TÍNH TOÁN MỀM VÀ ỨNG DỤNG

NGUYEN NHU PHONG

Nguyễn Như Phong

TÍNH TOÁN MỀM & ỨNG DỤNG

2020

NỘI DUNG

MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU

Lý thuyết mờ bao gồm các lý thuyết liên quan đến các mô hình thu thập, xử lý thông tin bất định như *Lý thuyết tập mờ*, *Lý thuyết khả năng*, *Logic mờ*. Lý thuyết mờ ra đời kể từ năm 1965 khi *Lotfi Zadeh*, một giáo sư về lý thuyết hệ thống trường *Đại học California, Berkeley*, công bố bài báo đầu tiên về *Logic mờ* ở Mỹ.

Tính toán mềm là kết hợp giữa *Lý thuyết mờ*, *Giải thuật di truyền*, và *Mạng thần kinh*. Các nghiên cứu gần đây về *Tính toán mềm* là bước phát triển của công nghệ tính toán và mở ra nhiều ứng dụng.

Tính toán mềm khác với tính toán cứng truyền thống ở chỗ không như tính toán cứng, tính toán mềm cho phép sự không chính xác, tính bất định, gần đúng, xấp xỉ. Các mô hình *Tính toán mềm* thường dựa vào kinh nghiệm con người, sử dụng dung sai cho phép của sự không chính xác, tính bất định, gần đúng, xấp xỉ để tìm lời giải hiệu quả ở chỗ đơn giản, dễ hiểu, dễ thực hiện, chi phí thấp.

Các ý tưởng cơ bản của *Tính toán mềm* đầu tiên xuất hiện theo các bài báo của Zadeh về lý thuyết tập mờ vào 1965, sau đó là bài báo năm 1973 về phân tích hệ thống phức tạp và quá trình ra quyết định, tiếp theo là bài báo năm 1981 về *lý thuyết khả năng* và phân tích dữ kiện mềm. Về sau, *Mạng thần kinh* và *Giải thuật di truyền* đã góp phần nâng cao hiệu quả của *Tính toán mềm*.

Các ứng dụng thành công của *Tính toán mềm* cho thấy *Tính toán mềm* ngày càng phát triển mạnh và đóng vai trò đặc biệt trong các lĩnh vực khác nhau của Khoa học và Kỹ thuật. *Tính toán mềm* biểu thị một sự chuyển dịch, biến hóa quan trọng trong các hướng tính tóan. Sự chuyển dịch này phản ảnh sự kiện trí tuệ con người, không như máy tính, có khả năng đáng kể trong việc lưu trữ và xử lý thông tin không chính xác và bất định, và đây mới là những thông tin thực tế và thường gặp.

TÍNH TOÁN MỀM & ỨNG DỤNG gồm 2 phần lý thuyết và ứng dụng. Phần lý thuyết bao gồm *Lý thuyết tập mờ*, *Lý thuyết khả năng*, *Logic mờ*, *Giải thuật di truyền*, và *Mạng thần kinh*. Phần ứng dụng bao gồm các ứng dụng trong các bài toán *Điều khiển tự động*, *Ra quyết định*, *Dự báo nhu* *cầu, Phân tích kinh tế, Điều độ dự án, Kiểm soát chất lượng, Hoạch định tồn kho*.

Dù bỏ ra nhiều thời gian và công sức nhưng nói về một vấn đề mới và khá phức tạp nên chắc chắn không tránh khỏi nhiều sai sót, rất mong nhận được nhiều ý khiến đóng góp của các đồng nghiệp và quý độc giả để sách được ngày một hoàn thiện. Mọi ý kiến đóng góp xin gởi về:

Nguyễn Như Phong.

Trường Đại Học Bách Khoa - Đại Học Quốc Gia TPHCM.

Tel: 0918334207.

Email: nnphong@hcmut.edu.vn, nguyenphong.bku@gmail.com

Xin thành thật biết ơn.

Chương 1
TÍNH TOÁN MỀM

- Lý thuyết bất định
- Tính toán mềm

1.1 Lý thuyết bất định

1.1.1 Thông tin bất định

Nghiên cứu vận trù dựa vào thông tin, thông tin trong vận trù có nhiều loại. Khi ta nói "Nhiệt độ lò là 120^0C" ta có một mẫu *thông tin xác định*, thông tin này là rõ ràng, chính xác, hay ngắn gọn là *xác định*.

Thực tế thường gặp mẫu thông tin không xác định hay *bất định* như "Nhiệt độ lò là *khoảng* 120^0C" hay "Nhiệt độ lò *có thể* là 120^0C".

Với mẫu thông tin bất định "Nhiệt độ lò là *khoảng* 120^0C", thông tin là không chính xác. Để mô hình loại thông tin không chính xác này ta sẽ sử dụng một loại tập hợp có đường biên giới không rõ ràng mà ta gọi là tập mờ. Dạng bất định này là *bất định không chính xác*.

Với mẫu thông tin bất định "Nhiệt độ lò *có thể* là 120^0C", ta không chắc chắn nhiệt độ là 120^0C vì ta thiếu thông tin để khẳng định chắc chắn. Dạng bất định này là bất định do thiếu thông tin hay *bất định thiếu thông tin*.

Bất định không chính xác dẫn đến việc sử dụng tập mờ, sự kiện tương ứng mang tính bất định trong ngay định nghĩa của sự kiện. *Bất định thiếu thông tin* là loại bất định về sự xuất hiện của một sự kiện xác định. Ở loại bất định này, theo ngôn ngữ tập hợp, tập hợp tương ứng là tập rõ, không phải tập mờ nhưng mức độ thành viên của phần tử quan tâm là bất định.

Vậy bất định không chính xác liên quan đến tính bất định trong định nghĩa sự kiện còn bất định thiếu thông tin liên quan đến tính bất định về sự xuất hiện của một sự kiện xác định.

Theo Dubois & Prade, một thông tin bất định có thể mô hình bởi bộ tứ:

<thuộc tính, đối tượng, giá trị, mức tự tin >

Một *thuộc tính* của một *đối tương* có *giá trị* ở một *mức tự tin* nào đó.

Ví dụ: Nhiệt độ lò có lẻ khoảng 120^0C

Thuộc tính - Nhiệt độ

Đối tượng - Lò

Giá trị - khoảng 120^0C

Mức tự tin - có lẻ

Với mô hình này, bất định không chính xác liên quan đến thành phần giá trị, còn bất định thiếu thông tin liên quan đến thành phần mức tự tin trong mô hình thông tin bất định nêu trên.

Bất định không chính xác liên quan đến sự không chính xác của ngôn ngữ con người trong việc đánh giá và suy diễn. Vì liên quan đến sự không chính xác của ngôn ngữ nên còn được gọi là *bất định ngôn ngữ*. Mẫu thông tin không chính xác thường có các từ như *vào khoảng, mơ hồ, lờ mờ, không rõ ràng, chung chung*. Trong khi đó, bất định thiếu thông tin là loại bất định liên quan sự thật, sự hợp lý, tin cậy của thông tin, mẫu thông tin thường có các từ *có thể, có lẻ, có khả năng, với xác suất*…

1.1.2 Lý thuyết bất định

Với mỗi loại bất định sẽ có một lý thuyết tương ứng. Lý thuyết bất định bao gồm:

- Lý thuyết tập mờ.
- Lý thuyết độ đo mờ

a. Lý thuyết tập mờ

Lý thuyết tập mờ được sử dụng trong trường hợp *bất định không chính xác*, dẫn đến việc sử dụng tập mờ là loại tập hợp có đường biên giới không rõ ràng. Lý thuyết tập mờ ra đời kể từ năm 1965 khi *Lotfi Zadeh*, một giáo sư về *lý thuyết hệ thống* trường *Đại học California*, *Berkeley*, công bố bài báo đầu tiên về Logic mờ ở Mỹ. Từ đó lịch sử phát triển của lý thuyết mờ theo trình tự phát minh ở Mỹ, xây dựng đến hoàn chỉnh ở châu Âu, và ứng dụng vào thị trường ở Nhật. L*ý thuyết tập mờ* sẽ được trình bày ở phần sau.

Lotfi Zadeh

b. Lý thuyết độ đo mờ

Bất định thiếu thông tin liên quan đến tính bất định về sự xuất hiện của một sự kiện xác định. Với loại bất định này ta sẽ dùng *lý thuyết độ đo mờ*.

1- Thử nghiệm

Một *thử nghiệm* là một hoạt động với kết quả quan sát được. Một số thử nghiệm hay dùng trong lý thuyết xác suất như tung đồng tiền, tung hột xúc sắc, rút một lá bài và quan sát kết quả. Tập tất cả các kết quả ra của một thử nghiệm là *không gian mẫu* hay tập tổng X của các kết quả ra của thử nghiệm.

2- Sự kiện

Một sự kiện E liên quan đến một thử nghiệm được mô tả theo tập tổng X của thử nghiệm. Theo ngôn ngữ tập hợp, một sự kiện E là một tập con của tập tổng X của thử nghiệm. Ta nói sự kiện E xảy ra khi kết quả thử nghiệm là một phần tử của tập E.

Vậy khi nói sự kiện E xảy ra, điều này, theo ngôn ngữ tập hợp, tương đương với một phần tử mà ta quan tâm thuộc về tập E. Hai sự kiện đặc biệt là sự kiện không thể và sự kiện chắc chắn. Sự kiện không thể là sự kiện không thể xảy ra, sự kiện này tương ứng với tập rỗng. Sự kiện chắc chắn là sự kiện chắc chắn xảy ra, sự kiện này tương ứng với tập tổng. Ưu điểm của việc xác định sự kiện theo ngôn ngữ tập hợp giúp ta xác định các sự kiện mới dựa trên các sự kiện hiện có và các toán tử tập hợp. Hơn thế nữa, việc xác định sự kiện theo ngôn ngữ tập hợp giúp tìm hiểu và phân định các lý thuyết mà ta sẽ khảo sát ở sau.

3- Lý thuyết độ đo mờ

Lý thuyết độ đo mờ xây dựng hàm độ đo mờ g nhằm dựa vào bằng chứng, gán độ đo về sự xuất hiện của một sự kiện hay gán độ đo về mức độ thành viên của phần tử quan tâm cho một tập rõ xác định.

Độ đo mờ biểu thị mức độ bằng chứng của sự xuất hiện một sự kiện xác định. Độ đo mờ là một hàm tập, gán một giá trị cho mỗi tập rõ của tập tổng biểu thị mức bằng chứng hay mức tin để phần tử quan tâm thuộc tập hợp này.

Xem một tập tổng X, xem là một họ các tập con của X, một độ đo mờ g trên <X, > là một hàm

g: [0, 1]

thỏa các sau yêu cầu sau:

i. Điều kiện biên:

g( ) = 0, g(X) = 1

ii. Điều kiện đơn điệu:

A,B , A B g(A) g(B)

iii. Điều kiện liên tục:

- *Liên tục từ dưới:* Với chuỗi tăng trong : A_1 A_2 …

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \zeta \Rightarrow \lim_{i\to\infty} g(A_i) = g(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i)$$

- *Liên tục từ trên*: Với chuỗi giảm trong : A_1 A_2 …

$$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i \in \zeta \Rightarrow \lim_{i\to\infty} g(A_i) = g(\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i)$$

Yêu cầu biên mang ý nghĩa là bất chấp bằng chứng, phần tử quan tâm luôn thuộc tập tổng và không thuộc tập rỗng. Điều kiện đơn điệu nghĩa là bằng chứng thành viên của một phần tử lên một tập luôn nhiều hơn hay bằng bằng chứng thành viên của phần tử ấy lên tập con của tập ấy. Các yêu cầu liên tục 3. và 4. chỉ áp dụng khi tập tổng vô hạn, không áp dụng khi tập tổng hữu hạn. Các hàm thỏa các yêu cầu 1. và 2. và hoặc 3. hoặc 4. là các *hàm bán liên tục*, trong lý thuyết độ đo mờ, các hàm bán liên tục cũng quan trọng như các hàm liên tục.

Giá trị g(A) gán cho tập A bởi hàm g biễu thị tất cả các bằng chứng hiện hữu của việc một phần tử quan tâm thuộc tập A. Hay nói cách khác, g(A) biễu thị tất cả các bằng chứng hiện hữu về sự xuất hiện sự kiện A, là mức tin về sự xuất hiện sự kiện A. Nếu A là sự kiện chắc chắn thì g(A) = 1, còn nếu A là sự kiện không thể thì g(A) = 0.

Ví dụ: Bé Su bị bịnh ở hệ hô hấp có thể là một trong các bịnh viêm đường hô hấp trên (H), Viêm phế quản (Q), viêm tiểu phế quản (T), viêm phổi (P), hen suyển (S)

$$X = \quad H, Q, T, P, S$$

Sau khi khám bịnh, ta thấy có nhiều bằng chứng thu được là viêm đường hô hấp trên, sau đó là viêm phế quản, ít bằng chứng là viêm tiểu phế quản hay viêm phổi, không có bằng cứ là hen suyển, độ đo mờ có thể như sau:

$$g(H) = 0{,}9;\ g(Q) = 0{,}7;\ g(T) = g(P) = 0{,}4;\ g(S) = 0$$

Từ điều kiện đơn điệu ta có thể suy ra các bất đẳng thức cơ bản của độ đo mờ như sau:

$$g(A \quad B) \quad \min\,[g(A), g(B)]$$

$$g(A \quad B) \quad \max\,[g(A), g(B)]$$

c. Lý thuyết bằng chứng

Lý thuyết bằng chứng là một lý thuyết độ đo mờ dùng đồng thời 2 độ đo mờ đối ngẫu là hai độ đo bằng chứng bao gồm:

- Mức tin
- Mức khả tín

1- Mức tin:

Mức tin Bl (Believe measure) là mức độ tin tưởng một phần tử của tập X thuộc về một tập hợp hay mức độ tin tưởng về sự xuất hiện của một sự kiện. Xem một tập tổng X, mức tin Bl là một hàm hay ánh xạ từ tập (X) lên tập [0,1]:

Bl: (X) [0, 1]

Mức tin thỏa các sau yêu cầu sau:

i. Điều kiện biên:

Bl ( ) = 0

Bl (X) = 1

ii. Điều kiện *quá cộng tính*:

$$Bl(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) \geq \sum_{j} Bl(A_j) - \sum_{j<k} Bl(A_j \cap A_k) + \ldots + (-1)^n Bl(\bigcap_{i=1}^{n}(A_i))$$

iii. Điều kiện liên tục từ trên khi tập X là vô hạn.

Với A (X), Bl(A) biểu thị mức tin rằng một phần tử đã cho của X thuộc tập A, Bl(A) không chỉ dựa vào các bằng cứ phần tử thuộc A mà còn dựa vào tất cả các bằng cứ phần tử thuộc các tập con của tập A. Khi các tập từng cặp không giao nhau:

A_i A_j = , i j

Biểu thức quá cộng tính trở thành:

$$Bl(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) \geq \sum_{i=1}^{n} Bl(A_i) \quad (*)$$

Ta thấy với độ đo xác suất Pro trong lý thuyết xác suất khi các tập từng cặp không giao nhau:

A_i A_j = , i j

thì:

$$\mathrm{Pro}(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{Pro}(A_i)$$

Vậy độ đo xác suất Pro trong lý thuyết xác suất là một trường hợp đặc biệt của mức tin, ứng với khi dấu bằng xảy ra ở biểu thức (*) trên. Với n=2 tính quá cộng viết thành:

A, B P(X) Bl(A B) Bl(A) + Bl(B) – Bl(A B)

Từ tính quá cộng của hàm mức tin ta cũng suy được tính đơn điệu của hàm mức tin như tính chất của một độ đo mờ:

A, B P(X), A B Bl(A) Bl(B)

Tính chất này có thể chứng minh như sau. Xem A B, gọi C = B–A thì có:

B = A C và A C = .

Bl(B) = Bl(A C) Bl(A) + Bl(C) – Bl(A C)
Bl(B) Bl(A) + Bl(C) – Bl( )
Bl(B) Bl(A) + Bl(C)
Bl(B) Bl(A)

Từ tính quá cộng có thể suy ra một tính chất cơ bản của mức tin là:

A P(X) Bl(A) + Bl(A) 1

Tính chất này có thể chứng minh như sau:

A A = X 1= Bl(X) = Bl(A A) Bl(A) + Bl(A) – Bl(A A)

1 Bl(A) + Bl(A) – Bl( )
Bl(A) + Bl(A) 1

Từ tính đơn điệu ta suy ra bất đẳng thức cơ bản của một độ đo mờ:

Bl(A B) Min [Bl(A), Bl(B)]

Bl(A B) Max [Bl(A), Bl(B)]

Tính chất này có thể chứng minh như sau:

A B A A B Bl(A B) Bl(A) Bl(A B)

A B B A B Bl(A B) Bl(B) Bl(A B)

Suy ra:

Bl(A B) Min [Bl(A), Bl(B)]

Bl(A B) Max [Bl(A), Bl(B)]

2- Mức khả tín

Mức khả tín Pl của một tập A P(X), Pl(A) không chỉ dựa vào các bằng chứng phần tử thuộc tập A hay các tập con của tập A như ở mức tin, mà còn dựa vào tất cả các bằng chứng phần tử thuộc các tập có giao với tập A.

Xem một tập tổng X, mức khả tín Pl là một hàm hay ánh xạ từ tập P(X) lên [0,1]:

Pl: P(X) [0, 1]

Hàm khả tín thỏa các sau yêu cầu sau:

i. Điều kiện biên:

Pl ( ) = 0, Pl (X) = 1

ii. Điều kiện *thấp cộng tính*:

$$Pl(\bigcap_{i=1}^{n} A_i) \le \sum_j Pl(A_j) - \sum_{j<k} Pl(A_j \cup A_k) + \ldots + (-1)^n Pl(\bigcup_{i=1}^{n}(A_i))$$

iii. Điều kiện liên tục từ dưới khi tập X là vô hạn. Mức khả tín và mức tin là hai hàm đối ngẫu, liên kết với mỗi mức tin Bl là một mức khả tín và ngược lại:

Pl(A) = 1 – Bl(A), A P(X)

Bl(A) = 1 – Pl(A), A P(X),

Với n = 2 tính thấp cộng viết thành:

A,B P(X) Pl(A B) Pl(A) + Pl(B) – Pl(A B)

Từ tính thấp cộng của mức khả tín ta cũng suy được tính đơn điệu của một độ đo mờ.

A, B P(X), A B Bl(A) Bl(B)

A B B A

Bl(B) Bl(A)

Pl(A) = 1– Bl(A) 1– Bl(B) = Pl(B)

Từ tính thấp cộng có thể suy ra một tính chất của mức khả tín là:

A P(X) Pl(A) + Pl(A) 1

Tính chất này được chứng minh như sau:

A P(X) A A = , A A = X

Pl(A A) Pl(A) + Pl(A) – Pl(A A)
Pl( ) Pl(A) + Pl(A) – Pl(X)
0 Pl(A) + Pl(A) – 1
Pl(A) + Pl(A) 1

Hay chứng minh theo tính chất của hàm mức tin:

A P(X) Bl(A) + Bl(A) 1

[1–Pl(A)] + [1–Pl(A)] 1
Pl(A) + Pl(A) 1

Từ tính chất trên ta có thể suy ra quan hệ giữ giữa mức tin và mức khả tín:

Pl(A) Bl(A)

Tính chất này được chứng minh như sau:

Pl(A) + Pl(A) 1 Pl(A) 1– Pl(A) = Bl(A)

Hay dựa vào tính chất hàm Bl là:

Bl(A) + Bl(A) 1 Pl(A) = 1– Bl(A) Bl(A)

Từ tính đơn điệu ta có thể suy ra bất đẳng thức cơ bản:

Pl(A B) Min [Pl(A), Pl(B)]

Pl(A B) Max [Pl(A), Pl(B)]

3- Tính chất các độ đo bằng chứng

Các độ đo bằng chứng có các tính chất sau như ở bảng sau.

Tính chất	**Mức tin Bl**	**Mức khả tín Pl**
Biên	$Bl(\varnothing) = 0$, $Bl(X) = 1$	$Pl(\varnothing) = 0$, $Pl(X) = 1$
Đối ngẫu	$Bl(A) = 1 - Pl(\bar{A})$	$Pl(A) = 1 - Bl(\bar{A})$
Quá cộng tính	$Bl(A \cup B) \geq Bl(A) + Bl(B) - Bl(A \cap B)$	
Thấp cộng tính	$Pl(A \cap B) \leq Pl(A) + Pl(B) - Pl(A \cup B)$	
Đơn điệu	$A \subseteq B \Rightarrow Bl(A) \leq Bl(B)$	$A \subseteq B \Rightarrow Pl(A) \leq Pl(B)$
	$Bl(A) + Bl(\bar{A}) \leq 1$	$Pl(A) + Pl(\bar{A}) \geq 1$
Bằng chứng	$Pl(A) \geq Bl(A)$	
Cơ bản	$Bl(A \cap B) \leq Min\,[Bl(A), Bl(B)]$ $Bl(A \cup B) \geq Max\,[Bl(A), Bl(B)]$	$Pl(A \cap B) \leq Min\,[Pl(A), Bl(B)]$ $Pl(A \cup B) \geq Max\,[Pl(A), Bl(B)]$

4- Mức bằng chứng

Mức bằng chứng là một *hàm gán cơ bản* dùng để tính các độ đo mức tin và mức khả tín một cách thuận tiện. Mức bằng chứng m là hàm hay ánh xạ từ tập P(X) lên tập [0,1]:

$$m: P(X) \quad [0,1]$$

Hàm gán bằng chứng thỏa các điều kiện:

$$m(\ ) = 0$$

$$\sum_{A \in P(X)} m(A) = 1$$

Với mỗi tập A P(X), giá trị m(A) biểu thị mọi bằng chứng một phần tử của X thuộc chỉ tập A, không tính các bằng chứng mà phần tử thuộc các tập con của tập A. Lưu ý rằng hàm bằng chứng cơ bản không phải là một độ đo mờ và có các đặc tính sau:

- Không cần m(X) = 1
- Không cần m(A) m(B) khi A B
- Không cần quan hệ giữa m(A) và m(A)

Với hàm bằng chứng cơ bản m, các độ đo mờ mức tin và mức khả tín có thể được xác định qua các biểu thức sau:

$$\forall A \in P(X): \quad Bl(A) = \sum_{B|B \subseteq A} m(B), \qquad Pl(A) = \sum_{B|A \cap B \neq \phi} m(B)$$

Quan hệ của mức tin và mức khả tín một lần nữa được chứng minh:

$$\forall A \in P(X): \quad Bl(A) = \sum_{B|B \subseteq A} m(B) \leq \sum_{B|A \cap B \neq \phi} m(B) = Pl(A)$$

Mọi tập A P(X) với m(A) > 0 được gọi là *phần tử tập trung bằng chứng* hay tập bằng chứng của hàm tập m. Tập bằng chứng là các tập con của tập tổng X ở đó tập trung các bằng chứng. Khi tập tổng X hữu hạn, hàm m hoàn toàn đặc trưng bởi tập các tập bằng chứng và các giá trị mức bằng chứng tương ứng. Tập các tập bằng chứng F cùng với các giá trị mức bằng chứng tương ứng tạo thành *khung bằng chứng* được ký hiệu là <F, m>.

Ví dụ: Bé Su bị bịnh nhẹ ở hệ hô hấp có thể là một trong các bịnh viêm đường hô hấp trên (H), Viêm phế quản (P), viêm tiểu phế quản (T). Sau khi khám bịnh, với các bằng chứng có được bác sĩ xây dựng được khung bằng chứng với các tập bằng chứng ES, và mức bằng chứng m tương ứng như bảng sau.

ES	**m**
H	0,05
P	0
T	0,05
$H \cup P$	0,15
$H \cup T$	0,1
$T \cup P$	0,05
$H \cup P \cup T$	0,6

Từ khung bằng chứng trên, các mức tin có thể tính được:

ES	m	Bl
H	0,05	0,05
P	0	0
T	0,05	0,05
H∪P	0,15	0,05 + 0 + 0,15 = 0,2
H∪T	0,1	0,05 + 0,05 + 0,1 = 0,2
T∪P	0,05	0 + 0,05 + 0,05 = 0,1
H∪P ∪T	0,6	0,05 + 0 + 0,05 + 0,15 + 0,1 + 0,05 + 0,6 = 1

Dựa vào đặc tính khung bằng chứng có thể chia lý thuyết bằng chứng theo các nhánh sau:

- Lý thuyết xác suất
- Lý thuyết khả năng

Các lý thuyết này trình bày ở phần sau.

d. Lý thuyết xác suất

Lý thuyết xác suất là một nhánh của lý thuyết bằng chứng khi khung bằng chứng bao gồm các tập bằng chứng là các tập con đơn phân biệt hay là *tập con đơn biệt* của tập tổng hay gọi là *tập bằng chứng đơn*. Xem lại các độ đo mờ Bl và Pl của lý thuyết bằng chứng:

$$\forall A \in P(X): Bl(A) = \sum_{B|B \subseteq A} m(B),\ Pl(A) = \sum_{B|A \cap B = \phi} m(B)$$

Khi hàm bằng chứng m chỉ tập trung trên các tập đơn thì vế phải của hai biểu thức trên bằng nhau nên:

$$Bl(A) = Pl(A) = \sum_{x \in A} m(\{x\})$$

Vậy hai độ đo mờ Bl và Pl trùng nhau và mang tính chất cộng tính. Vì hai độ đo mờ Bl và Pl trùng nhau ta gọi chung là độ đo mờ Pro.:

$$Pro(A) = Bl(A) = Pl(A) = \sum_{x \in A} m(\{x\})$$

Độ đo mờ Pro chính là độ đo xác suất trong lý thuyết xác suất. Pro(A) là xác suất xuất hiện sự kiện A. Mặt khác, ta xây dựng hàm p:

$$p: X \quad [0,1]$$

Sao cho:

$$p(x) = m(\ x \ )$$

Thì có

$$Pro(A) = {}_{x \ A}\, p(x)$$

Hàm p chính là hàm phân bố xác suất trong lý thuyết xác suất. Là một độ đo mờ nên mức xác suất là hàm tập:

$$Pro: P(X) \quad [0, 1]$$

Thoả điều kiện biên:

$$Pro (\ ) = 0 \text{ và } Pro (X) = 1 \ (*)$$

Và với tính chất cộng tính:

$$Pro(A) = {}_{x \ A}\, p(x).$$

Ta có thể chứng minh được:

$$A, B \quad P(X), A \ B = \qquad Pro (A \ B) = Pro (A) + Pro (B) \ (**)$$

Thấy rằng (*) và (**) là hai tiền đề của lý thuyết xác suất

Tóm lại, khi hàm chứng cứ m chỉ tập trung trên các tập đơn biệt, các độ đo mờ mức tin Bl và mức khả tín Pl của lý thuyết bằng chứng sẽ bằng nhau và được gọi là mức xác suất Pro của lý thuyết xác suất. Lý thuyết xác suất đã phát triển ổn định, ta xét một nhánh khác của lý thuyết bằng chứng là *lý thuyết khả năng*.

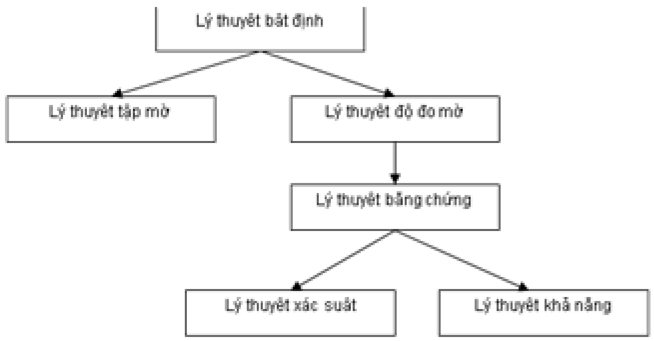
e. Lý thuyết khả năng

Một nhánh khác của lý thuyết bằng chứng là *lý thuyết khả năng*, khi các bằng chứng mang tính lồng vào nhau. *Lý thuyết khả năng* xây dựng hai loại độ đo mờ:

- Hàm nhất thiết - Nec
- Hàm khả năng - Pos.

Hàm nhất thiết Nec và hàm khả năng Pos lần lượt chính là hàm lòng tin Bl và hàm khả tín Pl trong lý thuyết bằng chứng. *Lý thuyết khả năng* sẽ được trình bày ở phần sau.

Tóm lại, các *lý thuyết bất định* bao gồm *lý thuyết tập mờ* và *lý thuyết độ đo mờ*. Một lý thuyết độ đo mờ là *lý thuyết bằng chứng*, hai nhánh của lý thuyết bằng chứng là *lý thuyết xác suất* và *lý thuyết khả năng*.



1.2 Tính toán mềm

1.2.1 Lý thuyết mờ

Lý thuyết mờ bao gồm các *lý thuyết tập mờ, lý thuyết khả năng*. Cũng như lý thuyết xác suất, *Lý thuyết mờ* được ứng dụng trong hầu hết các chuyên ngành kỹ thuật. Mọi chuyên ngành kỹ thuật, không ít thì nhiều, đều ứng dụng các phương pháp mới dựa trên *tập mờ, độ đo mờ*. *Kỹ thuật điện* là lãnh vực kỹ thuật đầu tiên ứng dụng lý thuyết mờ trong các lãnh vực như *điều khiển mờ, xử lý ảnh mơ, mạch điện tử dùng logic mờ, người máy*… Kể từ những năm đầu thập niên 70, lý thuyết mờ đã được ứng dụng vào *kỹ thuật xây dựng,* các kỹ sư xây dựng đã dùng lý thuyết tập mờ để giải quyết nhiều vấn đề trong xây dựng. Giữa thập niên 80, số lượng bài báo trong các chuyên ngành của *kỹ thuật cơ khí* đã ngày một tăng dần. Cũng vào khoảng giữa thập niên 80, *kỹ thuật công nghiệp* đã ứng dụng *lý thuyết mờ* vào hầu hết các lĩnh vực kỹ thuật công nghiệp như *hệ chuyên gia mờ, dự báo mờ, ra quyết định mờ, quy hoạch tuyến tính mờ, kinh tế kỹ thuật mờ, quản lý vật tư tồn kho mờ, kiểm soát chất lượng mờ, điều độ dự án mờ, nhân tố học mờ… Kỹ thuật máy tính* cũng sử dụng lý thuyết mờ trong thiết kế phần cứng sử dụng logic mờ. *Kỹ thuật tri thức* cũng đã sử dụng lý thuyết mờ trong thu thập và biểu diễn tri thức, trong *tương tác người máy.* Ngoài ra các chuyên ngành kỹ thuật khác như *kỹ thuật hóa học, kỹ thuật hạt nhân, kỹ thuật nông nghiệp*… cũng ứng dụng lý thuyết này.

Các ứng dụng của *Lý thuyết mờ* trong công nghiệp đầu tiên ở châu Âu. Năm 1970, ở Anh, Ebrahim Mamdani sử dụng logic mờ điều khiển máy phát chạy bằng hơi nước, mà trước đây không thể điều khiển bằng phương pháp kinh điển được. Ở Đức, Hans Zimmerman bắt đầu sử dụng *lý thuyết mờ* trong các *Hệ thống hỗ trợ ra quyết định.* Năm 1980, *lý thuyết mờ* được ứng dụng nhiều trong phân tích dữ liệu và hỗ trợ ra quýêt định ở châu Âu.

Dù châu Âu có những ứng dụng lý thuyết mờ đầu tiên, nhưng người Nhật lại dẫn đầu về thương mại hóa các ứng dụng lý thuyết mờ, đặc biệt là trong lĩnh vực *kỹ thuật điều khiển* kể từ năm 1980. Năm 1983, công ty Fuji Electric ứng dụng lý thuyết mờ trong nhà máy xử lý nước. Năm 1987, công ty Hitachi ứng dụng lý thuyết mờ trong hệ thống xe điện ngầm. Lý thuyết mờ phát triển mạnh ở Nhật vì lý thuyết này hỗ trợ việc tạo ra các mô hình nguyên mẫu nhanh, dễ dàng tối ưu hóa, hệ thống mờ đơn giản, dễ hiểu. Chính phủ Nhật cũng hỗ trợ các công ty lớn thiết lập các chương trình chuyển giao công nghệ. Một số tổ chức hỗ trợ nghiên cứu ứng dụng lý thuyết mờ lần lượt ra đời. Năm 1985 tổ chức IFSA (*International Fuzzy System Association*) được thành lập, nối tiếp theo là các tổ chức SOFT (*Society for fuzzy theory & systems*), BMFSA (*Biomedical Fuzzy Systems Association*), LIFE (*Lab for International Fuzzy Engineering Research),* FLSI (*Fuzzy Logic Systems Institute*). Với các kết quả nghiên cứu ứng dụng, lý thuyết mờ được sử dụng trong mọi lĩnh vực về xử lý số liệu, điều khiển thông minh. Công ty Mitsubishi công bố chiếc xe đầu tiên trên thế giới sử dụng hệ thống điều khiển mờ trong mọi hệ thống điều khiển trong xe. Trong tự động hoá sản xuất, công ty Omron đã công bố bản quyền của nhiều phát minh với ứng dụng logic mờ. Điều khiển mờ cũng đã được sử dụng để tối ưu hoá nhiều quá trình hoá, sinh.

Khi nhìn thấy các công ty Nhật tiên phong trong việc sử dụng lý thuyết mờ trong công nghiệp, các công ty ở châu Âu bắt đầu đẩy mạnh việc ứng dụng lý thuyết mờ, cho đến nay có hơn nhiều sản phẩm ứng dụng kỹ thuật này ở châu Âu và một số lượng ứng dụng không đếm được trong kiểm soát quá trình và tự động hóa trong công nghiệp.

Gần đây lý thuyết mờ đã được quan tâm ở Mỹ, đặc biệt là các công ty cạnh tranh mạnh với các công ty ở châu Á và châu Âu. Một số lĩnh vực ứng dụng mở ra cho các công ty Mỹ như hệ thống hỗ trợ ra quyết định, bộ điều khiển ổ đĩa cứng máy tính.

Lý thuyết mờ khi ra đời trong quá trình phát triển, ngay khi đã có nhiều ứng dụng, cũng có nhiều phê bình chỉ trích. Lotfi Zadeh trả lời các chỉ trích này bằng một nguyên lý mà ông gọi là *nguyên lý cái búa "Nếu bạn có một cái búa trong tay, và đó là công cụ duy nhất của bạn, thì mọi thứ đều trông như những cái đinh"*. Nguyên lý này được hiểu như sau: Trong thực tế, ta phải giải quyết nhiều vấn đề, mỗi vấn đề có một công cụ phù hợp, cách làm việc khoa học là chọn công cụ phù hợp để giải quyết vấn đề một cách tốt nhất. Nếu sử dụng công cụ có sẵn để giải quyết một vấn đề không phù hợp là không hiệu quả và phản khoa học.

1.2.2 Tính toán mềm

Tính toán mềm là kết hợp giữa *Lý thuyết mờ*, *giải thuật di truyền,* và *mạng thần kinh.* Các nghiên cứu gần đây về *tính toán mềm* là bước phát triển của công nghệ tính toán và mở ra nhiều ứng dụng.

Tính toán mềm khác với *tính toán cứng* truyền thống ở chỗ không như tính toán cứng, tính toán mềm cho phép *sự không chính xác, tính bất định, gần đúng, xấp xỉ*. Các mô hình tính toán mềm thường dựa vào kinh nghiệm con người, sử dụng dung sai cho phép của sự không chính xác, tính bất định, gần đúng, xấp xỉ để tìm lời giải hiệu quả ở chỗ đơn giản, dễ hiểu, dễ thực hiện, chi phí thấp.

Các ý tưởng cơ bản của *tính toán mềm* đầu tiên xuất hiện theo các bài báo của Zadeh về *lý thuyết tập mờ* vào 1965, sau đó là bài báo năm 1973 về *phân tích hệ thống phức tạp và quá trình ra quyết định,* tiếp theo là bài báo năm 1981 về *lý thuyết khả năng và phân tích dữ kiện mềm*. Về sau, *mạng thần kinh* và *giải thuật di truyền* đã góp phần nâng cao hiệu quả của tính toán mềm.

Các ứng dụng thành công của tính toán mềm cho thấy tính toán mềm ngày càng phát triển mạnh và đóng vai trò đặc biệt trong các lĩnh vực khác nhau của *Khoa học và Kỹ thuật*. Tính toán mềm biểu thị một sự chuyển dịch, biến hóa quan trọng trong các hướng tính tóan. Sự chuyển dịch này phản ảnh sự kiện trí tuệ con người, không như máy tính, có khả năng đáng kể trong việc lưu trữ và xử lý thông tin không chính xác và bất định, và đây mới là những thông tin thực tế và thường gặp.

Chương 2

LÝ THUYẾT TẬP MỜ

- Lý thuyết tập hợp
- Tập mờ
- Toán tử tập mờ
- Xây dựng hàm thành viên
- Giải mờ

Chương này tìm hiểu về lý thuyết tập mờ, tuy nhiên trước khi tìm hiểu về lý thuyết tập mờ, ta xem lại các kiến thức cơ bản về tập hợp nhằm làm cơ sở cho các phần sau.

2.1 Lý thuyết tập hợp

2.1.1 Tập hợp

Tập hợp là sự tụ họp của nhiều vật thể, các vật thể này như các học viên của một lớp học, các thành phố của một quốc gia, các con số trong một tập số liệu… được gọi là phần tử của tập hợp. Có ba cách xác định tập hợp là:

- Liệt kê
- Luật
- Hàm thuộc tính.

Theo phương pháp liệt kê, một tập hợp A với các phần tử a1, …, an được liệt kê như sau:

$$A = \quad a_1,\ldots,a_n$$

Theo phương pháp định nghĩa theo luật, một tập A với các phần tử x có thuộc tính P được xác định như sau:

$$A = \quad x \quad P(x)$$

Với phương pháp hàm thuộc tính, tập A được xác định theo hàm thuộc tính $_A$ là ánh xạ từ tập toàn bộ các phần tử hay là tập tổng X vào tập 0,1 như sau:

$$_A: X \qquad 0,1$$

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, x \in A \\ 0, x \notin A \end{cases}$$

2.1.2 Các khái niệm cơ bản của tập hợp

Tập hợp bao gồm các khái niệm cơ bản:

- Tập tổng
- Tập rỗng
- Tập con
- Tập tập con
- Cỡ tập hợp
- Tích Đề các
- Tập lồi
- Giới hạn sup A & inf A.

Tập tổng X là tập hợp tất cả các phần tử quan tâm ở một ngữ cảnh hay ứng dụng cụ thể từ đó các tập hợp được xây dựng. *Tập rỗng* là tập không chứa phần tử nào. Tập A là tập con của tập B khi mọi phần tử của A đều là phần tử của B:

$$A \subseteq B : x \in A \Rightarrow x \in B$$

Tập tập con của tập A, ký hiệu (A) là tập tất cả các tập con của A. *Cỡ của tập A* - ký hiệu A là số phần tử của tập A. Tập tích của hai tập A và B là một tập hợp được ký hiệu và xác định như sau:

$$A \times B = \{< a, b > | a \in A, b \in B\}$$

Tập tích của n tập A được ký hiệu là A^n có định nghĩa tương tự như trên. Một tập tích thường gặp là tập tích của n tập số thực R^n. Một tập được xem là tập lồi khi một điểm nằm trong đoạn thẳng nối giữa hai điểm nằm trong tập này sẽ thuộc tập này. Xem A là một tập con của tập tích R^n. Xem hai phần tử r và s của A:

$$r, s \in A: \quad \begin{array}{l} r = \langle r_i \mid r_i \in R, i \in N_n \rangle \\ s = \langle s_i \mid s_i \in R, r \in N_n \end{array}$$

Một phần tử t nằm trong đoạn thẳng nối giữa hai phần tử r và s có dạng thức:

$$t = \lambda r + (1 - \lambda)s = < \lambda r_i + (1 - \lambda)s_i \mid i \in N_n >, \lambda \in [0,1]$$

Tập A là tập lồi nếu và chỉ nếu t thuộc tập A. Trong tập số thực R, mọi khoảng đơn các số thực là những tập lồi, tập hợp định bởi các khoảng số thực rời rạc là tập không lồi. Xem A là tập các số thực, giới hạn trên nhỏ nhất của A được ký hiệu là *sup A (supremum)*, là số nhỏ nhất lớn hơn mọi phần tử của A. Giới hạn dưới lớn nhất của A được ký hiệu là inf A *(infimum)*, là số lớn nhất nhỏ hơn mọi phần tử của A.

2.1.3 Toán tử tập hợp

Các toán tử tập hợp bao gồm:

- Toán tử bù
- Toán tử hội
- Toán tử giao.

Toán tử bù lại chia làm hai loại là toán tử bù tương đối và toán tử bù tuyệt đối. Bù của tập A tương đối theo tập B là tập B-A gồm các phần tử thuộc B và không thuộc A:

$$B - A = \{x \mid x \in B \ \& \ x \notin A\}$$

Khi tập B là tập tổng X thì ta có toán tử bù tuyệt đối, thường được gọi gọn là toán tử bù. Bù của tập A gồm các phần tử không thuộc A, được ký hiệu và xác định như sau:

$$\overline{A} = X - A = \{x \mid x \notin A\}$$

Hội của hai tập A và B là một tập hợp, ký hiệu là A   B, bao gồm các phần tử thuộc tập A hay thuộc tập B:

A   B =   x x   A hay x   B

Giao của hai tập A và B là một tập hợp, ký hiệu là A   B, bao gồm các phần tử thuộc tập A và tập B được xác định như sau:

A   B =   x x   A và x   B

Các toán tử tập hợp có các tính chất sau:

- Cuộn xoắn:

$$\overline{\overline{A}} = A$$

- Giao hoán: A B = B A, A B = B A
- Kết hợp: A (B C) = (A B) C, A (B C) = (A B) C
- Phân bố: A (B C) = (A B) (A C), A (B C) = (A B) (A C)
- Đẳng trị: A A = A, A A = A
- Hấp thụ: A = , A X= X
- Đồng nhất: A X=A, A = A
- Mâu thuẫn: A A =
- Tính bù: A A = X
- Luật De Morgan:

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B},$$
$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

2.2 Tập mờ

2.2.1 Hàm thành viên tập mờ

Hàm đặc tính của tập rõ là hàm lưỡng trị, gán trị 0 hay 1 cho một phần tử trong 1 tập tổng để phân biệt phần tử ấy là thành viên hay không phải thành viên của một tập hợp. Hàm đặc tính có thể được tổng quát hóa sao cho giá trị gán cho mỗi phần tử của tập tổng nằm trong một khoảng định trước, thường chọn là khoảng [0,1], giá trị này chỉ mức độ thành viên của phần tử lên tập hợp. Giá trị càng lớn chỉ mức độ thành viên càng cao. Khi giá trị gán đi từ 0 đến 1, phần tử chuyển từ không phải thành viên đến là thành viên của tập hợp. Hàm đặc tính như trên được gọi là hàm thành viên và tập trên được gọi là tập mờ. Hàm thành viên của một tập mờ A trên tập tổng X được ký hiệu là $_A$ là ánh xạ từ X lên tập khoảng đơn vị:

$$_A\text{: X} \quad [0,1]$$

Với $_A$(x) là mức độ thành viên của phần tử x của tập X lên tập mờ A. Như vậy một tập tổng X có chứa các tập rõ và các tập mờ. Các tập rõ là các tập có đường biên rõ, trong khi các tập mờ có đường biên mờ như hình sau. Các tập rõ của tập tổng X là các tập con của tập tập rõ của X, là (X). Các tập mờ của tập tổng X là các tập con của tập tập mờ của X mà ta gọi là tập (X).

Ví dụ: Xem X là tập số thực R. Xem tập mờ F là tập các số thực gần bằng r R:

F = x x r, x R

Hàm thành viên $_F$(x) có thể xây dựng theo các yêu cầu sau:

- $_F$(r) = 1,
- $_F$(x) < 1, x r
- $_F$đối xứng qua trục x = r: $_F$(2 + x) = $_F$(2 - x), x R
- $_F$đơn điệu giảm khi khoảng 2-xtăng.

Có nhiều hàm thỏa các điều kiện trên, trong đó có hàm tuyến tính $_F$(x):

$$\mu_F(x) = \begin{cases} p(x - r) + 1, x \in [r - 1/p, r] \\ p(r - x) + 1, x \in [r, r + 1/p] \\ 0, \neq \end{cases}$$

Trong đó p là tham số, p càng tăng thì bề rộng đồ thị hàm càng hẹp.

Ví dụ: Xem một tập trình độ X với các phần tử sau: 0- thất học, 1- tốt nghiệp tiểu học, 2- tốt nghiệp trung học, 3- tốt nghiệp cao đẳng, 4- tốt nghiệp đại học, 5- tốt nghiệp thạc sĩ, 6- tốt nghiệp tiến sĩ.

X = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

Tập tổng X ở đây là tập hữu hạn. Xem một biến ngôn ngữ học vấn với các giá trị là các tập mờ học vấn cao (A), học vấn trung bình (B), học vấn thấp (C) trên tập trình độ X. Mức độ thành viên của các trình độ lên các tập mờ học vấn có thể được xây dựng như ở bảng sau:

	X						
	0	1	2	3	4	5	6
A	0	0	0	0.1	0.5	0.8	1
B	0	0	0.2	0.6	0.8	1	1
C	1	0.8	0.5	0	0	0	0

Việc chọn lựa hàm thành viên tùy thuộc ngữ cảnh, đây là vấn đề phức tạp và sẽ được phân tích ở phần sau.

2.2.2 Các khái niệm và thuật ngữ cơ bản của tập mờ

Các khái niệm và thuật ngữ cơ bản của tập mờ bao gồm tập cắt, tập mức, biên giới tập mờ, lõi tập mờ, độ cao tập mờ, tập mờ lồi, cỡ tập mờ, mức tập con, khoảng cách Hamding, độ mờ.

a. Tập cắt

Xem một tập mờ F trên tập tổng X, với [0, 1], *tập cắt* của tập mờ F là tập rõ F gồm các phần tử của X có mức thành viên lên F lớn hơn hay bằng :

$$F = x \quad _F(x)$$

Tập cắt F sẽ được gọi là tập cắt mạnh của tập mờ F là tập rõ, ký hiệu F_{+} khi thay dấu bởi dấu > trong định nghĩa tập cắt:

$$F_{+} = x \quad _F(x) >$$

b. Cận của tập cắt

Tập cắt F của tập mờ F là một tập rõ với hai cận là *cận dưới LF* và *cận trên UF* :

$$F = [LF , UF] = x \quad _F(x)$$

$$LF = \inf F = Min \quad x \quad _F(x)$$

$$UF = \sup F = Max \quad x \quad _F(x)$$

c. Tập mức

Tập mức (F) của tập mờ F là tập mọi mức [0, 1] biểu diễn các nhát cắt của tập F:

$$(F) = \quad _F(x) = \quad , x \quad X$$

d. Biên giới tập mờ

Biên giới tập mờ F, *supp(F),* là tập rõ gồm các phần tử của X có mức thành viên lên F lớn hơn 0, đây cũng chính là tập cắt F_{0+}:

$$supp(F) = F_{0+} = x \quad _F(x) >0$$

e. Lõi tập mờ

Lõi tập mờ F, *core(F)*, là tập rõ gồm các phần tử của X có mức thành viên lên F bằng 1, đây cũng chính là tập cắt F_1:

$$\text{Core}(F) = F_1 = \ x \quad {}_F(x) = 1$$

f. Độ cao tập mờ

Độ cao tập mờ F, ký hiệu h(F) là mức thành viên cao nhất của các phần tử của tập F:

$$h(F) = \sup\{\ {}_F(x),\ x \ \ X\}$$

Tập mờ với độ cao bằng 1 là tập mờ chuẩn:

$$h(F) = 1$$

g. Cỡ tập mờ

Cỡ tập mờ F, ký hiệu F , định bởi:

$$|F| = \sum_{x \in X} \mu_F(x),\ F \in S(X)$$

Cỡ tập mờ đếm số phần tử trong tập với trọng số là mức độ thành viên của phần tử.

h. Tập mờ lồi

Khi X là tập số thực R, tập F trên X được gọi là tập mờ lồi nếu và chỉ nếu hàm thành viên ${}_F(x)$ thỏa điều kiện sau:

$${}_F(\ x_1 + (1 - \ )\, x_2\ ) \quad \min[\ {}_F(x_1),\ \ {}_F(x_2)\ ], \quad x_1, x_2 \ \ R, \qquad [0,1]$$

Biểu thức trên có nghĩa là đoạn thẳng nối hai điểm trên đường cong thành viên luôn nằm dưới đoạn cong của đường cong thành viên nối giữa hai điểm này. Mặt khác, tập mờ F được gọi là tập mờ lồi khi mọi tập cắt của F là những tập rõ lồi.

i. Mức tập con

Xem hai tập mờ A và B, mức tập con của tập A trong tập B, ký hiệu S(A,B) định bởi công thức sau:

$$S(A,B) = \ \ A \ \ B \ / \ \ A$$

j. Khoảng cách Hamding

Khoảng cách Hamding giữa hai tập mờ A và B trên tập tổng X, ký hiệu d(A,B), nếu tập tổng X rời rạc, khoảng các Hamding xác định bởi:

$$d(A, B) = \sum_{x \in X} |\mu_A(x) - \mu_B(x)|$$

Nếu tập tổng X liên tục, khoảng cách Hamding xác định bởi:

$$d(A, B) = \int_{x \in X} |\mu_A(x) - \mu_B(x)| dx$$

k. Độ mờ

Độ mờ của một tập mờ F, ký hiệu là dof(F) được xác định theo Kaufmann (1975) là khoảng cách Hamding giữa tập mờ F và tập rõ Fc gần với tập mờ F nhất:

$$dof(F) = \mathrm{d}(F, F_c)$$

Hàm thành viên của F_c định bởi:

$$\mu_{F_c}(x) = \begin{cases} 0, \mu_F(x) \le 0,5 \\ 1, \mu_F(x) > 0,5 \end{cases}$$

2.2.3 Biểu diễn tập mờ

Tập mờ F trên X là tập các phần tử x   X với mức thành viên lên F tương ứng. Có ba phương pháp biểu diễn tập mờ bao gồm:

- Phương pháp ký hiệu
- Phương pháp đồ thị
- Phương pháp tổng hợp.

a. Phương pháp ký hiệu

Phương pháp ký hiệu liệt kê các phần tử và mức thành viên tương ứng theo ký hiệu. Với tập X hữu hạn ta thường dùng ký hiệu sau:

$$F = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mu_A(x_i)}{x_i}$$

Ví dụ: Xem một tập trình độ X với các trình độ thất học (0), tốt nghiệp tiểu học (1), tốt nghiệp trung học (2), tốt nghiệp cao đẳng (3), tốt nghiệp đại học (4), tốt nghiệp thạc sĩ (5), tốt nghiệp tiến sĩ (6):

$$X = \quad 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

Tập mờ học vấn cao (A) có thể biểu diễn:

$$A = 0/0 + 0/1 + 0/2 + 0,1/3 + 0,5/4 + 0,8/5 + 1/6$$

Tập mờ học vấn trung bình (B) có thể biểu diễn:

$$B = 0/0 + 0/1 + 0,2/2 + 0,6/3 + 0,8/4 + 1/5 + 1/6$$

Tập mờ học vấn thấp (C) có thể biểu diễn:

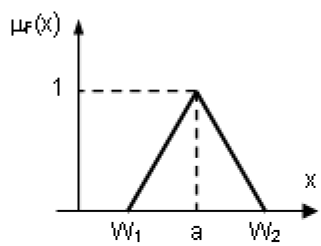
$$C = 1/0 + 0,8/1 + 0,5/2 + 0/3 + 0/4 + 0/5 + 0/6$$

Với tập X vô hạn ta thường dùng ký hiệu sau:

$$F = \int_X \frac{\mu_A(x)}{x}$$

b. Phương pháp đồ thị

Phương pháp đồ thị vẽ hàm thành viên $_F$(x) là quan hệ giữa mức thành viên và giá trị phần tử. Một đồ thị hàm thành viên như ở hình sau:



c. Phương pháp tổng hợp

Xem các tập cắt F (x) của tập mờ F trên X, phương pháp tổng hợp tổng hợp các tập cắt F (x) thành tập mờ F với hàm thành viên theo công thức sau:

$$\mu_F(x) = \underset{\alpha \in [0,1]}{Max} [\alpha \times F_\alpha(x)]$$

2.3 Toán tử tập mờ

Các loại toán tử tập mờ thường dùng bao gồm:

- Toán tử bù
- Toán tử giao
- Toán tử hợp

- Toán tử tích hợp.

Các toán tử trên được xây dựng qua các hàm tương ứng. Để ý rằng, không chỉ hàm thành viên của tập mờ mà các toán tử tập mờ cũng phụ thuộc vào ngữ cảnh.

2.3.1 Toán tử bù mờ

Xem một tập mờ A trên tập X, tập mờ bù của A là tập mờ A. Khi biết mức độ thành viên của một phần tử x lên A, làm sao suy được mức độ không là thành viên của phần tử x lên A hay mức độ thành viên của phần tử x lên A hay làm sao suy được hàm thành viên của A từ hàm thành viên của A. Theo phép bù chuẩn, ta suy ra như sau:

$$_A(x) = 1 - \ _A(x), x \quad X$$

Một cách tổng quát để tìm hàm thành viên của A ta dùng hàm bù c:

$$c: [0,1] \quad [0,1]$$

Từ phép bù kinh điển, hàm bù thỏa các tiền đề:

1- Điều kiện biên: c(0) = 1, c(1) = 0

2- Đơn điệu: a b c(a) c(b), a,b [0,1]

3- Hàm liên tục

4- Cuộn xoắn: c(c(a)) = a, a [0,1]

Khi đã xây dựng hàm bù c:

$$_A(x) = c(\ _A(x))$$

Hàm bù thường dùng là hàm bù chuẩn:

$$c_s(a) = 1 - a$$

Một số hàm bù khác như sau:

- Hàm ngưỡng:

$$C(a) = \begin{cases} 1, & a \le t \\ 0, & a > t \end{cases}, \quad t \in [0,1]$$

- Hàm bù Cosin:

C(a) = (1 + cos a)/2

- Hàm bù Sugeno:

$$C_\lambda(a) = \frac{1-a}{1+\lambda a},\ \lambda \in (-1,\ \infty)$$

2.3.2 Toán tử giao mờ

Xem các tập mờ A và B trên tập tổng X, tập mờ giao của A và B cũng là một tập mờ, ký hiệu A B. Khi biết mức độ thành viên của một phần tử x lên A cũng như B, làm sao suy được mức độ thành viên của phần tử x lên tập giao C=A B. Nói cách khác, làm sao suy được hàm thành viên $_C$(x) từ các hàm thành viên $_A$(x) và $_B$(x). Theo phép giao chuẩn ta suy $_C$(x) từ các hàm thành viên $_A$(x) và $_B$(x) như sau:

$_C$(x) = min [$_A$(x), $_B$ (x)], x X

Một cách tổng quát để tìm $_C$(x) từ $_A$(x) và $_B$(x), ta dùng *hàm giao i* là hàm hai ngôi trên tập cơ sở là khoảng đơn vị:

i: [0,1] [0,1] [0,1]

Hàm thành viên của tập giao $_C$(x) có thể suy từ các hàm thành viên $_A$(x) và $_B$(x) từ hàm giao i:

$_C$(x) = i ($_A$(x), $_B$(x))

Hàm giao i thỏa các tiền đề của một hàm giao kinh điển. Với a,b,c [0,1] các tiền đề như sau:

1- Điều kiện biên: i(a,1) = a

2- Đơn điệu: b c i(a,b) i(a,c)

3- Giao hoán: i(a,b) = i(b,a)

4- Kết hợp:i(a,i(b,c)) = i(i(a,b),c)

5- Liên tục: Hàm i liên tục

6- Thấp đẳng trị: i(a,a) < a

7- Đơn điệu chặt: a < b, c < d i(a,c) < i(b,d)

Hàm giao thường dùng là hàm giao chuẩn:

$$i_s(a,b) = \min(a,b)$$

Một số hàm giao khác:

- Hàm giao tích đại số: i(a,b) = ab
- Hàm *Bounded difference*: i(a,b) = max(0,a+b-1)
- Hàm *Drastic intersection*:

$$i(a,b) = \begin{cases} a, & b = 1 \\ b, & a = 1 \\ 0, & \neq \end{cases}$$

2.3.3 Toán tử hội mờ

Xem các tập mờ A và B trên tập tổng X, hội của A và B cũng là một tập mờ gọi là tập mờ hội ký hiệu là A B. Khi biết mức độ thành viên của một phần tử x lên A cũng như B, làm sao suy được mức độ thành viên của phần tử x lên tập mờ hội C = A B. Nói cách khác làm sao suy được hàm thành viên $_C(x)$ từ các hàm thành viên $_A(x)$ và $_B(x)$. Theo phép hội chuẩn ta suy $_C(x)$ từ các hàm thành viên $_A(x)$ và $_B(x)$ như sau:

$$_C(x) = \max [\ _A(x),\ _B(x)\ ],\ x\ \ X$$

Một cách tổng quát để tìm $_C(x)$ từ $_A(x)$ và $_B(x)$, ta dùng *hàm hội u* là hàm hai ngôi trên tập cơ sở là khoảng đơn vị:

$$u: [0,1]\ \ [0,1]\ \ [0,1]$$

Hàm thành viên $_C(x)$ có thể suy từ các hàm $_A(x)$ và $_B(x)$ từ hàm hội u như sau:

$$_C(x) = u(\ _A(x),\ _B(x)\ )$$

Hàm hội u thỏa các tiền đề của một hàm hội kinh điển. Với a,b,c [0,1] các tiền đề như sau:

1- Biên: u(a,0) = a

2- Đơn điệu: b c u(a,b) u(a,c)

3- Giao hoán: u(a,b) = u(b,a)

4- Kết hợp: u(a,u(b,c)) = u(u(a,b),c)

5- Liên tục: Hàm i liên tục

6- Quá đẳng trị: u(a,a) > a

7- Đơn điệu chặt: a < b, c < d   u(a,c) < u(b,d)

Hàm hội thường dùng là hàm hội chuẩn:

$$u_s(a,b) = \max(a,b)$$

Một số hàm hội khác:

- Hàm hội tổng: u(a,b) = min(1, a+b)
- Hàm hội đại số: u(a,b) = a+b-ab

2.3.4 Bộ ba đối ngẫu

Xem một bộ ba hàm tập mờ i, u, c, bộ ba này được gọi là bộ ba đối ngẫu, ký hiệu là <i,u,c> khi và chỉ khi thỏa các luật De Morgan sau:

$$c(i(a, b)) = u(c(a), c(b))$$

$$c(u(a, b)) = i(c(a), c(b))$$

Một vài ví dụ của bộ 3 đối ngẫu như sau:

$$<i_s, u_s, c_s>$$

$$<ab, a+b-ab, c_s>$$

$$<\max(0, a+b-1, \min(1, a+b), c_s>$$

2.3.5 Tính chất toán tử tập mờ

Như các toán tử trên tập rõ, các toán tử trên tập mờ cũng có một số tính chất. Xem các tập mờ A, B, C trên tập tổng X. Các toán tử tập mờ thỏa các tính chất sau:

- Giao hoán: A   B = B   A, A   B = B   A
- Kết hợp: A   (B   C) = (A   B)   C, A   (B   C) = (A   B)   C
- Phân bố: A   (B   C) = (A   B)   (A   C), A   (B   C) = (A   B)   (A   C)
- Đẳng trị: A   A = A, A   A = A
- Đồng nhất: A   X=A, A   = A
- Hấp thụ: A   =   , A   X= X

- Bắc cầu: A B, B C   A C
- Cuộn xoắn:

$$\bar{\bar{A}} = A$$

Để ý rằng một số tính chất của các toán tử tập rõ sẽ không là tính chất của các toán tử tập mờ.

2.3.6 Toán tử tích hợp

Toán tử tích hợp nhằm tích hợp nhiều tập mờ thành một tập mờ duy nhất. Một ví dụ là việc đánh giá kết quả một học sinh ở một học kỳ, mỗi học kỳ một học sinh học nhiều môn, mỗi môn được đánh giá bởi một điểm số, điểm số này có thể được mờ hóa bởi các tập mờ như giỏi, khá, trung bình, yếu, kém. Một toán tử tích hợp sẽ tích hợp các tập mờ của mỗi môn để có được tập mờ đơn cho đánh giá trung bình cả học kỳ của sinh viên này. Toán tử tích hợp cho n tập mờ định bởi hàm h sau:

$$h: [0,1]^n \quad [0,1]$$

Khi tích hợp n tập mờ A_1, A_2, …, A_n trên tập tổng X bởi *hàm tích hợp h*, ta được tập mờ tích hợp A trên X với hàm thành viên định bởi:

$$_A(x) = h(\ _{A1}(x), \ _{A2}(x), \ldots, \ _{An}(x)), x \quad X$$

Hàm tích hợp h thỏa các tiền đề sau:

1- Biên: h(0,0, …,0) = 0, h(1,1, …,1) = 1

2- Tăng đơn điệu: 0 a_i b_i 1, i N_n $h(a_1, a_2,\ldots,a_n)$ $h(b_1, b_2,\ldots,b_n)$

3- Liên tục: h là hàm liên tục

4- Đối xứng: h là hàm đối xứng với mọi biến số

5- Đẳng trị: h(a,a, …,a) = a, 0   a   1

Có thể chứng minh các hàm tích hợp h thỏa các tiền đề 2 và 5 cũng sẽ thỏa bất đẳng thức quan trọng sau:

$$\text{Min}(a_1, a_2, \ldots, a_n) \quad h(a_1, a_2, \ldots, a_n) \quad \text{Max}(a_1, a_2, \ldots, a_n),$$

$$0 \quad a_1, a_2, \ldots, a_n \quad 1$$

Lớp hàm tích hợp thỏa bất đẳng thức trên là lớp hàm duy nhất thỏa tiền đề 5 và thường được gọi là hàm trung bình. Hàm trung bình tổng quát có dạng thức sau, với R, 0:

$$h_\alpha(a_1, \dots, a_n) = \left(\frac{a_1^{\alpha} + \dots + a_n^{\alpha}}{n} \right)^{1/\alpha}$$

Khi tiến đến 0, ta có hàm trung bình hình học:

$$h_0 = \lim_{\alpha \to 0} h_\alpha = (a_1 \cdots a_n)^{1/n}$$

Khi tiến đến âm vô cùng, ta có hàm chận dưới:

$$h_{-\infty} = \lim_{\alpha \to -\infty} h_\alpha = \mathrm{Min}\,(a_1, \cdots, a_n)$$

Khi tiến đến dương vô cùng, ta có hàm chận trên:

$$h_{+\infty} = \lim_{\alpha \to +\infty} h_\alpha = \mathrm{Max}\,(a_1, \cdots, a_n)$$

Khi = -1, ta có hàm trung bình điều hòa:

$$h_{-1}(a_1, \dots, a_n) = \left(\frac{n}{1/a_1 + \dots + 1/a_n} \right)$$

Khi = 1, ta có hàm trung bình số học:

$$h_1(a_1, \dots, a_n) = \left(\frac{a_1 + \dots + a_n}{n} \right)$$

Một lớp hàm tích hợp khác cũng có giới hạn từ hàm chận dưới và hàm chận trên là hàm trung bình trọng số h_w:

$$h_w(a_1, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^{n} w_i a_i,$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1, 0 \le w_i \le 1$$

2.4 Xây dựng hàm thành viên

Các khái niệm ngôn ngữ không chỉ mơ hồ mà còn phụ thuộc ngữ cảnh. Không chỉ biến ngôn ngữ hay tập mờ mà liên kết ngôn ngữ hay toán tử tập mờ cũng phụ thuộc ngữ cảnh. Khi nói nhiệt độ cao ở ngữ cảnh đo thân nhiệt, sẽ khác trong trường hợp điều khiển nhiệt độ trong một quá trình sản xuất lại càng khác trong trường hợp điều khiển nhiệt độ lò phản ứng hạt nhân.

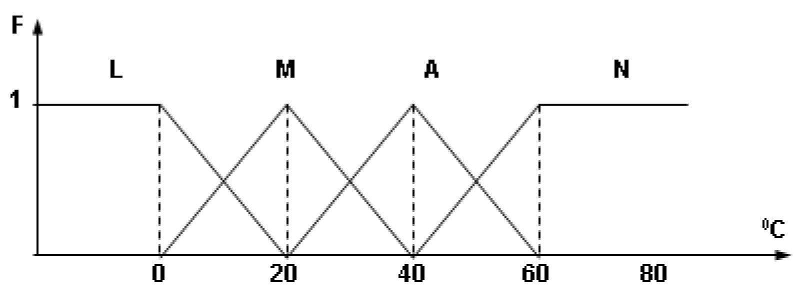
Cả tập mờ và toán tử tập mờ đều đặc trưng bởi các hàm từ tập tổng X lên khoảng đơn vị [0,1]. Cả tập mờ và toán tử tập mờ đều dùng để xấp xỉ ngữ nghĩa của các khái niệm ngôn ngữ trong một ngữ cảnh xác định. Việc xây dựng hàm thành viên tập mờ và việc xây dựng hàm toán tử tập mờ là phụ thuộc vào ngữ cảnh và tương tự như nhau. Phương pháp xây dựng hàm thành viên tập mờ cũng có thể dùng để xây dựng hàm toán tử tập mờ. Có nhiều phương pháp xây dựng hàm thành viên tập mờ:

- Phương pháp trực quan
- Phương pháp suy diễn
- Phương pháp chuyên gia
- Phương pháp mạng Neuron
- Phương pháp giải thuật di truyền.

