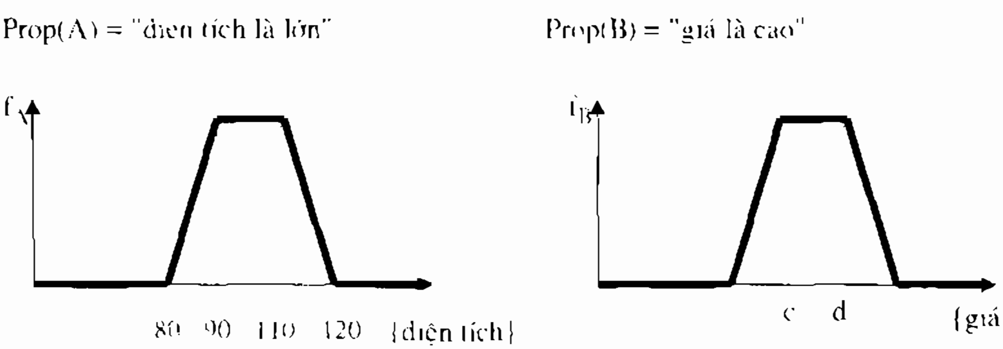
Phép kéo theo giữa hai mệnh đề mờ sơ cấp cũng xác định một mệnh đề mờ được diễn tả bởi "V là A kéo theo W là B" (chẳng hạn sự kiện khoảng cách tới bãi biển là nhỏ kéo theo giá là rất cao). Do vai trò quan trọng của phép kéo theo trong suy luận trên các tri thức mờ, chúng ta sẽ còn nghiên cứu nó kỹ hơn.

Tổng quát hơn, ta có thể xây dựng các mệnh đề mờ với các phép hội, tuyển và kéo theo trên các mệnh đề mờ bất kỳ.

Định nghĩa 2.2.2: Một *luật mờ* là một mệnh đề mờ có dạng "nếu p thì q", có được bằng việc dùng một phép kéo theo giữa hai mệnh đề mờ bất kỳ p và q.

Thí dụ 2.2.1: Những luật (quy tắc) mờ thường dùng nhất, chẳng hạn trong điều khiển mờ hay trong xây dựng các hệ chuyên gia, đều có dạng "nếu V là A và U là B và. . . thì W là C", trong đó "V là A", "U là B",... là các tiền đề của luật, còn "W là C" là kết luận của luật. Chẳng hạn, "nếu khoảng cách tới bãi biển là nhỏ và diện tích là lớn thì giá là cao". Trường hợp đơn giản nhất là dạng "nếu V là A thì W là B". Chẳng hạn "nếu diện tích là lớn thì giá là đắt". Các biến V và W theo thứ tự là diện tích (theo m^2), và giá, được xác định trên các vũ trụ X và Y (hình 2.11).

"Nếu diện tích là lớn thì giá là cao"



Hình 2.11. Thí dụ của luật mờ

2.2.3. Phân bố khả năng liên kết với một mệnh đề mờ

Bằng cách đưa vào khái niệm biến ngôn ngữ và mệnh đề mờ, ta đã mở rộng một dạng phát biểu cổ điển trong logic và đã có một bước tiến tới suy luận trong môi trường mờ. Tuy nhiên, ta vẫn chưa đề cập tới việc xử lý đồng thời những yếu tố không chắc chắn và không chính xác vì những mệnh đề mờ liên quan tới những đặc trưng mờ mà với chúng cái không chắc chắn không được biểu diễn. L. A. Zadeh đã đề xuất lý thuyết khả năng chính nhằm mục đích đó và giờ đây chúng ta quay lại với khái niệm khả năng như đã được định nghĩa, chỉ ra rằng nó được tích hợp tốt trong khuôn khổ chung mà chúng ta đã giới thiệu.

Một sự không chính xác về đặc trưng của một biến, được diễn đạt trong một mệnh đề mờ sơ cấp " V là A ", chẳng hạn như " diện tích là nhỏ", sẽ kéo theo một sự không chắc chắn trên giá trị của biến. Mệnh đề mờ tương ứng với một hạn chế (thu hẹp) trên tập các giá trị có khả năng và loại đi một số giá trị. Biết rằng "diện tích là bé" nên nếu ta muốn đặc trưng kích thước của căn hộ, ta biết là không thể nghĩ đến những giá trị như 180 m^2. Nhưng ta có những thông tin gì về các giá trị chấp nhận được của biến ? Đặc trưng mờ A, chẳng hạn "bé" được xác định từ trước (tiên nghiệm) và hàm thuộc f_A của nó chỉ rõ mỗi phần tử của X thuộc nó với một độ thuộc bằng bao nhiêu. Một mệnh đề mờ như "diện tích là lớn" là một mô tả có sau (hậu nghiệm), sau khi quan sát một tình huống đặc biệt, mô tả một cách mơ hồ kích thước của một căn hộ cho trước và chỉ rõ trong chừng mực nào diện tích đúng của nó có khả năng nhận giá trị này khác của X.

Định nghĩa 2.2.3: Cho một mệnh đề sơ cấp "V là A", *phân bố khả năng* $\pi_{V,A}$ liên kết với nó được xác định trên X từ hàm thuộc f_A của A bởi:

$$\forall\ x \in X\ \pi_{V,A}(x) = f_A(x).$$

Để kiểm nghiệm rằng đại lượng $\pi_{V,A}$ được định nghĩa như vậy đúng là một phân bố khả năng theo nghĩa được xác định trong lý thuyết khả năng. Thực vậy, vì A được chuẩn hoá, $\sup_{x \in X} f_A(x) = 1$, do đó $\sup_{x \in X} \pi_{V,A}(x) = 1$. Định nghĩa đó nói rằng, nếu ε là độ thuộc của một phần tử bất kỳ x của X vào đặc trưng mờ A thì khả năng để biến V lấy giá trị x, khi biết V được đặc trưng bởi A, cũng là ε. Lưu ý là định nghĩa đó xây dựng một phân bố khả năng trên X tương thích với một tri thức không chính xác trên V. Nó hoàn toàn không chỉ rõ có một sự đồng nhất giữa một phân bố khả năng, dùng để định lượng một sự không chắc chắn, và một hàm thuộc làm mềm dẻo khái niệm của hàm đặc trưng. Sự phân biệt giữa không chắc chắn và sự thuộc một phần cần được làm sáng rõ để sử dụng tốt những khái niệm đó.

Định nghĩa 2.2.4: Cho một mệnh đề mờ sơ cấp " V là A" và f_A là hàm thuộc của A, *độ đo khả năng* và *độ đo cần thiết* của mọi bộ phận không mờ D của X theo thứ tự được định nghĩa bởi :

$$\Pi_{V,A}(D) = \sup_{x \in D} \pi_{V,A}(x),$$

và $$N_{V,A}(D) = 1 - \Pi_{V,A}(D^c).$$

Một mệnh đề mờ tổng quát cảm sinh theo cùng cách một phân bố khả năng trên tích Descartes của các tập định nghĩa những biến khác nhau tham gia trong mệnh đề mờ. Chẳng hạn, "V là A và W là B", với V và W được xác định trên các tập tham chiếu X và Y, cảm sinh phân bố khả năng :

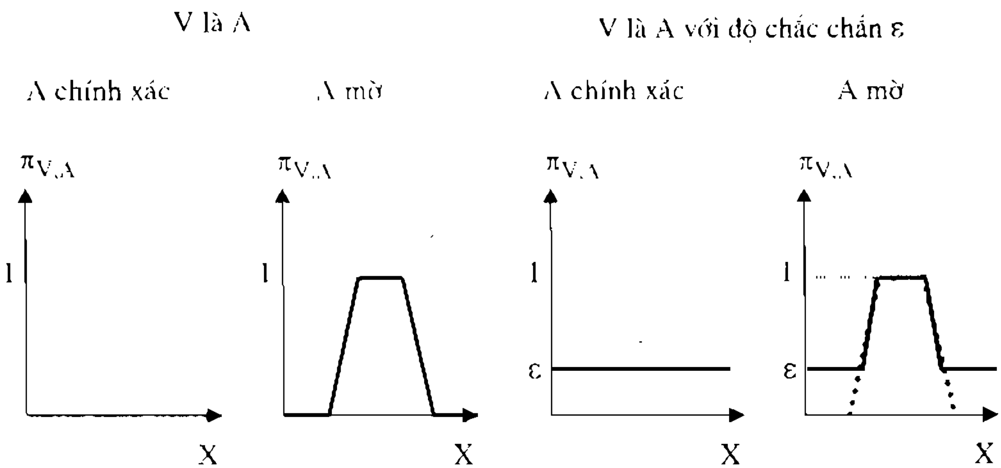
$$\forall x \in X, \forall y \in Y \ \pi_{(V,W),AxB}(x,y) = \min(f_A(x), f_B(y)).$$

Thí dụ 2.2.2: Cho V là diện tích, X = [0, +∞] là tập các diện tích có thể, T_V là tập cho trước các đặc trưng mờ của V, chẳng hạn những đặc trưng mờ được cho trong hình 2.8. Giá trị x = 53 m^2 của biến V thuộc tập con mờ A = "trung bình" của X với độ thuộc 0,3, cũng như thuộc tập con mờ A' = "bé" với một độ thuộc 0,7. Ta có thể kết luận rằng nếu một căn hộ được mô tả nhờ vào mệnh đề mờ "diện tích là trung bình", khả năng $\pi_{V,A}(53)$ để nó đo được 53 m^2 cũng bằng 0,3. Khả năng để diện tích của nó nằm giữa 50 và 60 m^2 bằng $\Pi_{V,A}([50, 60]) = \sup_{x \in D} \pi_{V,A}(x) = 1$.

Trong trường hợp một *mệnh đề mờ không chắc chắn* kiểu "V là A với độ không chắc chắn ε", với A ∈ T, không một phần tử nào của vũ trụ được xem là không có khả năng do có sự không chắc chắn, và mọi phần tử có một độ đo khả năng ít nhất bằng ε. Một mệnh đề mờ như vậy được liên kết với phân bố khả năng có được bằng cách chặt cụt cơ sở của phân bố liên kết với "V là A" bởi một đường thẳng nằm ngang có tung độ ε, và được cho bởi :

$$\forall x \in X \ \pi'(x) = \max(\pi(x), \varepsilon).$$

Các dạng của phân bố khả năng liên kết với các mệnh đề mờ chỉ có sự không chắc chắn, hay chỉ có sự không chính xác, hay có cả hai, được chỉ rõ trên hình 2.12.



Hình 2.12. Các kiểu mệnh đề mờ chính và các phân bố khả năng liên kết

2.2.4. Các quy tắc mờ được lượng từ hoá

Một mệnh đề mờ có thể đúng bất kể những tình huống mà nó được sử dụng. Chẳng hạn một luật mờ như "nếu tuổi là cao thì quãng đời còn lại là ngắn", trong trường hợp một động vật có vú hay một con người. Đó là trường hợp tương ứng với một mệnh đề vạn năng trong logic cổ điển. Nó cũng có thể đúng trong một số tình huống, mở rộng ý tưởng của mệnh đề tồn tại, và khuôn khổ của lý thuyết tập mờ cho phép lượng hoá thô (áng chừng) số các xuất hiện của những tình huống như vậy. Dạng tri thức này được cung cấp rất dễ dàng trong ngôn ngữ tự nhiên bằng việc phát biểu các luật tổng quát như "nói chung, các cửa hàng đều đóng cửa ngày Chủ nhật" hay "hiếm có những phụ nữ hói đầu". Khi đó ta đưa vào những lượng từ mờ, mô tả những tình huống trung gian giữa lượng từ phổ dụng và lượng từ tồn tại, có nghĩa giữa hai tình huống cực biên. Chúng đặc trưng một bản số tuyệt đối hay thường là tương đối.

Định nghĩa 2.2.5: Một *lượng từ mờ* là một tập con mờ Q của tập **R** các số thực, mô tả một số xấp xỉ các trường hợp, hay một tập con mờ của [0, 1] mô tả một tỷ lệ xấp xỉ.

Một mệnh đề mờ dạng "W là B", có được từ một biến ngôn ngữ (W, X, T_W) có thể được liên kết, trường hợp X là hữu hạn có lực lượng n, với một tỷ lệ được xác định từ lực lượng của B [Zadeh 83b], bởi :

$$p = |B|/|X| = \Sigma_{x \in X} f_B(x) / n.$$

Định nghĩa 2.2.6: Cho Q là một lượng từ mờ với hàm thuộc f_Q. Một *mệnh đề mờ được lượng từ hoá* có dạng "QW là B", đối với một mệnh đề mờ " W là B" được xác định từ một biến ngôn ngữ (W, X, T_W).

Giá trị chân lý của mệnh đề mờ được lượng từ hoá " QW là B" bằng với giá trị của $f_Q(p)$.

Thí dụ 2.2.3. Cho X = {Đức, Bỉ, Tây Ban Nha, Pháp, Anh, Italia, Hà Lan, Đan Mạch, Na Uy, Thuỵ Điển}, W là biến "định vị" và tập con mờ B = 0,4/Đ + 0,6/Bi + 0/T + 0,3/P + 0,6/A + 0/I + 0,7/H + 0,9/Đm + 1/N + 1/Tđ. Khi đó p=0,55. Ta có thể phát biểu mệnh đề mờ được lượng từ hoá : " Khoảng một nửa trường hợp (Q), cư trú (W) là miền Bắc (B)". Nếu ta dùng định nghĩa của Q trong hình 2.13, ta thấy rằng giá trị chân lý của mệnh đề mờ được lượng từ hoá là $f_Q(p) = 0,5$.

Định nghĩa 2.2.7: Cho Q là một lượng từ mờ, với hàm thuộc f_Q. Một *luật mờ được lượng từ hoá* có dạng "Q nếu V là A thì W là B", còn có thể được diễn đạt bởi "Q các A là B", đối với hai mệnh đề mờ "V là A" và "W là B"được xác định từ các biến ngôn ngữ (V, X, T_V) và (W, X, T_W).

Khi đó có thể định nghĩa lực lượng có điều kiện của B khi biết A bởi:

$$p' = |A \cap B|/|A| = \Sigma_{x \in X} \min (f_A(x), f_B(x)) / \Sigma_{x \in X} f_A(x).$$

Giá trị chân lý của luật mờ được lượng từ hoá "Q các A là B" bằng với giá trị của $f_Q(p')$.

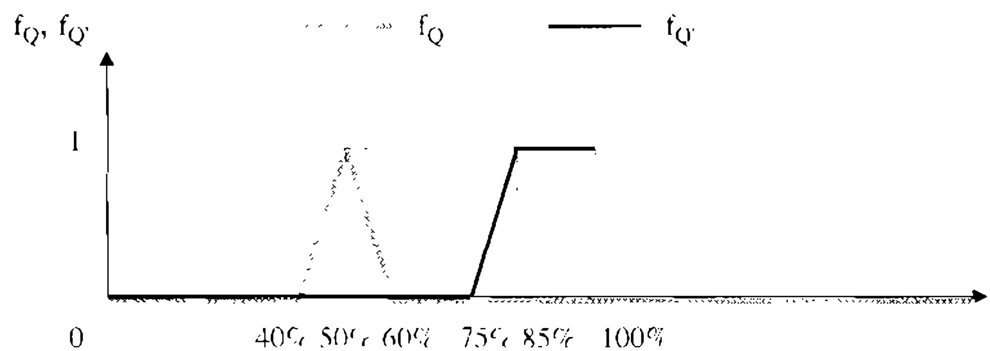
Các tam đoạn luận khi đó có thể được nghiên cứu để tổ hợp các thông tin trên các luật mờ được lượng từ hoá, như trong [Zadeh 83b]:

"Q_1 các A là B" ; "Q'_1 các B là A"

"Q_2 các B là C" ; "Q'_2 các C là B"

"Q cac A là C" ; "Q' các C là A"

Thí dụ 2.2.4: Xét lượng từ mờ "hầu hết" có hàm thuộc được cho trên hình 2.13. Cho luật mờ (với mục đích minh hoạ, không đi vào nghiên cứu sâu) liên quan tới dân số của X, như trong thí dụ 2.2.3.



Hình 2.13. Thí dụ về biểu diễn các lượng từ mờ "khoảng một nửa" (Q) và "hầu hết" (Q')

Liên kết thứ nhất được diễn tả một cách tương đương là "trong nhiều trường hợp, nếu kích thước (V) lớn (A) thì địa điểm (W) là miền bắc (B)", trong đó A được xác định trên X và $f_A(x)$ là độ thuộc mà với nó quốc gia x được đặc trưng bởi một lương lớn những người trong quốc tịch. Hoặc như "rất nhiều (Q'_1)những người châu Âu cao lớn (A) là miền Bắc (B)". Ngược lại, "phần lớn (Q'_1) những người miền Bắc (B) đều cao lớn (A)". Liên kết thư hai được diễn tả là "hầu hết (Q_2) những người miền Bắc (B) có tóc vàng hoe (C)" và, ngược lại, "khoảng một nửa (Q'_2) những người châu Âu có tóc vàng hoe (C) là người miền Bắc (B)".

Những lượng từ mờ "rất nhiều", "phần lớn" được biểu diễn bởi các hàm thuộc như chúng ta đã làm với những thí dụ của hình 2.13. Một phép tính mở rộng những tính chất của các lượng từ số trên cơ sở các tỷ lệ dẫn tới việc làm rõ khoảng mờ trong đó có các lượng từ Q và Q' như "Q những người châu Âu cao lớn có tóc vàng hoe"; " Q' những người có tóc vàng hoe đều cao lớn" [Dubois, Prade 88a].

2.2.5. Xác suất, khả năng và chân lý ngôn ngữ

Trong số những biến giá trị số có thể được đặc trưng theo cách ký hiệu có xác suất và khả năng mà không phải bao giờ ta cũng biết được giá trị chính xác [Zadeh 78a]. Ta cũng có thể xem rằng giá trị chân lý không phải chỉ được xác định bởi " đúng " hay " sai ", mà có những cấp độ chân lý trung gian, lấy giá trị ở giữa 0 ứng với " sai ") và 1 (ứng với " đúng "). Những *biểu đạt xác suất* (" ít có xác suất là. . . "), *khả năng* (' Có khả năng là. . . "), *chân lý* (" tương đối đúng là. . . ") theo thứ tự được mô hình hoá qua trung gian các biến ngôn ngữ (Pr, [0, 1], T_{Pr}), (Po, [0, 1], T_{Po}), (Ve, [0, 1], T_{Ve}), trong đó Pr, Po, Ve là các biến xác suất, khả năng, chân lý, chẳng hạn như T_{Pr} = {không thể, có thể, hoàn toàn có thể}, T_{Po} = {không có khả năng, có khả năng, hoàn toàn có khả năng}, T_{Ve} = [đúng, sai, hoàn toàn đúng}.

3. KHẢ NĂNG VÀ CẦN THIẾT CỦA CÁC TẬP CON MỜ

Các độ đo khả năng và cần thiết đã được đưa vào cho các lớp thông thường của một tập tham chiếu X, để định lượng tri thức về sự xuất hiện của một sự kiện. Khi những lớp ta nghiên cứu là không chính xác, mờ thì ta có thể chỉ ra sự xuất hiện đó là có khả năng hay chắc chắn với mức độ như thế nào? Khi ta có những tri thức tiên quyết về tập tham chiếu X, thì một chỉ dẫn như vậy có thể được cho bằng cách đưa vào những khái niệm về khả năng và cần thiết tương đối. Chẳng hạn, khi biết một khoảng cách là nhỏ, ta có thể tìm thấy trong chừng mực nào, nó xấp xỉ nằm giữa 250 và 350 mét. Hai kiểu tri thức tiên quyết được xét tới trên X.

3.1. Tri thức tiên quyết mờ

Tri thức này được cung cấp bởi một tập con tham chiếu A của X. Một tập con mờ F khác của X càng được chấp nhận khi nó tương thích với A [Dubois, Prade 1982].

Định nghĩa 3. 1: Cho một tập con mờ A của X. Với mọi tập con mờ F khác của X, ta định nghĩa *độ đo khả năng của F đối với A* bởi :

$$\Pi(F;A) = \sup_{x \in X} \min(f_F(x), f_A(x)).$$

Tính chất 3. 1: Độ đo khả năng của F đối với A đo độ thuộc cực đại mà với nó một phần tử x của X có thể thuộc cả F và A. Nó bằng 0 nếu và chỉ nếu $F \cap A = \varnothing$ hay còn là $\mathrm{supp}(F) \cap \mathrm{supp}(A) = \varnothing$; nó cực đại và bằng 1 nếu và chỉ nếu $\ker(F) \cap \ker(A) \neq \varnothing$.

Một cách đối ngẫu, ta định nghĩa độ đo cần thiết của F đối với A :

Định nghĩa 3. 2 Cho trước một tập con mờ A của X. Với mọi tập con mờ khác F của X, ta định nghĩa *độ đo cần thiết của F đối với A* bởi :

$$N(F;A) = \inf_{x \in X} \max(f_F(x), 1 - f_A(x)).$$

Tính chất 3. 2: Độ đo cần thiết của F đối với A là đối ngẫu của độ đo khả năng của F đối với A :

$$N(F ; A) = 1 - \Pi(F^C ; A).$$

Tính chất 3. 3. Nếu độ đo cần thiết của F đối với A là cực đại và bằng 1, thì $F \supseteq A$. Nếu nó bằng không thì A không chứa trong F.

Cả hai độ đo khả năng và độ đo cần thiết của F đối với A cho một chỉ dẫn về sự kiện là F được xem xét khi biết A được thoả mãn, có nghĩa về sự tương thích giữa F và A. Khi đó ta định nghĩa một hệ số tổng thể tóm tắt hai thông tin đó.

Định nghĩa 3. 3: Độ tương thích của F đối với A được định nghĩa bởi:

$$c(F ; A) = [\Pi(F;A) + N(F;A)]/2.$$

Tính chất 3. 4: $c(F;A) + c(F^C;A) = 1.$

Nhận xét : Cần lưu ý là định nghĩa về các độ đo cần thiết và tương thích tương đối không đối xứng. Một trong các tập con mờ là A, dùng làm tham chiếu để so sánh với một tập con mờ mới là F.

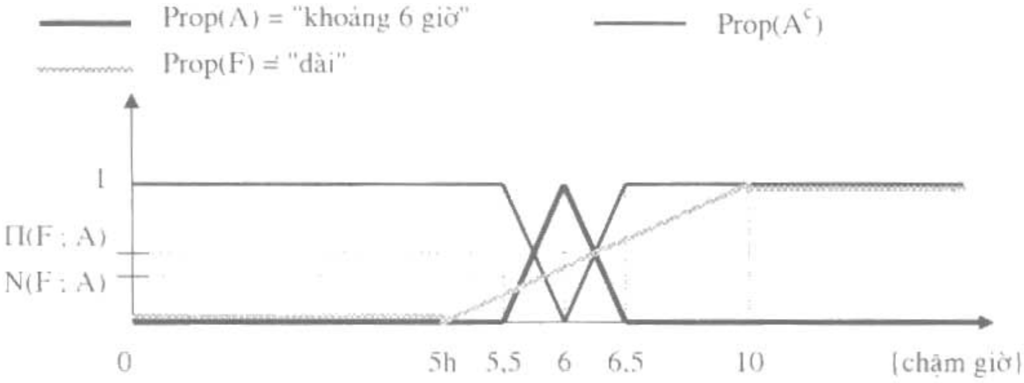
Cũng nên chú ý là độ đo khả năng và độ đo cần thiết tương đối không đúng là những đặc trưng của các độ đo khả năng và cần thiết. Nói riêng, thường là :

$$\max(\Pi(F;A), 1 - N(F;A)) \neq 1.$$

Thực vậy, ta có thể có đồng thời $\Pi(F;A) < 1$ và $\Pi(F^c;A) < 1$, có nghĩa $ker(F) \cap ker(A) = \varnothing$ và $ker(F^c) \cap ker(A) = \varnothing$. Muốn vậy chỉ cần nhân của A chứa trong phần bù trong X của $ker(F) \cup ker(F^c)$. Vậy không nhất thiết có $N(F;A) = 0$ mỗi khi $\Pi(F;A) < 1$, cũng như không nhất thiết $N(F;A) > 0$ mỗi khi $\Pi(F;A) = 1$. Hơn nữa, tính chất $\Pi(F;A) \geq N(F;A)$ không còn luôn đúng (chẳng hạn, nó không đúng nếu $\inf_x f_F(x) > 1/2$ và $\sup_x f_A(x) < 1/2$).

Sau cùng, lưu ý là với bất kỳ tập con mờ được chuẩn hoá A, ta có $\Pi(A;A) = 1$, $N(A;A) \geq 1/2$; (chẳng hạn $N(A;A) \geq 1/2$ nếu $\inf_x f_A(x) > 1/2$) và như vậy $c(A;A) > 3/4$, nhưng nói chung $c(A;A) \neq 1$.

Thí dụ 3.1 . Một thí dụ được cho trên hình 2.14 liên quan tới vũ trụ X các thời gian hạ cánh chậm của một máy bay. Biết rằng thời gian chậm dự kiến là khoảng 6 giờ, và đặc trưng cho sự không chính xác được biểu diễn bởi tập con mờ A của X. Trong chừng mực nào có thể xem thời hạn đó là dài ? Đó chính là các đại lượng $\Pi(F;A)$ và $N(F;A)$, trong đó F là tập con mờ liên kết với tính chất "ngắn". Ta lưu ý là $\Pi(F;A) < 1$ và $N(F;A) > 0$, và vì vậy $\max(\Pi(F;A), 1 - N(F;A)) \neq 1$ và $\Pi(F;A) \geq N(F;A)$.



Hình 2.14. Sự tương thích của tập con mờ F với tập con mờ tham chiếu A

3.2. Tri thực tiên quyết khả năng

Ta biết những giá trị nào là có thể của tập tham chiếu X nhờ vào một phân bố khả năng π được cho trên X. Sự tương thích của F với π được định giá theo cách sau :

Định nghĩa 3. 4: Gọi π là một phân bố khả năng được cho trên X, với mọi tập con mờ F của X, ta định nghĩa *độ đo khả năng của F đối với π* bởi :

$$\Pi(F;\pi) = \sup_{x \in X} \min (f_F(x), \pi(x)),$$

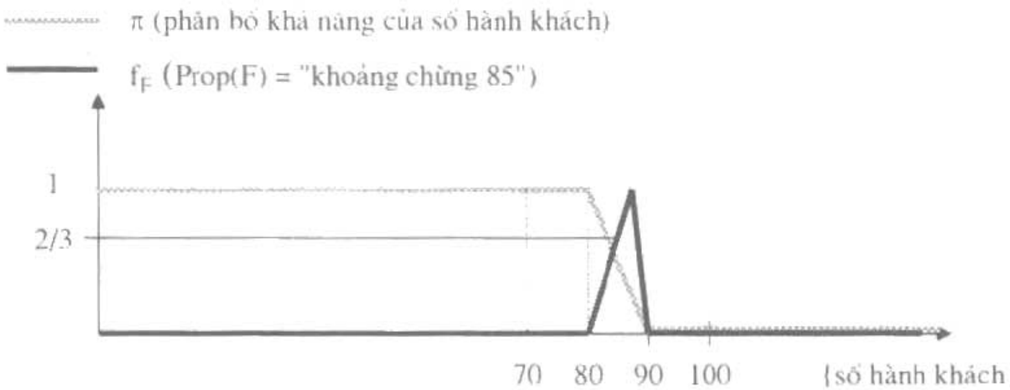
và độ đo cần thiết của F đối với π bởi :

$$N(F;\pi) = \inf_{x \in X} \max (f_F(x), 1-\pi(x)).$$

Như với trường hợp cho tiên quyết một tập con mờ A của X, độ đo cần thiết tương đối được suy từ đô đo khả năng tương đối bởi $N(F;\pi) = 1 - \Pi(F^c,\pi)$, và những tính chất kinh điển của các độ đo khả năng và cần thiết không nhất thiết được thoả mãn. Hai hệ số đó cho phép định giá sự tương thích của một mô tả mờ F với một phân bố khả năng đã biết.

Thí dụ 3. 2: Một lần nữa lại xét biến ngôn ngữ (V,X,T_V), trong đó $X = [0,100]$ và V là số người trong một toa xe, được đặc trưng bởi phân bố khả năng π. Giả sử một người quan sát chỉ ra một số hành khách không chính xác, chẳng hạn F = " khoảng chừng 85 người ", với một biểu diễn tam giác $(85,5,5)_{LR}$, được chỉ rõ trong hình 2.15. Ta suy ra từ đó một đánh giá về sự kiện là chỉ dẫn đó chấp nhận được, khi biết π, được cho bởi độ đo khả năng $\Pi(F;\pi) = 2/3$ và độ đo cần thiết $N(F;\pi) = 0$, có nghĩa một độ chắc chắn bằng không về tính xác thực của nó.

Các độ đo khả năng và cần thiết của một tập con mờ đối với việc cho tiên quyết một tập con mờ bất kỳ khác hay một phân bố khả năng là rất quan trọng trong tất cả các lĩnh vực. Đó là những chỉ dẫn về sự tương thích giữa một tri thức được dùng làm tham chiếu và một thông tin mới. Ta sử dụng chúng chẳng hạn trong việc khai thác mờ các cơ sở dữ liệu, trong các hệ chuyên gia mờ, trong lập luận bằng tương tự, để so sánh một mệnh đề mờ quan sát được " V là F" với một mệnh đề mờ tham chiếu "V là A".



Hình 2.15. Sự tương thích của tập mờ con F với phân bố khả năng π

PHỤ LỤC

1. Chứng minh một số tính chất

Chứng minh tính chất 1.1.3. max $(\Pi(A), \Pi(A^c)) = \Pi(A \cup A^c) = \Pi(X) = 1$. Vậy $\Pi(A) = 1$ hay $\Pi(A^c) = 1$, cả hai đều có thể đúng và do đó $\Pi(A) + \Pi(A^c) \geq 1$.

Chứng minh tính chất 1.2.3: min $(N(A), N(A^c))$ = min $(1-\Pi(A^c), 1-\Pi(A)) = 1-$ max $(\Pi(A^c), \Pi(A)) = 0$. Vậy một trong hai giá trị, $N(A)$ hay $N(A^c)$, ít nhất phải bằng không và do đó $N(A) + N(A^c) \leq 1$.

Chứng minh tính chất 1.2.4: Giả sử N đã được định nghĩa như vậy, chứng minh rằng đó đúng là một độ đo cần thiết. Nếu $A = \varnothing$, $A^c = X$, $\Pi(A^c) = 1$ và $N(A) = 0$. Nếu $A = X$, $A^c = \varnothing$ và $N(A) = 1$. Vậy tiên đề (iii) được thoả. Với bất kỳ dãy $A_1, A_2, \ldots$ các tập con của X, gọi $A = \cap_{i=1,2,\ldots} A_i$, khi đó $N(A) = 1 - \Pi(A^c) = 1 - \Pi(\cup_{i=1,2,\ldots} A_i^c) = 1 - \sup_{i=1,2,\ldots} \Pi(A_i^c) = \inf_{i=1,2,\ldots} (1 - N(A_i^c)) = \inf_{i=1,2,\ldots} N(A_i)$. Vậy tiên đề (iv) được thoả.

Chứng minh tính chất 1.2.6: $\Pi(A) - N(A) = \Pi(A) - 1 + \Pi(A^c) \geq 0$ và max $(\Pi(A), 1 - N(A))$ = max $(\Pi(A), \Pi(A^c)) = 1$, và điều đó đã chứng minh hai bất đẳng thức đầu tiên. Suy ra giá trị lớn nhất trong hai đại lượng $\Pi(A)$ và $1 - N(A)$ phải bằng 1. Còn như, nếu $N(A) \neq 0$, thì $1 - N(A)$ sẽ khác 1 và phải có $\Pi(A) = 1$ và hệ thức thứ ba được chứng minh. Ngược lại, nếu $\Pi(A) \neq 1$ thì $1 - N(A) = 1$ và vì vậy $N(A) = 0$ và hệ thức thứ tư được chứng minh.

Chứng minh tính chất 1.3.1 : Với A bất kỳ trong **E**, $\{E \in \mathbf{E} / A \supseteq E\} \subseteq \{E \in \mathbf{E} / A \cap E \neq \varnothing\}$ và do đó $Bel(A) \leq Pl(A)$. Hơn nữa,

$$Pl(A) = \Sigma_{E \in \mathbf{E}/A \cap E \neq \varnothing} m(E) = \Sigma_{E \in \mathbf{E}} m(E) - \Sigma_{E \in \mathbf{E}, E \subseteq A^c} m(E) = 1 - Bel(A^c).$$

Mặt khác, $Bel(A) + Bel(A^c) = \Sigma_{E \in \mathbf{E}, E \subseteq A} m(E) + \Sigma_{E \in \mathbf{E}, E \subseteq A^c} m(E) = \Sigma_{E \in \mathbf{E}, E \subseteq X} m(E) - \Sigma_{E \in \mathbf{E}, E \cap A \neq \varnothing \text{ và } E \cap A^c \neq \varnothing} m(E) \leq 1$ và hệ thức thứ ba được chứng minh. Hệ thức thứ tư là một hệ quả trực tiếp, do tính đối ngẫu giữa Bel và Pl.

Chứng minh tính chất 1.3.2 : Ta có :

$Bel(A \cup B) = \Sigma_{E \in \mathbf{E}, A \cup B \supseteq E}\, m(E) = \Sigma_{E \in \mathbf{E}, A \supseteq E}\, m(E) + \Sigma_{E \in \mathbf{E}, B \supseteq E}\, m(E) - \Sigma_{E \in \mathbf{E}, A \cap B \supseteq E}\, m(E) + \Sigma_{E \in \mathbf{E}, A \cup B \supseteq E, E \not\subseteq A, E \not\subseteq B}\, m(E) = Bel(A) + Bel(B) - Bel(A \cap B) + k$, với $k \geq 0$.

Hệ thức thứ nhất được nghiệm đúng. Hệ thức thứ hai được suy từ đối ngẫu.

Chứng minh tính chất 1.3.3 : Rõ ràng là $Bel(\varnothing) = Pl(\varnothing) = 0$ và $Bel(X) = Pl(X) = \Sigma_{E \in \mathbf{E}}\, m(E) = 1$. Giả sử A và B là hai tập con của X sao cho $A \supseteq B$. Khi đó $Bel(A) = \Sigma_{E \in \mathbf{E}, A \supseteq E}\, m(E) \geq \Sigma_{E \in \mathbf{E}, B \supseteq E}\, m(E) = Bel(B)$. Do đối ngẫu, ta có $Pl(A) \geq Pl(B)$.

Chứng minh tính chất 1.3.4 [Shafer 76] :

$$\Sigma_{B \in P(X), A \supseteq B} (-1)^{|A-B|}\, Bel(B) = (-1)^{|A|}\, \Sigma_{B \in P(X), A \supseteq B} (-1)^{|B|}\, Bel(B)$$

$$= (-1)^{|A|}\, \Sigma_{B \in P(X), A \supseteq B} (-1)^{|B|}\, \Sigma_{E \in \mathbf{E}, B \supseteq E}\, m(E)$$

$$= (-1)^{|A|}\, \Sigma_{E \in \mathbf{E}, A \supseteq E}\, m(E)\, \Sigma_{B \in P(X), A \supseteq B \supseteq E} (-1)^{|B|}.$$

Dễ chứng minh rằng $\Sigma_{B \in P(X), A \supseteq B \supseteq E} (-1)^{|B|}$ bằng $(-1)^{|A|}$ nếu A = E và bằng 0 trong trường hợp ngược lại. Vậy chỉ những thừa số $\Sigma_{E \in \mathbf{E}, A \supseteq E}\, m(E)$ tham gia trong tổng trên là những thừa số ứng với A = E và chúng bằng m(A). Kết quả của việc lấy tổng là $(-1)^{|A|}\, m(A)\, (-1)^{|A|}$ và bằng với m(A).

Chứng minh tính chất 1.3.5 :

$$\Sigma_{A \subseteq X}\, m_{12}(A) = K\, \Sigma_{A \subseteq X}\, \Sigma_{B \subseteq X, C \subseteq X, B \cap C = A}\, m_1(B)\, m_2(C)$$

$$= \Sigma_{B \subseteq X, C \subseteq X}\, m_1(B)\, m_2(C) = \Sigma_{B \subseteq X}\, m_1(B)\, \Sigma_{C \subseteq X}\, m_2(C) = 1$$

Chứng minh tính chất 1.3.6 Vì các hàm chấp nhận và niềm tin là các độ đo mờ, nên chỉ cần chứng minh các tính chất (ii) cho hàm thứ nhất và (iv) cho hàm thứ hai. $\forall (A, B) \in \mathbf{P}(X)^2$, gọi r là chỉ số i lớn nhất sao cho $E_i \cap A \neq \varnothing$ và s là chỉ số i lớn nhất sao cho $E_i \cap B \neq \varnothing$. Khi đó $Pl(A) = \Sigma_{1 \le i \le r}\, m(E_i)$ và $Pl(B) = \Sigma_{1 \le i \le s}\, m(E_i)$ và : $Pl(A \cup B) = \Sigma_{E \in \mathbf{E}/(A \cup B) \cap E \neq \varnothing}\, m(E) = \Sigma_{1 \le i \le \max(r,s)}\, m(E_i) = \max\,(Pl(A), Pl(B))$. Do đó, trong trường hợp này, Pl là một độ đo khả năng. Do đối ngẫu giữa Pl và Bel, Bel là một độ đo cần thiết

Chứng minh tính chất 1.3.8 : Giả sử các phần tử tiêu điểm là những tập một phần tử của X. Khi đó, với bất kỳ tập con A của X :

$$Pl(A) = \Sigma_{E \in \mathbf{E}/E \cap A \neq \varnothing}\, m(E) = \Sigma_{x \in A}\, m(\{x\}).$$

Cũng vậy, $Bel(A) = \Sigma_{E \in \mathbf{E}/A \supseteq E}\, m(E) = \Sigma_{x \in A}\, m(\{x\})$.

Khi đó, với mọi tập con B của X mà rời với A :

$Pl(A \cup B) = \Sigma_{x \in A \cup B}\, m(\{x\}) = \Sigma_{x \in A}\, m(\{x\}) + \Sigma_{x \in B}\, m(\{x\}) = Pl(A) + Pl(B)$, và như vạy Pl có các tính chất của một độ đo xác suất.

Chứng minh tính chất 3. 2 : $N(F;A) = \inf_{x \in X} \max\,(f_F(x), 1 - f_A(x)) = \inf_{x \in X} \max(1 - f_{F^c}(x), \quad 1 - f_A(x)) = \inf_{x \in X}[1 - \min(f_{F^c}(x), \quad f_A(x))] = 1 - \sup_{x \in X} \min(f_{F^c}(x), f_A(x)) = 1 - \Pi(F^c;A)$.

Chứng minh tính chất 3. 3: $N(F;A) = 1$ nếu và chỉ nếu $\Pi(F^c;A) = 0$. Vậy thì nếu $F^c \cap A = \varnothing$ hoặc còn là $supp(F^c) \cap supp(A) = \varnothing$, tương đương với nói rằng $supp(A) \subseteq (supp(F^c))^c$. Thế mà, $(supp(F^c))^c = ker(F)$. Suy ra $N(F;A) = 1$ nếu và chỉ nếu $supp(A) \subseteq ker(F)$, kéo theo $F \supseteq A$.

$N(F;A) = 0$ nếu và chỉ nếu $\Pi(F^c;A) = 1$, có nghĩa nếu $ker(F^c) \cap ker(A) \neq \varnothing$. Nếu ta có $F \supseteq A$, sẽ suy ra được $ker(F) \supseteq ker(A)$, hay một cách tương đương $(supp(F^c))^c \supseteq ker(A)$, kéo theo $supp(F^c) \cap ker(A) = \varnothing$, và do đó $ker(F^c) \cap ker(A) = \varnothing$. Suy ra, nếu $N(F;A) = 0$, ta không thể có $F \supseteq A$.

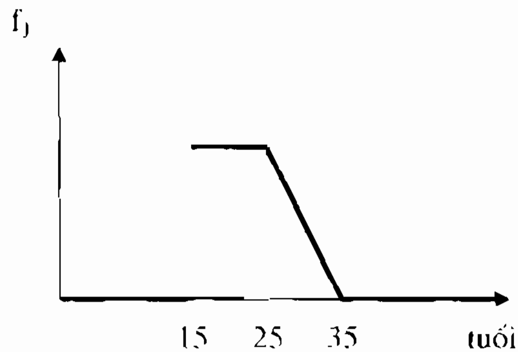
2. Bài tập

Bài tập 2. 1 – Sau một vụ giết người, có 4 kẻ bị tình nghi : Liên (nữ giới, 20 tuổi), Mẫn (nam giới, 28 tuổi), Nam (nam giới, 23 tuổi), Phát (nam giới, 29 tuổi).

1°) Các nhân chứng cung cấp những thông tin sau :

(a) hoàn toàn có khả năng hung thủ là một người đàn ông, với một độ chắc chắn 0,8.

(b) chắc chắn hung thủ trẻ tuổi ("trẻ" được biểu diễn bởi một tập con mờ J của vũ trụ tuổi, có hàm thuộc f_J được cho bởi hình vẽ kèm theo).



. Bằng cách nào, có thể xác định các độ đo khả năng và cần thiết để mỗi một người bị tình nghi là thủ phạm ?

. Hỏi các độ đo khả năng và cần thiết được gán cho sự kiện khẳng định hung thủ có độ tuổi nằm giữa 18 và 30 ? có tuổi lớn hơn 30 ?

2^o) Tiến hành thẩm vấn 8 nhân chứng, thu được kết quả :

(c) 4 người cho rằng, dựa vào dáng dấp, hung thủ có tuổi nằm giữa 20 và 25,

(d) Một người cho rằng đó là một người nam từ 28 đến 30 tuổi,

(e) 2 người cho rằng hung thủ là một người nam,

(f) 1 người cho là đã nhận ra hung thủ là Phát.

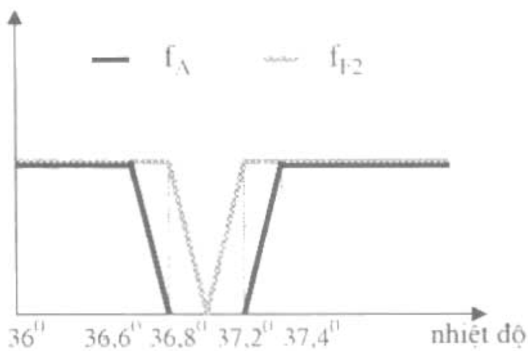
. Hỏi thể hiển nhiên thu được trên X là gì ?

. Hãy xác định các độ đo niềm tin và chấp nhận liên kết với mỗi một sự kiện cho rằng Liên, Mẫn, Nam hay Phát là hung thủ.

. Có thể suy ra gì về xác suất cho rằng Liên, Mẫn, Nam hay Phát theo thứ tự là hung thủ ?

3^o) Hãy cho một thí dụ về sự làm chứng của 8 nhân chứng đưa tới việc biết được xác suất để mỗi một người bị tình nghi là thủ phạm. Cho một thí dụ khác dẫn tới việc biết được độ đo khả năng và cần thiết để mỗi người bị tình nghi là thủ phạm.

Bài tập 2. 2: Cho vũ trụ X các thân nhiệt và A là tập con mờ biểu diễn đặc trưng " bất bình thường ", được xác định trên hình vẽ. Ta nghiên cứu các tập con mờ sau : F_1 = "ở giữa 37^0C và 38^0C", F_2 = "tương đối bất bình thường" có hàm thuộc được xác định trên hình vẽ, F_3 = "khoảng gần $37,2^0C$" tương ứng với số mờ tam giác ($37,2^0C$, $0,2^0C$, $0,2^0C$), F_4 = "37^0C với một độ không chắc chắn 0,5". Với mỗi tập con mờ như vậy, hãy cho các giá trị của $\Pi(F;A)$, $N(F;A)$, $c(F;A)$. Lưu ý là ta có thể có max $(\Pi(F;A), 1 - N(F;A)) \neq 1$.



Bài tập 2. 3: Cho hai số mờ M và N có giá trị modal theo thứ tự m và n, và có các hàm thuộc f_M và f_N. Ta so sánh chúng bằng cách định nghĩa độ đo khả năng mà với nó M lớn hơn hay bằng N bởi :

$$\Pi(M \geq N) = \sup_{\{(x,y)/\, x \geq y\}} \min (f_M(x), f_N(y)).$$

Chứng minh rằng $\Pi(M \geq N) = 1$ nếu và chỉ nếu $m \geq n$. Nếu không, hãy tính $\Pi(M \geq N)$?

CHƯƠNG III

LẬP LUẬN XẤP XỈ

1. LẬP LUẬN THEO LOGIC MỜ

2. LẬP LUẬN THEO LOGIC KHẢ NĂNG

1. LẬP LUẬN THEO LOGIC MỜ

1.1 Tính bất cập của lập luận theo logic cổ điển

1.1.1. Nhu cầu lập luận trong môi trường mờ

Việc biểu diễn tri thức được xây dựng trên lý thuyết các tập con mờ đưa tới một xử lý mềm dẻo các tri thức. Từ lúc người ta cho phép các phạm trù có các đường biên được xác định một cách không chính xác cũng như có các phần tử chỉ thuộc một phần vào các lớp, ta đã cần tới các phạm trù hay các lớp đó, ngay cả khi những điều kiện sử dụng của chúng chỉ được thoả mãn không đầy đủ.

Logic cổ điển	Logic trong môi trường mờ
– Các mệnh đề p có hai giá trị chân lý có thể, giá trị đúng (ký hiệu 1) và sai (ký hiệu 0).	– Giá trị chân lý trung gian giữa hai giá trị cực biên.
– Hai lượng từ : lượng từ vạn năng ∀ mà với nó mọi tình huống đều thoả mãn phát biểu, và lượng từ tồn tại ∃ mà với nó ít nhất có một tình huống thoả.	– Các lượng từ mờ để mô tả các tình huống trung gian trong đó phát biểu chỉ thoả mãn một phần nào đó các tình huống.
– Xác suất hay khả năng để một phát biểu là đúng không được tính tới.	– Đặc tả ngôn ngữ của xác suất, khả năng hay chân lý của một phát biểu. Xử lý những cái không chắc chắn của các phát biểu.
– Một quy tắc suy diễn chỉ được sử dụng với một trong hai trường hợp sau : • tiền đề của nó là đúng (modus ponens) nếu $p \rightarrow q$ đúng và p đúng ———————— thì q đúng	– Một quy tắc suy diễn có thể chỉ đúng một phần và có thể được sử dụng khi tiền đề của nó được thoả mãn không hoàn toàn hay khi kết luận của nó không được thoả mãn hoàn toàn.

- kết luận của nó là sai (modus tollens)

  nếu $p \to q$ đúng

  và q sai

  ---

  thì p sai

Vậy thì, ta phải chấp nhận có những phát biểu chỉ đúng một phần và ta có thể lập luận một cách mềm dẻo hơn trên các tri thức không chính xác và/ hay là không chắc chắn, điều mà ta không thể làm được trong logic cổ điển.

Ta nhắc lại một số yếu tố liên quan tới logic cổ điển không đủ để lập luận trong ngữ cảnh các tri thức không đầy đủ và chỉ ra những nhu cầu cần cho môi trường mờ.

1.1.2. Các mở rộng của logic cổ điển

Những ý đồ đầu tiên nhằm làm mềm dẻo logic cổ điển liên quan tới việc thao tác các cấp độ chân lý khác với các giá trị chân lý đúng, sai tuyệt đối. Mở rộng đầu tiên của logic cổ điển đã được đề xuất [Lukasiewwicz 28], là một logic có ba trị chân lý được biểu diễn bởi 0 (sai), 1 (đúng) và 1/2 (nghi ngờ). Nó có thể được đưa vào từ việc cho các giá trị của phép kéo theo $\to$ và phép phủ định $\neg$. Các giá trị của phép hay là được suy từ $p \vee q = (p \to q) \to q$, còn đối với phép và được cho bởi $p \wedge q = \neg(\neg p \vee \neg q)$. Việc so sánh giữa các toán tử logic cổ điển và logic ba trị của Lukasiewicz được nhắc lại trên hình 3.1.

Phép hội của logic cổ điển

$p \wedge q$	0	1
0	0	0
1	0	1

Phép tuyển

$p \vee q$	0	1
0	0	1
1	1	1

Phép kéo theo

$p \to q$	0	1
0	1	1
1	0	1

Phép phủ định

p	$\neg p$
0	1
1	0

Logic 3 trị của Lukasiewicz

p \ q	0	1/2	1
0	0	0	0
1/2	0	1/2	1/2
1	0	1/2	1

p \ q	0	1/2	1
0	0	1/2	1
1/2	1/2	1/2	1
1	1	1	1

p \ q	0	1/2	1
0	1	1	1
1/2	1/2	1	1
1	0	1/2	1

p	¬p
0	1
1/2	1/2
1	0

Hình 3.1. So sánh giữa các toán tử của logic cổ điển với logic ba trị của Lukasiewicz

Logic ba trị của Lukasiewicz là một mở rộng của logic cổ điển. Như vậy, trong cả hai trường hợp, p → p là một hằng đúng (có nghĩa nó luôn đúng) và các giá trị chân lý là giống nhau trong cả hai logic khi các mệnh đề là đúng hay sai tuyệt đối, các bảng chân lý của logic ba trị của Lukasiewicz chứa cùng các giá trị chân lý như trong logic cổ điển khi mà p và q có các giá trị chân lý 0 hay 1. Tuy nhiên, một số tính chất của logic cổ điển đã mất đi do có sự mở rộng. Chẳng hạn, phép kéo theo p → q là đồng nhất với ¬p ∨ q chỉ nếu các giá trị chân lý của p và q là 0 hay 1. Ngược lại, nếu chúng bằng với 1/2, giá trị chân lý của p → q là 1 còn của ¬p ∨ q là 1/2

Tiếp sau đó, nhiều logic đa trị khác (chấp nhận hơn hai trị chân lý) đã được đề xuất, với các giá trị chân lý thuộc đoạn [0,1], trong đó 0 ứng với sai tuyệt đối, 1 với đúng tuyệt đối. Tuy nhiên, những sự mở rộng như vậy của logic cổ điển là không đủ để xử lý các tri thức không chính xác, vì chúng chỉ chấp nhận một thang bậc trong các giá trị chân lý mà không cho phép một mệnh đề có thể được phát biểu một cách không chính xác.

Logic mờ được Goguen đưa vào năm 1969 [Goguen 69] và được giới thiệu [Zadeh 76a] như một khung cho lập luận xấp xỉ, có nghĩa lập luận trên những tri thức mà với chúng các đặc trưng cứng nhắc là không có ý nghĩa, đặc biệt những đặc trưng được diễn đạt trong ngôn ngữ tự nhiên. Logic mờ được xem như một cách tiếp cận cho lập luận của con người. Chẳng hạn, luật "nếu giá thấp hơn 60000 đ, tôi sẽ mua" về trực quan là sẽ sử dụng được nếu giá là 60050 đ, nhưng rõ ràng không thể được áp dụng trong logic cổ điển vì phần tiền đề không được thoả mãn. Mọi lập luận tự nhiên nhằm đi tới một quyết định hay một hành động chính xác đều có tính tới những thông tin không chính xác và không chắc chắn. Cũng vậy, người bắn cung phải chăng có thể bắn trúng đích với một độ chính xác cao nếu như không biết khoảng cách chính xác tới mục tiêu, tốc độ và hướng gió, trọng lượng của mũi tên. Một cách tự nhiên, anh ta xử lý những đánh giá thô về các giá trị của các biến có liên quan. Bao giờ cũng có thể cố gắng làm được tốt như con người khi có những độ đo chính xác được cung cấp bởi các máy đo và sử dụng các định luật vật lý. Tuy nhiên, cần lưu ý là mọi số đo đều có những sự không chính xác, dù là rất nhỏ, rằng thế giới tự nhiên là rất phức tạp để có thể tính tới tất cả những thành phần của nó, và cần phải chuyển sang những mô tả gần đúng trạng thái của nó. Hơn nữa, một số tình huống không biết được qua trung gian của các máy đo, hoặc vì các biến mô tả tham gia không là số, hoặc vì thế giới ở một trạng thái không có được những số đo như vậy. Khi đó cần phải khắc phục sự thiếu vắng thông tin không chính xác bằng cách sử dụng một khung hình thức thích hợp là lý thuyết các tập mờ.

Lý thuyết khả năng được đưa vào để quản lý những cái không chắc chắn có bản chất phi xác suất, và ngoại trừ mọi xem xét của một môi trường mờ, ta có thể lập luận trên các tri thức mà nó cho phép biểu diễn. Đó chính là đối tượng của logic khả năng [Dubois, Prade 84], [Dubois Prade 88b].

Như vậy có một khả năng lựa chọn cho phép suy luận trên những tri thức không đầy đủ :

- khi các tri thức hiện có là không chính xác và cũng có thể không chắc chắn, ta dùng logic mờ.
- khi các tri thức chỉ không chắc chắn, ta dùng logic khả năng.

1.1.3. Các đặc trưng của logic mờ

Logic mờ là sự mở rộng của logic cổ điển. Các mệnh đề là những mệnh đề mờ được định nghĩa từ một tập L các biến ngôn ngữ (V,X,T_V) và một tập M các gia tử. Các giá trị chân lý của chúng thuộc vào khoảng [0,1] và được cung cấp bởi hàm thuộc của đặc trưng mờ được sử dụng trong mệnh đề mờ. Một giá trị chân lý bằng 1 (tương ứng 0) ứng với một mệnh đề đúng tuyệt đối (tương ứng sai tuyệt đối). Các lượng từ mờ (chẳng hạn, "trong đa số trường hợp", "nói chung"...) có thể được sử dụng [Zadeh 83a]. Có thể nói đến các đặc tả / điều kiện chân lý ("V là A" là đúng, rất đúng, ít đúng,. . .), các đặc tả xác suất ("V là A" là có thể, rất có thể, ít có thể,. . .), các đặc tả khả năng ("V là A" là có khả năng, rất có khả năng, ít có khả năng,. . .).

Trường hợp đặc biệt khi tất cả các mệnh đề mờ đều là các mệnh đề bool, có nghĩa chúng tuyệt đối đúng hay tuyệt đối sai, logic mờ đồng nhất với logic cổ điển. Các tập con cổ điển là những ttrường hợp riêng của các tập con mờ, và sự đồng nhất đó là tự nhiên : các tri thức chính xác, ứng với sự kiện là biến V lấy giá trị x_0 của vũ trụ X (chẳng hạn, "chiều cao là 30 m", hay "quyết định đưa ra là mở") được liên kết, không phải với các tập con mờ của X, mà là với các tập con thông thường có hàm đặc trưng bằng 1 tại x_0 và bằng 0 tại những điểm khác. Chúng cung cấp những trường hợp đặc biệt của các mệnh đề mờ là những mệnh đề bool, có giá trị chân lý bằng 1 khi $V = x_0$ và bằng 0 khi $V \neq x_0$.

1.2. Các phép kéo theo mờ

1.2.1. Định nghĩa của phép kéo theo mờ

Xét một luật có dạng "nếu p thì q", trong đó p và q là các mệnh đề của logic cổ điển. Phép kéo theo vật thể giữa p và q được liên kết với nó là đúng nếu cả p và q đều đúng, hay nếu p sai bất kể giá trị chân lý của q là gì. Vậy nó diễn tả một mối liên hệ giữa các giá trị chân lý của p và q.

Bây giờ hãy xét một luật mờ có dạng "nếu V là A thì W là B", được xây dựng từ hai biến ngôn ngữ (V, X, T_V) và (W, Y, T_W) và một tập M các gia tử. Nó định nghĩa một quan hệ R xác định trên XxY giữa các giá trị của V và những giá trị của W. Vì các giá trị đó bị hạn chế bởi những đặc trưng mờ A và B, quan hệ đó là mờ. Nó đo độ mạnh của mối liên hệ giữa tiền đề "V là A" và kết luận "W là B" của luật đó, làm rõ ảnh hưởng của sự kiện là tiền đề được thoả mãn, có nghĩa V thực sự được đặc trưng bởi A, vào sự kiện là kết luận của luật được thoả mãn, có nghĩa W được đặc trưng bởi B. Cũng vậy, giá trị chân lý của "V là A" được xác định bởi hàm thuộc của A, phép kéo theo mờ giữa hai mệnh đề mờ "V là A" và "W là B" được định nghĩa bởi hàm thuộc của R.

Định nghĩa 1.2.1: Phép kéo theo mờ giữa hai mệnh đề mờ sơ cấp "Vlà A" và "W là B" là một mệnh đề mờ liên quan tới cặp biến (V,W), có giá trị chân lý được cho bởi hàm thuộc f_R của một quan hệ mờ R giữa X và Y được xác định, với mọi (x,y) của X×Y bởi :

$$f_R(x,y) = \Phi(f_A(x), f_B(y)),$$

với hàm Φ từ $[0,1] \times [0,1] \to [0,1]$.

Nhận xét : Hàm Φ, trừ những trường hợp đặc biệt, được chọn sao cho phép kéo theo mờ đồng nhất với phép kéo theo cổ điển, trong trường hợp A và B được định nghĩa chính xác và chắc chắn.

Thí dụ 1.2.1 . Trong trường hợp thuê các phòng hội thảo, hãy xét các biến V và W theo thứ tự là sức chứa (theo số người) và giá thuê một ngày, được xác định trên các vũ trụ X và Y các số thực dương. Một luật mờ như "nếu sức chứa là quan trọng thì giá thuê là cao" thiết lập một liên hệ giữa mọi giá trị của sức chứa chấp nhận được đối với đặc trưng "quan trọng" với sự kiện là các giá thuê có thể là những giá tương thích với đặc trưng "cao". Nếu việc tìm kiếm ở một nơi cho trước, ta có thể biết chính xác giá thuê liên kết với sức chứa của mỗi phòng, và những đặc trưng A và B khi đó là chính xác. Chẳng hạn, "nếu sức chứa là 35 người thì giá là 800000 đồng". Khi đó luật là bool và các hàm thuộc $f_A(x)$ và $f_B(y)$ lấy giá trị bằng 1 theo thứ tự tại các điểm $x_0 = 35$ và $y_0 = 800000$ tại các vũ trụ xác định.

1.2.2. Các lớp tổng quát các phép kéo theo mờ

Không tồn tại một cách thức duy nhất để mở rộng phép kéo theo của logic cổ điển. Tuỳ thuộc vào xuất phát điểm đã chọn, ta thu được những lớp các phép kéo theo mờ có các tính chất chung. Những lớp chính được cho trong bảng của hình 3. 2 [Willmott 80], [Gaines 76].

1) Có thể hình dung đi từ dạng cổ điển $p \to q = \neg p \vee q$ và chuyển từ phép phủ định tới một phép phủ định mờ, từ một phép tuyển tới một phép tuyển mờ. Và như vậy, ta định nghĩa *lớp thứ nhất các phép kéo theo mờ :*

$$f_R(x,y) = \perp(n(f_A(x)), f_B(y)),$$

trong đó ⊥ là một t-đối chuẩn và n là một phép phủ định đối hợp. Trong logic cổ điển, phép kéo theo giữ nguyên giá trị chân lý nếu ta thay thế luật mờ "nếu p thì q" bởi "nếu ¬q thì ¬p". Ở đây cũng vậy, khi ta thay thế luật " nếu V là A thì W là B " bởi " nếu W là B^c thì V là A^c ", sử dụng n để định nghĩa phần bù. Bằng cách chọn phép phủ định $n(u) = 1 - u$, ta thu được phép kéo theo Kleene-Dienes với $\perp(u,v) = \max(u,v)$, thu được phép kéo theo Reichenbach với $\perp(u,v) = u + v - uv$, phép kéo theo Lukasiewicz với $\perp(u,v) = \min(u + v, 1)$.

2) Lưu ý là $p \wedge (\neg p \vee q) = p \wedge q$, có nghĩa là giá trị chân lý của $p \wedge (p \to q)$ là nhỏ hơn hay bằng giá trị chân lý của q và, sử dụng các tính chất của các dàn, ta đưa vào *lớp các phép kéo theo mờ thứ hai* :

$$f_R(x,y) = T^*(f_A(x), f_B(y)),$$

trong đó T^* là tựa nghịch đảo của t – chuẩn T, được xác định $\forall(u,v) \in [0,1]^2$ bởi $T^*(u,v) = \sup\{w \in [0,1], T(u,w) \le v\}$. Trường hợp đặc biệt khi T là một t–chuẩn acsimet của hàm sinh cộng tính f, tựa nghịch đảo của nó có dạng sau :

$$\forall(u,v) \in [0,1]^2, T^*(u,v) = f^{(-1)}(f(v) - f(u)).$$

Các thí dụ của lớp này như phép kéo theo mờ của Brouwer – Godel với $T(u,v) = \min(u,v)$, phép kéo theo mờ Goguen với $T(u,v) = uv$, với hàm sinh cộng tính $f(u) = -\ln u$, và phép kéo theo mờ Lukasiewicz với $T(u,v) = \max(u+v-1, 0)$ có hàm sinh cộng tính $f(u) = 1-u$.