Các phương pháp dùng mạng neuron, giải thuật di truyền sẽ được trình bày ở một tài liệu khác. Chương này xét các phương pháp trực quan, suy diễn, chuyên gia.

2.4.1 Phương pháp trực quan

Phương pháp trực quan dựa vào kiến thức và trực quan với ngữ cảnh đã cho để xây dựng hàm thành viên. Ví dụ như xem nhiệt độ của 1 đối tượng là từ 0^0C đến 80^0C, dựa vào trực quan và kiến thức, ta có thể xây dựng bốn tập mờ lạnh L, mát M, ấm A, nóng N như ở hình sau:



2.4.2 Phương pháp suy diễn

Phương pháp suy diễn dựa vào kiến thức để suy diễn hàm cho tập mờ ở một ngữ cảnh xác định. Ví dụ sau minh họa phương pháp.

Ví dụ: Một tam giác T có thể xác định bởi ba góc A, B, C thỏa các điều kiện

$$A + B + C = 180^0, A \quad B \quad C \quad 0$$

Gọi I là tập các tam giác gần cân, hàm thành viên của I có thể được suy diễn như sau:

$$_I(T) = 1\text{-}[\min(A\text{-}B, B\text{-}C)]/60^0$$

Với các tam giác cân có A = B hay B = C thì mức thành viên bằng 1. Với các tam giác có $A = 180^0$, $B = 60^0$, $C = 0^0$ thì mức thành viên bằng 0. Gọi R là tập các tam giác gần vuông, hàm thành viên của R có thể được suy diễn như sau:

$$_R(T) = 1 – \quad A\text{-}90^0 \quad / 90^0$$

Với các tam giác vuông có $A = 90^0$ thì mức thành viên bằng 1. Tam giác có góc lớn nhất A càng khác 90^0 thì mức thành viên bằng càng giảm. Gọi IR là tập các tam giác gần vuông cân, hàm thành viên của IR có thể được suy diễn như sau:

$$IR = I \quad R \qquad _{IR}(T) = \min [\ _I(T), \quad _R(T)]$$

Gọi E là tập các tam giác gần đều, hàm thành viên của E có thể được suy diễn như sau:

$$_E(T) = 1 – (A\text{-}C)/180^0$$

Với các tam giác đều $A = C = 60^0$ thì mức thành viên bằng 1. Tam giác càng lệch khỏi tam giác đều thì A-C càng lớn và mức thành viên càng giảm. Gọi O là tập các tam giác khác với các loại tam giác gần cân, gần vuông, gần đều, hàm thành viên của O có thể được suy diễn như sau:

$$O = \quad I \quad R \quad E \qquad _O(T) = \min [1\text{-} \ _I(T), 1\text{-} \ _R(T), 1\text{-} \ _E(T)]$$

Xem tam giác $T(A = 85^0, B = 50^0, C = 45^0)$, T có các mức thành viên tính được như sau:

- $_I(T) = 1 - [\min(A\text{-}B, B\text{-}C)]/60^0 = 0.91$
- $_R(T) = 1 - \quad A\text{-}90^0 \quad / 90^0 = 0.94$
- $_{IR}(T) = \min [\ _I(T), \quad _R(T)] = 0.91$
- $_E(T) = 1 - (A\text{-}C) / 180^0 = 0.70$

- ${}_{O}(T) = \min [1- {}_{I}(T), 1-R(T), 1- {}_{E}(T)] = 0.05$

Vậy T là tam giác gần vuông nhất, T cũng hơi cân, khó có thể xem T là tam giác đều, càng không thể xem T khác ba loại cân, vuông, đều.

2.4.3 Phương pháp chuyên gia

Hàm thành viên tập mờ được xây dựng dựa vào chuyên gia am tường ngữ cảnh của vấn đề quan tâm. Phương pháp chuyên gia gồm hai bước:

1- Thu thập kiến thức từ chuyên gia qua các mệnh đề ngôn ngữ

2- Xây dựng hàm từ việc xử lý các mệnh đề ngôn ngữ.

Phương pháp chuyên gia còn chia hai loại trực tiếp và gián tiếp. Trong loại trực tiếp, các chuyên gia trả lời các câu hỏi trực tiếp xây dựng hàm. Trong loại gián tiếp, các chuyên gia trả lời các câu hỏi đơn giản hơn, kết quả được xử lý thêm để xây dựng hàm.

a. Phương pháp trực tiếp với một chuyên gia

Trong phương pháp này, một chuyên gia sẽ được hỏi để xây dựng hàm. Xem A là tập mờ trên tập X cần được xây dựng hàm thành viên. Chuyên gia sẽ được giao gán mức độ thành viên A(x) cho từng phần tử x trên tập tổng X. Một số câu hỏi thường dùng như:

- Mức độ thành viên của x lên tập A là bao nhiêu?
- Mức độ tương thích của x lên tập A ở ngữ cảnh đã cho là bao nhiêu?
- Phần tử x nào có mức độ thành viên ${}_{A}(x)$ lên tập A ?

Sau khi có được tập các phần tử x cùng các giá trị thành viên tương ứng, ta xây dựng đường cong hàm thành viên bằng các phương pháp thích hợp.

b. Phương pháp trực tiếp với nhiều chuyên gia

Phương pháp này có n chuyên gia được hỏi để gán hàm. Gọi $a_i(x)$, i = 1 n là ý kiến của chuyên gia i về mức thành viên của x lên tập A. Mức thành viên tổng hợp của n chuyên gia có thể dùng công thức sau:

$$\mu_A(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i(x)}{n}$$

Hay là trung bình có trọng số các ý kiến, với ci là trọng lượng của chuyên gia i:

$$\mu_A(x) = \sum_{i=1}^{n} c_i \times a_i(x), \quad \sum_{i=1}^{n} c_i = 1, 0 \le c_i \le 1$$

c. Phương pháp chuyên gia gián tiếp

Phương pháp trực tiếp mang tính chủ quan, tùy tiện, nhất là khi gán hàm với các khái niệm phức tạp như đẹp, thông minh, sáng tạo... Để giảm nhược điểm này, phương pháp gián tiếp được dùng. Trong phương pháp gián tiếp, chuyên gia sẽ được hỏi dễ hơn qua việc so sánh mức độ thành viên của từng cặp phần tử trên tập X. Giả sử tập X có n phần tử, gọi mức độ thành viên của x_i, i=1 n là $_i$. Khi chuyên gia so sánh mức độ thành viên của từng cặp phần tử trên tập X, ta được kết quả là ma trận so sánh P:

$$P = p_{ij}, \; i,j = 1 \; n$$

trong đó p_{ij} là kết quả so sánh mức độ thành viên của xi và xj lên tập A:

$$p_{ij} = {}_i / {}_j.$$

Từ đó ta thấy ma trận so sánh P có tính nhất quán khi thỏa các tính chất sau:

$$p_{ik} = p_{ij} * p_{jk}, \; p_{ii} = 1, \; p_{ij} = 1/ p_{ji}.$$

Khi đã có ma trận so sánh, các giá trị thành viên tính được như sau:

$$\mu_j = 1 \Big/ \sum_{i=1}^{n} p_{ij}, \; j = 1 \div n$$

2.5 Giải mờ

Kết quả của một quá trình phân tích mờ thường là một tập mờ, trong một số trường hợp ta cần tìm một giá trị rõ đại diện cho tập mờ này. Giải mờ là chuyển đổi một đại lượng mờ thành một đại lượng rõ.

2.5.1 Phương pháp giải mờ

Có nhiều phương pháp giải mờ:

- Phương pháp nguyên lý hàm thành viên cực đại
- Phương pháp cận dưới hay cận trên hàm thành viên cực đại
- Phương pháp trung bình hàm thành viên cực đại

- Phương pháp trọng tâm
- Phương pháp trung bình trọng số
- Phương pháp trung bình trọng số theo tâm
- Phương pháp trọng tâm vùng lớn nhất.

a. Phương pháp hàm thành viên cực đại

Gọi F là tập mờ trên tập tổng X cần được giải mờ với hàm thành viên F(x). Gọi x* là giá trị rõ tương ứng sau khi giải mờ. Phương pháp hàm thành viên cực đại chọn x* là giá trị x có giá trị thành viên cực đại.

$$x^*: \quad {}_F(x^*) \qquad {}_F(x), \quad x \quad X$$

Hay là:

$$x^*: \quad {}_F(x^*) = h(F)$$

b. Phương pháp cận dưới hay cận trên hàm thành viên cực đại

Đôi khi $\;_F(x)$ cực đại trên một khoảng, mà ta gọi là khoảng M:

$$M = \quad x \quad X \qquad {}_F(x) = h(F)$$

Phương pháp này chọn x* là cận dưới hay cận trên của khoảng có giá trị thành viên cực đại này.

$$x^* = \inf M \text{ hay, } x^* = \sup M$$

c. Trung bình hàm thành viên cực đại

Thay vì chọn cận dưới hay cận trên của khoảng có giá trị thành viên cực đại, phương pháp này chọn điểm giữa khoảng có giá trị thành viên cực đại.

$$M = \quad x \quad X \qquad {}_F(x) = h(F)$$

$$x^* = (\inf M + \sup M) / 2$$

d. Phương pháp trọng tâm

Phương pháp trọng tâm chọn giá trị đại diện x* là hoành độ điểm trọng tâm của vùng bao bởi $\;_F(x)$, định bởi công thức sau:

$$x^* = \frac{\int_X \mu_F(x)\, x\, dx}{\int_X \mu_F(x)\, dx}$$

e. Phương pháp trung bình trọng số

Tập F thường hợp thành bởi n tập thành phần, F_k, k=1 n. Hàm $_F$ hợp thành bởi n hàm thành viên thành phần, $_{Fk}$, k=1 n, khi các hàm $_{Fk}$ (x) có dạng đối xứng. Gọi x_k là giá trị trung bình hàm thành viên cực đại của F_k:

$$M_k = \quad x \quad X \qquad _{Fk}(x) = h(F_k)$$

$$x_k = (\inf M_k + \sup M_k) / 2$$

Giá trị giải mờ x* là trung bình có trọng số của các giá trị x_k, trọng lượng của x_k là giá trị thành viên của x_k lên tập F_k, $_{Fk}(x_k)$:

$$x^* = \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k \mu_{F_k}(x_k)}{\sum_{k=1}^{n} \mu_{F_k}(x_k)}$$

f. Phương pháp trung bình trọng số theo tâm

Phương pháp này tương tự phương pháp trung bình trọng số, điểm khác biệt là trọng lượng của x_k là diện tích của vùng định bởi $_{Fk}(x)$:

$$x^* = \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k \int_X \mu_{F_K}(x)}{\int_X \mu_{F_K}(x)}$$

g. Phương pháp trọng tâm vùng lớn nhất

Phương pháp này dùng khi $_F(x)$ có dạng gồm nhiều tập lồi riêng biệt, gọi $_{Fm}(x)$ là hàm tương ứng vùng lồi lớn nhất, kết quả giải mờ là trọng tâm vùng này:

$$x^* = \frac{\int \mu_{F_m}(x)\, x\, dx}{\int \mu_{F_m}(x)\, dx}$$

2.5.2 Tiêu chuẩn chọn lựa phương pháp giải mờ

Có nhiều phương pháp giải mờ, chọn phương pháp nào phụ thuộc ngữ cảnh hay vấn đề đang khảo sát. Hellen Doorn & Thomas (1993) đã đưa ra năm tiêu chuẩn chọn lựac phương pháp giải mờ bao gồm:

- Liên tục
- Duy nhất
- Đại diện
- Đơn giản
- Trọng lượng thành phần.

Tiêu chuẩn liên tục yêu cầu một thay đổi nhỏ ở đầu vào không gây biến thiên lớn ở đầu ra. Tiêu chuẩn duy nhất yêu cầu kết quả giải mờ là đơn nhất. Tiêu chuẩn đại diện yêu cầu giá trị giải mờ ở giữa vùng có giá trị thành viên cao nhất. Tiêu chuẩn đơn giản yêu cầu tính toán đơn giản, ít tốn thời gian. Tiêu chuẩn trọng lượng thành phần yêu cầu mỗi tập mờ thành viên sẽ được tính đến với một trọng lượng tương ứng.

Chương 3

QUAN HỆ MỜ

- Quan hệ
- Quan hệ mờ
- Liên kết mờ
- Hợp thành mờ
- Nguyên lý mở rộng
- Chuyển đổi mờ

3.1 Quan hệ

3.1.1 Quan hệ

a. Quan hệ

Quan hệ biểu thị sự có hay không liên kết hay tương tác giữa các phần tử của hai hay nhiều tập hợp. Xem hai tập tổng X và Y, quan hệ R trên hai tập này là ánh xạ từ *tập tích Đề các* X Y lên tập nhị phân 0,1 :

R: X Y   0,1

Mỗi cặp <x,y> là một phần tử của X Y có một giá trị quan hệ, giá trị quan hệ là 1 khi có quan hệ, là 0 khi không có quan hệ. Quan hệ R là một tập hợp, khi một phần tử x của X có quan hệ với phần tử y của tập Y, ta nói phần tử <x,y> của tập X Y thuộc quan hệ R. Khi một phần tử x của X không có quan hệ với phần tử y của tập Y, ta nói phần tử <x,y> của tập X Y không thuộc quan hệ R.

Ví dụ: Xem X là tập ba loại tiền bảng - P, franc - F, mác - M

X = P, F, M

Xem Y là tập 3 quốc gia Pháp – FR, Đức – GR, Anh – BR

X = P, F, M

Quan hệ quốc gia - tiền tệ có thể được thiết lập như ở bảng liệt kê sau.

x	y	R(x,y)	x	y	R(x,y)	x	y	R(x,y)
P	FR	0	F	FR	1	M	FR	0
P	GR	0	F	GR	0	M	GR	1
P	BR	1	F	BR	0	M	BR	0

b. Biểu diễn quan hệ

Để biểu diễn quan hệ, ngoài cách dùng bảng liệt kê ở trên còn có những công cụ sau:

- Hàm đặc tính
- Ma trận quan hệ
- Biểu đồ Sagittal
- Hàm quan hệ.

Hàm đặc tính $_R$ của quan hệ R là giá trị quan hệ, hàm gán trị 1 cho các phần tử <x,y> thuộc quan hệ R và gán trị 0 cho các phần tử <x,y> không thuộc quan hệ R.

$$\chi_R(x,y) = \begin{cases} 1, & <x,y> \in R \\ 0, & <x,y> \notin R \end{cases}$$

Ma trận quan hệ là ma trận R = [r_{xy}] với số hàng bằng số phần tử X, số cột bằng số phần tử Y, cỡ ma trận quan hệ:

$$R = X \quad Y$$

Một phần tử ở hàng x cột y của ma trận r_{xy} có giá trị là giá trị quan hệ của <x,y>:

$$r_{xy} = \ _R(x,y)$$

Ví dụ: Xem tập X = 1,2,3 và tập Y = a,b,c . Một ma trận quan hệ giữa các phần tử tập X và các phần tử tập Y như sau:

$$R = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} a & b & c \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

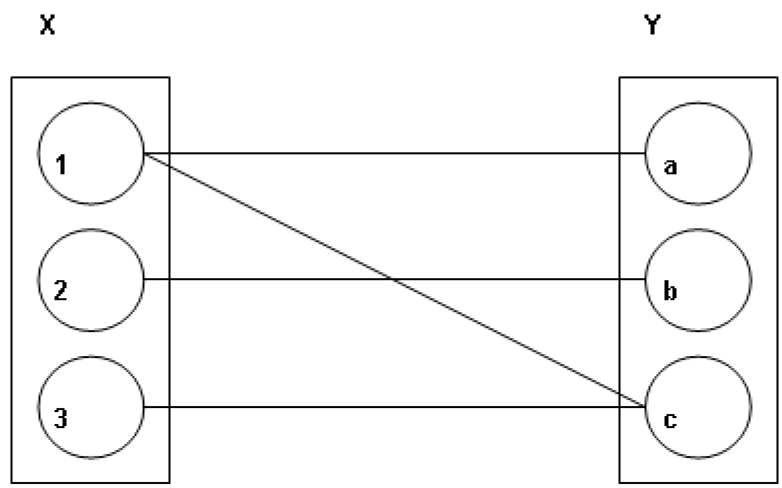
Từ ma trận quan hệ ta thấy các phần tử sau thuộc tập quan hệ R:

<1,a>, <1,c>, <2,b>, <3,c>

Các phần tử sau không thuộc tập quan hệ R:

<1,b>, <2,a>, <2,c>, <3,a>, <3,b>

Biểu đồ Sagittal biểu thị quan hệ giữa các phần tử bởi đồ hình trong đó gạch nối giữa các phần tử có quan hệ. Một biểu đồ Sagittal cho quan hệ ở ví dụ trên như ở hình sau.



Hàm quan hệ biểu diễn quan hệ dưới dạng hàm. Một ví dụ như hàm quan hệ sau:

R = <x,y> y 2x, x X, y Y

Quan hệ trên có thể biểu diễn theo hàm đặc tính như sau:

$$\chi_R(x, y) = \begin{cases} 1, & y \geq 2x \\ 0, & y < 2x \end{cases}$$

c. Toán tử quan hệ

Quan hệ là tập hợp nên các toán tử quan hệ cũng là các toán tử tập hợp như hội, giao, bù. Xem R và S là hai quan hệ trên tập X và Y:

R: X Y 0,1

S: X Y 0,1

Hội của hai quan hệ R và S là quan hệ R S có hàm đặc tính

$$\chi_{R\cup S}(x, y) = \mathrm{Max}\left[\chi_R(x, y), \chi_S(x, y)\right]$$

Giao của hai quan hệ R và S là quan hệ R S có hàm đặc tính:

$$\chi_{R\cap S}(x, y) = \mathrm{Min}\left[\chi_R(x, y), \chi_S(x, y)\right]$$

Bù của quan hệ R là quan hệ R có hàm đặc tính:

$$\chi_R(x, y) = 1 - \chi_R(x, y)$$

Khi R thuộc S thì:

$$R \subset S \rightarrow \chi_R(x, y) < \chi_S(x, y)$$

Như toán tử tập hợp, toán tử quan hệ có các tính chất giao hoán, kết hợp, phân bố, cuộn xoắn, đẳng trị, và theo luật De Morgan.

3.1.2 Liên kết

Liên kết xét quan hệ giữa nhiều tập hợp qua liên kết các quan hệ thành phần. Cho ba tập X, Y, Z. Xem quan hệ P trên tập X Y, quan hệ Q trên tập Y Z:

$$_J: X \ Y \ Z \quad 0,1$$

$$J = P*Q = P \ Q$$

Liên kết J của P và Q, ký hiệu P*Q là quan hệ trên tập tích X Y Z định bởi các quan hệ thành phần P và Q:

$$_J: X \ Y \ Z \quad 0,1$$

$$J = P*Q = P \ Q$$

Hàm thuộc tính của liên kết J = P*Q định bởi các hàm thuộc tính của các quan hệ P và Q qua luật liên kết cực tiểu:

$$_J(x,y,z) = \mathrm{Min}\left[\ _P(x,y) ,\ _Q(y,z)\right]$$

Hay qua luật liên kết tích:

$$_J(x,y,z) = \ _P(x,y) \quad _Q(y,z)$$

Để ý rằng hàm đặc tính là hàm lưỡng trị, luật liên kết tích cho cùng kết quả với luật liên kết cực tiểu.

Ví dụ: Xem tập ngôn ngữ X với các ngôn ngữ tiếng Anh (TA), tiếng Pháp (TP):

X = TA, TP

Xem tập quốc gia Y với các quốc gia Anh (A), Pháp (P):

Y = A, P

Xem tập tiền tệ Z với các đồng tiền Bảng Anh (BA), Mác Đức (MĐ):

X = BA, MĐ

Quan hệ ngôn ngữ - quốc gia P trên tập X Y.

TA	A	1
TA	P	0
TP	A	0
TP	P	1

Quan hệ quốc gia - tiền tê Q trên tập Y Z:

y	z	$\chi_Q(y,z)$
A	BA	1
A	MĐ	0
P	BA	0
P	MĐ	0

Từ đó xác định liên kết ngôn ngữ – quốc gia – tiền tệ Q trên tập X Y Z qua luật liên kết cực tiểu MIN và luật liên kết tích PROD:

x	y	z	$\chi_P(x,y)$	$\chi_Q(y,z)$	$\chi_J(x,y,z)$ Min	$\chi_J(x,y,z)$ Prod
TA	A	BA	1	1	1	1
TA	A	MĐ	1	0	0	0
TA	P	BA	0	0	0	0
TA	P	MĐ	0	0	0	0
TP	A	BA	0	1	0	0
TP	A	MĐ	0	0	0	0
TP	P	BA	1	0	0	0
TP	P	MĐ	1	0	0	0

Ta thấy hai luật cho cùng kết quả. Liên kết J = P*Q có thể xem là 1 tập hợp với chỉ 1 phần tử:

S =   <TA, A, BA>

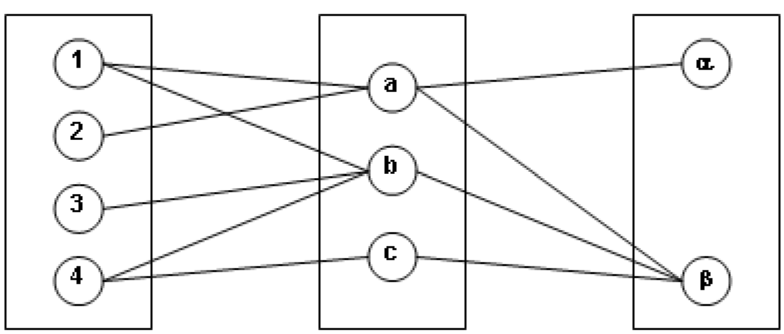
Các phần tử còn lại của tập X Y Z như <TA,A ,MĐ>, … , <TP,P,MĐ> không thuộc tập S.

Ví dụ: Xem X =   1, 2, 3, 4   , Y =   a,b,c   , Z =   ,   . Xem các quan hệ P, Q:

P: X Y   0,1

Q: Y Z   0,1

Biểu đồ Sagittal của các quan hệ này như ở hình sau:



Liên kết J = P*Q trên tập X Y Z tính được như sau:

J = <1,a, >,<1,a, >,<1,b, >,<2,a, >,<2,a, >,<3,b, >,<3,c, >,<4,b, >, <4,c, >

3.1.3 Hợp thành

Hợp thành tìm quan hệ giữa hai tập hợp khi biết quan hệ giữa hai tập này và một tập thứ ba, gọi là tập trung gian, qua việc hợp thành các quan hệ thành phần là các quan hệ giữa các tập quan tâm và tập trung gian. Hợp thành dựa vào liên kết giữa ba tập. Xem P là quan hệ trên tập X và Y.

$$P: X \quad Y \qquad 0,1$$

Xem Q là quan hệ trên tập Y và Z.

$$Q: Y \quad Z \qquad 0,1$$

Hợp thành hai quan hệ P và Q là quan hệ R với ký hiệu R = P   Q, R là quan hệ trên tập X và Z.

$$R: X \quad Z \qquad 0,1$$

Xét một phần tử (x,z) của tập X Z, mỗi phần tử y của Y có thể có quan hệ với x qua quan hệ P, và y có thể có quan hệ với z qua quan hệ Q. Nếu có ít nhất một phần tử y thuộc Y có đồng thời quan hệ với các x và z thì ta nói có quan hệ giữa x và z hay (x,z) thuộc quan hệ R. Dựa vào liên kết J = P*Q đã xây dựng ở trên, ta xây dựng quan hệ hợp thành R như sau:

$$_R(x,z) = Max \quad _J(x,y,z) \quad y \quad Y$$

Với luật liên kết cực tiểu ta có luật hợp thành cực đại- cực tiểu:

$$_R(x,z) = Max \quad _J(x,y,z) \quad y \quad Y \quad = Max \quad Min\,[\ _P(x,y)\ ,\ \ _Q(y,z)\ ] \quad y \quad Y$$

Với luật liên kết tích ta có luật hợp thành cực đại- tích:

$$_R(x,z) = Max \quad _J(x,y,z) \quad y \quad Y \quad = Max \quad _P(x,y) \qquad _Q(y,z) \quad y \quad Y$$

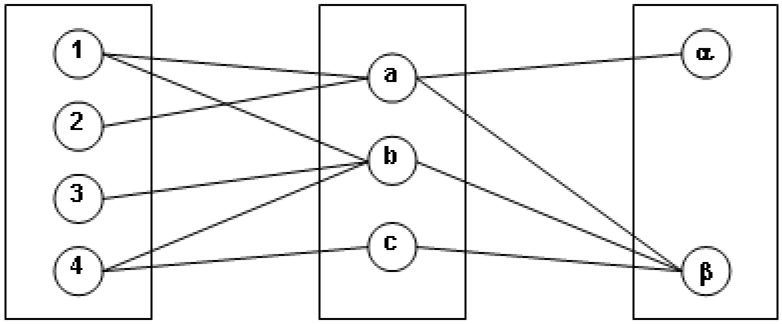
Vậy quan hệ hợp thành R có thể xác định từ các quan hệ thành phần P và Q theo các luật hợp thành khác nhau như luật hợp thành cực đại-cực tiểu hay luật cực đại-tích, tuy nhiên với hàm đặc tính   nhị phân lưỡng trị kết quả hợp thành là như nhau.

Ví dụ: Xem X = 1, 2, 3, 4 , Y = a,b,c , Z =   ,   . Xem các quan hệ P, Q:

$$P: X \quad Y \qquad 0,1$$

Q: Y Z   0,1

Biểu đồ Sagittal của các quan hệ P và Q như ở hình sau:



Quan hệ hợp thành R = P Q trên X Y tính được như sau:

R(x,z) = <1, >,<1, >,<2, >,<2, >,<3, >,<4, >

3.2 Quan hệ mờ

3.2.1 Quan hệ mờ

Cũng như hàm đặc tính của tập rõ, có thể tổng quát hóa thành hàm thành viên của tập mờ, hàm đặc tính của quan hệ rõ nêu ở phần trước có thể tổng quát hóa thành hàm thành viên của quan hệ mờ. Hàm thành viên của quan hệ mờ nói lên mức độ thành viên của các cặp phần tử lên quan hệ hay mức độ quan hệ giữa các phần tử của các tập hợp.

Quan hệ mờ R trên các tập X và Y là một tập mờ xác định trên tập tích của các tập tổng X Y. Các phần tử (x,y) của tập tích X Y có các mức độ thành viên lên quan hệ khác nhau. Quan hệ mờ R trên tập tích X Y là ánh xạ từ tập tích X Y lên tập khoảng đơn vị [0,1]:

$_R$: X Y   [0,1]

Mức độ thành viên $_R$(x,y) chỉ mức quan hệ giữa các phần tử x và y của các tập tổng X và Y lên quan hệ R hay mức độ quan hệ của các phần tử x và y theo ý nghĩa quan hệ đã định. Quan hệ mờ có thể được biểu diễn dưới các dạng sau:

- Hàm thành viên
- Ma trận quan hệ
- Biểu đồ Sagittal.

Ví dụ: Xem tập X gồm các thành phố Newyork–N, Paris–P:

X = N, P

Xem tập Y gồm các thành phố Newyork–N, Beijing–B, London –L:

Y = N, B, L

Gọi R là quan hệ mờ "rất xa" giữa các thành phố của tập X và các thành phố của tập Y. R là quan hệ mờ trên tập tích X Y, là ánh xạ từ tập tích X Y lên tập khoảng đơn vị [0,1]:

R: X Y [0,1]

Theo cách biểu diễn hàm thành viên:

$$R(X,\ Y) = \sum_{X \times Y} \mu_R(x, y) / < x,\ y >$$

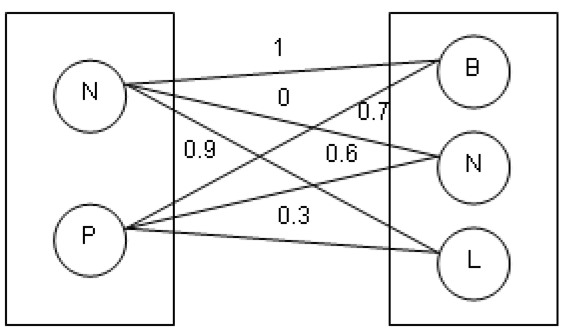
Quan hệ có thể liệt kê như sau:

R(X,Y) = 1/<N,B> + 0/<N,N> + 0,6/<N,L> + 0,9/<P,B> + 0,7/<P,N> + 0,3/<P,L>

Biểu diễn theo ma trận quan hệ: R = [r_{xy}]:

$$R = \begin{array}{c} \\ N \\ P \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} B & N & L \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.6 \\ 0.9 & 0.7 & 0.3 \end{bmatrix} \end{array}$$

Theo biểu đồ Sagittal như hình sau:



3.2.2 Toán tử quan hệ mờ

Quan hệ là tập hợp nên các toán tử quan hệ cũng là các toán tử tập hợp như hội, giao, bù. Xem R và S là hai quan hệ mờ trên tập X và Y:

$_R$: X Y [0,1]

$_S$: X Y   [0,1]

Hội của hai quan hệ R và S là quan hệ R S có hàm thành viên:

$$_{R\ \ S}(x,y) = \text{Max}\ [\ \ _R(x,y)\ ,\ \ \ _S(x,y)]$$

Giao của hai quan hệ R và S là quan hệ R S có hàm thành viên:

$$_{R\ \ S}(x,y) = \text{Min}\ [\ \ _R(x,y)\ ,\ \ \ _S(x,y)]$$

Bù của quan hệ R là quan hệ R có hàm thành viên:

$$\mu_{\bar{R}}(x,\ y) = 1 - \mu_R(x,\ y)$$

Khi R thuộc S thì:

$$_R(x,y) <\ \ \ _S(x,y)$$

Như toán tử tập hợp, toán tử quan hệ có các tính chất giao hoán, kết hợp, phân bố, cuộn xoắn, đẳng trị, và theo luật De Morgan.

3.2.3 Quan hệ trên một tập đơn

Xem một tập tổng X, xem R là quan hệ giữa các phần tử trên tập tổng này. $_R$ là ánh xạ từ tập tích X^2 lên khoảng đơn vị [0,1]:

$$_R: X^2\ \ \ [0,1]$$

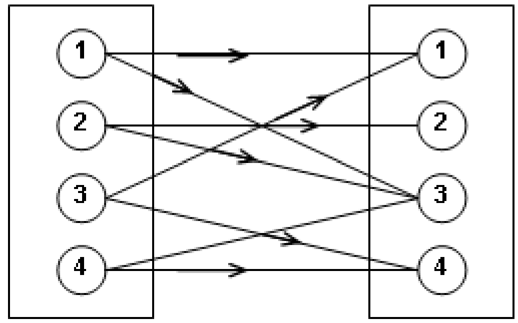
Ví dụ: Xem tập X gồm bốn phần tử: X = 1,2,3,4 . Một quan hệ R trên X^2 được cho như bảng sau:

x	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4
x	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
R	0,7	0	0,3	0	0	0,7	1	0	0,9	0	0	1	0	0	0,8	0,5

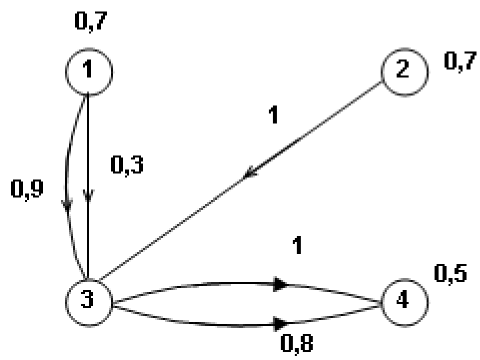
Hay biểu diễn ở dạng ma trận quan hệ:

$$R = \begin{vmatrix} .7 & 0 & .3 & 0 \\ 0 & .7 & 1 & 0 \\ .9 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & .8 & .5 \end{vmatrix}$$

Hay biểu diễn ở dạng biểu đồ Sagittal sau:



Biểu diễn ở dạng biểu đồ đơn sau:



3.3 Liên kết mờ

Xem ba tập X, Y, Z. Xem quan hệ mờ P trên tập X   Y và quan hệ mờ Q trên tập Y   Z:

$$_{P}: X \quad Y \quad [0,1]$$

$$_{Q}: Y \quad Z \quad [0,1]$$

Liên kết mờ J của P và Q, ký hiệu P*Q là quan hệ mờ trên tập tích X   Y   Z định bởi các quan hệ thành phần P và Q:

$$_{J}: X \quad Y \quad Z \quad [0,1]$$

$$J = P*Q = P \quad Q$$

Tương tự liên kết rõ nêu trên, hàm thành viên của liên kết mờ định bởi các hàm thành viên của các quan hệ thành phần $_{P}$ và $_{P}$ qua các luật liên kết. Với luật liên kết cực tiểu:

$$_{J}(x,y,z) = \text{Min} [\ _{P}(x,y) , \ _{Q}(y,z)]$$

Với luật liên kết tích:

$$_{J}(x,y,z) = [\ _{P}(x,y) \quad \ _{Q}(y,z)]$$

Để ý rằng, khác với liên kết rõ khi dùng các luật liên kết khác nhau, kết quả sẽ khác nhau.

Ví dụ: Xem X = 1, 2, 3, 4 , Y = a,b,c , Z = , . Xem các quan hệ P, Q cho ở dạng bảng như sau:

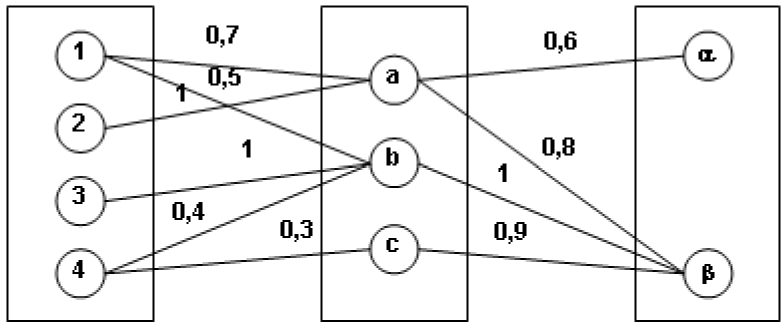
P: X Y [0,1]

x	y	$\mu_P(x,y)$
1	a	0,7
1	b	0,5
1	c	0
2	a	1
2	b	0
2	c	0
3	a	0
3	b	1
3	c	0
4	a	0
4	b	0,4
4	c	0,3

Q: Y Z [0,1]

y	z	$\mu_Q(y,z)$
a	α	0,6
a	β	0,8
b	α	0
b	β	1
c	α	0
c	β	0,9

Biểu đồ Sagittal của các quan hệ này như ở hình sau:



Liên kết mờ J = P*Q trên tập X Y Z theo luật liên kết cực tiểu và luật tích tính được như 2 bảng sau:

x	y	z	$\mu_P(x,y)$	$\mu_Q(y,z)$	$\mu_J(x,y,z)$ - min	$\mu_J(x,y,z)$ - prod
1	a	α	0,7	0,6	0,6	0,43
1	a	β	0,7	0,8	0,7	0,56
1	b	α	0,5	0	0	0
1	b	β	0,5	1	0,5	0,5
1	c	α	0	0	0	0
1	c	β	0	0,9	0	0
2	a	α	1	0,6	0,6	0,6
2	a	β	1	0,8	0,8	0,8
2	b	α	0	0	0	0
2	b	β	0	1	0	0
2	c	α	0	0	0	0
2	c	β	0	0,9	0	0

x	y	z	μP(x,y)	μQ(y,z)	μJ(x,y,z) - min	μJ(x,y,z) - prod
3	a	α	0	0,6	0	0
3	a	β	0	0,8	0	0
3	b	α	1	0	0	0
3	b	β	1	1	1	1
3	c	α	0	0	0	0
3	c	β	0	0,9	0	0
4	a	α	0	0,6	0	0
4	a	β	0	0,8	0	0
4	b	α	0,4	0	0	0
4	b	β	0,4	1	0,4	0,4
4	c	α	0,3	0	0	0
4	c	β	0,3	0,9	0,3	0,27

Để ý rằng kết quả là khác nhau theo các luật liên kết.

3.4 Hợp thành mờ

3.4.1 Hợp thành mờ

Xem ba tập X, Y, Z. Xem quan hệ P trên tập X Y. Xem quan hệ mờ Q trên tập Y Z:

$$_P: X \quad Y \qquad [0,1]$$

$$_Q: Y \quad Z \qquad [0,1]$$

Quan hệ mờ R trên tập X Z được hợp thành từ các quan hệ P và Q, ký hiệu:

$$R = P \quad Q$$

Tương tự hợp thành các quan hệ rõ nêu ở phần trên, dựa vào liên kết mờ J = P*Q đã xây dựng ở trên, ta xây dựng quan hệ hợp thành mờ R như sau:

$$_R(x,z) = \mathrm{Max} \qquad _J(x,y,z) \quad y \quad Y$$

Với luật liên kết cực tiểu ta có luật hợp thành cực đại- cực tiểu:

$$_R(x,z) = \mathrm{Max} \qquad _J(x,y,z) \quad y \quad Y \quad = \mathrm{Max} \quad \mathrm{Min}\,[\ \ _P(x,y), \quad _Q(y,z)] \quad y \quad Y$$

Với luật liên kết tích ta có luật hợp thành cực đại- tích:

$$ {}_R(x,z) = \text{Max} \quad {}_J(x,y,z) \quad y \quad Y \quad = \text{Max} \quad {}_P(x,y) \quad {}_Q(y,z) \quad y \quad Y $$

Vậy quan hệ hợp thành R có thể xác định từ các quan hệ thành phần P và Q theo các luật hợp thành khác nhau như luật hợp thành cực đại-cực tiểu hay luật hợp thành cực đại-tích.

Ví dụ: Xem X = 1, 2, 3, 4 , Y = a,b,c , Z = , . Xem các quan hệ P, Q cho ở dạng bảng như sau:

P: X Y [0,1]

x	y	$\mu_P(x,y)$	x	y	$\mu_P(x,y)$
1	a	0,7	3	a	0
1	b	0,5	3	b	1
1	c	0	3	c	0
2	a	1	4	a	0
2	b	0	4	b	0,4
2	c	0	4	c	0,3

Q: Y Z [0,1].

y	z	$\mu_Q(y,z)$
a	α	0,6
a	β	0,8
b	α	0
b	β	1
c	α	0
c	β	0,9

Quan hệ hợp thành R = P Q giữa hai phần tử 1 và của các tập X và Z tính theo hàm liên kết cực tiểu:

$$ {}_R(1, \quad) = \text{Max} \quad {}_J(1,y, \quad) \,] \quad y \quad a,b,c $$

$$ = \text{Max} \quad {}_J(1,a, \quad) , \quad {}_J(1,b, \quad) , \quad {}_J(1,c, \quad) $$

= Max   0,6 , 0 , 0

= 0,6

Mặt khác, theo các quan hệ thành phần, quan hệ hợp thành giữa hai phần tử 1 và   của các tập X và Z, theo luật hợp thành cực đại - cực tiểu tính như sau:

$_R$(1,   ) = Max$_{y\ \ Y}$ Min[$_P$(1,y) , $_Q$(y,   )]

= Max   Min[$_P$(1,y) , $_Q$(y,)]   y   a,b,c

= Max Min[$_P$(1,a), $_Q$(a,)],Min[$_P$(1,b), $_Q$(b,)],Min[$_P$(1,c), $_Q$(c,)]

= Max Min[0,7,0,6], Min[0,5,0], Min[0,0]

= Max 0,6, 0, 0

= 0,6

Thấy rằng các kết quả tính là như nhau. Theo luật liên kết tích, quan hệ hợp thành R = P Q giữa hai phần tử 1 và   của các tập X và Z, theo luật hợp thành cực đại - tích tính được như sau:

$_R$(1,   ) = Max $_P$(1,y) $_Q$(y,)   y   a,b,c

= Max $_P$(1,a) $_Q$(a,), $_P$(1,b) $_Q$(b,), $_P$(1,c) $_Q$(c,)

= Max 0,7 0,6, 0,5 0, 0 0

= Max 0,42, 0, 0

= 0,42

3.4.2 Toán tử hợp thành

Ta xây dựng toán tử hợp thành " " nhằm hợp thành các quan hệ mờ theo các ma trận quan hệ. Xem ma trận quan hệ mờ R trên tập tích X Y:

$$R = [r_{xy}]$$

Xem ma trận quan hệ mờ S trên tập tích Y Z:

$$S = [s_{yz}]$$

Ma trận quan hệ hợp thành T của R và S có thể tìm được từ các ma trận R và S qua một phép nhân ma trận đặc biệt:

$$T = R \quad S = [t_{yz}]$$

$$[t_{yz}] = [r_{xy}] \quad [s_{yz}]$$

Phép nhân ma trận đặc biệt tương tự phép nhân ma trận bình thường với các khác biệt sau. Phép nhân ma trận bình thường bao gồm một phép nhân và một phép cộng. Khi hợp thành ma trận, phép cộng trong nhân ma trận bình thường được thay bởi phép toán cực đại, còn phép nhân trong nhân ma trận bình thường vẫn giữ với hợp thành cực đại - tích, và được thay bởi phép toán cực tiểu với hợp thành cực đại - cực tiểu. Hay nói cách khác, với hợp thành cực đại - cực tiểu thay phép nhân trong nhân ma trận bình thường thay bởi phép toán cực tiểu và phép cộng trong nhân ma trận bình thường được thay bởi phép toán cực đại. Với hợp thành cực đại - tích, phép nhân trong nhân ma trận bình thường vẫn giữ chỉ thay phép cộng trong nhân ma trận bình thường bởi phép toán cực đại.

Ví dụ: Xem X = 1, 2, 3, 4 , Y = a,b,c , Z = , . Xem các quan hệ P, Q cho ở dạng bảng như sau:

P: X Y 0,1

x	y	$\mu_P(x,y)$	x	y	$\mu_P(x,y)$
1	a	0,7	3	a	0
1	b	0,5	3	b	1
1	c	0	3	c	0
2	a	1	4	a	0
2	b	0	4	b	0,4
2	c	0	4	c	0,3

Q: Y Z 0,1

y	z	$\mu_Q(y,z)$
a	α	0,6
a	β	0,8
b	α	0
b	β	1
c	α	0
c	β	0,9

Hay ở dạng ma trận như sau:

$$P = \begin{vmatrix} 0,7 & 0,5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0,3 \end{vmatrix}, \quad Q = \begin{vmatrix} 0,6 & 0,8 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0,9 \end{vmatrix}$$

Với hợp thành cực đại - cực tiểu, quan hệ R định bởi phép nhân ma trận như sau:

$$R = P \circ Q = \begin{vmatrix} 0,7 & 0,5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0,3 \end{vmatrix} \circ \begin{vmatrix} 0,6 & 0,8 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0,9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,6 & 0,7 \\ 0,6 & 0,8 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0,4 \end{vmatrix}$$

Với hợp thành cực đại - tích, quan hệ R định bởi phép nhân ma trận như sau:

$$R = P \circ Q = \begin{vmatrix} 0,7 & 0,5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0,3 \end{vmatrix} \circ \begin{vmatrix} 0,6 & 0,8 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0,9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,42 & 0,56 \\ 0,6 & 0,8 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0,4 \end{vmatrix}$$

Khi dùng toán tử hợp thành kết quả là không đổi so với cách tính ở trên.

3.5 Nguyên lý mở rộng

3.5.1 Hàm số và quan hệ

Xem một hàm số f là ánh xạ từ tập vào X lên tập ra Y:

f: X   Y

Một phần tử y của tập Y là ảnh của một phần tử x của tập X:

$$y = f(x) \text{ , } x \quad X \text{ , } y \quad Y$$

Qua ánh xạ ngược ta xác định được phần tử x của tập X từ một phần tử y của tập Y:

$$x = f^{-1}(y)$$

Một hàm số f từ tập X lên tập Y có thể xem là một quan hệ R trên tập tích X Y với hàm đặc tính định bởi:

$$R = \quad (x,y) \quad y=f(x)$$

$$\chi_R(x,y) = \begin{cases} 1, & y = f(x) \\ 0, & y = f(x) \end{cases}$$

Xem một tập A trên tập tổng X, gọi ảnh của tập A qua ánh xạ f là tập B. Tập B là tập con trên tập tổng Y định bởi:

$$B = f(A) = \quad y \quad x \quad A, y=f(x)$$

Hàm đặc tính của tập B:

$$_B(y) = \quad _{f(A)}(y) = \text{Max} \quad _A(x) \quad y=f(x)$$

Ví dụ: Xem tập X = -2, -1, 0, 1, 2 . Xem hàm f định bởi:

$$y = f(x) = \quad 4x \quad +2$$

Tập ảnh Y của X qua ánh xạ f là Y = 10, 6, 2 . Trên tập X, xem tập A gồm hai phần tử 0 và 1:

$$A = 0/-2 + 0/-1 + 1/0 + 1/1 + 0/2$$

Gọi B là ảnh của A qua ánh xạ f. B là một tập trên Y với hàm đặc tính được tính lần lượt như sau:

$_B(2)= \text{Max} \quad _A(x) \quad 2 = \quad 4x \quad +2$

$= \text{Max} \quad _A(x) \quad x = 0$

$= \text{Max} \quad _A(0)$

$= 1$

$_B(6)= \text{Max} \quad _A(x) \quad 6 = \quad 4x \quad +2$

$= \text{Max} \quad _A(x) \quad x = 1, x=-1$

$= \text{Max} \quad {}_A(1)\ , \quad {}_A(-1)$

$= \text{Max} \quad 1\ ,\ 0$

$= 1$

${}_B(10) = \text{Max} \quad {}_A(x) \quad 10 = \quad 4x \quad +2$

$= \text{Max} \quad {}_A(x) \quad x = 2,\ x= -2$

$= \text{Max} \quad {}_A(2)\ , \quad {}_A(-2)$

$= \text{Max} \quad 2\ ,\ 0$

$= 0$

Vậy tập B là:

$$B = 1/2 + 1/6 + 0/10$$

Vậy B có hai phần tử là 2 và 6, điều này có thể dễ dàng kiểm nghiệm.

3.5.2 Nguyên lý mở rộng

Nguyên lý mở rộng mở rộng việc xác định ảnh của một tập mờ qua một ánh xạ f. Xem f là ánh xạ từ tập X lên tập Y.

$$f: X \quad Y$$

Xem A là một tập mờ trên tập X. Gọi B là ảnh của tập mờ A qua ánh xạ f. Tương tự như trường hợp tập rõ nêu trên, B là một tập mờ trên Y với hàm thành viên định bởi hàm thành viên của A:

$${}_B(y) = \text{Sup} \quad {}_A(x) \quad y=f(x)$$

Ngược lại, gọi f^{-1} là ánh xạ ngược từ Y lên X:

$$f^{-1}: Y \quad X$$

Một tập mờ B trên Y sẽ có ảnh qua f^{-1} là A có hàm thành viên định bởi:

$${}_A(x) = \quad {}_B(y) = \quad {}_B(f(x))$$

Với hàm nhiều biến như xem f là hàm hai biến:

$$z = f(x,y)\ ,\ x \quad X,\ y \quad Y,\ z \quad Z$$

Hàm f là ánh xạ từ tập tích X Y lên tập Z:

$$f: X \quad Y \quad Z$$

Xem một tập mờ A trên X, một tập mờ B trên Y. Gọi ảnh của tập tích A   B là C, C là tập mờ trên Z với hàm thành viên định bởi:

$$_C(z) = \text{Sup} \quad \text{Min} [\ _A(x), \quad _B(y) \quad z=f(x,y)$$

Một cách tổng quát với hàm n biến. Xem f là ánh xạ từ tập tích X_1 X_2 … X_n lên tập Y:

$$f: X_1 \quad X_1 \ \ldots \quad X_n \quad Y$$

Xem một tập mờ A_1 trên X_1, 1 tập mờ A_2 trên X_2, …, 1 tập mờ A_n trên X_n. Gọi ảnh của tập tích A_1 A_2 … A_n là B, B là tập mờ trên Y với hàm thành viên định bởi:

$$_B(y) = \text{Sup} \quad \text{Min} [\ _{A1}(x_1),\ldots, \quad _{An}(x_n) \quad y=f(x_1,\ldots,x_{\ n})$$

3.6 Chuyển đổi mờ

Nguyên lý mở rộng việc tìm ảnh của một tập rõ qua một ánh xạ thành việc tìm ảnh của một tập mờ qua một ánh xạ. Ánh xạ dùng trong nguyên lý mở rộng là ánh xạ rõ. Với ánh xạ rõ, ảnh của một phần tử x của tập nguồn đầu vào X sẽ là một phần tử y của tập đích đầu ra Y. Trong trường hợp ánh xạ mờ ảnh của một phần tử tập đầu vào X sẽ là một tập mờ của tập đầu ra Y. Chuyển đổi mờ là phép chuyển đổi giúp tìm ảnh của một tập hợp qua một ánh xạ mờ, tập đầu vào có thể là một tập mờ. Trong trường hợp các tập X và Y hữu hạn, ánh xạ mờ có thê biểu diễn bởi quan hệ mờ R trên tập tích X   Y:

$$R: X \quad Y \quad [0,1]$$

Xem một tập mờ A trên X, gọi B là tập mờ ảnh của A qua quan hệ mờ R. Tập mờ B là tập mờ trên Y và có thể xác định bởi tập mờ A và quan hệ R qua toán tử hợp thành:

$$B = A \quad R$$

Với luật hợp thành cực đại - cực tiểu hàm thành viên của B xác định như sau:

$$_B(y) = \text{Max} \quad \text{Min} [\ _A(x), \quad _R(x,y) \quad x \quad X$$

Ví dụ: Xem một thí nghiệm đưa các vật thể vào không gian. Trọng lượng vật thể cho bởi tập X:

$$X = \quad 40, 50, 60, 70, 80 \quad (Kg)$$

Chiều dài vật thể cho bởi tập Y:

$$Y = \quad 1{,}4, 1{,}5, 1{,}6, 1{,}7, 1{,}8 \quad (m)$$

Quan hệ trọng lượng - chiều dài vật thể cho bởi quan hệ mờ R = [r_{xy}] là ma trận cỡ [5 5] sau:

$$R = \begin{vmatrix} 1 & 0{,}8 & 0{,}2 & 1 & 0 \\ 0{,}8 & 1 & 0{,}8 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0{,}8 & 1 & 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}8 & 1 & 0{,}8 \\ 0 & 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}8 & 1 \end{vmatrix}$$

Một vật thể được đưa vào không gian với trọng lượng mờ định bởi tập mờ sau:

$$A = 0{,}8/40 + 1/50 + 0{,}6/60 + 0{,}2/70 + 0/80$$

Ma trận tương ứng là ma trận cột [5 1] sau:

$$A = \begin{vmatrix} 0{,}8 \\ 1 \\ 0{,}6 \\ 0{,}2 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Qua quan hệ R, chiều dài vật thể này có thể được xác định bởi tập mờ B:

$$B = A \quad R$$

Với luật hợp thành cực đại - cực tiểu, tập mờ B tính được là:

$$B = A \circ R = \begin{vmatrix} 0{,}8 \\ 1 \\ 0{,}6 \\ 0{,}2 \\ 0 \end{vmatrix} \circ \begin{vmatrix} 1 & 0{,}8 & 0{,}2 & 1 & 0 \\ 0{,}8 & 1 & 0{,}8 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0{,}8 & 1 & 0{,}8 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}8 & 1 & 0{,}8 \\ 0 & 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}8 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow B = \begin{vmatrix} 0{,}8 & 1 & 0{,}8 & 0{,}6 & 0{,}2 \end{vmatrix}$$

Vậy tập mờ B như sau:

$$B = 0{,}8/1{,}4 + 1/1{,}5 + 0{,}8/1{,}6 + 0{,}6/1{,}7 + 0{,}2/1{,}8 \text{ (m)}$$

Chương 4
SỐ HỌC MỜ

- Số mờ
- Biến ngôn ngữ
- Toán tử số học mờ
- Cực trị mờ
- So sánh mờ
- Xếp hạng mờ

4.1 Số mờ

4.1.1 Số mờ

Số mờ hay khoảng mờ dùng diễn tả khái niệm một số hay một khoảng xấp xỉ hay gần bằng một số thực hay một khoảng số thực cho trước. Số mờ hay khoảng mờ là tập mờ xác định trên tập số thực. Gọi A là một số mờ, A là một tập mờ trên tập tổng là tập số thực R:

$$A \quad (R)$$

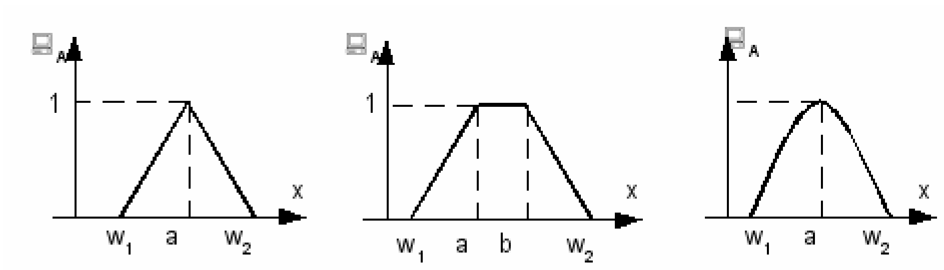
Hàm thành viên của tập mờ A có dạng:

$$_A: R \quad [0,1]$$

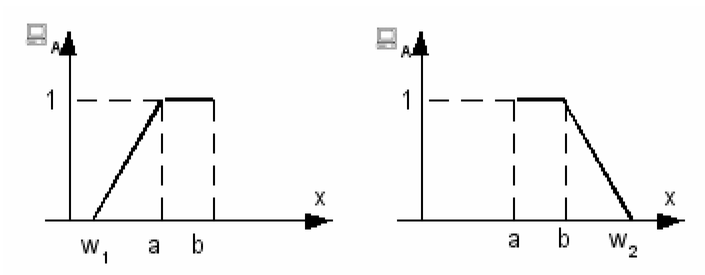
Số mờ A dùng để xấp xỉ một số thực r nên hàm thành viên của r phải là một nên tập mờ A phải là tập mờ chuẩn tắc. Mặt khác, nhằm xác định các toán tử số học mờ dựa vào các toán tử khoảng trong *phân tích khoảng* cổ điển, số mờ A thường có các yêu cầu là biên giới A_{0+} của tập mờ A phải bị chặn và các tập cắt A phải là các khoảng đóng. Với tính chất mọi tập cắt A đều là các khoảng đóng, nên số mờ A là tập mờ lồi. Tóm lại, hàm thành viên của một số mờ A thường được yêu cầu phải có tính chuẩn và lồi hay phải thỏa các tính chất sau:

- Tập mờ chuẩn tắc
- Tập cắt A phải là một khoảng đóng với mọi (0,1]
- Biên giới của tập mờ A - A_{0+} bị chặn.

Hàm thành viên một số mờ A thường có dạng là hình tam giác, hình thang hay dạng hình chuông như ở hình sau.



Hàm thành viên số mờ có thể không đối xứng. Mặt khác nhằm diễn tả các khái niệm số lớn hay số nhỏ, hàm thành viên có dạng vai trái hay vai phải như ở hình sau.



4.1.2 Dạng số mờ thường dùng

Các số mờ thường dùng là số mờ tam giác, số mờ hình thang. Số mờ tam giác là một trường hợp riêng của số mờ hình thang, số mờ hình thang là một trường hợp riêng của số mờ phẳng do Didier Dubois và Henry Prade xây dựng. Tuy nhiên trước tiên ta khảo sát dạng số mờ tổng quát.

a. Số mờ tổng quát

Một tập mờ A trên tập số thực được xem là một số mờ khi và chỉ khi có một khoảng [a,b] sao cho hàm thành viên của A có dạng:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & , x \in [a,b] \\ l(x) & , x \in (-\infty, a) \\ r(x) & , x \in (b, \infty) \end{cases}$$

trong đó hàm trái l là hàm từ tập (- , a) đến tập [0,1] với các tính chất:

- Tăng đơn điệu
- Liên tục từ phải
- Tồn tại $_1$ (- , a) sao cho l(x) = 0 với x (- , $_1$).

Hàm phải r là hàm từ tập (b,) đến tập [0,1] với các tính chất

- Giảm đơn điệu
- Liên tục từ trái
- Tồn tại $_2$ (b,) sao cho r(x) = 0 với x ($_2$,).

b. Số mờ phẳng

Từ hàm thành viên số mờ tổng quát nêu trên, Didier Dubois và Henry Prade xây dựng số mờ phẳng với 4 tham số. Một số mờ phẳng A với 4 tham số a, b, c, d được ký hiệu A(a, b, c, d) với hàm thành viên như sau:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} F((a-x)/c) & ,x < a \\ 1 & ,a \le x \le b \\ F((x-b)/d) & ,x > b \end{cases}$$

trong đó hàm tham chiếu F là hàm không tăng ở nửa phải trục thực với các tính chất F(-x) = F(x) và F(0) = 1.

- Hàm trái l(x) = F((a-x)/c), $_1$= a-c
- Hàm phải r(x) = F((x-b)/d), $_2$= b+d

Một số rõ a sẽ có dạng là (a,a,0,0), một khoảng rõ [a,b] có dạng là (a,b,0,0). Giá trị trung bình của số mờ phẳng (a,a,c,d) là a, giá trị trung bình của số mờ phẳng (a,b,c,d) là nằm trong khoảng [a,b] thường chọn là (a+b)/2.

c. Số mờ hình thang

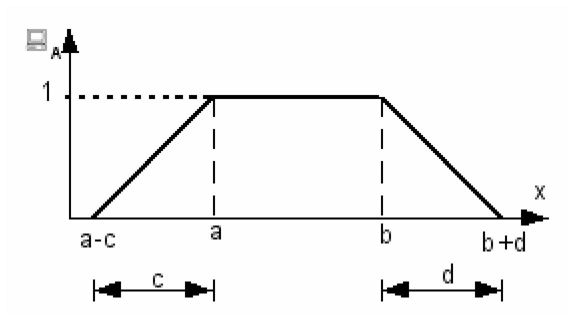
Từ số mờ phẳng nêu trên, P.J. Macvicar - Whelan xây dựng một loại số mờ phẳng gọi là số mờ hình thang. Trong một nghiên cứu, Macvicar - Whelan thấy rằng để xây dựng hàm thành viên, không cần dùng hàm cong chữ S mà có thể dùng các hàm tuyến tính từng đoạn, từ đó ông xây dựng hàm tham chiếu F dạng tuyến tính như sau:

$$F(x) = \max(0, 1- \; x \;)$$

Từ đó hàm thành viên số mờ hình thang A(a, b, c, d) có dạng sau:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & , x < a - c \\ (x - a + c)/c & , a - c \le x < a \\ 1 & , a \le x \le b \\ (b + d - x)/d & , b < x \le b + d \\ 0 & , b + d < x \end{cases}$$

Hàm thành viên của số mờ hình thang như hình sau:



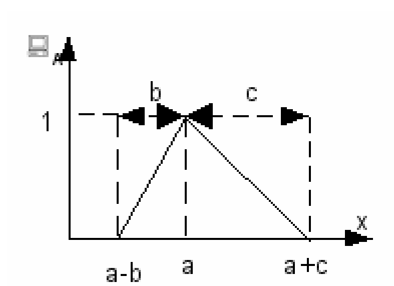
Có thể xem [a,b] là khoảng giá trị tin cậy của số mờ, c và d lần lượt là các độ phân tán dưới và trên của số mờ. Với số mờ hình thang A(a,b,c,d), tập cắt A   của số mờ được xác định bởi các cận trên và dưới như sau:

LA   = c   + a-c

UA   = b+d - d

d. Số mờ tam giác

Trong số mờ hình thang (a,b,c,d), khi a = b thì số mờ hình thang thành số mờ tam giác. Số mờ tam giác có hàm thành viên dạng hình tam giác như sau.



Một số mờ tam giác A với các tham số a, b, c thường được ký hiệu A(a, b , c) với hàm thành viên có dạng sau:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & , x < a - b \\ (x - a + b)/b & , a - b \le x \le a \\ (a + c - x)/c & , a < x \le a + c \\ 0 & , a + c < x \end{cases}$$

Để ý rằng số mờ tam giác là một trường hợp riêng của số mờ hình thang. Số mờ tam giác A(a,b,c) có thể viết lại là số mờ hình thang A(a,a,b,c). Có thể xem a là giá trị tin cậy của số mờ, b và c lần lượt là các độ phân tán dưới và trên của số mờ. Với số mờ tam giác A(a,b,c), tập cắt A của số mờ được xác định bởi các cận trên và dưới như sau:

LA = b + a-b

UA = a+c - c

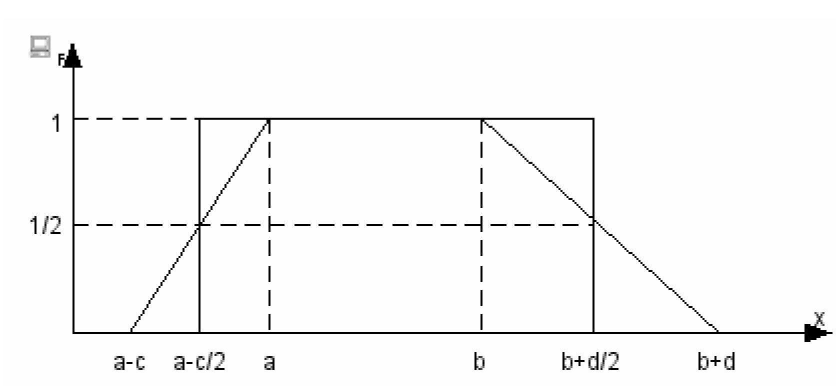
4.1.3 Độ mờ của số mờ

Nhắc lại độ mờ của một tập mờ F, ký hiệu là *dof(F)* được xác định theo Kaufmann (1975):

$$dof(F) = d(F, F_c)$$

$$\mu_{F_c}(x) = \begin{cases} 0, \mu_F(x) \le 0,5 \\ 1, \mu_F(x) > 0,5 \end{cases}$$

Xem tập mờ hình thang F = (a,b,c,d), có thể xác định tập F_c của tập F là tập mờ hình thang F_c(a-c/2,b+d/2,0,0) như hình sau.



Từ đó tính được độ mờ của F như sau:

dof(F) = 2*(c/2 * 1/2 * 1/2 + d/2 * 1/2 * 1/2) = (c+d)/4

Vậy độ mờ của tập mờ hình thang phụ thuộc vào mức độ phân tán trên d và mức độ phân tán dưới của tập mờ:

$$dof(a,b,c,d) = (c + d)/4$$

Tương tự với tập mờ tam giác là một trường hợp của tập mờ hình thang, ta có độ mờ của tập mờ F = (a,b,c) được xác định bởi các độ phân tán b và c:

$$dof(a,b,c) = (b+c)/4$$

4.2 Biến ngôn ngữ

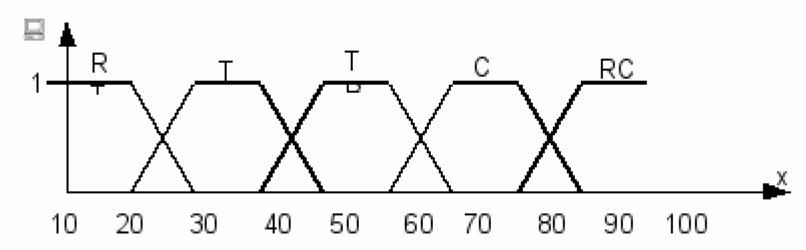
Số mờ đóng vai trò quan trọng trong việc xây dựng biến mờ định lượng là biến có trạng thái định bởi các số mờ. Khi các số mờ biểu diễn các khái niệm ngôn ngữ như rất nhỏ, nhỏ, trung bình, lớn, rất lớn trong một ngữ cảnh cụ thể, biến mờ được gọi là biến ngôn ngữ.

Biến ngôn ngữ được xác định theo một biến cơ sở trên một tập cơ sở là số thực trên một khoảng cụ thể. Biến cơ sở có thể là một biến vật lý như nhiệt độ, áp suất, tốc độ, điện áp… hay tổng quát hơn là một biến dạng số như tuổi, lãi suất, lương, độ tin cậy… Trong một biến ngôn ngữ, các trị ngôn ngữ biểu diễn các giá trị xấp xỉ của biến cơ sở, các trị ngôn ngữ này là các số mờ.

Biến ngôn ngữ đặc trưng bởi bộ ngũ <V,T,X,g,m> trong đó V là tên biến, T là tập các trị ngôn ngữ, X là tập cơ sở, g biểu thị các luật cú pháp hay văn phạm nhằm tạo ra các trị ngôn ngữ ở tập T, m biểu thị các luật ngữ nghĩa nhằm gán mỗi trị ngôn ngữ t T một ngữ nghĩa m(t) là số mờ trên tập cơ sở X:

$$m: T \quad (X)$$

Ví dụ: Xem một biến ngôn ngữ là nhiệt độ của một lò. Biến cơ sở V là nhiệt độ. Nhiệt độ lò từ 10^oC đến 100^oC hay tập cơ sở X = [10,100] ^oC. Dải nhiệt độ từ 10^oC đến 100^oC được chia thành các dải nhiệt độ rất thấp (RT), thấp (T), trung bình (TB), cao (C), rất cao (RC), tập trị ngôn ngữ T = RT,T,TB,C,RC . Các tập mờ cho các trị ngôn ngữ như ở hình sau:



Tập các số mờ biểu thị các trị ngôn ngữ T được chọn theo số lượng, hình dạng, vị trí và độ mờ. Số lượng số mờ thường chọn là 5 hay 7, hình dạng số mờ thường chọn là hình thang hay tam giác, vị trí số mờ tuần tự theo trị ngôn ngữ, độ mờ thường chọn với độ phân tán của các số mờ lân cận sẽ chen phủ nhau trong suốt tập cơ sở. Ở ví dụ trên ta tính được độ mờ như sau:

$$\text{dof(RT)} = \text{dof(RC)} = 10/4 = 2{,}5\ ^{0}\text{C}$$

$$\text{dof(T)} = \text{dof(TB)} = \text{dof(C)} = (10+10)/4 = 5\ ^{0}\text{C}$$

Ảnh hưởng của việc chọn lựa số lượng, hình dạng, vị trí và độ mờ, đặc biệt là số lượng và độ mờ lên kết quả có thể được xác định qua phân tích độ nhạy của mô hình sử dụng.

4.3 Toán tử số học mờ

Các toán tử số học mờ là các toán tử số học được thực hiện trên các số mờ. Như các toán tử số học, các toán tử số học mờ bao gồm cộng (+), trừ (-), nhân (   ) và chia (/). Để thực hiện các toán tử số học mờ ta thường dùng hai phương pháp sau:

- Nguyên lý mở rộng
- Số học khoảng.

4.3.1 Phương pháp nguyên lý mở rộng

Số học mờ dựa trên nguyên lý mở rộng là sự mở rộng các toán tử số học trên các số thực thành các toán tử số học trên các số mờ. Gọi chung các toán tử số học là *:

$$* \quad +, -, \quad , /$$

Gọi A và B là hai số mờ, nguyên lý mở rộng xây dựng tập mờ A*B là tập mờ có hàm thành viên như sau:

$$_{A*B}(z) = \sup_{z=x*y} \min [\quad _A(x) ,\quad _B(y)] , z \quad R$$

Một cách cụ thể cho từng toán tử số học mờ:

- $_{A+B}(z) = \sup_{z=x+y} \min [\quad _A(x) ,\quad _B(y)] , z \quad R$
- $_{A-B}(z) = \sup_{z=x-y} \min [\quad _A(x) ,\quad _B(y)] , z \quad R$
- $_{A\quad B}(z) = \sup_{z=x\quad y} \min [\quad _A(x) ,\quad _B(y)] , z \quad R$
- $_{A/B}(z) = \sup_{z=x/y} \min [\quad _A(x) ,\quad _B(y)] , z \quad R$

Có thể chứng minh được rằng nếu A và B là các số mờ liên tục thì tập mờ C = A*B xác định theo nguyên lý mở rộng nêu trên cũng là một số mờ liên tục.

Nếu A và B là hai số mờ tam giác và c là một số thực dương:

$$A = (a_1, a_2 , a_3)$$

$$B = (b_1, b_2 , b_3)$$

$$c \quad R^+$$

thì A+B cũng là một số mờ tam giác định bởi:

$$A+B = (a_1+b_1, a_2+b_2, a_3+b_3)$$

Và cA cũng là một số mờ tam giác định bởi:

$$cA = (ca_1, ca_2, ca_3)$$

Nếu A và B là hai số mờ hình thang và c là một hằng số thực:

$$A = (a_1, a_2 , a_3,a_4)$$

$$B = (b_1, b_2 , b_3 , b_4)$$

$$c \quad R$$

thì A+B cũng là một số mờ hình thang định bởi:

$$A+B = (a_1+b_1, a_2+b_2, a_3+b_3, a_4+b_4)$$

thì A-B cũng là một số mờ hình thang định bởi:

$$A-B = (a_1-b_1, a_2-b_2, a_3+b_3, a_4+b_4)$$

Và cA cũng là một số mờ tam giác định bởi:

$$cA = (ca_1, ca_2, ca_3, ca_4), \text{ nếu } c \quad R^+$$

$$cA = (ca_1, ca_2, -ca_3, -ca_4), \text{ nếu } c \quad R^-$$

4.3.2 Phương pháp phân tích khoảng

Số mờ cũng như mọi tập mờ, hoàn toàn xác định bởi các tập cắt là những khoảng đóng, phân tích khoảng mờ xây dựng các toán tử số học mờ dựa vào các tập cắt là những khoảng rõ và các toán tử số học khoảng rõ. Trước khi khảo sát phân tích khoảng mờ, ta xem lại phân tích khoảng cổ điển.

a. Phân tích khoảng

Một khoảng I bao gồm hai tham số cận dưới a và cận trên b được ký hiệu:

$$I = [a,b] \text{ , } a \quad b$$

Các toán tử số học khoảng là các toán tử số học cộng (+), trừ (-), nhân ( ) và chia (/) được thực hiện trên các khoảng. Gọi A và B là 2 khoảng:

$$A = [a_1, a_2]$$

$$B = [b_1, b_2]$$

Cộng hai khoảng A và B cũng là một khoảng được ký hiệu là A+B với định nghĩa như sau:

$$A+B = [a_1, a_2] + [b_1, b_2] = [a_1+b_1, a_2+b_2]$$

Trừ hai khoảng A và B cũng là một khoảng được ký hiệu là A-B với định nghĩa như sau:

$$A-B = [a_1, a_2] - [b_1, b_2] = [a_1-b_2 \text{ , } a_2 -b_1]$$

Nhân hai khoảng A và B cũng là một khoảng được ký hiệu là A B với định nghĩa như sau:

$$A \quad B = [a_1,a_2] \quad [b_1,b_2] = [\min(a_1b_1,a_1b_2, a_2b_1,a_2b_2), \max(a_1b_1, a_1b_2, a_2b_1,a_2b_2)]$$

Nếu $a_1,a_2,b_1,b_2 \quad 0$ thì

$$[a_1,a_2] \quad [b_1,b_2] = [a_1b_1,a_2b_2]$$

Chia hai khoảng A và B, khi khoảng B không chứa 0, cũng là một khoảng được ký hiệu là A/B được xác định qua phép nhân khoảng như sau:

$$A/B = [a_1,a_2] / [b_1,b_2] = [a_1,a_2] \quad [1/b_2,1/b_1]$$

Nếu $a_1,a_2,b_1,b_2 > 0$ thì

$$[a_1,a_2]/ [b_1,b_2] = [a_1/b_2, a_2/b_1]$$

Ví dụ:

- [0,1] + [-6,5] = [-6,6]
- [0,1] - [-6,5] = [-5,7]
- [-1,1]   [-2,-0,5]=[-2,2]
- [-1,1]/[-2,-0,5]=[-2,2]

Với 0 là khoảng [0,0] và 1 là khoảng [1,1], các toán tử số học trên các khoảng kín thỏa các tính chất sau:

- Giao hoán: A+B=B+A, A   B=B   A
- Kết hợp: (A+B)+C=A+(B+C), (A   B)   C = A   (B   C)
- Đồng nhất: A = 0 + A , A = 1   A
- Thấp phân bố: A   (B+C)   A   B + A   C
- Đơn điệu: A   E, B   F   A*B   E*F, Với *   +,-,   ,/
- Phân bố:

$$bc \quad 0, \quad b \quad B, \quad c \quad C \qquad A \quad (B+C) = A \quad B + A \quad C$$

$$bc \quad 0, \quad b \quad B, \quad cC, A=[a,a] \qquad a \quad (B+C) = a \quad B+aC$$

$$0 \quad A-A, 1A/A$$

Ngoài các toán tử số học nêu trên, các toán tử cực trị cũng hay thường dùng. Cực tiểu hai khoảng A và B cũng là một khoảng được được xác định như sau:

$$\min(A,B) = \min ([a_1,a_2], [b_1,b_2]) = [\min (a_1,b_1), \min(a_2,b_2)]$$

Cực đại hai khoảng A và B cũng là một khoảng được được xác định như sau:

$$\max(A,B) = \max ([a_1,a_2], [b_1,b_2]) = [\max(a_1,b_1), \max(a_2,b_2)]$$

So sánh hai khoảng A và B được định nghĩa như sau:

$$A \quad B \quad [a_1,a_2] \quad [b_1,b_2] \quad a_1 \quad b_1 \text{ và } a_2 \quad b_2$$

b. Toán tử số học mờ theo phân tích khoảng

Xem hai số mờ A và B. Gọi * là một toán tử số học (+,-, , /). Tập mờ trên tập số thực R, A*B, được xác định bởi các tập cắt (A*B) định bởi:

$$(A*B) \ = A \ * B$$

Vậy tập cắt (A*B) có thể xác định được từ các tập cắt A và B theo các phép phân tích khoảng nêu ở phần trên. Khi đã có được các tập cắt (A*B) , tập mờ A*B có thể xác định theo phép phân tích đã khảo sát ở phần trên như sau:

$$A*B = \quad _{[0,1]} \ (A*B)$$

Hay hàm thành viên của tập mờ A*B có thể xác định được như sau:

$$_{A*B}(x) = \text{Max} \quad _{[0,1]} \ (A*B) \ (x)$$

Ví dụ: Xem hai tập mờ tam giác A(1,2,2) và B(3,2,2) với hàm thành viên như sau:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & , x \le -1 \\ (x+1)/2 & , -1 \le x < 1 \\ (3-x)/2 & , 1 < x \le 3 \\ 0 & , x > 3 \end{cases}$$

$$\mu_B(x) = \begin{cases} 0 & , x \le 1 \\ (x-1)/2 & , 1 \le x < 3 \\ (5-x)/2 & , 3 < x \le 5 \\ 0 & , x > 5 \end{cases}$$

Các tập cắt với   [0,1]:

$$A \ = [2 \ -1, 3-2 \ ]$$

$$B \ = [2 \ +1, 5-2 \ ]$$

Tổng hai số mờ A và B:

$$(A+B) \ = [2 \ -1, 3-2 \ ] + [2 \ +1, 5-2 \ ] = [4 \ , 8-4 \ ]$$

Tổng A+B cũng là số mờ hình thang với hàm thành viên:

$$\mu_{A+B}(x) = \begin{cases} 0 & , x \le 0 \\ x/4 & , 0 \le x < 4 \\ (8-x)/4 & , 4 < x \le 8 \\ 0 & , x > 8 \end{cases}$$

Hiệu hai số mờ A và B:

(A-B) = [2 -1, 3-2] - [2 +1, 5-2] = [4 -6, 2-4]

Hiệu A-B cũng là số mờ hình thang với hàm thành viên:

$$\mu_{A-B}(x) = \begin{cases} 0 & , x \le -6 \\ (x+6)/4 & , -6 \le x < -2 \\ (2-x)/4 & , -2 < x \le 2 \\ 0 & , x > 2 \end{cases}$$

Tích hai số mờ A và B:

$$(A \times B)_\alpha = \begin{cases} [-4\alpha^2 + 12\alpha - 5, 4\alpha^2 - 16\alpha + 15] & , \alpha \in (0; 0,5] \\ [4\alpha - 1, 4\alpha^2 - 16\alpha + 15] & , \alpha \in (0,5; 1] \end{cases}$$

Tích AB cũng là số mờ nhưng không hình thang với hàm thành viên:

$$\mu_{A\times B}(x) = \begin{cases} 0 & , x \le -5 \\ [3 - (4-x)^{1/2}]/2 & , -5 \le x < 0 \\ (1+x)^{1/2}/2 & , 0 < x \le 3 \\ [4 - (1+x)^{1/2}]/2 & , 3 < x \le 15 \\ 0 & , x > 15 \end{cases}$$

Thương hai số mờ A và B:

$$(A / B)_\alpha = \begin{cases} [(2\alpha - 1)/(2\alpha + 1), (3 - 2\alpha)(2\alpha + 1)] & , \alpha \in (0; 0,5] \\ [(2\alpha - 1)/(5 - 2\alpha), (3 - 2\alpha)(2\alpha + 1)] & , \alpha \in (0,5; 1] \end{cases}$$

Thương A/B cũng là số mờ nhưng không hình thang với hàm thành viên:

$$\mu_{A/B}(x) = \begin{cases} 0 & , x \le -1 \\ (x+1)/(2-2x) & , -1 \le x < 0 \\ (5x+1)/(2+2x) & , 0 < x \le 1/3 \\ (3-x)/(2+2x) & , 1/3 < x \le 3 \\ 0 & , x > 3 \end{cases}$$

4.4 Cực trị mờ

Xem hai số thực x và y, các toán tử cực trị min và max trên tập số thực định bởi:

$$\min(x,y) = \begin{cases} x, & x \le y \\ y, & y \le x \end{cases}$$

$$\max(x,y) = \begin{cases} y, & x \le y \\ x, & y \le x \end{cases}$$

Nhằm so sánh các số mờ, ta mở rộng các toán tử min và max trên tập các số thực thành các toán tử min và max trên tập các số mờ. Xem hai số mờ A và B, ta xây dựng các tập mờ min(A,B) và max(A,B) theo nguyên lý mở rộng như sau:

$$\mu_{\min(A,B)}(z) = \sup_{z=\min(x,y)} \min[\mu_A(x), \mu_B(y)]$$

$$\mu_{\max(A,B)}(z) = \sup_{z=\max(x,y)} \min[\mu_A(x), \mu_B(y)]$$

Vì min và max là những toán tử liên tục trên tập số thực nên có thể chứng minh được các tập mờ min(A, B) và max(A, B) với hàm thành viên xác định như trên là những số mờ.

Ví dụ: Xem hai số mờ tam giác A(1,3,3) và B(2,1,1)

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & , x \le -2 \\ (x+2)/3 & , -2 \le x < 1 \\ (4-x)/3 & , 1 < x \le 4 \\ 0 & , x > 4 \end{cases}$$

$$\mu_B(x) = \begin{cases} 0 & , x \le 1 \\ (x-1) & , 1 \le x < 2 \\ (3-x) & , 2 < x \le 3 \\ 0 & , x > 3 \end{cases}$$

Các số mờ min(A,B) và max(A,B) tính được như sau

$$\mu_{\min(A,B)}(x) = \begin{cases} 0 & , x \le -2 \\ (x+2)/3 & , -2 \le x < 1 \\ (4-x)/3 & , 1 < x \le 2{,}5 \\ (3-x) & , 2{,}5 < x \le 3 \\ 0 & , x > 3 \end{cases}$$

$$\mu_{\max(A,B)}(x) = \begin{cases} 0 & , x \le 1 \\ (x-1) & , 1 \le x < 2 \\ (3-x) & , 2 < x \le 2{,}5 \\ (4-x)/3 & , 2{,}5 < x \le 4 \\ 0 & , x > 4 \end{cases}$$

Các tính chất của toán tử cực trị mờ:

- Giao hoán:

min(A,B) = min(B,A)

max(A,B) = max(B,A)

- Bất biến:

min (A,A) = A

max (A,A) = A

- Hấp thụ:

min [A, max (A,B)] = A

max [A, min (A,B)] = A

- Liên kết:

min [min (A,B),C] = min [A, min (B,C)]

max[max (A,B),C] = max [A, max (B,C)]

- Phân bố

min [A, max(B,C)] = max [min(A,B), min(A,C)]

max [A, min (B,C)] = min [max(A,B), max(A,C)]

4.5 So sánh mờ

Xem hai số mờ A và B, so sánh số mờ được xác định qua các toán tử “ ” hay “ ”, tuy nhiên cần để ý rằng

$$A \quad B \quad B \quad A$$

4.5.1 So sánh dùng tập cắt

Khi đã xây dựng xong các toán tử cực trị trên số mờ, ta có thể xây dựng toán tử so sánh mờ so sánh các số mờ khi một trong các điều kiện sau thỏa:

$$\min (A, B) = A, \text{ hay } \max(A,B) = B$$

$$A \quad B \quad \min(A,B) = A \text{ hay } \max(A,B) = B$$

$$\min(A\ ,B\ ) = A \quad \text{hay } \max(A\ ,B\ ) = B$$

$$A \quad B$$

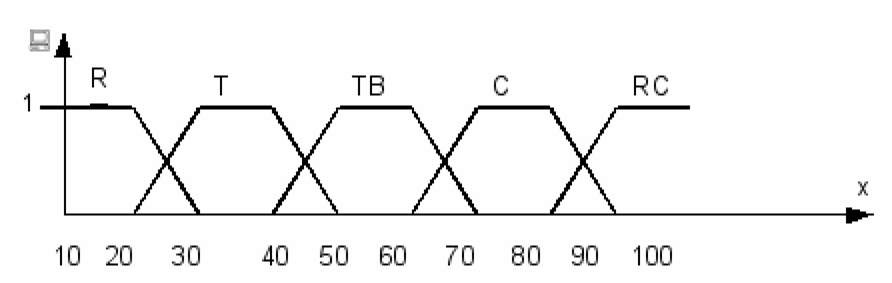
$$a_1 \quad b_1, a_2 \quad b_2 (A\ = [a_1, b_1], B\ = [a_2,b_2])$$

Phương pháp so sánh dùng tập cắt dựa trên tập cắt của các số mờ. Xem hai tập mờ A và B với các tập cắt A = $[a_1, a_2]$, B = $[b_1, b_2]$, [0,1]. Ta có:

$$A \quad B \quad A \quad B$$

$$a_1 \quad b_1 , a_2 \quad b_2$$

Các biến ngôn ngữ xác định bởi các số mờ thường là so sánh được với nhau như ở hình sau:



Ta có:

$$RT \quad T \quad TB \quad C \quad RC$$

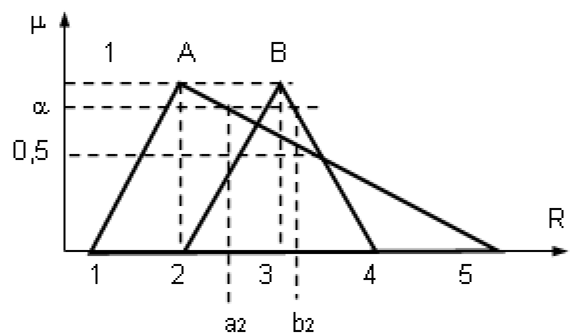
Tổng quát khi so sánh hai số mờ A và B, ta có:

$$\text{Min}(A,B) \quad A$$

Max(A,B)   B

Trong trường hợp này, số mờ không thể được so sánh bằng cách dùng các toán tử cực trị số mờ nêu trên, từ đó không thể dùng các biểu thức trên để so sánh.

Ví dụ: Xem hai số mờ A và B như ở hình sau:



Với mọi   [0,1] ta có a_1 b_1 nhưng:

- [0; 0,5] b_2 a_2.
- [0,5; 1] a_2 b_2.

Phương pháp dùng tập cắt không dùng được trong trường hợp này. Nhiều phương pháp so sánh mờ được sử dụng thay thế, ở đây ta xem hai phương pháp:

- Phương pháp khoảng cách Hamding
- Phương pháp dùng nguyên lý mở rộng.

4.5.2 So sánh theo phương pháp khoảng cách Hamding

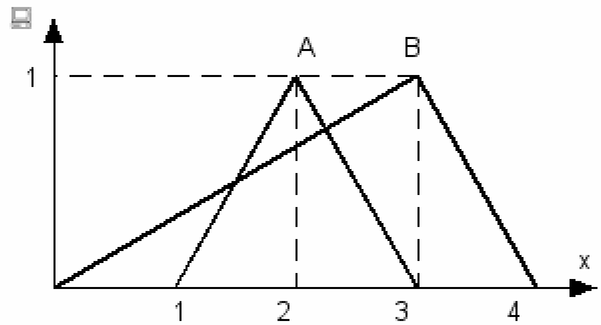
Xem hai số mờ A và B trên R, khoảng Hamming được xây dựng như sau:

$$d(A,B) = \int_R |\mu_A(x) - \mu_B(x)| dx$$

Việc so sánh hai số mờ A và B được thực hiện qua số mờ max(A,B) khi so sánh các khoảng Hamming như sau:

d(max(A,B),A)   d(max(A,B),B)   A   B

Ví dụ: Xem hai số mờ A và B như ở hình sau:



Khoảng cách Hamding d(max(A,B),A) tính được như sau:

$$d(\max(A,B),A) = \int_{1,5}^{2}(x-1-x/3)dx + \int_{2}^{2,25}(-x+3-x/3)dx + \int_{2,5}^{3}(x-3+x/3)dx + \int_{3}^{4}(4-x)dx$$

$$d(\max(A,B),A) = 1$$

Tương tự:

$$d(\max(A,B),B) = 0,25$$

$$d(\max(A,B),A) \quad d(\max(A,B),B) \quad A \quad B$$

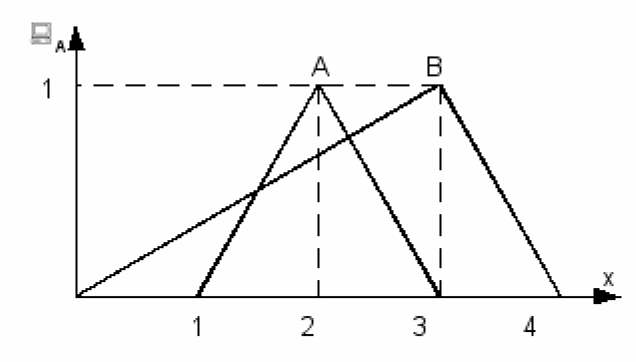
4.5.3 So sánh theo nguyên lý mở rộng

Phương pháp này so sánh hai số mờ A và B bằng cách xây dựng chỉ số xếp hạng nhằm đánh giá mức độ một tập mờ được xem là lớn nhất. Chỉ số xếp hạng của A và B dựa vào nguyên lý mở rộng được xác định như sau:

$$P(A) = P(A > B) = \sup_{x>y} \min[\mu_A(x), \mu_B(y)]$$
$$P(B) = P(B > A) = \sup_{y>x} \min[\mu_A(x), \mu_B(y)]$$

Mỗi tập mờ sẽ có một chỉ số xếp hạng, tập mờ có chỉ số lớn hơn sẽ được xem là lớn hơn.

Ví dụ: Xem lại ví dụ trên, so sánh hai tập mờ A và B với hàm thành viên như sau:



$$P(A) = \sup_{x>y} \min[\mu_A(x), \mu_B(y)] = 0,75$$

$$P(B) = \sup_{y>x} \min[\mu_A(x), \mu_B(y)] = 1$$

$$P(A) < P(B) \quad A < B$$

Ta thấy phương pháp này cho cùng kết quả với các phương pháp trên.

Chương 5

LÝ THUYẾT KHẢ NĂNG

- Lý thuyết khả năng
- Phân bố khả năng
- Biến khả năng
- Lý thuyết khả năng & Lý thuyết tập mờ
- Lý thuyết khả năng & Lý thuyết xác suất

5.1 Lý thuyết khả năng

Lý thuyết khả năng là một nhánh của lý thuyết bằng chứng khi các tập con mang bằng chứng của khung bằng chứng lồng vào nhau gọi là các tập bằng chứng lồng ghép, các độ đo mờ của lý thuyết bằng chứng hay các độ đo bằng chứng là mức tin Bl và mức khả tín Pl lần lượt trở thành các độ đo mờ tương ứng của lý thuyết khả năng hay các độ đo khả năng là mức nhất thiết Nec và mức khả năng Pos.

5.1.1 Độ đo khả năng

Một tính chất của các độ đo mờ của lý thuyết bằng chứng thể hiện ở bất đẳng thức cơ bản:

$$Bl(A \quad B) \quad \min [g(A), g(B)]$$

$$Pl(A \quad B) \quad \max [g(A), g(B)]$$

Khi các tập con mang chứng cứ của khung chứng cứ lồng vào nhau, các độ đo mờ tương ứng của lý thuyết bằng chứng, mức tin Bl và mức khả tín Pl có tính chất sau:

$$A, B \qquad (X): Bl(A \quad B) = \min [Bl(A), Bl(B)]$$

$$Pl(A \quad B) = \max [Pl(A), Pl(B)]$$

Trong trường hợp này, lý thuyết bằng chứng trở thành lý thuyết khả năng, các độ đo bằng chứng lần lượt trở thành các độ đo khả năng là mức nhất thiết Nec và mức khả năng Pos. Các phương trình cơ bản của lý thuyết khả năng:

$$A, B \qquad (X): Nec(A \quad B) = \min [Bl(A), Bl(B)]$$

$$Pos(A \quad B) = \max [Pl(A), Pl(B)]$$

Các phương trình trên là các phương trình cơ bản của lý thuyết khả năng. Tổng quát hoá ta có định nghĩa các hàm khả năng Nec & Pos như ở phần sau.

a. Mức nhất thiết Nec

Mức nhất thiết Nec, là một lớp hàm của mức tin Bl, được định nghĩa như sau. Xem một tập tổng X với một họ các tập con của X, một độ đo mờ Nec trên <X, > được xem là mức nhất thiết nếu và chỉ nếu với số nguyên K bất kỳ:

$$\mathrm{Nec}\left(\bigcap_{k \in K} A_k\right) = \inf_{k \in K} \mathrm{Nec} A_k$$

Với mọi họ A_k, k K trong sao cho:

$$\bigcap_{k \in K} A_k \in \zeta$$

b. Mức khả năng Pos

Mức khả năng Pos, là một lớp hàm của mức khả tín Pl, được định nghĩa như sau. Xem một tập tổng X với một họ các tập con của X, một độ đo mờ Pos trên <X, > được xem là mức khả năng nếu và chỉ nếu với số nguyên K bất kỳ:

$$\mathrm{Pos}\left(\bigcup_{k \in K} A_k\right) = \sup_{k \in K} \mathrm{Pos} A_k$$

Với mọi họ A_k, k K trong sao cho:

$$\bigcup_{k \in K} A_k \in \zeta$$

c. Tính chất của độ đo khả năng

Mức nhất thiết Nec và mức khả năng Pos lần lượt là lớp hàm của mức tin Bl và mức khả tín Pl nên thừa kế các tính chất của Bl và Pl, các tính chất này như sau. Điều kiện biên như mọi độ đo mờ khác:

Nec ( ) = 0, Nec (X) = 1

Pos ( ) = 0, Pos (X) = 1

Giữa các độ đo khả năng có tính đối ngẫu:

Nec(A) = 1 – Pos(A),

$$Pos(A) = 1 – Nec(\ \ A)$$

Tính quá cộng hay thấp cộng:

$$Nec(A\ \ B)\quad Nec(A) + Nec(B) – Nec(A\ \ B)$$

$$Pos(A\ \ B)\quad Pos(A) + Pos(B) – Pos(A\ \ B)$$

Tính đơn điệu suy từ tính quá cộng hay thấp cộng:

$$A\ \ B\quad Nec(A)\quad Nec(B),$$

$$Pos(A)\quad Pos(B)$$

Một tính chất suy từ tính quá cộng hay thấp cộng:

$$Nec(A) + Nec(\ \ A)\quad 1,$$

$$Pos(A) + Pos(\ \ A)\quad 1$$

Tính chất dựa vào tập con bằng chứng của của mỗi loại độ đo:

$$Pl(A)\quad Nec(A)$$

Bất đẳng thức cơ bản suy từ tính đơn điệu:

$$Nec(A\ \ B)\ \ Min[Nec(A),Nec(B)],\ Nec(A\ \ B)\ \ Max[Nec(A),Nec(B)]$$

$$Pos(A\ \ B)\ \ Min[Pos(A),Pos(B)],\ Pos(A\ \ B)\ \ Max[Pos(A),Pos(B)]$$

Ngoài ra với khung chứng cứ lồng ghép, các độ đo khả năng còn có thêm các tính chất khác. Đầu tiên là phương trình cơ bản:

$$Nec(A\ \ B)=Min[Nec(A), Nec(B)]$$

$$Pos(A\ \ B)=Max[Pos(A), Pos(B)]$$

Từ phương trình cơ bản, ta suy ra các tính chất sau:

$$Min[Nec(A), Nec(\ \ A)]= 0$$

$$Max[Pos(A), Pos(\ \ A)]= 1$$

Tính chất trên được chứng minh như sau:

$$Min[Nec(A), Nec(\ \ A)]= Nec(A\quad\ \ A) = Nec\ (\ \ )= 0$$

$$Max[Pos(A),Pos(\ \ A)]= Pos(A\quad\ \ A) = Pos(X) = 1$$

Từ phương trình cơ bản, ta cũng suy ra các tính chất sau:

$$Nec(A) > 0\quad Pos(A) = 1$$

$$\text{Pos}(A) < 1 \quad \text{Nec}(A) = 0$$

Tính chất này được chứng minh như sau:

$$\text{Nec}(A) > 0 \quad \text{Nec}(\ A) = 0 \quad \text{Pos}(A) = 1 - \text{Nec}(\ A) = 1$$

$$\text{Pos}(A) < 1 \quad \text{Pos}(\ A) = 1 \quad \text{Nec}(A) = 1 - \text{Pos}(\ A) = 0$$

Tóm lại các độ đo khả năng có các tính chất sau như ở bảng sau.

Tính chất	**Mức nhất thiết Nec**	**Mức khả năng Pos**
Biên	$Nec(\emptyset) = 0$, $Nec(X) = 1$	$Pos(\emptyset) = 0$, $Pos(X) = 1$
Đối ngẫu	$Nec(A) = 1 - Pos(\overline{A})$	$Pos(A) = 1 - Nec(\overline{A})$
Quá cộng	$Nec(A \cup B) \geq Nec(A) + Nec(B) - Nec(A \cap B)$	
Thấp cộng	$Pos(A \cap B) \leq Pos(A) + Pos(B) - Pos(A \cup B)$	
Đơn điệu	$A \subseteq B \quad \Rightarrow Nec(A) \leq Nec(B)$	$A \subseteq B \quad \Rightarrow Pos(A) \leq Pos(B)$
Khả năng	$Pl(A) \geq Nec(A)$	
BĐT Cơ bản	$Nec(A \cup B) \geq Max[Nec(A), Nec(B)]$	$Pos(A \cap B) \leq Min[Pos(A), Pos(B)]$
PT Cơ bản	$Nec(A \cap B) = Min[Nec(A), Nec(B)]$	$Pos(A \cup B) = Max[Pos(A), Pos(B)]$
A & $\overline{A}$	$Nec(A) + Nec(\overline{A}) \leq 1$	$Pos(A) + Pos(\overline{A}) \geq 1$
	$Min[Nec(A), Nec(\overline{A})] = 0$	$Max[Pos(A), Pos(\overline{A})] = 1$
	$Nec(A) > 0 \Rightarrow Pos(A) = 1$	$Pos(A) < 1 \Rightarrow Nec(A) = 0$

5.1.2 Mức thừa nhận

Lý thuyết khả năng dựa trên hai độ đo đối ngẫu là mức nhất thiết Nec và mức khả năng Pos, nhằm tích hợp các độ đo này thành một độ đo duy nhất, ta xây dựng mức thừa nhận P(A) theo Nec(A) và Pos(A) như sau:

$$A \quad (X): P(A) = [\text{Nec}(A) + \text{Pos}(A)]/2$$

Hay là:

$$P(A) = [1 + \text{Pos}(A) - \text{Pos}(\ A)]/2$$

Thấy rằng P(A) lấy trị trên khoảng [0,1]. Có thể xác định Nec(A) và Pos(A) từ P(A):

$$\mathrm{Nec}(A) = \begin{cases} 0 & , P(A) \le 1/2 \\ 2P(A) - 1 & , P(A) > 1/2 \end{cases}$$

$$\mathrm{Pos}(A) = \begin{cases} 2P(A) & , P(A) \le 1/2 \\ 1 & , P(A) > 1/2 \end{cases}$$

Nhận xét rằng P(A) biễu thị mức thừa nhận sự kiện A bởi các bằng chứng có được:

- Khi P(A) 1/2, Nec(A) = 0, Pos(A) = 2P(A).
- Khi P(A) > 1/2, Pos(A) = 1, Nec(A) = 2P(A) –1.

5.1.3 Các độ đo mờ

Lý thuyết độ đo mờ xây dựng độ đo mờ tổng quát g, một lý thuyết độ đo mờ là lý thuyết bằng chứng với hai độ đo mờ đối ngẫu là mức tin Bl và mức khả tín Pl. Một nhánh của lý thuyết bằng chứng là lý thuyết xác suất với một độ đo mờ là độ đo xác suất Pro. Một nhánh khác của lý thuyết bằng chứng là lý thuyết khả năng với hai độ đo mức nhất thiết Nec và mức khả năng Pos. Các độ đo mờ trên là các hàm tập f

f: (X) [0, 1]

Với các tính chất

1- Tính biên: f( ) = 0, f(X) =1

2- Tính đơn điệu tăng: A B f(A) f(B)

3- Tính liên tục: Liên tục trên, Liên tục dưới

4- Tính cộng:

- Cộng tính: f(A B) = f(A) + f(B) – f(A B)
- Quá cộng: f(A B) f(A) + f(B) – f(A B)
- Thấp cộng: f(A B) f(A) + f(B) – f(A B)

5- Tính cực trị:

- Cực đại: f(A B) = max[f(A), f(B)]
- Cực tiểu: f(A B) = min [f(A), f(B)]

Bảng sau tổng kết các hàm cùng các thuộc tính tương ứng.

Tính chất	*LT bằng chứng*		*LT xác suất*	*LT khả năng*	
	Bel	***Pl***	***Pro***	***Nec***	***Pos***
Biên	✓	✓	✓	✓	✓
Đơn điệu tăng	✓	✓	✓	✓	✓
Liên tục trên	✓		✓	✓	
Liên tục dưới		✓	✓		✓
Cộng			✓		
Quá cộng	✓			✓	
Thấp cộng		✓			✓
Cực đại					✓
Cực tiểu				✓	

5.2 Phân bố khả năng

Xem một độ đo khả năng Pos trên tập (X), gọi hàm:

: X [0,1]

Sao cho:

(x) = Pos (x), với mọi x X

Hàm được gọi là hàm phân bố khả năng tương ứng với độ đo khả năng Pos. Tương tự hàm p là hàm phân bố xác suất tương ứng với độ đo xác suất Pro ở phần lý thuyết xác suất. Một tính chất quan trọng của lý thuyết khả năng là mỗi độ đo khả năng được biểu diễn một cách duy nhất bởi phân bố khả năng liên kết tương ứng. Với X hữu hạn, mỗi mức khả năng Pos trên tập (X) được xác định bởi phân bố khả năng như sau:

$$Pos(A) = \max_{x \in A} \pi(x), A \in \wp(X)$$

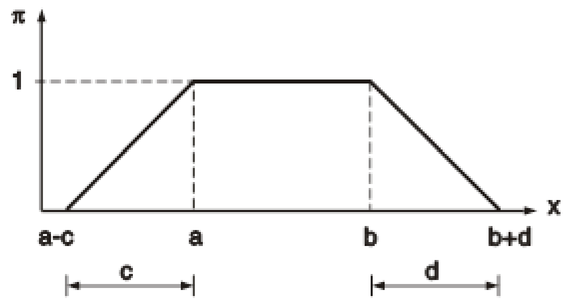
Nếu tập X vô hạn, ta có công thức tổng quát:

$$Pos(A) = \sup_{x \in A} \pi(x),\ A \in \wp(X)$$

Ví dụ: Phân bố khả năng hình thang có bốn tham số (a, b, c, d) có dạng sau

$$\pi(x) = \begin{cases} 0 & , x < a - c \\ (x - a + c)/c & , a - c \le x < a \\ 1 & , a \le x \le b \\ (b + d - x)/d & , b < x \le b + d \\ 0 & , b + d < x \end{cases}$$

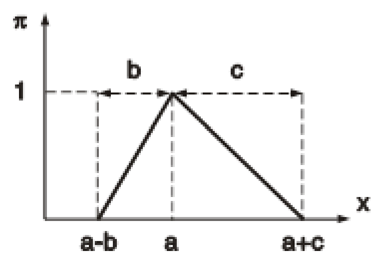
Đường cong phân bố hình thang như hình sau:



Ví dụ: Phân bố khả năng tam giác có ba tham số (a, b, c) có dạng sau:

$$\pi = \begin{cases} 0 & , x < a - b \\ (x - a + b)/b & , a - b \le x \le a \\ (a + c - x)/c & , a < x \le a + c \\ 0 & , a + c < x \end{cases}$$

Đường cong phân bố tam giác như sau.



5.3 Biến khả năng

a. Biến khả năng

Tương tự với biến ngẫu nhiên trong lý thuyết xác suất. Trong lý thuyết khả năng, phân bố khả năng là phân bố của một biến khả năng. Xem một độ đo khả năng Pos trên tập   (X), xem một biến V lấy trị trên tập X, gọi hàm   (x) là mức khả năng cho sự kiện V là x thì có

: X   [0,1]

(x) = Pos (V=x) = Pos ({x}), x   X

Hàm   được gọi là hàm phân bố khả năng của biến khả năng V tương ứng với độ đo khả năng Pos đã cho. Hàm   mô tả tính bất định của việc định trị cho biến khả năng V khi có thông tin không hoàn chỉnh dẫn đến độ đo khả năng Pos đã cho.

Biến ngẫu nhiên trong lý thuyết xác suất có hai đại lượng đặc trưng là kỳ vọng và độ lệch chuẩn, trong đó kỳ vọng biểu thị khuynh hướng và độ lệch chuẩn biễu thị mức độ phân tán của biến. Tương tự, biến khả năng cũng có hai đại lượng đặc trưng là kỳ vọng mờ và độ lệch chuẩn mờ.

b. Kỳ vọng biến khả năng

Kỳ vọng mờ của một biến khả năng biểu thị khuynh hướng của biến. Xem một biến khả năng V trên tập X với phân bố khả năng . Nhằm xác định kỳ vọng mờ của V, có thể sử dụng một trong 4 phương pháp sau:

- Điểm cực đại
- Trung bình khoảng cực đại
- Điểm trung vị.
- Điểm trọng tâm

Phương pháp điểm cực đại xác định điểm kỳ vọng là điểm có trị hàm phân bố cực đại là 1:

$$\mu = \left\{x \,\middle|\, \pi(x) = 1\right\}, \quad \forall x \in X$$

Phương pháp trung điểm khoảng cực đại xác định điểm kỳ vọng là trung điểm của khoảng có trị hàm phân bố cực đại là 1.

$$\mu = \frac{1}{2}(a + b)$$
$$a = \inf\{x \,|\, \pi(x) = 1\}$$
$$b = \sup\{x \,|\, \pi(x) = 1\}$$

Phương pháp điểm trung vị xác định điểm kỳ vọng là điểm chia đều diện tích tạo bởi đường cong phân bố.

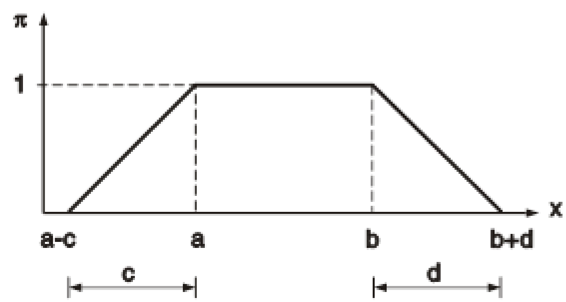
$$\mu : \int_a^{\mu} \pi(x)dx = \int_{\mu}^{b} \pi(x)dx = \frac{1}{2}\int_a^{b} \pi(x)dx$$
$$a = \inf\{x \,|\, \pi(x) \geq 0\}$$
$$b = \sup\{x \,|\, \pi(x) \geq 0\}$$

Phương pháp điểm trọng tâm, theo Zadeh (1975) xác định điểm kỳ vọng là điểm trọng tâm của vùng diện tích tạo bởi đường cong phân bố.

$$\mu = \frac{\int_{x=0}^{1} x\pi(x)dx}{\int_{x=0}^{1} \pi(x)dx}$$

Nhận xét rằng có sự tương đồng của việc xác định kỳ vọng biến khả năng và việc giải mờ tập mờ. Phương pháp điểm cực đại ở đây như phương pháp giải mờ hàm thành viên cực đại. Phương pháp trung điểm khoảng cực đại mở rộng phương pháp điểm cực đại khi đường cong phân bố cực đại trên một khoảng. Phương pháp điểm trọng tâm tương ứng phương pháp giải mờ theo điểm trọng tâm.

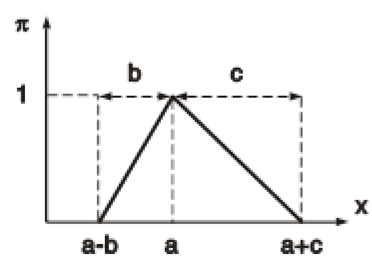
Với biến khả năng hình thang V(a, b, c, d) như hình sau.



Kỳ vọng mờ có thể xác định theo phương pháp trung điểm khoảng cực đại:

$$= (a+b)/2$$

Với biến khả năng tam giác V(a, b, c) như hình sau.



Kỳ vọng mờ có thể xác định theo phương pháp điểm cực đại:

$$= a$$

c. Độ lệch chuẩn biến khả năng

Độ lệch chuẩn mờ của biến khả năng biểu thị mức độ phân tán của biến. Có thể xem độ mờ của tập mờ xác định ở phần trên là một độ đo mức phân tán.

Ở đây ta giới thiệu độ lệch chuẩn mờ xác định bởi Kaufman & Gupta (1985)

Xem một biến khả năng V trên tập X với phân bố khả năng và kỳ vọng mờ . Kỳ vọng mờ chia đường cong phân bố thành hai vùng:

- Vùng trái: x ≤ , = $_l$.
- Vùng phải: x > , = $_r$.

Kaufman & Gupta định nghĩa độ lệch chuẩn mờ trái:

$$\sigma_l = \int_0^1 [\mu - \pi_l(\alpha)]d\alpha$$

Độ lệch chuẩn mờ phải:

$$\sigma_r = \int_0^1 [\pi_r(\alpha) - \mu]d\alpha$$

Độ lệch chuẩn của biến mờ là tổng độ lệch chuẩn trái và độ lệch chuẩn phải:

$$\sigma = \sigma_l + \sigma_r = \int_0^1 [\mu - \pi_l(\alpha)]d\alpha + \int_0^1 [\pi_r(\alpha) - \mu]d\alpha$$

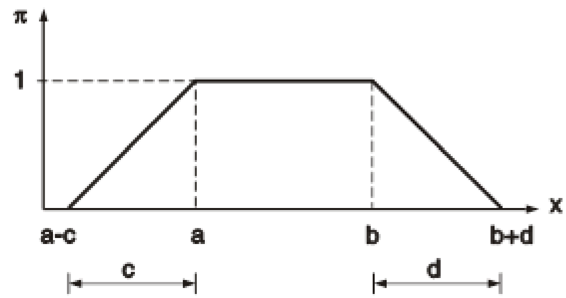
Hay tính được:

$$\sigma = \int_0^1 [\pi_r(\alpha) - \pi_l(\alpha)]d\alpha$$

Nhận xét rằng độ lệch chuẩn của biến mờ là vùng diện tích bao bởi đường cong phân bố.

Với bíến khả năng hình thang:

V ~ (a, b, c, d)

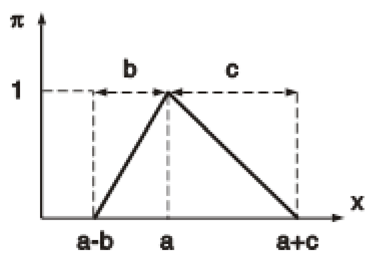


Độ lệch chuẩn mờ tính được:

= [(b-a+c+d)+(b-a)]*1 /2 = [2(b-a)+c+d]/2

Với biến khả năng tam giác:

V ~ (a, b, c)



Độ lệch chuẩn mờ tính được:

= [(b+c) 1]/2 = (b+c)/2

d. Phân bố khả năng liên kết

Xem các tập tổng X và Y, xem một biến U lấy trị trên X, một biến V lấy trị trên Y, xem một độ đo khả năng $Pos_{X\ Y}$ trên tập P(X Y), gọi hàm $_{X\ Y}$(x,y) là mức khả năng cho sự kiện U là x và V là y thì có $_{X\ Y}$ là một *phân bố khả năng liên kết* trên tập tích X Y là ánh xạ từ tập tích lên khoảng [0,1]:

$_{X\ Y}$: X Y [0,1]

$_{X\ Y}$(x,y) = Pos (U=x, V=y) = $Pos_{X\ Y}$ ((x,y)), x X, y Y

Với X & Y hữu hạn, mỗi mức khả năng $Pos_{X\ Y}$trên tập P(X Y) được xác định bởi phân bố khả năng liên kết như sau:

$$Pos_{X \times Y}(A \times B) = \max_{x \in A, y \in B} \pi(x, y), A \times B \in P(X \times Y)$$

Nếu X & Y vô hạn, ta có công thức tổng quát:

$$Pos_{X \times Y}(A \times B) = \sup_{x \in A, y \in B} \pi(x, y), A \times B \in P(X \times Y)$$

Từ phân bố khả năng liên kết $\pi_{X \times Y}$ các *phân bố khả năng biên* π_X và π_Y lần lượt là chiếu của π lên X và Y tính được như sau:

$$\pi_X: X \to [0,1]$$

$$\pi_Y: Y \to [0,1]$$

$$\pi_X(x) = \max_{y \in Y} \pi_{X \times Y}(x, y)$$

$$\pi_Y(y) = \max_{x \in X} \pi_{X \times Y}(x, y)$$

Các mức khả năng Pos_X và Pos_Y tương ứng với các phân bố π_X và π_Y:

$$Pos_X(\{x\}) = \pi_X(x), x \in X$$

$$Pos_Y(\{y\}) = \pi_Y(y), y \in Y$$

Với X & Y hữu hạn, mỗi mức khả năng Pos_X trên tập P(X) và Pos_Y trên tập P(Y) lần lượt được xác định bởi phân bố khả năng biên π_X và π_Y như sau:

$$Pos_X(A) = \max_{x \in A} \pi_X(x), A \in P(X)$$

$$Pos_Y(B) = \max_{y \in B} \pi_Y(y), B \in P(Y)$$

Nếu tập X & Y vô hạn, ta có công thức tổng quát:

$$Pos_X(A) = \sup_{x \in A} \pi_X(x), A \in P(X)$$

$$Pos_Y(B) = \sup_{y \in B} \pi_Y(y), B \in P(Y)$$

Các khung bằng chứng lồng ghép trên X và Y được gọi là không có khả năng tương tác khi và chỉ khi các phân bố khả năng $\pi_{X \times Y}$, π_X, π_Y thoả điều kiện sau:

$$\pi_{X \times Y}(x,y) = \min[\pi_X(x), \pi_Y(y)], x \in X, y \in Y$$

Khi ấy các mức đo khả năng có quan hệ:

$$Pos_{X \times Y}(A \times B) = \min[Pos_X(A), Pos_Y(B)], A \in P(X), B \in P(Y)$$

Một tính chất của hàm Nec khi khung bằng chứng không tương tác là:

$$Nec_{X\ \ Y}\ (A+B) = \max\ [Necx_X(A),\ Necx_Y(B)],\ A\ \ P(X),\ B\ \ P(Y)$$

Tính chất này có thể chứng minh như sau:

$\max\ [Nex_X(A),\ Nex_Y(B)] = \max\ [1 – Pos_X(\ \ A),\ 1 – Pos_Y(\ \ B)]$

$= 1 – \min\ [Pos_X(\ \ A),\ Pos_Y(\ \ B)]$

$= 1 – Pos_{X\ \ Y}(\ \ A\ \ \ \ B)$

$= Nec_{X\ \ Y}(A+B)$

e. Phân bố khả năng có điều kiện

Nhằm xác định các sự kiện độc lập về khả năng xảy ra ta dùng phân bố khả năng có điều kiện. Xem các tập tổng X và Y, xem sự kiện A trên X, sự kiện B trên Y. Khả năng xuất hiện sự kiện A khi có sự kiện B là $Pos_{X\ \ Y}(A\ \ B)$, khả năng có điều kiện này tương ứng với phân bố khả năng có điều kiện $_{X\ \ Y}$:

$$_{X\ \ Y}:\ X\ \ Y\ \ \ \ [0,1]$$

$$Pos_{X\ \ Y}(A\ \ B) = Max_{x\ \ X}\ [\ \ _{X\ \ Y}(x\ \ y)\ ]$$

Ta nói sự kiện A độc lập về khả năng xảy ra với sự kiện B khi:

$$Pos_{X\ \ Y}(A\ \ B) = Pos_X(A)$$

Các khung chứng cứ biên $<F_X, m_X>$ và $<F_X, m_X>$ là độc lập nhau khi và chỉ khi phân bố khả năng có điều kiện cũng chính là phân bố khả năng biên tương ứng:

$$_{X\ \ Y}(x\ \ y) =\ \ _X(x)$$

$$_{Y\ \ X}(y\ \ x) =\ \ _Y(y)$$

Phân bố khả năng có điều kiện $_{X\ \ Y},\ \ _{Y\ \ X}$ có quan hệ với phân bố khả năng liên kết $_{X\ \ Y}$ và phân bố khả năng biên $_X,\ \ _Y$ tương ứng như sau:

$$_{X\ \ Y}(x,y) = \min\ [\ \ _Y(y),\ \ \ _{X\ \ Y}(x\ \ y)]$$

$$_{X\ \ Y}(x,y) = \min\ [\ \ _X(x),\ \ \ _{Y\ \ X}(y\ \ x)]$$

Khi các khung chứng cứ biên $<F_X, m_X>$ và $<F_X, m_X>$ là độc lập:

$${}_{X\ \ Y}(x\ \ y) = {}_{X}(x),$$

$${}_{Y\ \ X}(y\ \ x) = {}_{Y}(y)$$

$${}_{X\ \ Y}(x,y) = \min [\ {}_{Y}(y),\ \ {}_{X\ \ Y}(x\ \ y)] = \min [\ {}_{Y}(y),\ \ {}_{X}(x)]$$

Vậy tính chất độc lập luôn kéo theo tính chất không tương tác, nhưng điều ngược lại thì không phải là luôn đúng, vì vậy 2 tính chất này là không tương đương nhau.

5.4 Lý thuyết khả năng và lý thuyết tập mờ

Lý thuyết khả năng không chỉ được xây dựng dựa trên lý thuyết độ đo mờ với khung chứng cứ lồng ghép mà còn có thể xây dựng dựa trên lý thuyết tập mờ, vì tập mờ cũng được xây dựng theo các lát cắt   là những tập lồng ghép. Mức khả năng Pos có liên kết trực tiếp với tập mờ qua phân bố khả năng tương ứng. Xem một bíên khả năng V trên một tập X, xem một tập mờ F trên tập X mô tả việc gán trị cho biến V qua mệnh đề “V là F”, gọi $_F(x)$ là độ tương thích của phần tử x với khái niệm mô tả bởi tập mờ F, gọi $_F(x)$ là phân bố khả năng của V hay mức khả năng biến V là x khi cho mệnh đề “V là F”. ta có:

$${}_F(x) = {}_F(x)$$

Hàm $_F$: X   [0,1] là hàm phân bố khả năng trên tập X của biến khả năng V. Hàm $_F$mô tả tính bất định của việc định trị cho biến khả năng V khi có thông tin không hoàn chỉnh là “V là F”. Mặt khác, cho một phân bố khả năng $_F$trên X, độ đo khả năng tương ứng Pos_Fđược xác định với mọi tập A   P(X):

$$\pi_F \rightarrow Pos_F : Pos_F(A) = \sup_{x \in A} \pi_F(x), A \in P(X)$$

Với tập mờ chuẩn, mức nhất thiết tương ứng Nec_F được xác định với mọi tập A   (X):

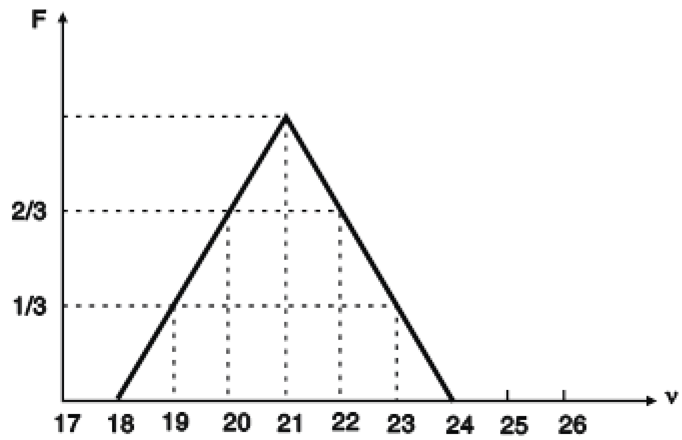
$$Nec_F(A) = 1 - Pos_F(\ \ A)$$

Vậy với thông tin không hoàn chỉnh, định bởi tập mờ F, ta xây dựng phân bố khả năng $_F$ dựa vào $_F$, qua đó xác định mức khả năng cho sự xuất hiện sự kiện Pos_F.

Ví dụ: Gọi V là nhiệt độ giả sử chỉ lấy trị trên tập số nguyên:

$$X = \{17, 18, 19, 20, 21,22,23, 24, 25, 26\}\ (^{o}C)$$

Thông tin về giá trị của V được cho bởi mệnh đề mờ "Nhiệt độ khoảng 21^{o}C". Khái niệm "khoảng 21^{o}C" được mô tả bởi mệnh đề mờ F như ở hình sau:



Mẫu thông tin không hoàn chỉnh này dẫn đến phân bố khả năng r_F tương ứng:

x	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
π_F	0	0	1/3	2/3	1	2/3	1/3	0	0	0

Các lát cắt   của F là các tập lồng ghép sau:

$$A_1 = \{21\},$$

$$A_2 = \{20, 21, 22\},$$

$$A_3 = \{19, 20, 21, 22, 23\}$$

Các tập lồng ghép này đóng vai trò tập chứng cứ của khung chứng cứ trong lý thuyết khả năng. Với công thức $Pos_F(A) = sup_{x \quad A} \quad _F(x)$ ta tính được:

$$Pos(A_1) = 1,\ Pos(A_2) = 1,\ Pos(A_3) = 1$$

Với công thức $Nec_F(A) = 1- Pos_F(\quad A)$ ta tính được:

$$Nec(A_1) = 2/3,\ Nec(A_2) = 1/3,\ Nec(A_3) = 1$$

Mức thừa nhận P(A) = [Nec(A) + Pos(A)]/2, tính được;

$$P(A_1) = 5/6,\ P(A_2) = 2/3,\ P(A_3) = 1$$

Ta thấy rằng lý thuyết khả năng là một bản sao lý thyết độ đo của lý thuyết tập mờ dựa trên các toán tử mờ chuẩn. Lý thuyết khả năng là công cụ thích hợp để xử lý thông tin không hoàn chỉnh diễn tả bởi mệnh đề mờ vì vậy lý thuyết khả năng đóng vai trò quan trọng trong luận lý mờ, lập luận xấp xỉ, đây là các phần sẽ được khảo sát ở các chương sau.

5.5 Lý thuyết khả năng và lý thuyết xác suất

Khung chứng cứ ở Lý thuyết khả năng là họ các tập lồng ghép, còn ở Lý thuyết xác suất là họ các tập đơn biệt. So sánh tính chất giữa lý thuyết khả năng và lý thuyết xác suất ta có bảng sau.

<table>
<tr><th>Lý thuyết khả năng</th><th>Lý thuyết xác suất</th></tr>
<tr><td>Pos & Nec</td><td>Pro</td></tr>
<tr><td>$Nec(\varnothing) = 0, Nec(X) = 1$
$Pos(\varnothing) = 0, Pos(X) = 1$</td><td>$Pro(\varnothing) = 0, Pro(X) = 1$</td></tr>
<tr><td>$Nec(A) = 1-Pos(\overline{A})$
$Pos(A) = 1-Nec(\overline{A})$</td><td>$Pro(A) = 1-Pro(\overline{A})$</td></tr>
<tr><td>$Nec(A\cup B)\geq Nec(A)+Nec(B)-Nec(A\cap B)$
$Pos(A\cap B)\leq Pos(A) + Pos(B) - Pos(A\cup B)$</td><td>$Pro(A\cup B)=Pro(A)+Pro(B) - Pro(A\cap B)$</td></tr>
<tr><td>$A\subseteq B \Rightarrow Nec(A) \leq Nec(B)$
$\Rightarrow Pos(A) \leq Pos(B)$</td><td>$A\subseteq B \Rightarrow Pro(A) \leq Pro(B)$</td></tr>
<tr><td>$Pl(A) \geq Nec(A)$</td><td>--</td></tr>
<tr><td>$Nec(A\cup B)\geq Max[Nec(A),Nec(B)]$
$Pos(A\cap B)\leq Min[Pos(A),Pos(B)]$</td><td rowspan="2">$Pro(A\cup B)\geq Max[Pro(A), Pro(B)]$
$Pro(A\cap B)\leq Min[Pro(A),Pro(B)]$</td></tr>
<tr><td>$Nec(A\cap B)=Min[Nec(A),Nec(B)]$
$Pos(A\cup B)=Max[Pos(A),Pos(B)]$</td></tr>
<tr><td>$Nec(A) + Nec(\overline{A}) \leq 1$
$Pos(A) + Pos(\overline{A}) \geq 1$</td><td rowspan="3">$Pro(A)+Pro(\overline{A})=1$</td></tr>
<tr><td>$Min[Nec(A), Nec(\overline{A})]= 0$ $Max[Pos(A),Pos(\overline{A})]= 1$</td></tr>
<tr><td>$Nec(A)>0\Rightarrow Pos(A)=1$ $Pos(A)<1\Rightarrow Nec(A)=0$</td></tr>
<tr><td>$\pi_{X|Y}(x|y)= \pi_X(x)$
$\pi_{Y|X}(y|x)= \pi_Y(y)$</td><td>$p_{X|Y}(x|y) = p_X(x)$
$p_{Y|X}(y|x) = p_Y(y)$</td></tr>
</table>

So sánh phân bố giữa lý thuyết khả năng và lý thuyết xác suất ta có bảng sau.

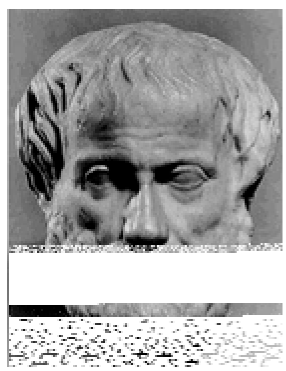
Lý thuyết khả năng	**Lý thuyết xác suất**
$\pi: X \rightarrow [0,1]$	$p: X \rightarrow [0,1]$
$Pos(A) = \sup_{x \in A} \pi(x), A \in P(X)$	$Pr\,o(A) = \sum_{x \in A} p(x), A \in P(X)$
$\sup_{x \in X} \pi(x) = 1$	$\sum_{x \in X} p(x) = 1$
$\pi_{X \times Y}: X \times Y \rightarrow [0,1]$	$p_{X \times Y}: X \times Y \rightarrow [0,1]$
$\pi_X: X \rightarrow [0,1]$ $\pi_X(x) = \max_{y \in Y} [\pi_{X \times Y}(x,y)]$	$p_X: X \rightarrow [0,1]$ $p_X(x) = \sum_{y \in Y} [r_{X \times Y}(x,y)]$
$\pi_{X\|Y}: X \times Y \rightarrow [0,1]$ $\pi_{X \times Y}(x,y)=\min[\pi_{X\|Y}(x\|y), \pi_Y(y)]$	$p_{X\|Y}: X \times Y \rightarrow [0,1]$ $p_{X \times Y}(x,y) = p_{X\|Y}(x\|y) \times r_Y(y)$
$\pi_{X \times Y}(x,y)=\min[\pi_X(x), \pi_Y(y)]$	$p_{X \times Y}(x,y) = p_X(x) \times p_Y(y)$
$\pi_{X\|Y}(x\|y)= \pi_X(x)$ $\pi_{Y\|X}(y\|x)= \pi_Y(y)$	$p_{X\|Y}(x\|y) = p_X(x)$ $p_{Y\|X}(y\|x) = p_Y(y)$

Chương 6
LOGIC MỜ

- Logic học
- Mệnh đề mờ
- Hàm kéo theo mờ
- Mệnh đề điều kiện mờ
- Suy diễn mờ
- Suy luận xấp xỉ

6.1 Logic học

Logic học nghiên cứu cấu trúc của sự suy luận chính xác. Cùng ngôn ngữ, logic là phương tiện để con người hiểu biết, trao đổi tư tưởng với nhau. Logic học ra đời và phát triển cùng với triết học và toán học. Aristote, hình sau, từ thế kỷ 4 trước công nguyên đã sáng lập ra logic học truyền thống.

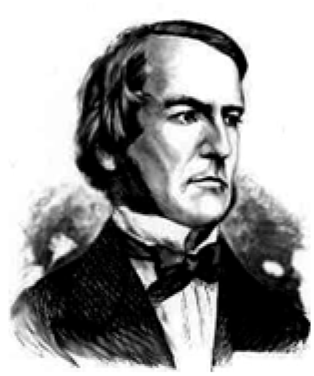


Aristote

Thế kỷ 17, Leibniz đưa toán học vào logic giúp diễn đạt rõ ràng, ngắn gọn quá trình tư duy.

Leibniz

Thế kỷ 19, Boole đưa ngôn ngữ ký hiệu vào logic. Từ thế kỷ 19, đối tượng nghiên cứu của logic học có thay đổi, người ta xem logic học là khoa học về suy luận diễn dịch.



George Boole

6.1.1 Mệnh đề

a. Mệnh đề

Mệnh đề logic hay nói gọn là mệnh đề là một phán đoán được biểu đạt dưới dạng ngôn ngữ thành một câu phản ánh đúng hay sai thực tế khách quan. Mỗi mệnh đề có giá trị chân lý hay chân trị là đúng (Đ) hoặc sai (S). Từ mệnh đề P, ta xây dựng hàm chân trị T(P) là hàm lưỡng trị hay nhị phân như sau:

- T(P) = 1, nếu P đúng
- T(P) = 0, nếu P sai

Một mệnh đề luôn đúng được gọi là mệnh đề hằng đúng, ký hiệu là T, ngược lại, mệnh đề luôn sai được gọi là mệnh đề hằng sai, ký hiệu là C.

$$T(T) = 1; T(C) = 0$$

Một mệnh đề hằng đúng, bất chấp các mệnh đề thành phần của nó được gọi là một luật logic. Hai mệnh đề có cùng giá trị chân trị thì được gọi là tương đương logic, ký hiệu là “=”

$$P = Q: T(P) = T(Q) \text{ (P tương đương logic với Q)}$$

b. Phép logic

Từ một hay nhiều mệnh đề, có thể xây dựng mệnh đề mới qua các liên từ logic là phụ từ “không” hay các liên từ như “và”, “hoặc”, “nếu… thì…”, “nếu và chỉ nếu”. Các phép logic cơ bản tương ứng với các liên từ logic nêu trên, bao gồm:

- Phép phủ định, ứng với phụ từ “không”
- Phép hội, ứng với liên từ “và”
- Phép tuyển, ứng với liên từ “hoặc”, “hay là”
- Phép kéo theo, ứng với liên từ “nếu… thì…”
- Phép tương đương, ứng với liên từ “nếu và chỉ nếu”

Mệnh đề không chứa liên từ logic nào gọi là mệnh đề đơn. Mệnh đề phức tạo từ một hay nhiều mệnh đề khác nhờ các liên từ logic. Theo ngôn ngữ ký hiệu, gọi P và Q là 2 mệnh đề:

- Phủ định của mệnh đề P cũng là một mệnh đề gọi là mệnh đề phủ định P
- Hội của 2 mệnh đề P và Q cũng là một mệnh đề gọi là mệnh đề hội P Q
- Tuyển của 2 mệnh đề P và Q cũng là một mệnh đề gọi là mệnh đề tuyển P Q
- Kéo theo của 2 mệnh đề P và Q cũng là 1 mệnh đề gọi là mệnh đề kéo theo P Q
- Tương đương của 2 mệnh đề P và Q là 1 mệnh đề gọi là mệnh đề tương đương P Q.