Ký pháp	Giá trị chân lý	Tên
$f_{R^R}(x,y)$	$1 - f_A(x) + f_A(x).f_B(y)$	Reichenbach
$f_{R^W}(x,y)$	$\max(1 - f_A(x), \min(f_A(x), f_B(y)))$	Willmott
$f_{R^{RG}}(x,y)$	$\begin{cases} 1 & \text{nếu } f_A(x) \le f_B(y) \\ 0 & \text{ngược lại} \end{cases}$	Rescher–Gaines
$f_{R^{KD}}(x,y)$	$\max(1 - f_A(x), f_B(y))$	Kleene–Dienes
$f_{R^{BG}}(x,y)$	$\begin{cases} 1 & \text{nếu } f_A(x) \le f_B(y) \\ f_B(y) & \text{ngược lại} \end{cases}$	Brouwer–Godel
$f_{R^G}(x,y)$	$\begin{cases} 1 & \text{nếu } f_A(x) = 0 \\ \min(f_B(y)/f_A(x), 1) & \text{ngược lại} \end{cases}$	Goguen
$f_{R^L}(x,y)$	$\min(1 - f_A(x) + f_B(y), 1)$	Lukasiewicz
$f_{R^M}(x,y)$ *	$\min(f_A(x), f_B(y))$	Mamdani
$f_{R^P}(x,y)$ *	$f_A(x).f_B(y)$	Larsen

* Các đại lượng này không tổng quát hoá phép kéo theo của logic cổ điển

Hình 3.2. Những phép kéo theo mờ chính

3) Những mệnh đề lấy cùng một giá trị chân lý trong logic cổ điển có thể lấy những giá trị khác nhau trong một mở rộng của logic này. Chẳng hạn đó là trường hợp các giá trị của $\neg p \vee q$ và của $\neg p \vee (p \wedge q)$, chúng là đồng nhất trong logic cổ điển, nhưng không còn như vậy khi ta dùng các phép phủ định, tuyển và hội mờ. Khi đó ta thu được một lớp khác với lớp thứ nhất khi lấy mở rộng của $\neg p \vee (p \wedge q)$ làm định nghĩa cho phép kéo theo mờ. Biểu thức này còn có thể được viết là $\neg(p \wedge \neg(p \wedge q))$ khi chỉ dùng phép phủ định và phép hội. Và như vậy, ta đã định nghĩa *lớp các phép kéo theo mờ thứ ba*

$$f_R(x,y) = n[T(f_A(x), n(T(f_A(x), f_B(y))))],$$

với một phép phủ định n và và một t-chuẩn T, khi giả thiết rằng t-đối chuẩn được dùng cho phép tuyển là đối ngẫu của T đối với phép phủ định. Khi lại chọn phép phủ định $n(u) = 1-u$, ta thu được phép kéo theo của Willmott với $T(u,v) = \min(u,v)$, và phép kéo theo của Kleene–Dienes với $T(u,v) = \max(u+v-1, 0)$.

4) Dùng một định nghĩa tổng quát hơn cho một phép kéo theo mờ, có được từ việc mô tả các giá trị chân lý của phép kéo theo của logic cổ điển, ta có thể định nghĩa *lớp thứ tư các phép kéo theo mờ* bởi :

$$f_R(x,y) = \Phi(f_A(x), f_B(y)),$$

với một hàm Φ sao cho $\Phi(u,v) = 1$ nếu $u \le v$, và $\Phi(u,v) < 1$ trong trường hợp ngược lại.

Các trường hợp đặc biệt là phép kéo theo Rescher–Gaines có được bằng cách lấy $\Phi(u,v)$ là hàm bằng 0 với $u > v$, và phép kéo theo Kleene – Dienes có được khi lấy $\Phi(u,v) = v$ với $u > v$.

5) Các phép kéo theo mà chúng ta vừa giới thiệu là những mở rộng của phép kéo theo vật thể. Khi biểu diễn luật "nếu V là A thì W là B" nhờ vào một trong chúng, ta cho nó ngữ nghĩa "(V là A) kéo theo (W là B)". Tuy nhiên, theo truyền thống trong điều khiển mờ, ta mô hình hoá cũng luật đó theo cách hội, và khi đó gán cho nó ngữ nghĩa "(V là A) và (W là B)". Điều này dẫn đến biểu diễn luật bởi hệ thức $f_R(x,y) = T(f_A(x), f_B(y))$, trong đó T là một t-chuẩn. Tuy là biểu diễn đó không mở rộng phép kéo theo vật thể, phép kéo theo ta đang nói ở đây là theo nghĩa của định nghĩa 1.2.1, điều mà chúng ta đã cố ý lựa chọn rất tổng quát, mà các thí dụ kinh điển nhất là các phép kéo theo của Mamdani và của Larsen. Trong mọi trường hợp, sự phân biệt đó không chỉ về ngữ nghĩa, và cần nhớ rằng việc chọn một biểu diễn hội hay kéo theo ảnh hưởng tới cách thức kết nhập các luật (xem chương 6, mục 3.1) và giải thích những khác biệt giữa các dáng điệu của các toán tử kéo theo mà sau đây chúng ta sẽ thấy.

Nhận xét : Có thể xây dựng những lớp khác các phép kéo theo mờ và ở đây chúng ta đã giới thiệu những lớp quan trọng nhất. Những lớp này không rời nhau và một số phép kéo theo có thể thuộc nhiều lớp, chẳng hạn như phép kéo theo của Kleene–Dienes hay của Lukasiewicz. Suy ra các toán tử hội và tuyển liên kết với một phép kéo theo mờ là không duy nhất, vì rằng R^{KD} chẳng hạn, được liên kết với $\perp(u,v) = \max(u,v)$ cho sự có mặt của nó trong lớp thứ nhất và với $T(u,v) = \max(u+v-1, 0)$ cho sự có mặt của nó trong lớp thứ hai, với phép phủ định $n(u) = 1-u$.

x \ y	[0, c[	]c, d[	[d, ∞[	$f_A(x)$
[0, a]	1	1	1	0
]a, b[	$(b-x)/(b-a)$	$\min(1-(x-a)/(b-a)+(y-c)/(d-c), 1)$	1	$(x-a)/(b-a)$
[b, ∞[	0	$(x-c)/(d-c)$	1	1
$f_B(y)$	0	$(x-c)/(d-c)$	1	

Hình 3.3. Các giá trị chân lý $f_R(x,y)$ của phép kéo theo mờ Lukasiewicz với hai hàm thuộc hình thang

Thí dụ 1.2.2 : Xét luật mờ "nếu diện tích lớn thì giá cao" được giới thiệu trên hình 2.11 của chương 2. Các hàm thuộc $f_A(x)$ và $f_B(y)$ được chỉ rõ trong bảng của hình 3.3. Nếu ta dùng, chẳng hạn, phép kéo theo của Lukasiewicz để định lượng sức mạnh liên kết giữa tiền đề và kết luận, giá trị chân lý của luật mờ $f_R(x,y)$ cũng được chỉ ra trong bảng đó. Một sức chứa cho trước x liên kết với mỗi giá y với một sức mạnh $f_R(x,y)$ càng lớn chừng nào giá trị của y là chấp nhận được, một khi đã cho x, đối với luật được phát biểu. Chẳng hạn, một sức chứa x, thuộc khoảng [b,∞[không liên kết với một một giá y nào thuộc khoảng [0,c[vì khi đó $f_R(x,y) = 0$.

1.2.3. Tính chất của các phép kéo theo mờ

Cho dù phần lớn những phép kéo theo mờ mở rộng phép kéo theo của logic cổ điển, chúng mở rộng theo những cách thức khác nhau. Các tình huống đúng và sai tuyệt đối với các phép kéo theo mờ được chỉ rõ trên hình 3.4, và việc nghiên cứu chúng xác nhận vị trí đặc biệt của các phép kéo theo R^M, R^P, không tương thích với phép kéo theo cổ điển. Ta nhận thấy là với một số trong chúng (R^R, R^{KD}, R^W), phép kéo theo chỉ có các giá trị chân lý tuyệt đối nếu tiền đề và kết luận cũng vậy, và điều này không đúng với với các phép kéo theo mờ khác (R^{RG}, R^{BG}, R^{G}, R^{M}, R^{P}) [Bouchon 89].

Nói riêng, khi luật là bool, có nghĩa tiền đề và kết luận của nó là chính xác và chắc chắn, các hàm thuộc của chúng bằng 1 tại một điểm của vũ trụ định nghĩa của chúng và bằng 0 tại mọi điểm khác, tất cả các phép kéo theo mờ cho cùng một kết quả như phép kéo theo cổ điển, trừ ra các phép kéo theo mờ của Mamdani và của Larsen.

Một cách ít nghiêm ngặt hơn, giả sử rằng chỉ tiền đề hoặc kết luận là chính xác và chắc chắn. Trong trường hợp thứ nhất, tiền đề có dạng "V bằng với x_0", với điểm x_0 thuộc X, chẳng hạn như luật "nếu diện tích là 90 m^2, thì giá cao". Tất cả các phép kéo theo mờ của bảng của hình 3.2 lấy giá trị $f_R(x_0,y) = f_B(y)$ với mọi y thuộc Y, trừ ra R^{RG}. Trong trường hợp thứ hai, kết luận có dạng "W bằng y_0", với một điểm y_0 của Y, ta có một luật quyết định, rất thường gặp trong các hệ cơ sở tri thức, chẳng hạn như " nếu sức chứa của gian phòng là quan trọng thì phải dự kiến có micrô " bằng cách dùng vũ trụ Y = {dự kiến có micrô, không dự kiến micrô}; Khi đó mọi phép kéo theo mờ của bảng này lấy giá trị $f_R(x,y_0) = 1$ với mọi x thuộc X, trừ R^W, R^M, R^P (xem hình 3.5).

Các phép kéo theo	$f_R(x,y)$ bằng 0	$f_R(x,y)$ bằng 1
R^R, R^{KD}	nếu $f_A(x) = 1$ và $f_B(y) = 0$	nếu $f_A(x) = 0$ hoặc $f_B(y) = 1$
R^W		nếu $f_A(x) = 0$ hoặc $f_A(x) = f_B(y) = 1$
R^{RG}	nếu $f_A(x) > f_B(y)$	
R^{BG}, R^G	nếu $f_A(x) \neq 0$ và $f_B(y) = 0$	nếu $f_A(x) \leq f_B(y)$
R^L	nếu $f_A(x) = 1$ và $f_B(y) = 0$	nếu $f_A(x) < f_B(y)$
R^M, R^P	nếu $f_A(x) = 0$ hoặc $f_B(y) = 0$	nếu $f_A(x) = f_B(y) = 1$

Hình 3.4. Các giá trị nhị phân của các phép kéo theo mờ chính

Các phép kéo theo	Tiền đề chính xác tại x_0		Kết luận chính xác tại y_0	
	$x = x_0$	$x \neq x_0$	$y = y_0$	$y \neq y_0$
R^R, R^{KD}, R^L	$f_B(y)$	1	1	$1-f_A(x)$
R^W			$\max(f_A(x), 1-f_A(x))$	$1-f_A(x)$
R^{RG}	1 nếu $f_B(y)=1$, 0 ngược lại	1	1	1 nếu $f_A(x)=0$, 0 ngược lại
R^{BG}, R^G	$f_B(y)$	1		
R^M, R^P	$f_B(y)$	0	$f_A(x)$	0

Hình 3.5 Giá trị của các phép kéo theo mờ chính đối với các mệnh đề chính xác

1. 3 Modus ponens suy rộng

1.3.1. Nguyên lý của modus ponens suy rộng

Lập luận xấp xỉ [Zadeh 79] đã được đưa vào để cho phép thực hiện tự động các suy diễn được cung cấp bởi con người sau một lập luận tự nhiên. Những mệnh đề mờ là một biểu diễn của tri thức được diễn tả theo cách tự nhiên bởi con người, cho dù họ là các chuyên gia, các nhà quan sát của hệ thống đang được nghiên cứu hay là những chuyên viên trong công việc xử lý hệ thống. Một luật mờ như "nếu diện tích lớn thì giá là cao" phải có thể được, chẳng hạn, sử dụng cho một căn hộ đặc biệt, mà ta biết được chính xác diện tích, ngay khi nó không thực sự điển hình cho đặc trưng "lớn" và cũng là bổ ích có một chỉ dẫn về giá cả, ngay khi diện tích, chẳng hạn, chỉ là tương đối lớn. Trong logic cổ điển, modus ponens chỉ cho phép có một kết luận khi biết chính xác rằng diện tích của căn phòng là lớn. Vậy cần phải thiết lập một dạng mềm dẻo của modus ponens để đáp ứng được những nhu cầu của chúng ta. Với một luật dạng "nếu V là A thì W là B", một kết luận phải thu được đối với W khi dữ kiện cho trước có dạng " V là A' " với A' khác A ít nhiều. Hai mệnh đề mờ "V là A" và " V là A' " được xem là gần nhau trong chừng mực các tập con mờ A và A' có các hàm thuộc ít khác nhau, chẳng hạn, nếu hạt nhân và giá của chúng là đồng nhất hay khác nhau ít. Lập luận xấp xỉ tính tới ý tưởng của sự gần nhau và cho phép xử lý trong cùng một khuôn khổ những tri thức được diễn tả theo cách ký hiệu hay những dữ liệu thuần tuý số. Nó cũng cho phép tính tới khía cạnh thang bậc của các đặc trưng mờ : nếu dữ kiện rất gần với tiền đề của luật thì kết luận sẽ rất gần với kết luận của luật.

Những điều kiện để sử dụng *modus ponens suy rộng* [Zadeh 76a] là như sau:

Luật mờ :	(R1)	nếu V là A thì W là B	
Hàm thuộc :		f_A	f_B
Sự kiện quan sát được		V là A'	
Hàm thuộc :		$f_{A'}$	
Kết luận :			W là B'
Hàm thuộc :			$f_{B'}$

Ta xét các mệnh đề mờ sơ cấp để đơn giản ký pháp, nhưng cùng sơ đồ trên cũng áp dụng được cho các mệnh đề mờ bất kỳ. Những thông tin đã có để xác định kết luận, một phần là những thông tin liên quan tới luật, được lượng hoá bởi phép kéo theo mờ f_R mô tả liên kết nhân quả giữa "V là A" và "W là B", một phần là những thông tin liên quan tới sự kiện quan sát được, được lượng hoá bởi hàm thuộc $f_{A'}$.

Định nghĩa 1.3.1 : Khi có một luật dạng " nếu V là A thì W là B ", và một quan sát " V là A' " thì kết luận được xác định bởi *modus ponens suy rộng* là mệnh đề mờ " W là B' ". B' có hàm thuộc sau :

$$\forall y \in Y \ f_{B'}(y) = \sup_{x \in X} T(f_{A'}(x), f_R(x,y)),$$

với một t-chuẩn T là một toán tử của modus ponens suy rộng.

Thí dụ 1.3.1: Với luật " nếu diện tích lớn thì giá là cao ", được biểu diễn đồ thị trên hình 2.11 của chương 2, ta có thể có một quan sát như "diện tích là 100 m^2", mà với nó giá trị số là tiêu biểu cho đặc trưng "lớn" ($f_{lớn}(100) = 1$). Tuy nhiên logic cổ điển không cho phép dùng luật vì quan sát là khác với tiền đề. Trong logic mờ, ta sẽ tìm thấy " giá là cao ". Ta cũng có thể có một quan sát như " diện tích là 85 m^2 ", không phù hợp hoàn toàn với luật ($f_{lớn}(85) = 0.5$), cũng như có thể có một quan sát mơ hồ như " diện tích tương đối lớn ". Khi đó sẽ thu được một kết luận khác chút ít với kết luận của luật, như " giá ít nhiều là cao ", hoặc là " tương đối chắc chắn rằng giá là cao ".

Để tương thích với logic cổ điển, modus ponens suy rộng phải đồng nhất với modus ponens thông thường trong trường hợp mô tả của quan sát chính xác là dữ kiện được cho trong tiền đề của luật, có nghĩa A = A'. Trong trường hợp đó, ta phải thu được một kết luận B' bằng với B.

Định nghĩa 1.3.2: Một chuẩn tam giác T là một *toán tử modus ponens suy rộng* tương thích với phép kéo theo mờ R nếu, nó nghiệm đúng với bất kỳ các hàm thuộc f_A và f_B :

$$\forall y \in Y \; f_{B'}(y) = \sup_{x \in X} T(f_{A'}(x), f_R(x,y)),$$

với $f_R(x,y) = \Phi(f_A(x), f_B(y))$.

Hình 3.6 chỉ ra những lựa chọn chính có thể. Lưu ý là toán tử T(u,v) = min(u,v) chỉ dùng được với một số phép kéo theo mờ. Khi có nhiều toán tử modus ponens suy rộng với cùng một phép kéo theo mờ, chúng cho các kết quả tương tự đối với một luật mờ và một sự kiện quan sát được cho trước.

Kết luận "W là B'" có được từ luật (R1) như vậy được mô tả bởi hàm thuộc $f_{B'}$ của nó được xác định trên Y, nhưng nói chung nó không được lý giải ngôn ngữ từ các hạng thức sơ cấp của T_W. Điều đó ít quan trọng nếu ta dùng luật đã cho trong một hệ chuyên gia, chẳng hạn, trong đó các luật nối tiếp nhau, có nghĩa kết quả liên quan tới W sẽ được sử dụng khi có một luật khác như :

(R2) nếu W là B thì U là C. . . .

vì $f_{B'}$ được tự động khai thác trong một modus ponens suy rộng kết hợp với R2 và với "W là B'".

Toán tử modus ponens suy rộng T	Phép kéo theo mờ R
T(u,v) = max (u+v−1, 0)	R^R, R^W, R^{RG}, R^{KD}, R^{BG}, R^G, R^L, R^M, R^P
T(u,v) = min (u,v)	R^{RG}, R^{BG}, R^M, R^P
T(u,v) = u. v	R^{RG}, R^{BG}, R^G, R^M, R^P
T bất kỳ	Phép kéo theo mờ R của lớp thứ hai được xây dựng từ T

Hình 3.6 Các toán tử modus ponens suy rộng chính dùng được với các phép kéo theo của hình 3.2

Tuy nhiên, nếu ta cần giải thích B', ta tiến hành xấp xỉ bằng cách chọn trong tập các đặc trưng sẵn có $T_W \cup M(T_W)$ đặc trưng gần nhất với kết quả thu được B' bằng cách chỉ ra rằng nó có một sự không chắc chắn. Chẳng hạn, đó là trường hợp, sau khi khai thác tất cả các luật, vào thời điểm chỉ ra một quyết định hay một dự báo liên quan tới biến ngôn ngữ cuối cùng (W, Y, T_W).

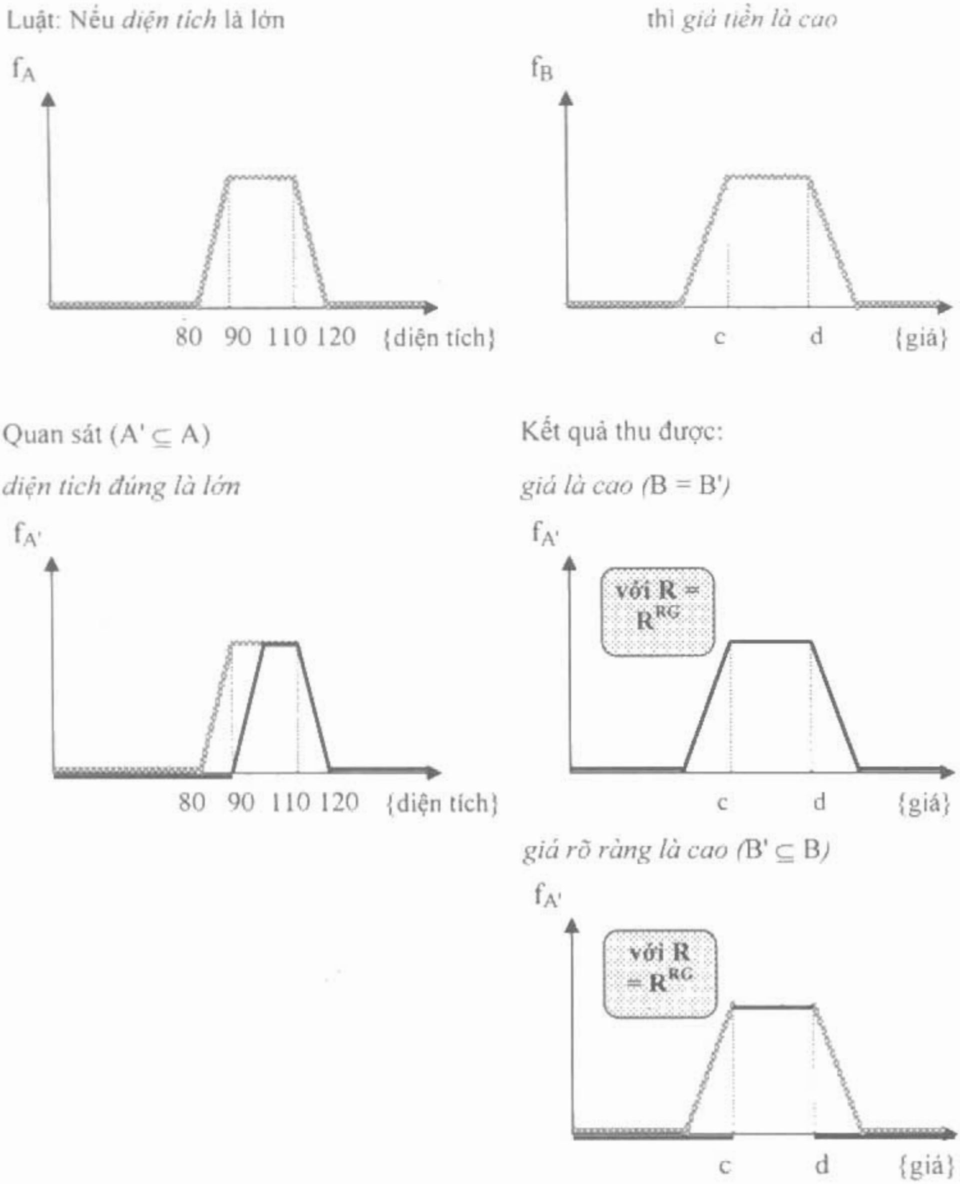
Hơn nữa, trong những tình huống đặc biệt, có thể cho trực tiếp một lý giải ngữ nghĩa của B'. Đó là trường hợp nếu A' khác với A bởi việc đưa vào một sự không chắc chắn (chắc chắn là, với cấp độ 0,8, diện tích của căn phòng là lớn). Cũng còn là trường hợp nếu A' khác với A bằng cách dùng một gia tử ngôn ngữ được xác định một cách thích hợp (diện tích của căn phòng là tương đối lớn). Hai loại tình huống đó sẽ được xem xét chi tiết trong mục sau.

Số lượng lớn các phép kéo theo mờ sẵn có, mà chúng ta đã chỉ ra những phép kéo theo mờ thường dùng nhất, đặt ra vấn đề lựa chọn chúng để cài đặt một hệ lập luận, như một hệ chuyên gia mờ hay một hệ điều khiển mờ. Các phép kéo theo mờ có cho những kết quả tương đương hay không hay là chúng có những hành vi khác nhau cho phép ưu tiên một hoặc một số các phép kéo theo trong một tình huống cho trước ? Dưới đây, chúng ta sẽ cho những luận cứ để trả lời cho câu hỏi đó bằng việc nghiên cứu kết quả " W là B " của modus ponens suy rộng trong những tình huống điển hình đối với luật hay đối với quan sát. Ta giả sử rằng tiền đề " V là A " là chắc chắn, có nghĩa tồn tại những phần tử x của X sao cho $f_A(x) = 1$.

1.3.2. Quan sát là đặc thù hơn, chính xác hơn hay ít mơ hồ hơn tiền đề của luật : A $\supseteq$ A'

Với một luật như "nếu V là A thì W là B", quan sát "V là A" có dạng, chẳng hạn, "V bằng với x_1", với x_1 phù hợp hoàn toàn với tiền đề của luật ($f_A(x_1) = 1$), và khi đó kết luận bình thường rằng W là B. Quan sát cũng có thể là dạng " V rất là A ", với một gia tử hạn chế "rất". Không có thông tin về những mối liên hệ giữa biến thiên đặc trưng của V với biến thiên đặc trưng của W, ta không thể một cách hợp lý đưa ra một kết luận chính xác hơn B đối với W. Trong hai trường hợp đó, ta có thể nói rằng quan sát là một trường hợp riêng của tình huống được mô tả trong tiền đề của luật đã cho phép bảo toàn kết luận của luật.

Phần lớn những phép kéo theo mờ thực sự đã cho một kết quả giống với kết luận của luật (B' = B), có hành vi khôn ngoan vì nói chung không có chỉ dẫn nào được cho về các mối liên hệ giữa các biến thiên của đặc trưng mờ của V với của W (hình 3. 7).



Hình 3.7. Dáng điệu và sự giải thích kết luận thu được khi quan sát là chính xác hơn hay đặc thù hơn tiền đề của luật

Một ngoại lệ là R^{RG} cho một kết quả chính xác hơn kết luận của luật ($f_B \geq f_{B'}$ và $f_B \neq f_{B'}$), và là một hàm Bool (f_B bằng 0 hay 1) trong một hành vi chỉ được thoả mãn trong những trường hợp khi mà V và W được liên kết bởi một luật có thang bậc kiểu "V càng là A thì W càng là B", cho phép nói rằng nếu V là rất A thì W rõ ràng là B.

Thí dụ 1.3.2: Lấy lại luật "nếu diện tích lớn thì giá cao" của thí dụ 1.3.1, được nhắc lại ở hình 3.7, ta có thể có một quan sát như "diện tích ở vào giữa 100 và 110 m^2", tiêu biểu cho đặc trưng "lớn" cho phép kết luận rằng "giá cao". Nếu ta có sẵn một luật có thang bậc như "diện tích càng lớn thì giá càng cao", một mệnh đề như "diện tích đúng là lớn" mô tả một quan sát đặc thù hơn tiền đề, với một hàm thuộc cho "đúng là lớn" có hạt nhân [100, 110] chẳng hạn, một cách tự nhiên dẫn về một kết quả như "giá đúng là cao", đặc thù hơn phần kết luận của luật và hành vi đó có được nếu ta chọn phép kéo theo mờ R^{RG}. Ngược lại, nếu một luật có thang độ như vậy không có sẵn, chẳng hạn vì, ngoài yếu tố diện tích của căn phòng, sự gần của bãi biển cũng tham gia vào việc xác định giá tiền của nó, thì kết luận của luật vẫn đúng khi có một quan sát dạng "diện tích đúng là lớn".

1.3.3. Quan sát là ít đặc thù hơn, ít chính xác hơn hay mơ hồ hơn tiền đề của luật : $A' \supseteq A$.

Khi quan sát chứa một mô tả ít đặc thù hơn hay ít chính xác hơn mô tả được chỉ ra trong tiền đề của luật, ta không thể mong đợi thu được một kết luận cũng rõ ràng như kết luận được đề xuất trong luật, vì rằng những điều kiện sử dụng luật không hoàn toàn được thoả mãn và nói chung khó khẳng định rằng kết luận của luật luôn là đúng. Phần lớn các phép kéo theo mờ thực sự cho một kết quả ít đặc thù hơn, ít chính xác hơn, và có khi còn ít chắc chắn hơn kết luận của luật (có nghĩa, trong mọi trường hợp, $B' \supseteq B$), chấp nhận một thái độ khôn ngoan phù hợp với sự tiến triển tự nhiên của tư duy (xem hình 3, 8).

Những phép kéo theo R^M và R^P có một hành vi khác và bảo toàn kết luận của luật. Cần chú ý là, trong một số trường hợp, hành vi đó là chấp nhận được. Đó là trường hợp đối với một luật mà ta có thể gọi là báo động, ví như luật " nếu sự tăng áp suất là lớn, thời hạn can thiệp phải ngắn". Với một luật như vậy, một quan sát dạng " sự tăng áp suất là tương đối lớn " có thể một cách hợp lý dẫn tới một thời hạn can thiệp ngắn, hơn là tương đối ngắn.

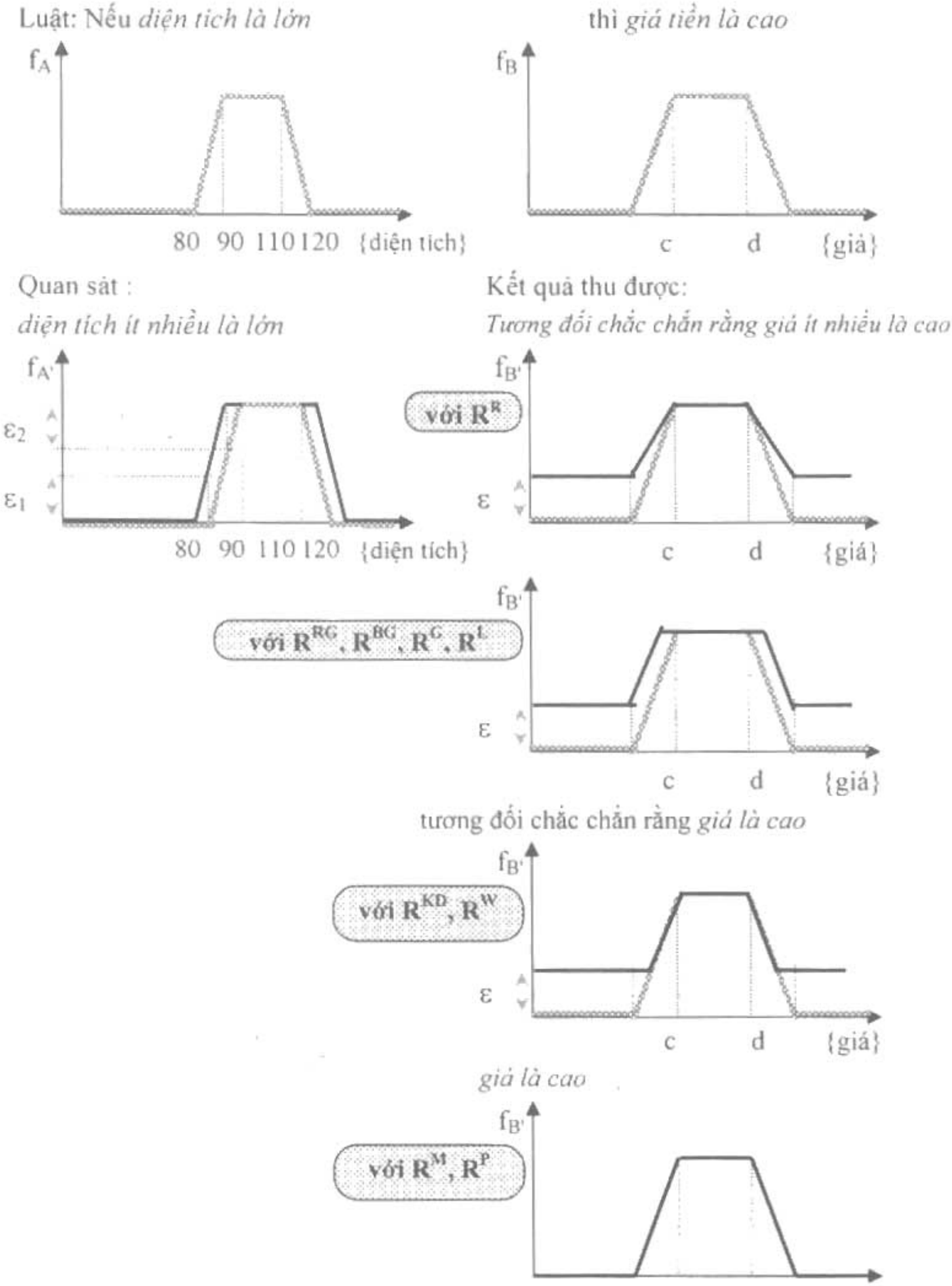
Thí dụ 1.3.3: Tiếp tục thí dụ 1.3.2, khi có một quan sát được mô tả bởi một mệnh đề mờ " diện tích ít nhiều là lớn ", ít đặc thù hơn " diện tích là lớn". Sẽ là không hợp lý khi suy ra " giá tiền là cao ", phù hợp với điều thu được với R^M, R^P. Ngược lại, sẽ là thoả đáng khi có được một mệnh đề mờ ít đặc thù hơn phần kết luận của luật, ví như " tương đối chắc chắn rằng giá tiền ít nhiều là cao " có được với R^R, R^{RG}, R^{BG}, R^G, R^L, hoặc là "tương đối chắc chắn rằng giá cao", có được với R^{KD}, R^W (xem hình 3.8).

Cần phân biệt hai kiểu hành vi của các phép kéo theo mờ, nêu bật những phép kéo theo mờ một mặt dẫn tới làm giảm tính đặc thù hay tính chính xác của kết luận và những phép kéo theo mờ, mặt khác, làm nhuốm phần kết luận một sự không chắc chắn vì rằng, trong một ứng dụng thực tế cho trước, ta có thể chọn hay không việc xử lý các yếu tố không chắc chắn. Vậy trong trường hợp A' $\supseteq$ A, ta cần nghiên cứu các phép kéo theo mờ khác với R^M và R^P.

Nếu A và A' *có cùng nhân*, thì B và B' cũng vậy. Vậy, nếu A và A' có cùng đặc thù, A' ít chính xác hơn A và / hay là không chắc chắn hơn thì với B và B' cũng vậy.

Nếu A và A' *có cùng giá* (khi đó đặc thù của A' thấp hơn của A), có nghĩa các hàm thuộc của chúng triệt tiêu trên cùng một tập con của X, khi đó biểu thức của kết quả " W là B "phụ thuộc vào phép kéo theo mờ được chọn :

- Hoặc là nó không chứa sự không chắc chắn. Khi đó B và B' có cùng giá, có nghĩa các hàm thuộc của chúng triệt tiêu trên cùng một tập con của Y, điều xảy ra với R^{RG}, R^{BG}, R^G, R^M, R^P.
- Hoặc là nó chứa một sự không chắc chắn ε (có nghĩa ε là giá trị nhỏ nhất của hàm thuộc của B' ở bên ngoài giá của B, khi mà hàm thuộc của B bằng 0). Điều này xảy ra với R^R, R^W, R^{KD}, R^L.



Hình 3.8. Dáng điệu và sự giải thích kết luận có được khi quan sát là ít chính xác hơn hoặc ít đặc thù hơn tiền đề của luật

Một cách tổng quát, độ không chắc chắn ε trên kết luận phụ thuộc vào độ lệch giữa A và A' và bằng :

$$\varepsilon_1 = \sup_{\{x \in X, f_{A'}(x)=0\}} f_A(x), \text{ với } R^{RG}, R^{BG}, R^{G},$$

$\varepsilon_2 = \sup_{x \in X} T(f_{A'}(x), 1 - f_A(x))$, với R^R, R^W, R^{KD}, và R^L, với toán tử modus ponens suy rộng T được chọn, cho độ không chắc chắn là độ lệch lớn nhất giữa quan sát và tiền đề đối với $T_{Lukasiewicz}$:

$$\varepsilon_2 = \sup_{x \in X} \max(f_{A'}(x) - f_A(x), 0).$$

phép kéo theo	xấp xỉ	đúng hơn là B	vào khoảng	tương đối
R^R	đúng hơn là B	B	đúng hơn là B	đúng hơn là B
R^W	B	B	B	B
R^{KG}	xấp xỉ B	đúng hơn là B	vào khoảng B	vào khoảng B
R^{KD}	B	B	B	B
R^{RG}	xấp xỉ B	đúng hơn là B	vào khoảng B	vào khoảng B
R^G	xấp xỉ B	đúng hơn là B	vào khoảng B	vào khoảng B
R^L	vào khoảng B	đúng hơn là B	vào khoảng B	vào khoảng B

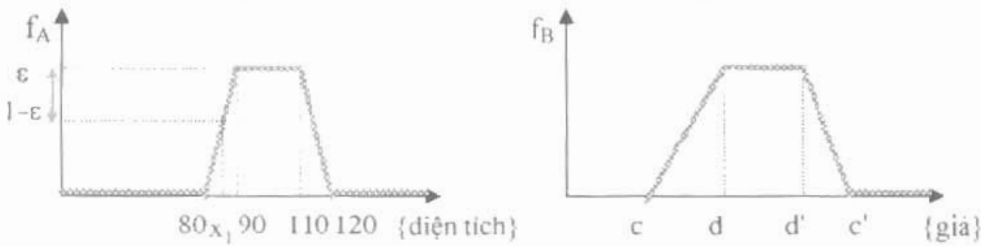
Hình 3.9. Các kết luận có được từ luật "nếu V là A thì W là B", khi có một quan sát "V là mod(A)", đối với một trong các gia tử xấp xỉ, đúng hơn là, vào khoảng, tương đối, tuỳ theo phép kéo theo mờ

Một trường hợp đặc biệt của tình huống này xảy ra khi A' *được diễn đạt từ A qua trung gian của một gia tử mở rộng* mod,với A' = mod (A) (sự kiện được quan sát là " X xấp xỉ là A " chẳng hạn). Nếu mod được định nghĩa bởi một phép biến đổi toán học như những phép biến đổi được đề xuất trong các thí dụ 2.1.1 và 2.1.2 của chương 2, kết quả thu được bởi modus ponens suy rộng có dạng, hoặc là " Y là mod(B) ", hoặc là " Y là B ", với một sự không chắc chắn phụ thuộc vào những tham số định nghĩa mod, tuỳ theo phép kéo theo được sử dụng (hình 3. 9).

1.3.4. Quan sát là chính xác và đặc thù

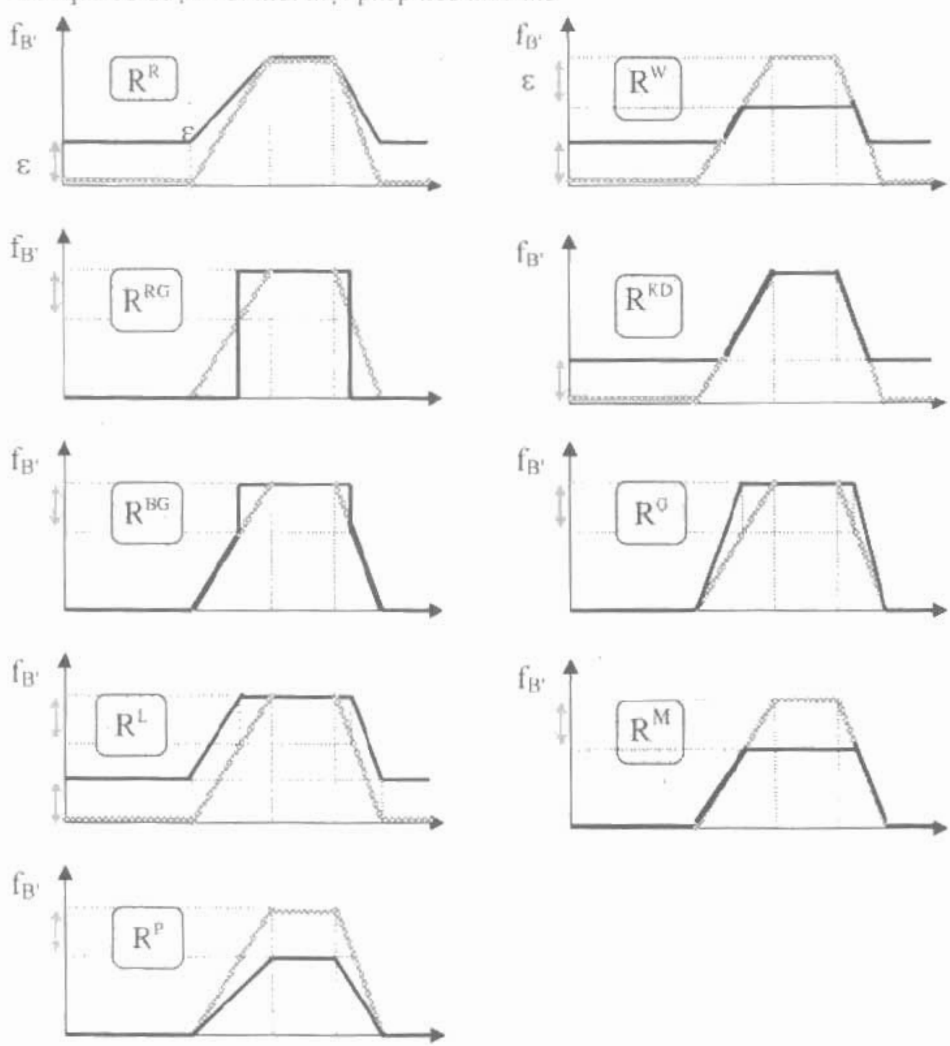
Tiền đề của luật mờ có thể không chính xác hoặc mơ hồ, nhưng sự kiện quan sát được là hoàn toàn xác định, A' có hàm thuộc bằng 1 tại một điểm x_1 của X và bằng 0 tại mọi điểm khác, cụ thể A' = {x} (xem hình 3.10). Đó là trường hợp, chẳng hạn, khi quan sát được cung cấp bởi một dụng cụ đo hay một máy đo.

Luật: Nếu *diện tích là lớn* thì *giá là cao*



Quan sát: *diện tích là* $87\ m^2$

Kết quả có được với mỗi một phép kéo theo mờ



Hình 3.10. Dạng của kết luận đối với một quan sát chính xác

Trường hợp bản thân *tiền đề* là *chính xác và đặc thù* với $A = \{x_0\}$ một cách tự nhiên ta thu được kết quả là kết luận của luật mờ nếu quan sát trùng với tiền đề, có nghĩa $x_1 = x_0$, bằng một modus ponens thông thường. Ngược lại, nếu $x_1 \neq x_0$, ta thu được một kết luận bất định, với B' có hàm thuộc bằng 1 trên toàn bộ Y, đối với mọi phép kéo theo đã được chỉ ra, trừ R^M và R^P, cho $B' = \varnothing$, có hàm thuộc bằng không trên toàn Y.

Thí dụ 1.3.4: Ta biết rằng nếu nhiệt độ bên ngoài là 18°C, thì cần giảm việc sưởi ấm. Khi quan sát thấy nhiệt độ chính xác là 18°C, dương nhiên ta giảm việc sưởi ấm. Nếu quan sát thấy nhiệt độ là 17°C, luật nói trên không cho phép kết luận gì.

Trong trường hợp *tiền đề không chính xác*, ta có được một kết luận càng gần với chính B chừng nào quan sát càng tương thích mạnh với tiền đề. Với phần lớn các phép kéo theo đã được chỉ ra, ta có những kết quả sau :

- nếu sự kiện quan sát được hoàn toàn không thích hợp để sử dụng luật có sẵn, có nghĩa $f_A(x_1) = 0$, thì kết luận thường là bất định, hàm thuộc của B bằng 1 trên toàn Y. Nếu ta chọn sử dụng R^M hay R^P, ta không thu được một giá trị chấp nhận nào cho W (f_B lấy giá trị 0 trên toàn Y).
- Nếu sự kiện quan sát được hoàn toàn thích hợp cho việc sử dụng luật có sẵn, có nghĩa nếu $f_A(x_1) = 1$, thì kết luận chính là B (trừ ra với R^{RG} cho một kết luận không mờ, với $f_{B'}(x)$ bằng 1 nếu x thuộc hạt nhân của B, và bằng 0 tại tất cả các điểm khác).
- Nếu sự kiện quan sát được thích hợp không đầy đủ để sử dụng luật có sẵn, có nghĩa nếu $0 < f_A(x_1) < 1$, ta thu được một kết luận B' khác B càng nhiều,chừng nào $f_A(x_1)$ càng bé. Có thể phân biệt ba loại khác nhau và, tuỳ thuộc vào phép kéo theo mờ được chọn, nhiều loại có thể đồng thời có mặt.

Loại khác nhau thứ nhất giữa B và B': B' có một độ không chắc chắn ε, là giá trị nhỏ nhất mà f_B có trên Y. Đó là trường hợp nếu ta dùng R^R, R^W, R^{KD}, R^L.

Loại khác nhau thứ hai giữa B và B' : hạt nhân của B chứa trong hạt nhân của B', và B' ít đặc thù hơn B. Đó là trường hợp nếu ta dùng R^{RG}, R^{BG}, R^G, R^L.

Loại khác nhau thứ ba giữa B và B' : B' không còn được chuẩn hoá, giá trị lớn nhất của f_B thực sự nhỏ hơn 1. Đó là trường hợp nếu ta dùng R^W, R^M, R^P.

Nhận xét : Tình huống này quan trọng vì nó là kinh điển trong điều khiển quá trình, các luật nói chung là mờ và các sự kiện có sẵn là các số đo được cho bởi các máy đo. Ta thấy R^L cho một kết luận vừa ít đặc thù hơn vừa không chắc chắn hơn B ; R^W cho một kết luận không chắc chắn và không được chuẩn hoá, còn R^{RG} cho một kết luận không mờ.

Ta cũng có nhận xét là, điều này có thể có ích trong các hệ chuyên gia hay các hệ quyết định, một số kết luận có được, diễn đạt đơn giản từ B bằng việc sử dụng các gia tử ngôn ngữ như đã được đưa vào trong mục 2.1 của chương 2 và chỉ ra một độ không chắc chắn $\varepsilon = 1 - f_A(x_1)$. Các biểu thức đó như sau :

– trong trường hợp của R^{KD}, B' = "B với một độ không chắc chắn ε",

– trong trường hợp của R^R, B' = "đúng hơn là B với một độ không chắc chắn ε", trong đó "đúng hơn là" được biểu diễn bởi gia tử m_2 với tham số $\nu = 1 - \varepsilon$,

– trong trường hợp của R^L, B' = "vào khoảng B với một độ không chắc chắn ε", trong đó "vào khoảng" được biểu diễn bởi gia tử m_3 với tham số $\beta = 1 - \varepsilon$,

– trong trường hợp của R^G, B' = "xấp xỉ B ", trong đó " xấp xỉ " được biểu diễn bởi gia tử m_1 với tham số $\lambda = 1 / (1 - \varepsilon)$.

Thí dụ 1.3.5: Luật mờ " nếu diện tích lớn thì giá tiền là cao ", và sự kiện quan sát được " diện tích là 87 m^2 " cho phép kết luận rằng giá tiền là bao quanh một giá cao, có thể với một độ không chắc chắn, tuỳ thuộc vào phép kéo theo mờ được chọn, do có sự tương thích tốt giữa đặc trưng mờ "lớn" và diện tích được chỉ ra có một độ thuộc "lớn" nằm giữa 0 và 1. Hình 3.10 nêu rõ những dạng đường cong khác nhau có thể có đối với phần kết luận có được từ một quan sát chính xác và chắc chắn. Như vậy ta có được những lý giải của phần kết luận chỉ ra rằng giá tiền là xấp xỉ cao (với R^G), tương đối chắc chắn rằng giá tiền là cao (với R^{KD}), hoặc là đúng hơn là giá cao (với R^R), hoặc là vào khoảng cao (với R^L), có khả năng giá là cao (với R^M hay R^P), tương đối chắc chắn giá có thể cao (với R^W).

Cần lưu ý là khi quan sát là chính xác và đặc thù, có dạng " V bằng x_1", toán tử modus ponens suy rộng không đóng một vai trò gì, còn hàm thuộc của phần kết luận có dạng sau :

$$\forall y \in Y\ f_B(y) = \sup_{x \in X} T(f_A(x), f_R(x, y)) = f_R(x_1, y).$$

1.3.5. Kết luận của luật là chính xác, đặc thù và chắc chắn

Tình huống này thường hay gặp và ứng với những luật dự báo hay quyết định, như " nếu nhiệt độ bên ngoài cao thì tắt sưởi ấm ". Modus ponens suy rộng khi đó có thể được làm đơn giản bằng việc sử dụng các kết quả sau, nếu tất cả những luật mờ tham gia có một kết luận không mờ. Hàm thuộc f_B có giá trị 1 tại một điểm y_0 của Y và bằng 0 tại mọi điểm khác, cụ thể là $B = \{y_0\}$.

Kết luận B' thu được thường chính là B (xem hình 3.11), được gán trọng số bởi một độ không chắc chắn ε có giá trị hoặc bằng ε_1 hoặc bằng ε_2 được định nghĩa như ở mục 1.3.3 bởi :

- $\varepsilon_1 = \sup_{x \in X,\ f_A(x)=0} f_{A'}(x)$, với R^{RG}, R^{BG}, R^G
- $\varepsilon_2 = \sup_{x \in X,\ f_{A'}(x) > f_A(x)} T(f_{A'}(x), 1 - f_A(x))$,

đối với toán tử của modus ponens suy rộng T, với R^R, R^{RD}, R^L (và R^W nếu $\ker(A) \cap \ker(A') \neq \varnothing$), ứng với độ lệch lớn nhất giữa A' và A đối với t–chuẩn T của Lukasiewicz, có nghĩa $\varepsilon_2 = \sup_{(x \in X,\ f_{A'}(x) \geq f_A(x))}(f_{A'}(x) - f_A(x))$.

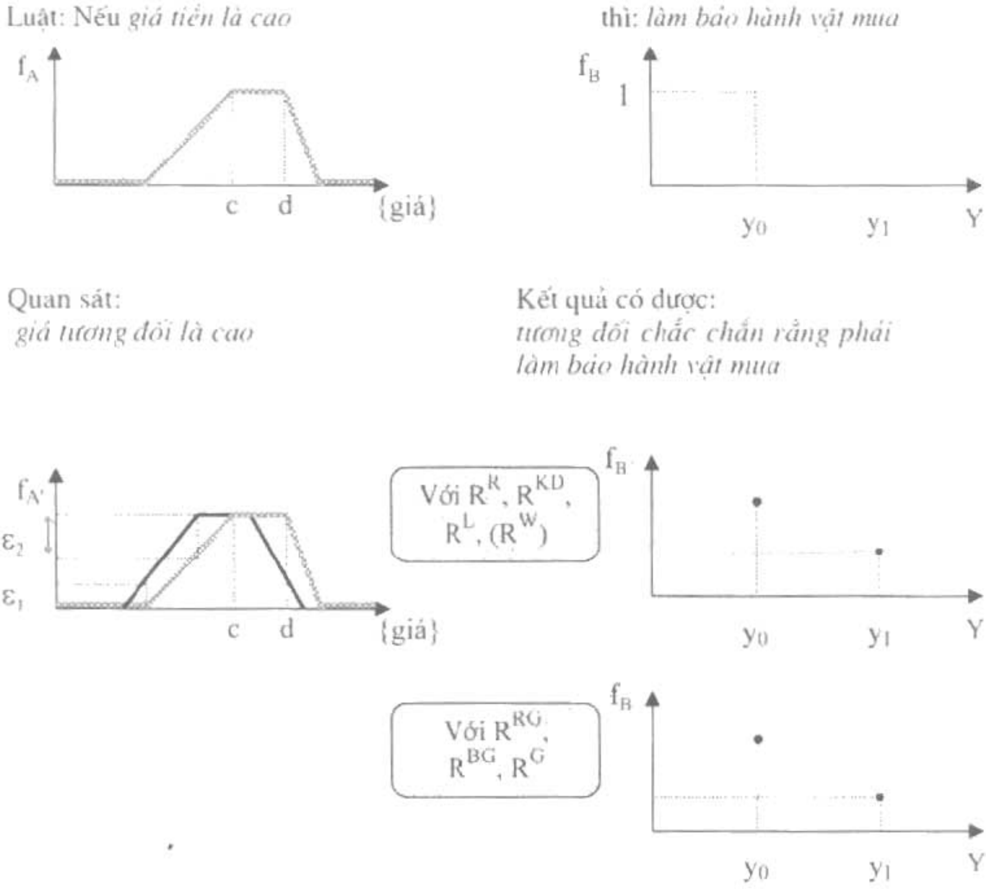
Chú ý rằng kết luận là hoàn toàn không xác định khi có tồn tại một phần tử của X có độ thuộc bằng 1 tại A' và bằng 0 tại A. Nếu ta dùng R^{RG}, R^{BG}, R^G, độ không chắc chắn sẽ bằng 0 và B được bảo toàn chừng nào A và A' có cùng giá, bất kể sự khác nhau của chúng. Phần kết luận không được chuẩn hoá với R^M, R^P và R^W nếu $\ker(A) \cap \ker(A') = \varnothing$. Nếu không, nó đồng nhất bằng B với R^M, R^P, điều có thể tai hại trong chừng mực khi A' có thể rất khác với A.

Như vậy những phép kéo theo mờ R^{RG}, R^{BG}, R^G cho các kết luận thô hơn của R^R, R^{KD}, R^L. Tuy nhiên chúng có lợi ở chỗ dễ thao tác trong trường hợp thường gặp trong đó tiền đề là phức tạp. Thực vậy, nếu luật có dạng : "nếu V_1 là A_1 và V_2 là A_2 thì W là B", với V_1 xác định trên X_1 và V_2 xác định trên X_2, một quan sát "V_1 là A'_1 và V_2 là A'_2" khi sử dụng chúng, tạo ra một độ không chắc chắn trên phần kết luận bằng với

$$\varepsilon_1 = \sup_{\{x_1 \in X_1, x_2 \in X_2 / \min(f_{A_1}(x_1), f_{A_2}(x_2)) = 0\}} (\min(f_{A_1}(x_1), f_{A_2}(x_2)))$$

$$= \max(\sup_{\{x_1 \in X_1 / f_{A_1}(x_1) = 0\}} f_{A_1}(x_1), \sup_{\{x_2 \in X_2 / f_{A_2}(x_2) = 0\}} f_{A_2}(x_2))$$

Vậy độ không chắc chắn là độ không chắc chắn lớn nhất của hai độ không chắc chắn mà ta thu được với hai luật ảo "nếu V_1 là A_1 thì W là B" và "nếu V_2 là A_2 thì W là B". Một sự phân tách đơn giản như vậy không thể có được với những phép kéo theo khác, tương ứng với độ chính xác ε_2.



Hình 3.11. Dạng của kết luận thu được khi kết luận của luật là chính xác và chắc chắn

Thí dụ 1.3.6: Hãy xét luật "nếu giá của một vật là cao thì làm bảo hành cho vật đó", với $Y = \{y_0, y_1\}$, với y_0 = "làm bảo hành", y_1 = "không làm bảo hành". Khi có mặt một sự kiện quan sát được kiểu "giá tương đối cao", luật sản sinh một kết luận dạng "tương đối chắc chắn phải làm bảo hành cho vật", trong đó độ không chính xác càng lớn chừng nào "tương đối cao" càng xa với "cao". Ngược lại, khi có mặt một sự kiện quan sát được như "giá của đối tượng là thấp", phần kết luận của luật là không xác định trong chừng mực khi mà ta không có luật nào khác với luật được chỉ ra, vì sự quan sát là không tương thích với tiền đề. Một kết quả khác có được khi sử dụng R^M hay R^P : ta giữ được kết luận "làm bảo hành cho vật", là điều có thể được xem là một hành động vô ích và biểu lộ một hành vi của modus ponens suy rộng tranh cãi được tuỳ thuộc vào ngữ nghĩa của kết luận.

1.3.6. Sự kiện quan sát được có một tính chất đặc biệt đối với tiền đề của luật.

Một là, sự kiện quan sát được có thể được đặc trưng bởi *phần bù* của đặc trưng được sử dụng trong tiền đề của luật. Đối với luật " nếu V là A thì W là B ", nó có dạng " V là A^c " và hoàn toàn không thích hợp cho việc dùng luật hiện có.

Trong trường hợp đó, phần lớn các phép kéo theo mờ mà chúng ta đã chỉ ra đều cho một kết quả không xác định, có nghĩa $f_{B'}(y) = 1$ với mọi y thuộc Y. Ngoại lệ lại là với R^M và R^P, cho $f_{B'} = 0$ với mọi y thuộc Y nếu toán tử modus ponens suy rộng là t– chuẩn T của Lukasiewicz, và một kết luận có được bởi phép biến đổi của B nếu ta dùng T = minimum hay t–chuẩn T xác suất.

Hai là, sự kiện quan sát được có thể *đồng nhất với tiền đề của luật, với một độ không chắc chắn ε.* Trường hợp đặc biệt của tình huống 1.3.3 thường gặp trong thực hành, và tương ứng với những hàm thuộc như :

$$\forall x \in X \; f_{A'}(x) = \max(f_A(x), \varepsilon).$$

Với phần lớn các phép kéo theo mờ đã nghiên cứu, kết luận B' thu được là đồng nhất với B, với cùng độ không chắc chắn ε :

$$\forall y \in Y \; f_{B'}(y) = \max(f_B(y), \varepsilon).$$

Chỉ có những ngoại lệ là các phép kéo theo R^M và R^P, giữ nguyên B xem như kết luận của modus ponens suy rộng.

Thí dụ 1.3.7: Để theo dõi thí dụ 1.3.5, ta quan sát thấy diện tích của một căn hộ là không lớn. Luật hiện có nói chung không cho phép cho một chỉ dẫn về giá của nó và như vậy kết luận là không xác định, có nghĩa tất cả các giá đều có thể xem xét. Tuy nhiên với R^M hay R^P và t– chuẩn của Lukasiewicz, ta thấy rằng không có một giá nào chấp nhận được. Nếu có một căn hộ khác sao cho tương đối chắc chắn, với một độ chắc chắn 0,8, là diện tích của căn hộ là lớn thì từ đó nói chung ta suy ra, tương đối chắc chắn, với một độ chắc chắn 0,8, rằng giá của nó là cao. Ngược lại, R^M và R^P chỉ ra rằng chắc chắn giá của căn hộ là cao.

1.4. Xử lý các tri thức có thang bậc

Các tri thức *có thang bậc* thiết lập một liên kết giữa các biến thiên có thể có của một biến thứ nhất với những biến thiên của một biến thứ hai. Những tri thức này thường xuất hiện trong quá trình giám định và có thể được xử lý trong khuôn khổ của các hệ chuyên gia. Có nhiều dạng của thang bậc, có thể được xử lý bằng một số các phép kéo theo mờ [Bouchon 92a].

Cho một biến ngôn ngữ (V, X, T_V), $T_V = \{A_1, A_2, \ldots\}$ được giả sử là tập được sắp. Ta có thể hình dung ra nhiều kiểu biến thiên xung quanh một mệnh đề mờ "V là C" :

- một biến thiên liên quan tới độ chắc chắn về một đặc trưng. Chẳng hạn, mệnh đề mờ có dạng "V hầu chắc chắn là A_i" và sự biến thiên liên quan tới đặc tả của độ chắc chắn, tương ứng với một biểu thức như "trở nên dần càng chắc chắn hơn rằng V là A_i".

- một biến thiên liên quan tới chính bản thân đặc thù. Chẳng hạn, mệnh đề mờ dạng "V là A_i" và biến thiên liên quan tới một hạn chế hay một sự giảm nhẹ mạnh dần lên của A_i, mà ta có thể biểu diễn chẳng hạn bằng việc sử dụng những gia tử ngôn ngữ bởi sự chuyển từ "V là A_i" tới "V rất là A_i", rồi tới "V rất rất là A_i".

Cho một biến ngôn ngữ thứ hai (W, Y, T_W), trong đó $T_W = \{B_1, B_2, \ldots\}$ được giả thiết là đã được sắp thứ tự, một *luật có thang bậc* (GR) là một liên kết giữa V và W có dạng " V càng nhiều (ít) là C thì W càng nhiều (ít) là D ", trong đó C và D là hai đặc trưng ngôn ngữ theo thứ tự của V và W, có thể có những sự không chắc chắn. Có thể xem xét nhiều dạng luật có thang bậc, nhưng chúng không nhất thiết là dùng được với bất kỳ tri thức được xử lý nào.

Ta tạo ra những luật mờ thuộc một trong những dạng sau :

(F1) " V càng nhiều (ít) là A_i thì W càng nhiều (ít) là B_i ", với hai đặc trưng A_i của T_V và B_i của T_W.