Bảng sự thật của các mệnh đề như sau:

P	**Q**	$\overline{P}$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
S	S	Đ	S	S	Đ	Đ
S	Đ	Đ	S	Đ	Đ	S
Đ	S	S	S	Đ	S	S
Đ	Đ	S	Đ	Đ	Đ	Đ

Xem P, Q, R là các mệnh đề, T và C là các mệnh đề hằng đúng và hằng sai, các phép logic có những tính chất sau:

- Giao hoán: P Q = Q P, P Q = Q P, P Q = Q P
- Kết hợp: (P Q)R = P (QR), (P Q)R = P (QR)
- Phân phối: P (Q R) = (PQ) (P R), P(Q R) = (P Q)(P R)
- Đẳng trị: P P = P, P P = P
- Đồng nhất: P C = P, P T = T; P C = C, P T = P
- Tính chất: P   P = T, P   P = C
- Phản đảo: P Q = Q P
- Tương đương: P Q = (P Q) (Q P)
- Cuộn xoắn:

$$\overline{\overline{P}} = P$$

- De Morgan:

$$\overline{P \vee Q} = \overline{P} \wedge \overline{Q},$$

$$\overline{P \wedge Q} = \overline{P} \vee \overline{Q}$$

- Kéo theo:

$$P \Rightarrow Q = \overline{P} \vee Q$$

$$P \Rightarrow Q = \overline{P \wedge \overline{Q}}$$

c. Hàm mệnh đề

Hàm mệnh đề có dạng P(x), x X. Hàm mệnh đề chỉ là mệnh đề với những giá trị cụ thể của x trong tập X. Với hàm mệnh đề, hai dạng mệnh đề thường gặp là mệnh đề phổ biến và mệnh đề tồn tại. Mệnh đề phổ biến có dạng x, P(x). Trong đó " x", là lượng từ phổ biến. Về mặt logic mệnh đề phổ biến là mệnh đề hội của các mệnh đề thành phần P(x):

$$\forall x, P(x) = \bigwedge_{x \in X} P(x)$$

Mệnh đề tồn tại có dạng x, P(x). Trong đó " x" là lượng từ tồn tại. Về mặt logic, mệnh đề tồn tại là mệnh đề tuyển của các mệnh đề thành phần P(x):

$$\exists x, P(x) = \bigvee_{x \in X} P(x)$$

Theo tính chất De Morgan nêu trên, ta có:

$$\overline{\forall x, P(X)} = \overline{\bigwedge_{x\in X} P(x)} = \bigvee_{x\in X} \overline{P(x)} = \exists x, \overline{P(x)}$$
$$\overline{\exists x, P(X)} = \overline{\bigvee_{x\in X} P(x)} = \bigwedge_{x\in X} \overline{P(x)} = \forall x, \overline{P(x)}$$

Hàm mệnh đề 2 biến có dạng P(x,y), x X, y Y. Từ hàm mệnh đề P(x,y), có thể có các mệnh đề bởi các giá trị cụ thể của x, y. Từ hàm mệnh đề P(x,y), có thể có các mệnh đề với các lượng từ:

x, y P(x,y)

x, y P(x,y)

x, y P(x,y)

6.1.2 Suy diễn

Suy diễn là rút ra mệnh đề mới từ một hay nhiều mệnh đề đã có. Mệnh đề đã có được gọi là tiền đề, mệnh đề mới được gọi là kết luận của suy diễn. Xem 2 mệnh đề phức hợp A và B, khi xây dựng mệnh đề A B. Ta đã suy luận từ tiền đề A để có kết luận B. Một cách ký hiệu khác của suy diễn là:

$$\frac{A}{B}$$

Trong trường hợp A B là mệnh đề hằng đúng thì ta có một phép suy diễn hợp logic, và A B là một quy tắc suy diễn, ở quy tắc suy diễn này, B là kết luận logic của A. Nếu A B không là mệnh đề hằng đúng thì ta có một phép suy diễn không hợp logic, B không là kết luận logic của A.

Tiền đề A trong quy tắc suy diễn A B có thể bao gồm hay hội nhiều mệnh đề:

A = A1 A2 … An

Với quy tắc suy diễn:

A1 A2 … An B

B là kết luận logic của A_1, A_2, …, A_n. Một số quy tắc suy diễn thường dùng như sau:

- Quy tắc modus ponen:

$$\frac{P \Rightarrow Q, P}{Q}$$

- Quy tắc modus tolen:

$$\frac{P \Rightarrow Q, \overline{Q}}{\overline{P}}$$

- Quy tắc lựa chọn:

$$\frac{P \vee Q, \overline{P}}{Q}$$

- Quy tắc bắc cầu:

$$\frac{P \Rightarrow Q, Q \Rightarrow R}{P \Rightarrow R}$$

6.2 Mệnh đề mờ

Mệnh đề logic cổ điển P nêu trên có chân trị là đúng (Đ) hay sai (S), hàm chân trị của mệnh đề nhận 2 giá trị là 0 nếu mệnh đề là đúng và 1 nếu mệnh đề là sai:

- T(P) =1, P đúng
- T(P) = 0, P sai

Mệnh đề mờ có chân trị không rõ ràng là đúng (Đ) hay sai (S), hàm chân trị của mệnh đề mờ không chỉ nhận hai giá trị của tập 0,1 mà là nhận giá trị trên khoảng đơn vị [0,1] phụ thuộc vào mức độ đúng của mệnh đề:

T(P) [0,1]

Có nhiều loại mệnh đề mờ, phần này xét các loại mệnh đề mờ sau:

- Mệnh đề đơn
- Mệnh đề định tính
- Mệnh đề định lượng
- Mệnh đề với bổ từ ngôn ngữ.

6.2.1 Mệnh đề mờ đơn

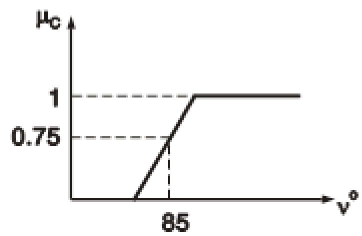
Mệnh đề mờ đơn có dạng chuẩn:

P: V là F

Trong đó chủ từ V là biến lấy trị trên tập X, vị từ F là tập mờ trên X. Mức chân trị của P định bởi gía trị cụ thể x của V và hàm thành viên của tập mờ F:

$$T(P) = \ _{F}(x)$$

Ví dụ: Xem tập nhiệt độ X = $[0,120]^0$C. Xem mệnh đề: P: Nhiệt độ cao. Tập mờ C (cao) có hàm thành viên như hình vẽ sau.



Ở nhiệt độ x = 85^0C, mức chân trị của P tính được:

$$T(P) = \ _{C}(85) = 0,75$$

Mặt khác, nhắc lại theo lý thuyết khả năng, từ mẫu thông tin không chính xác mô tả bởi mệnh đề mờ P, “V là F” có thể dẫn đến phân bố khả năng trên tập X của biến khả năng V định bởi:

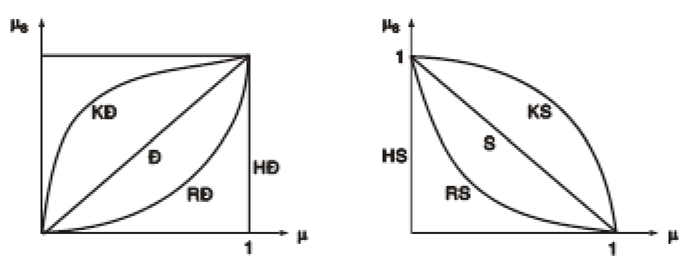
$$(x) = \ _{F}(x)$$

6.2.2 Mệnh đề định tính

Mệnh đề định tính có dạng:

P: (V là F) là S

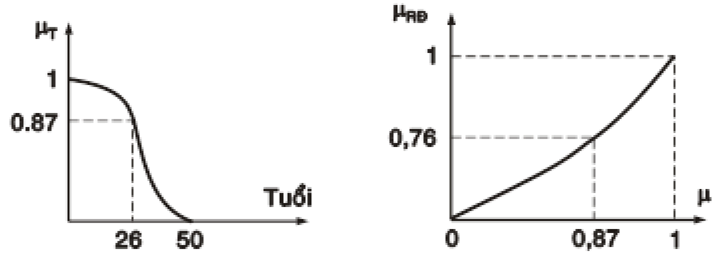
Trong đó S là từ định tính như hoàn toàn sai (HS), rất sai (RS), sai (S), khá sai (KS) hay là khá đúng (KĐ), đúng (Đ), rất đúng (RĐ), hoàn toàn đúng (HĐ). Từ định tính S là tập mờ trên khoảng đơn vị như ở hình sau:



Mức chân trị của mệnh đề định bởi giá trị biến x, và các hàm thành viên $_S$ và $_F$:

$$T(P) = \ _S(\ _F(x))$$

Ví dụ: Xem mệnh đề “Tú trẻ là rất đúng”, hàm mờ T (trẻ) và RĐ (rất đúng) như ở những hình sau:



Tuổi của Tú là 26, từ hàm $_T$ ta có:

$$_T(26) = 0,87$$

Mức chân trị của mệnh đề:

$$T(P) = \ _{RĐ}(0,87) = 0,76$$

Để ý rằng mệnh đề đơn không định tính ở trên là một trường hợp của mệnh đề định tính với từ định tính S là đúng (Đ) vì với tập mờ đúng (Đ), ta luôn có $_S(\ ) =\ $.

$$T(P) = \ _S(\ _F(x)) = \ _F(x)$$

6.2.3 Mệnh đề định lượng

Mệnh đề định lượng là mệnh đề có từ định lượng, ở đây là từ định lượng mờ. Từ định lượng nhằm mở rộng vị ngữ của mệnh đề, có hai loại từ định lượng mờ:

- Từ định lượng mờ tuyệt đối
- Từ định lượng mờ tương đối.

a. Mệnh đề định lượng tuyệt đối

Từ định lượng mờ tuyệt đối nhằm mô tả các từ ngữ như “khoảng r”, “rất lớn hơn r”, “ít nhất khoảng r” trong đó r là một số thực. Từ định lượng mờ tuyệt đối là số mờ trên tập số thực R. Một ví dụ của mệnh đề mờ tuyệt đối:

“Có khoảng 3 học viên trong lớp có trình độ Anh văn cao”. Dạng mệnh đề mờ tuyệt đối:

$$P\text{: Có } Q \text{ sao cho } V(x) \text{ là } F,\ x\ \ X$$

Trong đó Q là từ định lượng, số mờ trên R, V là biến trên X, F là tập mờ trên X. Ở ví dụ trên, Q là khoảng 3, V là biến trình độ Anh văn, X là tập các học viên trong lớp, F là tập mờ cao trên tập X. Mệnh đề trên có thể viết lại: “Có khoảng 3 học viên giỏi Anh văn trong lớp”. Dạng mệnh đề trở thành:

$$P\text{: Có } Q\ E$$

Trong đó E là tập mờ trên X mô tả “học viên giỏi Anh văn trong lớp”. Hàm thành viên của E được xác định qua hàm thành viên của F như sau:

$${}_E(x) = \ {}_F(x),\ x\ \ X$$

Mệnh đề trên lại có thể viết thành: “Số học viên giỏi Anh văn trong lớp là khoảng 3”. Dạng mệnh đề trở thành:

$$P\text{: } W \text{ là } Q$$

Trong đó W là biến rõ trên tập số thực R mô tả “Số học viên giỏi Anh văn trong lớp”. Có thể hiểu W là khả năng kỳ vọng số học viên Anh văn trong lớp là giỏi, W tính được theo cỡ tập mờ E như sau:

$$W = |E| = \sum_{x \in X} \mu_E(x)$$

Cuối cùng mức chân trị của mệnh đề P định bởi:

$$T(P) = \ {}_Q(W) = \ {}_Q(\ \ E\ \ )$$

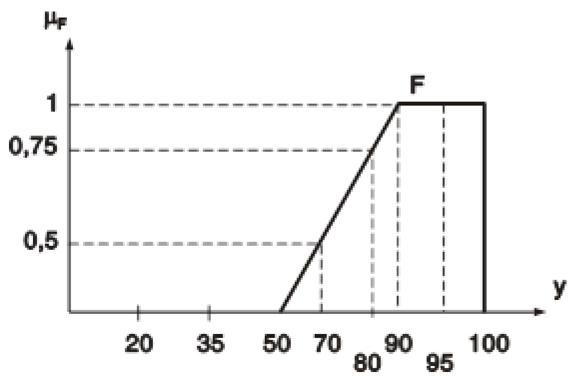
Ví dụ: Xem mệnh đề “Có khoảng 3 học viên trong lớp giỏi Anh văn”. Lớp có 5 học viên:

$$X = \ \ A, B, C, D, E$$

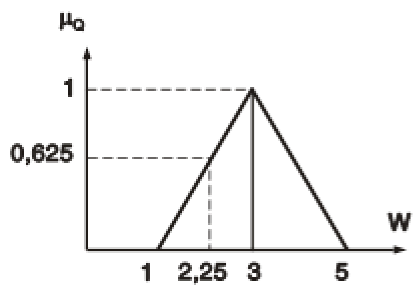
Mức độ thông thạo tiếng Anh là y, được xác định từ 0 điểm đến 100 điểm. Mức độ thông thạo của các học viên như ở bảng sau:

x	y
A	35
B	20
C	80
D	70
E	95

Tập mờ giỏi F được xác định trên tập mức độ thông thạo Y = [0,100] như ở hình sau:



Tập mờ Q (khoảng 3) như ở hình sau:



Từ tập mờ F trên Y ta có mức độ thành viên của các phần tử của Y lên tập F như ở bảng sau:

x	y	$\mu_F(y)$
A	35	0
B	20	0
C	80	0,75
D	70	1
E	95	0,5

Tập mờ E trên X:

$$E = 0/A + 0/B + 0,75/C + 1/D + 0,5/E$$

Cỡ tập mờ E:

$$E \quad = 0 + 0 + 0,75 + 1 + 0,5 = 2,25$$

$$W = \quad E = 2,25$$

Từ tập mờ Q, mức chân trị mệnh đề P tính được:

$$T(P) = \quad {}_{Q}(2,25) = 0,625$$

Dạng mở rộng của mệnh đề định lượng:

P: Có Q sao cho U(x) là F và V(y) là G, x X, yY

Trong đó Q là tập mờ trên R; U, V là các biến trên X, Y và F, G là các tập mờ trên X, Y.

Ví dụ: Có khoảng 10 học viên trong lớp là giỏi anh văn và trẻ. Viết lại mệnh đề:

P: Có Q sao cho E1 và E2

Trong đó E1 là tập mờ trên X mô tả “U(x) là F, x X” và E2 là tập mờ trên Y mô tả “V(y) là G, y Y”. Ở ví dụ trên E1 mô tả “học viên giỏi anh văn trong lớp”, E2 mô tả “học viên trẻ trong lớp”. Hàm thành viên của E1 và E2 được xác định qua hàm thành viên của F và như sau:

$${}_{E1}(x) = \quad {}_{F}(x),\ x \quad X$$

$${}_{E2}(y) = \quad {}_{G}(y),\ y \quad Y$$

Viết lại mệnh đề:

P: Có Q sao cho E

Trong đó E là tập mờ giao E = E1 E2, ở ví dụ trên E mô tả “học viên giỏi anh văn và trẻ trong lớp”. E là tập mờ trên X Y với hàm thành viên xác định bởi hàm thành viên của E1 và E2 và hàm giao tập hợp, một công thức xác định E theo hàm giao chuẩn như sau:

$$_E(x,y) = \min [\ _{E1}(x),E2(y)],\ x\ \ X,\ yY$$

Viết lại mệnh đề:

P: W là Q

Trong ví dụ trên W chính là “Số học viên giỏi anh văn trong lớp”. W là biến rõ trên tập số thực R tính được theo cỡ tập mờ E như sau:

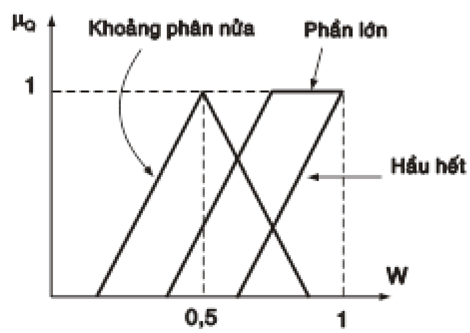
$$W = |E| = \sum_{x \in X, y \in Y} \mu_E(x)$$

Cuối cùng mức chân trị của mệnh đề P định bởi:

$$T(P) = \ _Q(W) = \ _Q(\ E\ )$$

b. Mệnh đề định lượng tương đối

Từ định lượng mờ tương đối mô tả các từ ngữ như “khoảng phân nửa”, “phần lớn”, “hầu hết”. Từ định lượng mờ tương đối được biểu thị bởi số mờ trên khoảng đơn vị [0,1] như ở hình sau



Một ví dụ về mệnh đề mờ định lượng tương đối là “Phần lớn học sinh trong lớp có trình độ tiếng Anh cao”. Dạng đơn giản của mệnh đề mờ tương đối:

P: Có Q sao cho V(x) là F, x X

trong đó Q là từ định lượng tương đối, số mờ trên [0,1], V là biến trên X, F là tập mờ trên X. Ở ví dụ trên, Q là phần lớn, V là biến trình độ Anh văn, X là tập các học sinh trong lớp, F là tập mờ cao trên tập X. Mệnh đề trên có thể viết lại:

$$P: \text{Có } Q\ E$$

Trong đó E là tập mờ trên X mô tả “học sinh giỏi Anh văn trong lớp”. Hàm thành viên của E được xác định qua hàm thành viên của F như sau:

$${}_{E}(x) = \ {}_{F}(x),\ x \ \ X$$

Mệnh đề trên lại có thể viết thành: “Số học viên giỏi Anh văn trong lớp là phần lớn”. Dạng mệnh đề trở thành:

$$P: W \text{ là } Q$$

trong đó W là biến rõ trên tập số thực R mô tả “Số học viên giỏi Anh văn trong lớp”. W tính được theo cỡ tập mờ E như sau:

$$W = |E| = \sum_{x \in X} \mu_E(x)$$

Cuối cùng mức chân trị của mệnh đề P định bởi:

$$T(P) = \ {}_{Q}(W) = \ {}_{Q}(\ \ E\ \ )$$

Một ví dụ khác về mệnh đề mờ định lượng tương đối là “Trong số những học sinh trẻ trong lớp, hầu hết đều có trình độ tiếng Anh cao”. Dạng tổng quát của mệnh đề mờ tương đối:

$$P: \text{Có } Q \text{ trong số } x \ \ X \text{ với } U(x) \text{ là } F \text{ sao cho } V(x) \text{ is } G$$

Trong đó Q là số mờ định lượng tương đối, U và V là các biến trên X, F và G là các tập mờ trên X.

Ví dụ trên có thể nói lại “Hầu hết những học sinh trẻ trong lớp đều có trình độ tiếng Anh cao”. Mệnh đề được viết lại:

$$P: \text{Có } Q \text{ với } E1 \text{ là } E2$$

trong đó E1 là tập mờ trên X mô tả “U(x) là F, x X” và E2 là tập mờ trên X mô tả “V(x) là G, x X”. Hàm thành viên của E1 và E2 được xác định qua hàm thành viên của F và G như sau:

$${}_{E1}(x) = \ {}_{F}(x),\ x \ \ X$$

$${}_{E2}(x) = \ {}_{G}(x),\ x \ \ X$$

Mệnh đề “Có Q với E1 là E2” có thể viết lại như sau:

$$P: W \text{ là } Q$$

Trong đó W chính là mức tập con của E2 trong E1 và được tính như sau:

$$W = S(E1, E2) = \quad E1 \quad E2 \quad / \quad E1$$

Trong đó E1 E2 và E1 được tính như ở các phần trên. Cuối cùng mức chân trị của mệnh đề P định bởi:

$$T(P) = \quad _{Q}(W) = \quad _{Q}(\quad E1 \quad E2 \quad / \quad E1 \quad)$$

c. Mệnh đề mờ với bổ từ ngôn ngữ

Bổ từ ngôn ngữ là những từ như “hơi”, “khá”, “rất”, … nhằm biến đổi các vị từ mờ hay các từ định tính mờ. Ví dụ như mệnh đề “Hắn trẻ là đúng” có thể biến đổi thành các mệnh đề như “Hắn rất trẻ là đúng” hay “Hắn trẻ là rất đúng”. Lưu ý rằng bổ từ ngôn ngữ chỉ dùng với tập mờ mà không dùng với tập rõ. Xem mệnh đề mờ:

P: x là F

Trong đó F là tập mờ trên X. Một bổ từ ngôn ngữ H có thể biến đổi mệnh đề trên thành:

P: x là HF

Trong đó HF là vị từ mờ biến đổi từ vị từ mờ F qua bổ từ H. Có thể xem H là toán tử tập một ngôi biến đổi tập F thành tập HF. Hàm thành viên của tập mờ HF có thể suy từ hàm thành viên của tập mờ F qua hàm biến đổi h là hàm trên khoảng [0,1] tương ứng với bổ từ H như sau:

$$_{HF}(x) = h(\quad _{F}(x))$$

Ví dụ như với bổ từ rất ta hay dùng hàm $h(a) = a^2$, a [0,1]. Với bổ từ hơi, khá ta hay dùng hàm $h(a) = a^{1/2}$, a [0,1].

Khi hàm biến đổi h có tính chất h(a) < a, a [0,1] ta nói hàm là hàm biến đổi mạnh. Khi hàm biến đổi h có tính chất h(a) > a, a [0,1] ta nói hàm là hàm biến đổi yếu. Khi hàm biến đổi h có tính chất h(a)=a, a [0,1] ta nói hàm là hàm biến đổi đồng nhất. Hàm biến đổi mạnh tăng cường vị từ mờ mà nó biến đổi làm giảm mức chân trị của mệnh đề mờ tương ứng. Ngược lại, hàm biến đổi yếu giảm thiểu vị từ mờ mà nó biến đổi làm tăng mức chân trị của mệnh đề mờ tương ứng.

Ví dụ: Xem các mệnh đề

- P1: A trẻ
- P2: A rất trẻ
- P3: A hơi trẻ

Xem A là người với tuổi 26, với tập mờ trẻ T ta có:

$$_{T}(26) = 0,8 \quad T(P1) = \quad _{T}(26) = 0,8$$

Với tập mờ rất trẻ RT ta có:

$$_{RT}(26) = 0,82 = 0,64$$

$$T(P2) = \quad _{RT}(26) = 0,64$$

Với tập mờ hơi trẻ HT ta có:

$$_{HT}(26) = 0,81/2 = 0,89$$

$$T(P3) = \quad _{HT}(26) = 0,89$$

Hàm biến đổi có các tính chất sau:

1- h(0) = 0, h(1) = 1

2- Liên tục

3- h mạnh h-1 yếu và ngược lại

4- Hàm hợp thành của hai hàm biến đổi g và h (g h, h g) cũng là hàm biến đổi và cùng tính mạnh yếu như hàm g và h.

Một lớp hàm biến đổi thường dùng có dạng như sau:

$$h\ (a) = a\ , \quad R+,\ a\ \ [0,1]$$

Với lớp hàm trên, h là hàm yếu nếu > 1, hàm mạnh nếu <1, hàm đồng nhất nếu = 1.

6.3 Hàm kéo theo mờ

6.3.1 Hàm kéo theo

Xem các mệnh đề mờ P và Q, từ các mệnh đề mờ này ta xây dựng mệnh đề kéo theo P Q, trong mệnh đề kéo theo này, P được gọi là tiền đề, Q là hậu đề. Mức chân trị của mệnh đề kéo theo P Q được xác định theo mức chân trị của các mệnh đề thành phần, tiền và hậu đề. Gọi mức chân trị của các mệnh đề P và Q lần lượt là a và b:

T(P) = a, T(Q) = b

Mức chân trị của P   Q được xác định bởi hàm kéo theo mờ J như sau:

T(P   Q) = J(a,b)

Ta thấy hàm kéo theo mờ J là hàm mệnh đề 2 ngôi, là ánh xạ từ tập tích [0,1]   [0,1] lên tập [0,1]

J: [0,1]   [0,1]   [0,1]

6.3.2 Các tiền đề của hàm kéo theo

Hàm kéo theo mờ J được xây dựng từ sự tổng quát hóa hàm kéo theo của logic cổ điển và thỏa các tiền đề sau:

Tiền đề 1: Đơn điệu với biến tiền đề. Mức chân trị của mệnh đề kéo theo tăng khi mức chân trị của tiền đề tăng.

a   b   J(a,c)   J(b,c),a,b,c   [0,1]

Tiền đề 2: Đơn điệu với biến hậu đề. Mức chân trị của mệnh đề kéo theo tăng khi mức chân trị của hậu đề giảm.

a   b   J(x,a)   J(x,b), a,b   [0,1]

Tiền đề 3: Ưu thế của chân trị sai. Mệnh đề kéo theo luôn đúng khi mệnh đề tiền đề sai.

J(0,a) = 1, a   [0,1]

Tiền đề 4: Trung tính của chân trị đúng. Khi tiền đề đúng, chân trị của mệnh đề kéo theo bằng mức chân trị của hậu đề.

J(1,b) = b, b   [0,1]

Tiền đề 5: Đồng nhất. Khi tiền đề và hậu đề cùng mức chân trị, chân trị của mệnh đề kéo theo bằng 1.

J(a,a) = 1, a   [0,1]

Tiền đề 6: Trao đổi.

J(a,J(b,c)) = J(b,J(a,c)), a,b,c   [0,1]

Tính trao đổi trong phép kéo theo logic cổ điển:

P   (Q   R) = Q   (P   R)

Tiền đề 7: Điều kiện biên. Mệnh đề kéo theo đúng nếu và chỉ nếu chân trị hậu đề ít nhất là bằng chân trị tiền đề.

$$J(a,b) = 1 \quad a \quad b$$

Tiền đề 8: Phản đảo.

$$J(a,b) = J(c(b),c(a))$$

Tính phản đảo trong phép kéo theo logic cổ điển:

$$P \quad Q = \quad Q \quad P$$

Tiền đề 9: Tính liên tục - hàm liên tục. Đảm bảo thay đổi nhỏ ở chân trị tiền đề hay hậu đề không làm thay đổi lớn ở chân trị mệnh đề kéo theo.

6.3.3 Xây dựng hàm kéo theo mờ

Có thể xây dựng hàm kéo theo mờ theo các hàm tập mờ như hàm bù mờ c(.), hàm giao mờ i(.,.), hàm hội mờ u(.,.) đã giới thiệu ở phần lý thuyết tập mờ. Việc xây dựng hàm dựa vào các luật trong logic cổ điển. Với luật a b = a b ta có họ hàm J(a,b) = u(c(a),b). Họ hàm này là họ hàm kéo theo mờ S như những hàm sau:

- Hàm Kleene - Dienes: $J_b(a,b) = \max\{1-a, b\}$
- Hàm Reichenbach: $J_r(a,b) = 1-a+ab$
- Hàm Lukasewicz: $J_a(a,b) = \min(1, 1-a+b)$

Với luật a b = max{x [0,1] (a x) b} ta có họ hàm J(a,b) = sup{x [0,1] i(a,x) b}. Họ hàm này là họ hàm kéo theo mờ R như những hàm sau:

- Hàm Godet:

$$J_g(a,b) = \sup\{x \quad \min(a,x) \quad b\}$$

$$J_g(a,b) = 1,\ a \quad b$$

$$J_g(a,b) = b,\ a>b$$

- Hàm Goguen:

$$J\ (a,b) = \sup \{x \quad ax \quad b\}$$

$$J\ (a,b) = 1,\ a \quad b$$

$$J\ (a,b) = b/a,\ a>b$$

- Hàm Lukasewicz:

$$Ja(a,b) = \min (1, 1-a+b)$$

Với luật a b = a (a b) ta có họ hàm J(a,b) = u(c(a),i(a,b). Họ hàm này là họ hàm kéo theo mờ QL khi i và u là những hàm giao và hội chuẩn ta có hàm Zadeh:

$$J_m(a,b) = \max \{1-a, \min (a,b)\}$$

Khi i là hàm tích đại số và u là hàm tổng đại số ta có hàm sau:

$$J_p(a,b) = 1-a+a^2b$$

Với luật a b = (a b) b ta có họ hàm:

$$J(a,b) = u(i(c(a),c(b)),b).$$

6.3.4 Chọn lựa hàm kéo theo mờ

Để chọn lựa hàm kéo theo mờ cho một lập luận xấp xỉ trong một trường hợp cụ thể, ta xem mệnh đề điều kiện sau:

P: Nếu U là A, thì V là B

trong đó U, V là các biến trên X, Y và A, B là các tập mờ trên X, Y. Mức chân trị của mệnh đề trên xác định bởi quan hệ R:

$$_R(x,y) = J(\ \ _A(x),\ \ _R(y))$$

Khác với logic cổ điển, ta thấy kết quả trên là không duy nhất vì có nhiều hàm kéo theo có thể sử dụng. Để chọn hàm, ta có thể dùng các quy tắc suy diễn như sẽ trình bày ở phần suy diễn.

6.4 Mệnh đề điều kiện

6.4.1 Mệnh đề điều kiện đơn

Mệnh đề điều kiện có dạng chuẩn:

P: Nếu U là A thì V là B

Trong đó U và V là biến lấy trị trên tập X và Y tương ứng, A và B là các tập mờ trên X và Y tương ứng. Mệnh đề này có thể viết lại ở dạng:

P: <U, V> là R

Trong đó R là tập mờ quan hệ trên tập tích X Y với hàm thành viên định bởi:

$$_R(x,y) = J(\ _A(x),\ _B(y))$$

Trong đó J(-,-) là hàm kéo theo mờ trên tập [0,1] [0,1]. Khi đã xây dựng xong hàm thành viên $_R$, mức chân trị của P định bởi giá trị cụ thể x, y của U, V và hàm $_R$:

$$T(P) = \ _R(x,y)$$

Ví dụ: Xem X = x_1, x_2, x_3 , Y = y_1, y_2 . Xem A và B lần lượt là các tập mờ trên X và Y:

$$A = \ 0,1/x_1, 0,8/x_2, 1/x_3\ , B = \ 0,5/y_1, 1/y_2$$

Xem mệnh đề:

P: Nếu U là A thì V là B

Chọn hàm J(a,b) = min (1, 1-a+b), thì tính được:

$$T(P) = \ _R(x,y) = \min[1,1-\ _A(x)+\ _B(y)] = \min[1,C]$$

$$C=1-\ _A(x)+\ _B(y)$$

Như ở bảng sau:

x	y	$\mu_A(x)$	$\mu_B(y)$	$1-\mu_A(x)+\mu_B(y)$	T(P)
x_1	y_1	0,1	0,5	1,4	1
x_1	y_2	0,1	1	1,9	1
x_2	y_1	0,8	0,5	0,7	0,7
x_2	y_2	0,8	1	1,2	1
x_3	y_1	1	0,5	0,5	0,5
x_3	y_2	1	1	1	1

6.4.2 Mệnh đề điều kiện định tính

Mệnh đề điều kiện định tính có dạng:

P: (Nếu U là A thì V là B) là S

Trong đó U và V lần lượt là biến lấy trị trên tập X và Y, A và B lần lượt là các tập mờ trên X và Y. S là từ định tính mờ, biểu diễn bởi tập mờ trên [0,1]. Từ mệnh đề Nếu U là A thì V là B ta xây dựng quan hệ mờ R trên tập tích X Y với hàm thành viên định bởi:

$$_R(x,y) = J(\ _A(x),\ _B(y))$$

Trong đó J(-,-) là một hàm kéo theo mờ. Khi đã xây dựng xong hàm thành viên $_R$, mức chân trị của P định bởi giá trị cụ thể x, y của U, V và các hàm $_A$, $_B$, $_R$, $_S$:

$$T(P) = \ _S(R(\ _A(x),B(y))$$

6.5 Suy diễn mờ

Suy diễn mờ ở phần này là suy diễn từ mệnh đề điều kiện. Luật suy diễn ở logic cổ điển dựa trên các mệnh đề hằng đúng. Các luật suy diễn này được tổng quát hóa ở logic mờ để ứng dụng cho các suy luận xấp xỉ. Phần này tổng quát hóa 3 luật suy diễn thường gặp là:

- Luật Modus Ponens
- Luật Modus Tolen

- Luật bắt cầu.

Các luật suy diễn ở phần này còn gọi là các luật suy diễn hợp thành vì sử dụng toán tử hợp thành trong suy diễn.

6.5.1 Luật suy diễn Modus Ponens

Suy diễn mờ từ luật Modus Ponens có dạng sau:

Luật: Nếu U là A, thì V là B

Sự kiện: U là A’

Kết luận: V là B’?

Trong đó U, V là các biến trên X, Y. A, A’ là các tập mờ trên X. B, B’ là các tập mờ trên Y. Từ mệnh đề “Nếu U là A, thì V là B” ta có quan hệ R: X Y [0,1] định bởi các tập mờ A và B như sau:

$$_R(x,y) = J[\ _A(x),\ _B(y)]$$

Trong đó J là một hàm kéo theo mờ. Tập mờ B’ có thể xác định từ quan hệ R và tập mờ A’ qua phép một phép hợp thành:

B’ = A’ R (*)

Vậy tập mờ đầu ra B’ được suy diễn từ phép hợp thành của tập mờ đầu vào A’ và quan hệ mờ R. Trong đó quan hệ mờ R xác định bởi hàm kéo theo mờ J và các tập mờ A và B. Hàm thành viên của B’ theo phép hợp thành tổng quát sup i:

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x\in X} i[\mu_{A'}(x), \mu_R(x,y)] = \sup_{x\in X} i[\mu_{A'}(x), J(\mu_A(x), \mu_B(y))] \quad (**)$$

Để chọn hàm kéo theo J, luật suy diễn mờ modus ponens dựa vào luật suy diễn modus ponens cổ điển:

[(A B) A] B

Trong biểu thức (*) ở trên, theo luật suy diễn modus ponens cổ điển, nếu A’ = A thì B’ = B, biểu thức (*) trở thành:

B = A R

Biểu thức (**) trở thành:

$$\mu_B(y) = \sup_{x \in X} i[\mu_A(x), J(\mu_A(x), \mu_B(y))] \quad (***)$$

Sau khi đã chọn phép hợp thành, từ biểu thức trên, ta có thể chọn hàm kéo theo J với các tập mờ A và B đã có.

Ví dụ: Xem X =   x1, x2, x3 , Y =   y1, y2 . Xem mệnh đề: Nếu U là A, thì V là B, trong đó A là tập mờ trên X: A = $0,5/x_1$, $1/x_2$, $0,6/x_3$, B là tập mờ trên Y: B = $1/y_1$, $0,4/y_2$. Cho sự kiện biểu thị bởi mệnh đề "U là A'" với A' là tập mờ trên X: A' = $0,6/x_1$, $0,9/x_2$, $0,7/x_3$. Dùng luật suy diễn mờ modus ponens để suy ra mệnh đề "V là B". Chọn phép hợp thành cực đại - cực tiểu, hàm thành viên của:

$$\mu_{B'}(y) = \max_{x \in X} \min[\mu_{A'}(x), J(\mu_A(x), \mu_B(y))]$$

Khi chọn luật suy diễn tổng quát hóa từ luật modus ponens ta có:

$$\mu_B(y) = \max_{x \in X} \min[\mu_A(x), J(\mu_A(x), \mu_B(y))]$$

Ta thấy hàm kéo theo Lukasiewicz thỏa điều kiện trên, với hàm kéo theo Lukasiewicz:

$$J_a(a,b) = \min(1, 1-a+b)$$

Ta tính được quan hệ R:

$$R = \ 1/x_1,y_1,\ 0,9/x_1,y_2,\ 1/x_2,y_1,\ 0,4/x_2,\ y_2,\ 1/x_3,y_1,\ 0,8/x_3,\ y_2$$

Theo luật suy diễn:

$$_{B'}(y_1) = \max[\min(0,6;1), \min(0.9;1), \min(0,7;1)] = 0,9$$

Tương tự:

$$_{B'}(y_2) = \max[\min(0,6;0,9), \min(0,9;0,4), \min(0,7;0,8)] = 0,7$$

Vậy:

$$B' = \ 0,9/y_1,\ 0,7/y_2$$

6.5.2 Luật suy diễn Modus Tollens

Luật suy diễn mờ modus tollens hay luật suy diễn modus tollens tổng quát có dạng sau:

Luật: Nếu U là A, thì V là B.

Sự kiện: V là B’

Kết luận: U là A’?

Trong đó U, V là các biến trên X, Y. A, A’ là các tập mờ trên X. B, B’ là các tập mờ trên Y. Từ mệnh đề “Nếu U là A, thì V là B” ta có quan hệ R: X Y [0,1] định bởi các tập mờ A và B như sau:

$$_R(x,y) = J[\ _A(x),\ \ _B(y)]$$

Trong đó J là một hàm kéo theo mờ. Tập mờ A’ có thể xác định từ quan hệ R và tập mờ B’ qua phép một phép hợp thành:

$$A' = B' \ \ R \ (*)$$

Vậy tập mờ đầu ra A’ được suy diễn từ phép hợp thành của tập mờ đầu vào B’ và quan hệ mờ R. Trong đó quan hệ mờ R xác định bởi hàm kéo theo mờ J và các tập mờ A và B. Hàm thành viên của B’ theo phép hợp thành tổng quát sup i:

$$\mu_{A'}(y) = \sup_{y \in Y} i[\mu_{B'}(x), \mu_R(x,y)] = \sup_{y \in Y} i[\mu_{B'}(x), J(\mu_A(x), \mu_B(y))] \quad (**)$$

Để chọn hàm kéo theo J, luật suy diễn mờ modus tollens dựa vào luật suy diễn modus tollens cổ điển:

$$[(A \ \ B) \quad B] \quad A$$

Trong biểu thức (*) ở trên, theo luật suy diễn modus tollens cổ điển, nếu B’= B thì A’ = A, biểu thức (*) trở thành:

$$A = \ B \ \ R$$

Biểu thức (**) trở thành:

$$c(\mu_A(x)) = \sup_{y \in Y} i[c(\mu_B(y)), J(\mu_A(x), \mu_B(y))] \quad (***)$$

Sau khi đã chọn phép hợp thành, từ biểu thức trên, ta có thể chọn hàm kéo theo J với các tập mờ A và B đã có.

Ví dụ: Xem X = x_1, x_2, x_3 , Y = y_1, y_2 . Xem mệnh đề: Nếu U là A, thì V là B, trong đó A là tập mờ trên X: A = $0{,}5/x_1, 1/x_2, 0{,}6/x_3$, B là tập mờ trên Y: B = $1/y_1, 0{,}4/y_2$. Cho sự kiện biểu thị bởi mệnh đề “V là B’” với

B’ là tập mờ trên Y: B’ = $0,9/y_1$, $0,7/y_2$. Dùng luật modus tollens để suy ra mệnh đề “U là A’”?

Chọn phép hợp thành cực đại-cực tiểu, hàm thành viên của:

$$\mu_{A'}(y) = \max_{y \in Y} \min[\mu_{B'}(x), J(\mu_A(x), \mu_B(y))]$$

Khi chọn luật suy diễn tổng quát hoá từ luật modus ponens ta có:

$$\mu_A(y) = \max_{y \in Y} \min[\mu_B(x), J(\mu_A(x), \mu_B(y))]$$

Ta thấy hàm kéo theo Lukasiewicz thỏa điều kiện trên, với hàm kéo theo Lukasiewicz:

$$J_a(a,b) = \min(1, 1-a+b)$$

Ta tính được quan hệ R:

$$R = 1/x_1,y_1,\ 0,9/x_1, y_2,\ 1/x_2,y_1,\ 0,4/x_2, y_2,\ 1/x_3,y_1,\ 0,8/x_3, y_2$$

Theo luật suy diễn:

- $_{A'}(x_1)$ = max[min(0,9;1), min(0,7;0,9)] = 0,9
- $_{A'}(x_2)$ = max[min(0,9;1), min(0,7;0,4)] = 0,9
- $_{A'}(x_3)$ = max[min(0,9;1), min(0,7;0,8)] = 0,9

Vậy:

$$A' = 0,9/x_1,\ 0,9/x_2,\ 0,9/x_3$$

6.5.3 Luật suy diễn bắc cầu

Suy diễn bắc cầu dạng sau:

Luật 1: Nếu U là A, thì V là B

Luật 2: Nếu V là B, thì W là C

Kết luận: Nếu U là A, thì W là C

trong đó U, V, W lần lượt là các biến trên X, Y, Z, A, B, C lần lượt là các tập mờ trên X, Y, Z. Từ mệnh đề “Nếu U là A, thì V là B” ta có quan hệ R1: X Y [0,1] định bởi các tập mờ A và B như sau:

$$_{R1}(x,y) = J[\ _{A}(x),\ \ _{B}(y)]$$

Từ mệnh đề “Nếu V là B, thì W là C” ta có quan hệ R2: Y Z   [0,1] định bởi các tập mờ B và C như sau:

$$_{R2}(y,z) = J[\ _{B}(y),\ \ _{C}(z)]$$

Theo suy diễn, quan hệ R3 có thể xác định từ các quan hệ R1 và R2 qua phép một phép hợp thành:

R3 = R1   R2 (*)

Hàm thành viên của R3 theo phép hợp thành tổng quát sup i:

$$\begin{aligned}\mu_{R_3}(x,z) &= \sup_{y\in Y} i[\mu_{R_1}(x,y), \mu_{R_2}(y,z)]\\ &= \sup_{y\in Y} i[J(\mu_A(x), \mu_B(y)), J(\mu_B(y), \mu_C(z))]\end{aligned} \quad (*)$$

Để chọn hàm kéo theo J, luật suy diễn mờ bắc cầu dựa vào luật suy diễn bắc cầu cổ điển:

[(A B) (B C)]   (A C)

Từ mệnh đề A   C, ta có quan hệ R3: X Z   [0,1] định bởi các tập mờ A và C như sau:

$$_{R3}(x,z) = J[\ _{A}(x),\ \ _{C}(z)]$$

Biểu thức (*) trở thành:

$$J(\mu_A(x), \mu_C(z)) = \sup_{y\in Y} i[J(\mu_A(x), \mu_B(y)), J(\mu_B(y), \mu_C(z))]$$

Sau khi đã chọn phép hợp thành, từ biểu thức trên, ta có thể chọn hàm kéo theo J với các tập mờ A, B và C đã có.

Ví dụ: Xem X = x_1, x_2, x_3 , Y = y_1, y_2 , Z = z_1, z_2 . Xem mệnh đề “Nếu U là A, thì V là B”. Trong đó A là tập mờ trên X: A = $0,5/x_1, 1/x_2, 0,6/x_3$, B là tập mờ trên Y: B = $1/y_1, 0,4/y_2$. Xem mệnh đề “Nếu V là B, thì W là C”. Trong đó C là tập mờ trên Z: C = $0,2/z_1, 1/z_2$. Chọn hàm kéo theo mờ:

$$J(a,b) = \begin{cases} 1, & a \le b \\ b, & a > b \end{cases}$$

Tính được:

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0,4 \\ 1 & 0,4 \\ 1 & 0,4 \end{bmatrix} \qquad R_2 = \begin{bmatrix} 0,2 & 1 \\ 0,2 & 1 \end{bmatrix}$$

Từ luật bắc cầu, suy ra:

$$R_3 = \begin{bmatrix} 0,2 & 1 \\ 0,2 & 1 \\ 0,2 & 1 \end{bmatrix}$$

Để ý rằng:

$$R3 = R1 \quad R2$$

6.6 Lập luận xấp xỉ đa điều kiện

Lập luận xấp xỉ đa điều kiện có dạng sau:

Luật i: Nếu U là Ai, thì V là B_i, i=1 n

Sự kiện: U là A

Kết luận: V là B?

trong đó U, V là các biến trên X, Y. A_i, A là các tập mờ trên X. B_i, B là các tập mờ trên Y. Từ mệnh đề "Nếu U là A_i, thì V là B_i" ta có quan hệ R_i: X Y [0,1] định bởi các tập mờ A_i và B_i như sau:

$$_{Ri}(x,y) = J[\ _{Ai}(x),\ _{Bi}(y)]$$

trong đó J là một hàm kéo theo mờ. Tập hợp tất cả n luật ta có quan hệ R định bởi phép hội tất cả các quan hệ thành phần Ri:

$$R = \bigcup_{i \in N_n} R_i$$

Tập mờ B' có thể xác định từ quan hệ R và tập mờ A' qua phép một phép hợp thành:

$$B' = A' \quad R$$

Hàm thành viên của B' từ phép hợp thành tổng quát sup i:

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in X} i[\mu_{A'}(x), \mu_R(x, y)]$$

Với phép hợp thành cực đại - cực tiểu:

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in X} \min[\mu_{A'}(x), \mu_R(x, y)]$$

Với phép hợp thành cực đại – tích:

$$\mu_{B'}(y) = \sup_{x \in X}[\mu_{A'}(x) \times \mu_R(x, y)]$$

Một phương pháp khác là xác định các tập mờ đầu ra thành phần B’i từ tập mờ đầu vào A và luật R_i:

$$B'_i = A' \quad R_i$$

Tập mờ đầu ra B xác định từ các tập mờ đầu ra thành phần B’i

$$B = \bigcup_{i \in N_n} B_i$$

Chương 7
MẠNG THẦN KINH

- Mạng thần kinh thiên tạo
- Mạng thần kinh nhân tạo
- Huấn luyện mạng thần kinh
- Xây dựng hàm thành viên dùng mạng thần kinh
- Công nghệ *NeuroFuzzy*
- Mạng thần kinh mờ

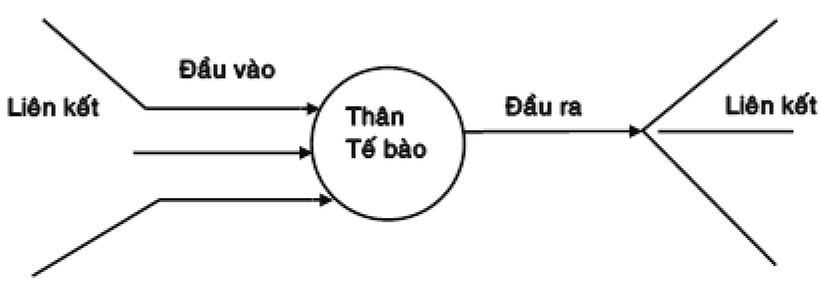
Chương này nhằm cung cấp các kiến thức cơ bản về mạng thần kinh, một công cụ hiệu quả trong việc xây dựng hệ thống qua việc học. Quan hệ giữa mạng thần kinh và lý thuyết mờ được nhìn theo hai khía cạnh:

- Hỗ trợ của mạng thần kinh lên lý thuyết mờ
- Mờ hoá mạng thần kinh.

Hỗ trợ của mạng thần kinh lên lý thuyết mờ được thực hiện qua việc xây dựng hàm thành viên dùng mạng thần kinh, học hàm thành viên, luật suy diễn mờ, và xây dựng các mẫu hình phụ thuộc ngữ cảnh khác. Việc mờ hoá mạng thần kinh làm tăng khả năng và mở rộng ứng dụng của công cụ này.

7.1 Mạng thần kinh thiên tạo

Não người chứa khoảng 1011 tế bào thần kinh nối với nhau với khoảng 1014 liên kết. Mỗi tế bào gồm nhân ở giữa và màng bên ngoài. Nhân tế bào là phần tử xử lý có chức năng thu thập thông tin đến từ các tế bào ở trước, qua các đầu vào, tính toán và đưa tín hiệu ở ngỏ ra để gởi tín hiệu đến các tế bào ở sau như hình sau.



Mỗi tế bào có một mức tích cực nằm trong một khoảng giá trị cực đại và cực tiểu. Liên kết thần kinh nhằm tăng hay giảm sự tích cực của 1 tế bào bởi 1 tế bào khác. Liên kết thần kinh chuyển mức tích cực từ tế bào gởi đến tế bào nhận. Nếu liên kết thần kinh là kích thích thì mức tích cực của tế bào gởi làm tăng sự tích cực của tế bào nhận. Nếu liên kết thần kinh là ức chế thì mức tích cực của tế bào gởi làm giảm sự tích cực của tế bào nhận. Liên kết thần kinh không chỉ khác nhau về tính chất liên kết, là kích thích hay ức chế mức tác động của tế bào nhận mà còn khác nhau về cường độ liên kết là mạnh hay yếu. Ngỏ ra của mỗi tế bào thần kinh được truyền đi bởi sợi thần kinh và có thể có đến 10000 liên kết đến các tế bào khác.

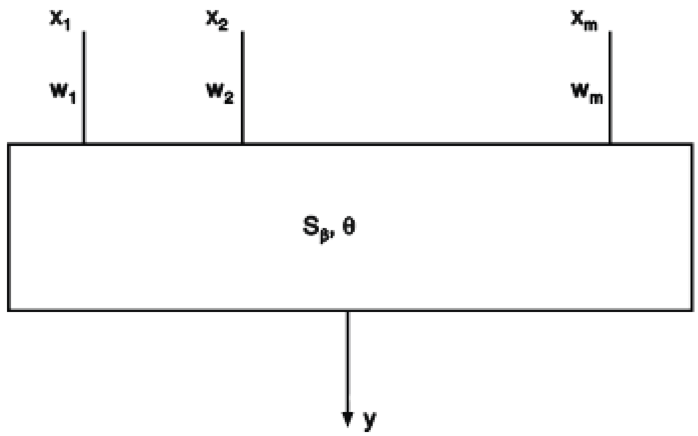
Hệ thần kinh con người gồm nhiều lớp, bao gồm lớp vào, các lớp ẩn và lớp ra. Các tế bào ở lớp vào nối với các cảm biến là các giác quan của con người, các tế bào ở lớp ra nối với các cơ cấu chấp hành là các cơ tay, chân… Khi có tín hiệu vào từ các giác quan, bộ não sẽ tính toán và tạo tín hiệu ra để điều khiển các cơ ở ngỏ ra để có các hoạt động phù hợp. Việc điều khiển sẽ được thực hiện qua việc học dần để có các kinh nghiệm từ đó có các hoạt động hợp lý như khi tay chạm vào vật nóng thì sẽ co lại, khi mắt thấy xe thì chân bước tránh đi.

7.2 Mạng thần kinh nhân tạo

Các nhà khoa học từ lâu đã mô phỏng sự làm việc của bộ não sinh vật để tạo ra Mạng thần kinh nhân tạo hay nói gọn ở đây là mạng thần kinh, là một cấu trúc tính toán phỏng theo mạng thần kinh trong não sinh vật. Mạng thần kinh gồm mạng các đơn vị tính toán, gọi là tế bào thần kinh hay nói gọn là tế bào nối với nhau. Mỗi liên kết giữa các tế bào có một mức liên kết biểu thị bởi một số gọi là trọng lượng liên kết.

7.2.1 Tế bào thần kinh

Đơn vị tính toán cơ bản của mạng thần kinh là tế bào thần kinh. Một tế bào thần kinh như ở hình sau gồm m đầu vào x_1, …, x_m và một đầu ra y. Các đầu vào nhận các giá trị là các số thực biểu thị mức tác động gởi từ các tế bào khác đến. Mỗi đầu vào tương ứng với một trọng số, các trọng số này là w_1, …, w_m. Các trọng số biểu thị cường độ và tính chất liên kết. Liên kết kích thích có trọng số dương, và ngược lại liên kết ức chế có trọng số âm. Mô hình tế bào thần kinh với m đầu vào như sau.



Mức tác động đầu vào biểu thị bởi tổng có trọng số của các đầu vào S định bởi:

$$S = \sum_{i=1}^{m} w_i x_i$$

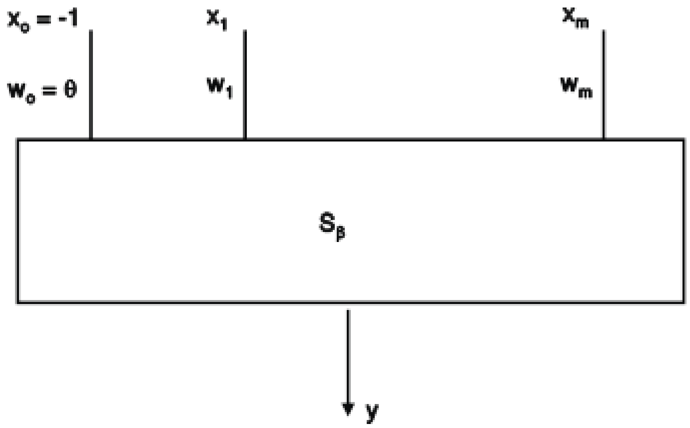
Nhằm biểu thị mức tác động nền của tế bào, một lượng lệch hay phân cực được thêm vào để có hàm tích hợp hay còn gọi là hàm lan truyền ở đầu vào P định bởi:

$$P = \sum_{i=1}^{m} w_i x_i - \theta = S - \theta$$

Trong đó   là lượng phân cực của tế bào. Lượng phân cực biểu thị giá trị của mức tác động đầu vào ở đó đầu ra của tế bào nhạy với thay đổi của mức tác động này nhất. Để cho thuận lợi, biểu thức trên có thể được viết lại như sau:

$$P = \sum_{i=1}^{m} w_i x_i - \theta = \sum_{i=0}^{m} w_i x_i$$

Trong đó lượng phân cực   được mô hình bởi một đầu vào thêm vào x_0 = -1 và trọng số tương ứng là w_0 =   . Mô hình tế bào thần kinh với m+1 đầu vào được biến đổi như ở hình sau.



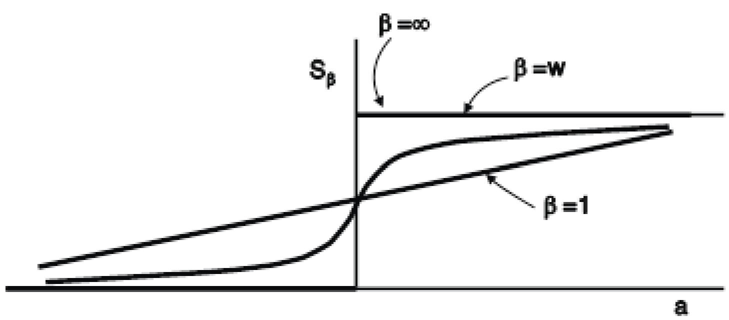
Đầu ra y phụ thuộc vào tổng có trọng số của các đầu vào P theo một hàm tác động hay hàm ngưỡng. Quan hệ vào ra theo hàm tác động S   định bởi:

$$y = S_{\beta}(P) = S_{\beta}\left(\sum_{i=0}^{m} w_i x_i\right)$$

Một họ hàm tác động thường dùng là Hàm sigmoid định bởi:

$$S\ (\ \ ) = (1+e^{-\ \ \ })^{-1},\ a\ \ R,\ \ >0$$

Hàm tác động Sigmoid như hình sau.



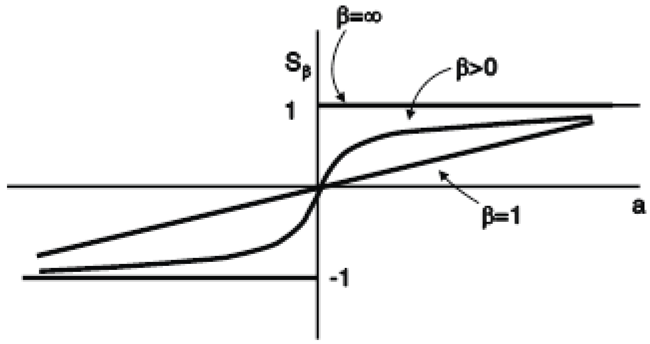
Trong đó tham số   biểu thị độ dốc của hàm tác động. Khi   *hàm Sigmoid* trở thành *hàm Heaviside*:

$$h(a) = S_{\infty}(a) = \begin{cases} 1, a \geq 0 \\ 0, a < 0 \end{cases}$$

Hàm Sigmoid trên là hàm đơn cực, một họ hàm Sigmoid khác mà ta gọi là hàm Sigmoid lưỡng cực biểu diễn như sau:

$$S_{\beta}(a) = \frac{2}{1+e^{-\beta\alpha}} - 1,\ \ a \in R,\ \beta > 0$$

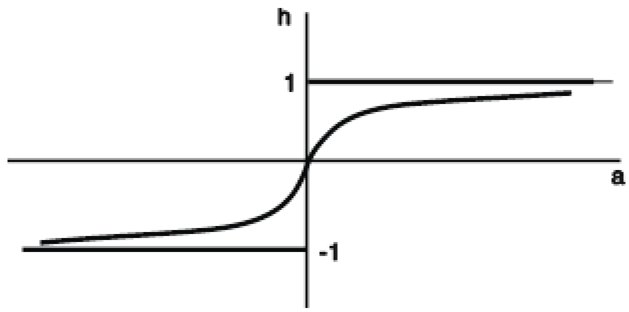
Hàm sigmoid lưỡng cực biến thiên từ –1 đến 1 như ở hình sau:



Một dạng hàm tác động khác cũng hay thường dùng là Hàm Hyperbolic Tangent với biểu diễn hàm như sau:

$$h(a) = (e^{a}-e^{-a}) / (e^{a}+e^{-a}),\ a \quad R$$

Hàm Hyperbolic Tangent biến thiên từ –1 đến 1 như ở hình sau:



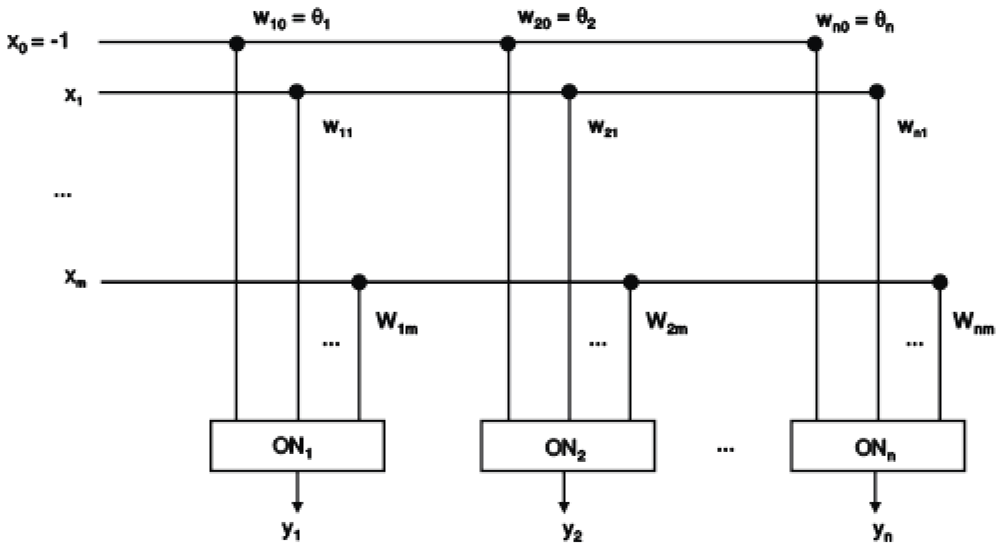
7.2.2 Mạng thần kinh

Mạng thần kinh bao gồm nhiều tế bào thần kinh. Theo tính phản hồi có hai loại mạng cơ bản là mạng phản hồi và mạng không phản hồi, ở đây ta chỉ xét loại mạng không phản hồi. Mạng thần kinh không phản hồi bao gồm tập các đầu vào và một hay nhiều lớp, mỗi lớp gồm nhiều tế bào song song nhau. Các đầu vào được nối với các tế bào ở lớp đầu tiên. Đầu ra của các tế bào của cùng một lớp được nối với đầu vào của mọi tế bào của lớp kế tiếp. Lớp cuối cùng tạo ra các đầu ra của mạng thần kinh được gọi là lớp ra, các lớp trước lớp ra được gọi là lớp ẩn.

Một mạng 2 lớp với lớp ẩn có 2n+1 tế bào là đủ để xấp xỉ mọi hàm liên tục n biến. Một mạng thần kinh 3 lớp là đủ để xấp xỉ mọi hàm số với một độ chính xác cho trước. Do vậy ở đây ta khảo sát mạng không nhiều hơn 3 lớp.

a. Mạng thần kinh 1 lớp

Một mạng thần kinh một lớp hay còn gọi là mạng đơn như ở hình sau.



Mạng chỉ có một lớp là lớp ra. Các tín hiệu vào của các tế bào lớp ra cũng là các tín hiệu vào của mạng, gồm m tín hiệu:

$$x_i,\ i=1\ \ m$$

Cần lưu ý tín hiệu vào phân cực cho mọi tế bào:

$$x_0 = -1$$

Lớp ra gồm gồm n tế bào

$$ON_j,\ j=1\ \ n,$$

Các tín hiệu ra của các tế bào này cũng là các tín hiệu ra của mạng:

$$y_j,\ j=1\ \ n$$

Trọng số các đầu vào tế bào lớp ra, với đầu vào xk, ở tế bào ONj:

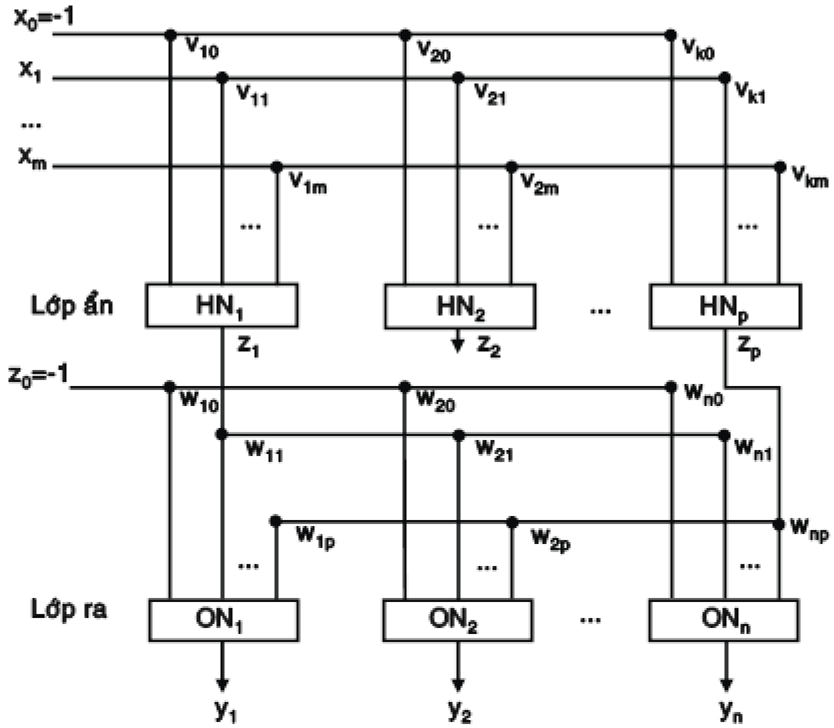
$$w_{ji},\ i=1\ \ m,\ j=1\ \ n$$

Trọng số các đầu vào phân cực tế bào ONj:

$$w_{j0} = \ _{n,}\ j=1\ \ n$$

b. Mạng thần kinh 2 lớp

Mạng thần kinh hai lớp như ở hình sau.



Mạng gồm hai lớp là lớp ẩn và lớp ra. Các tín hiệu vào của các tế bào lớp ẩn cũng là các tín hiệu vào của mạng, gồm m tín hiệu:

$$x_i,\ i=1\ \ m$$

Lớp ẩn gồm p tế bào:

$$HN_k,\ k=1\ \ p,$$

Các tín hiệu ra của các tế bào lớp ẩn:

$$z_k,\ k=1\ \ p$$

Trọng số các đầu vào tế bào lớp ẩn, với đầu vào x_i, ở tế bào HN_k:

$$v_{ki},\ i=0\ \ m,\ k=1\ \ p$$

Cần lưu ý tín hiệu vào phân cực cho mọi tế bào lớp ẩn là x_0 = -1 và các trọng số tương ứng v_{k0}, k=1 p là lượng phân cực của tế bào. Lớp ra gồm n tế bào

$$ON_j,\ j=1\ \ n,$$

Các tín hiệu ra của các tế bào này cũng là các tín hiệu ra của mạng:

$$y_j,\ j=1\ \ n$$

Trọng số các đầu vào tế bào lớp ra, với đầu vào z_k, ở tế bào ON_j:

$$w_{jk}, j=1 \quad n, k=1 \quad p$$

Cần lưu ý tín hiệu vào phân cực cho mọi tế bào lớp ra là y_0 = -1 và các trọng số tương ứng w_{j0}, j=1 n là lượng phân cực của tế bào.

7.3 Huấn luyện mạng thần kinh

Mục tiêu cơ bản của mạng thần kinh là xử lý thông tin theo cách đã được huấn luyện từ trước. Việc huấn luyện sử dụng hoặc tập dữ kiện mẫu hoặc thầy dạy đánh giá vận hành của mạng. Để được huấn luyện, mạng thần kinh sử dụng giải thuật học. Giải thuật học biến đổi tế bào và trọng số liên kết tế bào nhằm đạt được mạng hoạt động như mong muốn.

Mạng thần kinh khác nhau không chỉ ở cấu hình mà còn ở phương pháp học. Bước đầu tiên trong thiết kế mạng là bước học hay dạy cho mạng hoạt động như mong muốn. Ở bước này, ta dùng tập dữ kiện hay thầy dạy. Thầy dạy là một hàm toán hay một người đánh giá chất lượng làm việc của mạng. Vì mạng thường dùng cho các ứng dụng phức tạp, không có hàm toán học mô tả. Và việc đánh giá chất lượng làm việc của mạng là rất khó khăn trong hầu hết các ứng dụng nên ta thường huấn luyện mạng theo dữ liệu mẫu. Sau khi hoàn tất việc học, mạng sẵn sàng được sử dụng và chuyển sang bước làm việc. Ở bước làm việc, mạng không học nữa, hoạt động của mạng là xác định, với một mẫu hình đầu vào, sẽ có một đầu ra xác định.

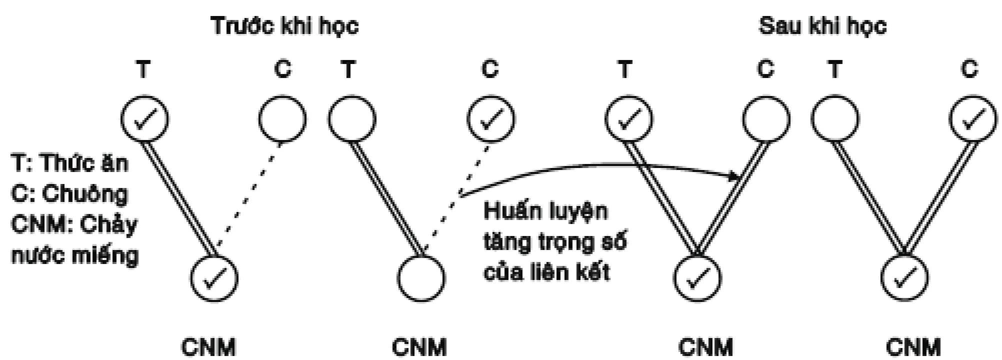
Khả năng cơ bản của mạng thần kinh là học mẫu hình từ các ví dụ bằng cách điều chỉnh trọng số các liên kết theo một giải thuật học. Có hai giải thuật học là học giám sát và học không giám sát. Ở giải thuật học giám sát, mạng được cung cấp mẫu hình đầu vào và mẫu hình đầu ra mong muốn, trọng số liên kết được điều chỉnh nhằm cực tiểu sai biệt giữa đáp ứng ra của mạng theo mẫu hình vào và mẫu hình đầu ra mong muốn.

Việc học được thực hiện với nhiều mẫu hình, mỗi mẫu hình là một cặp vào-ra, trọng số được điều chỉnh dần theo hướng giảm thiểu sai lệch. Khi đã học xong, mạng có thể phân biệt, đáp ứng các mẫu hình vào chưa học. Ở giải thuật học không giám sát, mạng tự phân loại các mẫu hình vào dựa trên tính tương đồng của các đặc tính cơ bản của các mẫu hình vào. Mạng chỉ được cung cấp các mẫu hình đầu vào, không được cung cấp các mẫu hình đầu ra mong muốn để giám sát, mạng tự điều chỉnh các trọng số liên kết dựa trên mẫu hình đầu ra thực tế. Phần này sẽ trình bày giải thuật học giám sát. Tuy nhiên trước tiên ta làm quen việc huấn luyện với thí nghiệm Pavlov.

7.3.1 Thí nghiệm Pavlov & Luật học Hebb

Mạng thần kinh học về cơ bản như những chú chó trong thí nghiệm của nhà nghiên cứu Pavlov. Khi cho chó thấy thức ăn, chó chảy nước miếng. Pavlov lắp một cái chuông trong lồng chó, khi rung chuông, chó không chảy nước miếng. Sau đó ông huấn luyện chó bằng cách là rung chuông mỗi khi cho chó ăn. Một thời gian sau, ông thấy chó chảy nước miếng mỗi khi chuông rung, dù khi rung chuông không có thức ăn.

Hình sau là một tế bào mô hình cho chú chó của Pavlov. Có hai đầu vào, một đầu vào mô hình sự kiện chó thấy thức ăn, đầu vào thứ 2 cho sự kiện chuông rung. Hai đầu vào nối với tế bào bởi các liên kết, độ dày liên kết biểu thị trọng số liên kết. Trước khi học chú chó chỉ có phản ứng chảy nước miếng với thức ăn, không chảy nước miếng khi rung chuông. Liên kết với đầu vào thức ăn là dày, còn liên kết với đầu vào chuông rung là rất mỏng. Liên tục huấn luyện chú chó bằng cách rung chuông khi cho ăn tạo sự kết nối giữa thức ăn và chuông rung, liên kết với đầu vào chuông rung ngày một dày lên, trọng số liên kết ngày một lớn lên. Đến một lúc nào đó, liên kết với đầu vào chuông rung đủ dày, trọng số liên kết đủ lớn, việc huấn luyện hoàn tất, chú chó sẽ chảy nước miếng khi có chuông rung mà không cần thấy thức ăn. Thí nghiệm Pavlov như hình sau.



Từ thí nghiệm trên Hebb rút ra luật học như sau: Tăng trọng số của đầu vào tích cực nếu đầu ra của tế bào phải tích cực, giảm trọng số của đầu vào tích cực nếu đầu ra của tế bào không tích cực. Luật học này gọi là luật học Hebb, là luật học nguyên mẫu đầu tiên cho các luật học ta khảo sát sau như giải thuật giảm độ dốc, giải thuật lan truyền ngược.

7.3.2 Giải thuật giảm độ dốc

Để huấn luyện mạng một lớp ta hay dùng giải thuật giảm độ dốc là một giải thuật học có giám sát. Như mọi giải thuật học có giám sát, giải thuật học giảm độ dốc cần có một tập huấn luyện, gồm q vào-ra mong muốn. Gọi một cặp vào-ra trong tập huấn luyện là <$\mathbf{X_l}$, $\mathbf{T_l}$>, l=1 q. Trong đó $\mathbf{X_l}$= <x^l_1, …, x^l_m> là một đầu vào và $\mathbf{T_l}$= <t^l_1, …, t^l_n> là đầu ra mục tiêu hay mong muốn ứng với đầu vào $\mathbf{X_l}$. Gọi đầu ra thực tương ứng với đầu vào $\mathbf{X_l}$ là $\mathbf{Y_l}$:

$$\mathbf{Y_l} = \langle y^l_1, \ldots, y^l_n \rangle$$

Với bộ ba $\mathbf{X_l}$, $\mathbf{T_l}$, $\mathbf{Y_l}$ sai số của mạng thần kinh tương ứng với đầu vào X_l được biểu thị bởi hàm sai số:

$$E_1 = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}(t^1_j - y^1_j)^2 = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}[t^1_j - S_\beta(\sum_{i=0}^{m} w_{ji}x^1_i)^2]$$

Hàm sai số El luôn dương và hội tụ về 0 khi các trọng số của mạng tiến đến giá trị để có giá trị thực $\mathbf{Y_l}$ bằng giá trị mong muốn $\mathbf{T_l}$. Sai số tích lũy tương ứng với toàn tập huấn luyện định bởi:

$$E = \sum_{1=1}^{q} E_1$$

Với mỗi cặp huấn luyện <$\mathbf{X_l}$, $\mathbf{T_l}$>, sai số E_l phụ thuộc vào trọng số trong mạng. Theo thuật toán, có thể giảm sai số E_l bằng các thay đổi trọng số w_{ji} bởi một lượng tỷ lệ với biến thiên riêng phần của E_l theo w_{ji} như sau:

$$\Delta w_{ji} = -\eta \frac{\partial E_l}{\partial w_{ji}}, \ \eta > 0$$

Trong đó là một hằng số dương gọi là *tốc độ học*. Việc chọn lựa tham số ảnh hưởng đến độ chính xác của vòng xấp xỉ cuối cùng và tốc độ hội tụ. Chọn càng nhỏ thì xấp xỉ càng chính xác nhưng *tốc độ hội tụ* thấp và kém tin cậy. Biến thiên trọng số tính được như sau:

$$\Delta w_{ji} = -\eta \frac{\partial E_l}{\partial w_{ji}}$$

Hay:

$$\Delta w_{ji} = -\eta \frac{\partial E_l}{\partial y_j^l} \times \frac{\partial y_j^l}{\partial a} \times \frac{\partial a}{\partial w_{ji}}$$

Với:

$$E_l = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}(t_j^l - y_j^l)^2$$

Ta có:

$$\frac{\partial E_l}{\partial y_j^l} = -(t_j^l - y_j^l)$$

Với hàm tác động sigmoid:

$$y_j^l = S_\beta(a) = (1 + e^{-\beta\alpha})^{-1}$$

Ta có:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial y_j^l}{\partial a} &= \frac{\partial S_\beta(a)}{\partial a} \\
&= -(1 + e^{-\beta\alpha})^{-2}(e^{-\beta\alpha})(-\beta) \\
&= \beta(1 + e^{-\beta\alpha})^{-1}[1\text{-}(1\text{+}e^{-\beta\alpha})^{-1}] \\
&= \beta y_j^1(1 - y_j^l)
\end{aligned}$$

Với hàm tích hợp:

$$a = \sum_{i=0}^{m} w_{ji} x_i^l$$

Ta có:

$$\frac{\partial a}{\partial w_{ji}} = x_i^l$$

Tóm lại:

$$\Delta w_{ji} = -\eta \frac{\partial E_l}{\partial y_j^l} \times \frac{\partial y_j^l}{\partial a} \times \frac{\partial a}{\partial w_{ji}} = -\eta[-(t_j^l - y_j^l)] \times \beta y_j^l(1 - y_j^l) \times x_i^l$$

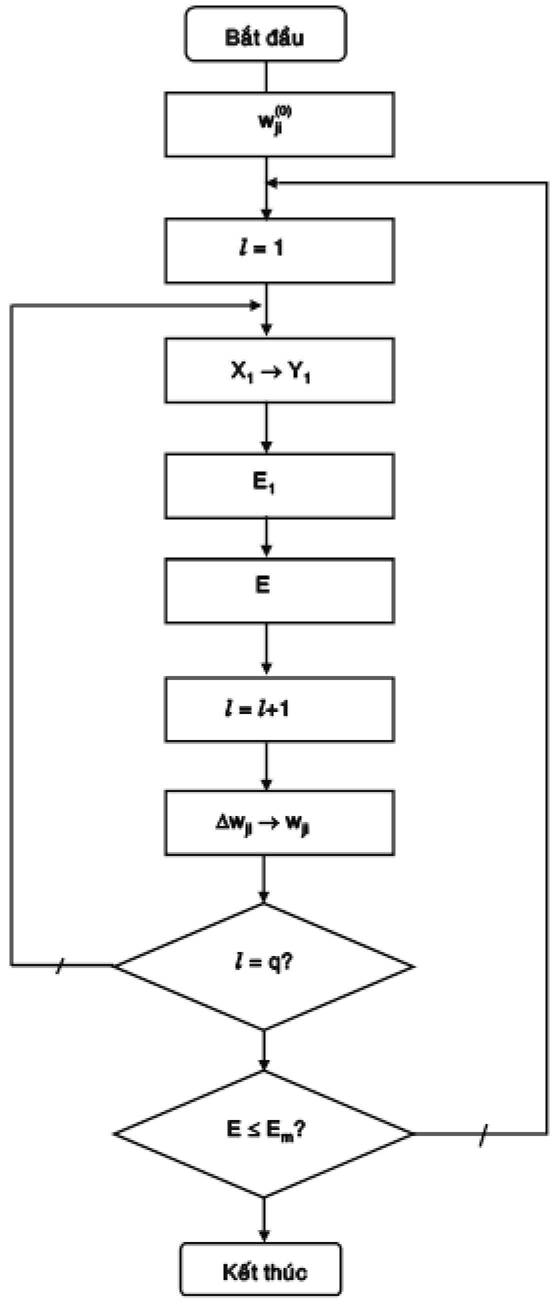
Hay:

$$\Delta w_{ji} = \eta \delta_j^l x_i^l$$

Trong đó:

$$\delta_j^l = (t_j^l - y_j^l)\beta y_j^l (1 - y_j^l)$$

Toàn bộ giải thuật được thực hiện theo nhiều chu kỳ. Ơ mỗi chu kỳ, mọi cặp vào ra của tập huấn luyện được chọn theo một trình tự và được dùng để huấn luyện mạng. Với mỗi cặp $<\mathbf{X_l}, \mathbf{T_l}>$, ta có sai số E_l và cập nhật các trọng số mạng bởi trị w_{ji} tính được theo công thức trên. Khi kết thúc chu kỳ, sai số tổng E được tính và so sánh với sai số cực đại chấp nhận E_m. Nếu sai số tổng E nhỏ hơn hay bằng sai số cực đại chấp nhận E_m thì trọng số mạng đã hội tụ đến kết quả mong muốn với độ chính xác theo yêu cầu, giải thuật kết thúc. Nếu sai số tổng E lớn hơn sai số cực đại chấp nhận E_m thì ta bắt đầu chu kỳ tính toán mới. Giải thuật được trình bày qua lưu đồ sau:



7.3.3 Giải thuật lan truyền ngược

Giải thuật lan truyền ngược là một giải thuật học ngược cho mạng thần kinh hai lớp dựa trên giải thuật giảm độ dốc đã trình bày ở phần trên. Xem một mạng thần kinh hai lớp đã trình bày ở trên, ta cần xác định các trọng số mạng theo 1 cặp vào ra mong muốn. Xem một cặp vào - ra <$\mathbf{X_l}$, $\mathbf{T_l}$>, l=1 q. Với đầu vào $\mathbf{X_l}$, tổng với trọng số các đầu vào ở tế bào ẩn HN_k:

$$h_k^l = \sum_{i=0}^{m} v_{ki} x_i^l$$

Đầu ra ở tế bào HNk:

$$z_k^l = S_\beta(h_k^l)$$

Tổng với trọng số các đầu vào ở tế bào lớp ra ONj:

$$o_j^l = \sum_{i=0}^{m} w_{jk} z_k^l$$

Đầu ra ở tế bào ONj:

$$y_j^l = S_\beta(o_j^l)$$

Hàm sai số với một cặp vào - ra <**X_l, T_l**>, l=1 q:

$$E_l = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}(t_k^l - y_k^l)^2$$

Hàm sai số tổng với mọi cặp vào - ra <**X_l, T_l**>, l=1 q:

$$E = \sum_{l=1}^{q} E_l$$

Các trọng số ở lớp ra wjk thay đổi theo giải thuật giảm độ dốc với lượng như sau:

$$\Delta w_{jk} = -\eta \frac{\partial E_l}{\partial w_{jk}} = -\eta \frac{\partial E_l}{\partial y_j^l} \times \frac{\partial y_j^l}{\partial o_j^l} \times \frac{\partial o_j^l}{\partial w_{jk}}$$

Suy ra:

$$\Delta w_{jk} = -\eta[-(t_j^l - y_j^l)] \times [\beta y_j^l(1 - y_j^l)] \times z_k^l$$

Hay là:

$$\Delta w_{jk} = \eta \times (t_j^l - y_j^l)\beta y_j^l(1 - y_j^l) \times z_k^l = \eta \times \delta_j^l \times x_k^l$$

Với:

$$\delta_j^l = (t_j^l - y_j^l)\beta y_j^l(1 - y_j^l)$$

Các trọng số ở lớp ẩn v_{ki} thay đổi theo giải thuật giảm độ dốc với lượng như sau:

$$\Delta v_{ki} = -\eta \frac{\partial E_l}{\partial v_{ki}} = -\eta \frac{\partial E_l}{\partial y_j^l} \times \frac{\partial y_j^l}{\partial o_j^l} \times \frac{\partial o_j^l}{\partial z_k^l} \times \frac{\partial z_k^l}{\partial h_i^l} \times \frac{\partial h_i^l}{\partial v_{ki}}$$

Suy ra:

$$\Delta v_{ki} = -\eta[-(t_j^l - y_j^l)] \times [\beta y_j^l(1 - y_j^l)] \times w_{jk} \times [\beta z_k^l(1 - z_k^l)] \times x_i^l$$

Hay là:

$$\Delta v_{ki} = \eta \times \delta_j^l \times w_{jk} \times [\beta z_k^l(1 - z_k^l)] \times x_i^l$$

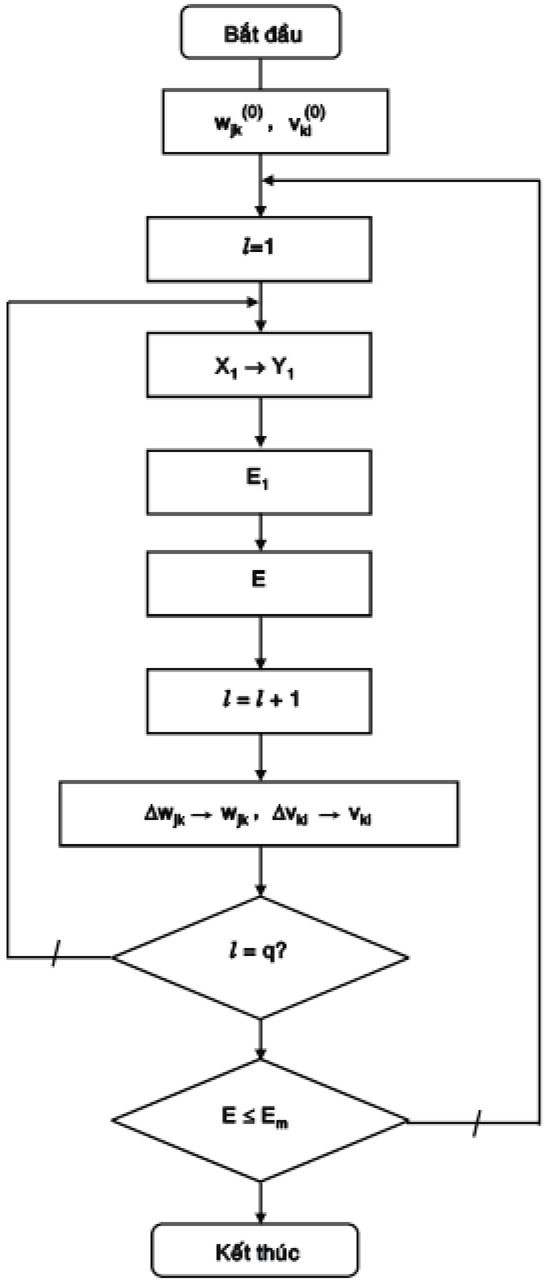
Hay là:

$$\Delta v_{ki} = \eta \times \delta_{jk}^l \times x_i^l$$

Với:

$$\delta_{jk}^l = \delta_j^l \times w_{jk} \times [\beta z_k^l(1 - z_k^l)]$$

Toàn bộ giải thuật lan truyền ngược được thực hiện theo nhiều chu kỳ. Ở mỗi chu kỳ, mọi cặp vào ra của tập huấn luyện được chọn theo một trình tự và được dùng để huấn luyện mạng. Với mỗi cặp $<X_p, T_p>$, ta có sai số E_p và cập nhật các trọng số các tế bào lớp ra w_{jk} bởi trị w_{jk} tính được theo công thức trên, cập nhật các trọng số các tế bào lớp ẩn v_{ki} bởi trị v_{ki} tính được theo công thức trên. Khi kết thúc chu kỳ, sai số tổng E được tính và so sánh với sai số cực đại chấp nhận E_m. Nếu sai số tổng E nhỏ hơn hay bằng sai số cực đại chấp nhận E_m thì trọng số mạng đã hội tụ đến kết quả mong muốn với độ chính xác theo yêu cầu, giải thuật kết thúc. Nếu sai số tổng E lớn hơn sai số cực đại chấp nhận E_m thì ta bắt đầu chu kỳ tính toán mới. Giải thuật lan truyền ngược được trình bày qua lưu đồ sau:

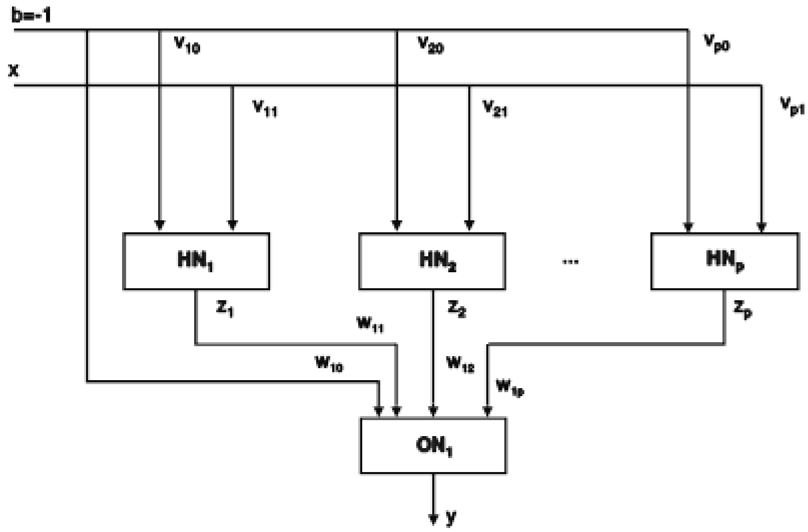


7.4 Xây dựng hàm thành viên dùng mạng thần kinh

Mạng thần kinh đã được dùng làm công cụ quan trọng để xây dựng hàm thành viên, hàm toán tử, luật suy diễn, hay các đại lượng, thực thể phụ thuộc ngữ cảnh trong lý thuyết tập mờ. Phần này khảo sát việc xây dựng hàm thành viên dùng mạng thần kinh.

Mạng thần kinh được xây dựng dựa trên việc học từ các *mẫu dữ kiện*. Xem mạng hai lớp như ở hình sau, tín hiệu vào gồm đầu vào x nhận các giá trị x_l

(l N_p) của dữ kiện mẫu, đầu vào b = -1 là đầu vào phân cực cho mỗi tế bào. Lớp ra chỉ có 1 tế bào ON_1, đầu ra của tế bào này cũng là đầu ra của mạng y, giá trị kỳ vọng của đầu ra y với mỗi đầu vào x_l là t_l, giá trị thật của y là y_l. Lớp ẩn gồm p tế bào HN_1, …, HN_p. Mạng hai lớp như sau.



Theo giải thuật lan truyền ngược, trước tiên ta gán trị ban đầu cho các trọng số mạng có thể là những số ngẫu nhiên nhỏ. Sau đó ta huấn luyện theo từng cặp vào ra của tập huấn luyện:

$$<x_l, t_l> \quad l \quad N_p$$

Với mỗi đầu vào x_l ta tính giá trị ra thực y_l và tính bình phương sai số:

$$E_l = 1/2\,(y_l - t_l)^2$$

Sử dụng E_l, ta cập nhật các trọng số mạng theo giải thuật lan truyền ngược nêu trên, đồng thời tính sai số tích lũy.

$$E = \quad {}_l E_l$$

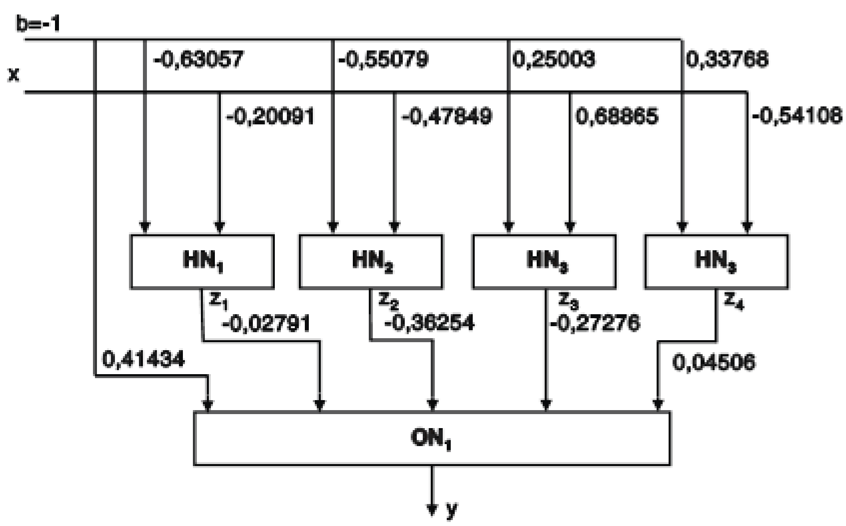
Cuối mỗi chu kỳ, khi mọi cặp vào ra của tập huấn luyện được dùng một lần, ta so sánh sai số tích lũy E với sai số cực đại chấp nhận E_m. Nếu sai số tổng E nhỏ hơn hay bằng sai số cực đại chấp nhận E_m thì trọng số mạng đã hội tụ đến kết quả mong muốn hay mạng thần kinh biểu thị hàm thành viên mong muốn, giải thuật kết thúc. Nếu sai số tổng E lớn hơn sai số cực đại chấp nhận E_m thì ta bắt đầu chu kỳ tính toán mới.

Trước khi dùng giải thuật lan truyền ngược, ta phải chọn hàm tác động cho các tế bào, trọng số ban đầu, các tham số cho giải thuật học như sai số tích lũy cực đại, tốc độ học, số lần lặp cực đại. Với cùng tập huấn luyện, khi chọn hàm tác động khác nhau hay chọn các tham số giải thuật học khác nhau, kết quả trọng số mạng là khác nhau. Tuy nhiên sự khác nhau là nhỏ và không đáng kể nếu như các tham số chọn lựa nằm trong một khoảng hợp lý định bởi kinh nghiệm trước đó.

Ví dụ: Mạng thần kinh được dùng để xây dựng hàm thành viên tập mờ “khoảng cách gần” trong một ngữ cảnh được biểu thị bởi tập 10 số liệu như ở bảng sau:

x_p	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
t_p	1	1	1	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1	0,05	0	0

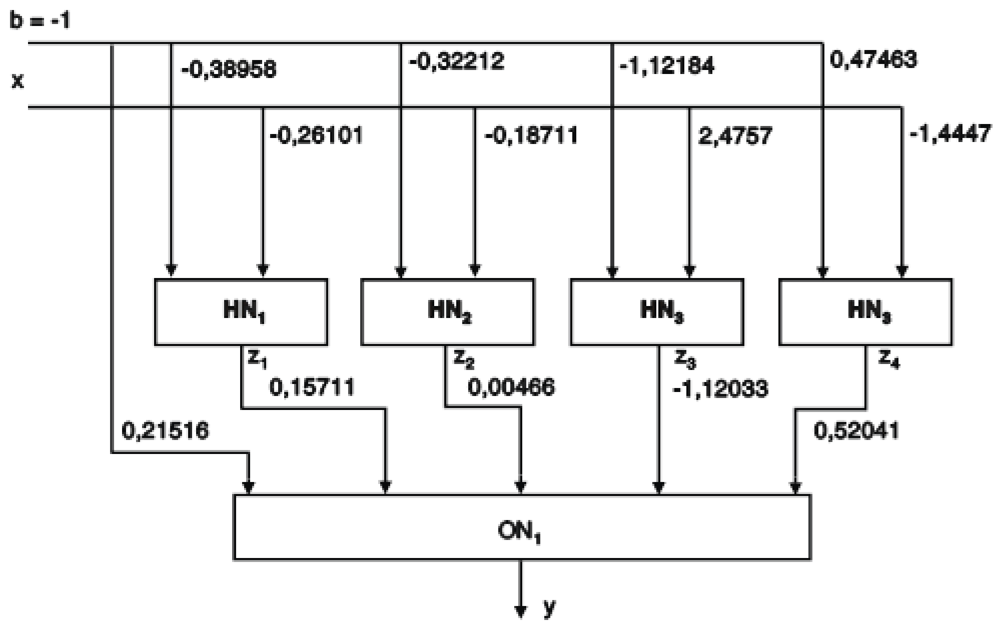
Mạng thần kinh với hai lớp trong đó lớp ra có một tế bào, lớp ẩn có bốn tế bào được sử dụng. Trọng số ban đầu của mạng được chọn ngẫu nhiêu như ở hình sau:



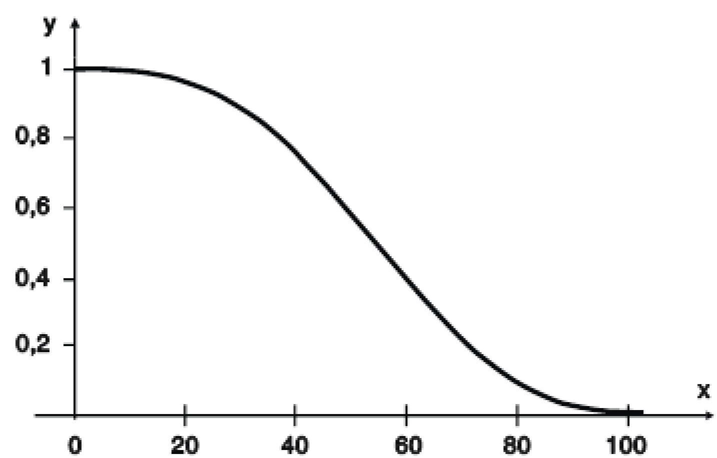
Hàm tác động của các tế bào lớp ẩn được chọn là hàm sigmoid với =1, hàm tác động của tế bào lớp ra được chọn là hàm sau:

$$h(a) = \text{tangh } a = (e^{a} - e^{-a}) / (e^{a} + e^{-a})$$

Với giải thuật học lan truyền ngược, kết quả sau 10000 chu kỳ học, trọng số mạng như ở hình sau.



Mạng thần kinh với trọng số tìm được ở trên biểu thị hàm thành viên liên tục trên tập số thực dương R^+ như ở hình sau:



7.5 Công nghệ Neurofuzzy

Logic mờ cho phép mô tả hệ thống bằng quan hệ với các luật "Nếu… thì" đơn giản. Trong nhiều ứng dụng, điều này cho phép xây dựng hệ thống với thời gian ngắn. Mặt khác, ta có thể sử dụng các tri thức kỹ thuật để trực tiếp tối ưu hóa hệ thống. Tuy nhiên, logic mờ cũng có những hạn chế nhất định. Trong nhiều ứng dụng, kiến thức mô tả hệ thống được thể hiện ở các tập dữ liệu. Trong trường hợp này, mạng thần kinh là một giải pháp hứa hẹn vì mạng có thể tự huấn luyện với tập dữ liệu chứa kiến thức về hệ thống này.

Khác với logic mờ là kỹ thuật thiết kế phổ dụng, mạng thần kinh ít được dùng vì nhiều lý do. Đầu tiên, giải pháp sử dụng mạng vẫn còn là một hộp đen, ta không thể diễn dịch nguyên nhân của một số động thái hệ thống cũng như không thể tự thay đổi mạng để có những đặc tính hệ thống mong muốn. Kế đến, cần nỗ lực tính toán lớn để đưa kỹ thuật mạng thần kinh vào các sản phẩm sản xuất hàng loạt trên thị trường. Cuối cùng, việc chọn lựa mô hình mạng cũng như thiết lập các tham số của giải thuật học vẫn còn là công việc mang tính nghệ thuật hơn là kỹ thuật, đòi hỏi nhiều kinh nghiệm. Với các lý do trên, việc kiểm tra và tối ưu hóa giải pháp mạng thần kinh vẫn còn nhiều giới hạn đáng kể.

Mạng thần kinh có thể học từ tập dữ liệu, trong khi logic mờ thì dễ kiểm tra và tối ưu hóa. Ưu nhược điểm của mạng thần kinh và logic mờ được tổng hợp như ở bảng sau:

	Mạng thần kinh	**Logic mờ**
Biểu diễn tri thức	(-) Ẩn tang. Hệ thống không thể diễn dịch và sửa đổi dễ dàng	(+) Rõ ràng. Kiểm tra và tối ưu hoá dễ dàng và hiệu quả
Khả năng huấn luyện	(+) Có. Tự huấn luyện bằng cách học từ tập dữ liệu	(-) Không. Mọi tham số phải được xác định.

Từ bảng trên, ta thấy Mạng thần kinh và Logic mờ có những điểm mạnh và yếu riêng theo các khía cạnh biểu diễn tri thức và khả năng huấn luyện. Việc kết hợp khả năng biểu diễn tri thức rõ ràng của logic mờ và khả năng học của mạng thần kinh sẽ được công nghệ mới là công nghệ NeuroFuzzy với các ưu điểm riêng phần và mở ra khả năng ứng dụng rộng rãi và cao hơn khi dùng riêng các kỹ thuật mạng thần kinh và logic mờ.

7.6 Mạng thần kinh mờ

Mạng thần kinh có thể dùng để xấp xỉ bộ điều khiển mờ và các hệ chuyên gia mờ khác, cũng như thực hiện việc xấp xỉ này qua phần cứng thích hợp. Dù vậy mạng thần kinh mờ vẫn hay sử dụng vì hoà hợp hơn với các quá trình suy diễn xấp xỉ khác nhau. Một mạng thần kinh mờ phân biệt với mạng thần kinh kinh điển với các đặc điểm sau:

- Đầu vào là số mờ
- Đầu ra là số mờ
- Trọng số là số mờ

- Tích hợp đầu vào bằng toán tử tích hợp thay vì chỉ hàm tổng có trọng số.

Việc chuyển từ mạng thần kinh kinh điển thành mạng thần kinh mờ theo các đặc điểm trên đòi hỏi sự thay đổi thích hợp giải thuật học, điều này trong một số trường hợp là không dễ dàng. Có nhiều dạng mạng thần kinh mờ được khảo sát. Mạng thần kinh mờ giới thiệu ở đây là của Hagashi, Buckley, Czogala [1993], Mạng thần kinh mờ thu được bằng cách mờ hoá trực tiếp mạng thần kinh kinh điển với các đặc điểm sau:

- Tế bào thần kinh mờ
- Mờ hoá sai lệch
- Mờ hoá luật dừng
- Mờ hoá giải thuật học

a. Tế bào thần kinh mờ

- Đầu vào x_i là số mờ
- Trọng số w_{ji}, là số mờ
- Tổng các các đầu vào với trọng số thực hiện theo *số học mờ*

$$A_j = \sum_{i=0}^{m} w_{ji} x_i$$

- Đầu ra y_j = S (A_j) với hàm S   thực hiện theo *nguyên lý mở rộng*.

b. Mờ hoá sai lệch

Tổng bình phương sai lệch: E_l = 1/2 $_j$ (t_j^l – y_j^l) được thực hiện bởi số học mờ.

c. Mờ hóa luật dừng

Giả sử $t_j^l = y_j^l$,   l biễu thị đầu ra hoàn toàn phù hợp hay tương thích với giá trị mục tiêu. Giả sử biên giới tập mờ t_j^l (*supp(t_j^l)*) và trong trường hợp này cũng là biên giới của tập mờ y_j^l là khoảng [t_{j1}^l, t_{j2}^l]. Giả sử biên giới tập mờ E_l (*supp(E_l)*) sẽ nằm trong khoảng [- ,   ] với   = 1/2 $_k^n$ (t_{j1}^l – t_{j2}^l)^2. Chọn một số >0 như là một độ lệch chấp nhận từ giá trị của $E_{l,}$ khi $t_j^l = y_j^l$, j. Giải thuật dừng khi E_p [- - , +].

d. Mờ hoá giải thuật học lan truyền ngược

Hayashi et al. [1993] đề nghị thay các số thực trong công thức bởi các số mờ và sử dụng số học mờ.

Chương 8
GIẢI THUẬT DI TRUYỀN

- Giải thuật di truyền
- Tạo hàm thành viên dùng Giải thuật di truyền
- Giải thuật di truyền mờ

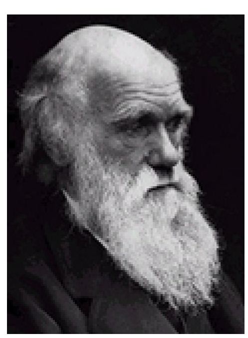
Hệ mờ là hệ thống có cấu trúc hay tham số sử dụng lý thuyết mờ. Quan hệ giữa hệ mờ và giải thuật di truyền là hai chiều:

- Tối ưu hóa hệ mờ bằng giải thuật di truyền.
- Mờ hóa giải thuật di truyền bằng lý thuyết mờ.

Ở một chiều, giải thuật di truyền dùng trong các vấn đề tối ưu hoá trong hệ mờ chẳng hạn như việc dùng giải thuật di truyền để các tối ưu hóa các luật suy diễn mờ trong bộ điều khiển mờ hay việc dùng giải thuật di truyền để xây dựng hàm thành viên tập mờ. Ở chiều khác, lý thuyết mờ có thể dùng để mờ hoá giải thuật di truyền để có giải thuật di truyền mờ, là giải thuật hiệu quả hơn, phù hợp hơn giải thuật di truyền cổ điển trong một số áp dụng.

8.1 Giải thuật di truyền

Darwin cha đẻ của thuyết tiến hóa khảo sát sự tồn tại của một sinh thể phụ thuộc vào quy luật đấu tranh sinh tồn hay quy luật tồn tại của các cá thể thích nghi trong quá trình chọn lọc tự nhiên. Darwin xác định rằng thế hệ mới của các sinh vật ra đời qua quá trình tái sinh, lai ghép và đột biến từ những cá thể hiện hữu.



Charles Darwin

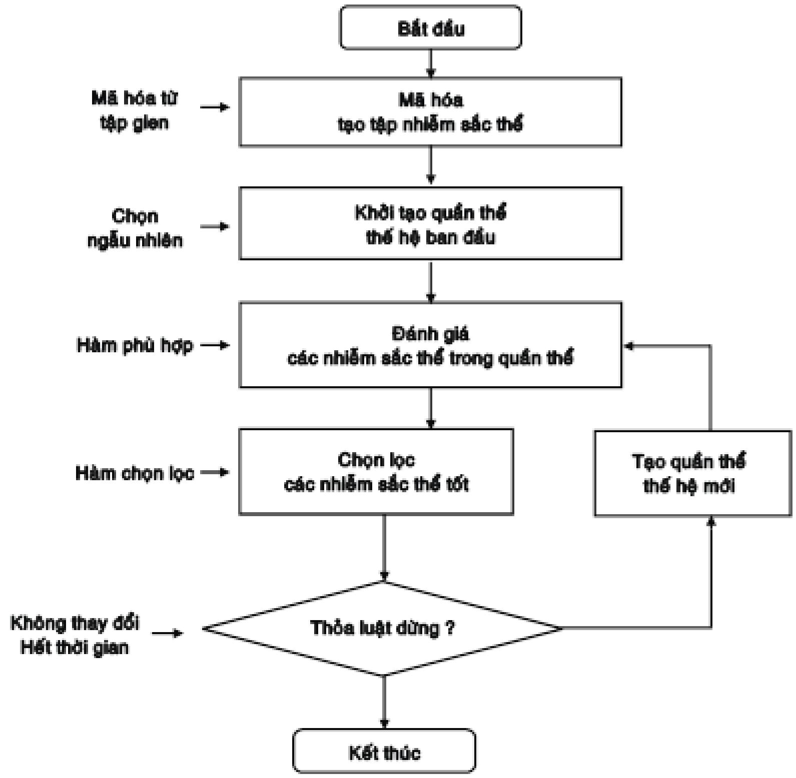
Giải thuật di truyền là giải thuật tìm kiếm tối ưu được John Holland đề nghị vào năm 1975. Giải thuật di truyền mô phỏng quá trình tiến hóa tự nhiên nhằm giải các bài toán tối ưu qua việc tìm kiếm ngẫu nhiên trong một tập phương án đã cho với mục đích tìm ra phương án tốt nhất theo một tiêu chuẩn đánh giá được mô tả bởi một hàm mục tiêu hay còn gọi là hàm thích hợp.

Các khái niệm của thuyết tiến hoá được sử dụng ở giải thuật tìm kiếm, nhằm tìm ra lời giải một cách tự nhiên. Đầu tiên các phương án có thể, khác nhau của bài toán được tạo ra. Các lời giải này được đánh giá qua mức độ thích hợp. Quá trình chọn lọc sẽ chọn các lời giải tốt và loại các lời giải không tốt còn lại như quá trình chọn lọc tự nhiên các cá thể thích nghi. Các lời giải được chọn sẽ qua quá trình tái sinh, lai ghép, đột biến để tạo thế hệ các lời giải mới với kỳ vọng thế hệ mới này sẽ tốt hơn thế hệ trước. Quá trình sinh sản và đánh giá các thế hệ cứ tiếp tục cho đến khi có sự hội tụ thế hệ, hay thế hệ mới không khác gì thế hệ cũ. Kỹ thuật này có ưu điểm là tìm kiếm lời giải trên một dãi rộng các lời giải có thể hơn là giới hạn tìm kiếm trên một miền hẹp với kỳ vọng kết quả sẽ ở trong miền này.

Giải thuật di truyền thực hiện với tập phương án hữu hạn, với các bài toán tối ưu có tập phương án liên tục hay vô hạn cần phải rời rạc hoá tập phương án liên tục hay vô hạn này để có tập phương án hữu hạn thích hợp. Giải thuật di truyền mã hoá các phương án bởi các chuỗi ký tự được gọi là nhiễm sắc thể, chuỗi ký tự tạo bởi một số hữu hạn các ký tự được gọi là gien, gien được lấy từ một tập ký tự được gọi là tập gien xác định.

8.2 Các bước của giải thuật di truyền

Giải thuật di truyền tìm kiếm phương án tốt nhất qua sự tiến hoá của các nhiễm sắc thể. Các bước cơ bản như ở hình sau.



Đầu tiên là quá trình mã hoá để tạo ra các nhiễm sắc thể từ các gien. Tiếp đến một quần thể nhiễm sắc thể được chọn ngẫu nhiên, các nhiễm sắc thể trong quần thể ban đầu này được đánh giá độ thích hợp qua hàm thích hợp. Tiếp theo một quần thể mới được chọn từ quần thể ban đầu bằng quá trình chọn lọc tự nhiên, bằng cách chọn các nhiễm sắc thể có độ phù hợp cao.

Quần thể mới có thể chứa nhiều bản sao của một nhiễm sắc thể. Khi luật dừng (chẳng hạn như không có sự thay đổi giữa quần thể cũ và quần thể mới, hết thời gian tính toán,…) không thỏa, các toán tử di truyền được thực hiện trên các nhiễm sắc thể của quần thể mới để tạo các nhiễm sắc thể mới được gọi là các nhiễm sắc thể thế hệ mới hay đơn giản là nhiễm sắc thể con.

Các bước tương tự, đánh giá và chọn lọc tự nhiên, được áp dụng cho quần thể các nhiễm sắc thể con vừa tìm được để tạo quần thể mới tiếp theo. Toàn bộ quá trình được lập lại cho đến khi thoả luật dừng. Phương án chọn lựa tương ứng với nhiễm sắc thể có độ phù hợp cao nhất trong quần thể tìm được cuối cùng. Có nhiều cách thực hiện giải thuật di truyền cơ bản nêu trên. Nhằm làm rõ giải thuật, ta dùng các ký hiệu sau:

- G - tập gien

- n - kích thước nhiễm sắc thể
- G^n - tập nhiễm sắc thể
- m - kích thước quần thể
- f - hàm phù hợp
- e - hàm chọn lọc

Tập gien chứa các gien trong nhiễm sắc thể. Tập gien thường dùng là tập nhị phân với hai gien được mã là các số nhị phân 0 và 1:

$$G = \{0,1\}$$

Với kích thước nhiễm sắc thể hay số lượng gien trong nhiễm sắc thể là n, tập tổng của nhiễm sắc thể là tập tích G^n. Nhiễm sắc thể với gien nhị phân là chuỗi n bít nhị phân nên tập nhiễm sắc thể G^n có kích thước là 2n. Kích thước quần thể hay số lượng nhiễm sắc thể trong một quần thể là m được giữ không đổi trong quá trình thực hiện giải thuật. Khi thêm một số phần tử mới có độ thích hợp cao vào quần thể, để tạo thế hệ mới, một số tương ứng các phần tử cũ có độ thích hợp thấp phải bị loại khỏi quần thể. Mỗi quần thể là một tập con của tập tổng G^n. Các bước giải thuật:

Bước 1: Mã hoá tạo tập nhiễm sắc thể Gn

Xem biến quyết định X có miền giá trị trong khoảng [a,b], việc mã hoá biến X với bộ mã nhị phân n bít tương đương việc rời rạc hoá khoảng [a,b] bởi 2n điểm, mỗi điểm sẽ tương ứng với một bộ mã nhị phân. Việc mã hoá chuyển giá trị thập phân của biến thành một bộ mã nhị phân tương ứng. Việc giải mã chuyển bộ mã nhị phân thành một giá trị thập phân của biến tương ứng. Quan hệ giữa giá trị thập phân tương ứng của biến x với bộ mã nhị phân định bởi:

$$x = a + \frac{d}{2^n - 1}(b - a)$$

Trong đó d là giá trị thập phân tương ứng với bộ mã nhị phân. Với các bài toán có nhiều biến, mỗi biến sẽ được mã hoá bởi một bộ mã nhị phân với kích thước riêng, nhiễm sắc thể mã hoá cho lời giải bài toán sẽ là bộ mã tổng hợp các bộ mã thành phần của các biến.

Bước 2: Chọn lựa quần thể thế hệ ban đầu $p^{(k)}$, k=1

Quần thể thế hệ ban đầu được chọn lựa ngẫu nhiên từ tập tổng các nhiễm sắc thể Gn. Kích thước quần thể là một tham số quan trọng, nếu chọn m quá lớn, giải thuật di truyền chẳng khác gì giải thuật tìm kiếm theo phương pháp liệt kê, tốn nhiều thời gian và công sức. Nếu chọn m quá nhỏ thì có thể không tìm được phương án tối ưu.

Bước 3: Đánh giá các nhiễm sắc thể trong quần thể thế hệ k, $p^{(k)}$

Mỗi nhiễm sắc thể x trong quần thể sẽ có một độ thích hợp tương ứng được xác định bằng hàm thích hợp f(x).

Bước 4: Chọn lọc, tạo quần thể mới của thế hệ k, $p_n^{(k)}$

Từ quần thể thế hệ k – $p^{(k)}$ ta tạo quần thể mới của thế hệ k – $p_n^{(k)}$ bằng quá trình chọn lọc tự nhiên nhằm loại những *nhiễm sắc thể có độ phù hợp thấp*, giữ lại và sao chép các *nhiễm sắc thể có độ phù hợp cao*. Có nhiều quá trình chọn lọc tự nhiên, ở đây ta giới thiệu một quá trình hay dùng là quá *trình lấy mẫu xác định*:

Với mỗi nhiễm sắc thể x $p^{(k)}$, xác định độ phù hợp tương đối g(x):

$$g(x) = \frac{f(x)}{\sum_{x \in p^{(k)}} f(x)}$$

Từ đó ta xây dựng hàm chọn lọc từ độ phù hợp tương đối

$$e(x) = mg(x)$$

Số lượng bản sao của nhiễm sắc thể x $p^{(k)}$ trong quần thể mới n_x định bởi:

$$n_x = \text{int}[e(x)], \text{ int: hàm nguyên}$$

Nếu số nhiễm sắc thể trong quần thể mới là không đủ, ta chọn các nhiễm sắc thể thiếu theo hàm e(x) theo trình tự từ giá trị cao xuống thấp.

Bước 5: Kiểm tra tiêu chuẩn dừng

Các tiêu chuẩn dừng có thể là:

- Quần thể mới không khác gì quần thể cũ, hay
- Đã hết thời gian cho giải thuật

Nếu thoả tiêu chuẩn thì dừng lại, lời giải tối ưu ứng với nhiễm sắc thể có độ thích hợp cao nhất trong quần thể cuối cùng tìm được. Nếu không thoả tiêu chuẩn dừng thì chuyển sang bước 6.

Bước 6: Tạo quần thể thế hệ k+1, $p^{(k+1)}$

Quần thể thế hệ k+1, $p^{(k+1)}$ được tạo thành từ các nhiễm sắc thể trong quần thể mới của thế hệ k – $p_n^{(k)}$ bằng các *toán tử di truyền*. Các toán tử di truyền mô phỏng các *tác vụ di truyền* trong các *hệ sinh học* bao gồm các toán tử sau:

- Lai ghép đơn
- Lai ghép bội
- Đột biến
- Đảo ngược

Ở toán tử lai ghép đơn, xem hai nhiễm sắc thể giao phối x và y

$$x = <x_1, x_2, \ldots, x_n>$$

$$y = <y_1, y_2, \ldots, y_n>$$

Với vị trí lai ghép $i \quad N_{n-1}$, các nhiễm sắc thể x và y giao phối qua phép lai ghép đơn tạo nhiễm sắc thể con thay thế x’ và y’ như sau:

$$x' = <x_1, x_2, \ldots, x_i, \boldsymbol{y_{i+1}}, x_{i+2}, \ldots, x_n>$$

$$y' = <y_1, y_2, \ldots, y_i, \boldsymbol{x_{i+1}}, y_{i+2}, \ldots, y_n>$$

Ở toán tử lai ghép bội, xem hai nhiễm sắc thể giao phối x và y

$$x = <x_1, x_2, \ldots, x_n>$$

$$y = <y_1, y_2, \ldots, y_n>$$

Với các *vị trí lai ghép i, j*, i, j $\quad N_{n-1}$, i<j, các nhiễm sắc thể x và y giao phối qua phép lai ghép bội tạo nhiễm sắc thể con thay thế x’ và y’ như sau:

$$x' = <x_1, x_2, \ldots, x_i, \boldsymbol{y_{i+1}, \ldots, y_j}, x_{j+1}, \ldots, x_n>$$

$$y' = <y_1, y_2, \ldots, y_i, \boldsymbol{x_{i+1}, \ldots, x_j}, y_{j+1}, \ldots, y_n>$$

Ở toán tử đột biến, xem nhiễm sắc thể x

$$x = <x_1, x_2, \ldots, x_n>$$

Với *vị trí đột biến i,* i N_n, nhiễm sắc thể x qua phép đột biến tạo nhiễm sắc thể con thay thế x’ như sau:

$$x' = <x_1, \ldots, x_{i-1}, \boldsymbol{z}, x_{i+1}, \ldots, x_n>$$

Trong đó z là gien đột biến được chọn ngẫu nhiên từ tập gien G. Ở toán tử đảo ngược, xem nhiễm sắc thể x.

$$x = <x_1, x_2, \ldots, x_n>$$

Với các *vị trí đảo ngược i, j,* i, j N_{n-1}, i<j, nhiễm sắc thể x qua phép đảo ngược tạo nhiễm sắc thể con thay thế x’ như sau:

$$x' = <x_1, x_2, \ldots, x_i, \boldsymbol{x_j, x_{j-1}, \ldots, x_{i+1}}, x_{j+1}, \ldots, x_n>$$

Toán tử lai ghép được dùng cho mọi loại giải thuật di truyền, các toán tử đột biến và đảo ngược đôi khi không sử dụng. Các toán tử đột biến và đảo ngược có vai trò tạo ra các nhiễm sắc thể con mới không phải dựa trên hàm thích hợp mà nhằm mục đích tránh cực tiểu cục bộ. Nếu các toán tử này được dùng, chúng sẽ được chọn với xác suất thấp. Khi dùng các toán tử lai ghép, các nhiễm sắc thể phối ngẫu và các vị trí lai ghép được chọn ngẫu nhiên.

Bước 7: Thay quần thể thế hệ k – $p^{(k)}$bởi quần thể thế hệ k+1 – $p^{(k+1)}$, tăng k lên 1 và quay về bước 3.

Giải thuật được minh hoạ qua ví dụ sau, với việc sử dụng tiêu chuẩn dừng là quần thể không thay đổi, toán tử di truyền sử dụng là toán tử lai ghép đơn.

Ví dụ: Tìm điểm cực đại của hàm số $f(x) = 2x-x^2/16$ trên khoảng [0,31]. Ta rời rạc hoá khoảng [0,31] bởi 32 số nguyên 0, 1, 2, …, 31 và mã các số nguyên này bởi một số nhị phân với số bít là n=5. Vậy với tập gien G=[0,1], các nhiễm sắc thể là 32 số nhị phân từ 00000 đến 11111 trong tập G^5:

$$G^5 = <00000, 00001, 00010, \ldots, 11110, 11111>$$

Chọn kích thước quần thể là m=4. Quần thể ban đầu $p^{(1)}$ được chọn ngẫu nhiên từ tập G^5 như sau:

$$p^{(1)} = <00010, 01001, 10011, 11000>$$

Dùng hàm thích hợp f, với mỗi nhiễm sắc thể x của $p^{(1)}$, số nguyên N tương ứng, ta tính được độ thích hợp tuyệt đối f(x), độ thích hợp tương đối g(x), số bản sao nx như ở bảng sau:

$p^{(1)}$	N	f(x)	g(x)	e(x)	n_x
00010	2	3,75	0,068	0.282	0
01001	9	12,94	0,292	1,168	1
10011	19	15,44	0,35	1,4	2
11000	24	12	0,291	1,164	1

Từ giá trị n_x, ta có quần thể mới của thế hệ thứ 1 - $p^{(1)}_n$:

$$p^{(1)}_n = <01001, 10011, 10011, 11000>.$$

Thấy rằng $p^{(1)}_n \neq p^{(1)}$ nên ta tìm quần thể thế hệ thứ 2 - $p^{(2)}$ qua phối ngẫu các nhiễm sắc thể trong quần thể $p^{(1)}_n$. Với mỗi nhiễm sắc thể trong quần thể $p^{(1)}_n$ ta chọn ngẫu nhiên nhiễm sắc thể phối ngẫu g_m và vị trí lai ghép i ta được các nhiễm sắc thể con mới trong quần thể $p^{(2)}$ như ở bảng sau.

$p_n^{(1)}$	g_m	i	$p^{(2)}$
01001	10011	3	01011
10011	01001	3	10001
10011	11000	1	11000
11000	10011	1	10011

Tương tự đánh giá các nhiễm sắc thể trong quần thể $p^{(2)}$ để xác định quần thể $p^{(2)}_n$. Dùng hàm thích hợp f, với mỗi nhiễm sắc thể x của $p^{(2)}$, ta tính được độ thích hợp tuyệt đối f(x), độ thích hợp tương đối g(x), số bản sao n_x như ở bảng sau.

$p^{(2)}$	N	f(x)	g(x)	e(x)	n_x
01011	11	14,44	0,25	0,1	0
10001	17	15,94	0,27	1,1	2
11000	24	12	0,207	0,8	1
10011	19	15,44	0,267	1,068	1

Từ bảng trên ta có quần thể $p^{(2)}_n$:

$$p^{(2)}_n = <10001, 10001, 11000, 10011>$$

Thấy rằng $p^{(2)}_n \neq p^{(2)}$ nên ta tìm quần thể $p^{(3)}$ qua phối ngẫu các nhiễm sắc thể trong quần thể $p^{(2)}_n$. Với mỗi nhiễm sắc thể trong quần thể $p^{(2)}_n$ ta chọn ngẫu nhiên nhiễm sắc thể phối ngẫu và vị trí lai ghép ta được các nhiễm sắc thể con mới trong quần thể $p^{(3)}$ như ở bảng sau.

$p_n^{(2)}$	g_m	i	$p^{(3)}$
10001	11000	2	10000
10001	10011	3	10011
11000	10001	2	11001
10011	10001	3	10001

Tương tự đánh giá các nhiễm sắc thể trong quần thể $p^{(3)}$ để xác định quần thể $p^{(3)}_n$. Dùng hàm thích hợp f, với mỗi nhiễm sắc thể x của $p^{(3)}$, ta tính được độ thích hợp tuyệt đối f(x), độ thích hợp tương đối g(x), số bản sao n_x như ở bảng sau:

$p^{(3)}$	N	f(x)	g(x)	e(x)	n_x
10000	16	16	0,274	1,096	1
10011	19	15,44	0,265	1,060	1
11001	25	10,94	0,188	1,752	1
10001	27	15,94	0,273	1,092	1

Từ bảng trên ta có quần thể $p^{(3)}_n$:

$$p^{(3)}_n = <10000, 10011, 11001, 10001>$$

Thấy rằng $p^{(3)}_n = p^{(3)}$ thoả tiêu chuẩn dừng. Giải thuật dừng với quần thể tìm ra cuối cùng là $p^{(3)} = <10000, 10011, 11001, 10001>$, nhiễm sắc thể có độ thích hợp cao nhất là 10000 tương ứng với số nguyên 16. Vậy hàm f cực đại ở giá trị x=16 với giá trị cực đại hàm là 16. Để ý rằng điều này chỉ đúng khi xét khoảng [0,31] với các giá trị nguyên rời rạc. Kết quả không còn đúng nữa khi xét khoảng [0,31] liên tục.

8.3 Tạo hàm thành viên bằng giải thuật di truyền

Giải thuật di truyền có thể dùng để tính hàm thành viên [Karr & Gentry, 1993]. Ví dụ sau minh họa cho phương pháp.

Ví dụ: Xem một hệ thống với đầu vào x đầu ra y. Quan hệ vào-ra của hệ thống biễu diễn bởi bảng sau

Quan hệ vào - ra trên miền ngôn ngữ có thể biễu thị bởi ánh xạ qua các tập mờ nhỏ (N), vừa (V), lớn (L) như ở sau:

- Nếu x nhỏ (N_x) thì y nhỏ (N_y)
- Nếu x vừa (V) thì y lớn (L)

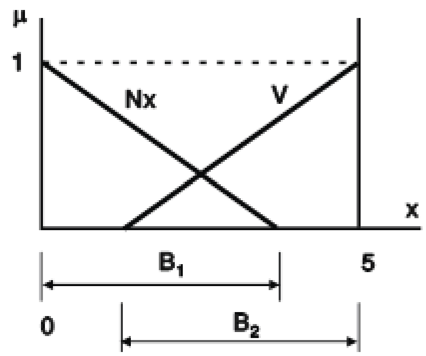
x	N_x	V
y	N_y	L

Dãi bíên thiên của x là khoảng [0,5]. Các tập mờ Nx, và V trên tập nền X= [0,5] là các tập mờ tam giác với tham số là độ phân tán tương ứng B_1, B_2 sau:

$$N_x = (0, 0, B_1)$$

$$V = (5, B_2, 0)$$

Các tập mờ biến x như sau.

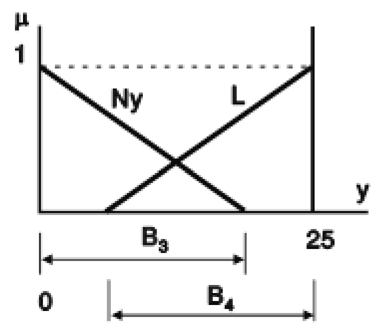


Dãi bíên thiên của y là khoảng [0,25]. Các tập mờ N_y, và L trên tập nền Y= [0,25] là các tập mờ tam giác với tham số là độ phân tán tương ứng B_3, B_4 sau:

$$N_y = (0, 0, B_3)$$

$$V = (25, B_4, 0)$$

Các tập mờ biến y như hình sau.



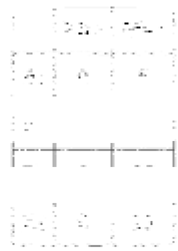
Tham số duy nhất của các hàm thành viên là các độ phân tán B_1, B_2, B_3, B_4. Mỗi độ phân tán được mã hoá bằng số nhị phân 6 bít, bốn độ phân tán cần bộ mã nhị phân 24 bít (n=24). Chọn cở quần thể m=4. Bắt đầu với quần thể thế hệ ban đầu với 4 nhiễm sắc thể:

- C_1 = 000111 010100 010110 110011
- C_2 = 010010 001100 101100 100110
- C_3 = 010101 101010 001101 101000
- C_4 = 100100 001001 101100 100011

Giá trị thập phân của các mã nhị phân BC của các độ phân tán tương ứng với các nhiễm sắc thể trên tính ở bảng sau:

C	BC	B_1	B_2	B_3	B_4
C_1	000111 010100 010110 110011	7	20	22	51
C_2	010010 001100 101100 100110	18	12	44	38
C_3	010101 101010 001101 101000	21	42	13	40
C_4	100100 001001 101100 100011	36	9	44	35

Khoảng biến thiên của các cạnh đáy như ở bảng sau:



Với độ phân tán B_1, với mã 000111 tương ứng với giá trị thập phân là 7, giá trị tương ứng tính theo công thức nêu trên cho kết quả:

$$0 + 7(5–0)/(2^6–1) = 0,56.$$

Tương tự các giá trị độ phân tán ứng với các mã tính được như kết quả ở bảng sau:

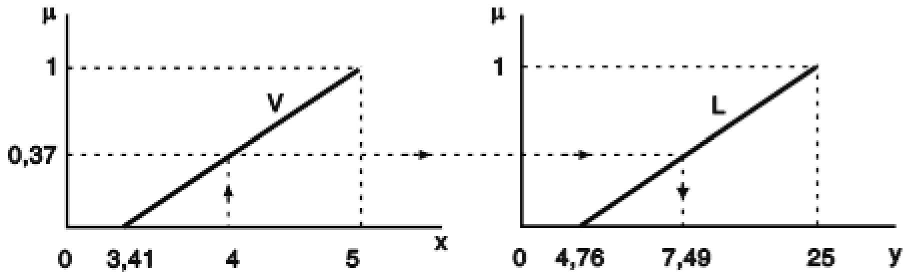
C	BC	B_1	B_2	B_3	B_4
C_1	000111 010100 010110 110011	0,56	1,59	8,73	20,24
C_2	010010 001100 101100 100110	1,43	0,95	17,46	15,08
C_3	010101 101010 001101 101000	1,67	3,33	5,16	15,87
C_4	100100 001001 101100 100011	2,86	0,71	17,46	13,89

Xem chuỗi C_1 = 000111 010100 010110 110011, ta có độ phân tán của các tập mờ V và L là:

$$B_2 = 1,59$$

$$B_4 = 20,24$$

Các tập mờ V và L và đánh giá quan hệ *Nếu x là V thì y là L*, ở x=4 như ở hình sau.



Nhằm đánh giá quan hệ Nếu x là V thì y là L, ta dùng quan hệ vào ra y = f(x) như ở bảng trên miền rõ. Xét với x = 4, từ hình vẽ trên ta có mức thành viên của tập mờ V:

$$_{V}(4) = 0,37.$$

Với mức thành viên 0,37, ở tập mờ lớn ta ước lượng được đầu ra theo hình vẽ là y' = 7,49. Giá trị đúng của y khi x =4 là y=16. Vậy bình phương sai số SE=$(y-y')^2$ là:

$$SE = (16-7,49)^2 = 72,42$$

Tương tự với các giá trị đầu vào khác ta tính được giá trị ước lượng đầu ra như bảng sau:

x	y'	y	SE
1	0	1	1
2	0	4	16
3	0	9	81
4	7,49	16	72,42
5	25	25	0
SSE			170,42

Tổng bình phương sai số ở trường hợp này là:

$$SS_E = 170,42.$$

Chọn hàm đánh giá:

$$f = 1000-SS_E.$$

Trong trường hợp này:

$$f = 1000 – 170,42 = 829,58$$

Tương tự cho các nhiễm sắc thể khác, ta có lần lặp thứ 1 như ở bảng sau:

NST	BC	f	e	n_x
C_1	000111 010100 010110 110011	829,58	1,18	1
C_2	010010 001100 101100 1001!0	521,11	0,74	0
C_3	010101 101010 001101 101000	890,46	1,27	2
C_4	100100 001001 101100 100011	559,67	0,80	1

Giá trị trung bình và cực đại của độ thích hợp ở lần lặp 1:

$$f_{av} = 700,2$$

$$f_m = 890,46$$

Với số lượng bảng sao như ở bảng trên ta chọn lọc được các nhiễm sắc thể sau:

NST	BC
C_1	000111 010100 010110 110011
C_3	010101 101010 001101 101000
C_3	010101 101010 001101 101000
C_4	100100 001001 101100 100011

Với 4 nhiễm sắc thể trên, qua quá trình lai ghép ta được thế hệ mới gồm 4 nhiễm sắc thể thế hệ mới, ở đây ta lai ghép giữa cặp C1 và C3 từ gien thứ 11 và lai ghép giữa cặp C3 và C4 từ gien thứ 19, ta được 4 nhiễm sắc thể thế hệ thứ 2.

NST	BC
$C_1^{(2)}$	000111 010110 001101 101000
$C_2^{(2)}$	010101 101000 010110 110011
$C_3^{(2)}$	010101 101010 001101 100011
$C_4^{(2)}$	100100 001001 101100 101000

Với thế hệ mới này ta tính cho lần lặp 2, tính được kết quả như ở bảng sau:

NST	[illegible]	[illegible]	e	n_s
$C_1^{(2)}$	000111 010110 001 [illegible]	[illegible]	1,1	1
$C_2^{(2)}$	010101 101000 010110 [illegible]	[illegible]	[illegible]	2
$C_3^{(2)}$	010101 101010 001101 10001[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]$^{(2)}$	100100 001001 [illegible]01100 101000	56[illegible]	[illegible]	[illegible]

Giá trị trung bình và cực đại của độ thích hợp ở lần lặp 2:

$$f_{av} = 818,09$$

$$f_m = 961,30$$

Thấy rằng độ thích hợp lần lặp này tăng lên. Thế hệ này nhìn chung tốt hơn thế hệ trước, tiếp tục quá trình đến khi các thế hệ hội tụ, từ đó tìm được kết quả.