(F2) " V càng nhiều (ít) chắc chắn là A_i thì W càng nhiều (ít) chắc chắn là B_i",

(F3) " V càng nhiều (ít) là A_i thì W càng nhiều (ít) chắc chắn là B_i "

Những kết quả về modus ponens suy rộng mà chúng ta đã trình bầy trong mục 1. 3 dẫn tới những tính chất có liên quan tới việc xử lý các luật có thang bậc kiểu F1 hay F3 với việc sử dụng tiểu mục 1.3.3, và kiểu F2 với việc sử dụng tiểu mục 1.3.6 :

Tính chất 1. 4. 1: Các phép kéo theo mờ R^R, R^W, R^{RG}, R^{KD}, R^{BG} hay R^G cho phép xử lý các luật có thang bậc dạng F2. Các phép kéo theo mờ R^R, R^{RG}, R^{BG}, R^G,R^L, cho phép xử lý các luật dạng F1, " V càng ít là A_i thì W càng ít là B_i ". Các phép kéo theo mờ R^{KD}, R^W cho phép xử lý các luật dạng F3 " V càng ít là A_i thì W càng ít chắc chắn là B_i ".

Nhận xét : Tiểu mục 1.3.2 cho thấy là ta không thể xử lý trực tiếp những liên kết có thang bậc dạng "V càng nhiều là A_i thì W càng nhiều là B_i", hay "V càng nhiều là A_i thì W càng chắc chắn là B_i" từ những kết quả về modus ponens suy rộng vì một sự nhấn mạnh đặc trưng của V dẫn tới một bảo toàn đặc trưng của W mà không phải là sự nhấn mạnh tăng dần của nó cũng như không có việc đưa vào một sự không chắc chắn. Để xử lý những liên kết có thang bậc như vậy, ta có thể dùng phần bù (A_i^c và B_i^c) của các đặc trưng mờ và sử dụng một cấp độ dạng "V càng ít là A_i^c thì W càng ít là B_i^c" hoặc là "V càng ít là A_i^c thì W càng ít chắc chắn là B_i^c".

Thí dụ : Cho V = diện tích, T_V = {bé tí, nhỏ, trung bình, lớn, mênh mông}, W = giá (tiền), T_W = {thấp, vừa phải, trung bình, cao, khổng lồ}.

Sau đây là những thí dụ về các luật có thang bậc : dạng (F1) "diện tích càng ít mênh mông thì giá càng ít khổng lồ", dạng (F2) "diện tích càng nhiều (ít) chắc chắn là lớn thì giá càng nhiều (ít) là cao", dạng (F3) " diện tích càng ít lớn thì giá càng ít chắc chắn là cao ". Chú ý là những liên kết giữa một số mệnh đề mờ chỉ được chấp nhận đối với một trong các dạng, chẳng hạn như " ngôi nhà càng cao thì càng chắc chắn là có một thang máy " mà không phải là ". . . thì càng có một thang máy " (dạng F3 mà không là F1 hay F2), hoặc là " càng chắc chắn là có một thang máy thì càng chắc chắn là có một người tàn tật ở đó "(dạng F_2 và không còn dạng nào khác). Một luật có thang bậc như " diện tích càng lớn thì giá càng cao " được thay thế bằng một liên kết có thang bậc dạng "diện tích càng ít không lớn thì giá càng ít không cao".

1.5. Kết luận

Một số lớn các phép kéo theo mờ đã được các nhà nghiên cứu khảo sát. Những phép chính đã được trình bày và so sánh ở đây,trong đó hai phép cuối cùng rất hay được dùng trong điều khiển mờ các quá trình và có những đặc trưng rất đặc biệt. Dáng điệu của các phép kéo theo mờ khác thuộc các lớp khác nhau tuỳ thuộc vào các tình huống mà ta quan tâm và cho phép hướng dẫn sự lựa chọn một phép kéo theo mờ thích hợp cho một ứng dụng nhất định.

Luật : *nếu diện tích là lớn thì giá là cao*

tình huống	đa phần các phép kéo theo	các ngoại lệ
A` chính xác hơn A *diện tích là rất lớn*	B` được bảo toàn *giá là cao*	B`chính xác hơn B(R^{RG}) *giá rõ là cao*
A' ít chính xác hơn A *diện tích đúng hơn là lớn*	B' ít chính xác hơn B *giá tương đối cao*	B được bảo toàn(R^M,R^P) *giá là cao*
A` là chính xác *diện tích là 87 m^2*	B` được chuẩn hoá	B` không được chuẩn hoá (R^W, R^M,R^P)
B là chính xác (quyết định) *nếu diện tích là lớn thì mua*	B`=B với một độ không chắc chắn *tương đối chắc chắn là phải mua*	B' = B khi mà A` và A không tương thích (R^M, R^P)
A` trái ngược với A *diện tích là không lớn*	B` không xác định *giá là không biết*	B`=∅ hay B' = m(B) (R^M, R^P) *Không một giá nào được xét*
A`=A với độ không chắc chắn *diện tích là lớn (độ chắc chắn 0,8)*	B'=B với cùng độ không chắc chắn *giá là cao (độ chắc chắn 0,8)*	B được bảo toàn (R^M,R^P) *giá là cao*

Hình 3.12. Bảng tóm tắt các tính chất được so sánh của các phép kéo theo mờ

Bảng của hình 3. 12 nhắc lại những yếu tố so sánh chính. Những nghiên cứu khác có thể tím thấy, chẳng hạn trong [Baldwin, Pilsworth 78], [Mizumoto, Zimmerman 82], [Dubois, Prade 91].

2. LẬP LUẬN THEO LOGIC KHẢ NĂNG

2.1. Khả năng và cần thiết của các mệnh đề mờ

2.1.1. Những cái không chắc chắn phi xác suất liên kết với những sự kiện và luật

Giả sử ta có những tri thức được phát biểu một cách rõ ràng và chính xác, nhưng về chân lý của chúng ta có thể có những nghi ngờ, có nghĩa có một độ chắc chắn được kết hợp với chúng, chỉ rõ trong chừng mực nào có khả năng và chắc chắn là những luật đó là hợp thức và các sự kiện là đúng. Nếu có những thông tin có bản chất tần suất, ta có thể sử dụng tỷ lệ các trường hợp trong đó một luật là hợp thức (chẳng hạn, trong 90% trường hợp, nếu có triệu chứng cứng ở gáy thì có chẩn đoán là bệnh viêm màng não) hoặc nếu có xác suất với nó một sự kiên là đúng (chẳng hạn : bắn trúng bia đạt được với một xác suất bằng 0,87), thì khi đó ta có thể tiến hành một lập luân có bản chất xác suất. Giả sử ở đây ta không có những thông tin như vậy và các hệ số được kết hợp một cách chủ quan bởi một chuyên gia, hoặc được suy ra từ những quan sát. Nếu như không có một sự không chắc chắn nào, các tri thức được biểu diễn bởi các mệnh đề logic và có thể tiến hành một lập luận bằng việc sử dụng modus ponens hay modus tollens, được nhắc lại ở mục 3.1.1. Khi có sự không chắc chắn, ta dùng một mở rộng của các phương pháp đó, dẫn tới những kết luận có cùng kiểu với những dữ liêu mà ta có, có nghĩa chính xác nhưng có những yếu tố không chắc chăn [Dubois, Prade 84], [Dubois, Prade 88b], [Dubois et al. 91].

2.1.2. Độ đo khả năng và cần thiết cho các mệnh đê mờ

Để quản lý những mức độ chỉ rõ nếu có khả năng và nếu có chắc chắn là những mệnh đề được phát biểu là đúng, ta cần đứng trong khuôn khổ của lý thuyết (các) khả năng. Các quan hệ giữa đại số tập hợp và phép tính mệnh đề cho phép định nghĩa các độ đo khả năng và cần thiết đối với các mệnh đề từ những khái niệm được đưa vào ở chương 2.

Cho các mệnh đề logic p, q,. . . của một đại số Bool A, được trang bị các phép toán hội $\wedge$, tuyển $\vee$ và phủ định $\neg$. Gọi Π là một độ đo khả năng và N là một độ đo cần thiết được xác định trên A và lấy các giá trị giữa 0 và 1. Ký hiệu 0 và 1 theo thứ tự là các mệnh đề luôn sai và luôn đúng.

Tính chất 2.1.1 : Các độ đo khả năng và cần thiết Π và N nghiệm đúng những tính chất sau :

- $\Pi(0) = 0, \Pi(1) = 1, N(0) = 0, N(1) = 1,$
- Với các mệnh đề bất kỳ p và q thuộc A,

$$\Pi (p \vee q) = \max (\Pi (p), \Pi (q)), N(p \wedge q) = \min (N(p), N(q)),$$

$$\Pi (p \vee q) \geq \Pi (p), N(p \wedge q) \leq N(p).$$

$$\max(\Pi (p), \Pi (\neg p) = 1, \min(N(p),N(\neg p) = 0,$$

$$\Pi (p) = 1 - N(\neg p).$$

Nếu p là mệnh đề sao cho Π (p) = 0 (và như vậy N(p) = 0) thì nó là sai. Nếu p là mệnh đề sao cho Π (p) = 1, (và như vậy N(p) = 1) thì nó là đúng một cách chắc chắn. Ngược lại, những giá trị Π (p) = 1 và N(p) = 0 (vậy thì Π ($\neg$p) = 1) chỉ ra một sự không chắc chắn đầy đủ về chân lý của p.

Một cách tổng quát, nếu N(p) $\neq$ 0 thì Π (p) = 1, nhưng nếu Π (p) $\neq$ 1 thì N(p) = 0. Ta có thể nói rằng Π (p) biểu diễn cấp độ, giữa 0 và 1 mà với nó p có thể là đúng, còn N(p) đo độ chắc chắn, cũng ở giữa 0 và 1, mà ta có về chân lý của mệnh đề đó. Vậy sự không chắc chắn về chân lý đó có giá trị bằng 1 – N(p), và cũng bằng Π ($\neg$p). Một mệnh đề càng ít chắc chắn khi mệnh đề ngược của nó càng có khả năng.

Thí dụ 2.1.1: Giả sử các mệnh đề p và q biểu diễn theo thứ tự "giá tiền thuộc vào khoảng [600, 800]" (với đơn vị là triệu đồng), được gán một độ chắc chắn 0,8, và " giá tiền thuộc vào khoảng [700, 900], được gán một độ chắc chắn 0,6. Suy ra N(p) = 0,8, N(q) = 0,6 và do đó giá của căn hộ thuộc vào khoảng [700, 800], tương ứng với hội của hai mệnh đề, với một độ chắc chắn bằng với min(0,8, 0,6) = 0,6. Bây giờ, giả sử p là mệnh đề "ngôi nhà là để bán", nếu đó là điều hoàn toàn có khả năng (Π(p) = 1), nhưng hoàn toàn không chắc chắn (N(p) = 0) rằng p là đúng, thì cũng hoàn toàn có khả năng (Π ($\neg$p) = 1) nhưng hoàn toàn không chắc chắn (N ($\neg$p) = 0) rằng ngôi nhà không phải để bán và hoàn toàn không biết gì về việc đem bán ngôi nhà.

2.2. Modus ponens và modus tollens khả năng

Cho hai mệnh đề p và q thuộc A. Nếu ta biết một luật suy diễn dạng (R): " nếu p đúng thì q đúng " và biết rằng luật này có thể có một sự không chắc chắn và ta còn có những thông tin về chân lý của p hay q. Vậy trong chừng mực nào ta có thể suy ra một thông tin về tính đúng của q hay tính sai của p ?

Nếu không có một sự không chắc chắn nào về tính hợp thức của luật và tính chân lý của các mệnh đề thì ta sẽ dùng các lược đồ lập luận của modus ponens và modus tollens. Vì tính chân lý của các mệnh đề khác nhau p, q, $p \to q$ được kết hợp với (R) là không biết rõ và được đặc trưng qua trung gian của các độ đo khả năng và cần thiết, theo thứ tự được ký hiệu là Π và N. ta thích nghi những lược đồ đó bằng cách gán trọng số cho các mệnh đề bằng các hệ số hiện có. Không có yếu tố không chắc chắn chỉ là một trường hợp riêng với $N(p) = \Pi(p) = 1$ nếu p là đúng, $N(p) = \Pi(p) = 0$ nếu p là sai. Những tri thức về p, q, $p \to q$ ít nhiều là đầy đủ, trong đó một số chỉ là tương đối với sự cần thiết của một mệnh đề, một số khác đối với khả năng của nó. Trường hợp thuận lợi nhất rõ ràng là trường hợp khi có tất cả những thông tin có thể.

2.2.1. Modus ponens khả năng

Vì ta đang ở trong logic cổ điển, mệnh đề $p \to q$ kết hợp với (R) là tương đương với mệnh đề $\neg p \vee q$. Ta có được một dạng có trọng số của modus ponens bằng cach sử dụng những độ đo cần thiết liên kết với nhiều mệnh đề khác nhau.

Tính chất 2.2.1: Cho hai hệ số a và b thuộc khoảng]0,1], *modus ponens khả năng* được viết là :

Nếu $N(p \to q) \geq a$
và $N(p) \geq b$

---

thì $N(q) \geq \min(a, b)$.

Nếu ta chắc chắn, ít nhất với một mức độ a, có thể suy ra q đúng khi biết p đúng, và nếu p được biêt là đúng với một độ chắc chắn ít nhất bằng với b, khi đó ta có thể kết luận q đúng vói độ chắc chăn ít nhất bằng với giá trị nhỏ nhất trong hai giá trị a và b. Ta cũng có thể nói rằng, nếu luật (R) được cho là hợp thức, tuy nhiên với một độ không chắc chắn 1 – a và nếu ta hầu như chắc chắn rằng mệnh đề p tham gia trong tiền đề của luật là đúng, với một hệ số không chắc chắn 1 – b, thì hoàn toàn có lý khi nghĩ rằng q cũng đúng và độ không chắc chắn về giá trị chân lý của nó cùng lắm bằng với giá trị lớn nhất trong hai giá trị (1 – a) và (1 – b). Ta tìm lại được những điều kiện sử dụng của modus ponens khi độ đo cần thiết của các mệnh đề là lớn, có nghĩa a = b = 1.

Thí dụ 2.2.1: Cho luật "nếu giá thấp hơn 800 (triệu đồng) thì quyết định mua ngôi nhà", được gán một hệ số không chắc chắn a = 0,8. Một ngôi nhà đặc biệt được đặc trưng bởi "giá thấp hơn 800",với một độ không chắc chắn b = 0,7, đưa tới một quyết định mua hầu như chắc chắn, với một độ chắc chắn ít nhất cũng bằng min(0,8, 0,7) = 0,7.

Nếu sự không chắc chắn về giá trị chân lý của các mệnh đề được biểu diễn bởi các độ đo khả năng thay cho độ đo cần thiết cho một số mệnh đề trong chúng thì ta có thể dùng những dạng khác của modus ponens khả năng. Ta kể ra, chẳng hạn những dạng sau :

Tính chất 2.2.2: Cho các hệ số a' và b' thuộc khoảng]0, 1] :

Nếu $N(p \to q) = 1$	Nếu $\Pi(p \to q) \ge a'$
và $\Pi(p) \ge b'$	và $N(p) = 1$
thì $\Pi(q) \ge b'$	thì $\Pi(q) \ge a'$

Có thể giải thích như sau : với modus ponens thứ nhất, nếu luật (R) là chắc chắn, và nếu khả năng p là đúng ít nhất bằng b', thì cũng vậy khả năng để q là đúng ít nhất bằng b'. Với modus ponens thứ hai, nếu chân lý của mệnh đề p là chắc chắn, và nếu khả năng để chân lý của p kéo theo chân lý của q ít nhất bằng a', thì, cũng vậy, khả năng để q đúng cũng ít nhất phải bằng a'.

Còn có những dạng modus ponens phức tạp hơn có thể xuất hiện với những yếu tố không chắc chắn. Chúng ít được quan tâm vì không cung cấp một thông tin nào với bất kỳ giá trị của các hệ số chỉ rõ sự không hoàn hảo của tri thức mà ta có về chân lý của các mệnh đề. Đó là trường hợp, chẳng hạn, của các dạng sau :

Tính chất 2.2.3: Cho các hệ số a, b, a', b' thuộc khoảng]0,1], modus khả năng có thể viết :

Nếu $N(p \to q) \geq a$	Nếu $\Pi\ (p \to q) \geq a'$
và $\Pi\ (p) \geq b'$	và $N(p) = b$
thì $\Pi(q) \geq 0$ hay b'	thì $\Pi(q) \geq 0$ hay a',

cận dưới của $\Pi(q)$ phụ thuộc vào các giá trị của a và b' hoặc của a' và b, tuỳ theo trường hợp.

Nếu các giá tri của của a và b' trong trường hợp thứ nhất, của a' và b trong trường hợp thứ hai, là những giá trị sao cho tổng của chúng nhỏ hơn hay bằng 1, chẳng hạn a = b' = 0,5, a' = b = 0,5, khả năng để q là đúng lấy giá trị tuỳ ý dương hay bằng không, và không thể khẳng định gì về giá trị chân lý của q.

2.2.2. Modus tollens khả năng

Một cách tương tự, một mở rộng của modus tollens có thể được làm rõ ở dạng dưới đây. Nó dựa trên sự kiện là nếu ta tin, với ít nhiều chắc chắn nào đó, tính hợp thức của một luật, và hơn nữa, tương đối dường như kết luận của luật là sai thì khi đó dường như tiền đề của nó cũng sai.

Tính chất 2.2.4: Cho hai hệ số, a thuộc khoảng]0,1] và b'' thuộc khoảng [0,1[, ta có :

Nếu $N\ (p \to q) \geq a$
và $\Pi\ (q) \leq b''$

thì $\Pi\ (p) \leq \max\ (1-a,\ b'')$

Dạng trên có nghĩa là, nếu ta chắc chắn, với một mức độ ít nhất bằng a rằng có thể suy ra p là sai khi q sai (vì $p \to q$ tương đương với $\neg q \to \neg p$) và nếu như hoàn toàn có khả năng là q sai, với một độ chắc chắn ít nhất bằng 1−b'', (vì $N(\neg q) = 1 - \Pi\ (q) \geq 1 - b''$), và do đó $\Pi\ (q) = 1$), khi đó ta có thể kết luận p là sai với một độ chắc chắn ít nhất cũng bằng giá trị nhỏ nhất trong hai giá trị a và 1−b'' (vì $N(\neg p) = 1 - \Pi\ (p) \geq 1 - \max\ (1-a,\ b'') = \min\ (a,\ 1-b'')$). Cụ thể là, nếu luật (R) được cho là đúng, với độ chắc chắn 1−a và nếu ta hầu như biết chắc là mệnh đề q tham gia trong hệ quả là sai, với một độ không chắc chắn b'', ta có thể kết luận rằng p là sai và độ không chắc chắn về sự sai của nó nhiều nhất bằng với giá trị lớn nhất của hai giá trị (1−a) và b''.

Một *dạng khác của modus tollens* dựa vào việc sử dụng độ đo cần thiết của q, và lợi ích của nó phụ thuộc vào các hệ số tham gia vào trong các hiểu biết về luật và về kết luận của luật.

Tính chất 2.2.5: Cho hai hệ số, a thuộc khoảng]0,1], b'' thuộc khoảng [0,1[, ta có :

$$\frac{\text{Nếu } N(p \to q) \geq a \quad \text{và } \Pi(q) \leq b'''}{\text{thì } \Pi(p) \leq 1 \text{ hay } b'''}$$

thì Π (p) ≤ 1 hay b''' tùy thuộc vào các giá trị của a và b''.

Ta tìm lại được modus tollens cổ điển trong trường hợp a =1, b =0. Tổng quát hơn, nếu hiểu biết về luật là chắc chắn thì càng ít khả năng là p đúng chừng nào có ít khả năng là q đúng. Cũng vậy, nếu ta chắc chắn có thể suy ra rằng p sai khi q sai và nếu giá trị chân lý của q là ít chắc chắn, với một độ chắc chắn nhiều nhất bằng b''', thì sự chắc chắn mà ta có được về chân lý của p sẽ có cùng cấp độ lớn.

Tính chất 2.2.6: Cho hê số b'' thuộc khoảng [0,1[, ta có :

$$\frac{\text{Nếu } N(p \to q) = 1 \quad \text{và } \Pi(q) \leq b''}{\text{thì } \Pi(p) \leq b''} \qquad \frac{\text{Nếu } N(p \to q) = 1 \quad \text{và } N(q) \leq b'''}{\text{thì } \Pi(p) \leq b'''}$$

Thí dụ 2.2.2: Giả sử chúng ta biết rằng những người bạn, trong khi đi tìm một ngôi nhà, đã sử dụng luật mà chúng ta đã chỉ ra ở trên : " nếu giá thấp hơn 800 triệu đồng thì quyết định mua ngôi nhà ", được gán một độ chắc chắn a = 0,8. Với một ngôi nhà đặc biệt mà hầu chắc chắn (với một độ chắc chắn 0,9, hay b'' = 0,1) mà họ không mua, ta có thể nói rằng rất ít khả năng là giá của ngôi nhà thấp hơn 800 triệu, với một hệ số khả năng cùng lắm bằng với max (0,2, 1−0,9) = 0,2 hoặc nữa, hầu như chắc chắn (với một mức độ lớn hơn hay bằng 0,8) là giá của ngôi nhà ít nhất cũng bằng 800 triệu đồng.

2.2.3. Nguyên lý giải

Một dạng khả năng của nguyên lý giải có thể được thiết lập. Trong logic cổ điển, cho ba mệnh đề p, q, r sao cho p∨q đúng và p → r cũng vậy. Ta suy ra q∨r là đúng. Trong logic khả năng, sự chắc chắn về giá trị chân lý của các mệnh đề phải được có trong số [Dubois, Prade 90].

Tính chất 2.2.7: Giả sử rằng chắc chắn, với một độ chắc α rằng $p \vee q$ đúng, và với một độ chắc β rằng $p \rightarrow r$ đúng. Khi đó, chắc chắn, với một độ chắc $\min(\alpha, \beta)$, là $q \vee r$ đúng.

Ta có thể tiến hành các chứng minh bằng phản bác [Dubois, Prade 87b]. Chẳng hạn, giả sử ta muốn chứng minh q là đúng, khi biết độ chắc chắn về giá trị chân lý của một số mệnh đề. Ta thêm vào mệnh đề $\neg q$, với một độ chắc $N(\neg q) = 1$. Ta dùng nguyên lý giải một số lần theo sự cần thiết để tìm độ chắc chắn về mệnh đề **0**. Độ chắc chắn đó cũng là giá trị của cận dưới của độ chắc chắn về q.

Thí dụ 2.2.3: Để minh hoạ, hãy xét các điều kiện của modus ponens khả năng, các mệnh đề đã biết là $u \rightarrow v$ và u, với $N(u \rightarrow v) = \alpha$ và $N(u) = \beta$. Để chứng minh v, hãy thêm vào tri thức của chúng ta $N(\neg v) = 1$. Nguyên lý giải khả năng cho, từ $N(\neg v) = 1$ và $N(\neg u \vee v) = \alpha$, $N(\neg u) \geq \min(1, \alpha) = \alpha$ và $N(\mathbf{0}) \geq \min(\beta, \alpha)$.

Các lược đồ chứng minh định lý có thể được suy ra từ các nguyên lý đó.

2.3. Phát biểu ma trận của modus ponens khả năng

2.3.1. Trường hợp tổng quát

Các giả thiết được sử dụng trong mỗi một lược đồ ở trên biểu diễn một số tri thức về các mối liên kết giữa p và q, về tính đúng sai của p hay q, nhưng không tính tới tất cả chúng, và như vậy trong một chừng mực nhất định, chúng là không đầy đủ. Chúng dùng độ đo khả năng và cần thiết gắn với phép kéo theo $p \rightarrow q$. Ta sẽ thu được những kết quả mạnh hơn khi xét khả năng và cần thiết có điều kiện của q khi biết p, có tính tới tất cả các mối liên kết giữa p và q. Cách tiếp cận này tương tự như cách tiếp cận được sử dụng để xử lý các tri thức trong logic xác suất. Khái niệm khả năng có điều kiện đã được đưa vào ở mục 2.1.1 và ở đây, nó ứng với độ đo $\Pi(q \mid p)$ mà với nó có khả năng mệnh đề q là đúng khi biết rằng mệnh đề p là đúng, được định nghĩa bởi:

$$\Pi(p \wedge q) = \min(\Pi(q|p), \Pi(p)).$$

Độ đo cần thiết có điều kiện được cho, bởi phép đối ngẫu với độ đo khả năng có điều kiện, như sau :

$$N(q|p) = 1 - \Pi(\neg q \mid p).$$

và biểu diễn mức độ mà với nó thì với p đúng là đủ để kết luận rằng q là đúng.

Lúc này, ta đã tính tới tất cả những mối liên kết giữa p và q, có nghĩa ta xét cả hai luật : luật (R) "nếu p đúng thì q đúng" và luật (R') "nếu không p là đúng thì q là đúng" để chỉ ra, theo một cách thức nào đó, ta đã xa rời sự tương đương giữa sự kiện p là đúng với sự kiện q là đúng tới mức độ nào. Vậy là ta giả thiết biết độ chắc chắn $N(q|p)$ được gán cho tính chân lý của q khi p là đúng, qua trung gian của luật (R), và độ chắc chắn $N(q|\neg p)$ được gán cho tính chân lý của q khi p là sai, qua trung gian của luật (R').

Những xem xét tương tự cũng có thể được phát biểu đối với giá trị chân lý của $\neg q$. Ta cũng biết rằng $\Pi(q \mid p) = 1-N(\neg q|p)$, chỉ rõ tới chừng nào có khả năng q là đúng, khi biết rằng p là đúng; cũng vậy $\Pi(q|\neg p) = 1- N(\neg q|\neg p)$ chỉ rõ tới chừng mực nào có khả năng q là đúng khi mà p được biết là sai.

Tính chất 2.3.1: Những tri thức về các luật (R),và (R') cho phép suy ra tới chừng mực nào có khả năng và trong chừng mực nào chắc chắn rằng q là đúng khi biết p đúng bởi

$\Pi(q) = \max(\min(\Pi(q|p), \Pi(p)), \min(\Pi(q|\neg p, \Pi(\neg p)))$

$\Pi(\neg q) = 1- N(q) = \max(\min(\Pi(\neg q|p), \Pi(p)), \min(\Pi(\neg q|\neg p), \Pi(\neg p)))$.

Hai biểu thức này hơi phức tạp được tóm tắt bằng cách xem như đối với hợp thành của các quan hệ mờ, tích ma trận (được ký hiệu bởi *), trong đó tích thông thường được thay thế bởi toán tử min, phép cộng thông thường, bởi max [Dubois, Prade 86]:

$$\begin{bmatrix} \Pi(q) \\ \Pi(\neg q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi(q|p) & \Pi(q|\neg p) \\ \Pi(\neg q|p) & \Pi(\neg q|\neg p) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Pi(p) \\ \Pi(\neg p) \end{bmatrix}$$

Điều đó có nghĩa ta kết hợp với các liên kết giữa giá trị chân lý của p và của q ma trận vuông sau :

$$M(p,q) = \begin{bmatrix} \Pi(q|p) & \Pi(q|\neg p) \\ \Pi(\neg q|p) & \Pi(\neg q|\neg p) \end{bmatrix}$$

trong đó cột thứ nhất liên quan tới luật (R), với $\Pi(\neg q|p) = 1 - N(q|p)$, biểu diễn độ không chắc chắn về giá trị chân lý của q khi ta giả sử rằng p là đúng. Cũng vậy, cột thứ hai liên quan tới luật (R'). Lưu ý là phải có ít nhất một giá trị 1 trong mỗi cột, lý do là max $(\Pi(A), \Pi(\neg A)) = 1$ với bất kỳ A.

Nói riêng, nếu các mệnh đề p và q là tương đương, chắc chắn ta có thể nói rằng q đúng khi p đúng và không thể có q đúng khi p là sai. Vậy những mệnh đề được kết hợp với ma trận sau :

$$M(p, q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Thí dụ 2. 3. 1: Lấy lại luật (R) " nếu giá thấp hơn 800 triệu đồng, thì quyết định mua ngôi nhà ", được xem là tin cậy với một hệ số chắc chắn 0,8 và kết hợp với nó luật (R') " nếu giá ít nhất bằng 800 triệu đồng thì quyết định mua ngôi nhà". Với luật sau này có khả năng (với mức độ 0,1) ta quyết định mua ngôi nhà nếu giá của nó ít nhất bằng 800 triệu đồng, độ không chắc chắn khi đó là toàn phần (bằng với 1) về việc mua đó. Những mệnh đề p = "giá thấp hơn 800 triệu đồng" và q = "quyết định mua ngôi nhà " được liên kết với nhau với những trọng số được chỉ rõ trong ma trận sau :

$$M(p, q) = \begin{bmatrix} 1 & 0,1 \\ 0,2 & 1 \end{bmatrix}$$

Khi đó, nếu ta biết, với một độ chắc chắn 0.7, giá của ngôi nhà đem bán là thấp hơn 800 triệu đồng, ta có $\Pi(p) = 1$, $\Pi(\neg p) = 1 - 0,7 = 0,3$. Ta suy ra khi đó quyết định mua ngôi nhà với một khả năng $\Pi(q)$ và một độ không chắc chắn $\Pi(\neg q)$ được cho bởi tích ma trận

$$\begin{bmatrix} \Pi(q) \\ \Pi(\neg q) \end{bmatrix} = M(p, q) = \begin{bmatrix} \Pi(p) \\ \Pi(\neg p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \max(1, 0,1) \\ \max(0,2, 0,3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,3 \end{bmatrix}$$

đúng với tính chất 2.3.1. Vậy là chắc chắn, với độ chắc chắn 0,7, ta quyết định mua ngôi nhà.

2.3.2. Tri thức không đầy đủ về các luật và / hay là các mệnh đề

Thường thì khó có được tất cả các hệ số của ma trận M(p,q) liên kết với các mệnh đề p và q, một phần do tính hợp thức của luật (R') thường không biết khi tính hợp thức của luật (R) đã biết, dù là không hoàn toàn. Một sự không xác định toàn phần trên luật (R'), chẳng hạn, sẽ được biểu diễn bởi $\Pi(q|\neg p) = 1$ và $\Pi(\neg q|\neg p) = 1$. Một sự không xác định một phần có thể dẫn tới việc biết những khoảng con của [0,1], có khi chính bản thân khoảng [0,1], để mô tả tập các giá trị được lấy bởi phần tử này khác của ma trận M(p,q). Chẳng hạn, giả sử chỉ các hệ số kết hợp với luật (R) đã biết, khi đó ma trận có dạng :

$$M_R(p,q) = \begin{bmatrix} \Pi(q|p) & [0,1] \\ \Pi(\neg q|p) & [0,1] \end{bmatrix}$$

Chắc chắn là một trong hai giá trị $\Pi(q|\neg p)$ và $\Pi(\neg q|\neg p)$ phải bằng 1, nhưng những tri thức hiện có không cho phép xác định là giá trị nào.

Những tri thức về mệnh đề p cũng có thể không hoàn toàn. Tuy nhiên có thể cần thực hiện tích ma trận được chỉ ra ở trên để có một thông tin, dù là không chính xác về chân lý của mệnh đề q. Để làm điều đó, ta sử dụng các toán tử min và max đối với các khoảng con của [0,1], tôn trọng các luật sau :

$$\min([\alpha,\beta],[\gamma,\delta]) = [\min(\alpha,\gamma), \min(\beta,\delta)]$$
$$\max([\alpha,\beta],[\gamma,\delta]) = [\max(\alpha,\gamma), \max(\beta,\delta)],$$

Trường hợp một số giá trị được biết chính xác là một trường hợp đặc biệt của trường hợp trên, với $\alpha = [\alpha,\alpha]$.

Thí dụ 2. 3. 2: Ta tiếp tục thí dụ 2. 3. 1. Nếu chỉ biết sự hợp thức của (R) và nếu giá của ngôi nhà cho trước thấp hơn 800 triệu đồng là chắc chắn, ta có được

$$\begin{bmatrix} \Pi(q) \\ \Pi(\neg q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & [0,1] \\ 0,2 & [0,1] \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \max(1, \min(0, [0,1])) \\ \max(0,2, \min(0, [0,1])) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,2 \end{bmatrix}$$

Bây giờ giả sử hoàn toàn có khả năng là giá của một ngôi nhà khác là thấp hơn 800 triệu đồng, nhưng chỉ chắc chắn với một độ chắc chắn nằm giữa 0,6 và 0,7, có nghĩa $\Pi(p) = 1$ và $\Pi(\neg p)$ nằm trong khoảng [0,3, 0,4]. Ta tìm được các giá trị của $\Pi(q)$ và $\Pi(\neg q)$ bởi :

$$\begin{bmatrix} \Pi(q) \\ \Pi(\neg q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & [0,1] \\ 0,2 & [0,1] \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ [0,3, 0,4] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \max(1, [0, 0,4]) \\ \max(0,2, [0, 0,4]) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ [0,2, 0,4] \end{bmatrix}$$

Vậy $\Pi(\neg q)$ không xác định giữa các giá trị 0,2 và 0,4 và độ chắc chắn về sự kiện mà ta phải mua ngôi nhà nằm ở giữa 1−0,4 và 1−0,2, và do đó nó thuộc về [0,6.0,8].

Nhận xét : Trường hợp đặc biệt của modus ponens cổ điển tương ứng với tình huống trong đó ta chỉ có những thông tin chắc chắn về (R), có nghĩa về sự kiện rằng q sẽ đúng nếu p đúng và trong đó p được biết là đúng một cách chắc chắn. Ta suy ra q đúng một cách chắc chắn vì :

$$\begin{bmatrix} 1 & [0,1] \\ 0 & [0,1] \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sự tương đương giữa hai mệnh đề p và q tương ứng với việc biết các luật (R) và (R'), với ma trận sau :

$$M(p,q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.4. Kết luận

Nếu như logic mờ tham gia vào trường hợp trong đó các mức độ chân lý của các mệnh đề là trung gian giữa 0 và 1, logic khả năng liên quan tới các mức độ không chắc chắn về các mệnh đề. Chúng có bản chất khác nhau, ngay cả khi logic mờ cũng có khả năng xử lý các mức độ không chắc chắn.

PHỤ LỤC

1. Các chứng minh

Các chứng minh những tính chất được phát biểu trong chương này, chẳng hạn cả các tính chất được tóm tắt trong các bảng khác nhau, đều được tiến hành theo cùng một cách tiếp cận. Dưới đây, để làm thí dụ, ta cho một chứng minh xác minh rằng modus ponens suy rộng là tương thích với modus ponens thông thường đối với phép kéo theo của Brouwer–Gödel và t–chuẩn của Lusakiewicz được xem là toán tử. Có thể tham khảo trong [Desprès 88] hay trong [Bouchon 90] để xem các chứng minh khác.

Cho luật "nếu V là A thì W là B" và một quan sát A': từ đó ta suy ra một kết luận B' sao cho :

$$\forall y \in Y\ f_{B'}(y) = \sup_{x \in X} T(f_{A'}(x), f_R(x,y)).$$

Giả sử A và B được chuẩn hoá, như vẫn thường làm trong lập luận với logic mờ, và các giá của A và của B đều khác với các vũ trụ X và Y, có nghĩa tồn tại x trong X và y trong Y sao cho $f_A(x) = 0$ và $f_B(y) = 0$. Vì $f_R(x,y) = 1$ nếu $f_A(x) \leq f_B(y)$ và $f_R(x,y) = f_B(y)$ trường hợp ngược lại, ta có với mọi y thuộc Y :

$$\begin{aligned} f_{B'}(y) &= \sup_{x \in X} \max(f_{A'}(x) + f_R(x,y) - 1, 0) \\ &= \max[\sup_{\{x \in X / f_A(x) \leq f_B(y)\}} \max(f_{A'}(x) + 1 - 1, 0), \\ &\qquad \sup_{\{x \in X / f_A(x) > f_B(y)\}} \max(f_{A'}(x) + f_B(y) - 1, 0)]. \end{aligned}$$

Bây giờ giả sử rằng A' đồng nhất với A, là điều phải dẫn tới một modus ponens thông thường. Ta có:

$$\begin{aligned} f_{B'}(y) = \max [&\sup_{\{x \in X / f_A(x) \leq f_B(y)\}} f_A(x), \sup_{\{x \in X / f_A(x) > f_B(y)\}} \max(f_A(x) \\ &+ f_B(y) - 1, 0)] \end{aligned}$$

$$= \max [f_B(y), \max(1 + f_B(y) - 1, 0] = \max [f_B(y), f_B(y)] = f_B(y).$$

Vậy là ta đã tìm thấy đúng là, nếu A = A', thì B = B'.

2. Bài tập

Bài tập 3.1 – Xét các biến V = "nhiệt độ" và W = "thời hạn can thiệp", xác định trên $\mathbf{R}^+$, và các đặc trưng A = "không bình thường" của V và B = "ngắn" của W với các hàm thuộc f_A và f_B (xem hình vẽ). Cho luật :

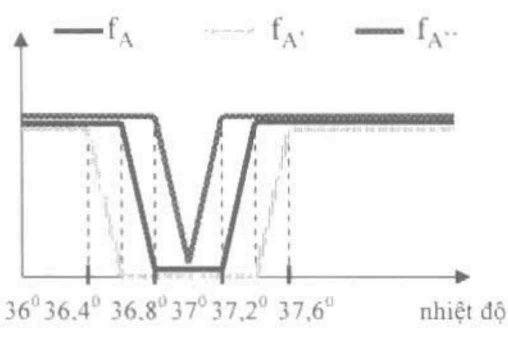
R0 : "nếu nhiệt độ là không bình thường thì thời hạn can thiệp là ngắn".

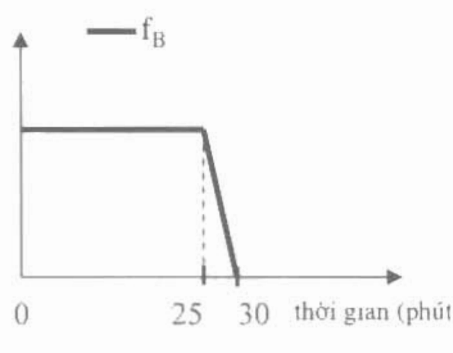
Ta dùng phép kéo theo mờ của Lukasiewicz và toán tử modus ponens suy rộng liên kết. Ta có được những kết luận nào về thời hạn can thiệp khi có một trong ba quan sát sau :

- "nhiệt độ là 36,7^0 C".

- "nhiệt độ là rất không bình thường", với một hàm thuộc $f_{A'}$ liên kết với A' = "rất không bình thường" (xem hình vẽ).

- "nhiệt độ là tương đối không bình thường" với hàm thuộc $f_{A''}$ liên kết với A'' = "tương đối không bình thường" (xem hình vẽ)





Bài tập 3.2 – Xét các luật sau :

R1: Nếu khởi hành trước 15 giờ, thì cuộc hành trình sẽ dài.

R2: Nếu khởi hành sau 15 giờ và nếu trời mưa thì cuộc hành trình sẽ dài.

R3: Nếu khởi hành sau 15 giờ và nếu trời không mưa thì cuộc hành trình sẽ ngắn.

1^0) Logic mờ : Ta giả sử rằng "trước 15 giờ" và "sau 15 giờ" được biểu diễn theo thứ tự bởi các hàm thuộc f'_1 và f''_1 (xem hình vẽ) trên vũ trụ U_1 của thời gian. Thời gian của cuộc hành trình và trời mưa được giả sử là những chỉ dẫn chính xác, xác định theo thứ tự trên các vũ trụ U_2 = {cuộc hành trình dài, cuộc hành trình ngắn} và U_3 = {trời mưa, trời không mưa}. Ta dùng phép kéo theo mờ của Brower–Godel và cực tiểu làm toán tử modus ponens suy rộng. Ta xét hai quan sát sau :

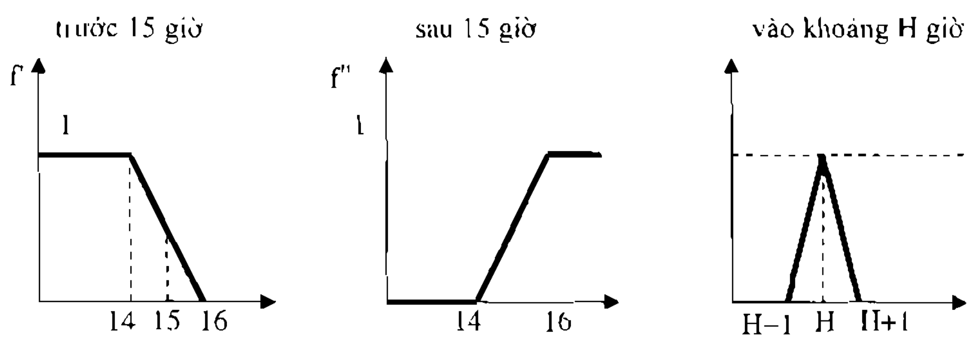
• O1 : "khởi hành vào khoảng lúc 15 h 30 và trời không mưa", trong đó phân bố khả năng biểu diễn "khoảng lúc H giờ" được chỉ rõ trên hình vẽ.

• O2 : "người ta nghĩ rằng trời không mưa, với một độ không chắc chắn 0,3 và khởi hành vào đúng lúc 15 h".

Trong mỗi trường hợp, ta sẽ thu được kết luận gì về thời gian của hành trình với việc sử dụng R1, R2, R3 ? Có thể tích hợp những kết quả đó như thế nào để cho một kết luận tổng thể về thời gian của hành trình đó?

2°) Logic khả năng : Nếu "trước 15 giờ" và "sau 15 giờ" là những dữ kiện chính xác, tuy nhiên có thể là không chắc chắn, ta giả sử rằng các luật R1, R2, R3 được kết hợp theo thứ tự với các độ đo cần thiết lớn hơn hay bằng 0,8, 0,6 và 0,6. Từ mỗi luật đó, ta có được gì nếu như có quan sát sau :

O3 : "khởi hành trước 15 h với một độ không chắc chắn 0,3".



Bài tập 3. 3 – Với một vai diễn, đạo diễn muốn một diễn viên "trẻ", trong khi nhà sản xuất muốn một diễn viên " tuổi khoảng giữa 20 và 30 tuổi". Hai đặc trưng mờ đó được biểu diễn bởi các tập con mờ J và K của vũ trụ X các tuổi, với các hàm thuộc f_J và f_K (xem hình vẽ).

1°) Với mức độ nào có khả năng và chắc chắn thoả mãn được nhà đạo diễn bằng cách chọn các diễn viên có tuổi giữa 18 và 28 ? Hãy đánh giá sự tương thích giữa J và K.

2°) Nhà đạo diễn chọn một diễn viên qua trung gian các luật sau :

R4 : " nếu tuổi là trẻ thì ứng cử viên được chấp nhận ".

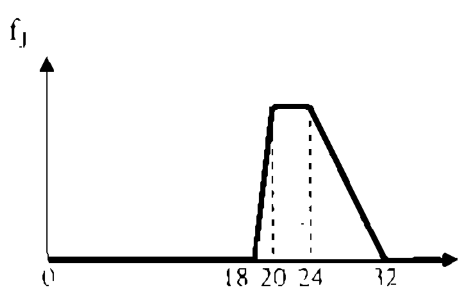
R5 : "nếu ứng cử viên được chấp nhận và tóc màu nâu thì diễn viên được gọi đến", với "trẻ" được đặc trưng bởi J, "nâu", "được chấp nhận", "được gọi đến" xác định trên các vũ trụ Y = {nâu, không nâu}, Z = {được chấp nhận, không được chấp nhận}, U = {được gọi đến, không được gọi đến}. Ta sử dụng phép kéo theo Lukasiewicz.

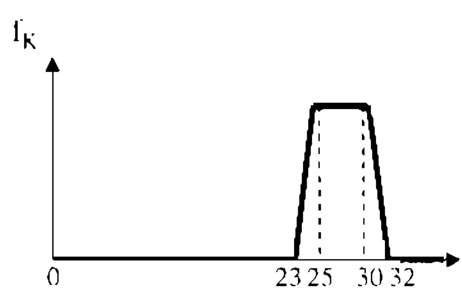
• Theo R4, một ứng cử viên thoả mãn nhà sản xuất (vậy là một diễn viên được đặc trưng bởi K) có được chấp nhận không ?

• Phi có tóc màu nâu với một độ chắc chắn 0,8 và 19 tuổi. Có thể đặc trưng nó bởi tập con mờ nào và ta có thể thu được kết luận gì về sự kiện là Phi được gọi đến, khi sử dụng R4 và R5 ?

Bài tập 3. 4: Ta xét các tri thức về việc lái xe trên đường được mô tả qua các biến V_1 = độ nhìn rõ, V_2 = tốc độ, V_3 = loại xe, được xác định theo thứ tự trên các vũ trụ X_1 của độ nhìn rõ, X_2 các vận tốc, X_3 = {xe con, xe tải}. Ta định nghĩa một gia tử mod = "đúng hơn là", với mọi đặc trưng mờ C có hàm thuộc f_C, kết hợp một đặc trưng mờ mới mod(C) với hàm thuộc :

$f_{mod(C)}(x) = \min(1, 2f_C(x))$ với mọi x của vũ trụ trên đó xác định f_C.





1°) Ta dùng phép kéo theo mờ của Kleene–Dienes và t–chuẩn của Lukasiewicz đối với modus ponens suy rộng. Ta diễn tả luật mờ :

R6: "nếu vận tốc là nhỏ thì kiểu xe là một xe tải".

Từ R6 có thể kết luận gì khi có một trong các sự kiện sau :

F1 : vận tốc đúng hơn là yếu,

F2 : chắc chắn là, với một mức độ 0,7, vận tốc là yếu.

2°) Ta sử dụng phép kéo Brouwer–Godel và toán tử minimum cho modus ponens suy rộng. Ta diễn tả luật mờ :

R7 : " nếu độ nhìn rõ là kém, thì tốc độ là nhỏ ".

Từ R7, có thể kết luận được gì khi có mặt mỗi một sự kiện sau :

F3 : độ nhìn rõ là 0,75,

F4 : độ nhìn rõ đúng hơn là kém,

F5 : chắc chắn là, với một độ chắc 0,8, độ nhìn rõ là kém.

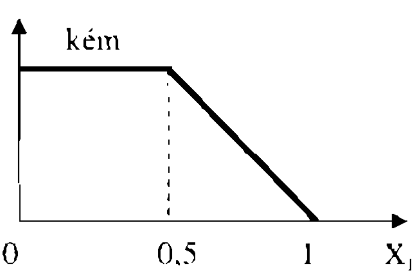
3°) Ta đưa trọng số vào luật R6 bằng một hệ số cần thiết N = 0,9 bằng với độ chắc chắn để cho loại xe là xe vận tải, biết rằng vận tốc là nhỏ. Ta thêm vào luật sau :

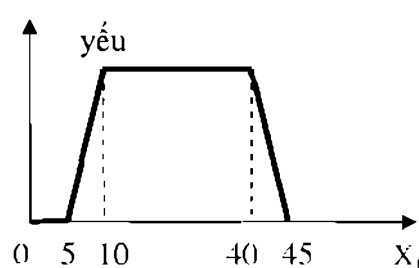
R8 : " Nếu vận tốc không nhỏ thì loại xe không là xe tải ".

Ta có được kết luận gì khi có mặt một trong những quan sát sau :

F6 : vận tốc là nhỏ, với một độ chắc chắn 0,8,

F7 : vận tốc là 53 km / giờ.





X_2

CHƯƠNG IV

ỨNG DỤNG CỦA LOGIC MỜ

1. ĐIỀU KIỆN VÀ LĨNH VỰC ỨNG DỤNG LOGIC MỜ

2. THU THẬP TRI THỨC TRONG MÔI TRƯỜNG MỜ

3. CÁC LĨNH VỰC ỨNG DỤNG CHỦ YẾU

I. ĐIỀU KIỆN VÀ LĨNH VỰC ỨNG DỤNG LOGIC MỜ

1.1. Điều kiện ứng dụng

Khi xây dựng một ứng dụng, chẳng hạn như một hệ chuyên gia, một hệ điều khiển hay một hệ trợ giúp quyết định, logic mờ, hiểu theo nghĩa rộng nhất của nó, phải được xem như một công cụ bổ sung vào bộ những công cụ truyền thống sẵn có (logic cổ điển, tự động hoá, vận trù học. . .) Nó không phải lúc nào cũng được coi là một giải pháp tiên quyết, bắt buộc cho việc xây dựng các ứng dụng nên chúng ta phải tìm hiểu liệu ứng dụng có những đặc điểm mà việc đưa logic mờ vào là hữu ích. Chúng ta sẽ đề cập một cách chi tiết những đặc điểm riêng của từng ứng dụng trong các mục sau của chương này. Chúng ta liệt kê dưới đây những lý do chung nhất của việc sử dụng logic mờ.

– Tri thức liên quan đến hệ thống cần xây dựng không hoàn chỉnh. Có nghĩa một phần trong số chúng là không chính xác và có thể không chắc chắn. Thí dụ, những dữ liệu cung cấp bởi các thiết bị đo đạc không có được độ chính xác tuyệt đối.

– Một số tri thức của chuyên gia hay của người quan sát có thể được biểu diễn bằng ngôn ngữ tự nhiên, trong khi một số khác lại là dạng số được cung cấp bởi các thiết bị đo. Việc xử lý đồng thời các dạng tri thức khác nhau đó trên cùng các biến hay thuộc tính chỉ có thể thực hiện một cách đơn giản trong khuôn khổ của logic mờ.

– Những người liên quan đến việc xây dựng hệ thống, thí dụ người giám sát hay người sử dụng hệ thống, thường đưa ra những mô tả chủ quan theo cảm nhận của họ. Thí dụ vẻ đẹp của một màu, sự tiện dụng của một thiết bị, tình trạng sức khoẻ,. . .

– Có sự không chắc chắn mang bản chất phi số trên một số tri thức. Sự không chắc chắn này không thể biểu diễn bằng một giá trị số giống như trong lý thuyết xác suất. Nó phản ánh độ tin cậy của người cung cấp hoặc sự biến đổi của đặc tính được mô tả hay những khó khăn trong việc thu thập tri thức.

– Có những tri thức có cấp độ về hệ thống.

– Ranh giới giữa những lớp đối tượng không được định nghĩa rõ ràng, chính xác, có thể có phần chồm lên nhau.

– Một số thuộc tính của hệ thống không thể được mô tả một cách chính xác và chỉ có ở dạng mơ hồ do có nhiều biến đổi của các thuộc tính hoặc do sự hiểu biết không thấu đáo về các tình huống có thể xảy ra.

– Hệ thống cần xây dựng đòi hỏi có sự linh hoạt, tính chính xác của dữ liệu trong từng điều kiện quan sát cụ thể, hoặc là nhằm thích ứng với môi trường sử dụng thực tế của hệ thống.

– Không tồn tại mô hình chặt chẽ cho việc giải quyết vấn đề hoặc là mô hình đó quá phức tạp.

Nếu gặp phải ít nhất một trong những lý do trên thì nên xem xét đến việc vận dụng logic mờ. Trong một số trường hợp, logic mờ còn được ứng dụng vì nó đơn giản và nhanh chóng đưa vào vận dụng hơn so với các phương pháp truyền thống cho kết quả tương tự.

1.2. Lĩnh vực ứng dụng

Các lĩnh vực ứng dụng logic mờ trở nên phong phú kể từ cuối những năm sáu mươi của thế kỷ 20. Sau đây là một số lĩnh vực kỹ thuật đã có những ứng dụng của logic mờ :

- hệ chuyên gia
- điều khiển tiến trình
- kỹ thuật người máy
- bài toán lập kế hoạch
- ngôn ngữ lập trình
- bài toán quyết định đa mục tiêu
- bài toán lấy quyết định nhóm
- bài toán tối ưu hóa
- bài toán lập lịch
- cơ sở dữ liệu
- tìm kiếm văn bản
- nhận dạng
- bài toán phân loại
- xử lý ảnh.

Trong các lĩnh vực ứng dụng, có thể đơn cử một vài thí du :

- y học và sinh học (các nghiên cứu về ung thư, về tim mạch, về gen, tâm thần học, hỗ trợ chẩn đoán bệnh, ...)
- công nghiệp (công nghiệp dân dụng, kỹ thuật điện, năng lượng hạt nhân, các quy trình công nghiệp, kiểm soát chất lượng công nghiệp, thiết kế công nghiệp, chẩn đoán lỗi,...)
- kỹ thuật (giao thông, đồ điện gia dụng, máy ảnh, máy tính, người máy,...)
- kinh tế (kinh tế vi mô, quản lý, chứng khoán,...)
- quân sự (hỗ trợ ra các quyết định quân sự,...)
- sinh thái học (môi trường, ô nhiễm, khí tượng học,...)
- khoa học nhân văn (ngôn ngữ học, tâm lý học, địa lý, xã hội học, ...)
- nghiên cứu khoa học (cơ học lượng tử, hóa học, thống kê,...).

2. THU THẬP TRI THỨC TRONG MÔI TRƯỜNG MỜ

Thu thập tri thức trong môi trường mờ bao gồm 2 phần. Thứ nhất, như trong bất kỳ hệ tri thức nào, là trích chọn tri thức từ những nguồn sẵn có. Thứ hai là tìm cách biểu diễn ở dạng số những đặc tính vốn được mô tả bằng ngôn ngữ tự nhiên [Andrès et al. 94]. Hai phần này có khi được xử lý đồng thời bằng những phương pháp tự động.

2.1. Trích chọn tri thức từ các nguồn sẵn có

Việc trích chọn tri thức liên quan chủ yếu đến hệ chuyên gia và hệ điều khiển mờ trong đó các luật sản xuất phải được thiết lập. Dưới đây trình bày phương pháp trích chọn tự nhiên. Cách trích chọn tự động sẽ được đề cập trong phần 2.2.

2.1.1. Trích chọn tự nhiên

Trích chọn tự nhiên thường được thực hiện với sự cộng tác của những người có trình độ cao trong lĩnh vực liên quan bao gồm cả những kỹ thuật viên có kinh nghiệm, họ được gọi chung là các chuyên gia. Kỹ sư tri thức có thể thu thập tri thức qua những cuộc phỏng vấn, hay qua những bảng câu hỏi một cách trực tiếp, bán trực tiếp hoặc gián tiếp. Trong trường hợp có nhiều chuyên gia, người ta sử dụng cả những cuộc họp trong đó các chuyên gia bày tỏ và trao đổi ý kiến một cách thoải mái. Bảng câu hỏi được sử dụng phù hợp khi các biến trong hệ thống đã được xác định một cách rõ ràng và chỉ còn đòi hỏi thiết lập các mối liên hệ giữa những đặc tính của hệ thống.

Trong hệ điều khiển mờ, tri thức thường có được qua việc phỏng vấn những kỹ thuật viên có kinh nghiệm trong việc vận hành hệ thống hay những kỹ sư nắm vững hệ thống. Người ta cũng có thể quan sát các kỹ thuật viên đang vận hành hệ thống nhằm mô hình hoá các xử lý của họ. Nếu cần thiết, trong lúc quan sát, người ta có thể đặt các câu hỏi xung quanh những hoạt động của họ.

Những vấn đề sau đây thường được đặt ra xung quanh việc thu thập tri thức chuyên gia:

– Tìm kiếm chuyên gia đủ tin cậy và sẵn sàng cộng tác.

– Sự đa dạng của tri thức được cung cấp bởi nhiều chuyên gia. Logic mờ cung cấp những phương tiện hữu hiệu và đơn giản nhằm tích hợp các tri thức từ các nguồn khác nhau.

– Duy trì sự cập nhật của tri thức. Điều này được thực hiện dễ dàng trong môi trường mờ: biểu diễn của những biến mờ có thể thay đổi bằng việc điều chỉnh các hàm thuộc (thí dụ mô tả một mặt hàng có *"giá cao"*, mang tính tương đối theo thời gian), hiệu lực của thông tin có thể điều chỉnh bằng cách thay đổi các hệ số khả năng (coefficient of possibility) và hệ số cần thiết (coefficient of nesessary) gắn với nó.

– Có thông tin không tường minh như giới hạn có hiệu lực của thông tin hoặc những đặc điểm chung của chúng. Môi trường mờ thuận lợi cho việc xử lý một số dạng thông tin không tường minh cũng như dễ dàng có được những thông tin này qua việc hỏi cặn kẽ các chuyên gia. Đó là trường hợp thiết lập một luật cho phép các ngoại lệ hoặc cho phép một khẳng định có khả năng đúng ở một mức độ nào đó. Sử dụng lý thuyết khả năng (theory of possibility) cho phép xác định dễ dàng những mức này bằng cách gán trọng số cho các luật hoặc các ý kiến. Các trọng số này thể hiện mức độ đúng của luật hoặc ý kiến. Hơn nữa, lấy hệ số theo người được hỏi còn có thể thực hiện dễ dàng bằng cách sử dụng các đánh giá thí dụ như *"kém chắc chắn"*, *"tương đối chắc chắn"*, *"gần như chắc* *chắn", "hoàn toàn chắc chắn"*. Những đánh giá này sau đó sẽ được chuyển thành dạng số bằng một cách mã hoá đơn giản. Việc thiếu tính tổng quát của luật, thường là không được nói rõ bởi vì những ngoại lệ không nhiều và khó liệt kê, có thể được xử lý bằng cách sử dụng những phó từ như *"nói chung"*, *"thông thường"*,. . . Những phó từ này sẽ được xử lý nhờ vào các lượng từ mờ.

2.1.2. Lấy biểu diễn ở dạng số của những đặc tính vốn được mô tả bằng ký hiệu

Hàm thuộc của những khái niệm không chính xác trong cơ sở tri thức có thể được cung cấp bởi chuyên gia trong lĩnh vực. Có thể chuyên gia đưa thẳng ra dưới dạng các đồ thị, cũng có thể ta phải đặt câu hỏi cho chuyên gia để xác định từng bước các yếu tố của hàm thuộc. Phần không gian giá trị mà chuyên gia cho rằng hoàn toàn thỏa mãn với đặc tính xác định hạt nhân của tập mờ. Phần không gian hoàn toàn không thỏa mãn thuộc tính xác định phần nằm ngoài tập giá của hàm thuộc. Những hàm thuộc này sẽ được điều chỉnh bằng thực nghiệm theo hiệu năng của hệ thống đang xây dựng. Có một số nghiên cứu liên quan đến việc xác định hàm thuộc trong lĩnh vực tâm lý học nhận thức, thí dụ như [Norwich, Turksen 84]. Trong trường hợp có nhiều chuyên gia được tham vấn, một đồ thị chung sẽ được xây dựng, từ các đồ thị của từng cá nhân, bằng cách tích hợp các tham số chẳng hạn như hạt nhân và tập giá của tập mờ [Yager 91]. Những hàm thuộc đó có thể thu được một cách tự động theo cách trình bày trong mục 2.2 dưới đây.

2.2. Trích chọn tự động tri thức trong môi trường mờ

Các phương pháp trích chọn tự động tri thức cũng như học tự động được sử dụng khi không có chuyên gia nhưng có một lượng đủ lớn dữ liệu liên quan đến vấn đề cần giải quyết. Những thí nghiệm hoặc những ghi chép có hệ thống các tình huống tạo nên một cơ sở dữ liệu bao gồm những phép đo hoặc những quan sát mô tả giá trị của một số biến và cả những giải pháp cho vấn đề (chất lượng hoạt động của một quy trình, kết quả thu được, các chẩn đoán đưa ra...). Chẳng hạn, đó có thể là trường hợp của các quy trình công nghiệp, hay của bài toán chẩn đoán bệnh trong y tế, hoặc bài toán ra quyết định trong tài chính. Học tự động được sử dụng để rút ra những thông tin có ích từ những trường hợp riêng lẻ nhằm giải quyết vấn đề tổng quát.