8.4 Giải thuật di truyền mờ

Giải thuật di truyền mờ là giải thuật di truyền đã được mờ hoá. Có hai phương pháp cơ bản để mờ hoá giải thuật di truyền

- Mờ hóa tập gien và việc mã hoá nhiễm sắc thể
- Mờ hoá toán tử di truyền.

8.4.1 Mờ hóa tập gien

Trong giải thuật di truyền kinh điển, các nhiễm sắc thể thường được mã hoá bở các số nhị phân, tập gien là tập nhị phân:

$$G = \{0,1\}$$

Giải thuật di truyền mờ mờ hoá tập gien bằng cách mở rộng tập gien trên toàn khoảng đơn vị:

$$G = [0,1]$$

Khi mở rộng tập gien trên toàn khoảng đơn vị [0,1], ta không cần phải rời rạc hoá tập phương án như ở giải thuật kinh điển, điều này dẫn đến kết quả là giải thuật sẽ hội tụ nhanh hơn và tin cậy hơn trong việc tìm kiếm lời giải tối ưu mong muốn. Tuy nhiên cần tìm phương pháp thích hợp để mã hoá phương án bởi các nhiễm sắc thể có gien lấy từ tập gien là khoảng đơn vị.

Ví dụ: Xem lại ví dụ trên: Max $f(x) = 2x - x^2/16$, $x \quad [0,31]$

Sử dụng tập gien G=[0,1], ta không cần rời rạc hóa khoảng [0,31]. Một số bất kỳ trong khoảng [0,31] có thể được mã hoá bởi một nhiễm sắc thể có gien lấy từ tập gien G. Chẳng hạn như với nhiễm sắc thể <0,1; 0,5; 0; 1; 0,9> sẽ là mã tương ứng của một số trong khoảng [0,31] được tính như sau:

[redacted]

Ví dụ: Xem bài toán tìm đường đi của người bán hàng với 4 thành phố C_1, C_2, C_3, C_4. Đường đi của người bán hàng có thể được mã hoá bởi nhiễm sắc thể C = <x_1, x_2, x_3, x_4> trong đó gien x_i (i=1÷4), tương ứng với thành phố C_i, lấy trị trong tập gien G=[0,1], biểu thị mức độ thành phố được viếng sớm. Chẳng hạn với nhiễm sắc thể <0,1; 0,5; 1; 0,9> là mã của đường đi C_3 C_4 C_2 C_1 C_3

8.4.2 Mờ hoá toán tử di truyền

Việc mở rộng tập gien G từ tập nhị phân {0,1} thành khoảng đơn vị [0,1] trong giải thuật được xem là mờ hoá giải thuật. Tuy nhiên để tăng tính xác thực trong việc mờ hoá giải thuật, ta thường mờ hoá toán tử di truyền. Thực tế giải thuật di truyền mờ không chỉ mờ hoá tập gien G, mà còn yêu cầu mờ hoá cả toán tử di truyền. Sanchez [1993] đề nghị một phương pháp mờ hoá toán tử lai ghép. Toán tử lai ghép kinh điển lai ghép các nhiễm sắc thể phối ngẫu x và y của tập G^n:

$$x, y \quad G: x = \quad x_k, k \quad N_n$$

$$y = \quad y_k, k \quad N_n$$

Nhằm lai ghép ở vị trí lai ghép i, i N_{n-1}, có thể dùng khuông t:

$$t = \quad t_j \quad t_j = 1, j \quad N_i \; ; t_j = 0, j \quad N_{i+1, n}$$

Các nhiễm sắc thể con sau lai ghép x’ và y’ định bởi khuông t như sau:

$$x' = (x \quad t) \quad (y \quad t)$$

$$y' = (x \quad t) \quad (y \quad t)$$

Trong đó:

- - toán tử min
- - toán tử max

$$t = < \; t_j \quad t_j = 1 - t_j >$$

Toán tử lai ghép kinh điển ở trên tạo sự thay đổi đột ngột ở vị trí lai ghép i của nhiễm sắc thể. Việc thay đổi có thể thức hiện dần dần với điểm lai ghép mờ bằng cách dùng khuôn mờ. Khuôn mờ f cùng các nhiễm sắc thể con x' và y', lai ghép từ cặp nhiễm sắc thể phối ngẫu x và y được xác định như sau:

$$t = \quad f_i \;\; i \;\; N_n \; ; t_1 = 1, f_n = 0, i < f \quad f_i \quad f_j$$

$$x' = (x \;\; f) \;\; (y \quad f) \; ; y' = (x \quad f) \;\; (y \;\; f)$$

Hay chi tiết hơn:

$$x' = (x \;\; f) \;\; (y \quad f)$$

$$y' = (x \quad f) \;\; (y \;\; f)$$

$$x' = \quad [\;\; (x_i, f_i), \quad (y_i, 1-f_i)] \quad i \;\; N_n$$

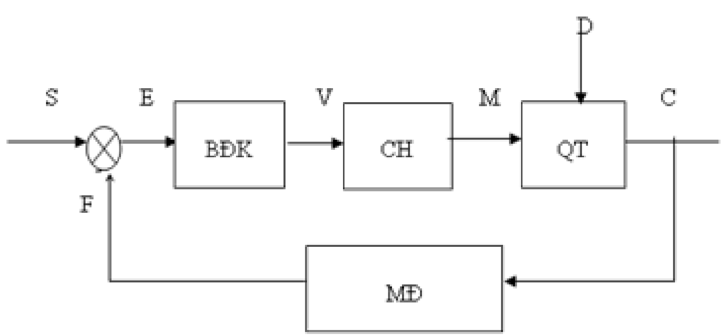
$$y' = \quad [\;\; (x_i, 1-f_i), \quad (y_i, f_i)] \quad i \;\; N_n$$

Chương 9
ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

- Hệ thống *điều khiển tự động*
- Bộ điều khiển kinh điển
- Bộ điều khiển mờ
- Hệ thống điều khiển mờ

9.1 Hệ thống điều khiển tự động

Tự động học là khoa học nghiên cứu những qui luật chung để hình thành các Hệ thống điều khiển các quá trình tự nhiên, xã hội mà không có sự tham gia của con người. Hệ thống điều khiển tự động là một nhóm phần tư, duy trì một kết quả mong muốn, bằng cách điều khiển gía trị một biến khác trong hệ thống. Trong hệ thống điều khiển tự động, một đại lượng vật lý như nhiệt độ, tốc độ, lưu lượng… được điều khiển bằng cách điều khiển năng lượng vào hệ thống. Hệ thống điều khiển tự động mang lại nhiều lợi ích như tiện nghi, tiện ích, an toàn, tăng hiệu quả, tăng sản lượng, cải thiện chất lượng, tiết kiệm năng lượng. Một hệ thống điều khiển tự động có sơ đồ khối như ở hình sau.



Quá trình QT bao gồm mọi phần tử trong hệ thống điều khiển tự động, ngoại trừ bộ điều khiển BĐK, chấp hành CH và mạch đo MĐ. Trong qua trình có một biến được điều khiển, gọi là biến được điều khiển C. Biến được điều khiển là bíên ra của quá trình, cũng là bíên ra của hệ thống, tên biến được điều khiển thường dùng đặt tên cho hệ thống, chẳng hạn như hệ thống điều khiển nhiệt độ có biến được điều khiển là nhiệt độ, hệ thống điều khiển tốc độ có biến được điều khiển là tốc độ, hệ thống điều khiển lưu lượng có biến được điều khiển là lưu lượng…

Mạch đo cảm nhận biến được điều khiển C, chuyển đổi thành tín hiệu khả dụng, gọi là tín hiệu phản hồi F. Mạch đo thường gồm 2 bộ phận là cảm biến và mạch chuyển đổi hay mạch xử lý tín hiệu.

Tín hiệu đặt hay tín hiệu tham chiếu S biểu thị giá trị mong muốn của biến được điều khiển, được so sánh với tín hiệu phản hồi F qua bộ tạo sai lệch để tạo tín hiệu sai lệch E:

$$E = S - F$$

Bộ điều khiển nhận tín hiệu sai lệch tạo tín hiệu điều khiển V qua cơ cấu chấp hành điều khiển quá trình nhằm giữ tín hiệu được điều khiển C ở giá trị mong muốn định bởi tín hiệu đặt R.

Chấp hành sử dụng biến điều khiển V điều chỉnh biến chấp hành M, một bíên vào của quá trình, nhằm điều khiển biến được điều khiển C. Một biến vào khác của quá trình là biến nhiễu cũng có ảnh hưởng lên biến ra được điều khiển.

9.1.1 Biến thiên tải

Hệ thống điều khiển phải cân bằng giữa vật tư hay năng lượng vào và ra khỏi quá trình. Vật tư hay năng lượng ra khỏi quá trình, gọi là tải của quá trình, được bù bởi biến chấp hành của quá trình. Ví như trong hệ thống điều khiển nhiệt độ lò, hệ cân bằng khi nhiệt lượng cấp cho lò bằng nhiệt lượng thất thoát, nhiệt lượng thất thoát là tải của hệ thống. Nhiệt lượng cung cấp cho lò là biến chấp hành, bộ điều khiển nhiệt độ sẽ điều khiển nhiệt độ lò qua điều chỉnh nhiệt lượng cung cấp cho lò. Trong hệ thống điều khiển mực nước hồ, hệ cân bằng khi lưu lượng nước vào hồ bằng lưu lượng nước ra hồ, lưu lượng nước ra hồ là tải của hệ thống. Lưu lượng nước vào hồ là biến chấp hành, bộ điều khiển lưu lượng sẽ điều khiển mực nước hồ qua điều chỉnh lưu lượng nước vào hồ. Tải của quá trình luôn được phản ánh qua biến chấp hành, nên giá trị của biến chấp hành là một số đo của tải quá trình.

Hệ thống điều khiển như ở hình trên là hệ thống điều khiển vòng kín hay hệ thống có phản hồi. Khi không dùng mạch đo ta có hệ thống điều khiển vòng hở hay hệ thống không có phản hồi. Hệ thống điều khiển vòng hở không phải là hệ thống điều khiển tự động. Tín hiệu nhiễu gây biến thiên tải làm thay đổi biến ra của quá trình, như trong hệ thống điều khiển nhiệt độ lò việc đóng mở cửa lò nhiều hay ít làm thay đổi mức độ thất thoát nhiệt lượng, từ đó làm thay đổi nhiệt độ lò. Còn trong hệ thống điều khiển mực nước hồ, sử dụng nước ở hệ thống phân phối nước hồ là thay đổi lưu lượng nước ra, từ đó làm thay đổi chiều cao mực nước. Tín hiệu nhiễu gây biến thiên tải, làm thay đổi biến ra của quá trình, là lý do chính để sử dụng hệ thống điều khiển vòng kín.

9.1.2 Đáp ứng hệ thống

Đáp ứng hệ thống là đáp ứng theo thời gian của biến điều khiển (C) ở ngỏ ra khi tín hiệu đặt (R) ở ngỏ vào thay đổi. Tín hiệu thử ngỏ vào thường dùng 2 loại là hàm nấc và hàm dốc. Một cách lý tưởng tín hiệu C bám theo tín hiệu R. Đáp ứng hàm nấc thực tế bao gồm các loại quá nhụt, tới hạn, thấp nhụt, dao động.

Ở đáp ứng quá nhụt giá trị tín hiệu ra C dần dần tiến giá trị đến tín hiệu vào R theo đường cong hàm mũ. Đáp ứng tới hạn tương tự như đáp ứng quá nhụt nhưng tốc độ tiệm cận của tín hiệu C nhanh hơn. Ở đáp ứng thấp nhụt tín hiệu ra bị vọt lố tín hiệu vào và dao động tắt dần để tiệm cận tín hiệu vào, một tham số ở đáp ứng này là độ vọt lố là sai số cực đại e_m định bởi hiệu số giá trị cực đại của tín hiệu ra C_m và tín hiệu R như sau:

$$e_m = C_m - R$$

Ở đáp ứng dao động tín hiệu ra dao động, không xác lập, hệ thống không ổn định.

9.1.3 Đặc tính hệ thống

Đặc tính hệ thống điều khiển bao gồm:

- Tính ổn định
- Độ chính xác
- Tốc độ đáp ứng
- Độ nhạy

Hệ thống ổn định khi ngỏ ra (C) đạt giá trị cố định sau thời gian hữu hạn khi ngõ vào (S) thay đổi, giá trị này được gọi là giá trị xác lập C_s. Độ chính xác là độ lệch ngỏ ra với giá trị mong muốn. Độ chính xác thường được biễu thi bởi sai số xác lập e_s là định bởi hiệu số giữa giá trị đặt R và giá trị xác lập C_s:

$$e_s = S - C_s$$

Tốc độ đáp ứng là tốc độ đạt đến giá trị xác lập của tín hiệu ra. Tốc độ đáp ứng được biễu thị bởi thời gian xác lập ts định bởi thời điểm C tiến vào nằm trong khoảng % sai số xác định, % sai số thường dùng là 2% hay 5 %. Độ nhạy biễu thị sự thay đổi ngỏ ra theo sự thay đổi của phần tử hệ thống hay môi trường.

9.1.4 Mục tiêu hệ thống

Hệ thống điều khiển tự động có các mục tiêu về ổn định, chất lượng và bền vững. Mục tiêu ổn định hay không dao động là mục tiêu đầu tiên cần phải đạt được khi thiết kế hệ thống. Các mục tiêu chất lượng bao gồm cực tiểu sai số, cực tiểu thời gian xác lập, cực tiểu độ vọt lố. Ngoài ra hệ thống còn có mục tiêu bền vững, nghĩa là ít nhạy với sự thay đổi của phần tử hệ thống hay môi trường. Các mục tiêu thường mâu thuẩn nhau nên việc tổng hợp hệ thống cần sự hài hoà giữa các mục tiêu.

9.1.5 Tiêu chuẩn điều khiển

Các tiêu chuẩn thiết kế hệ thống điều khiển bao gồm:

- Tiêu chuẩn suy giảm phần tư biên độ
- Tiêu chuẩn tới hạn
- Tiêu chuẩn cực tiểu tích phân sai số tuyệt đối

Tiêu chuẩn suy giảm phần tư biên độ là tiêu chuẩn có đáp ứng hệ thống là đáp ứng thấp nhụt với biên độ vọt lố liên tiếp suy giảm phần tư biên độ. Đây là tiêu chuẩn thường dùng, gần tối ưu các mục tiêu nêu trên. Tiêu chuẩn tới hạn thiết kế hệ thống có đáp ứng là đường cong tới hạn là đáp ứng trung gian giữa các đáp ứng quá nhụt và thấp nhụt. Tiêu chuẩn này có các ưu điểm là đáp ứng nhanh và không vượt lố. Tiêu chuẩn cực tiểu sai số cực tiểu tích phân sai số tuyệt đối là phần diện tích tạo bởi độ lớn sai số, tiêu chuẩn này chỉ sử dụng được khi có mô hình toán của hệ thống.

9.2 Bộ điều khiển kinh điển

Một hệ thống điều khiển có dạng như ở hình sau. Trong đó các tín hiệu trong hệ thống bao gồm tín hiệu đặt S, tín hiệu phản hồi F, tín hiệu sai số E = S – F, tín hiệu điều khiển V, tín hiệu chấp hành M, tín hiệu được điều khiển C và tín hiệu nhiểu D.

Bộ điều khiển kinh điển là một khối trong hệ thống, bộ điều khiển bao gồm bộ dò sai số và bộ tạo tín hiệu điều khiển. Bộ dò sai số để tạo tín hiệu sai số E từ tín hiệu đặt R và tín hiệu phản hồi F, bộ tạo tín hiệu điều khiển nhận tín hiệu sai số E để tạo tín hiệu điều khiển V. Bộ tạo tín hiệu điều khiển tạo tín hiệu điều khiển từ phương pháp điều khiển, có nhiều phương pháp điều khiển bao gồm các phương pháp hai vị trí, ba vị trí, các phương pháp tỉ lệ, tích phân, vi phân.

Bộ điều khiển có thể được mô tả bởi nhiều phương pháp, các phương pháp mô tả bộ điều khiển bao gồm giản đồ xuất nhập, phương trình trong miền thời gian, phương trình trong miền tần số, hàm truyền, giản đồ Bode. Giản đồ xuất nhập là giản đồ biểu thị quan hệ của tín hiệu điều khiển v theo tín hiệu sai lệch e. Phương trình trong miền thời gian là phương trình vi tích phân biểu thị quan hệ giữa v(t) và e(t). Phương trình trong miền tần số, dựa vào phép biến đổi Laplace - một công cụ phân tích và thiết kế bộ điều khiển tương đồng biểu thị quan hệ giữa V(s) và E(s) trong đó s là toán tử Laplace, V(s) và E(s) lần lượt là biến đổi Laplace của v(t) và e(t). Hàm truyền W(s) của bộ điều khiển đơn giản là tỉ số giữa V(s) và E(s).

$$W(s) = V(s) / E(s).$$

Sau đây ta khảo sát các phương pháp điều khiển thường dùng là tỉ lệ, vi phân, tích phân từ đó khảo sát các bộ điều khiển thường dùng sau:

- Bộ điều khiển tỉ lệ PC
- Bộ điều khiển vi phân - tỉ lệ PDC
- Bộ điều khiển tích phân - tỉ lệ PIC
- Bộ điều khiển vi tích phân - tỉ lệ PIDC.

9.2.1 Các phương pháp điều khiển

Tín hiệu điều khiển v được tạo từ tín hiệu sai lệch e theo nhiều phương pháp, có 3 phương pháp điều khiển thường dùng là phương pháp tỉ lệ, tích phân và vi phân.

a. Phương pháp điều khiển tỉ lệ

Ở phương pháp điều khiển tỉ lệ tín hiệu điều khiển v(t) tỉ lệ với sai lệch e(t), phương trình trong miền thời gian có dạng:

$$v = Pe + v_o$$

Trong đó P là độ lợi tỉ lệ, v_0 là giá trị ban đầu. Phương trình trong miền tần số có dạng:

$$V = PE$$

Hàm truyền bộ điều khiển tỉ lệ:

$$W = V/E = P$$

b. Phương pháp điều khiển tích phân

Phương pháp điều khiển tích phân có tín hiệu điều khiển v(t) là tích phân của sai lệch e

$$v = I\int_0^t edt + v_0$$

Trong đó I là tốc độ tích phân. Phương trình trong miền tần số có dạng:

$$V = IE/s$$

Hàm truyền khâu tích phân:

$$W = V/E = I/s$$

c. Phương pháp điều khiển vi phân

Ở phương pháp điều khiển vi phân, tín hiệu điều khiển v(t) tỉ lệ tốc độ thay đổi của sai số e(t):

$$v = D\frac{de}{dt}$$

Trong đó D là thời hằng vi phân. Phương trình trong miền tần số

$$V = DsE$$

Hàm truyền khâu vi phân:

$$W = V/E = Ds$$

Điều khiển vi phân quan sát tốc độ sai số, mang tính dự báo và điều khiển để giảm sai số.

Vậy ta có 3 phương pháp điều khiển. Phương pháp điều khiển tỷ lệ có ưu điểm giảm sai số, có khả năng đáp ứng với tải thay đổi nhanh, nhưng có nhược điểm không thể triệt tiêu sai số, và có thể làm hệ thống không ổn định. Phương pháp tích phân giúp triệt tiêu sai số, nhưng tăng khuynh hướng dao động. Phương pháp vi phân giúp giảm sai số cực đại do biến thiên tải đột ngột, tăng tính ổn định của hệ thống, cho phép độ lợi tỷ lệ cao làm giảm sai số, nhưng giảm nhạy với nhiễu.

9.2.2 Các bộ điều khiển

Các bộ điều khiển được tổng hợp theo sự kết hợp các phương pháp điều khiển nêu trên. Các bộ điều khiển thường dùng trong thực tế là các bộ điều khiển tỉ lệ P, bộ điều khiển tích phân tỉ lệ PI, bộ điều khiển vi phân tỉ lệ PD, bộ điều khiển vi tích phân tỉ lệ PID.

a. Bộ điều khiển tỉ lệ

Bộ điều khiển chỉ dùng phương pháp điều khiển tỉ lệ thì gọi là bộ điều khiển tỉ lệ P. Trong bộ điều khiển tỉ lệ khi độ lợi P càng lớn thì sai số càng nhỏ nhưng có thể gây dao động. Bộ điều khiển tỉ lệ không thể triệt bỏ hoàn toàn sai số do thay đổi tải. Bộ điều khiển tỉ lệ phù hợp các quá trình có dung kháng nhỏ, tải thay đổi nhanh và độ lợi bộ điều khiển có thể lớn.

b. Bộ điều khiển tích phân tỉ lệ PI

Phương pháp điều khiển tích phân không thể dùng riêng mà phải dùng chung với phương pháp tỉ lệ, khi ấy ta có bộ điều khiển tích phân tỉ lệ - PI. Ở bộ điều khiển tích phân tỉ lệ, tín hiệu điều khiển v gồm 2 thành phần là thành phần tỉ lệ và thành phần tích phân, phương trình trong miền thời gian của bộ điều khiển tích phân tỉ lệ:

$$v = Pe + PI\int_0^t e\,dt + v_o$$

Phương trình trong miền tần số của bộ điều khiển tích phân tỉ lệ:

$$V = PE + PIE/s = P(1+ I/s)E$$

Hàm truyền của bộ điều khiển tích phân tỉ lệ:

$$W = V/E = P(1+ I/s)$$

Với một số đối tượng điều khiển, bộ điều khiển tích phân tỉ lệ PI thay đổi tín hiệu điều khiển v đến khi sai số e bằng 0 nên tự triệt tiêu sai số tỉ lệ. Tuy nhiên khâu tích phân trong bộ điều khiển PI tăng khuynh hướng dao động làm giảm độ lợi P từ đó làm giảm khả năng đáp ứng với thay đổi nhanh của tải. Mặt khác khâu tích phân gây quá hiệu chỉnh quá trình có thời gian trễ lớn. Bộ điều khiển PI thường dùng trong quá trình có tải thay đổi lớn, hay khi điều khiển tỉ lệ không giảm được sai số đến giá trị chấp nhận.

c. Bộ điều khiển vi phân tỉ lệ PD

Phương pháp điều khiển vi phân không thể dùng riêng mà phải dùng chung với phương pháp tỉ lệ, khi ấy ta có bộ điều khiển vi phân tỉ lệ - PD. Ở bộ điều khiển vi phân tỉ lệ, tín hiệu điều khiển v gồm các thành phần là thành phần tỉ lệ và thành phần vi phân, thực tế có thêm thành phần giới hạn, nhằm giới hạn tín hiệu điều khiển ở ngỏ ra khi tín hiệu sai lệch ở ngỏ vào biến thiên nhanh. Phương trình trong miền thời gian của bộ điều khiển vi phân tỉ lệ với khâu hạn biên như sau:

$$v = Pe + PD\frac{de}{dt} - \alpha D\frac{dv}{dt} + v_o$$

Trong đó - Ddv/dt là khâu giới hạn,   là hệ số giới hạn vi phân nhằm giới hạn đáp ứng tạo bởi các tín hiệu biến thiên nhanh. Phương trình trong miền tần số của bộ điều khiển vi phân tỉ lệ:

V = PE + PDsE -   DsV

Hàm truyền của bộ điều khiển vi phân tỉ lệ:

W = V/E = P(1 + Ds)/(1+   Ds)

Bộ điều khiển PD giảm khuynh hướng dao động, cho phép đặt độ lợi cao, giảm sai số. Khâu vi phân dự báo sai số, thích hợp điều khiển quá trình có tải thay đổi đột ngột.

d. Bộ điều khiển vi tích phân tỉ lệ PID

Kết hợp cả 3 phương pháp điều khiển tỉ lệ, tích phân, vi phân ta có bộ điều khiển vi tích phân tỉ lệ PID. Ở bộ điều khiển vi tích phân tỉ lệ, tín hiệu điều khiển v gồm các thành phần là thành phần tỉ lệ, thành phần vi phân và thành phần tích phân:

$$v = P.e + P.I\int_0^t edt + P.D\frac{de}{dt} + P.D\frac{de}{dt} + v_0$$

Vì có thành phần vi phân nên trong bộ điều khiển PID thực tế có thêm thành phần giới hạn, nhằm giới hạn tín hiệu điều khiển ở ngỏ ra khi tín hiệu sai lệch ở ngỏ vào biến thiên nhanh. Phương trình trong miền thời gian của bộ điều khiển vi tích phân tỉ lệ với khâu giới hạn như sau:

$$v = P.e + P.I\int_{o}^{t} edt + PD\frac{de}{dt} - \alpha D\frac{dv}{dt} + v_0$$

Phương trình trong miền tần số của bộ điều khiển vi tích phân tỉ lệ:

$$V = PE + PIE/s + PDsE - \ DsV$$

Hàm truyền của bộ điều khiển vi tích phân tỉ lệ:

$$W = V/E = P(I+s+Ds^2)/(s+\ Ds^2)$$

Trong bộ điều khiển PID, khâu tích phân (I) có tác dụng triệt tiêu sai số do tải thay đổi lớn, khâu vi phân (D) có tác dụng giảm xu hướng dao động, giảm sai số cực đại do tải thay đổi đột ngột. Bộ điều khiển PID thường dùng cho các quá trình có tải thay đổi đột ngột, hay tải thay đổi lớn, hay khi mà các bộ điều khiển dùng hai phương pháp không giữ được sai số trong giới hạn cho phép.

Ở bộ điều khiển vi tích phân tỉ lệ PID, bài toán phân tích là từ các tham số bộ điều khiển như P, I, D cũng như các tham số của các bộ phận khác của hệ thống ta sẽ phân tích ra các đặc trưng của hệ thống như độ ổn định, hay các tham số chất lượng như es, ts, em. Ngược lại ở bài toán thiết kế ta cần tìm ra các tham số bộ điều khiển nhằm có được các đặc tính chất lượng mong muốn. Bài toán thiết kế thường rất phức tạp với nhiều yêu cầu đầu vào và thường dùng phương pháp thử sai.

Một bộ điều khiển ra đời với nhiều ưu điểm trong thiết kế đó là bộ điều khiển mờ mà ta sẽ giới thiệu ở phần sau.

9.3. Bộ điều khiển mờ

Bộ điều khiển mờ có nhiều ưu điểm trong thiết kế hệ thống, như:

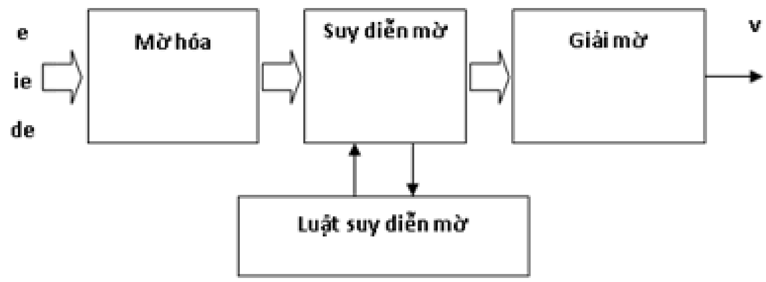
- Khả năng sử dụng các kiến thức của người vận hành hệ thống.
- Không cần dùng mô hình toán chính xác như bộ điều khiển khinh điển.

9.3.1. Bộ điều khiển mờ

Như bộ điều khiển kinh điển, bộ điều khiển mờ trong hệ thống điều khiển nhận tín hiệu sai lệch e, tạo tín hiệu điều khiển v điều khiển đối tượng điều khiển. Bộ điều khiển mờ, với đầu vào là tín hiệu sai lệch e, đầu ra là tín hiệu điều khiển v, bao gồm hai khối xử lý tín hiệu đầu vào và hệ mờ.

Khối xử lý tín hiệu đầu vào bao gồm các mạch tích phân (I) vi phân (D), nhận tín hiệu sai lệch e và tạo thêm các tín hiệu tích phân sai lệch ie, vi phân sai lệch de, để đưa vào hệ mờ phía sau.

Hệ mờ trong lĩnh vực điều khiển bao gồm các khối mờ hóa, suy diễn mờ, Luật suy diễn, Giải mờ như ở hình sau.



Khối mờ hóa nhận các tín hiệu ra của bộ xử lý tín hiệu vào như, mờ hóa thành các tập mờ tương ứng qua một hàm mờ hóa f tương ứng nhằm biễu thị tính bất định trong phép đo cũng như xử lý tín hiệu phản hồi của hệ thống qua đó tính ra tín hiệu sai lệch. Quan hệ giữa tín hiệu ra của hệ mờ, là tín hiệu điều khiển v và các tín hiệu vào của hệ mờ, là các tín hiệu e, ie, de được biễu thị ở các luật điều khiển. Bộ suy diễn nhận tập mờ đầu vào từ ngỏ ra của khối mờ hóa, căn cứ trên các luật suy diễn để suy diễn ra tập mờ đầu ra. Từ tập mờ đầu ra của bộ suy diễn, khối giải mờ giải mờ để có giá trị điều khiển v.

Như vậy bộ điều khiển mờ nhận tín hiệu sai lệch e, qua khối xử lý tạo các tín hiệu ie, de. Các tín hiệu này vào hệ mờ qua khối mờ hóa thành các tập mờ đầu vào của các tín hiệu e, ie, de. Từ các tập mờ đầu vào, khối suy diễn dựa vào các luật suy diễn suy diễn tập mờ đầu ra của tín hiệu điều khiển rồi giải mờ để có tín hiệu điều khiển v.

Hệ mờ ở trên có 3 đầu vào e, ie, de, ta có thể mở rộng nhiều đầu vào hơn như các đầu vào tín hiệu đặt R, các đầu vào nhiễu tác động lên hệ thống. Khi ấy ta có thể xem hệ thống điều khiển là hệ thống điều khiển mờ thích nghi. Mặt khác tín hiệu ra của hệ mờ có thể là tín hiệu vi phân của tín hiệu điều khiển dv, khi ấy phải có mạch tích phân ở ngỏ ra của hệ mờ để tạo tín hiệu điều khiển từ tín hiệu vi phân tín hiệu điều khiển dv. Thêm nữa, khi xây dựng bảng luật điều khiển cần để ý tín hiệu ra hệ mờ là tín hiệu dv chứ không phải tín hiệu v.

9.3.2 Thiết kế bộ điều khiển mờ

Các bước thiết kết bộ điều khiển mờ bao gồm:

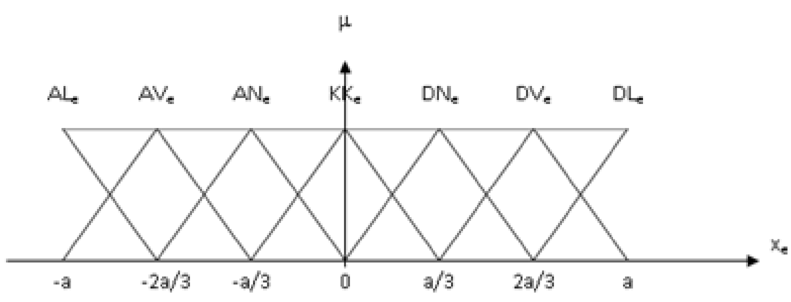
1. Xác định các biến vào ra của hệ mờ.
2. Xây dựng các tập mờ trạng thái cho các biến ngôn ngữ trên.
3. Xây dựng hàm mờ hoá cho mỗi biến vào.
4. Xây dựng các luật suy diễn mờ.
5. Xây dựng bộ suy diễn mờ.
6. Xác định phương pháp giải mờ.

Các biến vào của hệ mờ thường bao gồm các biến sai lệch e, tích phân sai lệch ie, vi phân sai lệch de, biến ra chính là tín hiệu điều khiển v.

Xem biến sai lệch e, biến e nhận trị trên tập cơ sở X_e = [-a, a]. Biến ngôn ngữ E tương ứng có trạng thái là những số mờ trên tập trạng thái ngôn ngữ Le như âm lớn (AL), âm vừa (AV), âm nhỏ (AN), Khoảng không (KK), dương nhỏ (DN), dương vừa (DV), dương lớn (DL):

$$L_e = \quad AL_e, AV_e, AN_e, KK_e, DN_e, DV_e, DL_e \quad .$$

Các tập AL_e, AV_e, AN_e, KK_e, DN_e, DV_e, DL_e là các tập mờ trên X_e, một ví dụ đơn giản như ở hình sau.



Tương tự biến tích phân sai lệch ie nhận trị trên tập cơ sở X_{ie}. Biến ngôn ngữ IE tương ứng có trạng thái là những số mờ trên tập Lie là các tập mờ trên X_{ie}. Biến vi phân sai lệch de nhận trị trên tập cơ sở Xde. Biến ngôn ngữ DE tương ứng có trạng thái là những số mờ trên tập L_{de} là các tập mờ trên X_{de}.

Biến điều khiển v nhận trị trên tập cơ sở X_v. Biến ngôn ngữ V tương ứng có trạng thái là những số mờ trên tập L_v là các tập mờ trên Xv.

Hàm mờ hoá f để mờ hoá các biến vào x, thường chọn là số mờ có dạng hình tam giác với đỉnh là giá trị đo được x_0. Để cho đơn giản, một số bộ điều khiển mờ chọn hàm mờ hoá f(x) = x hay sử dụng trực tiếp giá trị đo được mà không qua công đoạn mờ hóa.

Các luật suy diễn được xây dựng từ kinh nghiệm các chuyên gia, từ các phân tích trực quan hay từ các dữ kiện thực tế và các phương pháp học thích hợp một công cụ hỗ trợ thường dùng là mạng thần kinh. Dạng chuẩn của một luật suy diễn là:

Nếu E = A và IE = B và DE = C thì V = D

Trong đó A L_e, B L_{ie}, C L_{de}, và D L_v là các số mờ lần lượt trên các tập X_e, X_{ie}, X_{de}, X_v mà ta đã xây dựng ở bước trên. Một biễu diễn ở dạng bảng với hệ có 2 biến vào e và de như ở bảng luật điều khiển sau.

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">V</th><th colspan="7">DE</th></tr>
<tr><th>AL_{de}</th><th>AV_{de}</th><th>AN_{de}</th><th>KK_{de}</th><th>DN_{de}</th><th>DV_{de}</th><th>DL_{de}</th></tr>
<tr><th rowspan="7">E</th><td>AL_e</td><td colspan="4" rowspan="2">DL_V</td><td rowspan="2">DV_v</td><td colspan="2" rowspan="2">KK_v</td></tr>
<tr><td>AV_e</td></tr>
<tr><td>AN_e</td><td colspan="2" rowspan="3">DV_v</td><td>DV_v</td><td>DN_v</td><td>KK_v</td><td colspan="2" rowspan="3">AV_v</td></tr>
<tr><td>KK_e</td><td>DN_v</td><td>KK_v</td><td>AN_v</td></tr>
<tr><td>DN_e</td><td>KK_v</td><td>AN_v</td><td>AV_v</td></tr>
<tr><td>DV_e</td><td colspan="2" rowspan="2">KK_v</td><td rowspan="2">AV_v</td><td colspan="4" rowspan="2">AL_v</td></tr>
<tr><td>DL_e</td></tr>
</table>

Suy diễn mờ ở đây có dạng:

Luật R_i: Nếu Nếu E = A_i và IE = B_i và DE = C_i thì V = D_i , i=1 n

Sự kiện: E = A và IE = B và DE = C

Kết luận: V = D?

Trong đó A_i, A L_e, B_i, B L_{ie}, C_i, C L_{de}, và D_i, D L_v. Theo phần suy diễn xấp xỉ đã khảo sát ở phần logic mờ, tập mờ D có thể suy diễn như sau. Đầu tiên tìm quan hệ thành phần R_i là quan hệ trên tập tích X_e X_{ie} X_{de} X_v định bởi :

$$R_i = (A_i \ \ B_i \ \ C_i) \ \ D_i$$

Sau đó xác định quan hệ tích hợp R, là quan hệ trên tập tích X_e X_{ie} X_{de} X_v từ các quan hệ thành phần R_i qua phép hợp:

$$R = \bigcup_{i=1 \div n} R_i$$

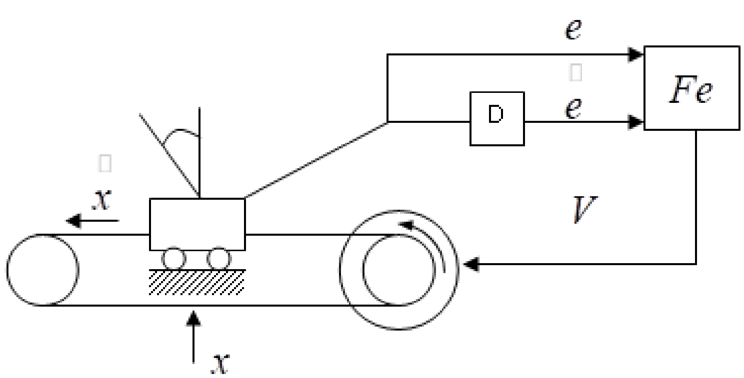
Sau đó xác định tập mờ ra D qua toán tử hợp thành:

$$D = [A \cap B \cap C] \circ R$$

Khi đã có tập mờ đầu ra D, ta xác định được biến ra v qua các phương pháp giải mờ đã khảo sát trên.

9.4 Hệ thống điều khiển mờ con lắc ngược

Mô hình con lắc ngược gồm 1 thanh di động được gắn với một xe bởi 1 bản lề tạo một con lắc ngược như ở hình sau. Bài toán điều khiển là giữ cho con lắc ngược luôn ở phương thẳng đứng bằng cách di chuyển chiếc xe một cách thích hợp.



Các biến trong hệ thống bao gồm góc lệch e của con lắc so với phương thẳng đứng, đạo hàm hay tốc độ thay đổi của góc lệch e', vị trí của chiếc xe x, vận tốc của chiếc xe hay biến thiên vị trí xe: v=x'. Góc lệch e được đo bởi một cảm biến góc, đạo hàm e' được tính từ các giá trị đo. Khi con lắc nghiên sang trái, góc lệch e<0, và ngược lại khi con lắc nghiên sang phải, góc lệch e>0. Chiếc xe được tác động bởi một lực f, với quy ước f>0 khi tác động xe sang phải và f<0 khi tác động xe sang trái.

Các biến vào bộ điều khiển mờ bao gồm góc lệch e và đạo hàm góc lệch e'. Sau khi đo được các giá trị này có thể mờ hoá để có các số mờ đầu vào tương ứng với các giá trị đo. Biến ra bộ điều khiển là lực tác động F lên xe. Các biến e, e', F lần lượt nhận trị trên các miền xác định là các miền vật lý X, Y, Z tương ứng:

$$e \quad X_e=[-a,a],$$

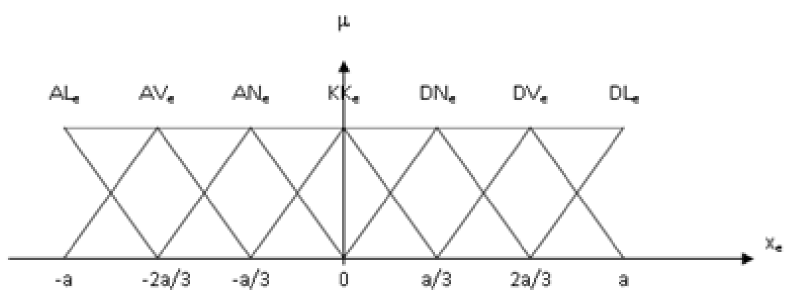
$$e' \quad X_{e'}=[-b,b],$$

$$f \quad X_f=[-c,c]$$

Xem biến sai lệch e nhận trị trên tập cơ sở X_e. Biến ngôn ngữ E tương ứng có trạng thái là những số mờ trên tập L_e:

$$L_e = \quad AL_e, AV_e, AN_e, KK_e, DN_e, DV_e, DL_e \quad .$$

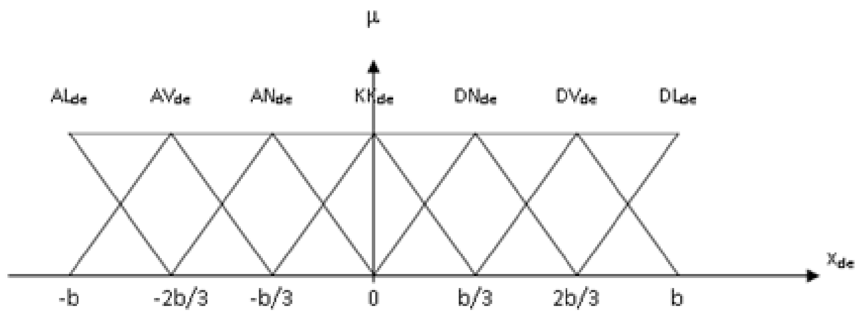
Các tập AL_e, AV_e, AN_e, KK_e, DN_e, DV_e, DL_e là các tập mờ trên X_e. như hình sau.



Tương tự xem biến vi phân sai lệch de nhận trị trên tập cơ sở X_{de}. Biến ngôn ngữ DE tương ứng có trạng thái là những số mờ trên tập L_{de}:

$$L_{de} = \quad AL_{de}, AV_{de}, AN_{de}, KK_{de}, DN_{de}, DV_{de}, DL_{de} \quad .$$

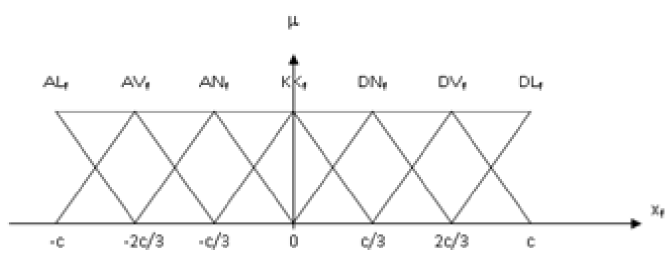
Các tập AL_{de}, AV_{de}, AN_{de}, KK_{de}, DN_{de}, DV_{de}, DL_{de} là các tập mờ trạng thái biến vi phân sai lệch DE trên Xde như hình sau.



Tương tự xem biến điều khiển f nhận trị trên tập cơ sở X_f. Biến ngôn ngữ F tương ứng có trạng thái là những số mờ trên tập L_f:

$$L_f = \quad AL_f, AV_f, AN_f, KK_f, DN_f, DV_f, DL_f \quad .$$

Các tập AL_f, AV_f, AN_f, KK_f, DN_f, DV_f, DL_f là các tập mờ trên X_f như hình sau.



Các luật suy diễn có dạng: Nếu E là A và E' là B thì F là C. Trong đó A L_e, B L_{de}, C L_f lần lượt là các số mờ trên X_e, X_{de}, X_f như mô tả bởi các trị ngôn ngữ nêu trên.

Các luật suy diễn có thể được được xác định theo kinh nghiệm hay phân tích trực quan. Ví dụ như, nếu góc lệch là âm nhỏ, biến thiên góc lệch là âm nhỏ thì lực tác động nên âm nhỏ. Một bảng luật suy diễn hệ điều khiển con lắc ngược như ở bảng sau.

F		E						
		AL_e	AV_e	AN_e	KK_e	DN_e	DV_e	DL_e
DE	AL_{de}	AL_f		AL_f	AL_f	AV_f	AN_f	KKf
	AV_{de}			AL_f	AV_f	AN_f	KKf	DNf
	AN_{de}	AL_f	AV_f	AN_f	AN_f	KK_f	DN_f	DV_f
	KK_{de}	AL_f	AV_f	AN_f	KK_f	DN_f	DV_f	DL_f
	DL_{de}	AV_f	AN_f	KK_f	DN_f	DNf	DV_f	DL_f
	DV_{de}	ANf	KK_f	DN_f	DV_f	DV_f	DL_f	
	DN_{de}	KK_f	DN_f	DV_f	DL_f	DL_f		

Ở đây có $7^2 = 49$ luật thành phần R_i.

R_i: Nếu E là A_i và E' là B_i thì F là C_i

Trong đó A_i L_e, B_i L_{de}, C_i L_f. Quan hệ mờ thành phần tương ứng luật R_i là:

$$R_i = (A_i \quad B_i) \quad C_i$$

Quan hệ hợp thành từ tất cả các luật:

$$R = \quad_i R_i$$

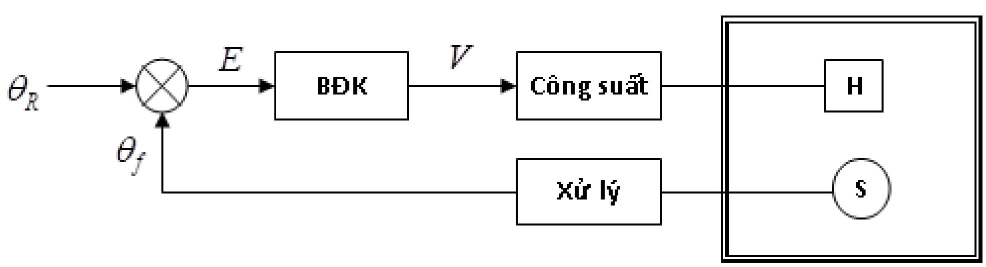
Từ các giá trị e, de đầu vào, qua khối xử lý đầu vào ta có các tập mờ đầu vào F_e và $F_{e'}$ tương ứng, từ các tập mờ đầu vào này, ta tìm được tập mờ đầu ra Fv qua phép hợp thành:

$$F_v = (F_e \quad F_e) \quad R$$

Từ tập mờ đầu ra F_v ta giải mờ và được giá trị ra f.

9.5 Hệ thống điều khiển mờ nhiệt độ

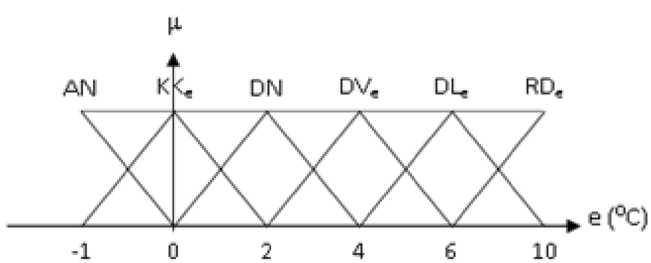
Một hệ thống điều khiển nhiệt độ như ở hình sau.



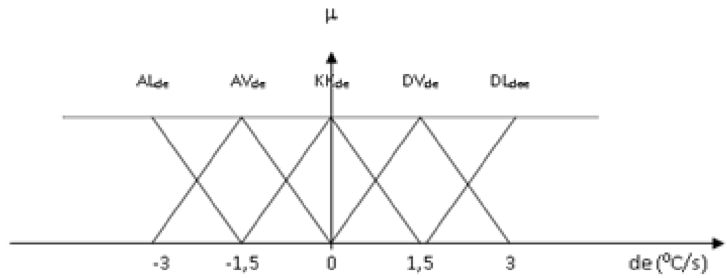
Đối tượng tượng điều khiển là lò nhiệt với dây đốt H. Bộ khuếch đại công suất cấp năng lượng cho dây đốt. Mạch đo để tạo tín hiệu phản hồi bao gồm cảm biến S và mạch xử lýtín hiệu từ cảm biến. Bộ điều khiển nhận tín hiệu phản hồi từ mạch đo và xuất tín hiệu điều khiển qua bộ công suất để điều khiển năng lượng cấp cho dây đốt.

Một trường hợp nghiên cứu, với lò nhiệt có dây đốt H có công suất 1000W. Năng lượng cấp cho dây đốt là năng lượng xoay chiều. Bộ khuếch đại công suất dùng Opto TRIAC, năng lượng cấp cho dây đốt được điều khiển theo phương pháp điều rộng xung PWM. Cảm biến nhiệt độ lò dùng nhiệt trở PT100, mạch xử lý là mạch chuyển đổi điện trở – điện áp R-V và khuếch đại để tạo tín hiệu phản hồi về bộ điều khiển. Thiết bị điều khiển là máy tính với card giao tiếp PLC 818L để nhận tín hiệu phản hồi từ mạch đo và tạo tín hiệu điều khiển qua bộ công suất để điều khiển năng lượng cấp cho dây đốt.

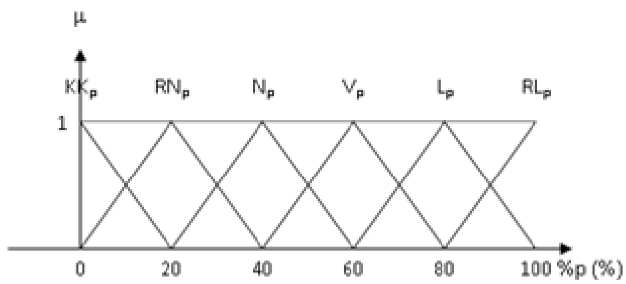
Phương pháp điều khiển sử dụng là điều khiển mờ với bộ xử lý tín hiệu sai lệch đầu vào là bộ vi phân-tỷ lệ. Nhiệt độ đặt R so sánh với nhiệt độ phản hồi f để có sai lệch e qua khâu vi phân để có đạo hàm sai lệch de. Đầu vào hệ mờ là các tín hiệu e và de, đầu ra của bộ điều khiển là phần trăm công suất cấp cho dây đốt %P. Các tín hiệu vào được đưa thẳng đến bộ suy diễn mà không qua khối mờ hoá. Tín hiệu sai lệch e có miền xác định vật lý quan tâm X = [-1,10] 0C, được phân trạng thái trong miền ngôn ngữ bởi 6 số mờ trên X là AN_e, KK_e, DN_e, DV_e, DL_e, RD_e là các số mờ tam giác như hình sau.



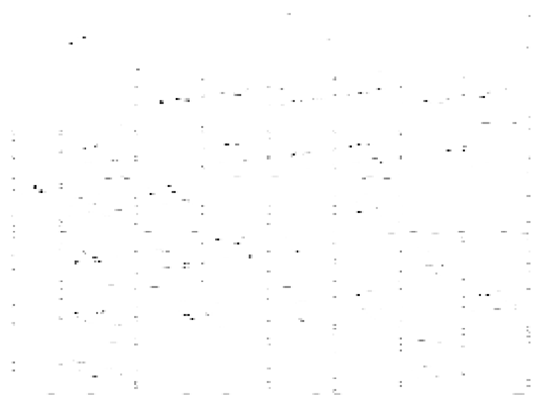
Tín hiệu đạo hàm sai lệch de có miền xác định vật lý quan tâm Y = [-3,3] ^{0}C/s, được phân trạng thái trong miền ngôn ngữ bởi 5 số mờ tam giác trên Y là AL_{de}, AV_{de}, KK_{de}, DV_{de}, DL_{de} là các số mờ tam giác như hình sau.



Tín hiệu điều khiển %P có miền xác định vật lý Z = [0,100] %, được phân trạng thái trong miền ngôn ngữ bởi 6 số mờ trên Z là KK_p, RN_p, N_p, V_p, L_p, RL_p như hình sau.



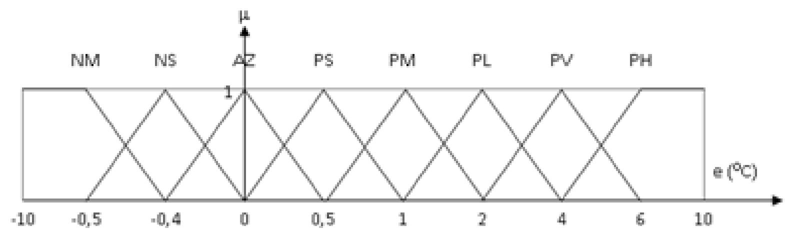
Các luật suy diễn hay ở đây là các luật điều khiển dựa vào các phân tích trực quan như ở bảng sau.



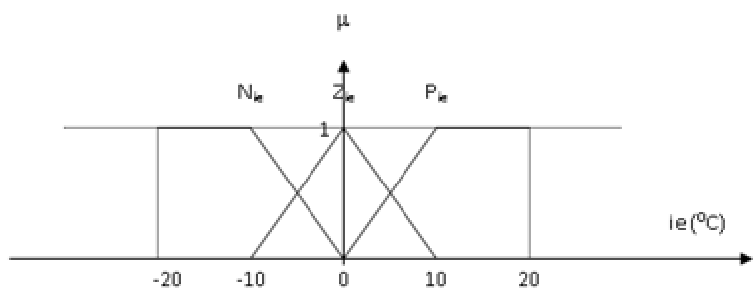
Bộ điều khiển dùng phép giao tập hợp theo nguyên lý cực tiểu, phép hợp thành cực đại – cực tiểu, giải mờ theo phương pháp trọng tâm kết quả đáp ứng hàm nấc có dạng thấp nhụt như sau: Phần trăm vọt lố: pos = 10.3%. Sai số xác lập: e_s= 0.5^0C. Thời gian xác lập 18,4 phút.

Cũng với đối tượng điều khiển là lò nhiệt trên, một trường hợp nghiên cứu khác, nhằm nâng cao chất lượng hệ thống, thích nghi với nhiệt độ đặt, bộ điều khiển được xây dựng với bộ xử lý tín hiệu sai lệch đầu vào là bộ vi phân-tích phân-tỷ lệ. Nhiệt độ đặt $_R$ so sánh với nhiệt độ phản hồi $_f$ để có sai lệch e, sai lệch e qua các khâu tích phân, khâu vi phân để có tích phân sai lệch ie và đạo hàm sai lệch de. Đầu vào hệ mờ FS ngoài các tín hiệu cơ bản e, de, ie còn có tín hiệu đặt R., đầu ra của bộ điều khiển là phần trăm công suất cấp cho dây đốt %P.

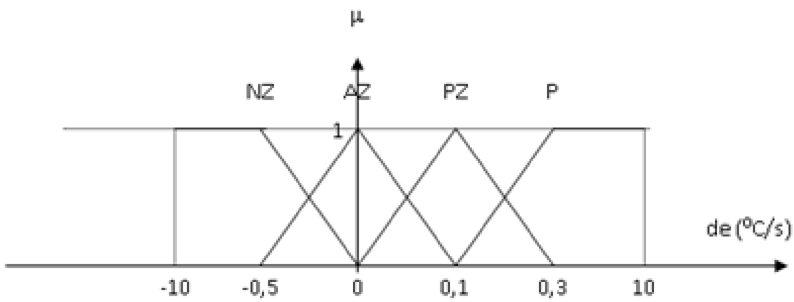
Tín hiệu sai lệch e có miền xác định vật lý quan tâm X = [-10,10] ^{0}C, được phân trạng thái trong miền ngôn ngữ bởi 8 số mờ trên X là NM, NS, AZ, PS, PM, PL, PV, PH là các số mờ tam giác như hình sau.



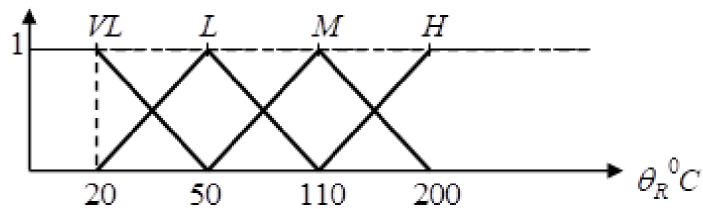
Tín hiệu tích phân sai lệch ie có miền xác định vật lý quan tâm Y = [-20,20]^{0}C, được phân trạng thái trong miền ngôn ngữ bởi 3 số mờ tam giác trên Y là N, Z, P là các số mờ tam giác như hình sau.



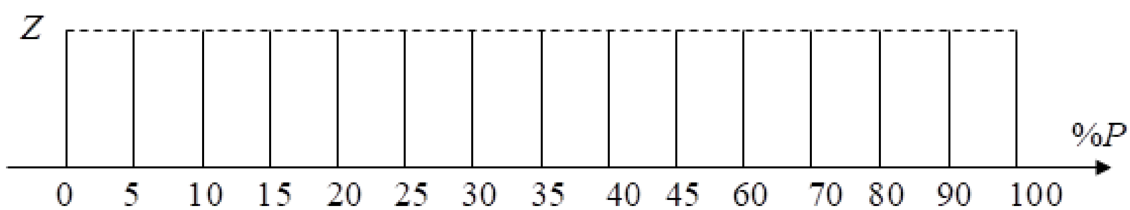
Tín hiệu đạo hàm sai lệch de có miền xác định vật lý quan tâm Z = [-10,10]^{0}C/s, được phân trạng thái trong miền ngôn ngữ bởi 4 số mờ tam giác trên Y là NZ, AZ, PZ, P là các số mờ tam giác như hình sau.



Tín hiệu nhiệt độ đặt $_R$ có miền xác định vật lý quan tâm W = [20,200] ^{0}C, được phân trạng thái trong miền ngôn ngữ bởi 4 số mờ tam giác trên W là VL, L, M, H là các số mờ tam giác như hình sau.



Tín hiệu %P có miền xác định vật lý Z = [0,100] %, nhằm đơn giản trong việc tính toán giải mờ, được phân trạng thái trong miền ngôn ngữ bởi 15 số mờ Kronecker với cao độ là 1, như hình sau.



Tương tự như bộ điều khiển trên, các luật điều khiển dựa vào kinh nghiệm hệ thống và các phân tích trực quan. Có rất nhiều luật suy diễn, ở đây có 8 trạng thái sai lệch, có 3 trạng thái tích phân sai lệch, có 4 trạng thái đạo hàm sai lệch, có 4 trạng thái nhiệt độ đặt, tổng số luật là

$$n = 8*3*4*4 = 384$$

Các luật suy diễn như ở bảng sau ứng với $_R$ = M. Với ie = NZ.

%P		e							
		NM	NS	AZ	PS	PM	PL	PV	PH
de	NZ	0	15	20	0	0	0	0	100
	AZ	0	15	20	35	45	15	70	100
	PZ	0	15	20	35	80	80	100	100
	P	0	15	20	35	100	100	100	100

Với ie = AZ:

%P		e							
		NM	NS	AZ	PS	PM	PL	PV	PH
de	NZ	0	15	25	0	0	0	0	100
	AZ	0	15	25	35	45	45	70	100
	PZ	0	15	25	35	80	80	100	100
	P	0	15	25	35	100	100	100	100

Với ie = PZ

%P		e							
		NM	NS	AZ	PS	PM	PL	PV	PH
de	NZ	0	15	30	0	0	0	0	100
	AZ	0	15	30	35	45	45	70	100
	PZ	0	15	30	35	80	80	100	100
	P	0	15	30	35	100	100	100	100

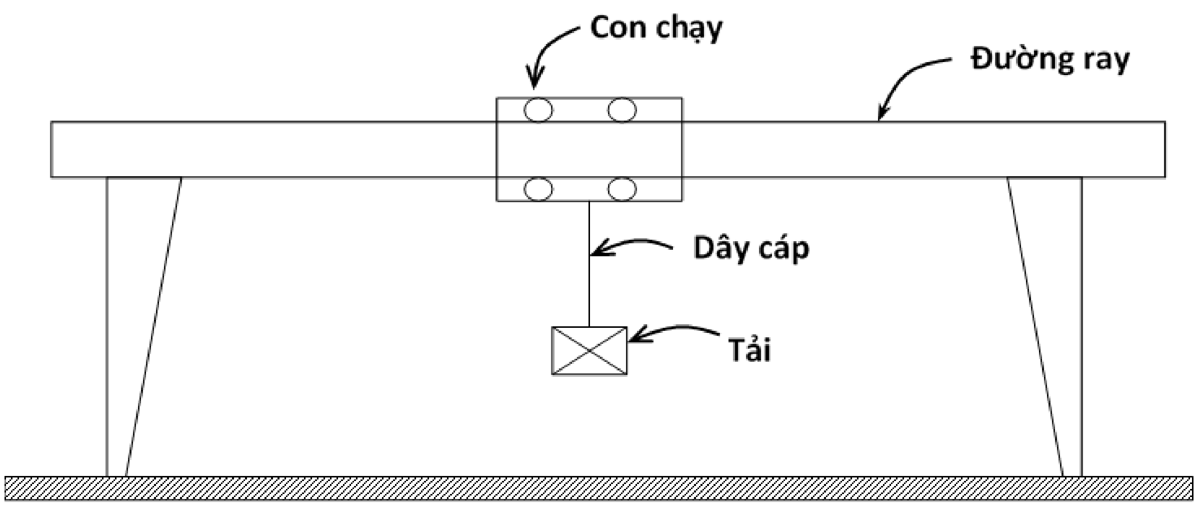
Các trường hợp với nhiệt độ đặt khác có thể suy từ bảng trên theo nguyên tắc nhiệt độ đặt càng lớn, nhiệt lượng tổn thất càng lớn, công suất cung cấp càng gia tăng.

Bộ điều khiển dùng phép giao tập hợp theo nguyên lý cực tiểu, phép hợp thành cực đại – cực tiểu, giải mờ theo phương pháp độ cao. Kết quả đáp ứng hàm nấc có dạng thấp nhụt với các chỉ tiêu chất lượng, tùy theo nhiệt độ đặt từ nhiệt độ môi trường đến 2000C, đo được như sau: Phần trăm vọt lố : e_m 5%. Sai số xác lập : e_S 0.50C. Thời gian xác lập t_s 10 phút.

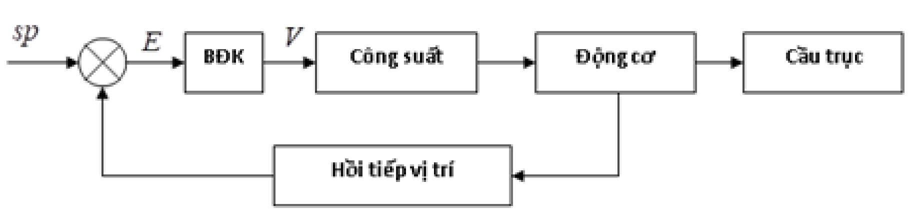
Nhìn chung bộ điều khiển mờ nhiệt độ có ưu điểm là dễ thiết kế, trực quan, dễ chỉnh. Tuy nhiên có nhược điểm là đòi hỏi kinh nghiệm và cần thời gian điều chỉnh để đạt mong muốn. Hướng mở rộng là thích nghi với nhiệt độ môi trường, một loại nhiễu của hệ thống điều khiển nhiệt độ, thêm một đầu vào nhiệt độ môi trường ở bộ điều khiển.

9.6 Hệ thống điều khiển mờ động cơ

Hệ thống điều khiển động cơ được minh hoạ qua một trường hợp nghiên cứu, là hệ thống điều khiển định vị cần trục với mô hình cần trục như ở hình sau.



Con chạy cần trục di chuyển theo phương ngang trên đường ray mang theo 1 tải trọng qua dây cáp. Mô hình dùng hình thức truyền động bánh răng gắn liền với trục động cơ, chuyển động trên đường ray có rãnh đồng dạng. Tải trọng thay đổi, động cơ sẽ chịu mô men cản khác nhau. Mục tiêu điều khiển là mang tải từ một vị trí ban đầu đưa đến một ví trí sau cùng sao cho chính xác, nhanh chóng và ít dao động. Sơ đồ khối của hệ thống điều khiển như hình sau.

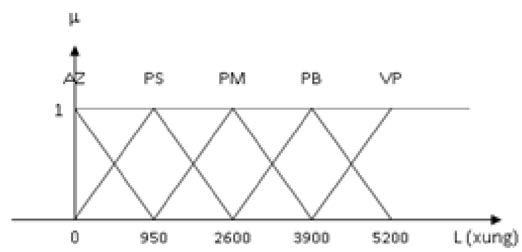


Động cơ được sử dụng là động cơ DC. Công suất cho động cơ là bộ cắt điện một chiều có đảo cực để điều khiển động cơ quay thuận nghịch. Năng lượng cấp cho động cơ được điều khiển theo phương pháp điều rộng xung PWM.

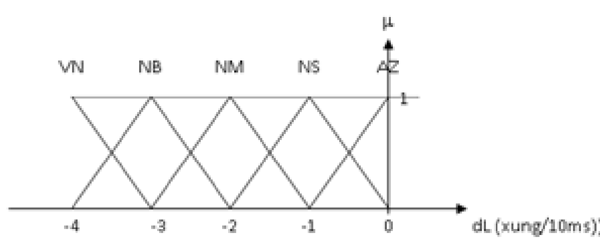
Cảm biến vị trí là bộ mã hoá gia tăng. Cảm biến góc lệch sử dụng biến trở xoay. Thiết bị điều khiển dùng máy tính PC với sự hỗ trợ của card giao tiếp PCL 818L. Phương pháp điều khiển sử dụng là điều khiển mờ.

Bộ điều khiển mờ được sử dụng với tín hiệu sai lệch vị trí hay khoảng cách L qua khâu vi phân D để có tín hiệu vi phân sai lệch vị trí hay vi phân khoảng cách dL vào hệ mờ FS. Khâu tích phân ở ngỏ ra hệ mờ để tạo tín hiệu điều khiển v từ tín hiệu vi phân điều khiển dv. Các biến vào hệ mờ bao gồm sai lệch vị trí hay khoảng cách L, vi phân sai lệch vị trí hay vi phân khoảng cách dL. Biến ra của hệ mờ là vi phân điện áp điều khiển dv.

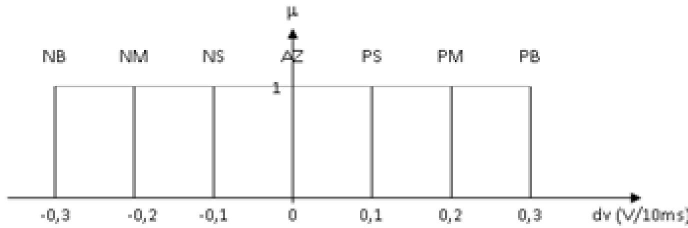
Tín hiệu khoảng cách L được tính theo số xung, có miền xác định vật lý quan tâm X = [0,5200] xung, được phân trạng thái trong miền ngôn ngữ bởi 5 số mờ trên X là AZ, PS, PM, PB, VP là các số mờ tam giác như hình sau.



Tín hiệu vi phân khoảng cách dL có miền xác định vật lý quan tâm Y = [-4,0] xung/10ms, được phân trạng thái trong miền ngôn ngữ bởi 5 số mờ trên Y là VN, NB, NM, NS, AZ là các số mờ tam giác như hình sau.



Tín hiệu ra hệ mờ là biến vi phân áp điều khiển dv có miền xác định vật lý quan tâm Z = [-0.3,0.3] V/10ms, được phân trạng thái trong miền ngôn ngữ bởi 7 số mờ trên Z là NB, NM, NS, AZ, PS, PM, PB là các số mờ Kronecker như hình sau.

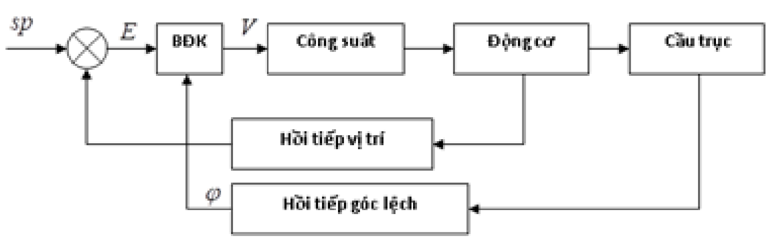


Các luật điều khiển được thành lập dựa vào các phân tích trực quan như ở bảng sau.

dv		L				
		AZ	PS	PM	PB	VP
dL	VN	NB	NB	NM	NS	AZ
	NB	NB	NM	NS	AZ	PS
	NM	NM	NS	AZ	PS	PM
	NS	NS	AZ	PS	PM	PM
	AZ	AZ	PS	PM	PM	PB

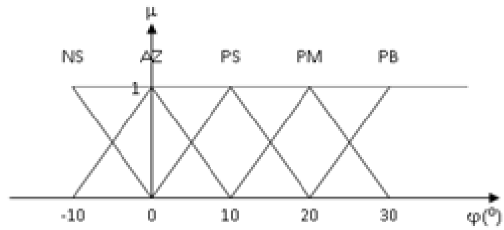
Bộ điều khiển dùng phép giao tập hợp theo nguyên lý cực tiểu, phép hợp thành cực đại- cực tiểu, giải mờ theo phương pháp độ cao. Kết quả hệ thống ổn định với các chỉ tiêu chất lượng đo được: Phần trăm vọt lố, e_m = 0. Sai số xác lập, e_S= 1 mm/750 mm (5/4383 xung/xung).

Với cầu trục trong thực tế, ngoài yêu cầu điều khiển vị trí ta còn quan tâm đến độ dao động của cáp treo hàng khi con chạy dừng lại. Hệ thống được mở rộng bằng cách thêm một ngỏ vào là góc lệch của cáp treo so phương thẳng đứng. Cảm biến góc lệch là biến trở xoay ở đầu dây cáp. Sơ đồ khối của hệ thống điều khiển như hình sau.



Bộ điều khiển mờ được sử dụng với các biến vào hệ mờ bao gồm khoảng cách L, vi phân khoảng cách dL, góc lệch . Biến ra của hệ mờ là vi phân điện áp điều khiển dv. Tín hiệu góc lệch có miền xác định vật lý quan tâm

Z = [-10,30]0 , được phân trạng thái trong miền ngôn ngữ bởi 5 số mờ trên Z là NS, AZ, PS, PM, PB là các số mờ tam giác như hình sau.



Các luật điều khiển có dạng: Nếu khoảng cách là A và vi phân khoảng cách là B và góc lệch là C thì vi phân điện áp điều khiển là D. Trong đó A, B, C, D lần lượt là các tập mờ trên X, Y, Z, W lần lượt mô tả trạng thái của L, dL, , dv. Các luật điều khiển được thành lập dựa vào các phân tích trực quan như ở sau. Với = NS:

V		L				
		AZ	PS	PM	PB	VP
dL	VN	NB	NB	NM	NS	AZ
	NB	NB	NM	NS	AZ	PS
	NM	NM	NS	AZ	PS	PM
	NS	NS	AZ	PS	PM	PM
	AZ	AZ	PS	PM	PM	PB

Với = AZ:

V		L				
		AZ	PS	PM	PB	VP
dL	VN	NB	NB	NM	NS	AZ
	NB	NB	NM	NS	AZ	PS
	NM	NM	NS	AZ	PS	PM
	NS	NS	AZ	PS	PM	PM
	AZ	AZ	PS	PM	PM	PB

Với = PS:

V		L				
		AZ	PS	PM	PB	VP
dL	VN	NB	NB	NM	NS	AZ
	NB	NB	NM	NS	AZ	PS
	NM	NM	NS	AZ	PS	PM
	NS	NS	AZ	PS	PM	PM
	AZ	AZ	PS	PM	PM	PB

Với = PM:

V		L				
		AZ	PS	PM	PB	VP
dL	VN	NB	NB	NM	NS	AZ
	NB	NB	NM	NS	AZ	PS
	NM	NM	NS	AZ	PS	PM
	NS	NS	AZ	PS	PM	PM
	AZ	AZ	PS	PM	PM	PB

Với = PB

V		L				
		AZ	PS	PM	PB	VP
dL	VN	NB	NB	NM	NS	AZ
	NB	NB	NM	NS	AZ	PS
	NM	NM	NS	AZ	PS	PM
	NS	NS	AZ	PS	PM	PM
	AZ	AZ	PS	PM	PM	PB

Chương 10
RA QUYẾT ĐỊNH

- Xếp hạng mềm
- Đánh giá tổng hợp mềm
- Ra quyết định mềm đơn
- Ra quyết định mềm nhóm
- Ra quyết định mềm đa tiêu chuẩn
- Ra quyết định mềm theo mục tiêu
- Ra quyết định mềm Bayes

Ra quyết định, một hoạt động cơ bản của con người trong cuộc sống hàng ngày được bắt đầu nghiên cứu từ cuối thế kỹ 18. Kỹ thuật ra quyết định nghiên cứu việc ra quyết định thường gặp trong các lĩnh vực quản lý, trong đó quá trình ra quyết định là quan trọng cho các chức năng như kiểm soát tồn kho, đầu tư, nhân sự, phát triển sản phẩm, phân bổ nguồn lực, … Ra quyết định bao gồm cả việc chọn lựa phương án nên quan trọng trong nhiều lĩnh vực về khoa học xã hội cũng như khoa học tự nhiên và kỹ thuật.

Ra quyết định kinh điển liên quan đến tập các kết quả ra, tập các tác động vào, quan hệ vào ra, hàm tiện ích hay hàm mục tiêu của vấn đề. Ra quyết định kinh điển bao gồm:

- Ra quyết định trong điều kiện xác định
- Ra quyết định trong điều kiện bất định.

Ra quyết định trong điều kiện xác định khi kết quả ra cho mỗi tác động vào là xác định và có thể xếp hạng chính xác. Trong trường hợp này phương án tác động vào cho kết quả ra cực đại hàm tiện ích được chọn. Bài toán ra quyết định ở đây là bài toán cực đại hàm tiện ích hay bài toán tối ưu. Ra quyết định trong điều kiện bất định lại chia làm hai loại:

- Biết phân bố xác xuất kết quả ra.
- Không biết phân bố xác xuất kết quả ra.

Khi biết phân bố xác xuất kết quả ra ta thường gọi là Ra quyết định trong điều kiện rủi ro. Ra quyết định trong điều kiện rủi ro khi kết quả ra cho mỗi tác động vào là ngẫu nhiên và được mô hình bởi phân bố xác xuất có điều kiện. Bài toán ra quyết định ở đây là bài toán cực đại kỳ vọng tiện ích. Khi không biết phân bố xác xuất kết quả ra hay thậm chí mô hình xác suất là không thích hợp, một số mô hình được sử dụng như các mô hình Laplace, Maximax, maximin, Hurwicz, minimax, minimin. Các mô hình này là những mô hình mang tính trực quan với những giả sử đơn giản, đôi khi không phù hợp và đây chính là lĩnh vực ứng dụng của ra quyết định mơ.

Ra quyết định mềm ứng dụng tính tóan mềm trong việc ra quyết định bao gồm việc mềm hoá lý thuyết ra quyết định cổ điển. Ra quyết định trong điều kiện rủi ro được mô hình bởi lý thuyết quyết định ngẫu nhiên và lý thuyết trò chơi. Ra quyết định mềm giải quyết bài toán với tính gần đúng và tính không rõ ràng trong sự thiết lập ý thích, ràng buộc, mục đích của con người.

Có nhiều lớp bài toán ra quyết định mờ, việc phân loại dựa vào tiêu chuẩn bao gồm loại đơn tiêu chuẩn hay đa tiêu chuẩn, phân loại dựa vào số người ra quyết định bao gồm quyết định đơn hay quyết định nhóm, phân loại dựa vào ràng buộc với tối ưu không ràng buộc hay có ràng buộc, phân loại dựa vào mục tiêu bao gồm đơn mục tiêu hay đa mục tiêu, phân loại dựa vào giai đoạn bao gồm đơn hay đa giai đoạn. Mặt khác việc mềm hóa bài toán Ra quyết định Bayes kinh điển cũng là phần trọng tâm của chương này. Trước khi đi vào quyết định mờ, ta xem lại quyết định kinh điển với một số thuật ngữ và mô hình.

10.1 Xếp hạng mềm

Trong nhiều bài toán ra quyết định mờ, chỉ số đánh giá phương án thường là số mờ. Để chọn lựa phương án ta thường phải so sánh, xếp hạng các số mờ hay là xếp hạng mềm. Xếp hạng mềm ứng dụng tính toán mềm trong bài toán xếp hạng.

10.1.1 Cực trị mềm

Xem hai số thực x và y, các toán tử cực trị min và max trên tập số thực định bởi:

$$\min(x, y) = \begin{cases} x, & x \le y \\ y, & y \le x \end{cases}$$

$$\max(x, y) = \begin{cases} y, & x \le y \\ x, & y \le x \end{cases}$$

Nhằm so sánh các số mờ, ta mở rộng các toán tử min và max trên tập các số thực là thành các toán tử min và max trên tập các số mờ. Xem hai số mờ A và B ta xây dựng các tập mờ min(A,B) và max(A,B) theo nguyên lý mở rộng như sau:

$$\mu_{\min(A,B)}(z) = \sup_{z=\min(x,y)}$$

$$\mu_{\min(A,B)}(z) = \sup_{z=\min(x,y)} \min[\mu_A(x), \mu_B(y)]$$

$$\mu_{\max(A,B)}(z) = \sup_{z=\max(x,y)} \min[\mu_A(x), \mu_B(y)]$$

Vì min và max là những toán tử liên tục trên tập số thực nên có thể chứng minh được các tập mờ min(A,B) và max(A,B) với hàm thành viên xác định như trên là những số mờ.

Ví dụ: Xem hai số mờ tam giác A(1,3,3) và B(2,1,1)

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & , x \le -2 \\ (x+2)/3 & , -2 \le x < 1 \\ (4-x)/3 & , 1 < x \le 4 \\ 0 & , x > 4 \end{cases}$$

$$\mu_B(x) = \begin{cases} 0 & , x \le 1 \\ (x-1) & , 1 \le x < 2 \\ (3-x) & , 2 < x \le 3 \\ 0 & , x > 3 \end{cases}$$

Các số mờ min(A,B) và max(A,B) tính được như sau

$$\mu_{\min(A,B)}(x) = \begin{cases} 0 & , x \le -2 \\ (x+2)/3 & , -2 \le x < 1 \\ (4-x)/3 & , 1 < x \le 2.5 \\ (3-x) & , 2.5 < x \le 3 \\ 0 & , x > 3 \end{cases}$$

$$\mu_{\max(A,B)}(x) = \begin{cases} 0 & ,x \le 1 \\ (x-1) & ,1 \le x < 2 \\ (3-x) & ,2 < x \le 2,5 \\ (4-x)/3 & ,2,5 < x \le 4 \\ 0 & ,x > 4 \end{cases}$$

Các tính chất của toán tử cực trị mờ:

- Giao hoàn: min(A,B) = min(B,A), max(A,B) = max(B,A)
- Bất biến: min (A,A) = A, max (A,A) = A
- Hấp thụ: min [A, max (A,B)] = A, max [A, min (A,B)] = A
- Liên kết

min [min (A,B),C] = min [A, min (B,C)]

max[max (A,B),C] = max [A, max (B,C)]

- Phân bố

min [A,max(B,C)] = max [min(A,B), min(A,C)]

max [A, min (B,C)] = min [max(A,B), max(A,C)]

10.1.2 So sánh mềm

Xem hai số mờ A và B, so sánh số mờ được xác định qua các toán tử “ ” hay “ ”, tuy nhiên cần để ý rằng

A B B A

a. So sánh dùng tập cắt

Khi đã xây dựng xong các toán tử cực trị trên số mờ ta có thể xây dựng toán tử so sánh mờ so sánh các số mờ khi một trong các điều kiện sau thỏa

- min(A,B) = A, hay
- max(A,B) = B

A B min(A,B) = A hay max(A,B) = B

min(A ,B) = A hay max(A ,B) = B

A B

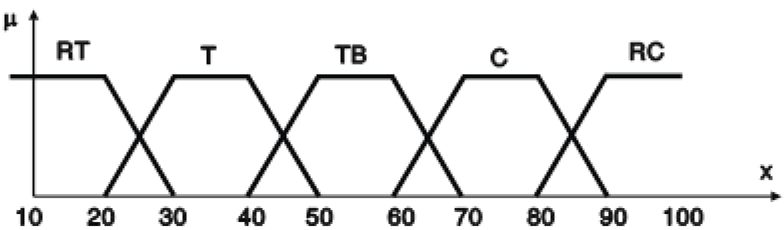
a_1 b_1, a_2 b_2 (A = [a_1, b_1], B = [a_2,b_2])

Phương pháp so sánh dùng tập cắt dựa trên tập cắt của các số mờ. Xem hai tập mờ A và B với các tập cắt A = [a_1, a_2], B = [b_1, b_2], [0,1]. Ta có:

A B A B

a_1 b_1, a_2 b_2

Các biến ngôn ngữ xác định bởi các số mờ thường là so sánh được với nhau như ở hình sau.



Ta có:

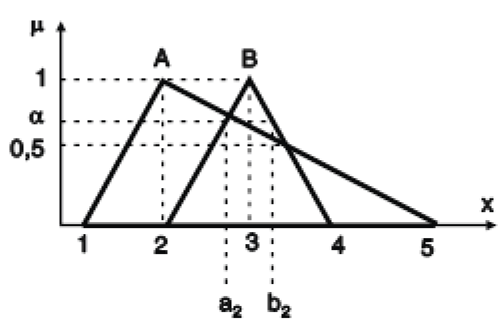
RT T TB C RC

Tổng quát khi so sánh hai số mờ A và B, ta có:

- Min(A,B) A
- Max(A,B) B

Trong trường hợp này, số mờ không thể được so sánh bằng các dùng các toán tử cực trị số mờ nêu trên, từ đó không thể dùng các biễu thức trên để so sánh.

Ví dụ: Xem hai số mờ A và B như ở hình sau.



Với mọi [0,1] ta có a_1 b_1 nhưng:

[0 ; 0,5] b_2 a_2

[0,5 ; 1] a_2 b_2

Phương pháp dùng tập cắt không dùng được trong trường hợp này. Nhiều phương pháp so sánh mềm được sử dụng thay thế, ở đây ta xem hai phương pháp:

- Phương pháp khoảng cách Hamding
- Phương pháp dùng nguyên lý mở rộng.

b. So sánh theo phương pháp khoảng cách Hamding

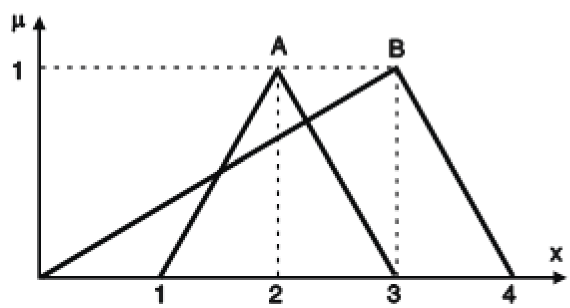
Xem hai số mờ A và B trên R, khoảng Hamming được xây dựng như sau:

$$d(A,B) = \int_R \left|\mu_A(x) - \mu_B(x)\right| dx$$

Việc so sánh hai số mờ A và B được thực hiện qua số mờ max(A,B) khi so sánh các khoảng Hamming như sau:

d(max(A,B),A) d(max(A,B),B) A B

Ví dụ: Xem hai số mờ A và B như ở hình sau.



Khoảng cách Hamding d(max(A,B),A) tính được như sau:

$$d(\max(A,B),A) = \int_{1,5}^{2}(x-1-x/3)dx + \int_{2}^{2,25}(-x+3-x/3)dx + \int_{2,5}^{3}(x-3+x/3)dx + \int_{3}^{4}(4-x)dx$$

d(max(A,B),A) =1

Tương tự:

d(max(A,B),B) = 0,25

d(max(A,B),A) d(max(A,B),B)

A B

c. So sánh theo nguyên lý mở rộng

Phương pháp này so sánh hai số mờ A và B bằng cách xây dựng chỉ số xếp hạng nhằm đánh giá mức độ một tập mờ được xem là lớn nhất. Chỉ số xếp hạng của A và B dựa vào nguyên lý mở rộng được xác định như sau:

[redacted]

Mỗi tập mờ sẽ có một chỉ số xếp hạng, tập mờ có chỉ số lớn hơn sẽ được xem là lớn hơn.

Ví dụ: Xem lại bài tóan so sánh hai tập mờ A và B ở ví dụ trên, chỉ số xếp hạng của A và B tính được:

$$P(A) = \sup_{x>y} \min[\ \mu_A(x), \mu_B(y)] = 0.75$$

$$P(B) = \sup_{y>x} \min[\ \mu_A(x), \mu_B(y)] = 1$$

$$P(A) < P(B) \quad A < B$$

Ta thấy phương pháp này cho cùng kết quả với các phương pháp trên.

10.1.3 Xếp hạng mềm

Xếp hạng mềm là so sánh nhiều số mờ, các phương pháp so sánh mềm trên đều có thể sử dụng, riêng phương pháp dùng nguyên lý mở rộng có thể mở rộng từ so sánh hai số mờ thành so sánh nhiều số mờ như sau. Xem n tập mờ A_i, $i\ \ N_n$. Với mỗi tập mờ A_i, $i\ \ N_n$, chỉ số xếp hạng của A_i dựa vào nguyên lý mở rộng được xác định như sau:

$$P(A_i) = \sup_{r_i > r_j, j\in N_n} \min_{k\in N_n} [\mu_{A_k}(r_k)]$$

Mỗi tập mờ sẽ có một chỉ số xếp hạng, tập mờ có chỉ số lớn hơn sẽ được xem là lớn hơn.

10.2 Đánh giá tổng hợp mềm

Đánh giá tổng hợp mềm ứng dụng tính toán mềm nhằm tổng hợp các đánh giá các phần tử theo các thang bậc đánh giá qua các tiêu chuẩn đánh giá thành một thể tích hợp thống nhất trong đó trọng số các tiêu chuẩn đánh giá. Gọi tập các yếu tố hay tiêu chuẩn đánh giá là C:

$$C = \quad c_i,\ i\ \ N_m$$

Tập các thang bậc đánh giá X:

$$X = \quad x_j,\ j \quad N_n$$

Đánh giá phần tử theo các thang bậc đánh giá qua các tiêu chuẩn đánh giá có thể biểu thị bởi ma trận quan hệ trên tập tích C X:

$$R: C \quad X \qquad [0,1]$$

$$R = [r_{ij}],\ i \quad N_m,\ j \quad N_n$$

Trong đó r_{ij} là đánh giá theo tiêu chuẩn i ở thang bậc j. Trọng số tiêu chuẩn được thể hiện qua véc tơ mờ W:

$$W = \{w_i, i \in N_m\}$$

$$\sum_{i=1}^{m} w_i = 1$$

Đánh giá tổng hợp là tập mờ E trên X tìm được qua phép hợp thành các tập mờ W và R:

$$E = W \quad R$$

Đánh giá rõ có thể thực hiện qua một phép giải mờ tập mờ E.

Ví dụ: Các tiêu chuẩn đánh giá một máy tính bao gồm tính năng vận hành P, giá C, tính khả dụng A và phần mềm S. Các thang bậc đánh giá bao gồm tốt E, khá S, trung bình A, xấu I. Một mẫu máy tính được đánh giá qua ma trận mờ sau:

$$R = \begin{array}{c} \\ P \\ C \\ A \\ S \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} E & S & A & I \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0{,}1 & 0{,}3 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}0 & 0{,}1 & 0{,}8 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}4 & 0{,}3 & 0{,}2 \end{bmatrix} \end{array}$$

Véc tơ trọng số tiêu chuẩn:

$$W = [0{,}4\ 0{,}3\ 0{,}2\ 0{,}1]$$

Tập mờ đánh giá tích hợp:

$$E = W \circ R = [0{,}4\ \ 0{,}3\ \ 0{,}2\ \ 0{,}1] \circ \begin{bmatrix} 0{,}1 & 0{,}3 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}0 & 0{,}1 & 0{,}8 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}6 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}4 & 0{,}3 & 0{,}2 \end{bmatrix} = [0{,}1\ 0{,}3\ 0{,}4\ 0{,}2]$$

Từ tập mờ E, giải mờ ta rút ra kết luận đánh giá chung cuộc mẫu máy này là trung bình A.

10.3 Ra quyết định mềm đơn

Quyết định mềm đơn ứng dụng tính toán mềm xây dựng mô hình ra quyết định trong điều kiện bất định với một người ra quyết định, các mô hình được giới thiệu ở phần này bao gồm:

- Mô hình Bellman và Zadeh
- Mô hình Shimura.

10.3.1 Mô hình Bellman và Zadeh

Bellman và Zadeh năm 1970 đã xây dựng mô hình quyết định mềm đơn với mục tiêu và ràng buộc được mô hình bởi các tập mờ. Mô hình có giả sử các mục tiêu và ràng buộc không phụ thuộc hay tương tác với nhau, quyết định được xác định bằng cách tích hợp các tập mờ mục tiêu và ràng buộc một cách thích hợp. Mô hình quyết định bao gồm:

- Tập các phương án A với các phương án a_i, i $\quad N_m$
- Tập các mục đích G_j, j $\quad N_n$là các tập mờ trên A
- Tập ràng buộc C_k, k $\quad N_l$là các tập mờ trên A.

Từ các tập mờ Gj và Ck, tập mờ quyết định D được xác định:

$$D = [\ {}_jG_j]\quad [kC_k]$$

Tập mờ D cũng là một tập mờ trên A. Theo hàm giao mờ chuẩn:

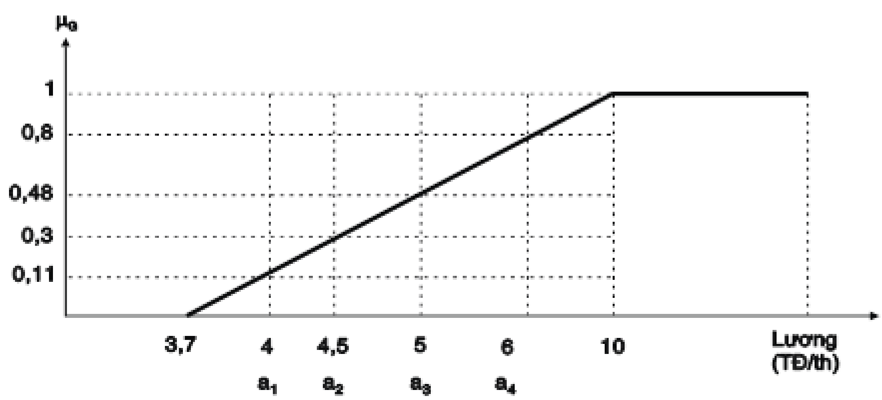
$$_D(a_i) = \min[\min_j\ {}_{Gj}(a_i), \min_k\ {}_{Ck}(a_i)],\ i \quad N_m$$

Phương án chọn lựa là phương án có mức thành viên cao nhất trong tập mờ quyết định D. Khi tập mờ A là tập liên tục, phương án chọn lựa được xác định qua phép giải mờ tập mờ quyết định D.

Ví dụ: Một người tìm việc với mục đích là lương cao và các ràng buộc là công việc hấp dẫn và gần nhà. Có bốn công việc a_1, a_2, a_3, a_4. Mức lương S, khoảng cách D từ nhà đến nơi làm và độ hấp dẫn A của bốn công việc như ở bảng sau:

	S (TĐ/th)	D (km)	A
a_1	4,0	27	0,4
a_2	4,5	7,5	0,6
a_3	5,0	12	0,2
a_4	6,0	2,9	0,2

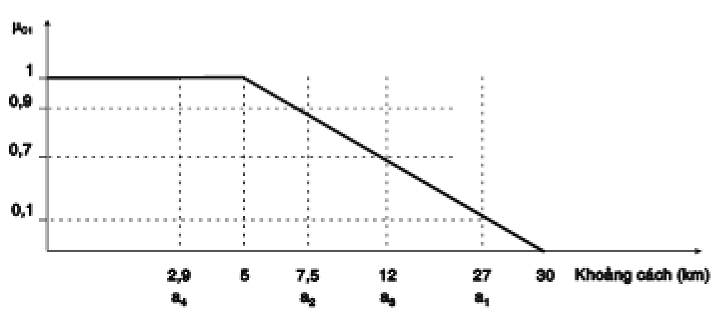
Tập mờ lương cao trên tập cơ sở là lương có hàm thành viên như ở hình sau:



Dựa vào tập mờ lương cao trên tập lương ta thấy tập mờ lương cao G trên tập A là:

$$G = 0{,}11/a_1 + 0{,}3/a_2 + 0{,}48/a_3 + 0{,}8/a_4$$

Tương tự tập mờ khoảng cách gần trên tập cơ sở khoảng cách như ở hình sau.



Dựa vào các tập mờ gần trên tập khoảng cách ta thấy tập mờ khoảng cách gần C1 trên tập A là:

$$C_1 = 0{,}1/a_1 + 0{,}9/a_2 + 0{,}7/a_3 + 0{,}1/a_4$$

Dựa vào bảng số liệu, tập mờ (công việc) hấp dẫn C2 trên tập A là:

$$C_2 = 0{,}4/a_1 + 0{,}6/a_2 + 0{,}2/a_3 + 0{,}2/a_4$$

Tập mờ quyết định D trên tập công việc A định bởi các tập mờ G, C1, C2 theo công thức trên là:

$$D = 0{,}1/a_1 + 0{,}3/a_2 + 0{,}2/a_3 + 0{,}2/a_4$$

Từ tập mờ quyết định D công việc a2 được chọn vì có mức hàm thành viên cao nhất. Một phương pháp mở rộng mô hình mờ trên là mô hình mức độ quan trọng của các mục đích và các ràng buộc qua sử dụng các trọng số khác nhau cho các mục đích và các ràng buộc. Trong trường hợp này quyết định mờ D là tổ hợp lồi có trọng số của các tập mờ mục đích G_j và các tập mờ ràng buộc C_k.

$$\mu_D(a_i) = \sum_{j=1}^{n} u_j \, \mu_{G_j}(a_i) + \sum_{k=1}^{l} v_k \mu_{C_k}(a_i)$$

$$\sum_{j=1}^{n} u_j + \sum_{k=1}^{l} v_k = 1, \; u_j, \; v_k \geq 0$$

Trong đó u_j và v_k lần lượt là trọng lượng của G_j và C_k

10.3.2 Mô hình Shimura

Mô hình Shimura hay mô hình mức hấp dẫn xếp hạng phương án theo từng cặp theo mức hấp dẫn. Trong phương pháp này gọi $f(x_i, x_j)$ là mức hấp dẫn của phương án x_i so với phương án x_j, x_i, x_j X. Mức hấp dẫn $f(x_i, x_j)$ được xác định qua một thang bậc cho trước. Từ mức hấp dẫn $f(x_i, x_j)$ ta xác định mức hấp dẫn tương đối $F(x_i, x_j)$ như sau:

$$F(x_i, x_j) = f(x_i, x_j) / \max [f(x_i, x_j), f(x_j, x_i)]$$

$$F(x_i, x_j) = \min [1, f(x_i, x_j)/f(x_j, x_i)], <x_i, x_j> \quad X^2$$

Mức hấp dẫn tương đối $F(x_i, x_j)$ có các tính chất sau:

$$F(x_i, x_j) \quad [0,1], <x_i, x_j> \quad X^2.$$

$$\max [F(x_i, x_j), F(x_j, x_i)] = 1.$$

Có thể xem hàm F là hàm thành viên của một quan hệ mờ trên X^2. Với hàm F, mỗi phương án x_i sẽ có một mức ưa thích $p(x_i)$ định bởi:

$$p(x_i) = \min [F(x_i, x_j) \quad x_j \quad X].$$

Ví dụ: Một người chọn mua xe với thanh bậc mức hấp dẫn f giữa các loại xe như ở bảng sau:

$f(x_i, x_j)$	Mức hấp dẫn của x_i so với x_j
1	Nhỏ
3	Vừa
5	Trung bình
7	Mạnh
9	Rất mạnh
2,4,6,8	Các mức trung gian

Có năm loại xe A, B, C, D, E được chọn lựa với mức hấp dẫn f giữa các loại xe như ở bảng sau:

$f(x_i, x_j)$	A	B	C	D	E
A	1	7	9	3	8
B	3	1	3	2	4
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Mức hấp dẫn tương đối F giữa các loại xe và mức ưa thích p của các loại xe tính được như ở bảng sau:

$F(x_i, x_j)$	A	B	C	D	E	$p(x_i)$
A	1	0,43	0,11	0,67	0,25	0,11
B	1	1	0,33	1	1	0,33
C	1	1	1	1	1	1
D	1	0,29	0,43	1	0,43	0,29
E	1	0,66	0,625	1	1	0,625

Theo mức ưa thích, xe C có mức ưa thích cao nhất, tiếp theo là E, rồi B, rồi D, cuối cùng là A.

10.4 Ra quyết định mềm nhóm

Khi quyết định được tạo bởi nhiều người có hai vấn đề cần phân biệt với việc ra quyết định bởi một người. Thứ nhất, các phần tử trong nhóm có thể có mục đích khác nhau dẫn đến xếp hạng các phương án khác nhau. Thứ hai, các phần tử trong nhóm có thể truy cập thông tin khác nhau để ra quyết định. Lý thuyết trò chơi n người để ý đến cả hai vấn đề trên trong khi lý thuyết nhóm về ra quyết định chỉ để ý đến vấn đề 2 và lý thuyết quyết định nhóm chỉ để ý đến vấn đề 1. Sau đây ta khảo sát một mô hình quyết định mềm nhóm là mô hình Blin & Whinston

Mô hình quyết định mềm nhóm được Blin & Whinston đề nghị vào 1973. Mỗi phần tử trong nhóm n nhà ra quyết định sẽ có xếp hạng P_k, k N_n là xếp hạng các phương án x_i trong tập phương án X của riêng mình. Mức ưa thích của nhóm có thể xác định bởi quan hệ mờ S trên tập X^2:

$$R: X^2 \quad [0,1]$$

Trong đó $R(x_i, x_j)$ biểu thị mức ưa thích phương án x_i hơn phương án x_j của nhóm. Một phương pháp xác định $S(x_i, x_j)$ như sau:

$$R(x_i, x_j) = N(x_i, x_j)/n$$

$N(x_i, x_j)$: số người ưa thích phương án x_i hơn phương án x_j. Khi đã xác định được quan hệ mờ R, ta xác định được các quan hệ rõ là các tập cắt R , trong đó   [0,1] biểu thị *mức đồng ý* giữa các phần tử trong nhóm cho các xếp hạng định bởi tập R . Từ các xếp hạng bán phần R   ta xác định các xếp hạng toàn phần O tương ứng với R . Giảm dần từ 1 về 0, tìm các tập O và các tập giao tích lũy giữa các tập O này đến một giá trị * thỏa điều kiện tập giao tích lũy O_1 … O $_*$ chỉ còn một phần tử hay 1 xếp hạng toàn phần. Xếp hạng này chính là xếp hạng được chọn lựa với mức đồng ý của cả nhóm * là mức đồng ý cao nhất.

Ví dụ: Xem tập phương án X = w, x, y, z , với nhóm ra quyết định gồm 8 người kết quả xếp hạng các phương án như sau:

- P_1= <w,x,y,z>
- P_2= P_5= <z,y,x,w>
- P_3= P_7<x,w,y,z>
- P_4= P_8<w,z,x,y>
- P_6= <z,w,x,y>

Quan hệ mờ nhóm tính được theo ma trận sau:

$$R = \begin{vmatrix} 0 & 0,5 & 0,75 & 0,625 \\ 0,5 & 0 & 0,75 & 0,375 \\ 0,25 & 0,25 & 0 & 0,375 \\ 0,375 & 0,625 & 0,625 & 0 \end{vmatrix}$$

Các tập cắt của quan hệ mờ R:

R_1=

$R_{0,75}$= <w,y>,<x,z>

$R_{0,625}$= <w,z>,<z,x>,<z,y>,<w,y>,<x,y>

$R_{0,5}$= <x,w>,<w,x>,<w,z>,<z,x>,<z,y>,<w,y>,<x,y>

$R_{0,375}$= <z,w>,<x,z>,<y,z>,<x,w>,<w,x>,<w,z>,<z,x>,<z,y>,<w,y>,<x,y>

$R_{0,25}$= <y,w>,<y,x>,<z,w>,<x,z>,<y,z>,<x,w>,<w,x>,<w,z>,<z,x>,<z,y>,<w,y>,<x,y>

Tập xếp hạng toàn phần O_1 tương ứng với tập cắt S_1 là tất cả xếp hạng có thể của 4 phương án. Tập xếp hạng toàn phần $O_{0,75}$ tương ứng với tập cắt $R_{0,75}$:

$O_{0,75}$= <z,w,x,y>,<w,x,y,z>,<w,z,x,y>,<w,x,z,y>,<z,x,w,y>,<x,w,y,z>,<x,z,w,y>,<x,w,z,y>

Tập giao tích lũy:

$$O_1 \quad O_{0,75} = O_{0,75}$$

Xếp hạng toàn phần O0,625 tương ứng với tập cắt $R_{0,625}$

$$O_{0,625} = \quad \langle w,z,x,y\rangle,\langle w,z,y,x\rangle$$

Tập giao tích lũy:

$$O_1 \quad O_{0,75} \quad O_{0,625} = \quad \langle w,z,x,y\rangle$$

Tập giao tích lũy $O_1 \quad O_{0,75} \quad O_{0,625}$ là tập đơn. Vậy 0,625 là mức đồng ý của nhóm với sự chọn lựa xếp hạng toàn phần <w,z,x,y>.

10.5 Ra quyết định mềm đa tiêu chuẩn

Trong quyết định đa tiêu chuẩn, các phương án được đánh giá theo một số tiêu chuẩn. Mỗi tiêu chuẩn tạo một xếp hạng phương án riêng. Tương tự quyết định nhóm, mỗi người ra quyết định có một xếp hạng riêng của mình. Các xếp hạng riêng theo tiêu chuẩn hay theo người ra quyết định này cần được tích hợp để có xếp hạng phương án chung cho các tiêu chuẩn hay cho cả nhóm.

Gọi A = $a_{i,}$ i N_m là tập m phương án chọn lựa và C = $c_{j,}$ j N_n là tập n tiêu chuẩn chọn lựa. Thông tin cơ bản trong ra quyết định đa tiêu chuẩn có thể được mô tả trong ma trận quan hệ R trên tập C A:

$$R: C \quad A \quad [0,1]$$

$$R = [r_{ij}],\ i \quad N_m,\ jm$$

Phần tử r_{ij} của ma trận quan hệ R có nghĩa là mức độ thoả mãn tiêu chuẩn c_i của phương án a_j. Xếp hạng r_i của phương án ai tính được theo hàm tích hợp h đã khảo sát:

$$r_i = h(r_{ij,} j \quad N_m),\ in$$

Một hàm tích hợp thường được dùng là hàm trung bình có trọng số:

$$r_i = \sum_{j=1}^{n} w_j r_{ij}$$

- w_j: trọng số của tiêu chuẩn c_j.

Thực tế, thông tin quan hệ phương án – tiêu chuẩn có thể thu thập qua ma trận R’ = [redacted] với các phần tử là số thực bất kỳ, ta có thể chuẩn hoá ma trận R’ thành ma trận chuẩn hoá R bởi phép chuẩn hóa:

$$r_{ij} = \frac{r'_{ij} - \min\limits_{j \in N_n} r'_{ij}}{\max\limits_{j \in N_n} r'_{ij} - \min\limits_{j \in N_n} r'_{ij}},\ \forall i \in N_m,\ j \in N_n$$

Trong trường hợp tổng quát các mức thoả mãn rij và các trọng số wi là các số mờ, lúc này r_j thành các số mờ. Việc xếp hạng phương án trở thành việc tính toán và xếp hạng các số mờ r_j, là các vấn đề đã được khảo sát.

Một mô hình ra quyết định đa tiêu chuẩn khác là Mô hình Yager. Mô hình Yager giúp ra quyết định chọn lựa các phương án dựa vào nhiều tiêu chuẩn có trọng số khác nhau. Gọi tập phương án là A bao gồm m phương án:

$$A = \quad a_{i,}\ i \quad N_m$$

Tập tiêu chuẩn C với n tiêu chuẩn:

$$C = \quad C_{j,}\ j \quad N_n$$

Có thể xem Cj là tập mờ trên A với hàm thành viên biễu thị mức độ thoả mãn tiêu chuẩn của các phương án. Tập trọng lượng tiêu chuẩn W với n trọng lượng:

$$W = \quad w_{j,}\ j \quad N_n$$

$$_{j}w_j = 1$$

Yager đo lường quyết định của một phương án lên tiêu chuẩn C_j với trọng số w_j có thể tính bởi tập mờ D_j trên A với hàm thành viên định bởi:

$$\mu_{D_j}(a_i) = \max[\overline{w}_j, \mu_{c_j}(a_i)]$$

Hàm quyết định tích hợp n tiêu chuẩn là tập mờ D trên A định bởi:

$$D = \bigcap_{j=1}^{n} D_j$$

Hàm thành viên của D:

$$\mu_D(a_i) = \min_{j=1}^{n} \mu_{D_j}(a_i) = \min_{j=1}^{n} \max[\overline{w}_j, \mu_{c_j}(a_i)]$$

Phương án chọn lựa a* là phương án có hàm thành viên cực đại. Khi có hai phương án cùng đạt giá trị hàm quyết định cực đại để cùng được chọn, để chọn được một phương án duy nhất ta tính lại $_D$(a*) sau khi đã loại thành phần $_{Dj}$(a) làm cho giá trị hàm quyết định cực đại bằng nhau ở hai phương án. Phương pháp được minh họa ở ví dụ sau:

Ví dụ: Xem tập phương án gồm ba phương án A = a_1, a_2, a_3 , được chọn lựa dựa trên tập mục tiêu gồm bốn tiêu chuẩn C = c_1, c_2, c_3, c_4 , các tiêu chuẩn có trọng số định bởi tập trọng số W:

$$W = w_1, w_2, w_3, w_4 = 0{,}5, 0{,}7, 0{,}8, 0{,}7$$

Mức độ thoả mãn các tiêu chuẩn của các phương án cho bởi ma trận quan hệ sau

$$R = \begin{bmatrix} 0{,}7 & 0{,}7 & 0{,}2 & 1 \\ 1 & 0{,}8 & 0{,}4 & 0{,}5 \\ 0{,}1 & 0{,}4 & 1 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

Ta tính được:

$$W = 0{,}5; 0{,}7; 0{,}8; 0{,}7 \qquad W = 0{,}5; 0{,}3; 0{,}2; 0{,}3$$

$$_D(a_1) = (0{,}5 \;\; 0{,}4) \;\; (0{,}3 \;\; 0{,}7) \;\; (0{,}2 \;\; 0{,}2) \;\; (0{,}3 \;\; 0{,}1) = 0{,}5 \;\; 0{,}7 \;\; 0{,}2 \;\; 0{,}3 = 0{,}2$$

$$_D(a_2) = (0{,}5 \;\; 1) \;\; (0{,}3 \;\; 0{,}8) \;\; (0{,}2 \;\; 0{,}4) \;\; (0{,}3 \;\; 0{,}5) = 1 \;\; 0{,}8 \;\; 0{,}4 \;\; 0{,}5 = 0{,}4$$

$$_D(a_1) = (0{,}5 \;\; 0{,}1) \;\; (0{,}3 \;\; 0{,}4) \;\; (0{,}2 \;\; 0{,}1) \;\; (0{,}3 \;\; 0{,}5) = 0{,}5 \;\; 0{,}4 \;\; 1 \;\; 0{,}5 = 0{,}4$$

Thấy rằng $_D(a_2)$ = $_D(a_3)$ = 0,4. Nhìn kỹ vào biểu thức của $_D(a_2)$, ta thấy $_D(a_2)$= 0,4 do số hạng $_{D3}(a_2)$, loại số hạng này và tính lại $_D(a_2)$:

$$_D(a_2) = \text{Min}\,[\max(0{,}5, 1), \max(0{,}3, 0{,}8), \max(0{,}3, 0{,}5)] = 0{,}5$$

Tương tự nhìn kỹ vào biểu thức của $_D(a_3)$, ta thấy $_D(a_3)$= 0,4 do số hạng $_{D2}(a_3)$, loại số hạng này và tính lại $_D(a_3)$:

$$_D(a_3) = \text{Min}\,[\max(0{,}5, 0{,}1), \max(0{,}2, 1), \max(0{,}3, 0{,}5)] = 0{,}5$$

Ta lại có $_D(a_2)$ = $_D(a_3)$ = 0,5. Lại nhìn kỹ vào biểu thức của $_D(a_2)$ vừa tính, ta thấy $_D(a_2)$= 0,5 do số hạng $_{D3}(a_2)$, loại số hạng này và tính lại

$_D(a_2)$:

$$_D(a_2) = \text{Min}\ [\max(0{,}5,\ 1),\ \max(0{,}3,\ 0{,}8)] = 0{,}8$$

Tương tự lại nhìn kỹ vào biểu thức của $_D(a_3)$, ta thấy $_D(a_3)$= 0,5 do các số hạng $_{D1}(a_3)$ và $_{D3}(a_3)$, loại các số hạng này và tính lại $_D(a_3)$:

$$_D(a_3) = \text{Min}\ [\max(0{,}2,\ 1)] = 1$$

Vậy phương án chọn lựa là a_3.

10.6 Ra quyết định mềm theo mục tiêu

Các mô hình quyết định cho tới đây xét tập phương án hữu hạn. Khi số phương án là vô hạn mô hình sử dụng là mô hình quy hoạch toán học. Một mô hình toán học thường gặp là mô hình quy hoạch tuyến tính:

$$\begin{aligned} &\text{Min} \quad z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ &\text{St.} \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i,\ j = 1 \div m \\ &\qquad\ x_j \ge 0,\ j = 1 \div n \end{aligned}$$

Mô hình bao gồm hàm mục tiêu và các ràng buộc, trong đó x_j là các biến quyết định, z là hàm mục tiêu, c_j là các hệ số hàm mục tiêu, a_{ij} là các hệ số của các ràng buộc, b_i là vế phải của các ràng buộc. Gọi **x** = $[x_1, x_2, \ldots, x_n]^T$ là véc tơ biến quyết định, **c** = $[c_1, c_2, \ldots, c_n]$ là véc tơ hệ số hàm mục tiêu, **A** = $[a_{ij}]$ là ma trận hệ số các ràng buộc, **b** = $[b_1, b_2, \ldots, b_m]^T$ là véc tơ vế phải ràng buộc ta có dạng ma trận của mô hình quy hoạch tuyến tính:

Min z = **cx**

St. **Ax** **b**

x **0**

Trong đó **0 =** <0, 0, …, 0>^{T}. Tập các véc tơ x thỏa các ràng buộc **Ax** **b, x** **0** là tập khả thi, vấn đề là tìm một véc tơ x trong tập khả thi cực tiểu hàm mục tiêu. Nhiều bài toán thực đã được mô hình hoá bởi mô hình quy hoạch tuyến tính và bài toán quy hoạch tuyến tính đã được giải quyết bằng các phương pháp như phương pháp đồ họa, phương pháp đơn hình.

Một mô hình mềm hoá mô hình quy hoạch tuyến tính là các ràng buộc có hệ số và vế phải là các số mờ. Xem các hệ số và vế phải của các ràng buộc là số mờ tam giác:

$$a_{ij} = <s_{ij}, l_{ij}, r_{ij}>$$

$$b_i = <t_i, u_i, v_i>$$

Mô hình thành:

$$\text{Max} \quad z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\begin{aligned} \text{St.} \quad & \sum_{j=1}^{n} < s_{ij}, l_{ij}, r_{ij} > x_j \le < t_i, u_i, v_i >, i = 1 \div m \\ & x_j \ge 0, \quad j = 1 \div n \end{aligned}$$

Với các tính chất tập mờ tam giác đã khảo sát ta nhắc lại rằng tổng hai số mờ tam giác cũng là một số mờ tam giác:

$$<s_1, l_1, r_1> + <s_2, l_2, r_2> = < s_1 + s_2, l_1 + l_2, r_1 + r_2>$$

Tích một số mờ tam giác và một số rõ cũng là một số mờ tam giác:

$$<s_1, l_1, r_1> x = <s_1x, l_1x, r_1x>$$

Mặt khác khi so sánh các số mờ tam giác:

$$<s_1, l_1, r_1> \quad <s_2, l_2, r_2> \quad s_1 \quad s_2, s_1 - l_1 \quad s_2 - l_2, s_1 + r_1 \quad s_2 + r_2.$$

Suy ra:

$$\sum_{j=1}^{n} < s_{ij}, l_{ij}, r_{ij} > x_j \le < t_i, u_i, v_i >$$

$$\Leftrightarrow < \sum_{j=1}^{n} s_{ij} x_j, \ \sum_{j=1}^{n} l_{ij} x_j, \ \sum_{j=1}^{n} r_{ij} x_j > \le < t_i, u_i, v_i >$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sum_{j=1}^{n} s_{ij}\, x_j \le t_i \\ \sum_{j=1}^{n} (s_{ij} - l_{ij}) x_j \le t_i - u_i \\ \sum_{j=1}^{n} (s_{ij} + r_{ij}) x_j \le t_i + v_i \end{cases}$$

Từ đó suy ra mô hình tương đương của mô hình tuyến tính mờ:

$$\begin{aligned} &\text{Max} \quad z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ &\text{St} \quad \sum_{j=1}^{n} s_{ij} x_j \le t_i \\ &\qquad \sum_{j=1}^{n} (s_{ij} - l_{ij}) x_j \le t_i - u_i \\ &\qquad \sum_{j=1}^{n} (s_{ij} + r_{ij}) x_j \le t_i + v_i \\ &\qquad x_j \ge 0,\ j \in N_n \end{aligned}$$

Thấy rằng mô hình tương đương của mô hình quy hoạch tuyến tính mờ là một mô hình quy hoạch tuyến tính rõ nên có thể giải được theo các phương pháp truyền thống.

Ví dụ: Xem mô hình quy hoạch tuyến tính mờ:

Max $z=x_1+4x_2$

St.

- $<4,2,1>x_1 + <5,3,1>x_2 \quad <24,5,8>$
- $<4,2,1>x_1 + <1,.5,1>x_2 \quad <12,6,3>$
- $x_1, x_2 \quad 0$

Mô hình trên được viết lại:

Max $z=x_1+4x_2$

St.

- $4x_1 + 5x_2 \quad 24$
- $4x_1 + x_2 \quad 12$
- $2x_1 + 2x_2 \quad 19$
- $3x_1 + 0{,}5x_2 \quad 6$
- $5x_1 + 6x_2 \quad 32$
- $6x_1 + 2x_2 \quad 15$
- $x_1, x_2 \quad 0$

Kết quả giải được theo các phương pháp truyền thống:

$$x_1= 1{,}5,\ x_2= 3,\ z = 19{,}5.$$

10.7 Ra quyết định mềm Bayes

Mô hình ra quyết định Bayes đã khảo sát ở phần trước có thể mở rộng theo các hướng thông tin mới là mờ, trạng thái mờ, phương án mờ như ở các mô hình sau.

10.7.1 Ra quyết định Bayes với thông tin mờ

Thông tin mới có thể mờ bẩm sinh *[Okuda et.al. 1974]*. Giả sử thông tin mới $X=\ x_k,\ k\ \ N_r$ là không gian nền cho các sự kiện mờ M. Xác suất sự kiện mờ được xác định như sau:

$$p(M) = \sum_{k=1}^{r} \mu_M(x_k)p(x_k)$$

Xác suất trạng thái với sự kiện mờ M tính bởi:

$$P(s_i|M) = \frac{P(M|s_i)P(s_i)}{P(M)}$$

Trong đó $P(M\ \ s_i)$ là xác suất xuất hiện sự kiện mờ M ở trạng thái si được tính bởi:

$$P(M|s_i) = \sum_{k=1}^{r} \mu_M(x_k)p(x_k|s_i)$$

Tanaka et al 1976 giả sử tập mọi sự kiện mô tả thông tin mờ được xác định bởi hệ thông tin mờ trực giao với g sự kiện mờ:

$$= \{M_l,\ l\ \ N_g\}$$

Tính trực giao biểu thị bởi tính chất:

$$\sum_{l=1}^{g} \mu_{M_l}(x_k) = 1,\ k \in N_r$$

Thu nhập kỳ vọng khi chọn phương án aj với sự kiện mờ M_l:

$$E(u_j | M_l) = \sum_{i=1}^{n} u_{ij}\, p(s_i | M_l)$$

Thu nhập kỳ vọng cực đại với sự kiện mờ Ml:

$$E(u^* | M_l) = \max_j E(u_j | M_l)$$

Thu nhập kỳ vọng cực đại với thông tin mờ :

$$E(u^*_\Phi) = \sum_{l=1}^{g} E(u^* | M_l) p(M_l)$$

Giá trị thông tin mờ:

$$V(\phi) = E(u^*_\Phi) - E(u^*)$$

Ví dụ: Với ví dụ trên. Xem tập sự kiện mờ:

- M_1 - dữ kiện xấu
- M_2 - dữ kiện trung bình
- M_3 - dữ kiện tốt

Các hàm thành viên tập mờ $_{M1}(x_k)$, $_{M2}(x_k)$, $_{M3}(x_k)$ cùng xác suất biên $p(x_k)$ như ở bảng sau:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
$\mu_{M1}(x_k)$	1	1	0,5	0	0	0	0	0
$\mu_{M2}(x_k)$	0	0	0,5	1	1	0,5	0	0
$\mu_{M3}(x_k)$	0	0	0	0	0	0,5	1	1
$P(x_k)$	0,025	0,075	0,25	0,15	0,15	0,25	0,075	0,025

Xác suất các sự kiện mờ tính được:

- $p(M_1) = 0{,}225$,
- $p(M_2) = 0{,}55$,
- $p(M_3) = 0{,}225$,

Các xác suất sự kiện mờ theo trạng thái tính được:

$$p(M_1 \;\; s_1) = 0{,}1,\ p(M_2 \;\; s_1) = 0{,}55,\ p(M_3 \;\; s_1) = 0{,}35,$$

$$p(M_1 \;\; s_2) = 0{,}35,\ p(M_2 \;\; s_2) = 0{,}55,\ p(M_3 \;\; s_2) = 0{,}1.$$

Các xác suất trạng thái với sự kiện mờ tính được:

$$p(s_1 \;\; M_1) = 0{,}222,\ p(s_1 \;\; M_2) = 0{,}5,\ p(s_1 \;\; M_3) = 0{,}778,$$

$$p(s_2 \;\; M_1) = 0{,}778,\ p(s_2 \;\; M_2) = 0{,}5,\ p(s_2 \;\; M_3) = 0{,}\ 222.$$

Tiện ích kỳ vọng với sự kiện mờ tính được:

$$E(u_1 \;\; M_1) = (4)(0{,}222) + (-2)(0{,}778) = -0{,}668.$$

$$E(u_2 \;\; M_1) = (-1)(0{,}222) + (2)(0{,}778) = 1{,}334.$$

Tương tự:

$$E(u_1 \;\; M_2) = 1{,}0,\ E(u_2 \;\; M_2) = 0{,}5.$$

$$E(u_1 \;\; M_3) = 2{,}668,\ E(u_2 \;\; M_3) = -0{,}334.$$

Tiện ích kỳ vọng cực đại với sự kiện mờ:

$$E(u^* \;\; M_1) = 1{,}334.$$

$$E(u^* \;\; M_2) = 1{,}0$$

$$E(u^* \;\; M_3) = 2{,}668$$

Tiện ích kỳ vọng với thông tin mờ:

$$E(u \;\; ^*) = (0{,}225)(1{,}334) + (0{,}55)(1) + (0{,}225)(2{,}668) = 1{,}45$$

Giá trị thông tin mờ (Value of fuzzy info):

$$V(\;\;) = E(u \;\; ^*) - E(u^*) = 1{,}45 - 1 = 0{,}45$$

Thấy rằng giá trị thông tin mờ nhỏ hơn giá trị thông tin hoàn chỉnh, nhỏ hơn giá trị thông tin không hoàn chỉnh, tuy nhiên cần biết rằng thông tin mờ có chi phí thông tin thấp nhất.

10.7.2 Ra quyết định mềm Bayes với trạng thái và phương án mờ

Tanaka et al 1976 mở rộng phương pháp Bayes với trạng thái mờ và phương án mờ. Tập các trạng thái rõ S với m trạng thái rõ m N0:

$$S = \ s_i, i \ N_m$$

Tập các trạng thái mờ FS bao gồm p tập mờ trên S, p N_0:

$$FS = \ S_s, s \ N_p$$

Tập các phương án rõ A gồm m phương án n N_0:

$$A = \ a_j, j \ N_n$$

Tập các phương án mờ FA bao gồm q tập mờ trên A, q N_0:

$$FA = \ A_a, a \ N_q$$

Nhằm tiếp diễn phương pháp Bayes, hàm thành viên các tập mờ trạng thái thỏa điều kiện trực giao:

$$\sum_{s=1}^{p} \mu_{S_s}(s_i) = 1, i \in N_m$$

Ma trận tiện ích:

$$U = [u_{sa}], s \ N_p, a \ N_q$$

Tiện ích kỳ vọng với phương án Aa:

$$E(u_a) = \sum_{s=1}^{p} u_{sa} p(S_s)$$

Trong đó xác suất trạng thái mờ Ss định bởi:

$$p(S_s) = \sum_{i} \mu_{S_s}(s_i) \times p(s_i)$$

Tiện ích kỳ vọng cực đại:

$$E\left(u^*\right) = \max_a E\left(u_a\right)$$

Tập thông tin cơ sở X với r thông tin, rk N0:

$$X = \ x_k, k \ N_r$$

Tập thông tin mờ bao gồm g tập mờ trên X, g N_0:

$$= \ M_l, l \ N_g$$

Xác suất trạng thái mờ với thông tin rõ:

$$p(S_s|x_k) = \frac{\sum_i \mu_{S_s}(s_i)p(x_k|s_i)p(s_i)}{p(x_k)}$$

Xác suất trạng thái mờ với thông tin mờ:

$$p(S_s|M_l) = \frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{r} \mu_{S_s}(s_i)\mu_{M_l}(x_k)p(x_k|s_i)p(s_i)}{\sum_{k=1}^{r} \mu_{M_l}(x_k)p(x_k)}$$

Tiện ích kỳ vọng với phương án Aa với thông tin xk:

$$E(u_a|x_k) = \sum_{s=1}^{p} u_{sa}p(S_s|x_k)$$

Tiện ích kỳ vọng cực đại với phương án Aa với thông tin xk:

$$E(u^*_{x_k}) = \max_a E(u_a|x_k)$$

Tiện ích kỳ vọng với phương án Aa với thông tin mờ Ml:

$$E(u_a|M_l) = \sum_{s=1}^{p} u_{sa}p(S_s|M_l)$$

Tiện ích kỳ vọng cực đại với phương án Aa với thông tin Ml:

$$E(u^*_{M_l}) = \max_a E(u_a|M_l)$$

Tiện ích kỳ vọng với thông tin X:

$$E(u^*_X) = \sum_k E(u^*_{x_k})p(x_k)$$

Tiện ích kỳ vọng với thông tin mờ   :

$$E(u^*_\Phi) = \sum_l E(u^*_{M_l})p(M_l)$$

Giá trị thông tin mờ:

$$V(\Phi) = E\left(u^*_\Phi\right) - E\left(u^*\right)$$

Với thông tin mờ hoàn chỉnh ta có:

$$u(A_a \;\; S_s) = u(A_a, S_s)$$

Suy ra:

$$u(A^*_{S_s} \left| S_s \right.) = \max_a [u(A_a, S_s)]$$

Tiện ích kỳ vọng cực đại với thông tin mờ hoàn chỉnh:

$$E(u^*_{\Phi p}) = \sum_s u(A^*_{S_s} \left| S_s \right.) p(S_s)$$

Giá trị thông tin mờ hoàn chỉnh:

$$V\left(\Phi_p\right) = E\left(u^*_{\Phi_p}\right) - E\left(u^*\right)$$

Tanaka et al, 1976 đã chứng minh quan hệ giữa các giá trị thông tin như ở bất đẳng thức sau:

$$V(\;_p) \quad V(x_p) \quad V(x) \quad V(\;) \quad 0$$

Ví dụ: Xem vấn đề chọn lựa loại mạch in PCB cần cho một máy tính mới. Dựa vào mật độ đường dẫn hay mật độ linh kiện, ta có thể dùng mạch in 1, 2, 4 hay 6 lớp. Mật độ càng cao cần mạch in càng nhiều lớp. Một phép đo mật độ đường dẫn là số nút, là vị trí trên mạch in mà các đường dẫn gặp nhau. Mật độ tương đối so với mật độ cực đại bao gồm 6 trạng thái sau:

s_1: 20%, s_2: 40%, s_3: 60%, s_4: 80%, s_5: 100%

Các trạng thái mờ là 3 tập mờ trên S bao gồm: S_1 = mật độ thấp, S_2 = mật độ trung bình, S_3 = mật độ cao. Các phương án rõ về số lớp mạch in cho thiết kế mới bao gồm:

a_1: 1 lớp, a_2: 2 lớp, a_3: 4 lớp, a_4: 6 lớp

Các phương án mờ về số lớp mạch in cho thiết kế mới bao gồm:

A_1: 2 lớp, A_2: 4 lớp, A_3: 6 lớp

Các thông tin là các mẫu dữ kiện của tập X bao gồm các thông tin về số nút:

x_1: 100 nút, x_2: 200 nút, x_3: 300 nút, x_4: 400 nút, x_5: 500 nút

Tập mờ mật độ   bao gồm:

- M_1: mật độ thấp (nhỏ hơn 300 nút)
- M_2: mật độ vừa (khoảng 300 nút)
- M_3: mật độ cao (lớn hơn 300 nút)

Các tiền xác suất trạng thái như sau:

$$p(s_1) = 0,2; p(s_2) = 0,3; p(s_3) = 0,3; p(s_4) = 0,1; p(s_5) = 0,1$$

Các giá trị tiện ích cho ở bảng sau:

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
A_2	4	9	5
A_3	1	7	10

Các giá trị thành viên cho các tập mờ trạng thái như ở bảng sau:

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
S_1	1	0,5	0	0	0
S_2	0	0,5	1	0,5	0
S_3	0	0	0	0,5	1
Σ	1	1	1	1	1

Các giá trị thành viên cho các tập mờ thông tin như ở bảng sau:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
M_1	1	0,4	0	0	0
M_2	0	0,6	1	0,6	0
M_3	0	0	0	0,4	1
Σ	1	1	1	1	1

Xác suất có điều kiện với thông tin không hoàn chỉnh tính được ở bảng sau:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
$p(x_k \mid s_1)$	0,44	0,35	0,17	0,04	0
$p(x_k \mid s_2)$	0,26	0,32	0,26	0,13	0,03
$p(x_k \mid s_3)$	0,12	0,23	0,30	0,23	0,12
$p(x_k \mid s_4)$	0,03	0,13	0,26	0,32	0,26
$p(x_k \mid s_5)$	0	0,04	0,17	0,35	0,44

Xác suất có điều kiện với thông tin hoàn chỉnh tính được ở bảng sau:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
$p(x_k \mid s_1)$	1	0	0	0	0
$p(x_k \mid s_2)$	0	1	0	0	0
$p(x_k \mid s_3)$	0	0	1	0	0
$p(x_k \mid s_4)$	0	0	0	1	0
$p(x_k \mid s_5)$	0	0	0	0	1

Các dữ kiện trên đã đủ để tính các giá trị thông tin trong quá trình ra quyết định với cả trạng thái, thông tin, phương án mờ.