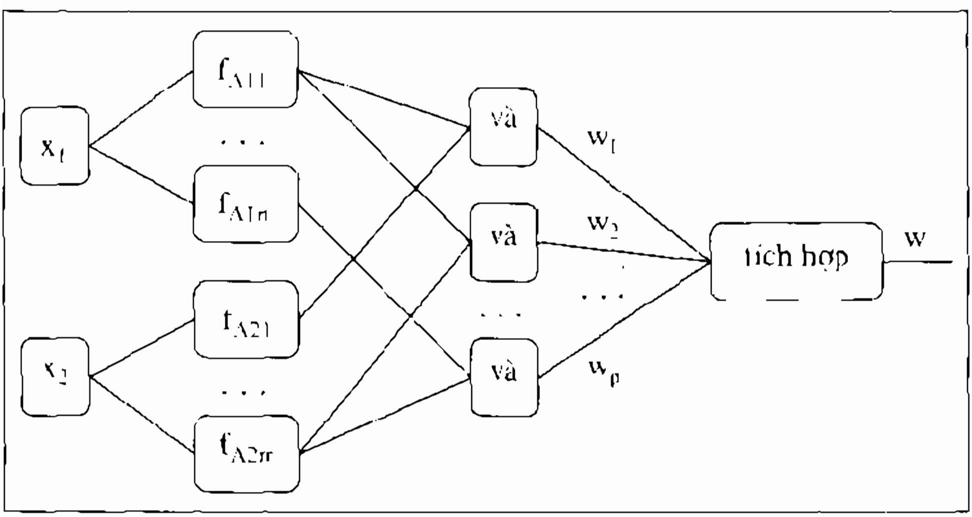
2.2.1. Phương pháp dùng nơ–ron mờ

Sử dụng đồng thời kỹ thuật mạng nơ–ron và kỹ thuật mờ trong một hệ thông lại cho phép phát huy những ưu điểm của cả hai, đặc biệt là khả năng học của mạng nơ–ron và sự mềm dẻo, dễ hiểu khi những đối tượng được xử lý bằng các kỹ thuật mờ. Các kỹ thuật kết hợp đó đã được đưa ra dưới nhiều dạng khác nhau [Takagi 90] [Ménage, Hartani 93], từ việc hòa nhập cả hai phương pháp thành một đến việc sử dụng tuần tự từng phương pháp. Thử nghiệm đầu tiên [Lee, Lee 75] lấy ý tưởng từ phát biểu toán học của nơ–ron đưa ra bởi Mc Culloch và Pitts. Các tác giả đã đưa vào đó các độ mờ liên quan đến sự kích thích và ức chế trên các đầu vào của mạng nơ–ron. Kể từ đó nhiều kiểu kết hợp đã được phát triển, chủ yếu là từ năm 1988. Những hệ thống đó thường hướng đến vấn đề điều khiển mờ và phân lớp mờ. Xây dựng các hệ thống đó tương ứng với việc thiết lập mạng nơ–ron gắn liền với một tập các luật mờ.

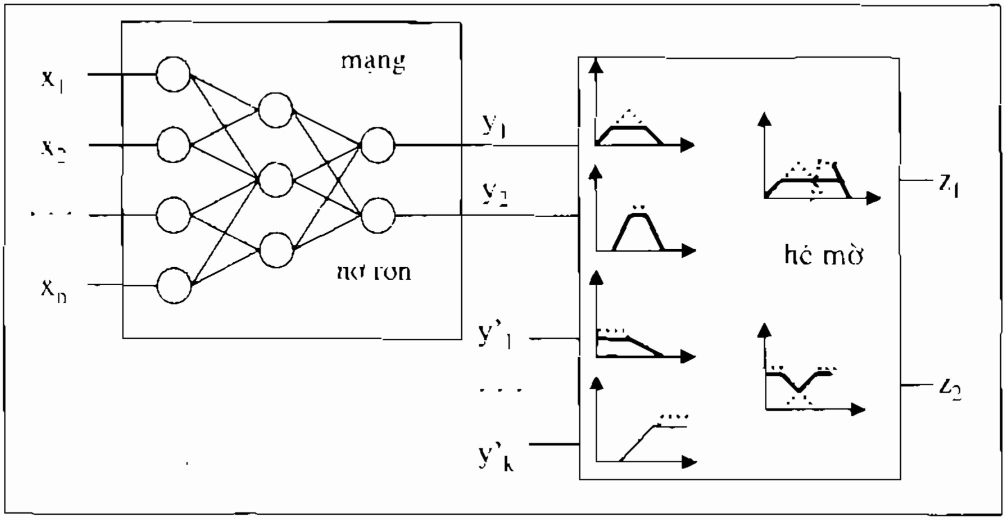
Dạng liên kết được sử dụng phổ biến nhất là hệ suy diễn mờ có dạng một mạng nơ–ron nhiều lớp trong đó các trọng số tương ứng với các tham số của hệ thống, cấu trúc của mạng phụ thuộc vào kiểu của luật và các phương pháp suy diễn, tích hợp và khử mờ được chọn (xem chương 5). Chẳng hạn, với luật có dạng " Nếu $V_1 = A_{1i}$ và $V_2 = A_{2i}$ thì $W = w_i$" người ta dùng đến một mạng nơ–ron trong đó các giá trị x_1 và x_2 là giá trị các biến V_1 và V_2 ở đầu vào. Hai lớp ẩn của mạng đảm nhận việc tính toán giá trị của hàm thuộc. Lớp thứ nhất tính giá trị hàm thuộc của A_{1i} cho đầu vào x_1 và giá trị hàm thuộc của A_{2i} cho đầu vào x_2. Lớp thứ hai thực hiện kết hợp các điều kiện bằng một phép toán thích hợp (xem hình 4.1). Các hàm thuộc được sử dụng trong các luật được coi là những tham số và được điều chỉnh qua các trọng số ở đầu vào của lớp ẩn thứ nhất. Các kết luận w_i của các luật cũng được coi là tham số và được điều chỉnh qua các trọng số liên kết với lớp cuối cùng. Cấu trúc này dẫn đến nhiều kiểu thuật toán học khác nhau : học có giám sát trong đó các tham số của mạng được điều chỉnh nhằm tối thiểu hóa sai số ở đầu ra trên tập mẫu học, học có giám sát một phần, học tăng cường [Berenji 92].

Kiểu liên kết thứ 2 giữa mạng nơ–ron và hệ mờ là sử dụng mạng nơ–ron để thay thế từng thành phần trong hệ điều khiển mờ. Những mạng như vậy dùng để học các hàm thuộc, để tính toán suy diễn, để thực hiện việc tích hợp các điều kiện và trong khâu khử mờ. Nó có thể trích chọn các luật mờ bằng cách phân tích sự tương quan giữa các đầu vào và đầu ra của mạng nơ–ron và như vậy thể hiện rõ những tri thức có được bởi mạng nơ–ron bằng cách thiết lập một giao diện giữa dữ liệu số và dữ liệu dạng ký hiệu. Cách tiếp cận này có lợi trong việc giải quyết 2 vấn đề cơ bản của logic mờ : xác định các hàm thuộc cũng như các luật và làm cho chúng thích nghi với môi trường của hệ thống.

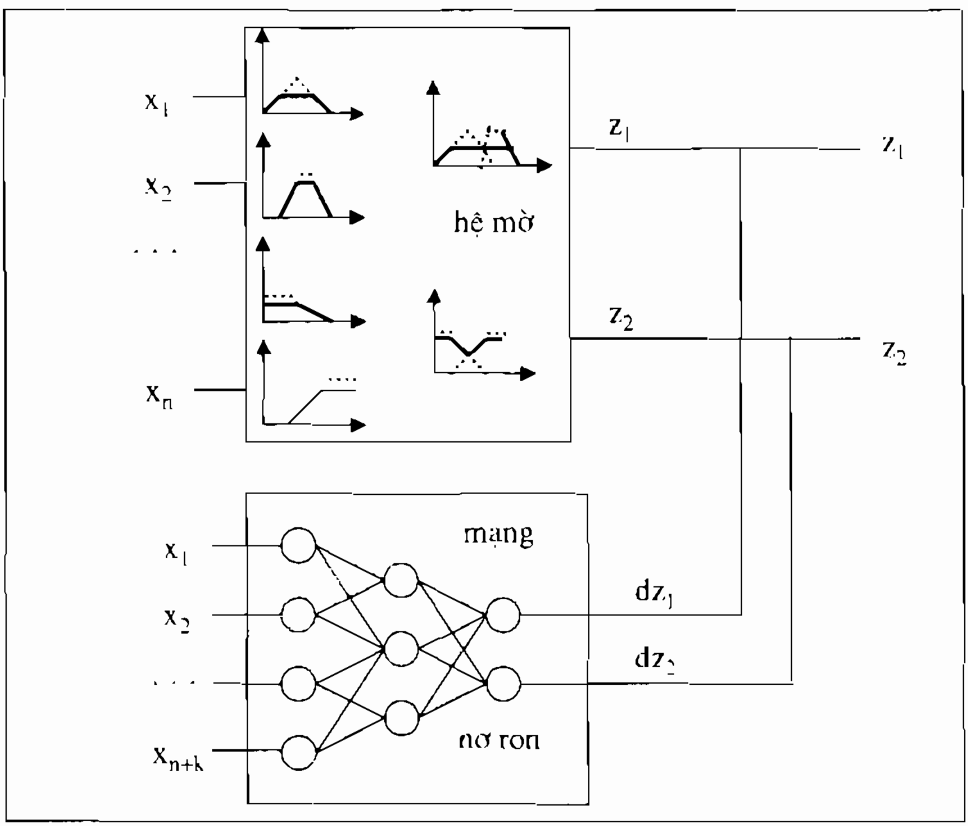
Kiểu liên kết cơ bản thứ 3 là sử dụng mạng nơ–ron và hệ mờ được tổ chức tuần tự hoặc song song. Chúng ta phân biệt sau đây các khả năng liên kết khác nhau. Trước tiên, người ta có thể xây dựng một mạng nơ–ron hoạt động ở phía trước của hệ mờ. Thí dụ, các biến vào của hệ điều khiển mờ có thể được xác định dựa trên đầu ra của mạng nơ–ron khi chúng không đo được một cách trực tiếp (hình 4.2), hoặc là mạng nơ–ron thực hiện chức năng phân loại hay nhận dạng, và tiếp sau là một hệ trợ giúp quyết định mờ. Người ta cũng có thể dùng đến mạng nơ–ron hoạt động ở phía sau hệ mờ, chẳng hạn để chỉnh đầu ra của hệ điều khiển mờ theo những thông tin mới có. Các biến vào mạng nơ–ron cũng chính là các biến vào của hệ điều khiển mờ cùng với các thông tin mới có. Các biến ra là sai số trên các biến ra của hệ mờ (hình 4.3).



Hình 4.1. Thí dụ một mạng nơ–ron dùng trong điều khiển mờ



Hình 4.2. Thí dụ về liên kết tuần tự mạng nơ – ron và một hệ mờ



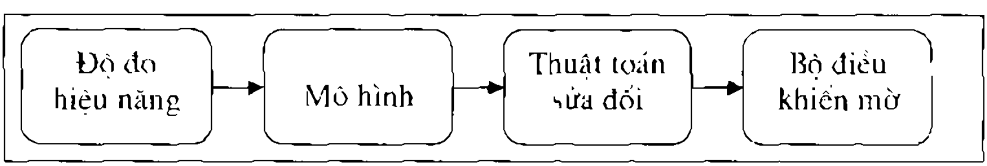
Hình 4.3. Thí dụ về liên kết song song mạng nơ– ron và một hệ mờ

2.2.2. Giải thuật di truyền

Giải thuật di truyền và tổng quát hơn là giải thuật tiến hóa [Bäck, Kursawe 94] có thể sử dụng vào việc thu thập tri thức trong logic mờ. Đó là những phương pháp tìm kiếm xác suất và tối ưu hóa dựa trên mô hình về sự tiến hóa trong sinh học. Nó có thể sử dụng để học các luật mờ, thí dụ như dưới dạng các bảng quyết định mờ trong hệ điều khiển mờ [Bersini 92]. Nó cũng có thể được sử dụng để tối ưu hóa hàm thuộc [Fathi, Hildebrand 94].

2.2.3. Học tự động

Phương pháp này được sử dụng trong điều khiển mờ để học tự động các luật điều khiển mờ cũng như xây dựng các hàm thuộc trong các bộ điều khiển thích nghi. Bộ điều khiển mờ đầu tiên, mang tên Self–Organizing Process Controller (S. O. C) (xem hình 4.4), có tính năng tự học cách vận hành được xây dựng bởi Procyk và Mamdani [Procyk, Mamdani 79]. Nó quan sát, thu nhận thông tin từ môi trường xung quanh khi vận hành và sử dụng kết quả từ những hành động của nó để tự cải tiến với sự trợ giúp của các siêu luật (meta–rule). Tập các luật được xác định một cách sơ bộ lúc đầu được điều chỉnh dần dần dựa trên việc xử lý các sai số. Quá trình học như vậy được tiến hành trực tuyến, các luật được chỉnh ngay trong quá trình vận hành và như vậy thì có thể điều chỉnh theo tiến trình kiểm soát. Cũng có thể chỉ tiến hành điều chỉnh các hàm thuộc xuất hiện trong các luật trong khi giữ nguyên các luật này [Batur, Kasparian 91]. Quá trình học cũng có thể được thực hiện ngoại tuyến. Bộ điều khiển thực chất chỉ được sử dụng khi sai số phạm phải có thể dung thứ được [Smith, Comer 91]. Một kỹ thuật học khác được tiến hành trực tuyến nhằm làm cho bộ điều khiển vốn đã được điều chỉnh tương đối tốt, thích nghi với sự thay đổi của điều kiện vận hành. Các thay đổi này gây ra bởi việc thay đổi các nhiệm vụ và các tham số của quá trình [Shi–Zhong He et al. 93]. Tuy vậy, các bộ điều khiển loại này không phổ biến bằng các bộ điều khiển dựa trên kỹ thuật nơ–ron mờ.



Hình 4.4. Sơ đồ vận hành của bộ điều khiển S. O. C

2.2.4. Sử dụng mô hình mờ của quá trình bị điều khiển

Trong trường hợp điều khiển mờ người ta có thể sử dụng các mô hình của quá trình cần điều khiển để xây dựng bộ điều khiển [Sugeno 85]. Người ta có thể sử dụng một mô tả khái quát những thuộc tính của quá trình cùng với sự hỗ trợ của các luật mờ trên các biến vào, biến trạng thái, biến ra mô tả hành vi của hệ thống.

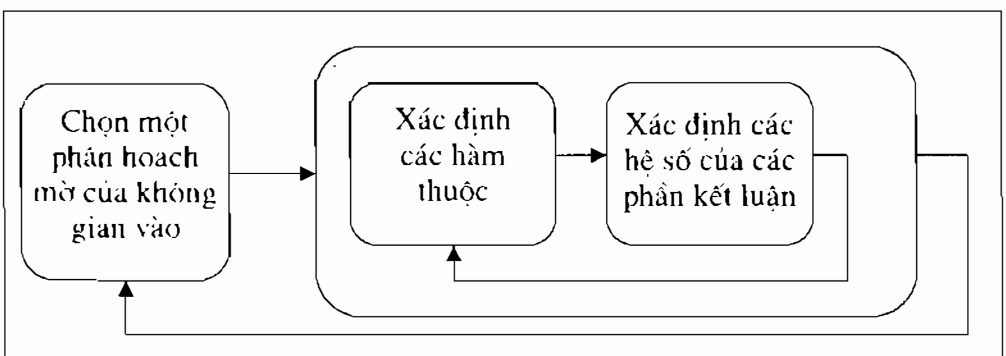
Tiếp đó, phải xây dựng tập các luật điều khiển từ mô hình của quá trình, hoặc bằng cách bổ khuyết những hành vi không được như mong muốn [Sugeno, Takagi 83], hoặc bằng cách xác định cấu trúc và các tham số của tập luật điều khiển mờ nhằm thỏa mãn mục tiêu điều khiển.

Dạng tổng quát của luật điều khiển có thể chọn như sau [Takagi, Sugeno 85] :

(R_i): Nếu V_1 là A_{i1} và V_2 là A_{i2} ... và V_m là A_{im} thì

$W_i = p_{i0} + p_{i1}V_1 + p_{i2}V_2 + .. + p_{im}V_m$, với $1 \le i \le n$.

Việc xác định tập luật mờ nói trên bao gồm trước tiên là việc xác định số lượng luật, đó thực chất là việc phân hoạch không gian các biến vào (xem thêm mục 6. 2.2). Tiếp đó là xác định các hàm thuộc của A_{ij} trong phần điều kiện của các luật cũng như các hệ số p_{ij} trong phần kết luận của luật. Những thứ đó không tách rời mà có liên quan chặt chẽ với nhau. Số lượng luật thường được xác định một cách thực nghiệm dựa trên tri thức chuyên gia hoặc bằng heuristic. Các hàm thuộc được xác định bằng thực nghiệm hoặc bằng một phương pháp quy hoạch phi tuyến. Cuối cùng, các hệ số p_{ij} thu được bằng cách tối thiểu hóa sai số, tức là khoảng cách giữa đầu ra của mô hình và đầu ra nhận được (hình 4.5).



Hình 4.5. Thuật toán xác định các luật mờ

2.2.5. Tối ưu hóa

Như đã nói, các kỹ thuật tối ưu hóa có thể áp dụng trong việc xây dựng các luật điều khiển mờ. Các tham số được xác định bằng cách cực tiểu hóa sai số ở đầu ra. Các sai số này được tính toán trên tập mẫu học bao gồm những giá trị của các biến vào và các biến ra thu được từ thực nghiệm.

Xét một thí dụ đơn giản trong đó y là biến ra, X là vectơ các biến vào và A là vectơ các tham số của các hàm thuộc (các đầu mút của nhân và của tập giá trong trường hợp tập mờ hình thang, giá trị trung bình và độ lệch chuẩn trong trường hợp hàm Gauss,...), và bao gồm cả trọng số của các luật nếu có. Quan hệ giữa đầu vào và đầu ra được diễn tả dưới dạng : $y = f(X,A)$ và các giá trị tối ưu của A làm cực tiểu hóa $\sum_i[y_i - f(X_i,A)]$, với i là chỉ số của thí nghiệm trong tập các thí nghiệm được sử dụng làm tập mẫu học, X_i là vectơ các biến vào trong thí nghiệm và y_i là giá trị đầu ra thu được. Người ta có thể sử dụng các phương pháp tối ưu hóa cổ điển, thí dụ như phương pháp bình phương tối thiểu hay phương pháp giảm gradien [Glorennec 90]. Những thuật toán chuyên dụng cũng được đưa ra, thí dụ như sử dụng kỹ thuật tính toán nhanh đạo hàm riêng phần – ứng dụng trong mạng giao thông [Maeda et al. 91].

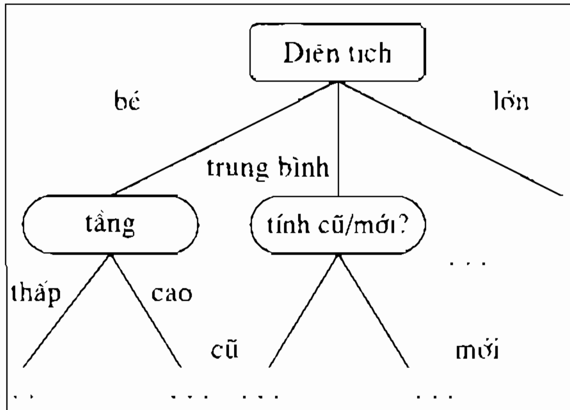
2.3. Học trong môi trường mờ

Suy luận quy nạp được thực hiện từ một tập các mẫu để phát hiện ra mối liên hệ giữa các đặc tính của các tình huống đã biết và quyết định được đưa ra trong tình huống đó. Mỗi tình huống đã biết đó là một mẫu học. Những mối liên hệ đó được sử dụng trong nghiên cứu các đặc tính của tình huống mới nhằm đưa ra quyết định.

Giả sử có một tập mẫu học gồm những tình huống đã biết và có 2 kiểu thông tin trong đó. Kiểu thứ nhất là các giá trị của một số biến hoặc thuộc tính (thí dụ: kích thước, giá cả, ...) ứng với tình huống. Kiểu thứ hai là lớp của tình huống, tức là quyết định đã được đưa ra trong tình huống đó. Các tình huống mới được mô tả qua các giá trị của các thuộc tính nhưng không có lớp của tình huống. Ta phải tìm ra lớp chưa biết này dựa trên các thông tin thu được qua tập mẫu học. Trong trường hợp tất cả các hiểu biết về các thuộc tính đều được mô tả một cách hoàn chỉnh thì những phương pháp học cổ điển có thể được tiến hành. Chẳng hạn như phương pháp ID3 [Quinlan 86] xây dựng một cây quyết định trong đó mỗi nút trong gắn với một thuộc tính, các nhánh đi từ mỗi nút đó gắn với các giá trị khác nhau của thuộc tính. Các nút lá tương ứng với quyết định được đưa ra.

Trong nhiều trường hợp, giá trị của các thuộc tính không chính xác hay mơ hồ, dữ liệu có lỗi do đo đạc, do quan sát hoặc lỗi khi mô tả dữ liệu của người quan sát. Cũng có thể tùy vào mẫu mà dữ liệu ở dạng số, hay ở dạng ký hiệu. Các phương pháp học cũng phải được cải tiến để xử lý cả trường hợp các lớp của tình huống không chính xác hay mơ hồ. Với phương pháp xây dựng cây, khi đó các giá trị thuộc tính gắn với các nhánh là không chính xác. Người ta chọn thứ tự các thuộc tính được sử dụng bằng cách tại mỗi bước trong quá trình dựng cây, thuộc tính mang lại nhiều thông tin nhất về lớp sẽ được chọn (hình 4.6). Cũng có thể sử dụng cách tiếp cận như vậy để định nghĩa các phạm trù không chính xác [Botta et al. 93] từ các mô tả mờ hoặc trong khuôn khổ của lý thuyết khả năng [Maher, St. Clair 93] nhằm thiết lập một thuật toán học quy nạp hiệu quả với các dữ liệu không chắc chắn. Trong trường hợp tồn tại các mẫu bị phân loại sai, chúng sẽ được xử lý bằng cách sử dụng các lượng từ mờ để khai thác những mô tả thỏa mãn "gần như tất cả các mẫu" trong tập mẫu học [Kacprzyk, Iwanski 92]. Độ đo sự khác biệt (measure of discrimination) của thuộc tính trên các giá trị mờ được xây dựng từ tần suất xuất hiện của mẫu trong tập mẫu học và một hàm học, chẳng hạn như những mở rộng của entropy Shannon [Ramdani 92]. Hàm này được mở rộng bằng cách sử dụng xác suất của sự kiện mờ. Nó được dùng vào việc chọn thuộc tính trong quá trình dựng cây nhằm thu được cây tốt nhất. Người ta cũng có thể nghiên cứu trường hợp trong đó có sự tương tự mờ giữa các lớp hoặc giữa các giá trị của cùng một thuộc tính [Bouchon et al. 93].

Học từ mẫu được dùng vào việc định nghĩa các hàm thuộc của các phạm trù không chính xác [Narazaki, Ralescu 92] hoặc thiết lập các luật suy diễn được sử dụng trong hệ chuyên gia mờ hay hệ điều khiển mờ [Weber 92]. Tuy nhiên, hiện nay nó vẫn còn chưa được ứng dụng rộng rãi trong công nghiệp.



Diện tích	Tầng	Tính cũ/mới	Lớp
$23m^2$	2	mới	C2
bé	3	cũ	C1
$54m^2$	1	mới	C3
$110m^2$	2	mới	C6
$84m^2$	8	cũ	C5

Hình 4.6. Cây quyết định để xác định lớp giá bán một căn hộ

3. CÁC LĨNH VỰC ÁP DỤNG CHÍNH

Các lĩnh vực ứng dụng rất đa dang nên ở đây không thể giới thiệu mọi cách chi tiết tất cả các phương pháp của từng lĩnh vực. Ở mục này, chúng tôi đưa ra một số chỉ dẫn sơ bộ về các ứng dụng cơ bản của logic mờ. Các kết quả đạt được khi triển khai thực tế hệ tri thức mờ và hệ điều khiển mờ sẽ được đề cập tới trong các chương sau.

3.1. Cơ sở dữ liệu mờ

Những nghiên cứu đầu tiên về cơ sở dữ liệu (CSDL) mờ đã được bắt đầu từ những năm 70 của thế kỷ trước, xung quanh cơ sở dữ liệu quan hệ và tìm kiếm văn bản [Negoita 73], [Negoita, Flondor 76], [Tahani 76]. Muộn hơn, những nghiên cứu liên quan đến xử lý dữ liệu không chính xác, không chắc chắn trong CSDL hướng đối tượng [Van Gyseghem 93], [Yazici et al. 92] và CSDL suy diễn [Williams, Kong 91] cũng đã được tiến hành. Thế nhưng hầu như không có các triển khai công nghiệp trong lĩnh vực quan trọng này.

Rõ ràng rằng trong phần lớn các trường hợp, các thông tin được xử lý trong CSDL cổ điển là rất cứng nhắc. Lý thuyết mờ thể hiện các ưu điểm trong xử lý các thuộc tính có giá trị không chính xác hoặc mơ hồ, các quan hệ không hoàn hảo hoặc chỉ thỏa mãn một phần và cho phép các câu truy vấn (còn gọi là câu hỏi) không chính xác trong đó người ta muốn áp vào sự chủ quan hoặc thực hiện truy vấn với các thông tin không đầy đủ hay không chắc chắn. Chẳng hạn, một CSDL du lịch có thể chứa thông tin về những nhà hàng có "giá rẻ" hoặc những nhà hàng có giá "khoảng 20 euros". Người sử dụng có thể tìm kiếm những khách sạn "gần bờ biển và không quá lớn"

Hai lựa chọn có thể là: hoặc là sử dụng CSDL truyền thống qua những câu truy vấn có thể không chính xác, hoặc là xây dựng một CSDL chứa trong nó những thông tin không chính xác [Kerre et al. 86], [Yazici et al. 92]. Tất cả những nghiên cứu tích hợp mờ vào CSDL đều coi CSDL cổ điển là trường hợp riêng.

Nhiều triển khai mẫu đã được thực hiện, thí dụ như FREEDOM [Umano 82], ARES [Ichikawa, Hirakawa 86], VAGUE [Motro 88], FILIP [Zemankova 89].

Những nghiên cứu trong lĩnh vực này hiện nay đang rất sôi động và chúng ta chỉ đưa ra ở đây một cái nhìn sơ bộ. Do ý nghĩa thời sự và tiềm năng ứng dụng của các hệ CSDL mờ, một nghiên cứu sâu hơn sẽ được trình bày trong chương VII.

3.1.1. Tìm kiếm văn bản

Xét tập D các văn bản và tập T các thuộc tính mô tả của văn bản. Mỗi văn bản d trong D được mô tả bởi tập I_d các thuộc tính trong T. Cách tìm kiếm văn bản cổ điển được thực hiện qua câu truy vấn dạng Bool bằng cách sử dụng các phép VÀ (AND), HOẶC (OR), PHỦ ĐỊNH (NOT) trên các thuộc tính trong T, chẳng hạn như : sách về entropy và vật lý lượng tử nhưng không xuất bản tại Việt Nam. Các tài liệu thỏa mãn yêu cầu được chọn mà không quan tâm đến mức độ phù hợp giữa các thuộc tính và văn bản, cũng như không thể xử lý các đặc tính không chính xác thí dụ như "sách mới xuất bản".

Để làm cho việc tìm kiếm trở nên linh hoạt hơn, người ta có thể gán độ đo khả năng và độ cần thiết cho mỗi thuộc tính I trong I_d của văn bản d cho trước, những độ đo này chỉ mức độ có thể và chắc chắn mà I thích hợp để mô tả d [Prade, Testemale 87]. Ngay cả những thuộc tính được sử dụng trong các câu truy vấn cũng có thể được gán các độ đo này. Sự phù hợp giữa câu hỏi và văn bản được đo nhờ vào độ đo khả năng (possibility measure) và độ đo cần thiết (necessary measure) tương đối được trình bày trong mục 2.3.

Một cách khác làm cho quá trình tìm kiếm văn bản trở nên linh hoạt là gán độ thuộc F(d,I) cho mỗi cặp $d \in D$ và $I \in T$ [Kraft, Buell 83]. Độ thuộc này chỉ ra rằng thuộc tính I đặc trưng cho d ở chừng mực nào. Người ta có thể thêm trọng số a(I) ($a(I) \in [0,1]$) chỉ độ quan trọng của mỗi thuộc tính I trong T và tính độ phù hợp của I với văn bản d bằng cách kết hợp F(d,I) và a(I). Có nhiều cách kết hợp, trong đó một số cách sử dụng a(I) như một ngưỡng để so sánh độ thuộc F(d,I).

3.1.2. Cơ sở dữ liệu quan hệ

Trong trường hợp CSDL quan hệ cổ điển, ta có một tập các quan hệ mà mỗi quan hệ là một tập các r–bộ $t_i = (d_{i1}, d_{i2}, \ldots, d_{ir})$.

Cách đưa lý thuyết mờ vào CSDL đơn giản nhất là sử dụng độ thuộc trong trường hợp d_{i1}, d_{i2},..., d_{ir} là các tập một phần tử của các miền tương ứng D_1, D_2,..., D_r. Một trong số những thuộc tính của quan hệ phải là độ thuộc. Thí dụ, với bộ $t_i = (d_{i1}, d_{i2}, d_{i3})$, trong đó D_1 là tập hợp các tên khách sạn, D_2 là tập hợp các vùng địa lý mà khách sạn gắn với, d_{i3} là một hệ số nằm trong đoạn [0,1] chỉ mức độ d_{i1} thuộc vào d_{i2} [Yager 92].

Một cách khác xem rằng những thành phần d_{i1}, d_{i2},..., d_{ir} là những phân phối khả năng trên các miền D_{i1}, D_{i2},..., D_{ir} [Umano 82], [Prade, Testemale 87b].

Một trong những cách tích hợp mờ vào CSDL được nghiên cứu rộng rãi xem mỗi thành phần d_{ik} là một tập con khác rỗng của D_k, chứ không phải là một phần tử của D_k ($1 \le k \le r$). D_k có thể là tập hữu hạn hoặc vô hạn [Buckles, Petry 82a], [Buckles, Petry 82b]. Cấu trúc này dẫn đến việc định nghĩa một quan hệ tương tự S_k trên mỗi tập xác định hữu hạn như là một tập mờ trên tập giá $D_k \times D_k$ với những tính chất trình bày trong mục 1.2. Ngưỡng tương tự trên miền D_k được định nghĩa bởi: $s(D_k) = \min_i \min_{x \in d_{ik}, y \in d_{ik}} S_k(x, y)$ và dùng để kết hợp các r–bộ, chẳng hạn như trong phép chiếu để chỉ giữ lại một số thuộc tính. Một thể hiện của bộ t_i là một r–bộ (a_1, a_2,..., a_r) trong đó a_k là một phần tử của d_{ik} ($\forall k$, $1 \le k \le r$). Qua đó cho phép đưa ra một khái niệm tổng quát về sự dư thừa: một quan hệ được gọi là dư thừa nếu tồn tại 2 r–bộ có cùng một thể hiện.

Cũng có thể coi rằng mỗi thành phần d_{i1}, d_{i2},..., d_{ir} của t_i là một tập con mờ của D_1, D_2,..., D_r. Chẳng hạn, nếu $t_i = (d_{i1}, d_{i2})$, với D_1 là tập các khách sạn, D_2 là tập các vùng địa lý, d_{i2} có thể là một tập mờ dạng {0.8/bãi biển, 0.2/trung tâm thành phố}.

Người ta cũng có thể xét trường hợp CSDL thông thường, không có dữ liệu mờ nhưng câu truy vấn thì mềm dẻo, có thể không chính xác. Một câu truy vấn được thể hiện dưới dạng kết hợp của những thuộc tính có thể biểu diễn mờ. Mức độ mỗi bộ thỏa mãn câu truy vấn được xác định và người ta chỉ chọn những bộ có độ thỏa mãn lớn hơn một ngưỡng l cho trước nào đó. Như vậy, có thể sắp xếp các bộ được chọn theo độ thỏa mãn đã tính được. Một mở rộng của ngôn ngữ SQL cho phép xử lý các câu truy vấn như vậy [Bosc at al. 88].

Những từ nhấn (còn gọi là gia tử ngôn ngữ) có thể được sử dụng để thay đổi những mô tả trong truy vấn, thí dụ người ta tìm những khách sạn "tương đối rẻ và ở xung quanh trung tâm thành phố". Những lượng từ mờ cũng được dùng trong truy vấn chẳng hạn như "những khách sạn mà phần lớn các phòng có phòng tắm". Một thí dụ nữa : với tập xác định D_k là tập những trò giải trí {bơi, tennis, bóng bàn, billard}, câu truy vấn đặt ra là : tìm những khách sạn có "hầu hết những trò giải trí" [Yager 92].

Xây dựng một hệ thống có tính tương tác dựa trên biểu diễn mờ của các giá trị thuộc tính cho phép gợi ý người sử dụng chỉnh sửa câu hỏi trong trường hợp câu hỏi ban đầu của họ không có kết quả [Ozawa, Yamada 94]. Một thử nghiệm về hệ thống thông minh là những hệ thống có khả năng học từ các thí dụ mẫu bằng cách sử dụng suy luận xấp xỉ [Zemankova 89].

3.2. Quyết định trong môi trường mờ

Tất cả các khía cạnh về trợ giúp quyết định đã được nghiên cứu trong những tình huống mà một số tri thức phục vụ cho việc ra quyết định là không hoàn hảo.

Việc ra quyết định có thể dựa trên các ràng buộc mờ ("thời gian sửa chữa khoảng xấp xỉ 120 giờ"), trên các thuộc tính được mô tả không rõ ràng ("tiện nghi đạt yêu cầu"), ngay mục tiêu của việc ra quyết định cũng cũng có thể mờ ("kết quả tài chính phải vượt xa năm trước") [Bellman, Zadeh 70]. Xét một tập D các quyết định có thể hoặc là tập các quyết định mà ta quan tâm, một tập C các ràng buộc và một hàm đánh giá g được định nghĩa trên D. Việc ra quyết định là việc chọn một quyết định d_0 trong D cho giá trị tối ưu với những ràng buộc trong C. Cũng có thể nhìn nhận việc ra quyết định như là việc tìm kiếm trong các quyết định thuộc D một quyết định phù hợp nhất với các giá trị quan sát được của các tiêu chí thuộc tập K.

3.2.1. Quyết định với ràng buộc mờ

Dạng đơn giản nhất của việc quyết định trong môi trường mờ [Bellman, Zadeh 70] là cho một mục tiêu mờ G và một ràng buộc mờ c là

2 tập con mờ của D. Thí dụ, nếu D là tập các con tàu đến Marseille, mục tiêu của ra quyết định là chọn một tàu đến "tương đối muộn" với ràng buộc là tàu phải đến "thật sớm trước giờ hội thảo". Như vậy một quyết định mờ là một tập con d của D : d = G∩c. Tổng quát hơn, nếu ta có nhiều mục tiêu $G_1, \ldots, G_n$ và nhiều ràng buộc $c_1, \ldots, c_m$ thì quyết định sẽ là : $d = G_1 \cap \ldots \cap G_n \cap c_1 \cap \ldots \cap c_m$. Phép giao ∩ có thể thực hiện một cách đơn giản nhất qua phép toán *min* hoặc tổng quát hơn là một phép tích hợp trong đó có thể tính đến sự quan trọng tương đối của các mục tiêu và ràng buộc (mục 4.3.2. D). *Quyết định tối ưu* đạt được là quyết định thuộc D có giá trị hàm thuộc f_d của tập con mờ d đạt lớn nhất.

Có nhiều nghiên cứu khác về vấn đề quyết định đa mục tiêu hoặc nhiều tiêu chí trong môi trường mờ [Delgado et al. 94].

Quy hoạch toán học mờ [Zimmermann 92] có thể làm "mềm hóa" các ràng buộc của quy hoạch toán học truyền thống bằng 2 cách: hoặc là coi các ràng buộc là "mềm", hoặc bằng cách thay các số bởi số mờ.

Cụ thể, cách đầu tiên có thể được minh họa bằng bài toán quy hoạch tuyến tính cổ điển. Có thể coi đó là bài toán xác định giá trị cực đại của hàm $g(x) = c^t x$ với ràng buộc $Ax \le b$ và $x \ge 0$ (với c và x thuộc R^n, b thuộc R^m, A thuộc R^{mn}). Một dạng mờ của bài toán này có thể phát biểu như sau : tìm x sao cho $g(x)$ đạt giá trị xấp xỉ giá trị cực đại với một mức cho trước z với ràng buộc là Ax gần như nhỏ hơn b và $x \ge 0$. Ta có thể viết lại các ràng buộc dưới dạng : tìm x sao cho $Bx <' d$ và $x \ge 0$; trong đó B được xác định từ c và A, d được xác định từ z và b, $<'$ dùng để chỉ khái niệm "*gần như nhỏ hơn*". Sử dụng khái niệm quan hệ mờ r xác định trên R^2 cho phép biểu diễn mức độ giá trị u gần như nhỏ hơn v trong đó : $r(u, v) = 1$ nếu $u \le v$, $r(u, v) = 0$ nếu $u \ge v + \lambda$, $r(u, v) \in [0,1]$ nếu trái lại. Ký hiệu $f_i(x) = r(B_i x, d_i)$ là giá trị của r trên dòng thứ i của Bx và của d. Việc giải bài toán trở thành bài toán thông thường (không mờ) : tìm x sao cho $\min_i f_i(x)$ đạt giá trị cực đại và $x > 0$. Phương pháp này có thể được mở rộng cho trường hợp ngưỡng z không được định nghĩa trước trong đó việc tích hợp các ràng buộc được thực hiện qua phép toán min và có cả ràng buộc mờ và ràng buộc cứng.

Quy hoạch tuyến tính mờ sử dụng số mờ trong trường hợp các tham số ràng buộc không chính xác [Tanaka, Asai 84], [Slowinski 86] và sử dụng số mờ dạng L–R [Ramik, Rimanek 85] có thể đem lại nhiều ưu điểm.

Có nhiều ứng dụng công nghiệp của những phương pháp trên, tiêu biểu là ứng dụng liên quan đến tải của công–te–nơ trên các tàu chở công–te–nơ ở cảng. Bài toán đó có khoảng 2000 ràng buộc và 21000 biến ban đầu [Zimmermann 92].

Một cách khác để làm mềm dẻo việc ra quyết định cổ điển là ta tìm kiếm một quyết định d_0 trong D chỉ cần thỏa mãn "hầu hết" các ràng buộc trong C, hoặc tổng quát hơn là chỉ cần thỏa mãn Q ràng buộc trong C, với Q là một lượng từ mờ [Yager 91].

Các phương pháp sắp xếp trong môi trường mờ cũng có thể giúp việc giải quyết bài toán quyết định bằng cách cung cấp một thứ tự ưu tiên, thường là trên một bộ phận của D, tập các quyết định, dựa trên việc xem xét các tiêu chí trong K. Sự không chính xác có thể xử lý theo 2 cách : hoặc qua tính mờ của của những tiêu chí thuộc K, hoặc qua những quan hệ mờ rút ra từ tập các quyết định D chẳng hạn như "d_1 đắt hơn nhiều so với d_2", "d_1 có độ lớn xấp xỉ d_2". Phân tích đa tiêu chí mờ như vậy cần phải sử dụng đến các cơ chế tích hợp những ưu tiên mờ [Perny 92].

3.2.2. Phương pháp xác suất và thống kê mờ

Ngoài những tri thức dạng mờ, những tri thức liên quan đến việc ra quyết định có thể có đặc trưng xác suất. Khi đó, người ta có thể sử dụng đến khái niệm xác suất của một sự kiện mờ trong việc lập quyết định [Zadeh 68].

Định nghĩa 3.2.1 : Cho một không gian xác suất (Ω, D, P), trong đó Ω là một tập các sự kiện, D là một σ–đại số trên các tập con của Ω và P là một độ đo xác suất trên Ω. Một *sự kiện mờ* A là một tập con mờ của Ω với hàm thuộc f_A. Người ta định nghĩa xác suất của sự kiện mờ A là :

$$P(A) = \int_{\Omega} f_A dP$$

Người ta cũng có thể đưa ra khái niệm xác suất mờ như là một tập con mờ của đoạn [0,1]. Khái niệm này được sử dụng trong việc kiểm tra các giả thuyết mờ [Ralescu 94] chẳng hạn như giả thuyết "F là 0" với F là một tập con mờ có dạng "xấp xỉ 0" hoặc "lớn hơn nhiều so với 0". Những khía cạnh khác của phương pháp xác suất với dữ liệu mờ có thể được tìm thấy trong tài liệu [Kruse, Meyer 87].

Một phương pháp trợ giúp quyết định khác có sự can thiệp của xác suất và lý thuyết mờ là xây dựng bảng hỏi mờ [Bouchon 92b]. Đó chính là những cấu trúc cây có lá tương ứng với các quyết định trong D, mỗi nút trong x liên kết với 1 tiêu chí k(x) thuộc tập K. Các nhánh xuất phát từ x gắn với các giá trị, có thể là giá trị mờ, của k(x). Thí dụ, các phần tử của D là các chẩn đoán trong y tế, các tiêu chí trong K có thể là "sốt" với k({sốt}) = {cao, vừa, không}, "nôn" với k({nôn}) = {thường xuyên, ít khi, không}... Xây dựng bảng câu hỏi hợp lý nhất chính là việc xác định thứ tự các tiêu chí cần phải xem xét để có được chẩn đoán chắc chắn nhất và nhanh nhất có thể. Nhiều hướng tiếp cận đã được đề xuất bằng cách sử dụng các khái niệm xác suất của sự kiện mờ, entropy, độ đo khả năng [Bouchon 88b]. Các phương pháp học tự động trình bày trong phần 4.2.3 cũng được đặt trong họ các phương pháp kể trên.

3.2.3. Quyết định theo nhóm

Trong khuôn khổ bài toán quyết định theo nhóm, ta gọi D là tập các lựa chọn, P là tập các cá nhân. Mỗi cá nhân đưa ra thứ tự ưu tiên trên tập các lựa chọn D và ta cần kết hợp các ý kiến của các cá nhân đó. Hai khả năng chủ yếu có thể đưa vào các phương pháp cổ điển để làm cho chúng trở nên mềm dẻo hơn: các ưu tiên có thể mờ, khái niệm đa số cũng có thể là khái niệm mờ.

Mỗi cá nhân i thuộc P đưa ra thứ tự ưu tiên dưới dạng một quan hệ nhị phân mờ, gọi là quan hệ ưu tiên, được định nghĩa trên D × D sao cho : $R_i(x,y) = 1$ nếu x được ưu tiên hơn y; $0.5 < R_i(x,y) < 1$ nếu x "tương đối" được ưu tiên hơn y; $R_i(x,y) = 0.5$ nếu không lựa chọn nào được ưu tiên hơn; $0 < R_i(x,y) < 0.5$ nếu y "tương đối" được ưu tiên hơn x; $R_i(x,y) = 0$ nếu y được ưu tiên hơn x.

Có nhiều nghiên cứu xung quanh quan hệ ưu tiên mô tả như trên [Kacprzyk, Fedrizzi 90]. Có nhiều cách để rút ra phương án "thỏa đáng" cho tập các cá nhân trong tập P. Chẳng hạn, người ta có thể sử dụng tập *m–nhân* gồm các lựa chọn y trong D sao cho không tồn tại x trong D mà:

$R_i(x,y) > 0.5$ với ít nhất là m cá nhân và các cá nhân này tạo thành một đa số trong P.

Với khái niệm *đa số mờ*, bài toán trở thành tìm kiếm lựa chọn thỏa mãn *phần lớn* các thành viên. Chính lượng từ Q biểu diễn khái niệm "phần lớn" là một lượng từ mờ (xem mục 2.2.2 D) và người ta đưa ra khái niệm *Q−nhân mờ* bằng cách tổng quát hóa khái niệm *m−nhân* tính trên *m* phần tử như trình bày ở mục trên.

Một phương án khác có thể thu được bằng cách tích hợp các quan hệ ưu tiên để tạo thành một quan hệ ưu tiên tổng quát R với tập các cá nhân P. Người ta cũng sử dụng lượng từ mờ Q để biểu diễn khái niệm đa số. Thí dụ, người ta xác định tập con mờ những lựa chọn trong D mà chúng được ưu tiên hơn các lựa chọn khác theo ý các ý kiến của Q (đa số) trong R. Người ta cũng có thể tìm một sự thỏa thuận mờ dạng "phần lớn các cá nhân trong P đồng ý trên đa số những lựa chọn này" (*đa số* xét trên *phần lớn*) [Kacprzyk et al. 92].

3.2.4. Tích hợp các thành phần mờ

Phép toán tích hợp phản ánh vai trò của mỗi thành phần trong kết quả tổng hợp. Việc lựa chọn phép toán tích hợp được sử dụng trong nhiều bài toán. Chẳng hạn như vấn đề tìm kiếm một ý kiến chấp nhận được từ những ý kiến khác nhau về cùng một thuộc tính, hay tích hợp những ưu tiên khác nhau từ nhiều tiêu chí.

Cho một tập X trên đó định nghĩa các tập con mờ $A_1, A_2, \ldots, A_n$. Người ta cần tìm phép tích hợp h:

$$h : [0,1]^n \to [0,1]$$

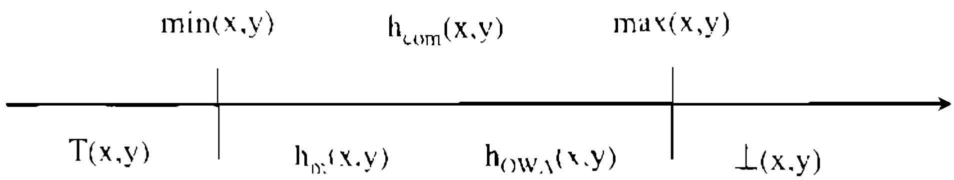
$$f_A(u) = h\left(f_{A_1}(u), f_{A_2}(u), \ldots, f_{A_n}(u)\right), \ \forall u \in X$$

Trong đó A là kết quả tích hợp từ $A_1, A_2, \ldots, A_n$. Có rất nhiều phép tích hợp [Mizumoto 89b] [Mizumoto 89c]. Thí dụ, nếu sử dụng phép tích hợp t−chuẩn của Zadeh: h(x,y) = min(x,y) ta thu được kết quả tích hợp thỏa mãn tất cả những thành phần tham gia; nếu sử dụng phép tích hợp t−đối chuẩn của Zadeh: h(x,y) = max (x,y) ta thu được kết quả tích hợp thỏa mãn ít nhất 1 thành phần tham gia. Người ta có thể sử dụng các phép t–chuẩn và t–đối chuẩn khác, ít ràng buộc hơn các phép toán của Zadeh tùy theo bài toán cụ thể.

Một họ khác bao gồm các phép toán tích hợp trung bình h_m, thỏa mãn tính chất lũy đẳng, đơn điệu theo từng biến và giao hoán [Yager 91]. Những đại diện đơn giản nhất của họ này là trung bình cộng: $h(x,y) = (x+y)/2$; trung bình nhân: $h(x,y) = (xy)^{1/2}$; trung bình điều hòa: $h(xy) = 2xy/(x+y)$; trung bình với tham số α: $h(x,y) = ((x^{\alpha} + y^{\alpha})/2)^{1/\alpha}$ mà các trường hợp trên là trường hợp riêng khi $\alpha = 1, 0$ hay -1 [Dyckhoff, Pedrycz 84].

Các phép toán trung bình thường không có tính chất kết hợp. Phép lấy trung vị theo ngưỡng s ($s \in]0,1[$) được định nghĩa như sau:

$$h_{med}(x,y,s) = \begin{cases} y & \text{khi } x \le y \le s \\ s & \text{khi } x \le s \le y \\ x & \text{khi } s \le x \le y \end{cases}$$



Hình 4.7. Các phép tích hợp chính

Một cách tiếp cận khác cho phép gán các trọng số khác nhau cho các thành phần phải tích hợp. Trung bình có trọng số là một thí dụ đơn giản nhất: $h(x,y) = w_1x + (1- w_1)y$. Những phép toán trung bình có thứ tự và trọng số OWA [Yager 88] cũng thường được sử dụng. Giả sử có một danh sách các trọng số có tổng bằng 1: $W = \{w_1, w_2,..., w_n\}$, người ta định nghĩa:

$$h_{OWA}(x_1, x_2, ..., x_n) = \sum_{i=1}^{n} w_i b_i \ ,$$

với h_i là biến có giá trị lớn thứ i trong số các biến $x_1, x_2,...,x_n$. Với $w_n = 1$ và $w_i = 0$ ($\forall$ i<n) ta có phép max. Với $w_1 = 1$ và $w_i = 0$ ($\forall$ i > 1) ta có phép min. Với $w_1 = w_2 = .. = w_n = 1/n$ ta có phép trung bình cộng.

Chúng ta có thể kể ra đây một vài phép tích hợp khác:

$h(x, y) = (xy)^{1-\delta}\left(1-(1-x)(1-y)\right)^{\delta}$ với $\delta \in [0,1]$ [Zimmermann, Zysno 80]

$h\left(f_{A_1}(u), f_{A_2}(u)\right) = \max\left(\min\left(f_{A_1}(u), f_{A_2}(u)\right)/k, \min\left(\max(f_{A_1}(u), f_{A_2}(u)), 1-k\right)\right)$

với $k = \max_u \min\left(f_{A_1}(u), f_{A_2}(u)\right)$ [Dubois, Prade 92].

Một phép tích hợp những giá trị thuộc tính là sử dụng tích phân mờ [Sugeno 77] [Sims, Wang 90].

Định nghĩa 3.2.2 : Cho một không gian đo được mờ (Ω, B, μ), trong đó B là một σ−đại số trên những tập con của Ω, μ là một độ đo mờ trên B, và cho một hàm f định nghĩa trên Ω nhận giá trị trong đoạn [0,1]. Ký hiệu : $f^{\alpha} = \{x \in \Omega : f(x) > \alpha\}$. Tích phân Sugeno của f được định nghĩa như sau :

$$\int f d\mu = \sup_{\alpha \in [0,1]} \min\left(\alpha, \mu\left(f^{\alpha}\right)\right),$$

và tích phân Choquet của f được định nghĩa bởi :

$$\int f d\mu = \int_0^1 \mu\left(f^{\alpha}\right) d\alpha$$

Trong trường hợp Ω hữu hạn, $\Omega = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, ta có :

$$\int f d\mu = \max_{i=1,\ldots,n} \min\left(f(x_i), \mu(A_i)\right) \text{ và}$$

$$\int f d\mu = \sum_{i=1}^{n} \left(f(x_i) - f(x_{i-1})\right)\mu(A_i)$$

với $0 \le f(x_1) \le f(x_2) \le \ldots \le f(x_n)$ và $A_i = \{x_i, \ldots, x_n\}$.

Người ta có thể coi Ω là tập các tiêu chí C, μ(x) là độ quan trọng của tiêu chí x và $f_d(x)$ là mức độ mà lựa chọn d thỏa mãn tiêu chí x trong C. Sử dụng một trong các tích phân sẽ tính được mức độ tích hợp mà lựa chọn d trong D thỏa mãn các tiêu chí, trong đó có tính đến tầm quan trọng của chúng [Grabisch 95].

3.2.5. Các khía cạnh khác của quyết định trong môi trường mờ

Trợ giúp quyết định bao gồm nhiều vấn đề. Trong những vấn đề mà chúng ta không đề cập đến, cần chú ý đến vấn đề lập lịch mờ trong đó có sử dụng đến các ràng buộc không chặt về thời gian (chẳng hạn như thứ tự ưu tiên thực hiện các hành động) cũng như các tham số không được xác định tốt (chẳng hạn như độ dài thời gian để thực hiện một việc là không chính xác) [Dubois et al. 94]. Người ta có thể giải quyết những vấn đề này bằng cách sử dụng các độ đo khả năng và độ đo cần thiết, khoảng mờ và số mờ. Hiện có những triển khai thực tế, thí dụ OPAL [Bensana 88].

Bài toán phân loại mờ có thể sử dụng những phương pháp mà chúng ta đã trình bày chẳng hạn như tích phân mờ [Grabisch, Sugeno 92] hay các phép toán tích hợp [Dubois et al. 88b]. Cũng có thể sử dụng các phương pháp mở rộng của các phương pháp nhận dạng cổ điển [Kandel 82]. Thuật toán đầu tiên về phân loại mờ được đưa ra trong [Ruspini 69]. Thuật toán này xây dựng các phân đoạn mờ, mỗi phần tử có thể thuộc về nhiều lớp khác nhau với độ thuộc nào đó. Ứng dụng nổi bật nhất của bài toán nhận dạng là một hệ thống khả chuyển nhận dạng tiếng nói không phụ thuộc vào người nói [Fujimoto 89].

Cuối cùng, chú ý rằng những hệ tri thức mờ mang lại những giải pháp cho một số bài toán ra quyết định hoặc phân loại.

CHƯƠNG V

HỆ MỜ DỰA TRÊN TRI THỨC

1. MỞ ĐẦU

2. ỨNG DỤNG LOGIC MỜ TRONG HỆ CHUYÊN GIA

3. THÍ DỤ VỀ HỆ MỜ DỰA TRÊN TRI THỨC

4. KẾT LUẬN

1. MỞ ĐẦU

Hệ thống dựa trên tri thức là một hệ thống có khả năng tự động đưa ra các kết luận hoặc xác định các hành động từ những tri thức được cung cấp. Dưới đây ta gọi tắt là hệ tri thức. Hệ điều khiển mờ đề cập đến trong chương 6 có thể được xem như là một trường hợp đặc biệt của hệ tri thức.

Trong nhiều trường hợp, vì các lý do khác nhau mà tri thức có sẵn không hoàn chỉnh. Thứ nhất, những tri thức sâu sắc về chủ đề được đề cập đến không đủ cho việc đưa ra một quyết định chính xác và chắc chắn. Chẳng hạn như trong y học, có trường hợp một số triệu chứng có thể dẫn đến nhiều chẩn đoán khác nhau cho đến khi bệnh tiến triển hoặc có thêm các thông tin bổ sung. Thứ hai, những dụng cụ đo thường không đủ điều kiện để thu được những dữ liệu chính xác. Thứ ba, một hệ tri thức thường thực hiện các nhiệm vụ của chuyên gia nên, một mặt việc trích chọn các tri thức chuyên gia thường rất khó khăn và không phải khi nào cũng có thể dễ dàng biểu diễn các luật trong tri thức của chuyên gia vì thế có thể phải dùng đến các diễn đạt không chính xác, với độ không chắc chắn nào đó. Mặt khác, con người quen sử dụng một cách tự nhiên những tri thức không chính xác để đi đến các kết luận chính xác. Đồng thời, những tri thức cung cấp bởi các chuyên gia hay người quan sát thường được diễn tả bằng ngôn ngữ tự nhiên mà bản chất của nó đã là không chính xác.

1.1 Hệ chuyên gia

Trước tiên, xét hệ chuyên gia sử dụng tri thức có dạng luật "nếu p thì q". Hệ chuyên gia như vậy bao gồm một cơ sở tri thức chứa các luật, một cơ sở các sự kiện và một cơ chế suy diễn dựa trên logic cổ điển. Mệnh đề điều kiện (tiền đề) p và kết luận q của mỗi luật được diễn đạt một cách chắc chắn và chính xác. Trong khuôn khổ của hệ chuyên gia cổ điển, khi mệnh đề điều kiện p của luật R là không rõ ràng (thí dụ: "diện tích là bé") thì luật tương ứng chỉ được sử dụng khi có một sự kiện trùng với p (tức là được diễn đạt bằng mệnh đề "diện tích là bé"). Một dữ liệu dạng "diện tích là rất bé" cũng là một trường hợp riêng của "diện tích là bé" nhưng lại không cho phép sử dụng luật R nói trên. Ngay cả khi ta biết chính xác "diện tích là $12m^2$", và biết rằng $12\ m^2$ là bé đối với một căn hộ, thì ta vẫn chưa thể áp dụng luật R.

Khi các mệnh đề điều kiện là không chính xác, chẳng hạn như " nếu căn hộ có diện tích khoảng giữa $80m^2$ đến $85m^2$ thì cho người mua thăm căn hộ", "nếu căn hộ không có diện tích xấp xỉ $80m^2$ đến $85m^2$ thì không cho người mua thăm căn hộ" thì để sử dụng được chúng trong hệ chuyên gia cổ điển, ta phải định nghĩa chính xác các giới hạn diện tích chấp nhận được trong các luật trên, chẳng hạn như giữa 79,5 m^2 và 85,5 m^2. Những giới hạn này là chặt nên người ta sẽ thay đổi quyết định đột ngột giữa 85.4 m^2 (cho người mua đi thăm căn hộ) và 85.6 m^2 (quyết định ngược lại). Điều này rõ ràng là không phù hợp với suy nghĩ của con người vì 0.2 m^2 không mang nhiều ý nghĩa trong hoàn cảnh này. Người ta có thể chuyển đổi dần dần từ luật này sang luật khác bằng cách chia nhỏ các giá trị có thể của diện tích thành các khoảng kế tiếp nhau, chẳng hạn:

- "nếu căn hộ có diện tích từ 80 m^2 đến 85 m^2 thì cho người mua thăm căn hộ ngay lập tức"
- "nếu căn hộ có diện tích từ $79.5m^2$ đến $80m^2$ hoặc $85m^2$ đến $85.5m^2$ thì cho người mua thăm căn hộ sau"
- "nếu căn hộ có diện tích dưới 79,5 m^2 hoặc trên 85,5 m^2 thì không xét đến".

Việc thay đổi các quyết định với một sự thay đổi nhỏ về diện tích như vậy đã bớt đột ngột so với ban đầu. Tuy vậy, vẫn có bước chuyển đột ngột từ việc áp dụng luật này sang luật khác. Vấn đề về sự liên tục, thay đổi từ từ của các quyết định vẫn chưa được giải quyết. Việc chia nhỏ các luật như trên lại có nhược điểm là làm tăng số lượng luật.

Bằng việc biểu diễn các tri thức dưới dạng các tập con mờ, người ta giải quyết được vấn đề liên quan đến việc áp dụng các luật khi dữ liệu thực chất thỏa mãn mệnh đề điều kiện của luật nhưng được diễn đạt bằng các cách khác nhau (chẳng hạn "diện tích là 12 m^2" và "diện tích là bé" như trong thí dụ trên). Người ta cũng tránh được các giới hạn cứng nhắc để tạo nên sự liên tục của các quyết định và tránh được cả vấn đề tăng số lượng luật khi chia nhỏ các luật.

Nhiều cách tiếp cận cho phép xây dựng các hệ thống dựa trên các luật trong trường hợp các tri thức, các sự kiện có được là không hoàn hảo. Thí dụ về một trong những phương pháp cổ điển nhất là gán hệ số tin cậy cho chuyên gia như trường hợp của hệ chuyên gia MYCIN. Các phương pháp xác suất cũng cho phép tính đến các tri thức liên quan đến độ tin cậy của luật và của sự kiện bằng các xác suất chủ quan, thí dụ như trong dự báo thời tiết hay trong các hệ về y học. Một thí dụ là hệ Prospector dựa trên nguyên lý Bayès. Trong các phương pháp như vậy ta có thể kể đến phương pháp sử dụng logic xác suất của Nilsson. Lưu ý rằng những cách tiếp cận đó chỉ xử lý các thông tin không chắc chắn mà không xử lý được các thông tin không chính xác.

Trong trường hợp mà tính chắc chắn của thông tin không mang bản chất xác suất mà là sự mơ hồ, không chính xác thì ta nên nghĩ đến khả năng áp dụng lý thuyết tập mờ và lý thuyết khả năng. Chúng ta phân biệt 2 trường hợp:

– Nếu các luật và các sự kiện có chứa những mô tả không chính xác, mơ hồ chúng ta có thể xử lý bằng cách biểu diễn các tri thức dựa trên các biến ngôn ngữ và mô-tơ suy diễn dựa trên logic mờ. Các sự kiện không chắc chắn cũng được xử lý tương tự. Các tri thức chính xác hoặc/và chắc chắn cũng được xử lý dễ dàng trong khuôn khổ này.

– Nếu các luật và các sự kiện là chính xác nhưng có yếu tố không chắc chắn không mang bản chất xác suất, mà là sự tin tưởng vào giá trị của chúng thì ta có thể sử dụng các suy luận khả năng.

1.2. Mạng ngữ nghĩa

Người ta có thể lựa chọn xây dựng hệ thống không dựa trên tập luật mà sử dụng cách biểu diễn tri thức bằng mạng ngữ nghĩa. Có nghĩa là sử dụng các đồ thị có các đỉnh biểu diễn các khái niệm thí dụ như các cá nhân, các thực thể, các tình huống, ... còn các cạnh biểu thị mối liên hệ nhân quả hay phụ thuộc giữa các đỉnh chẳng hạn. Mạng ngữ nghĩa với các tri thức không chính xác, không chắc chắn không được sử dụng rộng rãi như hệ chuyên gia dựa trên tập luật. Tuy vậy, với lý thuyết tập mờ và lý thuyết khả năng, ta có thể biểu diễn những quan hệ giữa các khái niệm chỉ thỏa mãn một phần, có khả năng một phần hoặc những quan hệ không chắc chắn [Rossazza 90][Bouchon et al. 94a].

1.3. Suy luận từ các trường hợp cụ thể (case–based reasoning)

Đây là một phương pháp suy luận thường được sử dụng trong trí tuệ nhân tạo để giải quyết các vấn đề khi ta đã biết sẵn một tập các tình huống đã được giải quyết một cách thoả đáng trước đó. Suy luận từ các trường hợp cụ thể có thể được sử dụng trong phân lớp, trợ giúp chẩn đoán và ra quyết định. Người ta chỉ quan tâm đến mối liên hệ trực tiếp giữa tình huống và quyết định đưa ra trong tình huống đó mà không tính đến việc suy diễn, tính toán hay tổng quát hóa từ những thí dụ cụ thể thành tri thức chung. Suy luận từ trường hợp cụ thể bao gồm việc tìm các đặc tính quyết định của các tình huống và xác định sự tương tự giữa các tình huống đã biết và tình huống mới. Các quyết định trên tình huống mới được xác định từ các quyết định ra trong các tình huống đã biết có những đặc tính tương tự. Một thí dụ là: giả sử ta có các mô tả về một số ngôi nhà và giá bán của chúng. Khi ta cần định giá của một ngôi nhà mới ta sẽ phải xác định được các đặc tính của ngôi nhà và căn cứ vào giá bán của những ngôi nhà có đặc tính tương tự.

Các mô tả về các tình huống thường là không chính xác, mập mờ và được diễn tả bằng ngôn ngữ tự nhiên. Sự tương tự giữa các đặc tính không phải lúc nào cũng dễ dàng diễn tả. Logic mờ được sử dụng trong việc diễn đạt các mô tả và xác định sự tương tự giữa các tình huống. Chẳng hạn như với quan hệ tương tự và phép toán tích hợp ta có thể có được một cái nhìn toàn cục về mức độ tương tự giữa các tình huống [Bonissone, Ayub 92], [Salotti 92].

Một dạng gần giống với suy luận từ các trường hợp cụ thể là suy luận tương tự. Các suy luận này cho phép sử dụng sự tương tự giữa các tình huống để giải quyết vấn đề mới khi đã biết các tri thức xung quanh các quyết định đã ra ứng với tình huống đã biết. Ta có thể khai thác các tri thức trong một lĩnh vực đã biết để giải quyết vấn đề trong một lĩnh vực khác. Những sự giống nhau này có thể được mô hình hóa bằng việc mở rộng quan hệ tương tự [Bouchon 92b][Bouchon, Valverde 93].

Cách giải quyết vấn đề như đã trình bày trên tương tự như việc con người sử dụng kinh nghiệm để tìm giải pháp trong các tình huống mới.

2. ỨNG DỤNG LOGIC MỜ TRONG HỆ CHUYÊN GIA

Có nhiều loại khó khăn khi đưa logic mờ vào sử dụng trong mô tơ suy diễn. Thứ nhất, các phép toán với logic mờ rất đa dạng, phong phú và nó phải được chọn cho từng loại bài toán cụ thể. Thí dụ, người xây dựng hệ chuyên gia không thể tùy tiện, dễ dàng xác định phép kéo theo. Thứ hai, những phép toán được thực hiện trong hệ chuyên gia mờ có thể phức tạp hơn các phép toán tương tự trong logic cổ điển, đặc biệt là việc tìm kiếm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất thường được tiến hành trên các tập hợp liên tục. Chúng ta sẽ phân tích dưới đây các vấn đề này.

1.1. Lựa chọn phương pháp suy diễn

Trong quá trình xây dựng mô tơ suy diễn mờ người ta thường cần phải lựa chọn: hàm thuộc cho các mô tả mờ, phép kéo theo mờ và modus ponens tổng quát/suy rộng cho trường hợp giá trị mờ. Xác định các hàm thuộc mờ là một phần của quá trình thu thập tri thức. Kinh nghiệm cho thấy dạng của hàm thuộc (hình thang, hình parabol trên từng đoạn, hình chuông, . . .) ảnh hưởng tương đối ít đến kết quả của hệ chuyên gia. Chính vì vậy, trong nhiều trường hợp người ta sử dụng hàm thuộc hình thang hoặc hình tam giác. Điều đó cho phép đơn giản hóa các tính toán cũng như áp dụng được các thuật toán nhanh với modus ponens tổng quát. Đặc tính mờ A của một biến ngôn ngữ (V,X,T_V) có hàm thuộc f_A được xác định bởi 5 tham số (C', C, D, D',ε) trên một tập vũ trụ có thứ tự [X , X'], trong đó ε là độ không chắc chắn, có thể bằng 0 (luôn luôn bằng 0 nếu $A \in T_V$):]C',D'[là khoảng của X mà $f_A > \varepsilon$; [C,D] là nhân của A và được giả thiết là khác rỗng.

Hình 3.12 của chương 3 đã trình bày những tiêu chí để so sánh các phép kéo theo mờ. Việc chọn phép kéo theo mờ phù hợp nhất trong mô tơ suy diễn mờ được tiến hành trong quá trình nghiên cứu vấn đề mà ta cần giải quyết. Những đặc trưng của bài toán cần được nghiên cứu cẩn thận để sử dụng phép kéo theo mờ phù hợp với những đặc trưng đó. Liệu những quan sát có là chính xác và chắc chắn ? Các luật có mang tính quyết định hay không, tức là các kết luận chính xác và cụ thể không ? Có những luật có nhiều cấp độ được cung cấp bởi chuyên gia hay kỹ thuật viên không ? Kiểu của các cấp độ này là gì ? Các mô tả có được từ các quan sát có tương tự như các mô tả trong các luật không ? Các luật có những chú thích mang tính cảnh báo không, chẳng hạn như cần cẩn thận khi áp dụng luật với những điều kiện không hoàn toàn thỏa mãn trong mệnh đề điều kiện ? Với từng trường hợp, nên đối chiếu với các tính chất đã được nêu rõ trong mục 3.1.3. Nếu bài toán không có điểm gì đặc biệt thì nên sử dụng một trong các phép kéo theo thông thường trong số các phép đã được giới thiệu trong chương 3 chẳng hạn như phép kéo theo của Brouwer–Gödel. Trái lại, những phép kéo theo rất đặc biệt như của Mamdani hay của Larsen sẽ bị loại khi xây dựng hệ chuyên gia mờ mặc dù nó hiệu quả trong các hệ điều khiển mờ vì những điều kiện đặc biệt gắn với nó.

Lựa chọn cuối là lựa chọn modus ponens tổng quát nhằm mục đích đơn giản hóa quá trình cài đặt. Những modus ponens cổ điển nhất mà chúng ta đã giới thiệu cho kết quả tương đương khi chúng ta sử dụng chúng cùng với một trong các phép kéo theo mờ tương thích. Trong trường hợp đặc biệt khi các sự kiện là hoàn toàn chính xác, chẳng hạn như trong trường hợp điều khiển mờ, sẽ không cần lựa chọn modus ponens mà dùng ngay modus ponens cổ điển vì modus ponens tổng quát sẽ không tham gia trong việc xác định hàm thuộc của kết luận (xem mục 3.1.3. D).

1.2. Đơn giản hóa việc cài đặt

Trong những trường hợp đặc biệt (mục 3.1.3), các kết luận có thể được rút ra mà không cần áp dụng modus ponens tổng quát. Sử dụng modus ponens tổng quát hay không trong trường hợp này thì kết quả thu được đều giống nhau.

Trong các trường hợp khác, giả sử ta biết luật "nếu V là A thì W là B" và ta có "V là A'", ta phải tính B' như sau:

$$\forall y \in Y \; f_{B}(y) = \sup_{x \in X} T\left(f_{A}(x), f_{R}(x, y)\right)$$

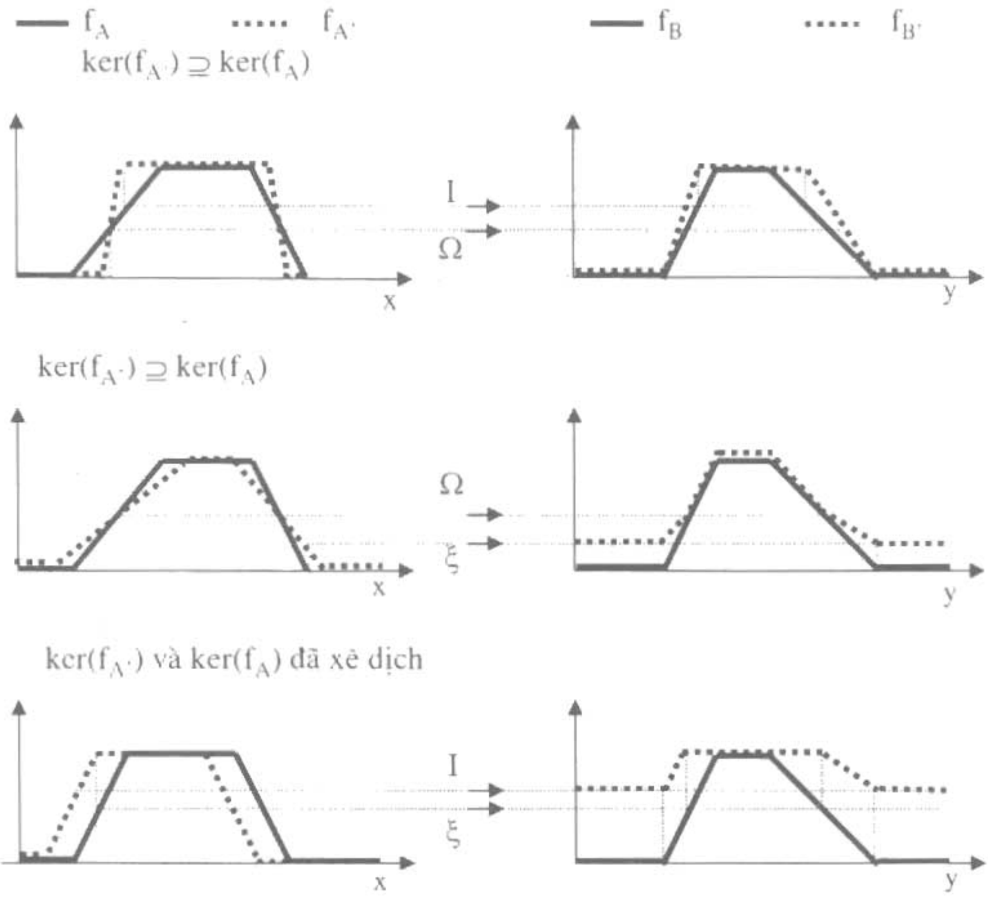
hoặc sử dụng một *thuật toán nhanh* trong đó có khai thác những tính chất đặc biệt tùy theo vị trí tương đối của A và A'. Một trong những thuật toán nhanh như vậy là thuật toán của Martin Clouaire [Martin Clouaire 84] sử dụng phép kéo theo mờ R^{BG} gắn với modus ponen tổng quát T = min như trình bày trong hình 5.1. Các phép kéo theo mờ khác cũng có những thuật toán nhanh tương ứng. Người ta sử dụng các giá trị sau để so sánh A và A':

$$I = \inf\{f_{A}(x) / f_{A'}(x) = 1\},$$

$$\Omega = \inf\{f_{A}(x) / f_{A}(x) = f_{A'}(x)\},$$

$$\varsigma = \sup\{f_{A'}(x) / f_{A}(x) = 0\}$$

Những hàm thuộc ứng với kết luận B' không phải lúc nào cũng có dạng hình thang nhưng để có thể sử dụng được trong quá trình suy diễn người ta sử dụng hàm thuộc hình thang gần xấp xỉ nhất của $f_{B'}$.



Hình 5.1. Kết luận thu được ứng với 3 vị trí tương đối của mệnh đề điều kiện A và quan sát A' khi sử dụng phép kéo theo mờ R^{BG}

Trong trường hợp đơn giản khi mà B' khác với B một từ nhấn/ gia tử: B' = mod(B), kết quả của modus ponens tổng quát được biểu diễn trực tiếp bằng những giá trị ngôn ngữ đã biết. Như thế, trong trường hợp cần thiết phải giải thích B' bằng ngôn ngữ người ta không cần xấp xỉ hàm thuộc của B'. Hơn nữa, trong khuôn khổ của logic mờ, người ta có thể tìm được trực tiếp B' mà không qua tính toán bằng cách coi B là một giá trị dạng ký hiệu mà không phải là dạng số [Bouchon 90].

– Nếu mod là từ nhấn thu hẹp thì B' = B.

– Cho tập M các từ nhấn thu hẹp hay mở rộng. Mỗi từ nhấn được định nghĩa bằng một biến đổi toán học đơn giản (xem các thí dụ trong mục 2.2.1 B) trên tập các giá trị của V: A' mod (A) với mod∈M. Các biến đổi này cho ta B' trực tiếp từ B có thể bằng cách sử dụng một từ nhấn thuộc tập M, với độ không chắc chắn khác 0, phụ thuộc vào sự tương thích giữa A và A' dựa trên các luật sau :

Luật 1 : nếu có quan sát " V là mod(A) " thì kết luận là " W là mod(B) " với độ không chắc chắn là γ.

Luật 2 : nếu có quan sát " V là mod(A) " thì kết luận là " W là B " với độ không chắc chắn là γ.

Luật 3 : nếu có quan sát " V là mod(A) " thì kết luận là " W là mod'(B) " với mod' và mod là các từ nhấn khác nhau thuộc M, với độ không chắc chắn là γ.

Độ không chắc chắn γ phụ thuộc các tham số định nghĩa mod.

Thí dụ 1.1 : những từ nhấn định nghĩa trong các thí dụ 2.1.2 và 2.1.3 của mục 2.2.1. B được mô tả trên hình 5.2. Độ không chắc chắn γ có giá trị $1-\frac{1}{\lambda}$ trong trường hợp m_1 (có giá trị bằng 0 với R^{RG}, R^{BG}, R^{G}), có giá trị $1-\alpha$ trong trường hợp m_2, β trong trường hợp m_3 và tỷ lệ với α trong trường hợp m^*.

<table>
<tr><th>Phép kéo theo</th><th>m_1</th><th>m_2</th><th>m_3</th><th>m^*</th></tr>
<tr><td>R^R</td><td>luật 3 (m_2)</td><td>luật 2</td><td colspan="2">luật 3 (m_1)</td></tr>
<tr><td>R^W, R^{KD}</td><td colspan="4">luật 2</td></tr>
<tr><td>R^{RG}, R^{BG}, R^{G}</td><td colspan="3">luật 1</td><td rowspan="2">luật 3 (m_1)</td></tr>
<tr><td>R^{L}</td><td>luật 3 (m_3)</td><td colspan="2">luật 1</td></tr>
</table>

Hình 5.2. Giá trị của kết luận khi quan sát khác với mệnh đề điều kiện do việc sử dụng một từ nhấn ngôn ngữ

Lưu ý rằng nếu ta gọi mod(A') là đặc trưng của biến đã được thay đổi có độ không chắc chắn ε thì luật 1 được áp dụng với γ=0, bởi vì độ không chắc chắn của kết luận bằng độ không chắc chắn của quan sát (xem mục 3.1.3. F).

1.3. Kết hợp thông tin

Trong nhiều trường hợp, ở mệnh đề điều kiện của các luật có nhiều biến ngôn ngữ (V_1, X_1, T_1), (V_2, X_2, T_2),... xác định trên các không gian độc lập X_1, X_2, ... :

"nếu V_1 là A_1 và V_2 là A_2 ... thì W là B"

người ta gán cho mỗi luật này một hàm thuộc f_A được định nghĩa trên tất cả các giá trị $x = (x_1, x_2, \dots) \in X_1 \times X_2 \dots$ với $f_A(x) = \min(f_{A_1}(x_1), f_{A_2}(x_2), \dots)$ hay tổng quát hơn $f_A(x) = T(f_{A_1}(x_1), f_{A_2}(x_2), \dots)$ với T là một t–chuẩn.

Khi mệnh đề kết luận " W là B " của luật là chính xác và đặc thù, thì sử dụng các phép kéo theo R^{RG}, R^{BG}, R^{G} rất đơn giản. Một quan sát có dạng " V_1 là A_1' và V_2 là A_2'... " qua modus ponens sẽ cho kết luận " W là B với độ không chắc chắn ε " trong đó ε là độ không chắc chắn lớn nhất thu được với các luật chia nhỏ : " nếu V_1 là A_1 thì W là B", " nếu V_2 là A_2 thì W là B", ...(xem mục 3.1.3. E).

Trong trường hợp tổng quát, nhiều luật cùng liên quan đến một số biến :

S_1 : " nếu V là A_1 thì W là B_1 "

S_2 : " nếu V là A_2 thì W là B_2 ", ...

Nếu có một quan sát là " V là A' ", các luật nên được kết hợp trước khi áp dụng modus ponens tổng quát nhằm tăng độ chính xác của kết quả [Dubois et al. 88a]. Giả sử X, Y lần lượt là tập các giá trị của V và W và R_1, R_2,... là các quan hệ mờ giữa X và Y liên kết với các luật S_1, S_2,... bởi việc sử dụng một phép kéo theo mờ nào đó. Người ta định nghĩa quan hệ mờ R giữa X và Y trên toàn bộ tập luật như sau : $\forall x \in X\ \forall y \in Y\ f_R(x, y) = \min_{i=1,2,\dots} f_{R_i}(x, y)$ và tiếp đó kết hợp f_R và $f_{A'}$ bằng modus ponens tổng quát.

Cho biến ngôn ngữ (W, Y, T_W) biểu thị kết luận của hệ chuyên gia. Trong trường hợp hệ phải đưa ra một quyết định hay một chẩn đoán dạng "W là d" với $Y = \{d, \neg d\}$, nhiều chuỗi suy diễn có thể dẫn đến các kết luận có dạng "W là B'_i" với B'_i là một đặc trưng mờ của W được xác định trên Y, ứng với mỗi kết luận thu được qua mỗi chuỗi là độ đo khả năng π_i và độ đo cần thiết N_i, các độ đo này được xác định từ các hàm thuộc f_{B_i} và các hàm này được dùng làm cơ sở để tính phân phối khả năng trên Y. Những kết quả khác nhau phải được kết hợp lại theo các điều kiện liên quan đến độ đo khả năng và độ đo cần thiết để kết luận d cũng được gắn với các hệ số khả năng và hệ số cần thiết [Dubois, Prade 87c] :

$$\pi = \left(\min_j \pi_j\right) / \max\left(\min_i \pi_i, \min_j \left(1 - N_j\right)\right)$$

$$N = 1 - \left(\min_i \left(1 - N_i\right)\right) / \max\left(\min_j \pi_j, \min_i \left(1 - N_i\right)\right)$$

với $\max\left(\pi, 1 - N\right) = 1.$

Trong trường hợp tổng quát, hệ chuyên gia cho nhiều đặc trưng mờ $B_1, B_2, \ldots$ của W với các hàm thuộc lần lượt là $f_{B_1}, f_{B_2}, \ldots$ Khi đó ta có thể tính giá trị của hàm thuộc f của d xác định trên Y bằng cách sử dụng phép toán kết hợp *, thí dụ như phép toán min [Dubois, Prade 87c] :

$$\forall y \in Y \; f(y) = \left(f_{B_1}(y) * f_{B_2}(y)\right) / \sup_{y \in Y} \left(f_{B_1}(y) * f_{B_2}(y)\right).$$

1.4. Xử lý tri thức có cấp độ

Xét 2 biến ngôn ngữ (V, X, T_V) và (W, Y, T_W) trong đó $T_V = \{A_1, A_2, \ldots\}$ và $T_W = \{B_1, B_2, \ldots\}$ được giả thiết là các tập sắp thứ tự và một luật có cấp độ dưới dạng:

(RG) "nhiều (ít) V là C, nhiều (ít) W là D ",

với C, D lần lượt là các đặc trưng ngôn ngữ của V và W. Để xử lý các luật như vậy trong một hệ dựa trên tập luật, người ta có thể diễn giải tính cấp độ vốn có của luật RG dưới dạng một tập các luật RP_i:

(RP_i) nếu V là A_i thì W là B_j, i=1,2,...

với $\forall A_i \in T_V$ và $B_j \in T_W$. Người ta có thể tạo ra các luật trung gian dựa vào các từ nhấn. Việc xử lý các tập luật như vậy tương đương với việc diễn giải luật có cấp độ RG.

Như chúng ta đã xem xét trong mục 3.1.4, phép kéo theo mờ phải được chọn một cách phù hợp để xử lý việc có các cấp độ như trên (liên quan đến độ chính xác) hoặc liên quan đến mức độ chắc chắn của mệnh đề điều kiện hoặc của kết luận (tính chất 1.4.1).

3. THÍ DỤ VỀ HỆ MỜ DỰA TRÊN TRI THỨC

Sử dụng logic mờ trong hệ chuyên gia có tác dụng tích cực trong các trường hợp: dữ liệu cung cấp bởi các dụng cụ quan sát không chính xác tuyệt đối; việc biểu diễn dữ liệu phải có độ chính xác mềm dẻo để phù hợp với điều kiện quan sát; những mô tả sẵn có sử dụng các đối tượng có giới hạn không chính xác, rõ ràng hoặc có phần chờm nhau giữa các đối tượng; người quan sát đưa ra các mô tả chủ quan; việc biểu diễn dữ liệu phải gần với mô tả bằng ngôn ngữ bởi người quan sát. Trong những tình huống có sự can thiệp của con người, chẳng hạn trong y học, thì việc sử dụng logic mờ càng được khuyến khích.

Để làm thí dụ, chúng tôi trình bày ở đây một số hệ chuyên gia sử dụng logic mờ và lý thuyết khả năng. Những hệ tổng quát có thể áp dụng được trong nhiều lĩnh vực. Chức năng của hệ tùy theo cơ sở tri thức nào được sử dụng. Những hệ chuyên biệt được xây dựng để giải quyết một vấn đề cụ thể. Chú ý rằng, hầu hết các hệ chuyên gia có cách biểu diễn và xử lý tri thức riêng và có thể kết hợp nhiều cách tiếp cận mà chúng tôi đã trình bày trong các chương I, II, III.

3.1. Các hệ tổng quát

Hệ chuyên gia FESS sử dụng cấu trúc khung (frame) và quan hệ mờ [Hall, Kandel 92]. Các frame cung cấp các thông tin về quan hệ mờ. Có 2 loại frame: loại chung (bất biến) chứa những thông tin chung, có tính lâu dài về các quan hệ : các tính chất, phương pháp tính toán, cách tìm các giá trị của tập xác định, các đối tượng lớp sử dụng trong cơ chế kế thừa; loại cụ thể chứa các thông tin chẳng hạn như tên của một quan hệ cụ thể, giá trị của mỗi thuộc tính của quan hệ, độ chắc chắn gán cho quan hệ nếu có, ... Các frame cũng được sử dụng để chứa các kết luận trung gian cũng như các kết luận cuối cùng, chỉ ra các quan hệ đưa đến kết luận và quan hệ sử dụng kết luận đó. Những quan hệ mờ chủ yếu được sử dụng là quan hệ kéo theo được mô tả dưới dạng: "nếu ... thì ..." và có thể kèm theo độ một hệ số chắc chắn thuộc [0, 1] hoặc một lượng từ dạng "thỉnh thoảng", "nói chung" (xem 2.2.2. D). Trong đó mệnh đề điều kiện là hội hoặc tuyển của nhiều mệnh đề mờ đơn giản dạng "V là A" (xem 2.2.2. A). Dạng thứ 2 của quan hệ mờ là những quan hệ nhị phân giữa các sự kiện, biểu diễn các mệnh đề mờ sơ cấp.

Người ta chọn các cặp t–chuẩn và t–đối chuẩn đối ngẫu để thực hiện phép hội, tuyển, và phép kéo theo như của Kleene–Dienes hoặc của Lukasiewicz (mục 3. 1.2). Các kết luận bao gồm một phần khẳng định ("V là A") và một phần phủ định ("V không là A"). Mỗi phần này gắn với một độ chắc chắn được được xác định bằng cách kết hợp các độ chắc chắn đã biết của mệnh đề mờ, độ chắc chắn cho bởi quan hệ mờ mới có và độ chắc chắn gán trước cho quan hệ này. Một độ chắc chắn tổng thể được rút ra từ các độ chắc chắn kể trên. Hệ thống hoạt động theo cơ chế suy diễn tiến hoặc suy diễn lùi.

Bộ sinh hệ chuyên gia mờ MILORD

Bộ sinh hệ chuyên gia mờ MILORD [Lopez de Mantaras et al. 92] bao gồm modul thu thập tri thức và 2 cơ chế suy diễn tiến và lùi. Các sự kiện trong cơ sở tri thức được biểu diễn bằng các đơn vị cơ bản gắn với một độ chắc chắn biểu diễn bằng ngôn ngữ. Các luật được thể hiện dưới dạng "nếu ... thì ..." và cũng được gán độ chắc chắn biểu diễn bằng ngôn ngữ. Suy diễn tiến cho phép đi đến một giả thuyết với độ chắc chắn nhỏ nhất chấp nhận được. Nếu giả thuyết thu được có độ chắc chắn nhỏ hơn ngưỡng này thì cơ chế suy diễn lùi cố gắng tăng độ chắc chắn bằng cách thử tất cả các đường đi tới giả thuyết này. Thứ tự lựa chọn các luật thay đổi và có thể phụ thuộc vào, thí dụ như từ ngữ biểu thị độ chắc chắn, số lượng các điều kiện, số lượng kết luận, luật mà mệnh đề điều kiện chứa các sự kiện mới nhất thu được. Phép hội và phép tuyển được gán với một cặp t–chuẩn và t–đối chuẩn đối ngẫu được chọn trong số các phép xác suất, các phép của Lukasiewicz hoặc của Zadeh. MILORD để cho chuyên gia định nghĩa tập T các từ được sử dụng để mô tả độ chắc chắn của một sự kiện hay một luật. Những từ này sẽ được biểu diễn bằng các tập mờ với hàm thuộc hình thang xác định trên tập X các độ chắc chắn có thể. Phép hội và phép tuyển của các tập mờ này cho một tập mờ F cũng xác định trên X. F được xấp xỉ bởi một từ thuộc T có hàm thuộc là hàm gần với hàm thuộc của F nhất theo khoảng cách Ơclit giữa 2 tập mờ. Theo ngầm định, T = {sai, hầu như sai, có thể đúng, hầu như đúng, đúng}.

Phiên bản cải tiến của hệ [Agusti et al. 92] có một cấu trúc modul dựa trên 3 cơ chế cơ bản: kết hợp các modul bằng cách khai báo các modul con, làm mịn các modul, kết hợp các modul bằng các phép toán trung gian được người dùng định nghĩa. Xử lý độ không chắc chắn có thể được làm cục bộ trong từng modul. Hệ MILORD đã được thử nghiệm trong y tế.

Bộ sinh hệ chuyên gia mờ FLOPS

Bộ sinh hệ chuyên gia FLOPS [Buckley et al. 86] sử dụng các biến biểu diễn bằng tập mờ, số mờ và khoảng mờ cũng như các quan hệ mờ thí dụ như quan hệ thứ tự giữa các số mờ. Những từ nhấn tác động vào các giá trị của tập các giá trị cơ bản T_V của mỗi biến V cũng như vào các quan hệ mờ. Các luật có dạng: "nếu P thì D" trong đó P là một mệnh đề mờ tạo bởi phép hội và phép tuyển của các mệnh đề sơ cấp. Các mệnh đề cơ bản này sử dụng các giá trị mờ của các biến hoặc của các quan hệ mờ. Thí dụ: $p = F_1\ R\ F_2$ với F_1, F_2 là các số mờ và R là quan hệ mờ "nhỏ hơn hoặc bằng" có được bằng cách mở rộng quan hệ thứ tự ≤ trên các số thực, hoặc F_1 và F_2 là các tập con mờ của cùng một vũ trụ và R là quan hệ "gần như bằng với". Người ta có thể biểu diễn các mô tả dạng "kích thước cũng lắm là rất lớn" nếu "lớn" là một giá trị thuộc $T_{\text{kích thước}}$. Các hệ số chắc chắn cũng có thể là giá trị mờ. Như thường lệ, các giá trị chính xác được hệ thống coi như các trường hợp đặc biệt của giá trị mờ.

Hệ FLOPS đã được thử nghiệm để phân tích ảnh về bệnh tim mạch. Những biến như diện tích của một vùng, hoành độ của trọng tâm được gán các giá trị mờ cơ bản: $T_{\text{diện tích}}$ ={nhỏ, hơi nhỏ, trung bình, to, rất to}, $T_{\text{trọng tâm}}$ = {trái, hơi lệch trái, giữa, hơi lệch phải, phải}.

Hệ SPII

Hệ SPII [Martin–Clouaire 85] hoạt động theo cơ chế suy diễn lùi. Nó sử dụng đồng thời logic mờ và một số yếu tố của logic khả năng để quản lý sự không chắc chắn trên các luật. Các sự kiện được biểu diễn bằng một bộ ba (thuộc tính, đối tượng, giá trị) trong đó giá trị có thể không chính xác và gắn với một phân phối khả năng dạng hình thang hay rời rạc. Tính không chắc chắn của một sự kiện được thể hiện qua 2 hệ số: độ đo cần thiết b và độ đo khả năng b', thoả mãn max(1−b, b') = 1. Các luật có dạng "nếu p thì q" với p là một hội của các điều kiện và q là một tuyển của các kết luận hay các hành động. Các luật bao gồm 3 loại như sau. Thứ nhất, chúng có thể không chính xác (phần điều kiện và phần kết luận là không chính xác, có mệnh đề mờ trong kết luận). Thứ hai, chúng có thể không chắc chắn (phần điều kiện và kết luận là chính xác) và các kết luận được gán 2 hệ số: mức độ đủ a và mức độ cần a' mà các điều kiện phải thoả mãn để cho kết luận của luật là đúng. Cuối cùng, các luật có thể có dạng kết hợp 2 dạng trên: với điều kiện không chính xác, kết luận chính xác và các hệ số không chắc chắn a và a' kể trên.

Modus ponens tổng quát sử dụng phép kéo theo Brouwer–Gödel và phép min cũng như thuật toán tính toán nhanh tương ứng (mục 5.2.2) cho phép xử lý các luật không chính xác. Các luật không chắc chắn được xử lý bằng modus ponens khả năng, như đã chỉ ra trong mục 3. 2.2. A với: $N(p \rightarrow q) \geq a$, $N(\neg p \rightarrow \neg q) \geq a'$, $N(p) \geq b$ và $\Pi(p) \leq b'$, các hệ số b và b' là giá trị bé nhất trong các hệ số gán cho từng mệnh đề điều kiện trong trường hợp phần điều kiện là hội của nhiều mệnh đề. Các luật lai được xử lý như các luật không chắc chắn trong đó các hệ số b và b' không là cốt yếu của quan sát D mà có được thông qua khả năng và sự cần thiết của D đối với điều kiện A của luật: $b' = \Pi(D;A)$ và $b = N(D;A)$ (mục 2.3.1). Khi mà nhiều luật có cùng phần kết luận, việc tích hợp các hệ số gắn với các luật được tiến hành theo phương pháp mô tả trong mục 5.2.3.

Hệ SPII–1 đã được sử dụng, thí dụ cho một hệ chuyên gia trong lĩnh vực dầu khí [Martin–Clouaire 84b].

Hệ trợ giúp chẩn đoán bệnh CADIAG–2

Hệ trợ giúp chẩn đoán bệnh CADIAG–2 [Adlassnig, Kolarz 82] nhằm mục đích biểu diễn và xử lý các khẳng định mềm dẻo trong y học, thí dụ như: "triệu chứng S thường xuất hiện trong trường hợp chẩn đoán D nhưng hiếm khi có bằng chứng về nó", hoặc "triệu chứng S tăng mạnh gần như luôn luôn xuất hiện trong trường hợp chẩn đoán D và luôn có bằng chứng về nó". Hệ này không nhằm mục đích điều trị một bệnh cụ thể nào. Nó dựa trên việc thiết lập các quan hệ giữa các triệu chứng và căn bệnh, giữa các triệu chứng với nhau, giữa các căn bệnh với nhau và giữa các kết hợp căn bệnh và triệu chứng. Những quan hệ quan trọng nhất giữa triệu chứng và căn bệnh là sự xuất hiện của triệu chứng S trong trường hợp D và việc xác nhận được D bởi triệu chứng S. Hai quan hệ này đều được định nghĩa bằng các tập mờ trong tập vũ trụ: X={0,1,...,100}, có hàm thuộc lần lượt là focc(x) và fconf(x). focc(x) chính là tần suất của việc xuất hiện triệu chứng S trên x trường hợp trong số 100 trường hợp có chẩn đoán D, fconf(x) là tần suất của việc xác nhận chẩn đoán D thông qua S trên x trường hợp trong số 100 trường hợp. Các tần suất được xác định theo thống kê hoặc theo chủ quan. Các hàm thuộc có dạng tương tự như các hàm thuộc trên hình 5e của mục 1.1.4. Người ta cũng sử dụng các lượng từ mờ được biểu diễn bằng các hàm thuộc trên vũ trụ X chẳng hạn như: "không bao giờ", "gần như không bao giờ", "hiếm khi", "thường xuyên", và các từ nhấn mờ như "rất" (theo định nghĩa của Zadeh trong mục 2.2.1. B). Các triệu chứng (các dấu hiệu đặc trưng hay kết quả xét nghiệm) có thể được biểu diễn bằng các tập mờ với tập giá trị là toàn bộ các giá trị có thể. Các phép toán logic và, hoặc, phủ định mờ định nghĩa theo cách cổ điển được sử dụng. Các phép toán min ↑N1/N2, max ↓N1/N2 lần lượt là tổng quát hóa của việc có ít nhất N1, nhiều nhất N1 trong số N2 mệnh đề logic là thỏa mãn.

Hệ CADIAG–2 đưa ra cho bác sỹ một chẩn đoán, cung cấp các diễn giải về các chẩn đoán của hệ và yêu cầu các xét nghiệm bổ sung trong trường hợp các chẩn đoán không đủ rõ. Hệ cũng có thể được sử dụng trong giảng dạy y học và đã được áp dụng để chẩn đoán bệnh thấp khớp.

Ngôn ngữ FRIL

FRIL (Fuzzy Relational Inference Language) là một ngôn ngữ khai báo dạng PROLOG [Martin. Baldwin 91] ra đời vào đầu những năm 80, trong đó mỗi sự kiện được gắn với một khoảng chứa xác suất của nó. Mỗi luật có dạng "nếu p thì q" cũng được gắn với một khoảng chứa xác suất có điều kiện của q khi biết p. Các tập mờ được biểu diễn dưới dạng hình tam giác hoặc hình thang. Các tham số đưa ra phụ thuộc vào việc chọn tập tham chiếu (tập giá) là rời rạc hay liên tục. Chẳng hạn,

(Hết – độ – tuổi – ba – mươi {36:0,5 37:1 38:1 39:1 40:0,5})

hoặc (Hết – độ – tuổi – ba – mươi [35:0 37:1 39:1 41:0]).

Ngôn ngữ này cho phép, thí dụ xử lý các cơ sở dữ liệu quan hệ hoặc tìm kiếm phân loại trong đó có vấn đề không chính xác hoặc không chắc chắn [Baldwin. Martin 94].

Chúng ta kể thêm ở đây hệ chuyên gia mờ CLASSIC [Granger 86] dùng để phân lớp không chính xác các đối tượng. Hệ được viết bằng ngôn ngữ hướng đối tượng, sử dụng các mẫu được sắp đặt trên một mạng có phân cấp và 2 hệ số, tương thích và không tương thích giữa một đối tượng chưa biết và một mẫu.

Hệ chuyên gia TAIGER dựa trên logic khả năng như chúng ta đã đề cập đến trong mục 3. 2 [Farreny et al. 86]. Hệ được giới thiệu cùng với ứng dụng trong lĩnh vực tài chính trong đó những khẳng định được đánh giá bằng ngôn ngữ bởi các chuyên gia và một bảng mã hóa cung cấp các độ đo khả năng và độ đo cần thiết (với một khẳng định "đáng tin": $\Pi(a) = 1$, $N(a) = 0.7$, "rất đáng tin": $\Pi(a) = 1$, $N(a) = 0.9$, "khá đáng tin": $\Pi(a) = 1$, $N(a) = 0.5$).

3.2. Các hệ chuyên biệt

Hệ PROTIS

Y tế là lĩnh vực có nhiều hệ chuyên gia mờ nhất. Một trong những hệ đầu tiên là PROTIS [Soula et al. 83] giúp điều trị bệnh tiểu đường. Hệ sử dụng những luật có dạng :

nếu <điều kiện> thì <ra quyết định d> (với trọng số e)

nếu không <loại bỏ d> (với trọng số r)

với những điều kiện có thể không chính xác và được biểu diễn bằng các hàm thuộc. Các *siêu luật* được xây dựng để điều chỉnh các điều kiện hoặc các trọng số theo ngữ cảnh nhằm giảm số lượng luật đồng thời tính đến các mô tả mờ về ngữ cảnh cũng như các ngoại lệ. Thí dụ, đặc tính "cao" của tỷ lệ đường huyết được biểu diễn bởi một hàm thuộc f_G. Một siêu luật tạo ra các đặc tính thay đổi theo tuổi của bệnh nhân bằng cách tịnh tiến f_G dần dần sang bên phải khi tuổi của bệnh nhân tăng.

Sự tương thích giữa một quan sát D và mệnh đề điều kiện A của một luật được đánh giá bằng khả năng của D đối với A : $m = \Pi(D ;A)$. Kết hợp các trọng số của luật và độ tương thích cho phép chỉ ra rằng quyết định d được đề xuất và bị từ chối với mức độ lần lượt là :

$$prop(d) = \max(m+e-1,0)$$
$$rej(d) = \min(m+1-r,1)$$

Khi mà nhiều luật liên quan đến cùng một quyết định, hệ số đề xuất của d là giá trị lớn nhất trong số các hệ số đề xuất thu được bởi các luật khác nhau; hệ số từ chối là giá trị bé nhất trong số những hệ số thu được bằng các luật riêng lẻ.

Hệ EMERGE

Hệ EMERGE được dùng trong phân tích cơn đau ngực trong phòng cấp cứu [Hudson, Cohen 92] và có giao diện với người sử dụng. Phần điều kiện của luật là một hội của các mệnh đề mờ; đến lượt nó, các mệnh đề này lại có thể là các tuyển của các mệnh đề mờ đơn giản, thí dụ: "nếu có mồ hôi hoặc buồn nôn hoặc chóng mặt và các triệu chứng có đi kèm cơn cấp phát thì bệnh nhân có thể được chấp nhận". Thêm nữa, các mệnh đề mờ được gán trọng số theo sự quan trọng của nó đối với kết luận và một lượng từ mờ được sử dụng để chỉ ra tỉ số gần đúng các mệnh đề mờ phải được thỏa mãn để phần mệnh đề điều kiện của luật được coi là thỏa mãn (thí dụ, "hầu hết" các điều kiện phải thỏa mãn thì luật mới được áp dụng).

Chúng ta cũng có thể kể ra ở đây hệ DIABETO-III [Buisson et al. 86] giúp theo dõi người mắc bệnh tiểu đường, hệ giúp phát hiện sớm các bệnh của người già tại bệnh viện của trường đại học Keio Nhật Bản, hệ chẩn đoán ung thư tuyến giáp bằng hình ảnh tại trường đại học y Kawasaki Nhật Bản.

Hệ SPERIL

Trong lĩnh vực xây dựng dân dụng có hệ SPERIL [Ishizuka et al. 82] dùng để xác định các hư hỏng có thể xảy ra cho công trình trong trường hợp động đất. Hệ thống này có bộ phận quản lý tính không chắc chắn bằng lý thuyết hiển nhiên (evidence theory) và mô tả sự không chính xác bằng các đặc tính mờ. Hệ sử dụng một thang từ 1 đến 10 để biểu diễn các mức độ hư hỏng và các tập con mờ của tập vũ trụ X={1, 2,. . ,10} để biểu diễn các mô tả bằng ngôn ngữ mức độ hư hỏng như "hư hỏng nhẹ", "hư hỏng vừa", "hư hỏng nghiêm trọng". Các hệ số không chắc chắn cũng có thể được gán cho các đặc tính. Sau đây là một thí dụ về luật:

"NẾU vật liệu là bê tông cốt thép

THÌ <u>nếu</u> chẩn đoán về tính cứng là âm thì thiệt hại tổng thể là âm với hệ số 0. 6

NẾU KHÔNG

nếu chẩn đoán về tính cứng là *nhẹ*

thì thiệt hại tổng thể là *nhẹ* với hệ số 0. 6

NẾU KHÔNG

nếu chẩn đoán về tính cứng là *vừa phải*

thì thiệt hại tổng thể là *vừa phải* với hệ số 0. 6

NẾU KHÔNG

nếu chẩn đoán về tính cứng là *nặng*

thì thiệt hại tổng thể là *nghiêm trọng* với hệ số 0. 6

NẾU KHÔNG

nếu chẩn đoán về tính cứng là *nghiêm trọng*

thì thiệt hại tổng thể là thảm khốc với hệ số 0. 6

Nếu không thì thiệt hại tổng thể là không biết được với hệ số 1."

Các hệ số đưa ra trong luật được nhìn nhận như các khối lượng trong lý thuyết hiển nhiên (mục 2.1.3). Thí dụ với một dạng tổng quát của luật như:

Luật 1 Nếu V là A_1

Thì H là H_{A_1} với hệ số $m(H_{A_1}/A_1)$

...

Nếu V là A_n

Thì H là H_{A_n} với hệ số $m(H_{A_n}/A_n)$

...

Luật 2: Nếu W là B_1

Thì H là H_{B_1} với hệ số $m(H_{B_1}/B_1)$

...

Từ các mô tả trạng thái của biến V bằng $m(A_1)$, $m(A_2)$,... và mức độ bao hàm của một tập mờ trong một tập mờ khác, mức độ thoả mãn mệnh đề điều kiện của luật 1 có dạng:

$$P(A_h) = \sum_i I(A_i \subseteq A_h) m(A_i),$$

trong đó mức độ bao hàm của một tập mờ trong một tập mờ khác được định nghĩa bằng cách sử dụng phép kéo theo Lukasiewicz:

$$I(A_i \subseteq A_j) = \min_x \min\left(1, 1 - f_{A_i}(x) + f_{A_j}(x)\right) / h(A_i)$$

Từ đó dẫn đến định nghĩa khối lượng tin cậy của giả thuyết H_{A_h} khi xét luật 1:

$$m\left(H_{A_h}\right) = m\left(H_{A_h} / A_h\right) P\left(A_h\right)$$

Một phép kết hợp rút ra từ luật Dempster (mục 2.1.3. C) cho phép thu được khối lượng tin cậy gán cho một giả thuyết nào đó bằng cách xem xét các luật 1,2, ... và từ đó rút ra hàm số tin cậy và hàm số hợp lý (chấp nhận) liên quan đến từng giả thuyết.

Hệ quản lý thiết bị kỹ thuật

Hệ thống theo dõi một nhóm các thang máy [Tsuji et al. 89] có tích hợp một hệ chuyên gia để xác định ca–bin nào phải đáp ứng lời gọi của người sử dụng nhằm cải thiện hiệu suất của hệ điều khiển truyền thống (không mờ). Nó giúp giảm thời gian đợi từ 15% đến 20% và giảm tỷ lệ các hành trình dài trên 1 phút từ 30% đến 50%. Hệ thống được cài đặt trên một bộ vi xử lý 32 bit và phải hoạt động trong thời gian thực.

Thí dụ về luật:

"NẾU một yêu cầu gọi ở sảnh được ghi nhận trong khu vực cao
và số lượng ca–bin đi lên khu vực cao là lớn
và số lượng ca–bin không có người là nhỏ

THÌ chọn các ca–bin có người
và chọn 1 ca–bin có người bằng cách sử dụng hàm lượng giá"

trong đó "cao", "lớn", "nhỏ" được biểu diễn bằng các tập con mờ có hàm thuộc hình thang. Một số luật cho phép phát hiện các thay đổi về vận hành của các thang máy và xử lý những tầng có nhiều yêu cầu được ghi nhận.

Chúng ta cũng có thể kể thêm hệ thống xác nhận các thông tin nhận được từ các bộ thu [Aguilar–Crespo et al. 93].

Hệ TAPS

TAPS [Hawkes et al. 92] là một hệ trợ giúp học tập thông minh nhằm tăng khả năng của học sinh trong việc giải các bài toán số học. Một cơ sở dữ liệu quan hệ mờ tiến triển theo thời gian mô tả các thông tin liên quan đến học sinh. Những đánh giá có dạng không chính xác chẳng hạn như "thường xuyên", "trung bình" có thể được sử dụng. Hệ khai thác các luật mờ thí dụ như: "nếu học sinh thường xuyên chọn những phép toán sai và học sinh khá kém trong các bài toán tổ hợp và học sinh học liên tục gần đây thì gợi ý học sinh nhìn kỹ hơn sơ đồ".

Hệ FIDES

Hệ FIDES giải phương trình vi phân một cách thông minh [Friedman, Kandel 92] bằng cách đơn giản hóa hướng tiếp cận qua các phần tử hữu hạn. Hệ thiết lập một giao diện giữa các dữ liệu số và dữ liệu dạng ký hiệu về các đối tượng, như các hình chữ nhật chẳng hạn. Một tứ giác thuộc vào lớp các hình chữ nhật với độ thuộc là một hệ số được tính từ các góc của tứ giác. Hệ số càng lớn thì thì tứ giác càng giống một hình chữ nhật. Các hệ số của độ chắc chắn cũng có thể được sử dụng khi áp dụng luật dạng "nếu ... thì".

Chúng ta còn có thể kể đến hệ trợ giúp giảng dạy bằng máy tính để đào tạo các cán bộ phát triển phần mềm tại Nhật Bản.

Trong lĩnh vực tài chính, hệ tương tác fINDex [Whalen, Schott 85] trợ giúp việc dự đoán sức tiêu thụ của sản phẩm thương mại nhằm đề ra các kỹ thuật dự đoán phù hợp yêu cầu của người dùng. Cũng có thể kể đến các hệ dự đoán về thị trường chứng khoán, quản lý tỷ giá hối đoái quốc tế, phân tích tổng lượng kỳ phiếu được phát triển tại Nhật Bản.

4. KẾT LUẬN

Trong các tài liệu, nhiều hệ chuyên gia với mức độ chuyên sâu khác nhau đã được xây dựng. Các mô tả chi tiết về chúng có thể được tìm thấy trong các tài liệu tham khảo. Lưu ý rằng, các kỹ thuật xây dựng hệ tri thức rất đa dạng và không dừng lại ở việc sử dụng modus ponens tổng quát của logic mờ. Người ta thường kết hợp nhiều hướng tiếp cận (modus ponens tổng quát, quan hệ mờ, số mờ, khung, mạng ngữ nghĩa, logic khả năng, lý thuyết hiển nhiên, ...) để khai thác các ưu điểm của mỗi hướng nhằm thu được các hệ thống mềm dẻo và hiệu quả cao nhất có thể.

CHƯƠNG VI

ĐIỀU KHIỂN MỜ

1. ĐẶC ĐIỂM CỦA ĐIỀU KHIỂN MỜ

2. NGUYÊN LÝ CỦA ĐIỀU KHIỂN MỜ

3. CÁC PHƯƠNG PHÁP CHÍNH

4. MỘT SỐ ỨNG DỤNG

I. ĐẶC ĐIỂM CỦA ĐIỀU KHIỂN MỜ

1.1. Lịch sử

Điều khiển mờ là một lĩnh vực ứng dụng của lý thuyết tập mờ được Zadeh [Zadeh 73] đề cập rất sớm và được phát triển bởi các nhà khoa học châu Âu [Tong 85]. Nguyên lý của nó được Mamdani và Assilian [Assilian, Mamdani 74] [Mamdani, Assilian 75] đưa ra ở Anh và được minh họa bằng một máy hơi nước. Sau đó, cũng tại châu Âu, nguyên lý này được ứng dụng để điều khiển một nhà máy nước nóng [Kickert, Lemke 76], điều khiển một bộ trao đổi nhiệt [Ostergaard 77], điều chỉnh tốc độ động cơ tại Pháp [Willaeys et al. 77] và để thực hiện trong công nghiệp một lò nung xi măng tại Đan Mạch [Holmblad, Ostergaard 82]. Điều khiển mờ được phát triển mạnh tại Nhật Bản từ đầu những năm 80 và nay đã có nhiều ứng dụng trong công nghiệp.

1.2. Tính chất

Cũng giống như điều khiển tự động cổ điển, mục tiêu của điều khiển mờ là xử lý vấn đề điều khiển tiến trình (máy công cụ, quy trình công nghiệp, xe không người lái, ...), có nghĩa là quản lý một tiến trình theo các lệnh được đưa ra bằng việc tác động lên các biến mô tả tiến trình. Tuy nhiên cách tiếp cận của điều khiển mờ khác với cách tiếp cận của điều khiển cổ điển ở chỗ các tri thức của chuyên gia hoặc của kỹ thuật viên có kinh nghiệm được khai thác. Để dễ hình dung sự khác nhau giữa điều khiển cổ điển và điều khiển mờ chúng ta có thể xem xét một hệ lái xe ôtô tự động. Trong trường hợp điều khiển cổ điển, người ta sử dụng các hiểu biết về vật lý liên quan đến sự vận hành của động cơ. Trong điều khiển mờ, người ta sử dụng các kỹ năng thực hành của một lái xe có kinh nghiệm. Đôi khi, điều khiển mờ được sử dụng đồng thời với điều khiển cổ điển để giải quyết một bài toán cụ thể của quá trình điều khiển.

Điều khiển mờ có những đặc điểm sau :

- Kiến thức toán học về vận hành của tiến trình là không cần thiết. Điều khiển mờ sử dụng các kỹ năng của người vận hành tiến trình có kinh nghiệm hoặc các tri thức chuyên gia.
- Các biến mang đặc trưng chủ quan được sử dụng. Chẳng hạn các giác quan của con người (sờ, nhìn, ...) có thể được mô hình hoá. Người ta có thể sử dụng các tiêu chí được mô tả bằng ngôn ngữ hoặc không được định nghĩa rõ ràng, thí dụ như vẻ đẹp của một màu hay sự tiện lợi cho một hành khách.

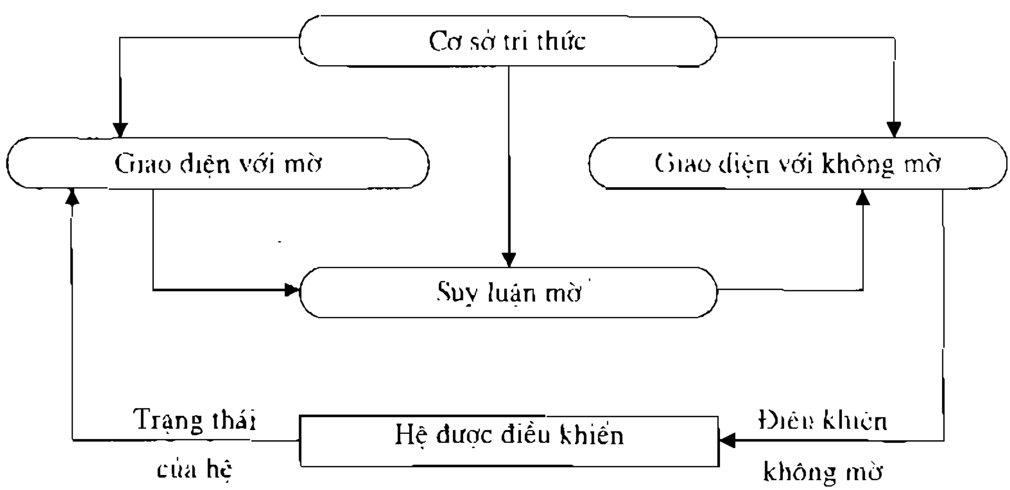
Vì thế, điều khiển mờ rất được khuyên dùng khi tiến trình điều khiển không được biết rõ hoặc khó được mô tả chính xác vì quá phức tạp chẳng hạn. Nó cũng có ích khi các biến tham gia trong quá trình được đặc tả một cách không chính xác hoặc các tri thức được diễn đạt bằng ngôn ngữ tự nhiên và phi số.

Điều khiển mờ có các ưu điểm sau :

- Thực hiện điều khiển đơn giản, mềm dẻo và dễ dàng thích nghi với điều kiện vận hành hay điều kiện sử dụng đặc biệt. Nói chung, một số lượng nhỏ các luật là đủ để mô tả hệ thống.
- Việc tổng hợp ý kiến của nhiều chuyên gia được dễ dàng thực hiện.
- Có thể phối hợp nhiều mục tiêu.
- Điều khiển mờ được thừa nhận là chống lại tốt với các nhiễu có thể ảnh hưởng đến tiến trình.
- Những người sử dụng đánh giá là hệ cho phép độ chính xác cao và thường tiết kiệm năng lượng.

1.3. Cấu hình tổng quát của bộ điều khiển mờ

Một bộ điều khiển mờ như mô tả trên hình 6. 1 có thể được xem như một hệ chuyên gia đơn giản, hoạt động dựa trên việc biểu diễn các tri thức bằng tập mờ. Đặc điểm của nó là : thứ nhất, các luật cung cấp trực tiếp kết luận mà không cần tiếp nối với nhau, thứ hai các quan sát từ các thiết bị đo thường có dạng số và chính xác.



Hình 6.1. Cấu hình tổng quát của bộ điều khiển mờ

Cơ sở tri thức chứa các định nghĩa của các thuật ngữ được sử dụng trong điều khiển và các luật mô tả mục tiêu điều khiển và hành vi của chuyên gia. Một môđun giao diện với mờ thiết lập cách biểu diễn phù hợp cho các tri thức bằng cách rời rạc hoá miền xác định của biến hoặc chuẩn hoá trong đoạn [0,1] và định nghĩa các đặc trưng mờ của các biến tương ứng với các mô tả bằng ngôn ngữ. Môđun giao diện với không mờ xác định một hành động chính xác dựa trên các mô tả mờ của các biến ra. Mỗi trạng thái của hệ cần điều khiển đi qua bộ lọc của giao diện với mờ trước khi được xử lý bởi môđun suy luận từ tri thức trong cơ sở. Kết quả mờ thu được sẽ đi qua bộ lọc thứ hai của giao diện với không mờ để có được một lệnh chính xác, không mờ và có thể được sử dụng trực tiếp bởi hệ cần điều khiển. Thông thường, bước cuối cùng này không được thực hiện trong hệ chuyên gia.

2. NGUYÊN LÝ CỦA ĐIỀU KHIỂN MỜ

2.1. Tiếp cận tổng quát

Vấn đề thu thập tri thức đã được đề cập đến trong chương 4. Người ta thường dùng tất cả các đặc trưng có thể của các biến mô tả trạng thái của hệ thống (áp suất, vị trí, ...). Sau đó người ta chỉ ra cách đặc trưng một số biến mà thông qua các biến này ta có thể tác động lên tiến trình (mở van, góc vòng xe, ...) theo ý kiến của các chuyên gia hoặc của người vận hành có kinh nghiệm nhằm tôn trọng các chỉ dẫn hoạt động (giá trị của áp suất, vạch sơn trên đường, ..). Các chuyên gia cũng đưa ra các luật sản xuất [Sugeno 85].

Thí dụ 2.1 : Xét việc điều khiển tự động của ôtô không người lái mà chúng tôi sẽ mô tả kỹ hơn trong mục 6.2.3. Xe ôtô phải đi theo một đường, có thể được đánh dấu bằng các vạch màu chẳng hạn. Chúng ta có thể phát biểu một luật dạng như : (r) nếu ôtô hơi ra xa đường nhưng hướng đi tương đối chuẩn thì phải bẻ lái vòng nhẹ để tiến lại gần đường. Người ta chỉ ra theo cách tương tự những việc phải làm ứng với mọi khoảng cách giữa ôtô và đường và với mọi mức độ lệch về hướng. Tập luật này có sử dụng các mô tả ngôn ngữ ("hơi ra xa đường", "gần như tốt"). Để khai thác chúng, người ta xác định các biến liên quan. Đó là các biến vào sử dụng trong các phần điều kiện của luật (độ lệch về vị trí, độ lệch hướng) và các biến ra sử dụng trong phần kết luận của luật (góc phải lái). Sau đó, người ta tìm tất cả các đặc trưng của cùng một biến ("hơi ra xa đường", "ra xa đường nhiều"...) và biểu diễn chúng bởi các tập con mờ của tập xác định của biến sao cho tất cả các tình huống đều được tính đến, có nghĩa là tất cả các điểm đều thuộc với độ thuộc khác không vào ít nhất một tập con mờ. Hàm thuộc hình tam giác và hình thang thường được sử dụng. Các hàm thuộc dạng khác cũng có thể sử dụng được thí dụ như hàm sin, hàm mũ, ...

Các luật thường được biểu diễn dưới dạng danh sách hoặc dưới dạng bảng tổng hợp các tình huống khác nhau (xem hình 6.2) trong đó có sử dụng các mô tả mờ của các biến.

Tại một thời điểm đã cho, các bộ cảm biến và các máy đo cung cấp các giá trị của các biến vào đặc tả trạng thái của hệ thống (thí dụ giá trị chính xác của độ lệch vị trí là 1 pixel và độ lệch hướng là 0. 20 radian). Các giá trị này được sử dụng trong các luật bởi một phương pháp suy luận mờ mà được dùng nhiều nhất là phương pháp của Mamdani (xem mục 6. 3.2). Người ta thu được kết quả mờ bằng cách sử dụng tất cả các luật. Sau đó, người ta xác định phần tử của tập mờ ứng với biến ra đại diện tốt nhất cho kết quả này. Cuối cùng người ta rút ra hành động chính xác phải thực hiện (trong trường hợp này là góc chính xác mà ôtô phải lái vòng xe).

2.2 Sự hình thức hoá

Các tri thức về tiến trình được mô tả qua các biến ngôn ngữ (V_1, X_1, T_1), (V_2, X_2, T_2), (W, Y, T_W) lần lượt xác định trên các tập vũ trụ sắp thứ tự X_1, X_2, Y. Các biến (V_1, X_1, T_1), (V_2, X_2, T_2) tương ứng với các biến vào của tiến trình, biến (W, Y, T_W) tương ứng với biến ra của tiến trình. Chúng ta giới hạn trong trường hợp đơn giản này nhưng nó có thể được mở rộng dễ dàng cho các trường hợp nhiều biến hơn. Mỗi họ các giá trị T_1, T_2, T_W là một phân hoạch mờ của tập vũ trụ bao gồm toàn bộ các giá trị có thể của các biến [Bouchon 88c].

Định nghĩa 2.2.1: Một phân hoạch mờ F của tập X là một họ hữu hạn các tập con mờ được chuẩn hóa {F_1, ... F_p} với các hàm thuộc f_1,..., f_p xác định trên X sao cho với mọi $x \in X$, tồn tại F_i sao cho $f_i(x) \neq 0$. Người ta thường đòi hỏi một tính chất bổ sung là: $\forall x \in X$, $\sum_i f_i(x) = 1$ hoặc đôi khi là: $\forall x \in X$, $\max_i f_i(x) = 1$.

Hợp của các tập giá của các tập $F_1, \ldots, F_p$ cũng là chính tập X. Nếu $\forall x \in X$, $\max_i f_i(x) = 1$ thì hợp của các hạt nhân của các tập $F_1, \ldots, F_p$ cũng là tập X.

Các luật sản xuất với các biến vào là độ lệch vị trí ΔX và độ lệch góc $\Delta\theta$, và biến ra là góc bẻ B

- Nếu độ lệch vị trí ΔX là âm trung bình (NM) và độ lệch góc $\Delta\theta$ là âm trung bình (NM) thì góc bẻ B là âm lớn (NG),
- Nếu độ lệch vị trí ΔX là dương trung bình (PM) và độ lệch góc $\Delta\theta$ là nhỏ (F) thì góc bẻ B là dương trung bình (PM)...

$\Delta\theta$ \ ΔX	NG	NM	F	PM	PG
NG	..	...	.	...	..
NM	..	NG	...	.	..
F	NG	NM	...	PM	PG
PM	...	...	.	PG	...
PG	.	..	...	..	..

Hình 6.2. Thí dụ về điều khiển mờ cho xe tự hành

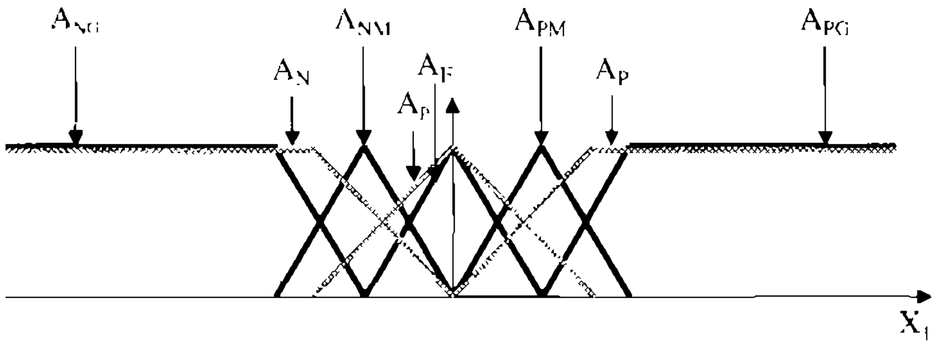
Các tri thức về tiến trình có thể được biểu diễn dưới dạng luật thí dụ như [Lee 90]:

(R1) nếu V_1 là A_{11} và V_2 là A_{12} thì W là B_1

(R2) nếu V_1 là A_{21} và V_2 là A_{22} thì W là B_2 ...

trong đó $A_{11}, A_{21} \in T_1$, $A_{12}, A_{22} \in T_2$ và $B_1, B_2 \in T_w$.

Phân hoạch của tập vũ trụ là mịn hay không tùy thuộc vào số lượng tập con mờ tương ứng với một biến ngôn ngữ được xét đến trong tập luật và như vậy tùy thuộc vào tập các giá trị T_1, T_2, T_w (hình 6.3).



Phân hoạch mịn của X_1 (A_{PG} = dương lớn, A_{PM} = dương trung bình, A_F = nhỏ, A_{NM} = âm trung bình, A_{NG} = âm lớn)

Phân hoạch thô của X_1 (A_P = dương, A_F = nhỏ, A_N = âm)

Hình 6.3. Ví dụ về phân hoạch mờ của một vũ trụ bởi các đặc trưng của biến V_1 (độ lệch vị trí)

Thí dụ 2.2.2: Tiếp tục xét thí dụ 2.2.1, người ta sử dụng các biến sau: V_1 là độ lệch về vị trí so với hướng mong muốn, V_2 là góc lệch, W là góc phải bẻ lái. Các giá trị mờ với mỗi biến được chỉ ra trên hình 6. 3. Các luật thu được có dạng được chỉ ra trên hình 6. 2.

Khi có các dữ liệu (thường là chính xác và được thu từ các bộ cảm biến hay thiết bị đo) về trạng thái của hệ thống tại một thời điểm cho trước, chẳng hạn như: $V_1 = x_1$, $V_2 = x_2$, người ta tìm kiếm một đặc trưng (giá trị) rõ B của biến điều khiển W dẫn đến một tác động trực tiếp lên tiến trình cần điều khiển.

Thực hiện một lệnh mờ được tiến hành qua 3 bước như sau:

B1) với mỗi luật: sử dụng đặc trưng về trạng thái của hệ thống để có được một kết quả trung gian,

B2) với tập các luật: tích hợp các kết quả trung gian,

B3) rút ra một tác động không mờ từ kết quả tích hợp.

Các bước B_2, B_3 thường được hợp lại thành một bước. Người ta có thể chia thành 2 phương pháp chủ yếu là dùng logic mờ [Bouchon 91] và dùng nội suy.

2.3. Điều khiển mờ, bộ xấp xỉ tổng quát

Nhiều nhà nghiên cứu chỉ ra rằng điều khiển mờ có thể được xem như một bộ xấp xỉ tổng quát, có nghĩa là với một hàm điều khiển $W=f(V_1,V_2,\ldots, V_n)$ và với một độ chính xác ε cho trước, ta có thể xây dựng một tập hữu hạn các luật có dạng.

(R1) nếu V_1 là A_{11} và... V_n là A_{1n} thì W là B_1

(R2) nếu V_1 là A_{21} và... V_n là A_{2n} thì W là B_2 ...

cho phép xấp xỉ f với độ chính xác ε trong trường hợp f là một hàm liên tục xác định trên một com–pắc có số chiều hữu hạn [Kosko 92], [Wang, Mendel 92] và khi f chỉ là hàm đo được trên một com–pắc [Bouchon et al. 94b] hoặc miền xác định của f có số chiều vô hạn [Kreinovick et al. 94].

3. CÁC PHƯƠNG PHÁP CHÍNH

3.1. Cách tiếp cận logic

3.1.1. Xác định kết quả trung gian (bước 1)

Với một luật cho trước, thí dụ như R1, các điều kiện của điều khiển mờ như sau:

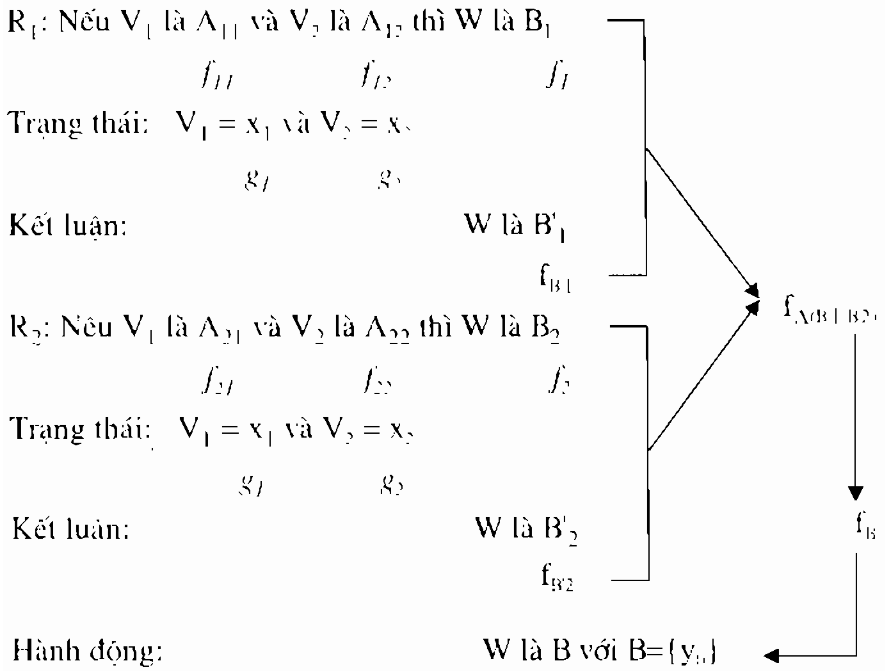
Luật R1 : nếu V_1 là A_{11} và V_2 là A_{12} thì W là B_1

Sự kiện : $V_1 = x_1$ và $V_2 = x_2$

Kết luận : W là B_1'.

Bước đầu tiên của điều khiển mờ chính là việc sử dụng một luật mờ với các dữ liệu không thỏa mãn hoàn toàn điều kiện của luật, hay chính là việc áp dụng modus ponens tổng quát (hình 6.4). Điều này có nghĩa là ta phải chọn một phép kéo theo mờ R dựa trên các đặc điểm đã được trình bày trong chương 3. Các so sánh đã được tiến hành trên các hệ cụ thể chỉ ra rằng không tồn tại một phép kéo theo nào tốt hơn phép kéo theo khác một cách tuyệt đối [Brae, Rutherford 79], [Kiszka et al. 85]. Vì các sự kiện quan sát được là chính xác nên ta có (mục 3.1.3. D):

$$\forall y \in Y \quad f_{B_1'}(y) = f_R((x_1, x_2), y)$$



Hình 6.4. Thí dụ về điều khiển mờ bằng phương pháp logic (các hàm thuộc được in nghiêng)

Trong trường hợp tổng quát phần điều kiện của luật phức tạp, với sự tham gia của nhiều biến, chẳng hạn V_1, V_2 đối với luật R_1 một phép giao *(một t–chuẩn) cũng phải được xác định (thường là T_{Zadeh} = min) để tìm tập con mờ ứng với phần điều kiện của luật. Thí dụ với luật R_1 thì tập con mờ này là $A_{11} \times A_{12}$.

Bước này cung cấp một đặc trưng mờ B_i' của biến điều khiển V_i ứng với mỗi luật R_i (i=1,2,...).

3.1.2. Tích hợp các kết quả trung gian (bước 2)

Với một bộ dữ liệu chính xác của các biến vào, mỗi luật cho ra một giá trị mờ của biến điều khiển W. Các giá trị này phải được tổng hợp nhằm đưa ra một quyết định bằng cách chọn sử dụng một phép toán tích hợp để xác định đặc trưng mờ A(B_1', B_2',...) từ các giá trị trung gian B_1', B_2',... Để chọn phép toán này, chúng ta lưu ý rằng các luật không liên quan đến quan sát không được tham gia trong quá trình tổng hợp nhưng chúng cho $f'_{B_i(y)} = 0$, $\forall y \in Y$ nếu chúng ta sử dụng phép kéo theo mờ R^M, R^P và $f'_{B_i(y)} = 1$, $\forall y \in Y$ trong các trường hợp khác. Trong trường hợp đầu phải chọn phép tích hợp có 0 là phần tử trung hòa, thí dụ một t–đối chuẩn. Trong trường hợp sau phải chọn phép tích hợp có 1 là phần tử trung hòa, thí dụ một t–chuẩn.

Thông thường thì t–chuẩn và t–đối chuẩn của Zadeh được chọn và cho kết quả được tích hợp từ các hàm thuộc.

Với các phép kéo theo mờ R^M hoặc R^P:

$$\forall y \in Y \; f_{A(B_1',B_2',\dots)}(y) = \max_{i=1,2,\dots} f_{B_i'}(y).$$

Với các phép kéo theo khác được trình bày trong chương 3:

$$\forall y \in Y \; f_{A(B_1',B_2',\dots)}(y) = \min_{i=1,2,\dots} f_{B_i'}(y).$$

3.1.3. Xác định kết quả rõ hay khử mờ (bước 3)

Từ kết quả tích hợp thu được ở bước 2, người ta tìm cách rút ra một hành động điều khiển hay chính là một giá trị rõ B của W. Đây là giá trị đại diện tốt nhất cho giá trị mờ $A(B_1', B_2', \dots)$. Giá trị B có dạng: $B=\{y_0\}$, hàm thuộc f_B có giá trị bằng 1 với điểm y_0 thuộc Y và bằng 0 tại tất cả các điểm khác.

Có nhiều phương pháp xác định y_0 [Mizumoto 88],[Mizumoto 89a]. Người ta sử dụng phổ biến nhất phương pháp trọng tâm. y_0 được xác định như sau trong các trường hợp Y liên tục và Y rời rạc:

$$y_0 = \frac{\int_Y f_{A(B_1',B_2',\dots)}(y)\,y\,dy}{\int_Y f_{A(B_1',B_2',\dots)}(y)\,dy}$$

hoặc

$$y_0 = \frac{\sum_{y_j \in Y} f_{A(B_1',B_2',\dots)}(y_j)\,y_j}{\sum_{y_j \in Y} f_{A(B_1',B_2',\dots)}(y_j)}$$

Các phương pháp khác cũng có thể được sử dụng, chẳng hạn như phép chọn giá trị y_0 ứng với giá trị cực đại (max) của hàm thuộc của tập mờ A(B_1', B_2',...). Trong trường hợp tất cả các giá trị trong tập Max(Y) thỏa mãn yêu cầu, người ta có thể xác định y_0 bằng một trong các cách sau:

- y_0 là giá trị lớn nhất trong trường hợp Max(Y) quy về thành tập 1 phần tử : Max(Y) = {y_0}.
- y_0 là giá trị cực đại trung bình: $y_0 = \dfrac{\sum_{y_j \in Max(Y)} y_j}{|Max(Y)|}$
- y_0 là giá trị trung bình của giá trị lớn nhất và bé nhất trong Max(Y)
- y_0 là giá trị bé nhất trong Max(Y).

Một số phương pháp cho phép tiến hành đồng thời các bước 2 và 3 bằng cách chọn giá trị trung bình có trọng số của các đại diện y_i của các kết quả trung gian B_i là đại diện của tập tất cả các kết quả trung gian. Các phương pháp chính :

- phương pháp chiều cao :

$$y_0 = \frac{\sum_i y_i h(B_i')}{\sum_i h(B_i')}$$

- phương pháp diện tích :

$$y_0 = \frac{\sum_i y_i S(B_i')}{\sum_i S(B_i')}$$

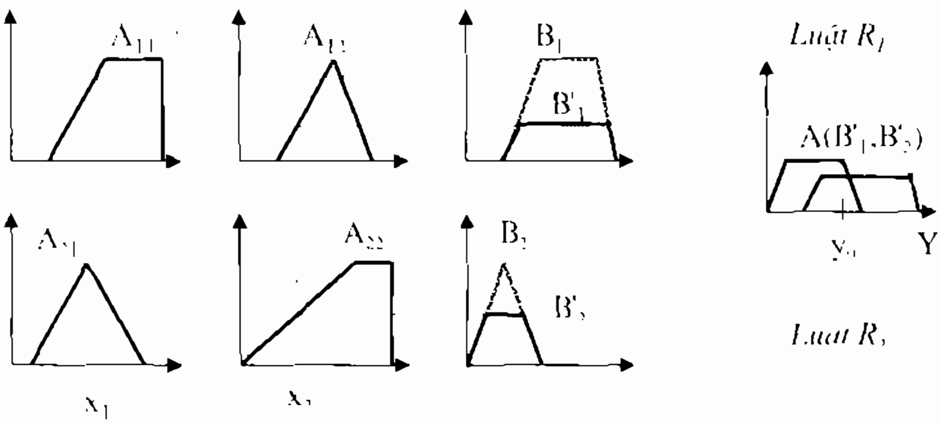
trong đó $S(B_i')$ là diện tích dưới đường cong $f_{B_i'}$.

Không nên lựa chọn phương pháp khử mờ một cách độc lập với phép kéo theo mờ sử dụng trong bước 1. Thực ra, chúng ta ở trong các tình huống biểu diễn trên hình 10 của chương 3. Khi chọn các phép kéo theo mờ chẳng hạn như R^R, R^{KD} hay R^L ta thu được các kết quả trung gian B_1', B_2' gắn với độ không chắc chắn ε. Phương pháp trọng tâm không tốt khi ta chọn các phép kéo theo này vì phần nằm dưới đường y=ε có nguy cơ giữ vai trò quá quan trọng so với phần nằm bên trên đường này.

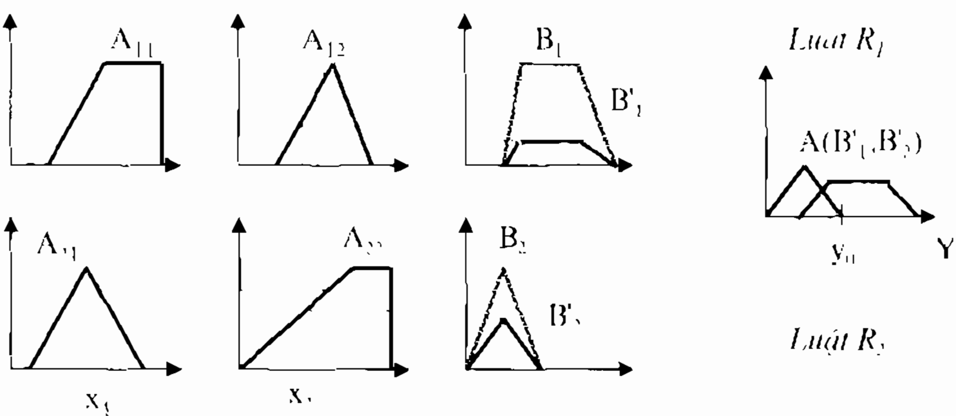
3.2. Phương pháp của Mamdani và của Larsen

Phương pháp của Mamdani [Mamdani 74] là phương pháp điều khiển mờ đầu tiên được đưa ra. Cũng như phương pháp của Larsen được đưa ra sau đó [Larsen 80], phương pháp này rất đơn giản. Chúng đều có thể được xem là các trường hợp riêng của phương pháp logic. Phương pháp của Mamdani và phương pháp của Larsen lần lượt lựa chọn sử dụng các t-chuẩn của Zadeh và t-chuẩn xác suất trong phép giao * ở bước 1 và lần lượt sử dụng các phép kéo theo R^M và R^P.

Phương pháp Mamdani



Phương pháp Larsen



Hình 6.5. Biểu diễn đồ thị các phương pháp của Mamdani và Larsen

Tuy vậy, cũng cần lưu ý rằng các phương pháp này thoạt đầu đi theo cách tiếp cận là thiết lập các quan hệ mờ chứ không phải là sự suy luận xấp xỉ. Ứng với một luật đơn giản như: "nếu V là A thì W là B", quan hệ giữa 2 tập vũ trụ X và Y của V và W được định nghĩa là tích Đềcác của các tập con mờ A và B, tức là A×B, và từ một quan sát A' bằng cách sử dụng luật hợp thành (mục 1.1.5. D), kết luận được rút ra [Mamdani, Assilian 75].

Với phương pháp của Mamdani, thí dụ với luật R_1, kết quả trung gian có hàm thuộc như sau:

$$\forall y \in Y \quad f_{B'_1}(y) = \min\left[\min\left(f_{11}(x_1), f_{12}(x_2)\right), f_1(y)\right]$$

và với phương pháp của Larsen ta có:

$$\forall y \in Y \quad f_{B'_1}(y) = \left(f_{11}(x_1).f_{12}(x_2)\right).f_1(y)$$

(xem biểu diễn ở hình 6.5).

Ở bước 2, việc tích hợp các kết quả trung gian được thực hiện với t–đối chuẩn của Zadeh.

3.3. Phương pháp dùng nội suy

Một cách tiếp cận hoàn toàn khác được sử dụng trong trường hợp các hàm thuộc của các biến trong các luật là đơn điệu. Nó xuất phát từ nguyên lý: tất cả các giá trị chính xác của một biến vào là tương thích với mô tả của biến đó trong các luật với một mức độ nào đó. Phương pháp nội suy khai thác mức độ tương thích này để rút ra giá trị chính xác của các biến ra với mỗi luật. Tính đơn điệu cho phép tiến hành nội suy giữa các giá trị của Y có được bởi các luật khác nhau R_1, R_2,... Với một quan sát : $V_1 = x_1$, $V_2 = x_2$ người ta sử dụng các giá trị sau :

$$\alpha_1 = \min\left(f_{11}(x_1), f_{12}(x_2)\right),\ \alpha_2 = \min(f_{21}(x_1), f_{22}(x_2)),...$$

và các điểm y_1, y_2,... sao cho : $\alpha_1 = f_1(y_1)$, $\alpha_2 = f_2(y_2)$,...

Theo phương pháp của Tsukamoto [Tsukamoto 79], người ta xác định hành động không mờ $B=\{y_0\}$ có giá trị hàm thuộc bằng 1 tại y_0 và bằng 0 tại tất cả các điểm khác bởi công thức sau :

$$y_0 = \frac{\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

ở đây, các bước B2 và B3 được tiến hành đồng thời.

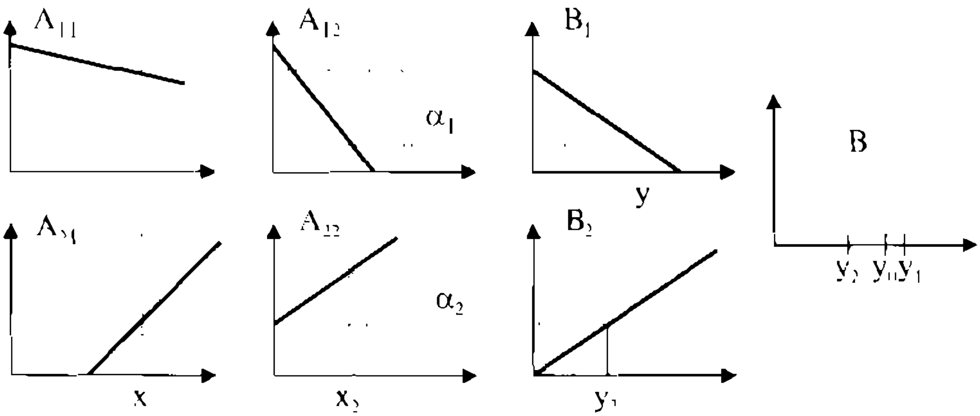
Theo phương pháp Takagi và Sugeno [Takagi. Sugeno 85], kết luận của các luật được coi là một hàm của các biến vào và các luật có dạng :

(R1) nếu V_1 là A_{11} và V_2 là A_{12} thì W là $F_1(V_1, V_2)$

(R2) nếu V_1 là A_{21} và V_2 là A_{22} thì W là $F_2(V_1, V_2)$ ...

F_1, F_2 thường là các hàm tuyến tính hoặc có khi là hàm hằng. Hành động không mờ được rút ra từ 2 luật trên bằng nội suy :

$$y_0 = \frac{\alpha_1 F_1(x_1, x_2) + \alpha_2 F_2(x_1, x_2)}{\alpha_1 + \alpha_2}.$$



Hình 6.6. Biểu diễn đồ thị một phương pháp điều khiển mờ bằng nội suy

4. MỘT SỐ ỨNG DỤNG

4.1. Lĩnh vực ứng dụng

Hiện nay, có rất nhiều ứng dụng của điều khiển mờ trong các lĩnh vực khác nhau nên không thể liệt kê hết ở đây [Schwartz 90]. Phần lớn các ứng dụng được thực hiện trong công nghiệp, chủ yếu ở Nhật Bản. Một số ứng dụng khá đơn giản, chẳng hạn như các thiết bị điện tử dân dụng; một số khác phức tạp thí dụ như điều khiển trực thăng không người lái ở Nhật Bản, điều khiển một số nhà máy hay hướng dẫn các tàu con thoi của NASA. Đại thể, ta có thể chia thành các chủ đề sau:

- Giao thông : xe tự hành (truyền tự động, xe không người lái, duy trì tốc độ và hướng, ABS, hệ thống chống ồn, điều chỉnh hãm, dừng nghỉ tích cực), giao thông có điều khiển (tàu điện ngầm không người lái, dừng nghỉ tích cực của các toa), tàu con thoi (kiểm soát độ cao, hệ thống chống va chạm, xếp hàng hóa), trực thăng (trực thăng không người lái, tự quay), cơ sở hạ tầng (điều hòa không khí trong đường hầm), thiết bị cẩu (cần cẩu)

- Quy trình công nghiệp: sản xuất xi măng, nhà máy xử lý nước, điều chỉnh nhiệt độ của lò phản ứng hoá học, khoan các đường ngầm, máy mài, máy trộn nguyên liệu trong luyện gang thép, sản xuất giấy, thiết bị mài điện tử để chạm khắc, hệ thống bốc dỡ, sản xuất ethylen, lên men rượu sa kê, lò nướng của nhà máy thực phẩm, tàu hộ tống, cánh tay người máy để cầm nắm các vật thể có độ rắn thay đổi, máy cắt bằng laser, lò đốt rác, kiểm soát hệ thống phân phối nước.

- Ứng dụng dân dụng: điều hoà không khí trong tòa nhà hoặc trong phòng, hệ thống thang máy, máy giặt, máy sấy, tủ lạnh, máy hút bụi, tủ lạnh, vô tuyến, quạt, lò vi sóng, lò nướng hỗn hợp, chọn câu lạc bộ chơi gôn,...

- Kỹ thuật: thiết bị đếm xung điện thoại, bàn phím máy tính nhận biết các chữ Kanji, máy bán vé tự động, máy quay phim, tự động chỉnh tiêu điểm, điều khiển sự thăng hoa mực trong máy in màu, máy quay phim theo dõi vật thể chuyển động.

4.2. Ví dụ

4.2.1. Con lắc nghịch

Chúng ta bắt đầu bằng một trường hợp điển hình là điều khiển thông qua một trục đứng một con lắc được đặt ngược trên một xe đẩy [Yamakawa 89]. Chiếc xe đẩy này lăn trên một đường thẳng. Cần có 7 luật, trong đó biến vào của luật là góc θ giữa con lắc và chiều thẳng đứng, và đạo hàm của nó θ', còn biến ra của luật là tốc độ y' của chiếc xe đẩy. Các luật như sau:

Nếu θ là PM và θ' là ZR thì y' là PM

Nếu θ là PS và θ' là PS thì y' là PS

Nếu θ là PS và θ' là NS thì y' là ZR

Nếu θ là NM và θ' là ZR thì y' là NM

Nếu θ là NS và θ' là NS thì y' là NS

Nếu θ là NS và θ' là PS thì y' là ZR

Nếu θ là ZR và θ' là ZR thì y' là ZR,

với PM (positive medium), PS (positive small), NM (negative medium), NS (negative small), ZR (zero) là các giá trị mờ có hàm thuộc hình tam giác tạo thành một phân hoạch mờ của mỗi tập xác định. Việc điều khiển được thực hiện nhờ một mạch chuyên biệt. Tính ổn định của hệ thống với những thay đổi nhỏ được kiểm tra bằng cách đặt một vật thể (thí dụ như cái kẹp, con chuột di chuyển trong lồng, chén rượu,...) vào điểm mút trên của thanh giữ cân bằng.

4.2.2. Máy hơi nước

Bộ điều khiển mờ đầu tiên được thực hiện [Mamdani, Assilian 75] liên quan đến việc điều khiển một máy hơi nước. Các biến vào của bộ điều khiển là : sai số của áp suất PE, sai số của vận tốc SE, thay đổi về sai số của áp suất CPE, thay đổi về sai số của vận tốc CSE. Các biến ra là sự thay đổi nhiệt HC và sự thay đổi của van xả TC. Hệ gồm 24 luật được chia thành 2 nhóm, mỗi nhóm 12 luật tương ứng với 1 biến ra. Miền xác định của mỗi biến được rời rạc hoá thành các điểm: 15 điểm cho PE và SE, 13 điểm cho CPE và CSE, 5 điểm cho TC. hình 6.7 chỉ ra các ví dụ của luật và định nghĩa của các giá trị mờ từ giá trị dương lớn (positive big) PB đến giá trị âm lớn (negative big) NB và có đi qua giá trị không dương (positive nul) PO và giá trị không âm (positive nul) NO. Người ta thêm vào tập các giá trị mờ đó một giá trị mang tên "giá trị nào đó" và giá trị đặc biệt này có hàm thuộc bằng 1 ở mọi điểm.

Thí dụ về hàm thuộc của các giá trị mờ PE và SE

	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0-	0+	1	2	3	4	5	6
PB	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.4	0.8	1
PM	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2	0.7	1	0.7	0.2
PS	0	0	0	0	0	0	0	0.3	0.8	1	0.5	0.1	0	0
PO	0	0	0	0	0	0	0	1	0.6	0.1	0	0	0	0
NO	0	0	0	0	0.1	0.6	1	0	0	0	0	0	0	0
NS	0	0	0.1	0.5	1	0.8	0.3	0	0	0	0	0	0	0
NM	0.2	0.7	1	0.7	0.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NB	1	0.8	0.4	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Các thí dụ về luật:

Nếu PE là NB
và CPE là không (NB hoặc NM)
và SE là "giá trị nào đó"
và CSE là "giá trị nào đó"
thì HC là PB

Nếu PE là "giá trị nào đó"
và CPE là "giá trị nào đó"
và SE là PO hoặc NO
và CSE là PS hoặc NS hoặc NO
thì TC là NO

Hình 6.7 Điều khiển một máy hơi nước

4.2.3. Xe tự động

Một hệ thống điều khiển xe ôtô không người lái hoạt động nhờ việc nhận biết trong thời gian thực các vạch dấu trên đường [Kamada, Yoshida 90] thông qua việc xác định các màu và một phép lọc.

Các biến vào của bộ điều khiển là khoảng cách D giữa trục mà xe đi theo với trục của các vạch dấu, độ biến thiên dD của D và góc A giữa 2 trục (hình 6. 8). Biến ra là góc lái B. Mỗi biến có 5 giá trị mờ với hàm thuộc hình tam giác (ở hẳn bên phải FD, hơi ở bên phải LD, yếu F, hơi ở bên trái LG, ở hẳn bên trái FG). Có 18 luật điều khiển hệ thống: 9 luật với D và A trong phần điều kiện và 9 luật với D và dD trong phần điều kiện. Thí dụ:

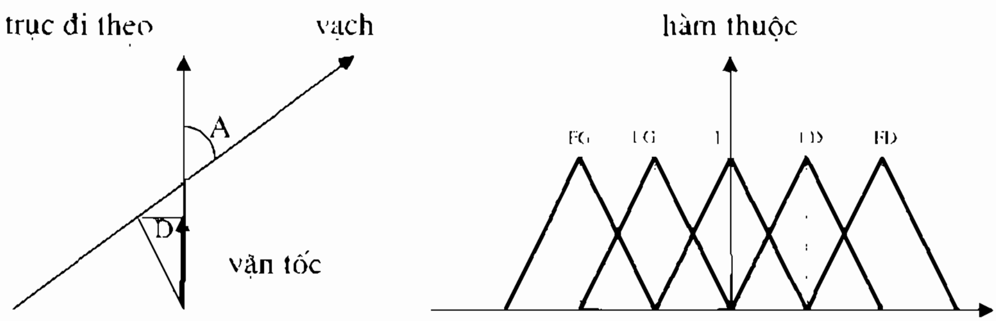
nếu D là F và A là F thì B là F
nếu D là LD và A là F thì B là LD

nếu D là LG và A là F thì B là LG

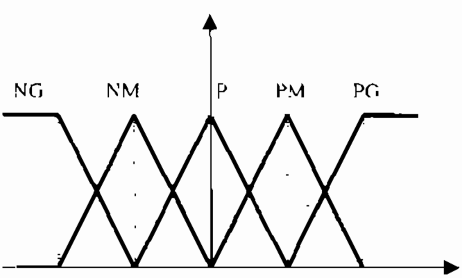
nếu D là LD và A là LD thì B là FD

nếu D là LG và A là LG thì B là FG …

Một hệ thống lái xe tự động khác cho phép tránh các chướng ngại vật [Hosaka et al. 89]. Các biến vào được cung cấp bởi các camera đặt trên xe, một ra–da laser, các bộ thu siêu âm, các bộ cảm biến về vận tốc trên các bánh xe. Bộ điều khiển tác động lên chế độ của động cơ, các phanh và vô lăng điều khiển hướng. Các ví dụ về các hàm thuộc và các luật đưa ra dưới dạng bảng cùng với các giá trị chính xác của các biến ra được trình bày trên hình 6. 9.



Hình 6.8. Hệ thống điều khiển xe ôtô không người lái trên đường



ΔX / Δθ	NG	NM	P	PM	PG
NG	10	6	4	2	0
NM	6	3	1	0	-1
P	3	1	0	-1	-3
PM	1	0	-1	-3	-6
PG	0	-2	-4	-6	-10

Hàm thuộc của độ lệch vị trí Δx và của độ lệch góc Δθ. Bảng chỉ ra góc lái tính bằng độ theo Δx và Δθ

Hình 6.9. Điều khiển xe tự hành

4.2.4. Tàu tự động

Một bộ điều khiển dự báo mờ dùng để lái một đoàn tàu điện ngầm đảm bảo các chỉ số về hiệu năng liên quan đến nhiều tiêu chí [Yasunobu, Miyamoto 85]: sự an toàn, tiện nghi của hành khách, dừng chính xác, tiết kiệm năng lượng, đúng giờ khi đoàn tàu hoạt động trong một môi trường thay đổi.

Hệ thống điều khiển tổng quát cho tàu không người lái gồm 2 thành phần: hệ thống điều khiển đoàn tàu và hệ thống giám sát. Thành phần đầu tiên lại bao gồm 2 phần: hệ thống lái và hệ thống bảo vệ tàu trong đó hệ thống lái có các kỹ thuật điều khiển mờ. Các dữ liệu vào là các tín hiệu về khoảng cách, các tín hiệu về an toàn, tín hiệu của biển báo vị trí và của hệ thống giám sát. Các dữ liệu ra là các lệnh điều khiển đầu kéo và điều khiển phanh. Các thí dụ sau của luật được xây dựng từ chiến lược điều khiển của kỹ thuật viên:

"để an toàn, nếu vận tốc của đoàn tàu vượt quá vận tốc giới hạn thì chọn chế độ hãm phanh mạnh nhất"

"để tiết kiệm năng lượng, nếu chạy với động cơ nhả ra mà vẫn đảm bảo thời gian hành trình dự kiến thì tiếp tục để nhả động cơ"

"để giảm thời gian hành trình và tạo sự thoải mái, khi đoàn tàu tiến gần đến khu vực chuẩn bị dừng thì chuyển dần từ tăng tốc sang giảm tốc".

Hệ thống đã được triển khai ở Sendai – Nhật Bản năm 1987 và đã đem lại nhiều lợi ích, cải thiện mức độ tiện nghi của hành khách, thích nghi tốt với những thay đổi nhỏ và độ chính xác cao, có sự mềm dẻo để đáp ứng những yêu cầu phụ thuộc vào tuyến đường, tiết kiệm 10% năng lượng và giảm thời gian chạy tàu.

4.2.5. Các ứng dụng khác

Chúng tôi giới thiệu ngắn gọn ở đây một số hệ điều khiển mờ.

Trong tài liệu [Terano et al. 91] có giới thiệu thiết bị điều khiển bán tự động xẻng của máy ủi nhằm tăng độ ổn định của máy ủi bằng cách sử dụng các thông tin thị giác.

Một hệ thống tự động kiểm soát tốc độ và hướng của ôtô trên xa lộ nhằm xử lý các hoạt động của chiếc xe đi trước và khắc phục sự thiếu tập trung của lái xe được đưa ra trong [Maeda, Murakami 89]. Các biến vào của hệ thông là khoảng cách giữa xe và lề đường, khoảng cách giữa xe và vật cản trước đó, góc giữa hướng của xe và lề đường và vận tốc của xe. Các biến ra là góc mở của van xả và góc lái của vô lăng.

Trong [Pappis, Mamdani 77] việc kiểm soát giao cắt của 2 con đường được đảm bảo bằng một bộ điều khiển mờ. Các biến vào là thời gian T, số lượng xe đến và có quyền đi qua A, hàng đợi Q. Biến ra là khoảng thời gian thêm cho tín hiệu đèn xanh. Một thí dụ về luật như sau:

" Nếu thời gian T là dài và số xe A là lớn và hàng đợi Q là trung bình thì thời gian E là dài".

Người máy chơi bóng bàn với một người máy khác hoặc với người thông qua một hệ điều khiển mờ bao gồm 25 luật [Hirota et al. 85]. Người máy được trang bị chức năng nhìn, định vị và xác định góc của trái bóng thông qua 2 camera. Một máy tính cá nhân 16 bit kiểm soát toàn bộ việc xử lý hình ảnh trong thời gian thực, việc điều khiển mờ cũng như thao tác của người máy.

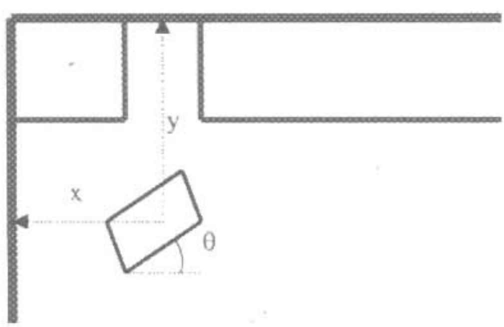
Việc tạo các bản photocopy màu [Genno et al. 90] được cải tiến để phù hợp hơn với cảm nhận của người dùng. Thí dụ, một bức ảnh đẹp nếu nó được tạo từ các màu sắc "dễ chịu" của da người, của bầu trời và của lá cây. Ở đây, người ta sử dụng các đặc trưng chủ quan của các biến, chúng được diễn giải trên cơ sở 3 chỉ số của không gian màu và được sử dụng như là các biến vào. Trong đó, mỗi chỉ số được mô tả bằng 3 đặc tính mờ: "bé", "trung bình", "lớn".

Một hệ thống điều hoà không khí [Kidokoro et al. 50] được kiểm soát bởi hệ điều khiển mờ sử dụng 50 luật. Người ta sử dụng điều khiển mờ trong trường hợp này là vì có sự đáp ứng nhanh chóng, nhiệt độ dễ chịu nhất nhờ việc tăng sự ổn định của nhiệt độ, giảm luồng khí xoáy (số lần khởi động làm nóng và làm lạnh giảm 5 lần); đáp ứng tốt với nhiễu, tiết kiệm năng lượng 24% nhờ việc giảm số lần chạy máy, phù hợp với các dung tích không khí khác nhau.

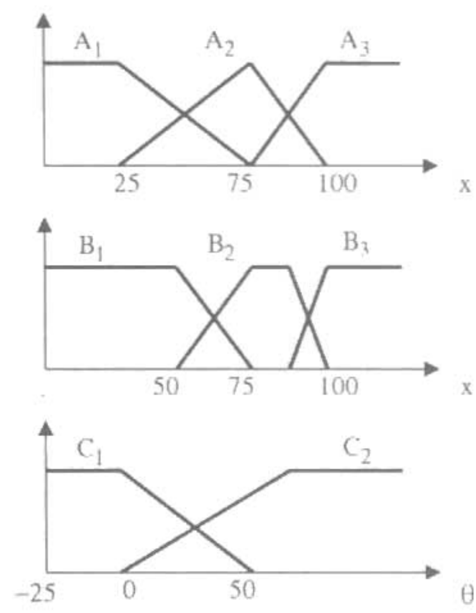
Một nhà máy đốt rác được điều khiển bằng logic mờ tại Nishigaya Nhật Bản [Ono et al. 89]. 45 luật được xây dựng dựa trên các kỹ năng của các kỹ thuật viên và các hiểu biết về sự vận hành của lò đốt. Hệ thống bao gồm các bộ thu mờ, hệ điều khiển mờ và một hệ điều khiển đốt thông thường. Các bộ thu mờ cung cấp các thông tin về độ dày của rác thu được qua hiện tượng mất áp suất không khí qua rác và sự chảy của kênh nguồn, chất lượng rác thu được qua tỷ lệ bốc hơi. Một thí dụ về luật: "nếu tỷ lệ bốc hơi thấp và độ dày của của lớp rác là lớn thì tỷ lệ đốt không khí tăng và tốc độ cung cấp giảm".

Hệ thống truyền tự động [Takahashi 91] tránh các thay đổi vận tốc đột ngột và làm cho xe được kiểm soát tốt hơn. Những thử nghiệm đã được tiến hành với các lái xe trên đường thẳng và trên đường ngoằn ngoèo với tốc độ 60km/h đã cung cấp các thống kê về gia tốc, sự thay đổi tốc độ, phanh và hướng, cách thao tác trên hệ thống chỉ dẫn đặc điểm của đường xá và việc tiến hành thay đổi tốc độ thích hợp. Các dữ liệu vào là tốc độ của xe và độ mạnh của pê đan tăng tốc.

Một hệ thống cho phép đỗ xe ô tô [Sugeno, Marukami 85] sử dụng phương pháp xác định luật mô tả trong mục 4.2.2 và được thí nghiệm trên mô hình thu nhỏ. Các biến vào là các khoảng cách x và y đến 2 bức tường và góc tiến q (hình 6. 10). Các biến ra là góc f của các bánh trước khi xe tiến lên, góc b của các bánh trước khi xe lùi và một biến s để kiểm soát vận tốc. Các luật được nhóm thành 3 nhóm, lần lượt nhận các biến f, b, s là các biến trong kết luận.



Thí dụ về luật mờ:
nếu x là A_1 và y là B_2 và θ là C_2 thì
$f = 997+5,23x - 10,8y + 0,88\theta$



Hình 6.10. Điều khiển đỗ ôtô (tiến lên phía trước)

5. KẾT LUẬN

Hiện nay, điều khiển mờ là lĩnh vực có nhiều triển khai thực tế nhất. Nói chung, người ta thường sử dụng phương pháp của Mamdani. Ngoài ra còn có các phương pháp khác mà trong đó có một số rất tinh tế. Trong những năm gần đây, các kết quả lý thuyết về điều khiển mờ cũng rất nhiều. Tất nhiên, không được coi đây là lĩnh vực sử dụng các phương pháp đơn giản cho những thực hiện ít phức tạp. Chúng ta giới hạn hướng tiếp cận trong những công trình kinh điển nhất. Muốn có những nghiên cứu sâu, mời độc giả xem [Driankov et al. 93] và [Yager, Filev 94].

CHƯƠNG VII

CƠ SỞ DỮ LIỆU MỜ

1. Mở đầu

Các hệ CSDL kinh điển, phổ biến nhất là các hệ CSDL quan hệ, hầu như không có khả năng biểu diễn và xử lý có hiệu quả các thông tin không chính xác và không chắc chắn. Chẳng hạn, với câu hỏi: "Hãy cho biết họ tên các nhân viên trẻ tuổi và có lương khá cao" một hệ quản trị cơ sở dữ liệu kinh điển dường như không có cách gì để cho câu trả lời thoả đáng.

Mặt khác, chúng ta luôn phải đối mặt với một thực tế là sự hiểu biết của chúng ta về thế giới thực thường là không hoàn hảo và do đó việc duy trì tính toàn vẹn của các CSDL luôn là một thách thức. Trong tình huống đó, để duy trì tính toàn vẹn của các cơ sở dữ liệu, có hai giải pháp:

+ Hoặc là ta giới hạn mô hình ở phần của thế giới thực tại đó có được thông tin hoàn hảo (đầy đủ). Điều đó có nghĩa, trong mô hình dữ liệu quan hệ chẳng hạn, các bộ ứng với các nhân viên không có đủ thông tin (thí dụ về tuổi hoặc mức lương) sẽ hoàn toàn bị loại (không có mặt trong cơ sở dữ liệu).

+ Hoặc là phát triển các mô hình dữ liệu cho phép biểu diễn, thao tác và xử lý các thông tin không hoàn hảo/đầy đủ.

Giả sử thông tin có được về tuổi của một nhân viên là không chính xác, chỉ biết là ở trong khoảng từ 30 tới 40. Nếu mô hình dữ liệu có khả năng đặc tả và thao tác trên các khoảng thì loại thông tin không hoàn hảo đó có thể được nắm bắt trong một cơ sở dữ liệu có duy trì tính toàn vẹn của nó.

Vì giải pháp thứ hai cho phép mở rộng các ứng dụng cơ sở dữ liệu, phần lớn các hệ cơ sở dữ liệu đều gắn kết với các mô hình dữ liệu có ít nhất một số đặc điểm nắm bắt thông tin không hoàn hảo, trong đó đặc điểm chung nhất là khả năng lưu trữ "các giá trị null".

Phần còn lại của chương 7 được tổ chức như sau:

Mục 2. Trình bày khái quát về thông tin không chính xác và không chắc chắn trong các hệ cơ sở dữ liệu.

Mục 3. Giới thiệu tổng quan về các mô hình dữ liệu mờ và một số vấn đề có liên quan như các câu hỏi mờ, phụ thuộc hàm mờ và phụ thuộc đa trị mờ, thiết kế cơ sở dữ liệu mờ...

Mục 4. Trình bày sâu hơn về các cơ sở dữ liệu mờ dựa trên quan hệ tương tự.

Mục 5. Giới thiệu đầy đủ hơn về các cơ sở dữ liệu mờ dựa trên lý thuyết khả năng.

Mục 6. Kết luận

2. Thông tin không chính xác và không chắc chắn

Có thể liệt kê ra nhiều loại thông tin không hoàn hảo, bao gồm cả thông tin mơ hồ và nhập nhằng. Đối với các hệ cơ sở dữ liệu, ta quan tâm tới ba loại thông tin không hoàn hảo sau: [Motro 95].

2.1. Sai số

Thông tin sai lệch (Erroneous information) là loại thông tin không hoàn hảo đơn giản nhất. Thông tin của cơ sở dữ liệu là sai lệch khi nó khác với "thông tin thực"(1) (the true information).

Ta sẽ theo cách tiếp cận cho rằng mọi sai số lớn hay nhỏ đều làm phương hại tính toàn vẹn của cơ sở dữ liệu và không dung thứ được. Một loại thông tin sai lệch quan trọng là *sự không nhất quán*. Đôi khi, cùng một khía cạnh của thế giới thực được biểu diễn nhiều lần, trong cùng một cơ sở dữ liệu hay trong nhiều cơ sở dữ liệu khác nhau. Khi các biểu diễn đó là đối lập quyết liệt không thể hoà hợp được, thông tin là không nhất quán. Trong việc tích hợp thông tin từ nhiều cơ sở dữ liệu khác nhau, các vấn đề về sự không nhất quán của thông tin phải được quan tâm thích đáng.

2.2. Thông tin không chính xác

Thông tin trong cơ sở dữ liệu là không chính xác khi nó ký hiệu một tập các giá trị có thể, và giá trị thực là một phần tử của tập đó.

Như vậy, thông tin không chính xác không là thông tin sai lệch và không làm phương hại tới tính toàn vẹn của cơ sở dữ liệu.

Sau đây là một số loại thông tin không chính xác đặc trưng:

– Thông tin tuyển, chẳng hạn, tuổi của Giang hoặc là 35 hoặc là 36.

---

(1) Còn gọi là thông tin đúng

– Thông tin âm, chẳng hạn, tuổi của Giang không là 30.

– Thông tin khoảng/miền, chẳng hạn tuổi của Giang nằm giữa 35 và 40, hoặc tuổi của Giang là lớn hơn 35.

– Thông tin với các cận sai số, chẳng hạn tuổi của Giang là 30+1.

Hai loại thông tin không chính xác cực biên là thông tin chính xác (ứng với trường hợp tập các giá trị có thể là tập một phần tử) và các giá trị null (được hiểu theo nghĩa là thông tin không chính xác, trong đó tập các giá trị có thể bao gồm toàn bộ miền các giá trị hợp lệ).

2.3. Thông tin không chắc chắn

Đôi khi, tri thức của chúng ta về thế giới thực (chính xác hay không chính xác) không thể được phát biểu với niềm tin tuyệt đối, và đòi hỏi ta phải xác định niềm tin về thông tin được phát biểu. Thông tin với độ chắc chắn nhất định cũng không là thông tin sai lệch và không làm phương hại tới tính nhất quán của cơ sở dữ liệu.

Trong khi phát biểu "tuổi của Giang hoặc là 35 hoặc là 36" thể hiện tính không chính xác, phát biểu "tuổi của Giang có khả năng là 35" lại thể hiện tính không chắc chắn.

Đôi khi, một giá trị chính xác có thể kéo theo sự kém chắc chắn, nhưng chừng nào giá trị đó được thay thế bằng các giá trị càng dần kém chính xác thì độ chắc chắn sẽ tăng dần và cuối cùng đạt cực đại với một giá trị có độ "chính xác cực tiểu" (một giá trị null chẳng hạn).

Để nghiên cứu tác động của thông tin không hoàn hảo lên một hệ cơ sở dữ liệu, ta sử dụng một mô hình đơn giản sau cho một hệ cơ sở dữ liệu. Một hệ cơ sở dữ liệu bao gồm một thành phần khai báo, được gọi là mô tả D, để mô tả thế giới thực, và một thành phần tác nghiệp để thao tác mô tả đó. Các thao tác điển hình gồm:

– Các phép sửa đổi mô tả: mỗi phép sửa đổi m thay mô tả hiện hành bằng một mô tả mới (nhằm tinh chế mô hình hay theo sát các thay đổi xảy ra trong thế giới thực).

– Các phép biến đổi mô tả: mỗi phép biến đổi t tính một mô tả mới theo mô tả hiện tại D và không làm thay đổi nó.

Nói riêng, trong một hệ cơ sở dữ liệu quan hệ, một mô tả là một tập các quan hệ (tức một CSDL): một phép sửa đổi có thể làm ảnh hưởng tới hoặc định nghĩa hoặc nội dung của các quan hệ (có nghĩa cấu trúc lại hay cập nhật), còn một phép biến đổi đưa một tập các quan hệ về một bảng duy nhất (có nghĩa việc định giá một câu hỏi).

Mục tiêu của bất kỳ một hệ cơ sở dữ liệu nào cũng là cung cấp cho người dùng thông tin mà họ cần, là kết quả t(D), biến đổi mô tả D với phép biến đổi t. Như vậy, chất lượng của kết quả t(D) đối với cả người thiết kế và người sử dụng cơ sở dữ liệu là mối quan tâm lớn nhất, hơn cả chất lượng của D.

Tuy nhiên, một kết quả t(D) có thể không hoàn hảo hoặc do D không hoàn hảo, hoặc do t không hoàn hảo, hoặc do việc xử lý t trên D không hoàn hảo. Tới lượt nó, sự không hoàn hảo của D có thể do những không hoàn hảo hoặc trong mô tả ban đầu, hoặc trong một sửa đổi sau đó.

Sau đây ta sẽ bàn luận về sự không hoàn hảo của cơ sở dữ liệu theo ba phạm trù: mô tả, thao tác (các phép sửa đổi và biến đổi) và xử lý.

A. Các mô tả không hoàn hảo

Việc mô tả và biểu diễn thông tin không hoàn hảo là phạm trù được quan tâm nhiều nhất. Sau đây ta sẽ điểm qua các tiếp cận chính tới vấn đề này.

(i) Các giá trị null và các giá trị tuyển

Trong hầu hết các mô hình dữ liệu, các đối tượng tương tự được mô hình hoá với các mô tả tương tự. Chẳng hạn, trong các mô hình dùng các mô tả bảng, mỗi dòng mô tả một đối tượng khác nhau, còn các cột ứng với các thành phần khác nhau của mô tả. Thường là một số yếu tố của một mô tả nào đó không thể được phát biểu chính xác và chắc chắn.

Tiếp cận ít tham vọng nhất chấp nhận mô tả không hoàn hảo là bỏ qua mọi thông tin một phần có thể có về các bộ phận không hoàn hảo của một mô tả và mô hình hóa chúng với một tựa - mô tả (a pseudo - description), được gọi là null, ký hiệu sự tồn tại nhưng không biết (với ngữ nghĩa là mọi giá trị trong miền các giá trị hợp lệ đều là một ứng cử viên đồng khả năng cho giá trị đúng)

Một khi đã chấp nhận đưa giá trị null vào các mô tả, mô hình phải định nghĩa hành vi của các phép biến đổi và sửa đổi khi có mặt các giá trị null. Đó là công việc không đơn giản. Chẳng hạn, một mở rộng của phép tính quan hệ dựa trên logic ba trị của E. F. Codd, [Codd 79] đã bị C. J. Date phê phán [Date 90]. Cập nhật các cơ sở dữ liệu với thông tin không đầy đủ được thảo luận trong [Abiteboul, Grahne 85].

Các loại giá trị null khác cũng đã được đề xuất để biểu thị một thông tin có thêm nào đó. Chẳng hạn hai giá trị trong cơ sở dữ liệu có thể là thiếu, nhưng biết được là giống nhau. Thông tin một phần này có thể được mô hình hoá bằng cách sử dụng các thể hiện phân biệt được của null (các null được đánh dấu) trong cơ sở dữ liệu, sử dụng cùng một thể hiện của null cho hai giá trị đồng nhất. Lưu giữ thông tin một phần này là có ích trong việc thực hiện các phép kết nối tự nhiên.

Thường là, ta biết được một giá trị thiếu thuộc một tập giá trị được hạn chế hơn (thuộc một khoảng/miền nào đó). Thông tin một phần loại này đã được mô hình hoá bởi các giá trị tuyển. Một giá trị tuyển là một tập các giá trị, có chứa giá trị đúng. Như vậy, các giá trị tuyển nhiều thông tin hơn các giá trị null và một giá trị null là một loại giá trị tuyển đặc biệt, trong đó tập các khả năng là toàn bộ miền. Cơ sở dữ liệu tuyển được thảo luận trong [Imielinski 89].

Rõ ràng các giá trị null và các giá trị tuyển đều biểu thị sự không chính xác.

(ii) Các cơ sở dữ liệu xác suất

Các cơ sở dữ liệu xác suất biểu diễn thông tin với các biến và các phân bố xác suất của chúng. Trong mô hình quan hệ, giá trị của một thuộc tính A trong một bộ t là một biến A(t) và biến này được kết hợp với một phân bố xác suất $P_{A(t)}$. $P_{A(t)}$ gán các giá trị trong miền [0,1] cho các phần tử thuộc miền trị của thuộc tính A, với quy định là tổng tất cả các giá trị được gán bằng 1.

Thí dụ của một giá trị xác suất là biến Tuổi (Giang) (ở đây Giang được đồng nhất với bộ tương ứng) và phân bố xác suất sau:

$$P_{\text{Tuổi (Giang)}} = \begin{cases} 35 & 0.6 \\ 36 & 0.4 \end{cases}$$

Thông tin đó được lý giải là: tuổi của Giang là 35 với xác suất 0.6, là 34 với xác suất là 0.4 và xác suất để tuổi Giang nhận một giá trị nào khác là bằng 0.

Một mô hình quan hệ xác suất dựa trên cách tiếp cận trên và một tập thích hợp các toán tử được định nghĩa trong [Barbara et al. 92]. Mô hình cho phép các phân bố xác suất được xác định không đầy đủ và mỗi phân bố xác suất như vậy được làm đủ với một giá trị null đặc biệt được gán phần còn lại của xác suất. Cũng có thể định nghĩa các phân bố xác suất đối với các tổ hợp của các thuộc tính phụ thuộc lẫn nhau.

Như đã nhận xét, thông tin tuyển như "tuổi của Giang hoặc là 35 hoặc là 36" là một dạng của thông tin không chính xác, trong khi đó "tuổi của Giang là 35 với niềm tin bằng 0.6" là một dạng của thông tin không chắc chắn.

Bây giờ, hãy xét phát biểu sau: "Tuổi của Giang bằng 35 với xác suất 0.6 và bằng 36 với xác suất 0.4".

Về nhiều mặt, thông tin xác suất như vậy là một tổ hợp của cả không chính xác và không chắc chắn. Không chính xác vì nó ký hiệu nhiều giá trị khác nhau, còn không chắc chắn vì mỗi giá trị đều được liên kết với một khả năng có thể có.

(iii) CSDL mờ và CSDL khả năng

Khái niệm cơ sở của lý thuyết tập mờ là tập con mờ. Cho X là một tập tham chiếu – tập vũ trụ các đối tượng. Một tập con mờ F của X được đặc trưng bởi một hàm thuộc μF: X $\rightarrow$ [0, 1], kết hợp với mỗi phần tử x của X một số $\mu F(x)$ biểu thị cấp độ thuộc của x vào F. F được ký hiệu là $\{(x, \mu F(x)) / x \in X\}$.

Một thí dụ của một tập con mờ F, với X = [1, 100] là vũ trụ các tuổi, là:

F = {35/1.0, 36/1.0, 37/1.0, 38/0.7, 39/0.5, 40/0.2} có nghĩa các phần tử 35, 36, 37 thuộc F với cấp độ thuộc bằng 1.0; các phần tử 38, 39, 40 có các độ thuộc tương ứng bằng 0.7, 0.5 và 0.2; còn tất cả các phần tử không được chỉ ra có độ thuộc bằng 0.

Nhiều mô hình khác nhau của CSDL đã dựa trên cơ sở của lý thuyết tập mờ. Mô hình đơn giản nhất mở rộng các quan hệ kinh điển, là những tập con của tích Descartes của các miền, thành các quan hệ mờ là các tập con mờ của tích Descartes của các miền [Buckles, Petry 82a]. Như vậy, mỗi bộ trong một quan hệ được kết hợp với một độ thuộc. Chẳng hạn bộ (Giang, Java) thuộc quan hệ *sự – tinh – thông* (lập – trình – viên, ngôn – ngữ) với độ thuộc 0.9, kết hợp một độ thuộc với mỗi bộ được xem xét như một phát biểu về sự không chắc chắn.

Mặt khác, vẫn là bộ (Giang, Java), lại có thể giải thích là sự tinh thông của Giang về ngôn ngữ Java là 0.9. Ở đây độ thuộc chỉ ra "sức mạnh" của sự kết hợp giữa các thành phần của bộ với nhau, tức giữa lập trình viên với ngôn ngữ lập trình.

Không được nhầm lẫn các lý giải khác nhau này và khi định nghĩa các phép toán thao tác trên các quan hệ mờ thì cần phải tính tới điều đó.

Lý thuyết khả năng [Dubois, Prade 88] được xây dựng trên cơ sở của lý thuyết tập mờ. Trong khuôn khổ của mô hình quan hệ, giá trị của một thuộc tính A đối với một bộ cụ thể t là một biến A(t) và biến này được kết hợp với một phân bố khả năng $\pi_{A(t)}$. $\pi_{A(t)}$ gán các giá trị trong đoạn [0, 1] cho các phần tử thuộc miền của thuộc tính A. Với biến Tuổi (Giang), thí dụ của một giá trị khả năng là:

$$\pi_{\text{Tuổi (Giang)}} = \begin{cases} 35 & 1.0 \\ 36 & 1.0 \\ 37 & 1.0 \\ 38 & 0.7 \\ 39 & 0.5 \\ 40 & 0.2 \end{cases}$$

Thông tin này được giải thích như sau: hoàn toàn có khả năng là tuổi của Giang bằng 35, 36 hay 37; "rất" có khả năng là tuổi của Giang bằng 38; có "vừa phải" khả năng tuổi của Giang bằng 39; "có ít"/"không nhiều" khả năng tuổi Giang bằng 40; hoàn toàn không có khả năng khi tuổi của Giang là một giá trị khác.

Nếu phân bố khả năng trên được gán một tên, chẳng hạn "suýt soát trên 35", thì cũng có thể lý giải nó như một định nghĩa của một hạng từ ngôn ngữ "suýt soát trên 35": đó là một hạng từ chỉ tuổi 35 – 37 với khả năng 1.0, chỉ tuổi 38 với khả năng 0.7, chỉ tuổi 39 với khả năng 0.5 v.v... Như vậy, các phân bố khả năng có thể được dùng để mô tả các hạng từ ngôn ngữ mơ hồ

Bây giờ, hãy xét các quan hệ thông thường, nhưng giả sử rằng các phần tử của miền không phải là các giá trị mà là các phân bố khả năng [Prade, Testemale 84]. Phân bố khả năng cho phép biểu diễn các trường hợp đặc biệt trong đó một giá trị là một trong các loại sau:

(1) Một hạng từ mơ hồ; chẳng hạn một giá trị của tuổi có thể là suýt soát trên 35.

(2) Một giá trị tuyển, chẳng hạn một giá trị của tên khoa có thể là {toán ứng dụng, công nghệ thông tin} hay, một giá trị của lương có thể là 2000000 - 5000000 (đồng).

(3) Một giá trị null

(4) Một giá trị đơn.

Như đã nhận xét, thông tin xác suất biểu thị cả sự không chắc chắn và sự không chính xác. Điều đó cũng đúng cả với thông tin khả năng.

Để thao tác các CSDL mờ, đại số quan hệ phải được mở rộng cho các quan hệ mờ. Với tiếp cận thứ nhất, trong đó các quan hệ là các tập mờ nhưng các phần tử của miền là "rõ", chỉ đòi hỏi những mở rộng đơn giản cho các toán tử của đại số quan hệ. Với tiếp cận thứ hai, trong đó có các quan hệ là rõ, nhưng các phần tử của miền là mờ sẽ phức tạp hơn vì "tính mềm" của các giá trị trong các bộ dẫn đến các vấn đề đồng nhất giá trị (chẳng hạn khi tính kết nối, hay trong việc loại bỏ các bộ đôi sau khi thực hiện phép chiếu).

Thay cho các toán tử so sánh thông thường như =, <, ≤,... được định nghĩa qua tập các cặp, cách tiếp cận thứ hai đưa vào các toán tử so sánh mờ như: tương tự với lớn hơn nhiều... được định nghĩa thông qua các cặp tập mờ. Các toán tử mờ này cho khả năng biểu thị các truy vấn tìm kiếm mờ (mơ hồ).

Tuy là có sự khác nhau trong các tiền đề cơ sở thậm chí với ngữ nghĩa rất khác nhau, lý thuyết xác suất, lý thuyết khả năng và các nhân tố niềm tin đều có chung một khái niệm trực quan là tất cả những lý thuyết này đều thể hiện các giá trị trong cơ sở dữ liệu bằng các số, cố gắng mô tả khả năng những giá trị đặc biệt đó thực sự là các giá trị đúng.

Một tổng quan rất hay về các mô hình CSDL dựa trên lý thuyết tập mờ và lý thuyết khả năng được trình bày trong [Bosc, Prade 93].

B. Các phép biến đổi và sửa đổi không hoàn hảo

Bây giờ ta chuyển qua thảo luận về các vấn đề và giải pháp liên quan tới những không hoàn hảo trong định nghĩa các phép biến đổi (các câu hỏi chẳng hạn) cũng như trong định nghĩa các phép sửa đổi (các phép cập nhật hay các thao tác cấu trúc lại) và trong việc xử lý các giao tác như vậy, vì rõ ràng giao tác và xử lý tính không hoàn hảo có ảnh hưởng tới chất lượng của thông tin được chuyển giao cho người dùng.

Trước hết ta nói về các phép biến đổi, là các thao tác nhằm suy ra các mô tả mới từ các mô tả được lưu trữ. Loại phép biến đổi thường gặp là các câu hỏi. Có nhiều nguyên nhân dẫn tới các câu hỏi không hoàn hảo. Nhiều khi người dùng không có đủ hiểu biết đầy đủ về hệ CSDL mà họ đang sử dụng: về thông tin có trong CSDL và thông tin đó được tổ chức ra sao, hoặc là không biết cách phát biểu các yêu cầu với các công cụ được cung cấp bởi hệ thống. Những yêu cầu đối với thông tin được phát biểu bởi những người dùng "ngây thơ" như vậy bộc lộ một mức độ không hoàn hảo cao tới mức hoặc hệ thống không lý giải được (do lỗi cú pháp hay ngữ nghĩa), hoặc hệ không thể thực hiện đúng đắn (hoặc chỉ một phần) các ý đồ của người dùng.

Thường thì người dùng truy cập CSDL chỉ với một ý tưởng mơ hồ về thông tin mà người đó muốn tìm kiếm. Cũng có khi, người dùng có ý tưởng rõ ràng về thông tin anh ta cần nhưng lại thiếu thông tin cần thiết để đặc tả nó cho hệ thống. Giống như một người dùng muốn tra nghĩa của một từ trong từ điển, nhưng không biết cách viết đúng từ đó.

Tóm lại, ta phân biệt ba trường hợp:

a. Không đủ hiểu biết về thông tin hiện có và được tổ chức ra sao trong CSDL.

b. Mơ hồ về thông tin cần tìm hoặc là mơ hồ về cách thức ký hiệu nó theo các từ ngữ mà hệ thống chấp nhận được.

c. Không có đủ hiểu biết về các ngôn ngữ hệ thống và các công cụ được dùng để phát biểu các yêu cầu.

Để cập tới các trường hợp nêu trên, cách tiếp cận là phát triển các công cụ truy cập khác nhau. Các trình duyệt nhanh (browsers) cho phép người dùng truy cập thông tin trong các trường hợp nói trên. Các bộ phần mềm thiết lập câu hỏi tương tác dẫn dắt các cuộc đối thoại người dùng hệ thống để đi đến những phát biểu thoả đáng những yêu cầu của người dùng. Các bộ xử lý câu hỏi mơ hồ cho phép người dùng nhúng các đặc tả không chính xác vào trong các truy vấn của họ (chẳng hạn các câu hỏi lân cận). Các giao diện dung sai sử dụng các hệ hình thức nới nhẹ trong việc lý giải các yêu cầu.

Khi một câu hỏi được hệ thống chấp nhận và câu trả lời được chuyển giao cho người dùng, vẫn có thể còn tồn tại sự không chắc chắn vì không phải bao giờ cũng kiểm tra được yêu cầu nêu trong câu hỏi có thực sự đúng với ý đồ người dùng. Như vậy, phải chấp nhận có những trường hợp câu trả lời đưa ra là không hoàn hảo mà cả hệ thống và người dùng không thấy được trừ khi cùng với yêu cầu đó, một hệ thống khác cho một câu trả lời trái ngược.

Đối với các phép sửa đổi (cập nhật và cấu trúc lại), đó là những thao tác có tác dụng tới các mô tả được lưu trữ trong các hệ CSDL và các hệ thông tin.

Giống với các phép biến đổi (câu hỏi), các phép sửa đổi được định nghĩa bởi người dùng và do đó cũng có ba nguồn dẫn tới sự không hoàn hảo:

1. Không có hiểu biết đầy đủ về hệ thống

2. Không có hiểu biết đầy đủ về CSDL cần được sửa đổi.

3 Có yếu tố không chắc chắn hay không chính xác được nhúng vào một phép sửa đổi.

Nhiều cách tiếp cận nhằm làm giảm nhẹ các vấn đề của sự không hoàn hảo của phép biến đổi cũng được áp dụng cho sự không hoàn hảo của phép sửa đổi. Tuy nhiên, không có nhiều công cụ được phát triển để xử lý những không hoàn hảo của phép sửa đổi. Có thể do đã giả định là những người dùng sửa đổi CSDL phải có sự hiểu biết về CSDL và hệ quản trị CSDL.

Nguồn không hoàn hảo thứ ba liên quan tới thông tin không chắc chắn hay không chính xác thì không có liên quan tới sự tinh thông về hệ CSDL. Thí dụ là một yêu cầu thêm vào CSDL thông tin không chính xác sau: "người quản đốc mới là Phong hay là Giang". Một thí dụ khác về yêu cầu được đặc tả không chính xác về xoá thông tin: "một vài số điện thoại không còn giá trị nữa".

Tuy nhiên, loại thông tin không hoàn hảo này không có gì khác với loại thông tin không hoàn hảo của mô tả. Thực vậy, yêu cầu thứ nhất có thể được làm cho phù hợp với thông tin loại: "chính xác chỉ có một trong các giá trị sau đây là đúng", còn yêu cầu sau có thể điều tiết thành thông tin loại như: "một vài trong các thông tin sau đây là đúng". Đương nhiên, nếu hệ không thể mô hình hóa các loại thông tin không hoàn hảo đó thì sẽ không xử lý được các phép sửa đổi này.

C. Các phương pháp xử lý không hoàn hảo

Ngay cả khi mô tả D và phép biến đổi t là hoàn hảo, kết quả t(D) vẫn có thể không hoàn hảo do các phương pháp được hệ thống sử dụng để xử lý các yêu cầu. Trong một số ứng dụng, một hệ thông tin chỉ được cấp phát những nguồn tài nguyên có hạn để xử lý các yêu cầu. Chẳng hạn, một câu hỏi đệ quy liệt kê tất cả các tổ tiên của một người nào đó sẽ phải kết thúc sau một thời gian được ấn định (với số tổ tiên tìm được đã đủ lớn). Cũng đã có bộ xử lý câu hỏi cung cấp các câu trả lời được hoàn chỉnh dần dần trong điều kiện có ràng buộc thời gian hay các tài nguyên tính toán khác.

Trong các CSDL thống kê, có thể phải đưa các nhiễu vào các câu trả lời một cách có chủ định, vì các lý do an toàn.

Trong các ứng dụng khác, việc xử lý câu hỏi có thể bao gồm việc tính ngẫu nhiên, lấy mẫu hay một số kỹ thuật đánh giá khác (giả thiết phân bố đều, hệ số chọn...). Trong mỗi trường hợp, các câu trả lời có thể bộc lộ những không hoàn hảo.

Sau hết, nhiều khi hy sinh tính chính xác để có thể được sự đơn giản được xem là có lợi. Các nghiên cứu về các câu trả lời nội hàm (intensional answers) [Motro 94] tập trung vào việc sinh các câu trả lời mô tả vét cạn một cách cô đọng nhưng không hoàn hảo. Thí dụ, với câu hỏi: "Liệt kê các nhân viên có lương trên 2.000.000đ" có thể được trả lời đơn giản ngắn gọn là "các kỹ sư hay cử nhân", ngay cả khi tập các kỹ sư và tập các nhân viên có lương trên 2.000.000đ không phải là một.

Những công trình liên quan tới biểu diễn và xử lý thông tin không chính xác hay không chắc chắn mà một phần được nhắc tới ở trên phần lớn mang tính lý thuyết, với phần cài đặt còn nhiều hạn chế.

Các hệ CSDL thương mại hoặc lưu trữ các dữ liệu không hoàn hảo như các giá trị null, hoặc loại bỏ chúng khỏi CSDL. Còn người dùng, với các yêu cầu mơ hồ, có thể dùng các câu hỏi với các hình mẫu đơn giản, hoặc họ phải duyệt nhanh CSDL để tìm câu trả lời.

Để đáp ứng các ứng dụng mới, các hệ CSDL tương lai phải có khả năng mạnh hơn trong việc xử lý với thông tin không hoàn hảo. Để kết thúc mục này, ta nêu ra ngắn gọn ba ứng dụng mới đó.

+ Trong những năm gần đây, việc tích hợp nhiều hệ CSDL không thuần nhất được xem là một lĩnh vực nghiên cứu và phát triển của hệ CSDL. Môi trường đa – CSDL là một trường hợp phải có khả năng quản lý sự không chính xác và sự không chắc chắn, phải có khả năng tổ hợp các câu trả lời có xung đột thành câu trả lời duy nhất không hoàn hảo và sau đó lưu trữ và thao tác thông tin đó.

+ Việc tìm kiếm trong các CSDL truyền thống thường dựa vào sự đối sánh chính xác. Ngày nay việc quản lý các CSDL ảnh chủ yếu cũng theo mô hình: các ảnh được lưu trữ (dưới dạng số hoá) còn việc tìm kiếm được thực hiện trên các mô tả văn bản của các ảnh đó, được lưu trữ cùng chính các ảnh. Các kỹ thuật đối sánh ảnh thường dựa trên các thuật toán đối sánh tốt nhất, trong đó việc sử dụng các hệ hình thức không chắc chắn là cốt yếu.

+ Trong nhiều ứng dụng khác, chủ yếu trong các dự án khoa học và thống kê, cần phải đánh giá các dữ liệu thiếu (các giá trị null) từ các dữ liệu khác hiện có. Thí dụ một số đo khuyết được đánh giá bởi các số đo khác được đo bởi cùng ứng dụng ở những thời điểm khác, cũng như bởi các số đo khác được đo bởi các ứng dụng khác ở cùng thời điểm.

Quá trình đó, thường được gọi là sự gán qua lại (imputation), tạo ra thông tin có các mức không hoàn hảo khác nhau. Việc quản lý loại thông tin này không thể được thực hiện bởi các kỹ thuật CSDL truyền thống và đòi hỏi sử dụng các kỹ thuật có liên quan chặt chẽ với sự không chắc chắn.

Để đảm bảo sự thành công cho mọi nỗ lực trong lĩnh vực này, còn nhiều trở ngại phải vượt qua, đặc biệt là những vấn đề về hiệu năng và sự tương thích với các hệ thống hiện có.

Các nghiên cứu về tính không chính xác và không chắc chắn trong lĩnh vực trí tuệ nhân tạo có thể cung cấp một nguồn công nghệ thích hợp cho các hệ CSDL.

3. Tổng quan về các mô hình dữ liệu mờ

Như sẽ thấy, các cơ sở dữ liệu mờ cho các phương tiện biểu diễn, lưu trữ và xử lý thông tin không chính xác và không chắc chắn. Trong mục này ta sẽ xem xét các mở rộng của mô hình dữ liệu quan hệ, tập trung vào hiện trạng của các CSDL mờ trên các phương diện mô hình hoá khái niệm, biểu diễn dữ liệu, ngôn ngữ hỏi và thiết kế CSDL.

3.1. Các mô hình CSDL quan hệ mờ

Trước hết ta nói về 5 cách tiếp cận cho vấn đề biểu diễn dữ liệu mờ [Kerre, Chen 95].

• Tiếp cận dựa trên quan hệ mờ xem xét tình huống trong đó một bộ có thể thuộc một quan hệ với một độ thuộc lấy giá trị trong [0, 1].

Cụ thể, một quan hệ mờ $R \subseteq D1 \times D2 \times \ldots \times Dn$ được đặc trưng bởi hàm thuộc μr: $D1 \times D2 \times \ldots \times Dn \rightarrow [0, 1]$ còn một bộ của r có dạng $(a1, a2, \ldots, an, \mu r(a1, a2, \ldots, an))$, trong đó $ai \in Di$; $i = 1, 2, \ldots, n$.

Kiểu biểu diễn này giả sử rằng sự phụ thuộc của bộ là mờ, trong khi các giá trị của thuộc tính không mờ (hay có thể là các hạng từ ngôn ngữ nhưng được xử lý như giá trị nguyên tố, đơn).

Sau đây là một thí dụ về quan hệ NHAN–VIEN–TVLC (#NV, TEN, TUOI, LUONG) biểu diễn "các nhân viên trẻ tuổi có lương khá cao".

NHAN–VIEN–TCLC

#NV	Tên	Tuổi	Lương	Cấp độ thuộc
05	Hùng	45	2.000.000	0.4
10	Dũng	30	3.200.000	1.0
15	Sơn	28	2.800.000	0.8
09	Linh	46	1.300.000	0.2

Loại quan hệ này có thể có được từ một quan hệ thông thường trên đó một điều kiện "mờ" (cụ thể là: "trẻ và có lương khá cao" được áp dụng (quan hệ khi đó còn được gọi là quan hệ mờ có trọng số (hay kiểu –1), chứa các bộ có trọng số).

• Tiếp cận dựa trên sự tương tự [Buckles, Petry 82a] giải quyết với sự không chính xác trong giá trị thuộc tính cũng như giữa các phần tử của miền trị. Sự khác nhau giữa một quan hệ thông thường với một quan hệ r trong mô hình này là:

$r \subseteq 2^{D_1} \times 2^{D_2} \times \ldots \times 2^{D_n}$, trong đó 2^{D_i} là tập lũy thừa của D_i. Như vậy một bộ $t \in r$ có dạng:

$$t = (d_1, d_2, \ldots, d_n) \text{ trong đó } d_i \subseteq D_i \text{ và } d_i \neq \phi.$$

Ngoài ra, trên mỗi D_i có xác định một quan hệ tương tự s_i,

$$s_i : D_i \times D_i \rightarrow [0, 1]$$

có tính phản xạ ($s_i (x, x) = 1$), đối xứng ($s_i (x, y) = s_i (y, x)$) và max – min bắc cầu:

$$s_i(x, z) = \max_{y \in D_i} \min(s_i(x, y), s_i(y, z)) \quad [\text{T1 – bắc cầu}]$$

hoặc max – tích bắc cầu:

$$s_i(x,z) = \max_{y \in D_i}\left(s_i(x,y) * s_i(y,z)\right) \text{ [T2 – bắc cầu]}.$$

• Tiếp cận trên cơ sở khả năng [Prade, Testemale 84] giải quyết tính mờ trong các giá trị thuộc tính bằng cách cho phép các phân bố khả năng xuất hiện như các giá trị thuộc tính đơn.

Cụ thể, trong mô hình này, một quan hệ r là một tập con của $\Pi(D_1) \times \Pi(D_2) \times \ldots \times \Pi(D_n)$, trong đó:

$$\Pi(D_i) = \{\pi/\pi \text{ là một phân bố khả năng của } A_i \text{ trên } D_i\}$$

Như vậy một bộ n có dạng $\left(\pi_{A_1}, \pi_{A_2}, \cdots, \pi_{A_n}\right)$, $\pi_{A_i} \in \Pi(D_i)$. Ngoài ra, một phần tử, ký hiệu e, được đưa thêm vào, cho trường hợp những giá trị "không áp dụng" được.

Có nghĩa π_{A_i} được xác định như một hàm từ $D_i \cup \{e\}$ vào [0, 1].

Sau đó, Testemale đã mở rộng khuôn khổ biểu diễn cho trường hợp các thuộc tính đa trị, bằng cách xét các phân bố khả năng trên 2^{D_i}. Với sự mở rộng này một n – bộ t có dạng:

$$t = \left(\pi_{DA_1}, \pi_{DA_2}, \cdots, \pi_{DA_n}\right) \text{ trong đó } \pi_{DA_i} : 2^{D_i} \to [0,1] \text{ với } DA_i \subseteq D_i$$

• Tiếp cận trên cơ sở khả năng mở rộng cho phép các quan hệ gần nhau s_i được liên kết với các miền trị D_i. Cụ thể, trong mô hình này một quan hệ r là một tập con của $\Pi(D_1) \times \Pi(D_2) \times \cdots \times \Pi(D_n)$, còn mỗi bộ n có dạng $\left(\pi_{A_1}, \pi_{A_2}, \cdots, \pi_{A_n}\right)$ trong đó $\pi_{A_i} \in \Pi(D_i)$.

Quan hệ gần nhau c_i biểu diễn quan hệ gần nhau giữa các phần tử thuộc D_i là một ánh xạ $D_i \times D_i$ vào [0, 1] sao cho $\forall$ x, y $\in D_i$, $c_i(x, x) = 1$ (phản xạ) và $c_i(x, y) = c_i(y, z)$ (đối xứng).

Lưu ý là cách biểu diễn của tiếp cận dựa trên khả năng mở rộng cũng là sự tổng quát hoá của cách biểu diễn theo tiếp cận dựa trên sự tương tự vì các phân bố khả năng là sự tổng quát hoá của các tập con thông thường, còn quan hệ gần nhau là sự tổng quát hoá của các quan hệ tương tự.

• Các tiếp cận tổ hợp biểu diễn tính mờ liên quan tới độ thuộc của các bộ cũng như tính mờ trong các giá trị thuộc tính hay giữa các phần tử thuộc miền.

Theo tiếp cận này các giá trị thuộc tính là các phân bố khả năng, còn mỗi bộ t được gán một cặp (pt, nt) biểu diễn tính thuộc của bộ theo thứ tự khả năng và không có khả năng để một bộ

$$t = \left(\pi_{A_1}, \pi_{A_2}, \cdots, \pi_{A_n}, p_t, n_t\right)$$

thuộc quan hệ, trong đó $\pi_{A_i} \in \Pi(D_i)$.

Bảng 7.1 sau đây tổng kết năm tiếp cận biểu diễn dữ liệu, chỉ rõ tính mờ được đưa vào đâu trong mô hình.

Tiếp cận	Tính thuộc của bộ	Các giá trị của thuộc tính	Các phần tử của miền
Dựa trên quan hệ mờ	*		
Dựa trên tương tự		*	*
Dựa trên khả năng		**	
Dựa trên khả năng mở rộng		***	***
Tổ hợp	**	**	

Số dấu * xuất hiện càng nhiều, biểu diễn càng tổng quát. Cần thấy là, trong bất kỳ cách biểu diễn nào mà ở đó các giá trị thuộc tính không là nguyên tố hay đơn trị, hai giá trị thuộc tính không nhất thiết phải được xem là bằng nhau hay không bằng nhau, mà có thể xem hai giá trị đó gần nhau tới mức độ nào.

Chẳng hạn, theo tiếp cận dựa trên tương tự của Buckles và Petry [Buckles, Petry 82a], độ tương tự giữa các giá trị thuộc tính d_i và d'_i với $d_i, d'_i \subseteq D_i$, là

$$\min_{x,y \in d_i \cup d'_i} s_i(x, y)$$

Trong cách tiếp cận trên cơ sở khả năng mở rộng độ giống nhau (quan hệ giống nhau được định nghĩa giống như quan hệ gần nhau) giữa hai giá trị thuộc tính π_{A_i} và π'_{A_i} được đo bởi hai đại lượng:

(a) min Res_i (x, y) trong đó: $x, y \in t_{A_i} \cup t'_{A_i}$

$$t_{A_i} = \{w \mid \pi_{A_i} > 0,\ w \in D_i\}$$

$$t'_{A_i} = \{w \mid \pi'_{A_i} > 0,\ w \in D_i\}.$$

Còn Res_i là một quan hệ giống nhau của A_i trên D_i và

(b) $\min_{z \in D_i}\left(1 - |\pi_{A_i}(z) - \pi'_{A_i}(z)|\right)$

Trong tiếp cận trên cơ sở khả năng mở rộng khác, độ gần nhau của hai giá trị thuộc tính π_i và π'_i được đo bởi:

$$\mathrm{Poss}\left(\pi_i = \pi'_i \text{ là đúng}\right) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } \pi_i \text{ và } \pi'_i \text{ là đồng nhất} \\ \sup\limits_{\substack{c_i(x,y) > \alpha_i \\ x,y \in D_i}} \min\left(\pi_i(x), \pi'_i(y)\right), & \text{trường hợp khác} \end{cases}$$

trong đó c_i là một quan hệ gần nhau của A_i trên D_i, α_i là một ngưỡng được xác định đối với c_i.

3.2. Các câu hỏi mờ

Việc nghiên cứu về các câu hỏi mờ được tiến hành cho các CSDL mờ và cho cả các CSDL thông thường (không mờ).

Với một trong năm tiếp cận cho biểu diễn dữ liệu được trình bày trong 3.1, ngôn ngữ thao tác dữ liệu mờ có thể được định nghĩa trên cơ sở các mở rộng mờ của đại số quan hệ hay phép tính quan hệ.

Chẳng hạn, theo tiếp cận dựa trên quan hệ mờ, Zvieli [Zvieli 86] đã mô tả một phép tính quan hệ mờ hình thức được gọi là phép tính của logic mờ cấp một (FFOL). Theo tiếp cận dựa trên cơ sở tương tự, đã đưa vào một phép tính quan hệ mờ đầy đủ dựa trên một mở rộng mờ của phép tính quan hệ miền thông thường. Theo tiếp cận dựa trên khả năng, Prade và Testemale đã phát triển một phép tính quan hệ mờ dựa trên các khái niệm đối ngẫu của khả năng và cần thiết, đề xuất nhiều dạng câu hỏi CSDL. Để cụ thể hơn, ta xét một trường hợp đơn giản trong các câu hỏi mờ bao gồm các điều kiện nguyên tố dạng A θ a (chẳng hạn lương tháng lớn hơn 2 triệu nhiều), trong đó A là một thuộc tính đơn trị, a là một hằng được biểu diễn bởi hàm thuộc μ_a, còn θ là một toán tử so sánh được biểu diễn bởi hàm thuộc μ_θ trên miền D của A.

Việc định giá của A θ a gồm hai độ đo khả năng và cần thiết. Cụ thể, với một bộ t cho trước Prade và Testemale đã định nghĩa:

$$\text{khả năng } (A\ \theta\ a)\ t = \sup_{d \in D} \min\ (\mu_{a\theta}(d),\ \pi_{A(t)}(d))$$

$$\text{cần thiết } (A\ \theta\ a)\ t = \inf_{d \in D} \min\ (\mu_{a\theta}(d),\ 1 - \pi_{A(t)}(d))$$

$$\text{trong đó } \mu_{a\theta}(d) = \sup_{d' \in D} \min\ (\mu_\theta(d, d'),\ \mu_a(d'))$$

còn $\pi_{A(t)}$ là giá trị thuộc tính của A đối với bộ t.

Trong mô hình của tiếp cận dựa trên khả năng mở rộng trong đó các phân bố khả năng xuất hiện xem như các giá trị thuộc tính còn các quan hệ giống nhau được kết hợp với các miền, một số tác giả đã nghiên cứu việc định nghĩa các câu hỏi dạng:

SELECT ALL X WHERE $A_1(X)$ IS P_1 AND... AND $A_m(x)$ is P_m trong đó $A_i(X)$ là giá trị thuộc tính A_i của đối tượng X, còn P_i là biểu thức đối với giá trị của A_i.

Việc nghiên cứu các câu hỏi mờ trên các CSDL kinh điển (không mờ), thường được gọi là hỏi mềm dẻo CSDL, cũng được quan tâm nhiều. Kacprzyk và Ziolkowski [Kacprzyk, Ziolkowski 86] đã nghiên cứu các câu hỏi có lượng từ mờ trên CSDL không mờ dựa trên tiếp cận tính toán của Zadeh cho các lượng từ mờ [Zadeh 83a]. Một câu hỏi điển hình có dạng : QX là F?,trong đó Q là một lượng từ ngôn ngữ, X là một lớp đối tượng, còn F là một tính chất nào đó được định nghĩa bởi một tập mờ trong X.

Trong khi đó Bosc, Galibourg và Hamon [Bosc et al. 88] đã bàn luận về một mở rộng và cài đặt các khía cạnh của câu hỏi mờ với SQL.

Tiếp đó Bosc và Pivert [Bosc, Pivert 91] đã đề xuất một ngôn ngữ tựa SQL, được gọi là SQLf, với câu lệnh tiêu biểu có dạng sau:

Select n/t <thuộc tính> from <quan hệ>

Where <điều kiện mờ>

Having <điều kiện –mờ–tích hợp>

Thêm vào đó, các câu hỏi con mờ được phép xuất hiện dưới dạng các khối "lồng nhau".

Yager R. R. đã nghiên cứu một số toán tử trong ngữ cảnh của các câu hỏi mờ. Trong [Yager 84] Yager đề xuất một kiểu tích hợp có cạnh tranh cho việc định giá các câu lệnh được lượng từ hoá ngôn ngữ. Chẳng hạn, tính đúng đắn của "QX là F" được mô tả như mức độ đúng đắn để "QX σ trong C" và $\forall x_i \in X$, nếu x_i được chứa trong C' thì F được thoả mãn bởi x_i", trong đó Q là một lượng từ mờ, X là một lớp đối tượng, F là một tập mờ trong X, còn C là một tập con của X.

Năm 1988, Yager [Yager 88] đã đưa ra khái niệm toán tử trung bình có thứ tự, có trọng số (OWA – Ordered Weighted Average Operator).

Toán tử OWA cung cấp một họ các toán tử tích hợp từ **and** tới **or**, và có mối quan hệ mật thiết với các lượng từ ngôn ngữ.

$$\text{OWA}(w1, w2, \ldots, wn, x1, x2, \ldots, xn) = \sum_{i=1}^{n} w_i y_i$$

trong đó y_i là giá trị lớn thứ i trong số các x_i.

3.3. Thiết kế CSDL mờ

Giống như trong CSDL kinh điển, trong CSDL mờ có thể có dư thừa dữ liệu và các dị thường cập nhật nếu như các lược đồ quan hệ không được thiết kế một cách thích đáng. Thông thường, các phụ thuộc dữ liệu là tri thức ngữ nghĩa về thế giới thực và được xem như các ràng buộc toàn vẹn đối với việc thiết kế CSDL.

Trong các mô hình CSDL quan hệ mờ, đã có nhiều cố gắng mở rộng các phụ thuộc dữ liệu, đặc biệt là các phụ thuộc hàm và phụ thuộc đa trị.

Các mở rộng chủ yếu dựa vào hai nguyên tắc chính:

a. Mở rộng ký hiệu: Nguyên tắc mở rộng này thay quan hệ bằng nhau trên dữ liệu rõ bởi quan hệ gần nhau hoặc quan hệ tương tự trên dữ liệu mờ và đặt ngưỡng để xác định độ gần nhau.

b. Mở rộng ngữ nghĩa: nguyên tắc mở rộng này dựa vào ý nghĩa của các phụ thuộc dữ liệu để xây dựng định nghĩa tương ứng cho mô hình mới sao cho bảo toàn một số kết qủa quan trọng đã xây dựng được trong mô hình quan hệ (như tính xác đáng và đầy đủ của hệ tiên đề cho các phụ thuộc hàm mờ (FFD), phân tách có kết nối không tổn thất, phân tách bảo toàn phụ thuộc, các dạng chuẩn mờ...).

Sau đây sẽ trình bày một số mở rộng của phụ thuộc hàm và phụ thuộc đa trị trên mô hình CSDL mờ. Một số so sánh và những tiêu chuẩn cho sự mở rộng được tổng kết nhằm đưa ra một cách nhìn tổng quát về những nghiên cứu phụ thuộc hàm và phụ thuộc đa trị mờ trong thời gian qua.

Một số hạn chế cần tiếp tục nghiên cứu mở rộng cũng được trình bày.

Trong phần này ta dùng các ký hiệu:

- $\tau(t[A], t'[A])$ là một số thuộc [0, 1] để chỉ độ gần nhau của giá trị hai bộ t và t' tại thuộc tính A.

- $\tau(t[X], t'[X])$ để chỉ độ gần nhau của giá trị hai bộ t và t' trên tập thuộc tính $X= A_1 A_2...A_k$.

- $\vec{\tau}\left(t[X], t'[X]\right) =$

$$= \left(\tau\left(t[A_1], t'[A_1]\right), \tau\left(t[A_2], t'[A_2]\right), \cdots, \tau\left(t[A_K], t'[A_k]\right)\right)$$

để chỉ véc tơ độ gần nhau của giá trị hai bộ t và t' trên tập thuộc tính X.

3.3.1 Phụ thuộc hàm mờ

Khái niệm phụ thuộc hàm mờ (fuzzy functional dependencies – ffd) được nhiều nhà nghiên cứu phát triển dựa trên ý nghĩa của khái niệm phụ thuộc hàm cổ điển với nhiều cách tiếp cận khác nhau.

Bằng cách mở rộng ký hiệu, một phụ thuộc hàm mờ $X \xrightarrow{f} Y$ đúng trên quan hệ r khi và chỉ khi với mọi cặp bộ t1, t2 ∈ r, nếu $t1[X] \approx t2[X]$

thì $t1[Y] \approx t2[Y]$. Trong đó quan hệ $\approx$ dùng để chỉ sự gần nhau của hai giá trị mờ. Tiêu biểu là các kết quả của Shenoi ([Shenoi et al. 92]), Cubero ([Cubero et al. 94]).

Một cách khác mở rộng khái niệm phụ thuộc hàm trên mô hình cơ sở dữ liệu mờ là dựa vào ngữ nghĩa của phụ thuộc hàm. Với những tiếp cận theo cách này, một phụ thuộc hàm mờ $X \xrightarrow{f} Y$ thoả trên quan hệ r khi và chỉ khi độ gần nhau của dữ liệu của các bộ trên tập thuộc tính X kéo theo độ gần nhau của các bộ trên tập thuộc tính Y. Phép kéo theo mờ đóng vai trò quan trọng trong cách tiếp cận này, tiêu biểu là định nghĩa của Raju ([Raju et al. 88]), Chen G. ([Chel et al. 94]), Sozat và Yazici ([Sozat et al. 2001]).

Việc chọn toán tử kéo theo I phụ thuộc vào ngữ nghĩa của phụ thuộc hàm. Tuy nhiên, để bảo toàn một số tính chất quan trọng của phụ thuộc hàm cho các phụ thuộc hàm mờ, trong [Chel et al. 94] Chen đề xuất cách chọn toán tử kéo theo mờ I thoả các tính chất sau: $\forall a, b, c \in [0, 1]$,

C1: $I(a, b) = 1$ nếu $a \leq b$.

C2: $I(a', b') \geq I(a, b)$, với $a' = \min(a, c)$, $b' = \min(b, c)$.

C3: $I(a, c) \geq \min(I(a, b), I(b, c))$.

Các phép toán kéo theo thường được sử dụng là các phép kéo theo được đề xuất bởi Rescher và Gaines, Gödel, Dienes.

Sau đây điểm qua một số khái niệm phụ thuộc hàm mờ tiêu biểu.

1. Khái niệm phụ thuộc hàm mờ của Raju ([Raju et al 88]):

Khái niệm phụ thuộc hàm mờ được Raju xây dựng trên mô hình tập con mờ.

Phụ thuộc hàm $X \xrightarrow{f} Y$ đúng trên quan hệ r nếu và chỉ nếu với mọi $t1, t2 \in r$ ta có $\tau(t1[X], t2[X]) \leq \tau(t1[Y], t2[Y])$.

Đây được xem là một mở rộng tiêu biểu của khái niệm phụ thuộc hàm và được nhiều tác giả tiếp tục mở rộng và phát triển trên các mô hình khác.

2. Khái niệm phụ thuộc hàm mờ của Chen ([Chen et al. 94]):

Quan hệ r thoả phụ thuộc hàm mờ $X \xrightarrow{f}_{\theta} Y$, nếu và chỉ nếu

$$\min_{t, t' \in r}\left\{I\left(\tau\left(t[X],\ t'[X]\right),\ \tau\left(t[Y],\ t'[Y]\right)\right)\right\} \geq \phi,$$

trong đó $\phi \in [0, 1]$, I là phép kéo theo của Gödel. Dễ thấy khái niệm phụ thuộc hàm mờ này mở rộng hơn khái niệm của Raju. Điểm đặc biệt của khái niệm phụ thuộc hàm mờ của Chen là cho phép ngưỡng của phụ thuộc hàm được thay đổi. Hệ tiên đề được mở rộng với tiên đề bao hàm ngưỡng và được chứng minh là xác đáng và đầy đủ. Tuy nhiên hệ tiên đề này chỉ đúng trên mô hình dựa trên lý thuyết khả năng mà không thể mở rộng cho các mô hình khác vì khi đó tính đầy đủ của hệ tiên đề không còn đúng.

3. Khái niệm phụ thuộc hàm mờ của Cubero ([Cubero et al. 94]):

Xuất phát từ quan điểm xem mỗi thuộc tính, dữ liệu có độ mờ khác nhau nên đặt ngưỡng độ gần nhau cho mỗi thuộc tính.

Quan hệ r thoả phụ thuộc hàm mờ $X \xrightarrow[f]{(\vec{\alpha},\ \vec{\beta})} Y$ nếu và chỉ nếu với mọi t1, t2 $\in$ r, nếu $\vec{\tau}\left(t_1[X],\ t_2[X]\right) \geq \vec{\alpha}$ thì $\vec{\tau}\left(t_1[Y],\ t_2[Y]\right) \geq \vec{\beta}$.

Trong đó $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ tương ứng là véctơ ngưỡng của các tập thuộc tính X, Y. Khái niệm phụ thuộc hàm mờ của Cubero được chứng minh trong [Cubero et al. 94] là mở rộng khái niệm phụ thuộc hàm mờ của Raju và Chen. Tuy nhiên, trong [Cubero et al. 94] véctơ ngưỡng phải cố định.

4. Khái niệm phụ thuộc hàm mờ của Sozat và Yazici ([Sozat et al. 2001]):

Quan hệ r thoả phụ thuộc hàm mờ $X \xrightarrow{f}_{\theta} Y$, nếu và chỉ nếu với mọi t1, t2 $\in$ r, $\tau(t1[Y], t2[Y]) \geq \min(\theta, \tau(t1[X], t2[X]))$.

Khái niệm này được các tác giả xây dựng trên mô hình dựa trên quan hệ tương tự, không dùng véctơ ngưỡng nhưng cho phép ngưỡng thay đổi.

Cách mở rộng này không "mạnh" nhưng đủ để hệ tiên đề của phụ thuộc hàm mờ có bổ sung tiên đề bao hàm ngưỡng là xác đáng và đầy đủ.

Một số tiêu chuẩn cho phụ thuộc hàm mờ:

Các tiêu chuẩn sau được tổng kết từ những nghiên cứu về phụ thuộc hàm mờ trong [Chen et al. 94], [Cubero et al. 94].

TC1: Khái niệm phụ thuộc hàm mờ khi thu hẹp trên mô hình quan hệ thì trùng với khái niệm phụ thuộc hàm kinh điển.

TC2. 1: Với những cặp bộ mà độ gần nhau trên tập thuộc tính X không đủ lớn thì thoả phụ thuộc hàm mờ $X \xrightarrow{f} Y$ mà không phụ thuộc vào độ gần nhau trên tập thuộc tính Y.

TC2. 2: Phụ thuộc hàm mờ $X \xrightarrow{f} Y$ đúng trên quan hệ r khi những Y giá trị của r phải đủ gần nhau mỗi khi X giá trị đủ gần nhau.

TC3: Dữ liệu của mỗi thuộc tính tuỳ vào đặc trưng mà có độ mờ khác nhau do đó cần có ngưỡng riêng cho từng thuộc tính. Khái niệm phụ thuộc hàm mờ phải đáp ứng được yêu cầu ngưỡng riêng cho từng thuộc tính.

TC4. Với những phụ thuộc hàm có dùng ngưỡng thì ngưỡng không cố định mà thay đổi theo từng tình huống. Điều này thể hiện ở hệ tiên đề của phụ thuộc hàm mờ phải có tiên đề bao hàm ngưỡng và phải là hệ tiên đề xác đáng và đầy đủ.

Bảng 7.2 tổng kết các khái niệm phụ thuộc hàm mờ của các tác giả thoả các tiêu chuẩn trên. Ký hiệu + là thoả và – là không thoả.

Phụ thuộc hàm mờ	TC1	TC2.1	TC2.2	TC3	TC4
Raju	+	–	–	–	–
Chen	+	–	+	–	+
Cubero	+	+	+	+	–
Sozat	+	–	–	–	+

Bảng 7.2. Tổng kết các tiêu chuẩn cho phụ thuộc hàm mờ

Qua bảng tổng kết trên ta thấy khái niệm phụ thuộc hàm của Cubero thoả nhiều nhất các tiêu chuẩn do sử dụng véctơ ngưỡng. Tuy nhiên hạn chế của mở rộng này là cố định véctơ ngưỡng, làm hạn chế nhiều đến khả năng biểu diễn phụ thuộc dữ liệu.

3.3.2 Phụ thuộc đa trị mờ

Tương tự phụ thuộc hàm, phụ thuộc đa trị cũng được nhiều tác giả nghiên cứu mở rộng trên mô hình cơ sở dữ liệu mờ. Tuy nhiên các kết quả về mở rộng phụ thuộc đa trị không phong phú như phụ thuộc hàm vì tính phức tạp của nó. Một số kết quả tiêu biểu cho mở rộng phụ thuộc đa trị trên mô hình mờ có thể tham khảo trong [Bhattacharjee, Mazumdar 98], [Jyothi, Babu 97], [Sozat et al. 2001]. Những kết quả mở rộng phụ thuộc đa trị đa số mở rộng về ngữ nghĩa mà không mở rộng ký hiệu vì không đảm bảo những kết quả tương tự như trong mô hình quan hệ.

Trong phần này ta dùng ký hiệu R là tập thuộc tính của lược đồ quan hệ, X, Y $\subseteq$ R, Z = R − XY. Một số kết quả mở rộng phụ thuộc đa trị cho mô hình cơ sở dữ liệu mờ tiêu biểu có thể điểm qua như sau:

1 Khái niệm phụ thuộc đa trị mờ của Jyothi và Babu ([Jyothi, Babu 97]):

Dựa vào ý nghĩa của phụ thuộc đa trị, các tác giả đưa ra khái niệm phụ thuộc đa trị mờ bằng cách thay quan hệ đồng nhất trên dữ liệu rõ bằng quan hệ gần nhau trên dữ liệu mờ, với quan hệ gần nhau thoả hai tính chất phản xạ và đối xứng mà không cần tính chất bắc cầu.

Quan hệ r thoả phụ thuộc đa trị mờ $X \overset{f}{\to\to} Y$ *nếu và chỉ nếu với mọi* $t_1, t_2 \in r$*, tồn tại* $t_3 \in r$ *sao cho*

$$\begin{aligned}\tau(t_1[X], t_2[X], t_3[X]) \le \max\{&\min(\tau(t_1[Y], t_3[Y]), \tau(t_2[Z], t_3[Z])),\\ &\min(\tau(t_2[Y], t_3[Y]), \tau(t_1[Z], t_3[Z])),\\ &\tau(t_1[Y], t_2[Y], t_3[Y]), \tau(t_1[Z], t_2[Z], t_3[Z])\},\end{aligned}$$

với $\tau(a, b, c) = \min(\tau(a, b), \tau(b, c), \tau(a, c))$.

2. Khái niệm phụ thuộc đa trị mờ của Bhattacharjee và Mazumdar ([Bhattacharjee, Mazumdar 98]).

Bhattacharjee và Mazumdar dựa vào ngữ nghĩa của phụ thuộc đa trị $X \overset{1}{\to\to} Y$ đúng trên quan hệ r thì Y - giá trị của các bộ chỉ phụ thuộc vào các X – giá trị và đưa ra định nghĩa phụ thuộc đa trị mờ như sau:

Quan hệ r thoả phụ thuộc đa trị mờ $X \overset{1}{\to\to}_\alpha Y$ nếu và chỉ nếu với mọi $t \in r$, đặt $x = t[X]$, $z = t[Z]$ ta có $Y_r(x) \approx_\alpha Y_r(xz)$, với $Y_r(x) = \{y: \exists t \in r, t[X] = x, t[Y] = y\}$, $Y_r(x) \approx_\alpha Y_r(xz)$ khi và chỉ khi $\forall y \in Y_r(x)$ thì $\exists y' \in Y_r(xz)$ sao cho $\tau(y, y') \geq \alpha$ và ngược lại.

3. Khái niệm phụ thuộc đa trị mờ của Sozat và Yazici ([Sozat et al. 2001]):

Trên mô hình cơ sở dữ liệu mờ dựa trên quan hệ tương tự, Sozat và Yazici đã mở rộng khái niệm phụ thuộc đa trị mờ như sau:

Quan hệ r thoả phụ thuộc đa trị mờ $X \overset{f}{\to\to}_\theta Y$ nếu và chỉ nếu với mọi $t_1, t_2 \in r$, tồn tại $t_3 \in r$ sao cho

$$\tau(t_1[X], t_3[X]) \geq \min(\theta, \tau(t_1[X], t_2[X])),$$

$$\tau(t_1[Y], t_3[Y]) \geq \min(\theta, \tau(t_1[X], t_2[X])),$$

$$\tau(t_2[Z], t_3[Z]) \geq \min(\theta, \tau(t_1[X], t_2[X])).$$

Điểm đặc biệt của mở rộng này là cho phép ngưỡng gần nhau thay đổi, tức là trong hệ tiên đề cho phụ thuộc đa trị mờ có tiên đề bao hàm ngưỡng và hệ tiên đề này được chứng minh là xác đáng và đầy đủ. Tuy nhiên mở rộng này yêu cầu quan hệ gần nhau phải có tính bắc cầu.

4. Khái niệm phụ thuộc đa trị mờ của Hồ Thuần và T.T Thành (công trình [H. Thuan, T.T. Thanh 2001]):

Với quan điểm ngưỡng gần nhau của mỗi miền trị thuộc tính là khác nhau, khái niệm phụ thuộc đa trị mờ được mở rộng theo cách tiếp cận mở rộng ký hiệu và sử dụng véctơ ngưỡng riêng cho mỗi thuộc tính. Mở rộng này được xây dựng trên mô hình cơ sở dữ liệu mờ dựa trên quan hệ tương tự với độ đo gần nhau có tính bắc cầu.

Quan hệ τ thoả phụ thuộc đa trị mờ $X \underset{(\alpha_x, \alpha_y)}{\overset{r}{\rightarrow\rightarrow}} Y$ *nếu và chỉ nếu với mọi* $t_1, t_2 \in r$, *nếu* $\vec{\tau}(t_1[X], t_2[X]) \geq \alpha_x$ *thì tồn tại* $t_3 \in r$ *sao cho* $\vec{\tau}(t_1[X], t_3[X]) \geq \alpha_x$, $\vec{\tau}(t_1[Y], t_3[Y]) \geq \alpha_y$, $\vec{\tau}(t_2[Z], t_3[Z]) \geq \alpha_z$.

Điểm hạn chế của cách mở rộng này là phải cố định véctơ ngưỡng.

Với các khái niệm phụ thuộc đa trị mờ như trên, các tác giả cũng đã chứng minh được tính xác đáng và đầy đủ của hệ tiên đề tương tự hệ tiên đề cho phụ thuộc hàm và phụ thuộc đa trị.

4. Các mô hình CSDL mờ dựa trên quan hệ tương tự

Từ những năm 1982, Buckles và Petry [Buckles, Petry 82a] là những người đầu tiên sử dụng các quan hệ tương tự trong mô hình quan hệ, xem một giá trị d_i của miền trị Di, tương ứng với thuộc tính Ai, là một tập con của Di. Ký hiệu P(Di) là tập tất cả các tập con khác rỗng của Di, ta có các định nghĩa sau:

• Một quan hệ mờ r là một tập con của tích Descartes P(D1)×...×P(Dn) Một bộ t thuộc r được xác định bởi ngữ nghĩa nội tại của quan hệ.

Chẳng hạn nếu D1 là tập các thành phố lớn và D2 là tập các quốc gia thì (Hà Nội, Pháp) ∈ P (D1) x P (D2), nhưng rõ ràng không thuộc quan hệ r (thủ đô, quốc gia).

• Một bộ mờ t_i là một phần tử thuộc đồng thời cả r và $P(D_1) \times ... \times P(D_2)$ và có dạng $t_i = (d_{i1}, d_{i2}, ..., d_{in})$, trong đó $d_{ij} \subseteq D_j$, i = 1, 2,..., n.

• Một thể hiện $\alpha = (a_1, a_2, ..., a_n)$ của một bộ $t_i = (d_{i1}, d_{i2}, ..., d_{in})$ là một phép gán trị sao cho $a_j \in d_{ij}$ với mọi j.

Như vậy trong quan hệ thông thường một bộ với thông tin đầy đủ đồng nhất với thể hiện của nó.

Theo cách tiếp cận dựa trên quan hệ tương tự, trên mỗi miền trị Dj của thuộc tính A_j có xác định một quan hệ tương tự $s_j : D_j \times D_j \rightarrow [0, 1]$ có các tính chất phản xạ ($s_j(x, x) = 1$), đối xứng ($s_j(x, y) = s_j(y, x)$ và T1-bắc cầu.

Khi đó ngưỡng tương tự trên Dj được xác định bởi:

$$\text{Thres}\ (D_j) = \min_{\forall i}\left\{ \min_{x,y \in d_{ij}}\left[s_j(x,y)\right] \right\}$$

Trong CSDL không mờ, lực lượng của d_{ij}, bằng 1 nên $s_j(x, x) = 1$, và Thres $(D_j) = 1$ với mọi j. Sau này ta sẽ chứng tỏ rằng một giá trị ngưỡng tối thiểu cho trước có thể được dùng để xác định những bộ nào có thể được tổ hợp với nhau bởi phép hợp (tập hợp) trực tiếp các giá trị miền tương ứng.

Một phép toán của đại số quan hệ mờ gồm ngoài các thành phần giống như một phép toán của đại số quan hệ thông thường, còn có thêm một mệnh đề/câu định nghĩa các ngưỡng tương tự cực tiểu.

Thí dụ với quan hệ r(A,B,C) trong đó trên các miền trị Dom(B), Dom(C) đã xác định các quan hệ tương tự s_B, s_C, khi đó phép chiếu trên các thuộc tính B và C có dạng:

project $_{B,C}$ (r) with Thres (B) $\geq$ 0,8, Thres (C) $\geq$ 0,9.

Sau đây ta ký hiệu Level (Dj) thay cho Thres (Dj).

Trong một CSDL mờ, một bộ thuộc một quan hệ nào đó là dư thừa nếu nó có thể được trộn/hợp nhất với một bộ khác, thông qua phép hợp tập hợp của các giá trị miền tương ứng. Tuy nhiên, việc trộn các bộ chịu sự ràng buộc vào các ngưỡng tương tự.

Trước hết, ta có định nghĩa sau:

Định nghĩa: Trong CSDL mờ dựa trên quan hệ tương tự, hai bộ:

$t_i = (d_{i1}, d_{i2}, \ldots, d_{im})$ và

$t_k = (d_{k1}, d_{k2}, \ldots, d_{km})$

được gọi là dư thừa (redundant) nếu như với các Level(D_j) cho trước, Level $(D_j) \leq \min\limits_{x \in d_{ij},\, y \in d_{kj}} [s_j(x, y)]$, $\forall j = 1, 2, \ldots, n$.

Trong CSDL quan hệ thông thường, không có các bộ dư thừa đồng nghĩa với không có quá một xuất hiện của một thể hiện. Do đó liệu có quyền đòi hỏi rằng cho trước một thể hiện của các miền, một quan hệ mờ chỉ được chứa nhiều nhất một bộ với thể hiện đó.

Rất may là ta có hai định lý sau đây, mà chứng minh có thể tìm đọc trong [Petry, Bosc 96].

Định lý 1: Cho một quan hệ mờ r không chứa các bộ dư thừa với các quan hệ tương tự trên miền đều có tính bắc cầu max–min. Khi đó

$Ti \cap Tj = \phi \qquad\qquad i \neq j$

Trong đó Ti, Tj theo thứ tự là tập các thể hiện có thể có đối với các bộ t_i và t_j.

Định lý 2: Một quan hệ mờ có được từ việc trộn/hợp nhất các bộ dư thừa là duy nhất nếu như mỗi quan hệ tương tự đều có tính bắc cầu max–min.

Hai định lý 1 và 2 là cơ sở để chứng minh các phép toán của đại số quan hệ như các phép chiếu, hợp và giao đều cho kết quả duy nhất trong môi trường mờ.

Sau đây để cho tiện, ta gọi CSDL mờ dựa trên quan hệ tương tự là CSDL tương tự.

Để hỏi một CSDL mờ tương tự, ta dùng câu hỏi $Q(a_i, a_h, \ldots, a_k)$ là một biểu thức của một hay nhiều công thức nguyên tố, được tổ hợp bởi các toán tử boole tuyển hay hội để tạo thành một tân từ hỏi:

V_i op V_h op...op V_k

- Với quan hệ r có các miền trị $D_1, \ldots, D_m$, mỗi nguyên tố V_i phải có dạng $A_i\ \theta\ a_i$ (với $\theta \in \{<, \leq, >, \geq, =, \neq\}$) hoặc h $(A_i\ \theta\ a_i)$ với h là một gia tử ngôn ngữ như not, very, more–or–less,...

Như đã biết gia tử "very" được lý giải như một phép co, còn "more–or–less" như một phép dãn.

Như vậy một tân từ hỏi có thể có dạng như:

more–or–less (kích thước = lớn) and not very (trọng lượng = nặng), khi hỏi trên một quan hệ có các thuộc tính KICH–THUOC và TRONG–LUONG.

Độ thuộc của một bộ trong quan hệ kết qủa được tính theo khả năng sánh hợp của bộ đó với các điều kiện của câu hỏi.

Giả sử $a \in Dj$, là một phần tử bất kỳ. Độ thuộc, ký hiệu $\mu_a(b)$, $b \in D_j$ được xác định bởi $s_j(a, b)$ trên cơ sở quan hệ tương tự s_j trên D_j và từ đó, câu hỏi Q(•) cảm sinh một độ thuộc Q(t) cho một bộ t thuộc quan hệ kết quả như sau:

α) Mỗi thể hiện I = (a'_1,..., a'_n) của t xác định một giá trị $\mu_{a_j}(a'_j)$ với mỗi phần tử miền aj của Q(a_i, a_h,..., a_k).

β) Định giá các gia tử và các toán tử trong Q(•) trên các độ thuộc $\mu_{a_j}(a'_j)$ để tính được $\mu_Q(I)$, độ thuộc của thể hiện I đối với câu hỏi.

γ) Kết quả có $\mu_Q(t) = \max_{I \in Y} \mu_Q(I)$

Trong đó Y là tập các thể hiện của t.

Nói tóm lại, độ thuộc của một bộ biểu diễn sự sánh hợp tốt nhất của thể hiện. Khi đó quan hệ kết qủa gồm tập các bộ có độ thuộc khác không. Trong thực hành, thường chỉ chọn những bộ có độ thuộc lớn hơn một ngưỡng đã chọn.

Nhiều cách mở rộng mô hình dựa trên quan hệ tương tự đã được nghiên cứu phát triển [Thuan, Thanh 2002], [Thuan, Ha 2001] nhằm mở rộng phạm vi ứng dụng của mô hình này.

Một loại mô hình rất gần với loại mô hình dựa trên quan hệ tương tự là các mô hình dựa trên quan hệ gần nhau. Quan hệ gần nhau trên một miền trị thuộc tính là một quan hệ có tính phản xạ và đối xứng, không có tính bắc cầu, do đó tạo thuận lợi cho việc mô hình hoá mối quan hệ giữa các phần tử của miền trị.

Ta có định nghĩa sau:

Định nghĩa : Nếu P là một quan hệ gần nhau trên D_i khi đó với $\alpha \in [0, 1]$, các phần tử x, y $\in D_i$ được gọi là α – gần nếu và chỉ nếu $xP^*_\alpha y$, hay tồn tại một dãy $y_1, y_2, \ldots, y_k \in D_i$ sao cho:

$$xP_\alpha y_1 P_\alpha y_2 P_\alpha \ldots P_\alpha y_k P_\alpha y,$$

trong đó P_α ký hiệu nhát cắt mức α của P. Hơn nữa, lưu ý là $xP_\alpha y$ ở đây được gọi là α – tương tự khi $P(x, y) \geq \alpha$.

Theo định nghĩa trên, dễ thấy là tính α-gần có thể dùng để phân hoạch một miền trị vô hướng được liên kết với một quan hệ gần nhau và đó chính là vấn đề mấu chốt để mở rộng mô hình dựa trên quan hệ tương tự sang mô hình dựa trên quan hệ gần nhau.

5. Mô hình CSDL mờ dựa trên lý thuyết khả năng

Mô hình này được Prade và Testemale đề xuất vào năm 1984 [Prade, Testemale 84] bằng cách mở rộng miền trị thuộc tính, sử dụng phân bố khả năng để biểu diễn các dữ liệu mờ. Giá trị của một n - bộ t tại thuộc tính A với miền trị D được biểu diễn bởi phân bố khả năng chuẩn (tức $\pi_{A(t)} : D \cup \{e\} \rightarrow [0, 1]$ sao cho $\exists d \in D$ để $\pi_{A(t)}(d) = 1$ hoặc $\pi_{A(t)}(e) = 1$, trong đó e là phần tử được thêm vào miền trị, được sử dụng khi thuộc tính A không áp dụng được cho bộ t).

Khi đó một quan hệ mờ r trên tập thuộc tính $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ là một tập con của tích Descartes.

$$\Pi(D_1) \times \Pi(D_2) \times \ldots \times \Pi(D_n)$$

Với D_j là miền trị của thuộc tính A_j, còn $\Pi(D_j)$ là tập các phân bố khả năng chuẩn trên miền trị D_j của thuộc tính A_j, $j = 1, 2, \ldots, n$.

Việc sử dụng phân bố khả năng cho phép biểu diễn được nhiều loại dữ liệu khác nhau: dữ liệu rõ, chính xác, dữ liệu không áp dụng được, dữ liệu tồn tại nhưng chưa biết, dữ liệu hoàn toàn không có thông tin, dữ liệu tuyển rời rạc, dữ liệu không chắc chắn...

Lấy một thí dụ cụ thể về lương S của một người tương ứng với bộ t của quan hệ mờ r. Thuộc tính S có miền trị là D, để thấy được một số khả năng biểu diễn dữ liệu mờ của phân bố khả năng:

a) Biết chắc chắn/chính xác lương của người t là 800:

$$\pi_{S(t)}(e) = 0; \ \pi_{S(t)}(800) = 1; \pi_{S(t)}(d) = 0; \quad \forall d \in D \setminus \{800\}$$

b) t là người không có lương hay thuộc tính S không áp dụng được cho t:

$$\pi_{S(t)}(e) = 1; \ \pi_{S(t)}(d) = 0 \quad \forall d \in D$$

c) Biết chắc chắn rằng t có lương nhưng không biết là bao nhiêu. Khi đó:

$$\pi_{S(t)}(d) = 1 \ \forall d \in D; \ \pi_{S(t)}(e) = 0$$

d) Hoàn toàn không biết gì về thông tin lương của t (no-information null):

$$\pi_{S(t)}(e) = 1; \ \pi_{S(t)}(d) = 1 \ \forall d \in D;$$

e) Không biết chính xác lương nhưng biết chắc chắn nằm trong khoảng [400, 700]:

$$\pi_{s(t)}(e) = 0 \ ; \ \pi_{s(t)}(d) = 1 \quad \text{nếu} \ 400 \le d \le 700$$

$$\pi_{s(t)}(d) = 0 \ \text{nếu} \ d < 400 \ \text{hoặc} \ d > 700$$

f) Biết lương của t là cao. Khi đó dùng tập mờ *cao* với hàm thuộc μ_{cao} để biểu diễn:

$$\pi_{s(t)}(e) = 0; \ \pi_{s(t)}(d) = \mu_{cao}(d), \ \forall \ d \in D$$

g) Biết được thông tin tuyển rời rạc về lương của t:

$$\pi_{s(t)}(e) = 0 \ ; \ \pi_{s(t)}(d_i) = 1; \ i = 1, 2, \ldots, m;$$

$$\pi_{s(t)}(d) = 0, \ \forall d \in D - \{d_1, \ldots, d_m\}$$

Bảng sau đây cho một thí dụ minh hoạ quan hệ CONNGUOI (tên, tuổi, lương) với dữ liệu mờ trên mô hình khả năng:

	Tên	Tuổi	Lương
t_1	A	{0.5/30, 1/35}	[300, 400]
t_2	B	{0.7/30, 0.8/31, 1/32}	350
t_3	C	khoảng 25	không−biết
t_4	D	rất trẻ	không−có
t_5	E	[40, 50]	cao
t_6	F	{0.5/17, 0.7/18, 0.8/19, 1/20}	no−information null
t_7	G	Trẻ	{1/700, 0.7/800}
t_8	H	{0.7/45, 0.8/50, 1/55}	[650, 700]

Trong đó các giá trị mờ "khoảng 25", "rất trẻ", "trẻ", "lương cao" được cho bởi các tập mờ hình thang.

Nhận xét: Nếu hai giá trị a và b được mô tả theo thứ tự bởi các phân bố khả năng π_a và π_b thì chúng có thể được so sánh với nhau phù hợp với nguyên lý khuếch / suy rộng của Zadeh, dẫn tới hai độ đo biểu thị mức độ chúng có khả năng và cần thiết thoả mãn quan hệ so sánh. Với quan hệ bằng nhau, các độ đo được cho bởi:

$$\Pi(a = b) = \mathrm{Sup}_{x,y} \min(\pi_a(x), \pi_b(y)), \mu = (x, y)$$

$$= \mathrm{Sup}_x \min(\pi_a(x), \pi_b(x))$$

$$N(a = b) = 1 - \mathrm{Sup}_{x,y} \min(\pi_a(x), \pi_b(y)), \mu \neq (x, y)$$

$$= \inf_{x,y} \max\left(1 - \pi_a(x), 1 - \pi_b(y), \mu = (x, y)\right)$$

$$= \inf_x \max\left(1 - \pi_a(x), 1 - \pi_b(x)\right)$$

Đương nhiên, khi a và b là các giá trị chính xác, hai độ đo trên trùng nhau, lấy giá trị 1 hoặc 0. Mặt khác, nếu hai giá trị thuộc tính được biểu diễn bởi cùng một phân bố khả năng, không có nghĩa các giá trị đó phải bằng nhau. Chẳng hạn, nếu tuổi Đông là "trẻ" và tuổi Phong cũng là "trẻ" thì tuổi của Đông và Phong vẫn có thể khác nhau.

Bây giờ, hãy nói về các câu hỏi đối với các CSDL mờ dựa trên lý thuyết khả năng.

Theo quan điểm của lý thuyết khả năng, khi một điều kiện được áp dụng cho dữ liệu mờ, kết qủa của việc định giá một câu hỏi nói chung không chỉ là một giá trị. Vì các giá trị chính xác của một số thuộc tính đối với một số bộ /đối tượng là không biết, nên việc những bộ đó thoả mãn câu hỏi hay không tới một cấp độ nào đó là không chắc chắn. Vì vậy phải dùng hai độ đo gắn với hai quan điểm được sử dụng để làm rõ trong chừng mực nào điều kiện có khả năng (tương ứng cần thiết) được thoả mãn.

Từ các phân bố khả năng $\pi_{A(t)}$ và một tập con C (là tập thông thường hay tập mờ), ta có thể tính được tập mờ ΠC (tương ứng NC), gồm các bộ có giá trị thuộc tính A có khả năng (tương ứng cần thiết) thoả điều kiện C.

Theo Dubois và Prade [Dubois, Prade 88], độ thuộc của một bộ t vào ΠC và NC được cho theo thứ tự bởi:

$$\mu_{\Pi C}(t) = \Pi C(t) = \Pi(C; A(t)) = \sup_{d \in D} \min(C(d), \pi_{A(t)}(d))$$

$$\mu_{NC}(t) = NC(t) = N(C; A(t)) = 1 - \Pi(\bar{C}; A(t))$$

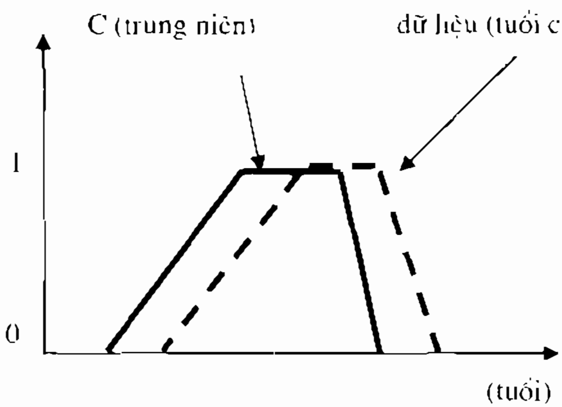
$$= 1 - \sup_{d \in D \setminus C} \min(\bar{C}(d), \pi_{A(t)}(d))$$

$$= \inf_{d \in D \setminus C} \max(C(d), 1 - \pi_{A(t)}(d))$$

$\Pi(C; A(t))$ định giá tới chừng mực nào có ít nhất một giá trị được thu hẹp bởi $\pi_{A(t)}$ là tương thích với C, còn $N(C; A(t))$ là tới chừng mực nào tất cả các giá trị ít nhiều có khả năng đối với A(t) đều được chứa trong C.

Có thể chứng minh rằng luôn có $\Pi C \supseteq NC$ (có nghĩa $\forall t$: $NC(t) \le \Pi C(t)$ miễn là phân bố khả năng $\pi_{A(t)}$ là được chuẩn hoá).

Xét thí dụ sau [Petry, Bosc 96]: giả sử tuổi của Giang và tân từ mờ "tuổi trung niên" được biểu diễn trên hình 7.1.



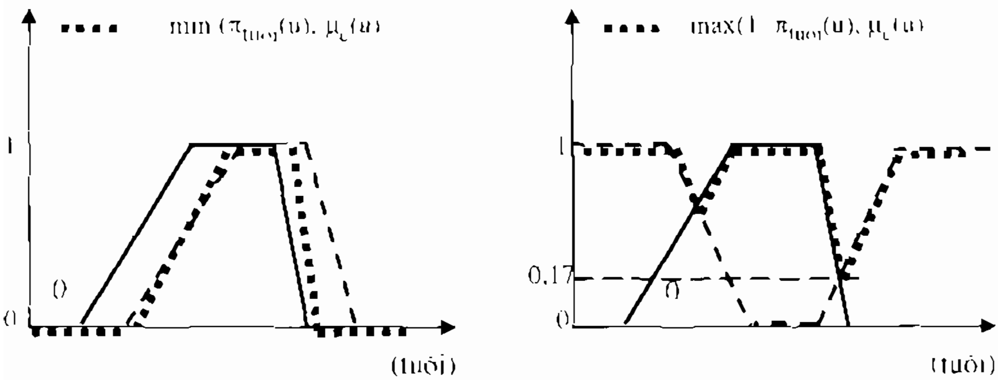
Hình 7.1. Tuổi của Giang và hạng từ "tuổi trung niên"

Việc định giá điều kiện: Tuổi của Giang = "tuổi trung-niên" dựa trên việc tính toán các giá trị:

$$\min(\pi_{\text{tuổi của Giang}}(t), \mu_{\text{tuổi trung niên}}(t)) \text{ và } \max(\pi_{\text{tuổi của Giang}}(t), \mu_{\text{tuổi trung niên}}(t))$$

được cho trong hình 7.2.

Trong thí dụ này, độ đo khả năng bằng 1 trong khi độ đo cần thiết bằng 0.17.



Hình 7.2. Định giá của tuổi của Giang = "tuổi trung – niên"

Như vậy trong trường hợp thông tin không đầy đủ, có thể tính tập các bộ ít nhiều có khả năng thoả một điều kiện sơ cấp và phân biệt các bộ ít nhiều chắc chắn thoả mãn điều kiện đó.

Một số tính chất của các độ đo khả năng và cần thiết được cho trong bảng 7.3 phụ thuộc vào các tình huống đối với thông tin sẵn có (thông tin chính xác, khoảng hay thông tin mờ) cũng như bản chất của điều kiện.

Tân tư/điều kiện C Dữ liệu	Boole	Mơ hồ
Chính xác (d)	$\Pi, N \in \{0, 1\}$ $\Pi = N = 1$ nếu $C(d)$, 0 trường hợp khác	$\Pi, N \in [0, 1]$ $\Pi = N = \mu_c(d)$
Không chính xác Khoảng I	$\Pi, N \in \{0, 1\}$ $\Pi = 1$ Nếu $(\exists\, d \in I \wedge C(d))$ 0 trường hợp khác $N = 1$ Nếu $(\forall\, d \in I, C(d))$ 0 trường hợp khác	$\Pi, N \in [0, 1]$ $\Pi = 1$ nếu $(\exists\, d \in I \wedge C(d) = 1)$ $N = 1$ nếu $(\forall\, d \in I, C(d) = 1)$ $\Pi \geq N$

Không chính xác: Tập mờ F	H, N ∈ [0, 1] H = 1 Nếu (∃ d ∈ hạt nhân (F) ∧ C (d)) N = 1 Nếu (∀ d ∈ giá đỡ F). C(d) H > N, H < 1 → N = 0	H, N ∈ [0, 1] H = 1 Nếu ∃ d ∈ hạt nhân (F) ∧ C(d) = 1 N = 1 Nếu ∀ d ∈ giá đỡ (F). C(d) = 1 H > N

Bảng 7.3 Một số đặc trưng của các độ đo khả năng và cần thiết

Có thể mở rộng trường hợp điều kiện dạng : "Thuộc tính = giá trị" cho trường hợp điều kiện dạng: "Thuộc tính θ giá trị", cũng như điều kiện dạng: "A θ B", trong đó A và B là hai giá trị thuộc tính, còn θ là một toán tử so sánh (xấp xỉ bằng, lớn hơn nhiều, khác nhau nhiều,...)

Về chi tiết, có thể tham khảo trong [Petry, Bosc 96]

6. Kết luận

Trong chương này, chúng ta đã thấy được vai trò của lý thuyết tập mờ trong việc biểu diễn, xử lý các thông tin không chính xác và không chắc chắn trong các cơ sở dữ liệu mờ.

Cụ thể các lĩnh vực sau đây đã được đề cập và xem xét:

1. Trình bày khái quát về thông tin không chính xác và thông tin không chắc chắn trong các hệ CSDL.

2. Giới thiệu tổng quan về các mô hình dữ liệu mờ và một số vấn đề có liên quan với việc mở rộng các phụ thuộc dữ liệu (phụ thuộc hàm mờ, phụ thuộc đa trị mờ), biểu diễn các câu hỏi mờ, thiết kế CSDL mờ.

3. Biểu diễn dữ liệu không chính xác lần lượt dựa trên mô hình quan hệ tương tự và lý thuyết khả năng, cùng với việc xử lý các câu hỏi mờ tương ứng.

Việc mở rộng đại số quan hệ kinh điển cho các quan hệ mờ, sao cho phần lớn các tính chất quen thuộc vẫn được bảo toàn, cũng như việc mở rộng SQL thành SQLF đã tạo những cơ sở vững chắc cho việc thiết kế và cài đặt các hệ cơ sở dữ liệu mờ.

Trong tương lai, một số hướng nghiên cứu sau đây hy vọng sẽ được quan tâm, đẩy mạnh hơn:

(i) Việc mở rộng phụ thuộc thành các phụ thuộc hàm mờ, ngoài việc vẫn giữ được các kết quả giống như đã có đối với phụ thuộc hàm thông thường, còn cần có mối liên hệ chặt chẽ hơn với các vấn đề dư thừa dữ liệu và thiết kế CSDL.

(ii) Cần nghiên cứu, đề xuất một ngôn ngữ hỏi đầy đủ, hoàn chỉnh, kiểu đại số quan hệ mở rộng, hỗ trợ các phép toán hướng tập, cho phép xử lý các dữ liệu khả năng / các phân bố khả năng.

(iii) Nghiên cứu việc diễn đạt (mô tả một kiểu câu hỏi) khác mà kết quả không có sự pha trộn với sự không chắc chắn. Việc nghiên cứu này dựa trên ý tưởng là có thể xét các điều kiện có liên quan tới biểu diễn của dữ liệu. Những câu hỏi như vậy có khả năng khai thác sự kiện là dữ liệu không chính xác và tận dụng được các ưu việt của ngữ nghĩa được chuyển tải bởi các phân bố khả năng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[Abiteboul. Grahne 85] S. Abiteboul and G. Grahne (1985) Update semantics for incomplete databases, *Proceedings of the 11th International Comference on very large data bases.*

[Adlassnig. Kolarz 82] K. P. Adlassnig. G. Kolarz (1982) CADIAG-2 : Computer–assisted Medical Diagnosis Using Fuzzy Subsets. In M. M. Gupta. E. Sanchez (eds.). *Approximate Reasoning in Decision Analysis*. North Holland. 1982. pp. 219-247

[Aguilar–Crespo et al. 93] J. A. Aguilar–Crespo. E. de Pablo. X. Alamán (1993) A Fuzzy Logic Approach for Sensor Validation in Real Time Expert Systems. In B. Bouchon–Meunier. L. Valverde, R. R. Yager (eds.) *Advanced Methods in Artificial Intelligence*. Lecture Notes in Computer Science 682. North Holland (Berlin). pp. 330–337

[Agusti et al. 92] J. Agusti. F. Esteva, P. Garcia. L. Godo. R. R. López de Mantaras. J. Puyol. C. Sierra (1992) Structured Local Fuzzy Logics in MILORD. In [Zadeh. Kal.–przyk 92] pp. 523–551.

[Andrès et al. 94] V. Andrès. B. Bouchon–Meunier. S. Dupuy (1994) Acquisition des connaissances et apprentissage dans un cadre flou : élements de réflexion i méthodologique. In [OFTA 94], pp 201 -218.

[Bäck. Kursawe 94] T. Bäck, F. Kursawe (1994) Evolutionary Algorithms for Fuzzy Logic: a Brief Overview. *Actes de la 5ème Conférence Internationale IPMU*, Paris, pp. 659–664.

[Assilian, Mamdani 74] S. Assilian. E. H. Mamdani (1974) Learning Control Algorithms in Real Dynamic Systems. *Proc. 4th Int. IFAC/IFIP Con. on Digital Computer Applications to Process Control*. Zurich.

[Baldwin. Martin 94] J. F. Baldwin. T. P. Martin (1994) Logic Programming and Uncertainty using FRIL. *Actes de la 5– Conference Internationale IPMU*, Paris. pp. 929–934.

[Baldwin, Pilsworth 78] J. F. Baldwin, B. W. Pilsworth (1978) Axiomatic Approach to Implication for Approximate Reasoning with Fuzzy Logic, *Fuzzy Sets and Systems* 3, pp. 193–219.

[Barbara et al. 92] D. Barbara, H. Garcia – Molina, and D. Porter (1992) *The management of probabilistic data*, IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 4(5).

[Batur, Kasparian 91] C. Batur, V. Kasparian (1991) Adaptive Expert Control, *Int. J. Control* 54, 4, pp. 867–881.

[Bayes] T. Bayes (1763) An Essay Toward Solving a Problem in the Doctrine of Chance, *Philosophical Transactions of the Royal Society* 53, pp. 370–418.

[Bellman, Giertz 73] R. Bellman, M. Giertz (1973) On the Analytic Formalism of I the Theory of Fuzzy Sets, *Information Sciences* 5, pp. 149–156.

[Bellman, Zadeh 70] R. E. Bellman, L. A. Zadeh (1970) Decision–Making in a Fuzzy Environment, *Management Science* 17, 4, pp. 141–164.

[Bensana 88] E. Bensana, G. Bel, D. Dubois (1988) OPAL, a Multi–Knowledge–Based System for Industrial Job–Shop Scheduling, *Intern. J. Production Research* 26,5, pp. 795–815.

[Berenji 92] H. Berenji (1992) A Reinforcement Learning–Based Architecture for Fuzzy Logic Control, *Int. J. Approximate Reasoning* 6, 267–292. [Bernouilli] J. Bernouilli (1713) *Ars Conjectandi*, Basel.

[Bersini 92] H. Bersini (1992) Génération automatique de systèmes de commande de floue par les méthodes de gradient et les algorithmes génétiques, *Actes des Journées Nationales sur les Applications des Ensembles Flous*, EC2, Nîmes, pp. 199–209.

[Bhattacharjee, Mazumdar 98] T. K. Bhattacharjee, A. K. Mazumdar (1998) *Axiomatization of fuzzy multivalued dependencies in a fuzzy relational data model*, Fuzzy sets and systems 96 (3).

[Bonissone, Ayub 92] P. P. Bonissone, S. Ayub (1992) Similarity Measures for Case-Based Reasoning Systems. In B. Bouchon-Meunier, L. Valverde, R. R. Yager (eds.) *IPMU'92 -Advanced methods in Artificial Intelligence*, Lecture Notes in Computer Science 682, Springer Verlag, pp. 161-172.

[Bosc et al. 88] P. Bosc, M. Galibourg, G. Hamon (1988) Fuzzy Querying with SQL: Extensions and Implementation Aspects, *Fuzzy Sets and Systems* 28, pp. 333-349

[Bosc, Kacprzyk 95] P. Bosc, J. Kacprzyk (1995) (eds.) Fuzziness in Database Ma- nagement Systems, Studies in Fuzziness, vol. 5, Physica -Verlag.

[Bosc, Pivert 91] P. Bosc, O. Pivert (1991) *About equivalents in SQLf: a relational language supporting imprecise querying*. Proceeding of International Fuzzy Engineering Symposium, Yokohama (Japan).

[Bosc, Prade 93] P. Bosc and H. Prade (1993) *An introduction to fuzzy set and possibility theory - based approaches to the treatment of uncertainty andimprecision in database management systems*, In A. Motro and P. Smets, editors, Proceeding of the Workshop on Uncertainty management in information systems: From needs to solutions.

[Botta et al. 93] M. Botta M. , A. Giordana, L. Saitta (1993) Learning Fuzzy Concept Definitions, *Proc. 2nd International IEEE Conference on Fuzzy Systems*, San Francisco, pp. 18 -22.

[Bouchon 88a] B. Bouchon (1988) Stability of Linguistic Modifiers Compatible with a Fuzzy Logic, In B. Bouchon, L. Saitta, R. R Yager (ed.) *Uncertainty in Intelligent Systems*, Lecture Notes in Computer Science 313, Springer Verlag, Berlin, pp. 63–70.

[Bouchon 88b] B. Bouchon (1988) Questionnaires with Fuzzy and Probabilistic Elements, In J. Kacprzyk, M. Fedrizzi (eds.), *Combining Fuzzy Imprecision with Probabilistic Uncertainty in Decision Making*, Springer Verlag, pp. 115–125.

[Bouchon 88c] B. Bouchon (1988) Fuzzy Partitions, In M. G. Singh (ed.) *Systems and Control Encyclopedia*, Pergamon Press, pp. 1835 -1838.

[Bouchon 89] B. Bouchon–Meunier (1989) On the Management of Uncertainty, In A. Kent, J. G. Williams (ed.), *Encyclopedia of Computer Science and Technology*, Marcel Dekker, New York, volume 20 sup. 5, pp. 327–337.

[Bouchon 90] B. Bouchon–Meunier (1990) How to Replace Computations by Simple Rules in the Framework of Fuzzy Logic, *Actes Congrès Cognitiva*, AFCET, ɪjC Madrid, pp. 575 –581.

[Bouchon 91] B. Bouchon–Meunier (1991) Various Logical Approaches in Fuzzy Control, *Actes Journée Nationale sur la Commande floue*, CNRS, Rapport 91–3 du Pôle Automatisation Intégrée du G R. Automatique (Projet Commande Symbolique et Neuromimétique).

[Bouchon 92a] B. Bouchon–Meunier (1992) Fuzzy Logic and Knowledge Representation using Linguistic Modifiers, In L. A. Zadeh, J. Kacprzyk (ed.), *Fuzzy logic for the Management of Uncertainty*, John Wiley & Sons, New York, pp. 399–414.

[Bouchon 92b] B. Bouchon–Meunier (1992) Questionnaires and Fuzziness, In R. R Yager, L. A. Zadeh (ed.) *An Introduction to Fuzzy Logic Applications in Intelligent Systems*, Kluwer Academic Pub. , Boston, pp. 221–233.

[Bouchon 93a] B. Bouchon-Meunier (1993) *La logique floue*, Que Sais-Je ? n° 2702, Presses Universitaires de France, Paris, 2ème édition (1994).

[Bouchon 93b] B. Bouchon-Meunier (1993) Similitude and Approximate Reasoning. In P. P. Wang (ed.) *Advances in Fuzzy Theory and Technology*, Bookwrights Press, Durham, vol. 1, 1993, pp. 161-166.

[Bouchon et al. 93] B. Bouchon-Meunier, M. Ramdani, R. R. Yager (1993) Similarity Relations and Learning, *Proceedings World International Fuzzy Systems Association Congress*, Seoul, pp. 741-744.

[Bouchon et al. 94a] B. Bouchon-Meunier, C. A. Tijus, N. M. Omri (1994) Fuzzy Set Based System for User's Assistance: How SIFADE Diagnoses User's Goals, *2nd World Congress on Expert Systems*, Lisbonne.

[Bouchon et al. 94b] B. Bouchon-Meunier, R. Hartani, H. T. Nguyen (1994) Sur l'approximation universelle des systèmes flous, *Rapport LAFORIA-IB 94/14* Université Paris VI.

[Bouchon, Valverde 93] B. Bouchon-Meunier, L. Valverde (1993) An Reasoning and Fuzzy Resemblance, In B. Bouchon-Meunier, L. Valverde, R. R Yager (eds.) *Uncertainty in Intelligent Systems*, Elsevier Science Pub, pp. 247,255.

[Bouchon, Yao 92] B. Bouchon-Meunier, Yao Jia (1992) Linguistic Modifiers and Gradual Membership to a Category, *International Journal on Intelligent Systems 7*, pp. 25-36.

[Brae, Rutherford 79] M. Brae, D. A. Rutherford (1979) Selection of Parameters for a Fuzzy Logic Controller, *Fuzzy Sets and Systems 2*, pp. 185-199.

[Buckles, Petry 82a] B. P. Buckles, E. Petry (1982) A Fuzzy Representation of Data for Relational Databases, *Fuzzy Sets and Systems* 7, pp. 213–226.

[Buckles, Petry 82b] B. P. Buckles, E. Petry (1982) Fuzzy Databases and their Ap– plications, In M. M. Gupta, E. Sanchez (eds.) *Information and Decision Processes*, North Holland, Amsterdam, pp. 361–371.

[Buckley et al. 86] J. J. Buckley, W. Siler, D. Tucker (1986) A Fuzzy Expert System, *Fuzzy Sets and Systems* 20,1, pp. 1–16.

[Buisson et al. 86] J. C. Buisson, H. Farreny, H. Prade (1986) Dealing with Imprecision and Uncertainty in the Expert System DIABETO–III, Actes CIIAM– 86, Hermès, pp. 705–721.

[Chen et al. 94] G. Chen et al. (1994) A computational algorithm for the FFD transitive closure and a complete axiomatization of fuzzy functional dependence (FFD), Inc. J. of Intelligent systems 9(5).

[Codd 79] E. F. Codd (1979) *Extending the database relational model to capture more meaning*, ACM Transactions on database systems, 4(A).

[Cubero et al. 94] J. C. Cubero et al (1994) *A new definition of fuzzy functional dependency in fuzzy relational databases*, Int. J. of Intalligent systems, 9(5).

[Date 90] C. J. Date (1990) *NOT is not "not"!* In Relational database writings 1985 –1989, Additson Wesley, Reading, Massachusetts.

[Delgado et al. 94] M. Delgado, J. Kacprzyk, J. –L. Verdegay, M. A. Vila (eds.) (1994) *Fuzzy Optimization, Recent Advances*, Studies in Fuzziness, Physica Verlag.

[De Luca, Termini 72] A. De Luca, S. Termini (1972) A Definition of Nonprobabilistic Entropy in the Setting of Fuzzy Sets Theory, *Information and Control* 20, pp. 301–312.

[Dempster 67] A. P. Dempster (1967) Upper and Lower Probabilities Ind a Multivalued Mapping, Annals of Mathematical Statistics 38, pp. 325–33 [Dempster 68] A. P. Dempster (1968) A Generalization of Bayesian Inference, *J. Royal Statist. Soc.* B30, pp. 205–247

[Desprès 88] S. Despres (1988) Un apport à la conception de systèmes à base de connaissances : les opérations de déduction floue, Thèse, Université Paris VI, Cahier du LAFORIA n°71.

[Driankov et al. 93] D. Driankov, H. Hellendorn, M. Reinfrank (1993) An Introduction to Fuzzy Control, Spingér Verlag.

[Dubois et al. 88a] D. Dubois, R. Martin–Clouaire, H. Prade (1988) Computing in Fuzzy Logic, In M. M. Gupta, T. Yamakawa (eds.) *Fuzzy Computing*, Elsevier (North Holland) pp. 11–34.

[Dubois et al. 88b] D. Dubois, H. Prade, C. Testemale (1988) Weighted Fuzzy Pattern Matching, Fuzzy Sets and Systems 28, pp. 313–331.

[Dubois et al. 91] D. Dubois, J. Lang, H. Prade (1991) Fuzzy Sets in Approximate Reasoning, Part 2 : Logical Approaches, *Fuzzy Sets and Systems* 40, 1, pp. 203 – 244.

[Dubois et al. 93] D. Dubois, H. Prade, R. R. Yager (1993) (eds.) *Readings in Sets for intelligent Systems*, Morgan Kaufmann, San Mateo.

[Dubois et al. 94] D. Dubois, H. Fargier, H. Prade (1994) The Use of Fuzzy Constraints in Job–Shop Scheduling, *2nd World Congress on Expert Systems*, Lisbonne.

[Dubois, Prade 78] D. Dubois, H. Prade (1978) Operations of Fuzzy Numbers, *Int. J. Syst. Sci.* 9, 3, pp. 357–360.

[Dubois, Prade 80] D. Dubois, H. Prade (1980) *Fuzzy Sets and Systems, Theory and Applications*, Academic Press, New York.

[Dubois, Prade 82] D. Dubois, H. Prade (1982) Degree of Truth and Truth Functionality, *Proc. 2nd World Conf. on Maths. at the Service of Man*, Las Palmas, pp. 262–265.

[Dubois, Prade 84] D. Dubois, H. Prade (1984) The Management of Uncertainty in Expert Systems: the Possibilistic Approach, *Proc. 10th Triennal IFORS Conference*, Washington, North Holland, pp. 949–964.

[Dubois, Prade 86] D. Dubois, H. Prade (1986) Possibilistic Inference under Matrix Form, In H. Prade, C. V. Negoita (eds.) *Fuzzy Logic in Knowledge Engineering*, Verlag TUV Rheinland, Köln, pp. 112–126.

[Dubois, Prade 87a] D. Dubois, H. Prade (1987) Fuzzy Numbers: an Overview, In J. C. Bezdek (ed.) *Analysis of Fuzzy Information*, vol. 1, Mathematics and Logic, CRC Press, Boca Raton, pp. 3 –39.

[Dubois, Prade 87b] D. Dubois, H. Prade (1987) Necessity Measures and Resolution Principle, *IEEE Trans. Systems Man, and Cybernet.* 17, pp. 474–478.

[Dubois, Prade 87c] D. Dubois, H. Prade (1987) *Théorie des possibilités, applications a la répresentation des connaissances en informatique*, Masson, Paris, 2ème édition.

[Dubois, Prade 88] D. Dubois and H. Prade (1988) Possibility theory: *An approach to computerized processing of Uncertainty*, Plenum Press, New York.

[Dubois, Prade 88a] D. Dubois, H. Prade (1988) On Fuzzy Syllogisms, *Comput. Intell.* 4, pp. 171–179.

[Dubois, Prade 88b] D. Dubois, H. Prade (1988) An Introduction to Possibilistic and Fuzzy Logics, In [Smets et al. 88] pp. 287 –326.

[Dubois, Prade 90] D. Dubois, H. Prade (1990) Resolution Principles in Possibilistic Logic, *Intern. J. Approximate Reasoning* 4, 1, pp. 1–21.

[Dubois, Prade 91] D. Dubois, H. Prade (1991) Fuzzy Sets in Approximate Reasoning, Part 1 : Inference with Possibility Distributions, *Fuzzy Sets and Systems* 40,1, pp. 143–202.

[Dubois, Prade 92] D. Dubois, H. Prade (1992) Combination of Fuzzy Informa– tion in the Framework of Possibility Theory, In M. A. Alibi, R.

C. Gonzalez (eds.) *Data fusion in Robotics and Machine Intelligence*, Academic Press, Boston, pp. 481–505.

[Dyckhoff, Pedrycz 84] H. Dyckhoff, W. Pedrycz (1984) Generalized Means as Model of Compensative Connectives, *Fuzzy Sets and Systems* 14, pp. 143–154.

[Farreny et al. 86] H. Farreny, H. Prade, E. Wyss (1986) Approximate Reasoning in a Rule–Based Expert System Using Possibility Theory: a Case Study, *Proc. 10th IFIP World Computer Congress*, North Holland (Dublin), pp. 407–413.

[Fathi, Hildebrand 94] M. Fathi–Torbaghan, L. Hildebrand (1994) Evolutionary Strategies for the Optimization of Fuzzy Rules, *Actes de la 5ème Conférence Internationale IPMU*, Paris, pp. 671–674..

[Friedman, Kandel 92] M. Friedman, A. Kandel (1992) On the Design of a Fuzzy Intelligent Differential Equation Solver, In [Kandel 92] pp. 203–212.

[FSS] Fuzzy sets and systems (revue, 24 numéros par an), en particulier : *Special memorial volume*, volume 40, n° 1, 2, 3, North Holland, Amsterdam, 1991.

[Fujimoto et al. 89] J. Fujimoto, T. Nakatani, M. Yoneyama (1989) Speaker– Independant Word Recognition Using Fuzzy Pattern Matching, *Fuzzy Sets and Systems* 32, 2, pp. 181–191

[Gaines 76a] B. R. Gaines (1976) Fuzzy Reasoning and the Logics of Uncertainty, *Proc. 6th IEEE Int. Symp. Multiple–Valued Logic*, pp. 179–188.

[Gaines 76a] B. R. Gaines (1976) Foundations of Fuzzy Reasoning, *Int. J. Man–Machine Studies* 8, pp. 623–668.

[Genno et al. 90] H. Genno, Y. Fujiwara, H. Yoneda, K. Fukushima (1990) Human Sensory Perception Oriented Image Processing in Color

Copy System. *Proc. Int. Conf Fuzzy Logic and Neural Networks*, Iizuka. pp. 423–427.

[Glorennec 90] P. Y. Glorennec (1990) Association d'un contrôleur neuronal et de règles floues pour le contrôle d'un processus dynamique, Actes Congrès Neuro–Nîmes, EC2, Nîmes.

[Glorennec 93] P. Y. Glorennec (1993) A General Class of Fuzzy Inference Systems : Application to Identification and Control, *Actes Second European Congress on Systems Science*, AFCET, Prague, vol. III, pp. 1039–1048.

[Goguen 69] J. A. Goguen (1969) The Logic of Inexacts Concepts, *Synthese* 19, pp. 325–373.

[Goodman, Nguyen 85] I. R. Goodman, H. T. Nguyen (1985) *Uncertainty Models for Knowledge–Based Systems*, North Holland, Amsterdam.

[Grabisch 95] M. Grabisch (1995) Fuzzy integral in Multicriteria Decision Making, *Fuzzy Sets and Systems*, Special Issue on 5th IPSA Congress (à paraître).

[Grabisch, Sugeno 92] M. Grabisch, M. Sugeno (1992) Fuzzy Integral and Classification, *Proc. 1st International IEEE Conference on Fuzzy Systems*, San Diego, pp. 47–54.

[Granger 86] C. Granger (1986) Fuzzy Reasoning in a Knowledge–Based System for Object Classification, *Proc. 7th European Conference on Artificial Intelligence*, Brighton, pp. 163–170.

[Gupta et al. 85] M. M. Gupta, A. Kandel, W. Bandler, J. B. Kiszka (eds.) (1985) *Approximate Reasoning in Expert Systems*, North Holland, New York.

[Gupta, Qi 91] M. M. Gupta, J. Qi (1991) Theory of T–norms and Fuzzy Inference Methods, *Fuzzy Sets and Systems* 40, 3, pp. 431–450.

[H. Thuan, H. C. Ha 2001] H. Thuan, H. C. Ha (2001) An approach to extending the relational database model for handling incomplete information and data dependencies, J. of Informatics and Cyberneticcs, vol. 17(3).

[H. Thuan, T. T. Thanh 2001] H. Thuan, T. T. Thanh (2001) *On the functional dependencies and multivalued dependencies in fuzzy relational databases*, J. of Informatics and Cybernetics, vol. 17(2).

[H. Thuan, T. T. Thanh 2002] H. Thuan, T. T. Thanh [2002] *Fuzzy functional dependencies with linguistic Quantifiers*, J. of Informatics and Cybernetics, vol. 18(2).

[Hamacher 76] H. Hamacher (1976) On Logical Connectives of Fuzzy Statements and their Affiliated Truth Function, *Proc. 3rd Eur. Meeting Cybernetics and Systems*, Vienne.

[Hawkes et al. 92] L. W. Hawkes, S. Derry, A. Kandel (1992) Fuzzy Expert Systems for an Intelligent Computer–Based Tutor, In [Kandel 92] pp. 237–257.

[Hestir et al. 91] K. Hestir, H. T. Nguyen, G. S. Rogers (1991) A Random Set Formalism for Evidential Reasoning, In L. R. Goodman, M. Gupta, H. T. Nguyen, G. S. Rogers (eds.) *Conditional Logic in Expert Systems*, North Holland, Amsterdam.

[Higashi, Klir 82] M. Higashi, G. J. Klir (1982) Measures of Uncertainty and Information Based on Possibility Distributions, *Intern. J General Systems* 9, pp. 43–58.

[Hirota et at. 89] K. Hirota, Y. Arai, S. Hachisu (1989) Fuzzy Controlled Robot Arm Playing Two-Dimensional Ping–pong Game, *Fuzzy Sets and Systems* 32, pp. 149–159.

[Holmblad, Østergaard 82] L. P"Holmblad, J. J. Østergaard (1982) Control of a Cement Kiln by Fuzzy Logic, In M. M. Gupta, E. Sanchez (eds.) *Fuzzy Information and Decision Processes*, North Holland, pp. 389–399.

[Hosaka et al. 89] A. Hosaka, M. Taniguchi, S. Ueki, K. Kumari, A. Hattori, K. Yamada (1989) Steering Control of an Autonomous Vehicle Using a Fuzzy Logic Controller, ImecE . In [SFJTI 90], pp. 289–294.

[Hudson, Cohen 92] D. L. Hudson, M. E. Cohen (1992) The Role of Approximate Reasoning in a Medical Expert System, In [Kandel 92] pp. 165-179.

[IJGS 90] International Journal of General Systems (1990) *A Quarter Century of Fuzzy Systems*, Gordon and Breach Science Publishers, vol. 17,2–3.

[Ichikawa, Hirakawa 86] T. Ichikawa, M. Hirakawa (1986) ARES : a Relational Database with the Capability of Performing Flexible Interpretation of Queries. *IEEE Trans. Software Engineering* 12, 5, pp 624–634.

[Imielinski 89] T. Imielinski (1989) *Incomplete information in logical databases*. Data Engineering, 12(2).

[Ishizuka et al. 82] M. Ishizuka, K. S. Fu, J. T. P. Yao (1982) A Rule-Based Inference with Fuzzy Set for Structural Damage Assessment. In M. M. Gupta, E. Sanchez (eds.), *Approximate Reasoning in Decision Analysis*, North Holland, 1982, pp. 261::268.

[Jyothi, Babu 97] S. Jyothi, M. S Babu (1997) *Multivalued dependencies in fuzzy relational databases and lossless join decomposition*, Fuzzy sets and systems 88(3).

[Kacprzyk et al. 92] J. Kacprzyk, M. Fedrizzi, H. Nurmi (1992) Fuzzy Linguistic Quantifiers in Group Decision Making, In R. R. Yager, L. A Zadeh (eds.) *An Introduction to Fuzzy Logic Applications in Intelligent Systems*, Kluwer Academic Pub. , Boston, pp. 263–280.

[Kacprzyk, Fedrizzi 90] J. Kacprzyk, M. Fedrizzi (1990) *Multiperson Decision Making Models Using Fuzzy Sets and Possibility Theory*, Kluwer, Dordrecht.

[Kacprzyk, Iwanski 92] J. Kacprzyk, C. Iwanski (1992) Fuzzy Quantifiers in Inductive Learning with Perception of Errors in Data; *Proc. 1st International IEEE Conference on Fuzzy Systems*, San Diego, pp. 477 –484.

[Kacprzyk, Ziolkowski 86] J. Kacprzyk and A. Ziolkowski (1986) *Database queries with fuzzy linguistic quantifiers*, IEEE Trans. on Sys. Man. and Cybern, 16.

[Kamada, Yoshida 90] H. Kamada, M. Yoshida (1990) A Visual Control System Using Image Processing and Fuzzy Theory, *IEEE Roundtable Discussion on Vision–based Vehicle Guidance*, ISS. Tokyo.

[Kandel 82] A. Kandel (1982) *Fuzzy Techniques in Pattern Recognition*, J. Wiley & Sons.

[Kandel 92] A. Kandel (ed.) (1992) *Fuzzy Expert Systems*, CRC Press, Boca Raton (USA).

[Kaufmann 73] A. Kaufmann (1973) *Introduction à la théorie des sous–ensembles flous*, volume 1, Masson.

[Kerre, Chen 95] E. Kerre and G. Chen (1995) *An overview of fuzzy data models*, In P. Bosc and J. Kacprzyk, editors, Fuzziness in Database Management Systems, Physica – Verlag.

[Kerre et al. 86] E. E. Kerre, R. B. R. C. Zennern RM. M. De Caluwe (1986) The Use of Fuzzy Set Theory in Information Retrieval and Databases: a Survey, *J. American Society for Information Science* 37, 5, pp. 341–345.

[Kickert, Lemke 76] W. J. M. Kickert, H. R. van Nauta Lemke (1976) The Application of Fuzzy Set Theory to Control a Warm Water Process, *Automatica* 12,4, pp. 301–308.

[Kidokoro et al. 90] N. Kidikoro, M. Ohtta, T. Imaida, T. Hirao, A. Morita, T. Kaatoh (1990) Development of the Fuzzy Control System for

Heat Pump Air Conditioners, *Proc. NAFIPS Congress*, Toronto, pp. 173–176.

[Kiszka et al. 85] J. B. Kiszka, M. E. Kochanska, D. S. Sliwinska (1985) The Influence of Some Fuzzy Implication Operators on the Accuracy of a Fuzzy Model, *Fuzzy Sets and Systems* 15, part I: pp 111–128, part II: pp. 223–240.

[Klir, Folger 88] G. Klir G. , T. Folger (1988) *Fuzzy Sets, Uncertainty and Information*, Prentice Hall.

[Kosko 92] B. Kosko (1992) Fuzzy Systems are Universal Approximators, *Proc 1st International IEEE Conference on Fuzzy Systems*, San Diego, pp 1153–1162.

[Kraft, Buell 83] D. H. Kraft, D. A. Buell (1983) Fuzzy Sets and Generalized Boolean Retrieval Systems, *Int. J. Man–Machine Studies* 19, pp. 45–56.

[Kreinovich et al. 94] V. Kreinovich, H. T. Nguyen, O. Sirisaengtaksin (1994) On Approximation of Controls in Distributed Systems by Fuzzy Controllers, *Actes 5th International Conference IPMU*, Paris, pp. 79–83.

[Kruse, Meyer 87] R. Kruse, K. D. Meyer (1987) *Statistics with Vague Data*, Reidel, Dordrecht.

[Laplace] P. -S. de Laplace (1795) *Essai philosophique sur les probabilités*, Cours donné aux Ecoles Normales, publié par H. Rémy, Bruxelles (1829).

[Larsen 80] P. M. Larsen (1980) Industrial Applications of Fuzzy Logic Control, *Int. J. Man–Machine Studies* 12, 1, pp. 3–10.

[Lee 90] C. C. Lee (1990) Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller, *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics*, vol. 20, 2, part I, pp. 404–418; part II, vol. pp. 418–435.

[Lee, Lee 75] S. Lee, E. Lee (1975) Fuzzy Neural Networks, *AEPC*.

[Leung, Lam 88] K. S. Leung, W. Lam (1988) Fuzzy Concepts in Expert Systems, *Computer* 21, 9, pp. 43–56.

[Ling 65] CR. Ling (1965) Representation of Associative Functions, *Publications Mathematicae Pebrecen* 12, pp. 189–212.

[Lopez de Mantaras et al. 92] R. Lopez de Mantaras, J. Agusti, E. Plaza, C. Sierra (1992) In [Kandel 92] pp. 213–223.

]Lukasiewicz 28] J. Lukasiewicz (1928) *Elements of Mathematical Logic*, Cours donné à l'Unnversité de Varsovie, édité par Pergamon–Polish Scientific Publisher en 1963.

[Maeda, Murakami 89] M. Maeda, S. Murakami (1989) Steering Control and Speed Control of an Automobile With Fuzzy Logic, *Proc. IFSA World Congress*, Seattle, pp. 75 –79.

[Maeda et al 91] A. Maeda, R. Someya, M. Funabashi (1991) A Self–Tuning Algorithm for Fuzzy Membership Functions Using Computational Flow Network, *Proceedings IFSA Congress*, Bruxelles, volume Artificial Intelligence, pp. 129–132.

[Maher, St. Clair 93] P. E. Maher, D. St. Clair (1993) Uncertain Reasoning in an ID3 Machine Learning Framework, *Proc. 2nd International IEEE Conference on Fuzzy Systems*, San Francisco, pp. 7 –12.

[Maiers, Sherif 85] J. Maiers, Y. S. Sherif (1985) Applications of Fuzzy Set Theory, *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics* 15, 1, pp. 175–189.

[Mamdani 74] E. H. Mamdani (1974) Applications of Fuzzy Algorithms for Simple Dynamic Plant, *Proc. IEE*, vol. 121, 12, pp. 1585–1588.

[Mamdani, Assilian 75] E. H. Mamdani, S. Assilian (1975) An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller, *Int J. Man–Machine Studies* 7, pp. 1–13.

[Martin, Baldwin 91] T. P. Martin, J. F. Baldwin (1991) An Abstract Mechanism for Handling Uncertainty, In B. Bouchon–Meunier, R. R. Yager, L. A. Zadeh (eds.) *Uncertainty in Knowledge Bases*, Lecture Notes in Computer Science 521, Springer Verlag pp. 126–135.

[Martin–Clouaire 84a] R. Martin–Clouaire (1984) A Fast Generalized Modus Ponens, *BUSEFAL* 18, pp. 75–82.

[Martin–Clouaire 84b] R. Martin–Clouaire (1985) ELFIN, une approche système–expert et théorie des possibilités appliquée en geologie pétrolière, *Thèse de 3ème cycle*, Université Paul Sabatier.

[Martin–Clouaire 85] R. Martin–Clouaire, H. Prade (1985) SPII–1: un moteur d'inférence simple capable de traiter des informations imprécises ou incertaines, *Actes Congrès Cognitiva*, AFCET, Paris, pp. 357–364.

[Ménage, Hartani 93] X. Ménage, R. Hartani (1993) Synthèse des méthodes d'association des techniques neuronales et des techniques floues, *Rapport LAFORIA* 93/23, LAFORIA–IBP, Université Paris VI.

[Menger 42] K. Menger (1942) Statistical Metrics, *Proc. Nat. Acad. Sci* 28, pp. 535–537.

[Mizumoto 88] M. Mizumoto (1988) Fuzzy Controls Under Various Fuzzy Reasoning Methods, *Information Sciences* 45, pp. 129–151.

[Mizumoto 89a] M. Mizumoto (1989) Improvement Methods of Fuzzy Controls, *Proc. 3rd IFSA World Congress*, Seattle, pp. 60–62.

[Mizumoto 89b] M. Mizumoto (1989) Pictorial Representations of Fuzzy Connectives, part I : Cases of T–norms, T–conorms and Averaging Operators, *Fuzzy Sets and Systems* 31, pp. 217–242.

[Mizumoto 89c] M. Mizumoto (1989) Pictorial Representations of Fuzzy Connectives, part II : Cases of Compensatory Operators and Self–dual Operators, *Fuzzy Sets and Systems* 32, pp. 45–79.

[Mizumoto, Tanaka 76] M. Mizumoto, K. Tanaka (1976) The Four Operations of Arithmetic on Fuzzy Numbers, *Systems Comput. Control* 7, pp. 73–81.

[Mizumoto, Zimmermann 82] M. Mizumoto, H. J. Zimmermann (1982) Comparision of Fuzzy Reasoning Methods, *Fuzzy Sets and Systems* 8, pp. 253–283.

[Moore 66] R. E. Moore (1966) *Interval Analysis*, Prentice Hall, Englewood Cliffs.

[Motro 88] A. Motro (1988) VAGUE: a User Interface to Relational Databases that Permits Vague Queries, *ACM Trans. Off. Inf. Syst.* 6,3, pp. 187–214.

[Motro 94] A. Motro (1994) *Intensional answers to database queries*, IEEETransactions on Knowledge and data Engineering, 6(3).

[Motro 95] A. Motro (1995) Imprecision and uncertainty in database systems; In P. Bosc and J. Kacprzyk, editors, *Fuzziness in database management systems*, Physica, Verlag.

[Murofushi, Sugeno 91] T. Murofushi, M. Sugeno (1991) Fuzzy T–conorm Integral with Respect to Fuzzy Measures: Generalization of Sugeno Integral and Chocquet Integral, *Fuzzy Sets and Systems* 42, 1, pp. 57–71.

[Narazaki and Ralescu 92] H. Narazaki, A. L. Ralescu (1992) A Method for Inducing Category Membership Function from Examples, *Actes International Conference IPMU'92*, Palma de Mallorca, pp. 555 –558.

[Neapolitan 90] R. E. Neapolitan (1990) *Probabilistic Reasoning in Expert Systems*, Wiley & Sons, New York.

[Negoita 73] C. V. Negoita (1973) On the Application of the Fuzzy Sets Seperation Theorem for Automatic Classification in Information Retrieval System, *Information Science* 5, pp. 279–286.

[Negoita, Flondor 76] C. V. Negoita, P. Flondor (1976) On Fuzziness in Information Retrieval, *Intern. J. Man–Machine Studies* 8, pp. 711–716.

[Nguyen 78] H. T. Nguyen (1978) On Conditional Possibility Distributions, *Fuzzy Sets and Systems* 1, pp. 299–309. I

[Nguyen etal. 93] H. T. Nguyen, v. Kreinovich, D. Tolbert (1993) On Robustness of Fuzzy Logics, *Actes Congrès FUZZ–IEEE*, San Francisco,pp. 543–547.

[Nguyen et al. 94] H. Nguyen, E. Walker, M. Grabisch (1994) *Fundamentals of Uncertainty Calculi with Applications to Fuzzy Inference*, Kluwer Academic.

[Norwich, Turksen 84] A. N. Norwich, I. B. Turksen (1984) A Model for the Measurement of Membership and the Consequences of its Empirical Implementation, *Fuzzy Sets and Systems* 12, pp. 1–25.

[OFTA 94] OFTA (1994) ARAGO 14, Masson.

[Ono et al. 89] H. Ono, T. Ohnishi, Y. Terada (1989) Combustion Control of Refuse Incineration Plant by Fuzzy Logic, *Fuzzy Sets and Systems* 32, pp. 193–206.

[Østergaard 77] J. J. Østergaard (1977) Fuzzy Logic Control of a Heat Exchanger Process, In M. M. Gupta, G. N. Saridis, B. R. Gaines (eds.) *Fuzzy Automata and Decision Processes*, North Holland.

[Ozawa, Yamada 94] J. Ozawa, K. Yamada (1994) Cooperative Answering with Macro Expression of a Database, *Actes 5th International Conference IPMU*, Paris, pp. 17–22.

[Pappis, Mamdani 77] C. P. Pappis, E. H. Mamdani (1977) A Fuzzy Logic Controller for a Traffic Junction, *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics* 7, 10, pp. 707–717.

[Pemy 92] P. Pemy (1992) Modélisation, agrégation et exploitation de préférences floues dans une problématique de rangement, *Thèse*, Université Paris–Dauphine.

[Prade, Testemale 84] H. Prade and C. Testemale (1984) *Generalizing database relational algebra for the treatment of incomplete information and vague queries*, Information Sciences, 34(2).

[Prade, Testemale 87a] H. Prade, C. Testemale (1987) Application of Possibility and Necessity Measures to Documentary Information Retrieval. In B. Bouchon, R. R. Yager (eds.) Unce*rtainty in Knowledge–Based Systems*, Lecture Notes in Computer Science 286, Springer Verlag, pp. 265 –274.

[Prade, Testemale 87b] H. Prade, C. Testemale (1987) Representation of Soft Constraints and Fuzzy Attribute Values by Means of Possibility Distributions in Databases. In J. C. Bezdek (ed.) *Analysis of Fuzzy Information*, vol. II, CRC Press, Boca Raton, pp. 213–229.

[Petry, Bosc 96] F. Petry, P. Bosc (1996) *Fuzzy databases : Principles and Applications* Kluwer, Norwell, MA.

[Procyk, Mamdani 79] T. J. Procyk, E. H. Mamdani (1979) A Linguistic Self– Organizing Process Controller, *Automatica* 15, pp. 15–30.

[Quinlan 86] J. Quinlan (1986) Induction of Decision Trees, *Machine Learning*, pp. 81–106.

[Raju et al 88] K. V. S. V. N. Raju et al (1988) *Fuzzy functional dependencies and lossless join decomposition of fuzzy relational Database systems*, ACM TODS 13(2).

[Ralescu 94] D. Ralescu (1994) Fuzzy Probabilities and their Applications to Statistical Inference, *Actes 5th International Conference IPMU*, Paris, pp. 1066–1070.

[Ramdani, 1992] M. Ramdani (1992) Description numérique–symbolique en apprentissage, *Actes Deuxièmes Journées Nationales sur les Applications des Ensembles Flous*, EC2, Nîmes, pp. 259 –265.

[Ramik, Rimánek 85] J. Ramik, J. Rimánek (1985) Inequality Relation between Fuzzy Numbers and its Use in Fuzzy Optimization, *Fuzzy Sets and Systems* 16, pp. 123–138.

[Ramsey 31] F. P. Ramsey (1931) Truth and Probability, In *The Foundations of Mathematics and Other Logical Essays*, Harcourt, Brace and Co. New York.

[Rossazza 90] J. P. Rozzassa (1990) Utilisation de hiérarchie de classes floues pour la représentation des connaissances imprécises et sujettes à exceptions: système SORCIER, *Thèse*, Universite Paul Sabatier.

[Ruspini 69] E. H. Ruspini (1969) A New Approach to Clustering, *Information and Control* 15, pp. 22–32.

[Salotti 92] S. Salotti (1992) Filtrage flou sur des objets pour raisonner par anlogie : le système FLORAN, *Actes Journées Nationales sur les Applications des Ensembles Flous*, EC2, Nîmes, pp. 335–342.

[Schwartz 90] T. J. Schwartz (1990) Fuzzy Systems in the Real World, AI Expert, Aout, pp. 29–35.

[Schweizer, Sklar 63], B. Schweizer, A. Sklar (1963) Associative Functions and Abstract Semigroups, *Publications Mathematicae Debrecen* 10, pp. 69–81.

[SFJTI 90] *Rapport de mission d'étude sur les ensembles flous au Japon* (1990) Societé Franco–Japonaise des Techniques Industrielles.

[Shafer 76] G. Shafer (1976) *A Mathematical Theory of Evidence*. PrincetonUniversity Press. Princeton N. J.

[Shenoi et al. 92] S. Shenoi et al. (1992) *Functional dependencies and Normal forms in the fuzzy relational database model*. Information Sciences, 60(1).

[Shi-Zhong He et al. 93] Shi-Zhong He. Shaohua Tan, Chang-Chieh Hang, Pei-Zhuang Wang (1993) Control of Dynamical Processes using an on-line Rule-Adaptative Fuzzy Control System, *Fuzzy Sets and Systems* 54, pp. 11-22.

[Sims, Wang 90] J. R Sims, Wang Z. (1990) Fuzzy Measures and Fuzzy Integrals : an Overview, *Intern. J. General Systems*, 17, 2-3, pp. 157-189

[Slowinski 86] R. Slowinski (1986) A Multicriteria Fuzzy Linear Programming Method for Water Supply System Development Planning, *Fuzzy Sets and Systems* 19, pp. 217-237.

[Smets 88] P. Smets (1988) Belief Functions. In [Smets et al. 88]

[Smets et al. 88] P. Smets, E. H. Mamdani, D. Dubois, H. Prade (1988) *Non-Standard Logics for Automated Reasoning*. Academic Press, pp. 253 -286.

[Smith, Comer, 1991] S. M. Smith, D. J. Comer (1991) Automated Calibration of a Fuzzy Logic Controller using a Cell State Space Algorithm, *IEEE Control Systems Mag.*, August, pp. 18-28.

[Soula et al. 83] G. Soula, B. Vialettes, J. L. San Marco (1983) PROTIS, a FuzzyDeduction-Rule System: Application to the Treatment of Diabetes. *Proc. MEDINFO 83*, IFIP-IMIA, (Amsterdam) pp. 533-536.

[Sozat et al. 2001] M. I. Sozat et al (2001) *A complete axiomatization for fuzzy functional and multivalued dependencies in fuzzy database relations*, Fuzzy sets and systems, 117 (2).

[Sugeno 74] M. Sugeno (1974) Theory of Fuzzy Integral and its Application, *Ph. D. Thesis*, Tokyo Institute of Technology, Japon.

[Sugeno 77] M. Sugeno (1977) Fuzzy Measures and Fuzzy Integrals –a Survey, In M. M. Gupta, G. N. Saridis, B. R. Gaines (eds.) *Fuzzy Automata and Decision Processes*, North Holland, New York, pp. 89–102.

[Sugeno 85] M. Sugeno (1985) An Introductory Survey of Fuzzy Control, *Information Science* 36, pp. 59–83.

[Sugeno, Murakami 85] M. Sugeno, K. Murakami (1985) An Experimental Study on Fuzzy Parking Control using a Model Car, In M. Sugeno (ed.) *Industrial Applications of Fuzzy Control*, Elsevier Science Pub. , North Holland, pp. 125 –138.

[Sugeno, Takagi 83] M. Sugeno, T. Takagi (1983) A New Approach to Design of Fuzzy Controller, In P. P. Wang, S. K. Chang (eds.) *Advances in Fuzzy sets, possibility theory and applications*, Plenum, New York.

[Tahani 76] V. Tahani (1976) A Fuzzy Model of Document Retrieval Systems, *Information Processing and Management* 12, pp. 177–187.

[Takagi 90] H. Takagi (1990) Fusion Technology of Fuzzy Theory and Neural Networks –Survey and Future Directions, *Proc. Intern. Conf. on Fuzzy Logic and Neural Networks*, Iizuka, pp. 13–26.

[Takagi, Sugeno 85] T. Takagi, M. Sugeno (1985) Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modeling and Control, *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics*, 15,1, pp 116–132.

[Takahashi 91] H. Takahashi (1991) A Method of Predicting the Driving Environment, *Proc. IFSA World Congress*, Bruxelles, pp. 203–206.

[Tanaka, Asai 84] H. Tanaka, K. Asai (1984) Fuzzy Linear Programming Problems with Fuzzy Numbers, *Fuzzy Sets and Systems* 13, pp. 1–10.

[Terano et al. 91] T. Terano, S. Masui, K. Nagaya (1991) Fuzzy Control of Bulldozer, *Proc. IFSA World Congress*, Bruxelles, pp. 219–222.

[Tong 85] R. M. Tong (1985) An Annotated Bibliography of Fuzzy Control, In M. Sugeno (ed.) *Industrial Applications of Fuzzy Control*, Elsevier Science Pub. , North Holland, pp. 249–269.

[Trillas 80] E. Trillas (1980) *Conjunto borrosos*, Vicens–Vives, Barcelona.

[Tsuji et al. 89] S. Tsuji, M. Ameno, S. Hikita (1989) Application of the Expert System to Elevator Group Supervisory Control, Congrès IEEE, In [SH]1190], pp. 375–382.

[Tsukamoto 79] Y. Tsukamoto (1979) An Approach to Fuzzy Reasoning Method, In M. M. Gupta, R. K. Ragade, R. R. Yager (eds.), *Advances in Fuzzy Set Theory and Applications*, North Holland, Amsterdam, pp. 137 –149.

[Umano 82] M. Umano (1982) FREEOOM–0 : a Fuzzy Database System, In M. M. Gupta, E. Sanchez (eds.) *Fuzzy Information and Decision Processes*, North Holland, pp. 339–347.

[Van Gyseghem 93] N. Van Gyseghem, R. De Caluwe, R Vandenberghe (1993) UFO : Uncertainty and Fuzziness in an Object–Oriented Model, *Proc. 2nd International IEEE Conference on Fuzzy Systems*, San Francisco, pp. 773–778.

[Vogel 88] C. Vogel (1988) *Génie cognitif*, Masson.

[Wang, Mendel 92] L. X. Wang, J. Mendel (1992) Fuzzy Basis Functions, Universal Approximation and Orthogonal Least Squares, *IEEE Trans. Neural Networks* 3, pp. 807–814.

[Weber 83] S. Weber (1983) A General Concept of Fuzzy Connectives, Negations and Implications Based on T –norms and T–conorms, *Fuzzy Sets and Systems* 11, pp. 115–134.

[Weber 92] R Weber (1992) Automatic Acquisition for Fuzzy Control Applica– tions, *Proc. International Symposium on Fuzzy Systems*, Iizuka, pp. 265 –268.

[Whalen, Schott 85] T. Whalen, B. Schott (1985) Goal–Directed Approximate reasoning, In M. M. Gupta, A. Kandel, W. Bandler, J. B. Kiszka (eds.) *Approximate Reasoning in Expert Systems*, North Holland, New York, pp. 505–517.

[Willaeys et al. 77] D. Willaeys, P. Mangin, N. Malvache (1977) Use of Fuzzy Sets for System Modelizing and Control: Application to the Speed Control of a Strongly Perturbed Motor, *Proc. 5th IFAC / IFIP Int. Conf. on Digital Computer Applications to Process Control*, The Hague.

[Williams, Kong 91] M. H. Williams, Q. Kong (1991) Time and Incompleteness in a Deductive Database, In B. Bouchon-Meunier, R. R. Yager, L. A. Zadeh (eds.) *Uncertainty in Knowledge Bases*, Lecture Notes in Computer Science 521, Springer Verlag, pp. 443–455.

[Willmott 80] R Willmott (1980) Two Fuzzier Implication Operators in the Theory of Fuzzy Power Sets, *Fuzzy Sets and Systems* 4, pp. 31–36.

[Yager 80] RR. Yager (1980) On a General Class of Fuzzy Connectives, *Fuzzy Sets and Systems* 4, pp 235–242.

[Yager 82] RR Yager (1982) Measuring Tranquillity and Anxiety in Decision– Making: an Application of Fuzzy Sets, *Intern. J General Systems* 8, pp. 139–146.

[Yager 84] R. R. Yager (1984) *General multiple – objective decision functions and linguistically quantified statements*, Int. J. Man – Machine studies, Vol 2.

[Yager 88] R. R. Yager (1988) On Ordered Weighted Averaging Aggregation Operators in Multi–Criteria Decision Making, *IEEE Trans Systems, Man, Cybernet.* 18, pp 183–190.

[Yager 91] R. R. Yager (1991) Connectives and Quantifiers in Fuzzy Sets, *Fuzzy Sets and Systems* 40, 1, pp 39–75.

[Yager 92] R. R. Yager (1992) Fuzzy Quotient Operators, *Actes 4th International Conference IPMU*, Palma de Mallorca, pp. 317–322.

[Yager et al. 87] R. R. Yager, S. Ovchinnikov, R. M. Tong, H. T. Nguyen (eds.) (1987) *Fuzzy Sets and Applications, Selected Papers by L. A. Zadeh*, John Wiley & Sons.

[Yager, Filev 94] R. R. Yager, D. P. Filev (1994) Essentials of Fuzzy Modeling and control, Wiley Interscience.

[Yamakawa 89] T. Yamakawa (1989) Stabilization of an Inverted Pendulum by High Speed Fuzzy Logic Controller Hardware System, *Fuzzy Sets and Systems* 32, pp. 161–180.

[Yasunobu, Miyamoto 85] S Yasunobu, S. Miyamoto (1985), Automatic Train Operation System by Predictive Fuzzy Control, In M. Sugeno (ed.) *Industrial applications of fuzzy control*, Elsevier Science Pub. . North Holland, pp...1–18.

[Yazici et al. 92] A. Yazici, R. George, B. P. Buckles, F. E. Petry (1992) A Suivey of Conceptual and Logical Data Models for Uncertainty Management. In [Zadeh, Kacprzyk 92] pp. 607–643.

[Zadeh 65] L. A. Zadeh (1965) Fuzzy Sets, *Information and Control* 8, pp. 338–353.

[Zadeh 68] L. A. Zadeh (1968) Probability Measures of Fuzzy Events, *J. Math. Analysis Applic.* 23, pp. 421–427.

[Zadeh 71] L. A. Zadeh (1971) Similarity Relations and Fuzzy Orderings, *Information Sciences* 3, pp. 177–200.

[Zadeh 72] L. A. Zadeh (1972) A Fuzzy–Set Theoretic Interpretation of Linguistic Hedges, *J. Cybernetics* 2, 2, pp. 4–34.

[Zadeh 73] L. A. Zadeh (1973) Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Process, *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics* 3, pp. 28–44.

[Zadeh 75] L. A. Zadeh (1975) The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning, parts 1 and 2, *Information Sciences* 8, pp. 199– 249,301–357.

(Zadeh 76a] L. A. Zadeh (1976) The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning, part 3, *Information Sciences* 9, pp. 43–80.

[Zadeh 76b] L. A. Zadeh (1976) A Fuzzy–Algorithmic Approach to the Definition of Complex or Imprecise Concepts, *Int. J. Man–Machine Studies* 8, pp. 199–249.

[Zadeh 78a] L. A. Zadeh (1978) Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility, *Fuzzy Sets and Systems* 1, pp. 3–28.

[Zadeh 78b] L. A. Zadeh (1978) PRUF –A Meaning Representation Language for Natural Languages, *Int. J. Man–Machine Studies* 10, pp. 395–460.

[Zadeh 79] L. A. Zadeh (1979) A Theory of Approximate Reasoning, In J. Hayes, J. D. Michie, L. I. Mikulich (eds.) *Machine Intelligence*, vol. 9, Halstead Press, New York, pp. 149–194.

[Zadeh 83a] L. A. Zadeh (1983) The Role of Fuzzy Logic in the Management of Uncertainty in Expert Systems, *Fuzzy Sets and Systems* 11, pp. 199–227.

(Zadeh 83b] L. A. Zadeh (1983) A Computational Approach to Fuzzy Quantifiers in Natural Languages, *Comp. and Maths with Appl.* 9, pp. 149–184.

[Zadeh, Kacprzyk 92] L. A. Zadeh, J. Kacprzyk (eds.) (1992) *Fuzzy Logic for the Management of Uncertainty*, John Wiley & Sons, New York.

[Zemankova 89] M. Zemankova (1989) FILIP: a Fuzzy Intelligent Information System with Learning Capabilities, *Information Systems* 14, 6, pp. 473.

[Zimmemann 85] H. J. Zimmemann (1985) *Fuzzy Set Theory and its Applications*, Kluwer, Dordecht.

[Zimmermann 92] H. J. Zimmermann (1992) Methods and Applications of Fuzzy Mathematical Programming, In R. R. Yager, L. A. Zadeh (eds.) *An Introdution to Fuzzy Logic Applications in Intelligent Systems*, Kluwer Academic Pub. , Boston, pp. 97–120.

[Zimmemann, Zysno 80] H. J. Zimmermann, P. Zysno (1980) Latent Connectives in Human Decision Making, *Fuzzy Sets and Systems* 4, pp. 37–51.

[Zvieli 86] A. Zvieli (1986) *A fuzzy relational calculus*, In: L. Kerschberg, eds, Expert Database Systems, Proceedings of 1st International conference, April 1–4, South Carolina, USA.

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

16 Hàng chuối - hai bà trưng - hà nội

điện thoại: (04) 9724852; (04) 9724770; Fax: (04) 9714899

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc: PHÙNG QUỐC BẢO

Tổng biên tập: NGUYỄN BÁ THÀNH

Biên tập: LÊ XUÂN TUẤN, ĐẶNG THANH HÀ, LAN ANH

Trình bày bìa: CAROLE BARION - HẢI ĐỒNG

Logic mờ và ứng dụng

Mã số: 1L-277ĐH2007

In 1.000 cuốn Khổ 16 x 24 (cm) tại Xưởng in Tạp chí Tin học và Đời sống.

Số xuất bản: 212-2007/CXB/08-32/ĐHQGHN, ngày 21/3/2007

In xong và nộp lưu chiểu Quý IV /2007.

Giá : 45.000đ