Trường hợp 1: Phương án và trạng thái rõ

a) Khi không có thông tin, tiện ích kỳ vọng với các phương án tính được:

$$E(a_1) = 10\ \ 0,2 + 8\ \ 0,3 + \ldots + 2\ \ 0,1 = 6,4$$

Tương tự:

$$E(a_2) = 6,3 E(a_3) = 4,4$$

Vậy tiện ích kỳ vọng cực đại là E(u*) = 6,4 ứng với phương án chọn lựa là a1.

b) Với thông tin không hoàn chỉnh bảng sau là các kết quả tính được

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
$p(x_k)$	0,205	0,252	0,245	0,183	0,115
$p(s_1 \mid x_k)$	0,429	0,278	0,139	0,044	0,0
$p(s_2 \mid x_k)$	0,380	0,381	0,318	0,213	0,078
$p(s_3 \mid x_k)$	0,176	0,274	0,367	0,377	0,313
$p(s_4 \mid x_k)$	0,015	0,052	0,106	0,175	0,226
$p(s_5 \mid x_k)$	0	0,016	0,069	0,191	0,383
$E(u^* \mid x_k)$	8,42	7,47	6,68	6,66	7,67
$a_j \mid x_k$	1	1	2	2	3

Vậy tiện ích kỳ vọng cực đại với thông tin x_1 là $E(u^* \; x_1) = 8{,}42$ ứng với phương án chọn lựa là a_1. Tiện ích kỳ vọng cực đại với thông tin X là:

$$E(u_X^*) = (0{,}205)(8{,}423)+(0{,}252)(7{,}47)+(0{,}245)(6{,}68)+(0{,}183)(6{,}66)+(0{,}115)(7{,}67)$$

$$E(u_X^*) = 7{,}37$$

Giá trị thông tin không hoàn chỉnh:

$$V(x) = E(u_X^*) – E(u^*) = 7{,}37 – 6{,}4 = 0{,}97$$

c) Với thông tin hoàn chỉnh bảng sau là các kết quả tính được:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
$p(x_k)$	0,2	0,3	0,3	0,1	0,1
$p(s_1 \mid x_k)$	1	0	0	0	0
$p(s_2 \mid x_k)$	0	1	0	0	0
$p(s_3 \mid x_k)$	0	0	1	0	0
$p(s_4 \mid x_k)$	0	0	0	1	0
$p(s_5 \mid x_k)$	0	0	0	0	1
$E(u^* \mid x_k)$	10	8	9	8	10
$a_j \mid x_k$	1	1	2	3	3

Tiện ích kỳ vọng với thông tin hoàn chỉnh là:

$$E(u_{xp}*) = 0,2*10 + 0,3*8 + 0,3*9 + 0,1*8 + 0,1*10 = 8,9$$

Giá trị thông tin hoàn chỉnh:

$$V(_{xp}) = E(u_{xp}*) – E(u*) = 8,9 – 6,4 = 2,5$$

Trường hợp 2: Phương án và trạng thái mờ

a) Khi không có thông tin, xác suất trạng thái mờ tính được:

$$p(S_1) = 1*0,2 + 0,5*0,3 + 0*0,3 + 0*0,1 + 0*0,1 = 0,35$$

Tương tự:

$$p(S_2) = 0,5$$

$$p(S_3) = 0,15$$

Tiện ích kỳ vọng với các phương án mờ tính được:

$$E(A_1) = 10 \quad 0,35 + 30,5 + 0 \quad 0,15 = 5$$

Tương tự:

$$E(A_2) = 6,8$$

$$E(A_3) = 5,35$$

Vậy tiện ích kỳ vọng cực đại là E(u*) = 6,8 ứng với phương án chọn lựa là A2.

b) Với thông tin không hoàn chỉnh bảng sau là các kết quả xác suất trạng thái mờ với thông tin rõ $p(S_s \quad x_k)$ tính được:

	$p(S_s \mid x_k)$		
	S_1	S_2	S_3
x_1	0,620	0,373	0,007
x_2	0,468	0,490	0,042
x_3	0,298	0,580	0,122
x_4	0,150	0,571	0,279
x_5	0,039	0,465	0,496

Bảng sau là các kết quả tiện ích kỳ vọng với thông tin $E(u_a \quad x_k)$ tính được:

	$E(u_a \mid x_k)$			$E(u^*_{x_k})$
	A_1	A_2	A_3	
x_1	7,315	5,880	3,305	7,315
x_2	6,153	6,534	4,315	6,534
x_3	4,718	7,143	5,580	7,143
x_4	3,216	7,431	6,934	7,431
x_5	1,787	7,317	8,252	8,252

Vậy tiện ích kỳ vọng cực đại với thông tin không hoàn chỉnh X là:

$$E(u_X^*) = 7,315 \quad 0,205 + 6,534 \quad 0,252 + 7,143 \quad 0,245 + 7,431 0,183 + 8,252 \quad 0,115$$

$$E(u_X^*) = 7,202$$

Giá trị thông tin không hoàn chỉnh với trạng thái mờ là:

$$V(x) = E(u_X^*) – E(u^*) = 7,202 – 6,8 = 0,402$$

c) Với thông tin hoàn chỉnh bảng sau là các kết quả p(Ss   xk) tính được:

	$p(S_s \mid x_k)$		
	S_1	S_2	S_3
x_1	1	0	0
x_2	0,5	0,5	0
x_3	0	1	0
x_4	0	0,5	0,5
x_5	0	0	1

Bảng sau là các kết quả E(ua   xk) tính được:

	$E(u_a \mid x_k)$			$E(u^*_{x_k})$
	A_1	A_2	A_3	
x_1	10	4	1	10
x_2	6,5	6,5	4	6,5
x_3	3	9	7	9
x_4	1,5	1,5	8,5	8,5
x_5	0	0	10	10

Vậy tiện ích kỳ vọng không điều kiện cực đại là:

$$E(u_{xp}*) = 10 \quad 0,2 + 6,50,3 + 9 \quad 0,3 + 8,5 \quad 0,1 + 100,1 = 8,5$$

Giá trị thông tin không hoàn chỉnh với trạng thái mờ là:

$$V(x_p) = E(u_{xp}*) - E(u*) = 8,5 - 6,8 = 1,7$$

d) Với thông tin mờ xác suất trạng thái mờ theo thông tin mờ tính được theo công thức:

$$p(S_1 \quad M_1) = A/B = 0,57$$

$$A = [1 \quad 1 \quad 0,44 \quad 0,2+1 \quad 0,4 \quad 0,35 \quad 0,2+0,50,26 \quad 0,3+0,50,4 \quad 0,320,3]$$

$$B = [1 \quad 0,205+ 0,40,252]$$

Bảng sau là các kết quả tính được:

	$p(S_s \mid M_l)$		
	M_1	M_2	M_3
S_1	0,570	0,317	0,082
S_2	0,412	0,551	0,506
S_3	0,019	0,132	0,411

Tiện ích kỳ vọng trạng thái mờ với thông tin mờ $E(u_a \quad M_l)$ tính được ở bảng sau:

	$E(u_a \mid M_l)$			$E\left(u^*_{M_l}\right)$
	M_1	M_2	M_3	
A_1	6,932	4,821	7,343	6,392
A_2	6,096	7,019	7,354	7,354
A_3	3,638	5,496	7,740	7,740

Xác suất thông tin mờ:

$$p(M_1) = 1 \quad 0{,}205 + 0{,}4 \quad 0{,}252 = 0{,}306$$

Tương tự:

$$p(M_2) = 0{,}506;\ p(M_3) = 0{,}188$$

Vậy tiện ích kỳ vọng không điều kiện cực đại là:

$$E(u\ \ *) = 6{,}392 \quad 0{,}306 + 7{,}354 \quad 0{,}506 + 7{,}740 \quad 0{,}188 = 7{,}128$$

Giá trị thông tin không hoàn chỉnh với trạng thái mờ là:

$$V(x_p) = E(u\ \ *) – E(u*) = 7{,}128 – 6{,}8 = 0{,}328$$

e) Các trạng thái mờ và phương án mờ

Với thông tin mờ hoàn chỉnh bảng sau là các kết quả tính được u(Aa   Ss) với các trạng thái mờ và phương án mờ khác nhau:

	$u(A_a \mid S_s)$			$u\left(A^*_{S_s} \mid S_s\right)$
	S_1	S_2	S_3	
A_1	10	3	0	10
A_2	4	9	6	9
A_3	1	7	10	10

Vậy tiện ích kỳ vọng không điều kiện cực đại là:

$$E(u\ _p*) = 10 \quad 0{,}35 + 9 \quad 0{,}5 + 100{,}15 = 9{,}5$$

Giá trị thông tin không hoàn chỉnh với trạng thái mờ là:

$$V(\ _p) = E(u*) – E(u*) = 9{,}5 – 6{,}8 = 2{,}7$$

Nhằm so sánh các dạng thông tin, ta tích hợp thành bảng so sánh tổng hợp sau:

Thông tin	E(u)	Giá trị thông tin
Không thông tin	6,8	-
Thông tin không hoàn chinh	7,2	0,40
Thông tin hoàn chinh	8,5	1,70
Thông tin mờ	7,13	0,33
Thông tin mờ hoàn chinh	9,5	2,70

Chương 11
DỰ BÁO NHU CẦU

- Dự báo
- Dự báo nhu cầu
- Sai số dự báo
- Phân tích chuỗi thời gian
- Mô hình hồi quy
- Dự báo định tính
- Dự báo mềm
- Mô hình pDF

11.1 Dự báo

Các nhà lãnh đạo hay qủan lý của các tổ chức, khi ra quyết định hay họach định thường quan tâm nhiều đến thời gian xuất hiện, tầm quan trọng và ảnh hưởng của các sự kiện trong tương lai, với họ dự báo là cửa sổ nhìn vào tương lai. Dự báo là tiên đoán, ước lượng, đánh giá các sự kiện xảy ra trong tương lai, các sự kiện này thường là bất định. Mục đích dự báo là sử dụng thông tin hiện có một cách tốt nhất để định hướng các hoạt động tương lai nhằm đạt được mục đích tổ chức. Nếu dự báo tốt thì hoạt động của tổ chức trong tương lai sẽ có hiệu quả.

Dự báo giúp các nhà lãnh đạo ra các quýyết định về chính sách, quyết định về sản phẩm, quy trình công nghệ, quyết định về nguồn lực như máy móc thiết bị cũng như quyết định về vận hành hệ thống. Dự báo giúp các nhà quản lý họach định các kế họach như kế hoạch tài chính, kế họach tiếp thị, kế họach sản xuất. Có nhiều lọai quyết định, nhiều loại kế họach, nên có nhiều lọai mô hình dự báo.

Trong một tổ chức sản xuất, dự báo thường dùng để dự đoán doanh thu, chi phí, lợi nhuận, giá cả, thay đổi công nghệ, và đặc biệt là nhu cầu. Hầu hết các công ty không bao giờ chờ cho đến khi nhận được đơn đặt hàng rồi mới bắt đầu họach định sản xuất, thu mua nguyên vật liệu. Khách hàng thường ít khi chịu chờ các nhà sản xuất đáp ứng yêu cầu, nên để tăng thế cạnh tranh, nhà sản xuất phải làm đáp ứng nhu cầu của khách hàng nhanh chóng. Để thực hiện được điều này, nhà sản xuất phải dự báo nhu cầu tốt. Dự báo thường gồm các vấn đề sau:

- Đối tượng và đơn vị dự báo
- Chiều dự báo
- Phương pháp dự báo
- Thời gian và chu kỳ dự báo
- Độ chính xác dự báo
- Báo cáo đặc biệt
- Mô hình và điều chỉnh mô hình dự báo.

Đối tượng dự báo có thể là một vật tư, một sản phẩm hay một họ sản phẩm. Đơn vị dự báo phụ thuộc vào đối tượng dự báo, có thể là tiền tệ, số đơn vị sản phẩm hay vật tư. Chiều dự báo là trên xuống hay dưới lên. Dự báo từ trên xuống bắt đầu từ dự báo các chỉ số kinh tế như tổng sản phẩm quốc gia, thu nhập đầu người, sau đó là dự báo cho một ngành công nghiệp mà tổ chức đang tham gia, dự báo cho thị phần của tổ chức, tiếp theo là dự báo cho một dòng sản phẩm và cuối cùng là dự báo cho từng sản phẩm. Dự báo từ dưới lên là dự báo theo chiều ngược lại.

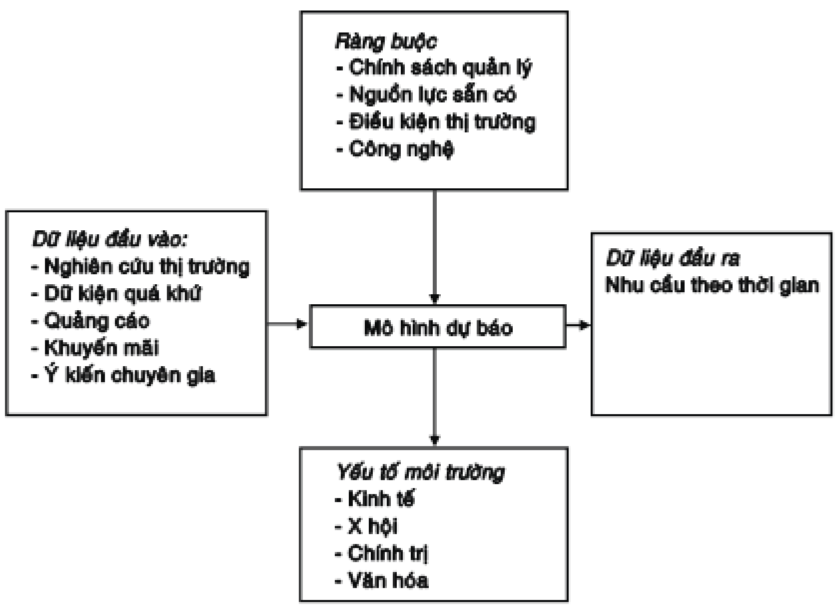
Phương pháp dự báo dựa vào dữ kiện chia thành phương pháp định tính và phương pháp định lượng. Phương pháp định lượng bao gồm Phương pháp phân tích theo chuỗi thời gian và Phương pháp nguyên nhân.

Thời gian dự báo bao gồm nhiều chu kỳ dự báo. Chu kỳ dự báo có thể là tuần, tháng, hay quí. Thời gian dự báo có thể là ngắn hạn, trung hạn hay dài hạn. Dự báo ngắn hạn có thời gian thường không quá 3 tháng, dùng cho nhà quản lý cấp thấp trong họach định mua sắm, lên lịch sản xuất, điều độ công việc, phân công nhiệm vụ… Dự báo ngắn hạn thường sử dụng phương pháp chuỗi thời gian, hoặc đôi khi dùng phương pháp nguyên nhân. Dự báo trung hạn có thời gian thường từ 3 tháng đến 2 năm, dùng cho nhà quản lý cấp trung trong họach định sản xuất và phân phối hoặc đánh giá mức độ tồn kho cần thiết. Dự báo trung hạn có thể sử dụng phương pháp chuỗi thời gian, phương pháp nguyên nhân và cả phương pháp định tính. Dự báo dài hạn thường có thời gian trên hai năm, dùng cho nhà quản lý cấp cao trong họach định chiến lược cũng như đánh giá các mục tiêu dài hạn, tham gia vào thị trường mới, phát triển kỹ thuật mới hoặc các điều kiện mới, thiết kế mạng lưới sản xuất kinh doanh. Dự báo dài hạn thường sử dụng phương pháp nguyên nhân và phương pháp định tính.

11.2 Dự báo nhu cầu

Dữ kiện cần thiết chuẩn bị cho dự báo có thể thu được từ bên trong hay bên ngòai. Nguồn dữ kiện bên ngoài cung cấp các thông tin quan trọng về các yếu tố môi trường như các điều kiện về kinh tế, chính trị, xã hội, văn hóa ảnh hưởng đến dự báo. Việc chọn lựa mô hình dự báo không chỉ phụ thuộc vào yêu cầu của kết quả dự báo mà còn vào các ràng buộc của tổ chức như chính sách quản lý, nguồn lực sẵn có, điều kiện thị trường và công nghệ.

Mô hình dự báo dự báo kết quả ở đầu ra dựa vào các dữ kiện ở đầu vào. Với dự báo nhu cầu thì kết quả dự báo là nhu cầu kỳ vọng theo thời gian của sản phẩm. Dữ kiện đầu vào mô hình dự báo có thể bao gồm nghiên cứu thị trường, số liệu quá khứ, tình hình khuyến mãi, quảng cáo, ý kiến các chuyên gia. Mô hình dự báo nhu cầu như hình sau.



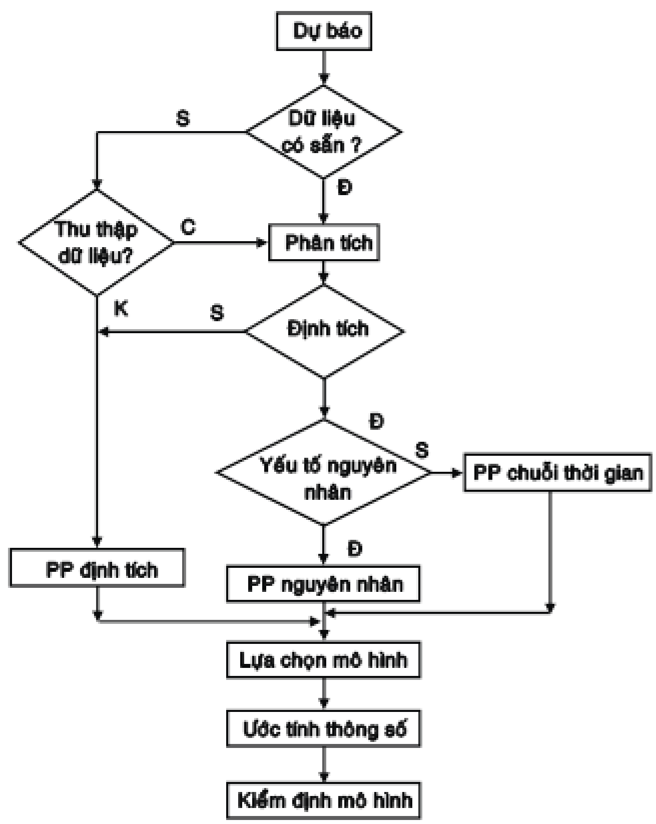
Phương pháp dự báo có thể phân làm hai loại:

- Phương pháp định tính
- Phương pháp định lượng

Phương pháp định tính dựa trên các dữ kiện định tính như ý kiến, phán đoán, kinh nghiệm, chuyên môn của các chuyên gia hay là những người liên quan. Phương pháp định lượng ngược lại dựa trên các dữ kiện định lượng, bao gồm hai loại:

- Phương pháp phân tích theo chuỗi thời gian
- Phương pháp nguyên nhân

Phương pháp phân tích theo chuỗi thời gian dựa trên số liệu quá khứ theo thời gian của đại lượng cần dự báo. Phương pháp nguyên nhân dựa trên quan hệ giữa đại lượng cần dự báo và các đại lượng khác có thể đo lường được. Việc chọn lựa phương pháp dự báo dựa vào tính sẵn có và loại dữ liệu như ở hình sau.



Các mô hình dự baó theo phương pháp chuỗi thời gian bao gồm các mô hình trung bình, trung bình dịch chuyển, trung bình làm trơn hàm mũ. Các mô hình dự baó theo các phương pháp nguyên nhân bao gồm các mô hình tương quan và hồi quy đơn biến hay đa biến. Các mô hình dự baó theo phương pháp định tính như mô hình ý kiếnchuyên gia, mô hình delphi. Các mô hình dự báo sẽ được trình bày sau. Không có mô hình nào là tốt nhất cho mọi trường hợp, một tổ chức có thể phải chọn nhiều phương pháp, nhiều mô hình khác nhau. Các bước của công việc dự báo bao gồm:

- Thu thập số liệu
- Xử lý số liệu
- Lựa chọn phương pháp và mô hình dự báo
- Dự báo
- Đánh giá dự báo

Số liệu thu thập cần chính xác và đúng mục đích dự báo. Đây là phần việc khó khăn tốn thời gian. Bước xử lý số liệu loại bỏ những số liệu không phù hợp, không chính xác hay không cần thiết, chuyển đổi dữ liệu cho phù hợp mô hình. Phương pháp dự báo được lựa chọn sao cho phù hợp với dữ liệu và đối tượng dự báo. Lập mô hình dự báo sao cho sai số dự báo là nhỏ nhất. Từ mô hình dự báo, ta xác định giá trị dự báo và đánh giá dự báo qua so sánh giá trị dự báo và thực tế.

11.3 Sai số dự báo

Sai số dự báo là sai lệch giữa giá trị thực và giá trị dự báo nhằm đánh giá chất lượng hay sự phù hợp của mô hình dự báo. Sai số dự báo cũng nhằm giúp điều chỉnh các thông số của mô hình dự báo. Có nhiều loại sai số dự báo:

- Trung bình độ lệch tuyệt đối MAD
- Trung bình bình phương sai số MSE
- Trung bình độ lệch tương đối MAPE
- Trung bình sai số tuyệt đối ME
- Trung bình sai số tương đối MPE
- Độ lệch mô hình TS.

a. Trung bình độ lệch tuyệt đối MAD

Trung bình độ lệch tuyệt đối MAD được định nghĩa như sau:

$$MAD = \frac{\sum_{t=1}^{n} |D_t - F_t|}{n}$$

- t - Chỉ số chu kỳ dự báo
- D_t - giá trị thực ở chu kỳ t
- F_t - giá trị dự báo ở chu kỳ t
- n - số chu kỳ dự báo

b. Trung bình bình phương sai số MSE

Trung bình bình phương sai số MSE được định nghĩa như sau:

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^{n}(D_t - F_t)^2}{n}$$

c. Trung bình độ lệch tương đối MAPE

Trung bình độ lệch tuyệt đối MAD hay Trung bình bình phương sai số MSE cho thấy độ lớn của sai số hay bình phương sai số dự báo, thường dùng trong so sánh độ chính xác của các mô hình dự báo khác nhau. Tuy nhiên để đánh giá độ chính xác của một mô hình ta thường dùng:

$$MAPE = \frac{100\sum_{t=1}^{n}|D_t - F_t|/D_t}{n}$$

Trung bình độ lệch tương đối MAPE tính đến độ lớn tương đối của độ lệch dự báo so với độ lớn giá trị thực, mô hình có Trung bình độ lệch tương đối MAPE càng nhỏ thì dự báo càng chính xác.

d. Trung bình sai số tuyệt đối ME

Các sai số dự báo *MAD, MSE, MAPE* chỉ đánh giá độ chính xác của mô hình dự báo, không đánh giá được độ lệch của mô hình dự báo. Nhằm đánh giá được độ lệch hay xu hướng của mô hình dự báo ta dùng *Trung bình sai số tuyệt đối ME*:

$$ME = \frac{\sum_{t=1}^{n}(D_t - F_t)}{n}$$

Trung bình sai số tuyệt đối ME cho thấy xu hướng sai số dự báo, nếu sai số dự báo dương thì mô hình có xu hướng dự báo thấp, ngược lại nếu sai số dự báo âm thì mô hình có xu hướng dự báo cao.

e. Trung bình sai số tương đối MPE

Trung bình sai số tương đối MPE đánh giá sai số tương đối của mô hình theo độ lớn giá trị thực của đại lượng được dự báo

$$MPE = \frac{100\sum_{t=1}^{n}(D_t - F_t)/D_t}{n}$$

f. Độ lệch mô hình TS

Nhằm đánh giá mức độ lệch của mô hình ta dùng *Độ lệch mô hình TS*.

$$TS = \frac{\sum_{t=1}^{n}(D_t - F_t)}{MAD}$$

Độ lệch mô hình TS cho biết thông tin về xu hướng dự báo của mô hình và trung bình số chu kỳ mô hình bị lệch nhằm giúp điều chỉnh mô hình khi cần thiết.

11.4 Phân tích chuỗi thời gian

Phân tích chuỗi thời gian là phương pháp dự báo định lượng với số liệu đầu vào là chuỗi dữ liệu quá khứ theo thời gian Dt. Chuỗi dữ liệu theo thời gian bao gồm các thành phần:

- Mức
- Xu hướng
- Biến thiên theo mùa
- Biến thiên chu kỳ
- Biến thiên ngẫu nhiên

Thành phần mức luôn có mặt trong chuỗi dữ kiện, biễu diễn mức hay độ lớn của chuỗi dữ kiện. Thành phần xu hướng biễu diễn tốc độ gia tăng hay suy giảm của chuỗi dữ kiện theo thời gian. Biến thiên theo mùa biễu diễn dao động của chuỗi dữ kiện theo thời gian với chu kỳ hàng năm quanh thành phần mức hay xu hướng. Biến thiên theo mùa thường có khi nhu cầu ảnh hưởng bởi các sự kiện hàng năm như thời tiết, khai trường, nghĩ lễ…

Biến thiên chu kỳ biễu diễn dao động của chuỗi dữ kiện theo thời gian quanh thành phần xu hướng. Biến thiên chu kỳ là dao động dài hạn nhiều năm thường là kết quả của các chu kỳ kinh doanh ảnh hưởng bởi các sự kiện như sự phát triển, suy thóai, khủng hỏang, hồi phục của kinh tế.

Biến thiên ngẫu nhiên là biến thiên khó có biết trứơc được do lỗi của hệ thống thu thập dữ liệu hay các nguyên nhân ngẫu nhiên như thiên tai, chiến tranh, đình công… Biến thiên ngẫu nhiên luôn có mặt trong chuỗi dữ kiện và cần được lọc bỏ khi dự báo. Một kỹ thuật thường dùng để lọc bỏ biến thiên ngẫu nhiên là phép lấy trung bình. Các mô hình phân tích chuỗi thời gian bao gồm:

- Mô hình trung bình
- Mô hình làm trơn hàm mũ EWMA
- Mô hình hồi quy RA.

4.1 Các mô hình trung bình cơ bản

Các mô hình trung bình cơ bản bao gồm

- Chu kỳ cuối LPD
- Trung bình số học AA
- Trung bình dịch chuyển MA
- Trung bình dịch chuyển có trọng số WMA

a. Mô hình chu kỳ cuối

Mô hình chu kỳ cuối dự báo nhu cầu ở một chu kỳ bởi nhu cầu thực tế chu kỳ kế trước:

$$F_t = D_{t-1}$$

Mô hình chu kỳ cuối có đặc điểm là đơn giản, không cần tính toán, ra quyết định nhanh. Mô hình thích hợp với các dữ liệu ít thay đổi theo chu kỳ dự báo, có tính xu hướng, không thích hợp với dữ liệu có tính mùa, tính ngẫu nhiên.

b. Mô hình trung bình số học

Mô hình chu kỳ cuối không lọc bỏ thành phần biến thiên ngẫu nhiên, để lọc bỏ thành phần biến thiên ngẫu nhiên ta có thể dùng Mô hình trung bình số học:

$$F_t = \frac{D_1 + D_2 + ... + D_t}{t} = \frac{\sum_{i=1}^{t} D_i}{t}$$

Mô hình trung bình số học có đặc điểm đơn giản, ra quyết định nhanh. Mô hình trung bình có ưu điểm hơn mô hình chu kỳ cuối là có làm trơn các dao động ngẫu nhiên. Mô hình trung bình số học thích hợp với các dữ liệu có tính ổn định, có tính ngẫu nhiên, không thích hợp với dữ liệu có tính xu hướng, có tính mùa.

c. Mô hình trung bình dịch chuyển

Mô hình chu kỳ cuối, chỉ lấy số liệu chu kỳ cuối, đáp ứng tính xu hướng nhưng lại không lọc được thành phần ngẫu nhiên. Mô hình trung bình số học có làm trơn các dao động ngẫu nhiên nhưng lấy trung bình của tất cả dữ liệu trong quá khứ, các số liệu là quan trọng như nhau, không xem trọng hơn các số liệu cận hiện tại nên không đáp ứng với xu hướng thay đổi nhu cầu. Mô hình trung bình dịch chuyển dung hòa giữa hai mô hình trên, chỉ lấy một số dữ liệu cận hiện tại và cắt bỏ các số liệu ở quá khứ xa.

$$F_t = \frac{D_{t-1} + D_{t-2} + ... + D_{t-n}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} D_{t-i}}{n}$$

Trong đó n là số chu kỳ dịch chuyển trung bình. Khi n = 1 thì Mô hình trung bình dịch chuyển trở thành Mô hình chu kỳ cuối. Khi n đủ lớn Mô hình trung bình dịch chuyển trở thành Mô hình trung bình số học. Tham số n thường được chọn từ 3 đến 8 theo kinh nghiệm. Nếu chọn n nhỏ là cắt bỏ nhiều dữ liệu quá khứ, kết quả dự báo có thể dao động do ảnh hưởng của biến thiên ngẫu nhiên. Nếu chọn n lớn thì lọc bỏ được thành phần biến thiên ngẫu nhiên nhưng mô hình có thể mất tính xu hướng, kết quả dự báo có thể quá ổn định làm trễ hay có thể mất thành phần xu hướng nếu có trong chuỗi dữ kiện.

d. Trung bình dịch chuyển có trọng số

Mô hình trung bình dịch chuyển xem các số liệu quá khứ trong khỏang dịch chuyển có mức quan trọng như nhau. Để có thể xác lập mức quan trọng khác nhau, ta dùng Mô hình trung bình dịch chuyển có trọng số:

$$F_t = w_1 D_{t-1} + w_2 D_{t-2} + \ldots + w_n D_{t-n} = \sum_{i=1}^{n} w_i D_{t-i}$$

Trong đó wi là trọng số cho chu kỳ thứ (t-i):

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

Mô hình trung bình dịch chuyển có trọng số phức tạp hơn nhưng thuận lợi Mô hình trung bình dịch chuyển vì có trọng số khác nhau cho các dữ liệu trong quá khứ. Mô hình có thể sử dụng cho dữ liệu có tính mùa. Trọng số được chọn theo kinh nghiệm và phương pháp thử và sai, thường chọn trọng số lớn cho dữ liệu quá khứ gần.

11.4.2 Mô hình làm trơn hàm mũ EWMA

Mô hình làm trơn hàm mũ là mô hình có kết quả dự báo là trung bình có trọng số của dữ kiện dự báo và dữ kiện thực tế ở chu kỳ trước

$$F_t = F_{t-1} + a(D_{t-1} - F_{t-1}) = aD_{t-1} + (1-a)F_{t-1}$$

Với trọng số a= 0-1 là hệ số làm trơn hàm mũ. Mô hình có thể phân tích thành:

$$F_t = a[D_{t-1} + D_{t-2}(1-a) + D_{t-3}(1-a)^2 + \ldots + D_0(1-a)^{t-1}]$$

Hay:

$$F_t = \sum_{k=1}^{t} a(1-a)^{k-1} D_{t-k}$$

Vậy mô hình làm trơn hàm mũ cũng là một mô hình trung bình dịch chuyển sử dụng tất cả các dữ liệu quá khứ, có trọng số:

$$w_{t-k} = a(1-a)^{k-1}$$

Trọng số của chu kỳ càng xa chu kỳ hiện tại càng giảm. Hệ số a càng nhỏ, trọng số này sẽ giảm chậm, mô hình càng quan tâm tới dữ liệu quá khứ xa hiện tại. Ngược lại, hệ số a càng lớn, trọng số này sẽ giảm nhanh, mô hình càng quan tâm tới dữ liệu quá khứ gần hiện tại. Giá trị a sẽ được xác định qua thực nghiệm với các dữ liệu quá khứ, thường nằm trong khoảng từ 0,01 đến 0,3.

a. Mô hình làm trơn hàm mũ với xu hướng

Mô hình EWMA ở trên chỉ có thành phần mức, khi chuỗi dữ liệu có thành phần xu hướng, giá trị dự báo bao gồm cả hai thành phần này.

$$F_t = L_t + I_t$$

- L_t là thành phần mức ở chu kỳ t
- T_t là thành phần xu hướng ở chu kỳ t

Thành phần mức ở một chu kỳ có giá trị là trung bình có trọng số của giá trị dự báo và giá trị thực tế ở chu kỳ trước

$$L_t = aD_{t-1} + (1-a)F_{t-1}$$

Hay là:

$$L_t = aD_{t-1} + (1-a)(L_{t-1} + T_{t-1})$$

Trong đó, a=0-1 là hệ số làm trơn mức. Thành phần xu hướng ở một chu kỳ được xác định là trung bình có trọng số của xu hướng chu kỳ hiện tại và xu hướng của chu kỳ kế trước.

$$T_t = b(L_t – L_{t-1}) + (1-b)T_{t-1}$$

Trong đó, b=0-1 là hệ số làm trơn xu hướng.

b. Mô hình làm trơn hàm mũ với chỉ số mùa

Khi chuỗi dữ liệu có thành phần mùa, giá trị dự báo bao gồm cả hai thành phần mức và mùa:

$$F_t = L_t I_t$$

Trong đó, Lt là thành phần mức ở chu kỳ t và It là chì số mùa ở chu kỳ t. Phân tích mùa xác định chỉ số mùa qua phân tích chuỗi dữ liệu. Chỉ số mùa được xác định:

$$I_t = D_t / \quad D$$

Trong đó   D là giá trị trung bình của chuỗi dữ liệu. Chỉ số mùa được làm trơn và chuẩn hóa để có tổng bằng m như sau:

$$I_{t+m} = cD_t/L_t + (1-c)I_t$$

$$ {}_{t}I_{t} = m $$

- a=0 1 là hệ số làm trơn theo mùa.
- m: số chu kỳ mẫu mùa (m =12 tháng/năm, m=4 quý/năm)

Thành phần mức được xác định:

$$L_t = a\frac{D_{t-1}}{I_{t-1}} + (1-a)L_{t-1}$$

Giá trị dự báo với chỉ số mùa:

$$F_{t+n} = L_t I_{t+n},\ n\ \ m$$

c. Mô hình làm trơn hàm mũ với xu hướng và mùa

Khi chuỗi dữ liệu có cả các thành phần xu hướng và mùa, giá trị dự báo bao gồm cả ba thành phần mức, xu hướng và mùa. Mô hình EWMA với xu hướng và mùa như sau:

$$F_t = (L_t + T_t)I_t$$

$$L_t = a\frac{D_{t-1}}{I_{t-1}} + (1-a)(L_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = b(L_t - L_{t-1}) + (1-b)T_{t-1}$$

$$I_{t+m} = c\frac{D_t}{L_t} + (1-c)I_t$$

$$F_{t+n} = [L_t + (n+1)T_t]I_{t+n}, n \le m$$

- L_t, T_t, I_t lần lượt là các thành phần mức, xu hướng và mùa.
- a, b, c lần lượt là các hệ số làm trơn mức, xu hướng và mùa.

11.4.3 Mô hình hồi quy theo thời gian

Mô hình phân tích hồi quy giả sử nhu cầu có tương quan với thời gian hay là hàm của thời gian. Với hồi quy tuyến tính, giá trị dự báo là hàm tuyến tính của biến thời gian theo phương trình hồi quy:

$$F_t = a + bt$$

Với a và b là các hằng số được xác định theo chuỗi dữ liệu quá khứ với phương pháp cực tiểu tổng bình phương khỏang cách các điểm của chuỗi dữ liệu và đường thẳng ứng với phương trình hồi quy.

$$\text{MinS: } S=\sum_{t=1}^{n}(D_t - F_t)^2 = \sum_{t=1}^{n}(D_t - a - bt)^2$$

Dựa vào tối ưu kinh điển, các giá trị a và b định bởi:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = -2\sum_{t=1}^{n}(D_t - a - bt) = 0,$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = -2\sum_{t=1}^{n}(D_t - a - bt)t = 0$$

Suy ra:

$$b = \frac{\sum_{t=1}^{n} D_t t - n\overline{D}\,\overline{t}}{\sum_{t=1}^{n} t^2 - n\overline{t}^2}$$

$$a = \overline{D} - b\overline{t}$$

Với:

$$\overline{t} = \sum_{t=1}^{n} t / n$$

$$\overline{D} = \sum_{t=1}^{n} D_t / n$$

Khi đã xác định được phương trình hồi quy, ta có thể dự báo nhu cầu theo biến thời gian, tuy nhiên để đánh giá chất lượng dự báo ta dùng hệ số tương quan

$$r = \frac{\sum_{t=1}^{n} D_t t - n\overline{D}\,\overline{t}}{\left[\left(\sum_{t=1}^{n} t^2 - n\overline{t}^2\right)\left(\sum_{t=1}^{n} D_t^2 - n\overline{D}^2\right)\right]^{1/2}}$$

Hệ số tương quan có độ lớn r 1, tương quan giữa nhu cầu và thời gian được đánh giá theo bảng sau, mô hình thường được sử dụng khi r > 0,75.

/r/	*Tương quan*
0 – 0,19	Rất thấp
0,2 – 0,39	Thấp
0,4 – 0,69	Trung bình
0,7 – 0,89	Cao
0,9 – 1	Rất cao

11.4.4 Một số mô hình chuỗi thời gian thực tế

Các mô hình phân tích chuỗi thời gian thực tế thường dùng bao gồm:

- Mô hình Winter
- Mô hình phân ly
- Mô hình Box-Jenkins

Mô hình Winter là một mô hình làm trơn hàm mũ xét cả ba thành phần mức, xu hướng và mùa. Mô hình phân ly giả sử dữ liệu chuỗi thời gian bao gồm các thành phần xu hướng T, mùa S, chu kỳ C, và ngẫu nhiên R kết hợp cả hai kỹ thuật làm trơn chuỗi dữ liệu và hồi quy tuyến tính. Năm 1970, George Box và Gwilym Jenkins xây dựng một phương pháp hệ thống để phân tích chuỗi dữ liệu và lựa chọn mô hình dự báo thích hợp gọi là phương pháp Box – Jenkins gồm các bước:

- Xác định cấu trúc mô hình
- Ước lượng tham số mô hình
- Kiểm tra sự phù hợp của mô hình

Một mô hình sử dụng phương pháp Box - Jenkins là mô hình ARIMA. Mô hình ARIMA là một mô hình toán dùng cho chuỗi dữ liệu theo thời gian, kết hợp giữa phương pháp hồi quy và phương pháp trung bình dịch chuyển.

11.5 Mô hình tương quan

Trong thực tế, đại lượng được dự báo có thể có sự tương quan với các biến khác. Chẳng hạn như nhu cầu bếp ga có tương quan với giá nhiên liệu, thu nhập, độ an toàn… hay doanh thu của một công ty có tương quan với giá, chi phí quảng cáo, khuyến mãi… của công ty đó. Trong trường hợp này ta có thể dùng mô hình tương quan để dự báo. Biến dự báo là biến ra của mô hình được gọi là biến phụ thuộc. Biến vào của mô hình là biến tương quan với biến dự báo được gọi là biến độc lập. Các mô hình tương quan thường dùng là các mô hình hồi quy, dựa vào số biến vào có thể chia mô hình thành:

- Mô hình hồi quy đơn biến
- Mô hình hồi quy đa biến.

Dựa vào quan hệ giữa các biến vào ra, ta có thể chia mô hình thành:

- Mô hình tuyến tính
- Mô hình phi tuyến.

11.5.1 Hồi quy đơn biến

Hồi quy đơn biến khi chỉ có một biến độc lập

$$Y = f(X)$$

a. Hồi quy tuyến tính

Mô hình hồi quy đơn biến tuyến tính giả thiết tương quan giữa các biến X và Y là tuyến tính.

$$Y = \quad + \quad X$$

- Y- biến phụ thuộc
- X- biến độc lập
-   - hệ số góc
-   - hằng số

Hệ số ,   của phương trình hồi qui được xác định bởi tập số liệu với n quan sát của các biến:

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$$

Với phương pháp cực tiểu tổng bình phương khỏang cách từ tập số liệu và đường thẳng hồi quy, các hệ số ,   được xác định như sau:

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\overline{X}\,\overline{Y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{X}^2}$$

$$\alpha = \overline{Y} - \beta\overline{X}$$

Nhằm đánh giá mức độ phù hợp của mô hình hồi qui ta dùng hệ số xác định:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - Y)^2}{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \overline{Y})^2}$$

Hệ số xác định đánh giá mức tương quan như ở bảng sau:

R^2	Tương quan
0,90 – 1,00	rất cao
0,70 – 0,89	cao
0,40 – 0,69	trung bình
0,20 – 0,39	thấp
0,00 – 0,19	rất thấp

b. Hồi quy phi tuyến

Mô hình hồi qui tuyến tính được áp dụng chỉ khi mối tương quan thực giữa hai biến X và Y là tuyến tính. Nếu mối tương quan này không tuyến tính thì phải dùng những mô hình khác. Một số mô hình hồi quy phi tuyến:

- Mô hình bậc hai.
- Mô hình tương quan bội.
- Mô hình tương quan nghịch đảo.
- Mô hình tương quan mũ.

11.5.2 Hồi quy đa biến

Hồi quy đa biến sử dụng khi có nhiều biến phụ thuộc tương quan với nhiều biến độc lập ở đầu vào:

$$Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_k)$$

Trong đó $X_1, X_2, \ldots, X_k$ là k biến độc lập.

a. Hồi quy đa biến tuyến tính

Mô hình hồi qui đa biến tuyến tính giả sử tương quan tuyến tính giữa biến phụ thuộc và các biến độc lập

$$Y = \ _0 + \ _1X_1 + \ _2X_2 + \dots + \ _kX_k$$

- $_0$ - hằng số cắt của mặt hồi qui
- $_i$, i=1 k - hệ số góc của mặt hồi qui

Các tham số hồi qui $_i$ được xác định bằng tập số liệu với n quan sát được

$$(y_j, x_{ij}), i=1 \ k, j=1 \ n$$

Các tham số hồi qui $_i$ được xác định bởi phương pháp cực tiểu bình phương khỏang cách từ các điểm của tập số liệu và mặt hồi quy.

$$\mathrm{MinS} = \sum_{j=1}^{n} [y_j - (\beta_o + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_{ij})]$$

Theo phương pháp tối ưu kinh điển, các tham số $_i$ định bởi hệ phương trình

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_i} = 0, \ i = 0 \div k$$

b. Hồi quy đa biến phi tuyến

Quan hệ phi tuyến xảy ra khi có ít nhất một trong các biến độc lập thể hiện quan hệ phi tuyến tính với biến phụ thuộc, hoặc là có ít nhất hai biến độc lập có quan hệ tương hỗ lẫn nhau. Để xác định các tham số mô hình, ta có thể dùng phương pháp đã sử dụng ở mô hình tuyến tính sau khi đã tuyến tính hóa phương trình hồi quy qua việc đặt các biến mới để đưa phương trình phi tuyến trở thành phương trình tuyến tính.

11.6 Dự báo định tính

Khi không có số liệu dự báo các nhà quản lý thường dùng khả năng chuyên môn, kinh nghiệm, và các nhận định đánh giá tình hình làm cơ sở cho dư báo. Phương pháp dự báo định tính dựa vào cách nhìn, chuyên môn và quan điểm quản lý. Các phương pháp định tính thường dùng như

- Lấy ý kiến chuyên gia
- Khảo sát thị trường
- Phương pháp Delphi

Chuyên gia được lấy ý kiến có thể là các nhà quản lý, các chuyên viên, hay người bán hàng. Các nhà quản lý là những người phụ trách những công việc quan trọng và thường hay sử dụng những số liệu thống kê, chỉ tiêu tổng hợp của doanh nghiệp. Các chuyên viên là những người ở các bộ phận như kỹ thuật, tài chính, sản xuất, tiếp thị. Những người bán hàng là những người hiểu rõ nhu cầu và thị hiếu của người tiêu dùng, qua đó có thể dự báo nhu cầu người tiêu dùng.

Khảo sát thị trường thực hiện bởi bộ phận nghiên cứu thị trường hay phòng kinh doanh hoặc bộ phận bán hàng của công ty hay tiến hành bởi các công ty tư vấn chuyên khảo sát và nghiên cứu thị trường. Có nhiều cách để thu thập thông tin từ khách hàng, như phỏng vấn trực tiếp, gửi bản câu hỏi qua đường bưu điện, điện thoại, E-mail… Việc lấy ý kiến khách hàng hiện tại cũng như các khách hàng tiềm năng tương lai sẽ giúp dự báo được nhu cầu tương lai và cả thị hiếu khách hàng giúp cải tiến sản phẩm.

Phương pháp Delphi là phương pháp thống kê, tổng hợp ý kiến các chuyên gia nhằm tránh va chạm hay ảnh hưởng lẫn nhau và đạt được sự đồng thuận của chuyên gia trong đánh giá thị trường. Phương pháp bao gồm các bước:

1. Thiết lập và gởi bảng câu hỏi cho các chuyên gia.

2. Thu thập, chọn lọc, sắp xếp, tóm tắt, viết lại trên cơ sở ý kiến của chuyên gia.

3. Phản hồi kết quả vòng 1 để các chuyên gia xem xét, điều chỉnh.

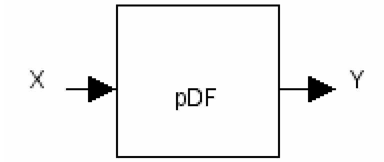
4. Lặp lại các bước 2 và 3 đến khi đạt được kết quả đồng thuận giữa các chuyên gia.

11.7 Dự báo mềm

Dự báo mềm ứng dụng tính tóan mềm trong dự báo. Mô hình dự báo mềm pDF ứng dụng trong cả dự báo định tính và định lượng.

11.7.1 Dự báo mềm định tính

Mô hình dự báo định tính pDFI như ở hình sau, trong đó X là các biến vào, Y là biến ra.



a. Mô hình pDF

Mô hình dự báo mềm pDF là mô hình suy diễn mờ bao gồm các khối:

- Mờ hóa
- Luật suy diễn
- Suy diễn
- Giải mờ

Mô hình dự báo mềm pDF như hình sau.

Khối mờ hóa mờ hóa các biến vào và cả biến ra là nhu cầu. Các biến vào là các biến ảnh hưởng đến nhu cầu, được xác định bởi chuyên gia. Mô hình pDF mờ hóa các biến bởi 5 trạng thái, ứng với 5 tập mờ tam giác xác định trong vùng giá trị của biến tương ứng:

[Rất nhỏ -RN, Nhỏ - N, Trung bình - TB, Cao - C, Rất cao - RC]

Các tập mờ trạng thái như hình sau.

Bộ luật suy diễn bao gồm các luật suy diễn xây dựng bởi các chuyên gia nhằm suy diễn biến ra là nhu cầu theo các biến vào, nếu mô hình có n biến vào, mỗi biến có năm trạng thái thì bộ luật có tổng cộng 5n luật, các luật này có dạng:

Nếu ($x_1 = X_1^i$ và … và $x_n = X_n^i$) thì $Y = Y^i$

- X_j^i là một trạng thái của x_j, j=1–n.
- Y^i là một trạng thái của biến ra Y

Bộ luật suy diễn thiết lập một quan hệ mờ R giữa biến ra và các biến vào:

R_i: (X_1^i … X_n^i) Y^i

R= $_{i=1\text{-}N}R_i$

Mô hình pDF cũng dùng toán tử min cho việc tích hợp các tập mờ đầu vào và toán tử max cho việc tích hợp luật thành phần Ri. Khối suy diễn suy diễn trạng thái của biến ra ở các trạng thái cụ thể của các biến vào, dựa vào quan hệ mờ xác định bởi bộ luật suy diễn

$Y_0=X_0$ R

- Y_0 - trạng thái biến ra, là 1 tập mờ
- X_0 - trạng thái của các biến vào
- - tóan tử hợp thành.

Có hai luật hợp thành là max-min và max-prod. Mô hình pDF sử dụng luật hợp thành max-min. Sau khi suy diễn, trạng thái biến ra thu được là một tập mờ. Khối giải mờ giải mờ tập mờ này để có được giá trị rõ là nhu cầu dự báo. Có nhiều phương pháp giải mờ, nhằm mục đích đơn giản trong tính tóan, mô hình pDF sử dụng phương pháp giải mờ theo hàm thành viên cực đại.

b. Xây dựng, sử dụng và hiệu chỉnh mô hình pDF

Các bước xây dựng mô hình:

- Xác định các biến vào ảnh hưởng đến nhu cầu
- Mờ hóa các biến vào và ra

- Xây dựng quan hệ mờ qua việc xác định bộ luật suy diễn,
- Xây dựng cơ chế suy diễn qua luật hợp thành max-min
- Xây dựng phương pháp giải mờ hàm thành viên cực đại

Sau khi xây dựng, mô hình pDF được dùng để dự báo qua các bước:

- Xác định trạng thái hiện tại của các biến vào, là những tập mờ
- Suy diễn trạng thái ra của biến ra, là một tập mờ
- Giải mờ, xác định giá trị rõ của biến ra, chính là nhu cầu dự báo.

Môi trường dự báo luôn thay đổi, mô hình pDF thích nghi với những thay đổi này bằng các hiệu chỉnh trực tuyến theo các bước:

1- Dự báo nhu cầu chu kỳ kế

2- Thu thập giá trị thật của chu kỳ

3- Tính sai số dự báo và ra quyết định

- Nếu sai số chấp nhận, giữ mô hình, tiếp tục dự báo chu kỳ sau
- Nếu sai số không chấp nhận, đánh giá tình trạng môi trường, điều chỉnh tham số mô hình.

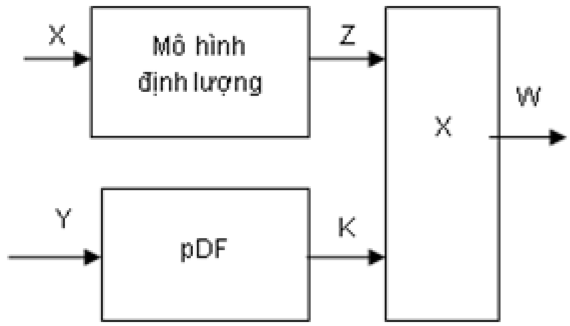
11.7.2 Dự báo mềm định lượng

Mô hình định lượng kinh điển dự báo nhu cầu với đầu vào là chuỗi số liệu theo thời gian hay là các số liệu của các biến định lượng đầu vào. Có nhiều yếu tố môi trường ảnh hưởng đến nhu cầu.

- Điều kiện kinh doanh và tình trạng của nền kinh tế.
- Hoạt động và phản ứng của đối thủ cạnh tranh.
- Quy định của luật pháp.
- Khuynh hướng thị trường
- Đổi mới công nghệ.

Khuynh hướng thị trường như vòng đời sản phẩm, kiểu dáng và thời trang, sự thay đổi nhu cầu người tiêu dùng. Vì vậy, kết quả của mô hình định lượng thường không được sử dụng ngay mà phải được điều chỉnh bởi các chuyên gia dựa vào điều kiện môi trường hiện tại qua trạng thái của các biến định tính ảnh hưởng đến nhu cầu.

Mô hình dự báo mềm định lượng pDFII như ở hình sau.



W=KZ

- X: biến vào định lượng
- Z: Kết quả dự báo định lượng
- Y: Biến vào định tính
- K: Hệ số hiệu chỉnh kết quả định lượng
- W: Kết quả dự báo

Ở mô hình này, mô hình pDF được sử dụng đề suy diễn hệ số hiệu chỉnh K từ các biến vào định tính ảnh hưởng đến nhu cầu. Các bước xây dựng mô hình pDFII:

- Xác định các biến vào định lượng,
- Xây dựng mô hình định lượng phù hợp
- Xác định các biến vào định tính
- Xây dựng mô hình pDF với biến ra là hệ số hiệu chỉnh

Sau khi xây dựng, mô hình pDFII được dùng để dự báo qua các bước:

- Sử dụng mô hình định lượng dự báo nhu cầu Z
- Xác định trạng thái hiện tại của các biến vào định tính.
- Sử dụng mô hình pDF xác định hệ số hiệu chỉnh K
- Hiệu chỉnh nhu cầu dự báo: W = KZ

Mô hình pDFII được hiệu chỉnh để thích nghi với những thay đổi của môi trường dự báo theo các bước tương tự các bước hiệu chỉnh mô hình pDF.

Chương 12
PHÂN TÍCH KINH TẾ

- Dòng tiền tệ mềm
- Phân tích tương đương dòng tiền tệ mềm
- Phân tích khả thi dự án
- So sánh chọn lựa dự án
- Phân tích kinh tế dự án theo lãi suất nội tại mềm
- Mô hình pPEE

Thẩm định dự án gồm hai bài toán:

- Phân tích khả thi dự án.
- Chọn lựa dự án.

Phân tích khả thi dự án là đánh giá một dự án có kinh tế hay không. Chọn lựa dự án là so sánh và chọn dự án kinh tế nhất trong tập dự án khả thi. Chọn lựa nhiều dự án có thể thực hiện khi đã giải quyết bài tóan so sánh kinh tế hai dự án.

Để thẩm định kinh tế dự án trước hết cần mô hình hóa dự án bởi dòng tiền tệ dự án. Trong các nghiên cứu kinh điển, dòng tiền tệ hoặc xác định hoặc ngẫu nhiên. Với dòng tiền tệ xác định độ đo giá trị như giá trị hiện tại là đại lượng rõ. Tuy nhiên sai số ước lượng tham số có thể làm thay đổi kết quả phân tích.

Các mô hình phân tích với dòng tiền tệ ngẫu nhiên bao gồm hai loại ứng với việc biết hay không biết phân bố xác suất của tham số mô hình. Khi biết phân bố xác suất, các mô hình phân tích trong điều kiện rủi ro được sử dụng, tuy nhiên các phân bố xác suất thường là chủ quan và không thể kiểm chứng. Khi không biết phân bố xác suất, các mô hình phân tích trong điều kiện bất định được sử dụng, tuy nhiên các mô hình này phần lớn là mô hình phi thể thức.

Chương này nghiên cứu và xây dựng mô hình mềm pPEE, ứng dụng tính tóan mềm trong các bài toán thẩm định kinh tế dự án, trong đó dòng tiền tệ được mô hình hoá bởi các số mờ, được gọi là dòng tiền tệ mềm. Việc xây dựng hàm thành viên của các số mờ có thể được hỗ trợ bởi mạng thần kinh và giải thuật di truyền.

Việc xây dựng và so sánh các dòng tiền tệ mềm được thực hiện, các chỉ số đánh giá như giá trị hiện tại mờ, lãi suất nội tại mềm được xác định nhằm phân tích khả thi dự án cũng như so sánh, chọn lựa các dự án. Lý thuyết khả năng cũng được sử dụng để đánh giá khả năng khả thi của dự án hay giúp so sánh chọn lựa dự án.

12.1 Dòng tiền tệ mềm

12.1.1 Dòng tiền tệ liên tục

Một dòng tiền tệ liên tục cơ bản có thể được xác định bởi mô hình:

$$(T,F)$$

Trong đó F là lượng tiền và T là thời điểm xuất hiện lượng tiền F. Dòng tiền tệ trên có thể xem là dòng tiền tệ mềm khi hoặc T, hoặc F hoặc cả T và F là những số mờ.

Ví dụ: Một số ví dụ dòng tiền tệ liên tục (T,F) như sau:

- Lượng tiền là khỏang 1000 NĐ ở thời điểm cuối năm thứ 5.
- Lượng tiền là 1000 NĐ ở thời điểm khỏang cuối năm thứ 5.
- Lượng tiền là khỏang 1000 NĐ ở thời điểm khỏang cuối năm thứ 5.

Tổng quát dòng tiền tệ liên tục có thể bao gồm n dòng tiền tệ cơ bản.

$$(T_k, F_k),\ k \quad N_n.$$

Dòng tiền tệ liên tục (T, F) có thể được ghép lãi liên tục với lãi suất r.

12.1.2 Dòng tiền tệ rời rạc

Một dòng tiền tệ rời rạc với n thời đọan có thể được xác định bởi mô hình:

$$F_k,\ k = 0 \quad n$$

Trong đó F_k là lượng tiền xuất hiện ở cuối thời đọan k. Dòng tiền tệ trên có thể xem là dòng tiền tệ mềm khi F_k là những số mờ. Dòng tiền tệ trên có thể được ghép lãi rời rạc với lãi suất thời đọan i.

Ví dụ: Xem dòng tiền tệ F_k, k = 0 n với số thời đọan n = 5. Trong đó F_k (NĐ) là những số mờ tam giác:

- $F_0 = (-5000, 100, 100)$
- $F_1 = (1200, 100, 100)$
- $F_2 = (1400, 200, 200)$
- $F_3 = (1600, 300, 300)$
- $F_4 = (1800, 400, 400)$
- $F_5 = (2000, 500, 500)$

12.2 Phân tích tương đương dòng tiền tệ mềm

Phân tích tương đương dòng tiền tệ nhằm xác định giá trị tương đương của dòng tiền tệ dự án nhằm làm cơ sở cho việc đánh giá khả thi hay chọn lựa dự án. Có nhiều cơ sở tương đương, một số cơ sở hay dùng là gía trị tương đương hiện tại, lãi suất nội tại của dự án.

12.2.1 Phân tích tương đương dòng tiền tệ liên tục

Xem dòng tiền tệ liên tục cơ bản (T,F), khi ghép lãi liên tục với lãi suất r, giá trị tương đương hiện tại của dòng tiền tệ

$$P = Fe^{-rT}$$

a. Khi F là số mờ

Xem F là số mờ trên X với hàm thành viên $_F(x)$, giá trị hiện tại P cũng là một số mờ trên X với hàm thành viên xác định bởi nguyên lý mở rộng.

$$_P(z) = \sup \quad _F(x) \quad x : z = xe^{-rT}$$

$$_P(z) = \sup \quad _F(x) \quad x = ze^{rT}$$

$$_P(z) = \quad _F(ze^{rT})$$

Nếu F là một số mờ hình thang:

$$F = (a,b,c,d)$$

Thì P cũng là một số mờ hình thang:

$$P = Fe^{-rT}$$

$$P = (ae^{-rT}, be^{-rT}, ce^{-rT}, de^{-rT})$$

Nếu F là một số mờ tam giác:

$$F = (a,b,c)$$

Thì P cũng là một số mờ tam giác:

$$P = Fe^{-rT}$$

$$P = (ae^{-rT}, be^{-rT}, ce^{-rT})$$

Ví dụ: Xem dòng tiền tệ liên tục (T,F) với lượng tiền F khoảng 1000 NĐ ở thời điểm T cuối năm thứ 5. Nếu xem F là số mờ tam giác với độ phân tán trên và dưới là 200:

$$F = (1000, 200, 200)$$

$${}_F(x) = (x - 800)/200,\ 800 \quad x \quad 1000$$

$${}_F(x) = (1200 - x)/200,\ 1000 \quad x \quad 1200$$

$${}_F(x) = 0,\ x \quad 800 \text{ hay } 1200 \quad x$$

Với lãi suất r = 10%, theo nguyên lý mở rộng:

$${}_P(z) = \quad {}_F(ze^{rT}) = \quad {}_F(ze^{0,1*5}) = \quad {}_F(1{,}6487z)$$

Suy ra:

$${}_P(z) = (z - 485)/121,\ 485 \quad z \quad 607$$

$${}_P(z) = (728 - z)/121,\ 607 \quad z \quad 728$$

$${}_P(z) = 0,\ z \quad 485 \text{ hay } 728 \quad z$$

Hay theo số học mờ, nếu F là một số mờ tam giác:

$$F = (1000, 200, 200)$$

Thì P cũng là một số mờ tam giác:

$$P = (1000e^{-0,5}, 200e^{-0,5}, 200^{-0,5}) = (607, 121, 121)$$

Thấy rằng hai phương pháp cho cùng kết quả.

b. Khi T là số mờ

Xem dòng tiền tệ liên tục cơ bản (T,F), khi ghép lãi liên tục với lãi suất r, giá trị tương đương hiện tại của dòng tiền tệ

$$P = Fe^{-rT}$$

Xem T là số mờ trên Y với hàm thành viên $_{T}(y)$, theo nguyên lý mở rộng, giá trị hiện tại P cũng một số mờ trên X với hàm thành viên xác định bởi

$$_{P}(x) = \sup \quad _{T}(y) \quad y: x = Fe^{-ry}$$

$$_{P}(x) = \sup \quad _{T}(y) \quad y = -[\ln(x/F)]/r$$

$$_{P}(x) = \quad _{T}(-[\ln(x/F)]/r)$$

Ví dụ: Xem dòng tiền tệ liên tục (T,F) với lượng tiền F là 1000 NĐ ở thời điểm T khỏang cuối năm thứ 5. Nếu xem T là số mờ tam giác với độ phân tán trên và dưới là 2:

$$F = (5, 2, 2)$$

$$_{T}(y) = (y-3)/2, 3 \quad y \quad 5$$

$$_{T}(y) = (7-y)/2, 5 \quad y \quad 7$$

$$_{T}(y) = 0, y \quad 3 \text{ hay } 7 \quad y$$

Với lãi suất r = 10% năm, theo nguyên lý mở rộng:

$$_{P}(x) = \quad _{T}(-[\ln(x/F)]/r) = \quad _{T}(-[\ln(x/1000)]/0{,}1) = \quad _{T}(-10\ln(0{,}001x))$$

Suy ra:

$$_{P}(x) = (-10\ln(0{,}001x) - 3)/2, 3 \quad -10\ln(0{,}001x) \quad 5$$

$$_{P}(x) = (7-(-10\ln(0{,}001x)))/2, 5 \quad -10\ln(0{,}001x) \quad 7$$

$$_{P}(x) = 0, -10\ln(0{,}001x) \quad 3 \text{ hay } 7 \quad -10\ln(0{,}001x)$$

Hay là:

$$_{P}(x) = 5\ln(0{,}001x)+3{,}5, 497 \quad y \quad 607$$

$$_{P}(x) = -5\ln(0{,}001x)-1{,}5, 607 \quad y \quad 741$$

$$_{P}(x) = 0, y \quad 497 \text{ hay } 741 \quad y$$

Để ý rằng dù T là số mờ tam giác nhưng P thì không phải là số mờ tam giác.

c. Khi F & T là những số mờ

Xem dòng tiền tệ liên tục cơ bản (T,F), khi ghép lãi liên tục với lãi suất r, giá trị tương đương hiện tại của dòng tiền tệ

$$P = Fe^{-rT}$$

Xem F là số mờ trên X với hàm thành viên ${}_F(x)$, T là số mờ trên Y với hàm thành viên ${}_T(y)$, theo nguyên lý mở rộng, giá trị hiện tại P cũng một số mờ trên X với hàm thành viên xác định bởi

$${}_P(z) = \sup \quad {}_F(x), \quad {}_T(y) \quad x \quad X,\ y \quad Y:\ z = xe^{-ry}$$

Ví dụ: Xem dòng tiền tệ liên tục (T,F) với lượng tiền F là khỏang 1000 NĐ ở thời điểm T khoảng năm 5. Nếu xem F là số mờ tam giác với độ phân tán trên và dưới là 200:

$$F = (1000, 200, 200)$$

$${}_F(x) = (x - 800)/200,\ 800 \quad x \quad 1000$$

$${}_F(x) = (1200 - x)/200,\ 1000 \quad x \quad 1200$$

$${}_F(x) = 0,\ x \quad 800 \text{ hay } 1200 \quad x$$

Nếu xem T là số mờ tam giác với độ phân tán trên và dưới là 2:

$$T = (5, 2, 2) \text{ năm}$$

$${}_T(y) = (y - 3)/2,\ 3 \quad y \quad 5$$

$${}_T(y) = (7 - y)/2,\ 5 \quad y \quad 7$$

$${}_T(y) = 0,\ y \quad 3 \text{ hay } 7 \quad y$$

Với lãi suất r = 10% năm, theo nguyên lý mở rộng:

$${}_P(z) = \sup \quad {}_F(x), \quad {}_T(y) \quad x,y:\ z = xe^{-ry} \quad = \sup \quad {}_F(x), \quad {}_T(y) \quad x,y:\ z = xe^{-0,1y}$$

d. Mô hình pPEE

Mô hình pPEE trong phân tích tương đương dòng tiền tệ liên tục bao gồm các bước:

1. Ước lượng T bởi số mờ hình thang $T = (a_T, b_T, c_T, d_T)$

2. Ước lượng F bởi số mờ hình thang $F = (a_F, b_F, c_F, d_F)$

3. Xác định giá trị tương đương hiện tại là số mờ P theo phương pháp phân tích khỏang với quan hệ:

$$P = Fe^{-rT}$$

12.2.2 Phân tích tương đương dòng tiền tệ rời rạc

Dòng tiền tệ rời rạc với n thời đọan có thể được xác định bởi mô hình:

$$F_k,\ k = 0 \quad n$$

Trong đó Fk là lượng tiền xuất hiện ở cuối thời đọan k, là những số mờ. Với lãi suất i, giá trị tương đương hiện tại của dòng tiền tệ trên tính được như sau

$$P = \quad F_k(1+i)^{-k} \quad k = 0 \quad n$$

Mô hình pPEE mô hình hóa Fk bởi số mờ hình thang:

$$F_k = (a_k, b_k, c_k, d_k)$$

Giá trị tương đương hiện tại P cũng là số mờ định bởi:

$$P = \quad F_k(1+i)^{-k} \quad k = 0 \quad n \quad = \quad (a_k, b_k, c_k, d_k)\,(1+i)^{-k} \quad k = 0 \quad n$$

$$P = \quad (a_k(1+i)^{-k}, b_k(1+i)^{-k}, c_k(1+i)^{-k}, d_k(1+i)^{-k}) \quad k = 0 \quad n$$

$$P = (\quad (a_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad n \ , \quad b_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad n \ , \quad c_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad n \ , \quad d_k(1+i)^{-k}) \quad k=0 \quad n$$

Suy ra P cũng là một số mờ hình thang:

$$P = (a, b, c, d)$$

- $a = \quad (a_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad n$
- $b = \quad (b_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad n$
- $c = \quad (c_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad n$
- $d = \quad (d_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad n$

Nếu F_k là số mờ tam giác:

$$F_k = (a_k, b_k, c_k)$$

Thì giá trị tương đương hiện tại P cũng là số mờ định bởi:

$$P = \quad F_k(1+i)^{-k} \quad k = 0 \quad n \quad = \quad (a_k, b_k, c_k)\,(1+i)^{-k} \quad k = 0 \quad n$$

$P = \quad (a_k(1+i)^{-k}, b_k(1+i)^{-k}, c_k(1+i)^{-k}) \quad k = 0 \quad n$

$P = (\quad (a_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad n \quad , \quad b_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad n \quad , \quad c_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad n$

Suy ra P cũng là một số mờ tam giác:

$$P = (a, b, c)$$

- $a = \quad (a_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad n$
- $b = \quad (b_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad n$
- $c = \quad (c_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad n$

Mô hình pPEE trong phân tích tương đương dòng tiền tệ rời rạc bao gồm các bước:

1- Ước lượng Fk bởi số mờ hình thang $F = (a_F, b_F, c_F, d_F)$

$$F_k = (a_k, b_k, c_k, d_k)$$

2- Xác định giá trị tương đương hiện tại P là số mờ hình thang

$$P = (a, b, c, d)$$

- $a = \quad (a_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad n$
- $b = \quad (b_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad n$
- $c = \quad (c_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad n$
- $d = \quad (d_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad n$

Ví dụ: Xem dòng tiền tệ F_k, k = 0 n với số thời đoạn n = 5. Trong đó Fk (NĐ) là những số mờ tam giác:

- $F_0 = (-5000, 100, 100)$
- $F_1 = (1200, 100, 100)$
- $F_2 = (1400, 200, 200)$
- $F_3 = (1600, 300, 300)$
- $F_4 = (1800, 400, 400)$
- $F_5 = (2000, 500, 500)$

Với lãi suất i= 10%, giá trị hiện tại P cũng là một số mờ tam giác:

$$P_k = (a, b, c)$$

Với:

a = $(a_k(1+i)^{-k}$ k=0 5

a = $-5000+1200*1,1^{-1}+1400*1,1^{-2}+1600*1,1^{-3}+1800*1,1^{-4}+2000*1,1^{-5}$ = 921

b= $(b_k(1+i)^{-k}$ k=0 5

b = $100+100*1,1^{-1}+200*1,1^{-2}+300*1,1^{-3}+400*1,1^{-4}+500*1,1^{-5}$= 1165

c= $(c_k(1+i)^{-k}$ k=0 5

c = $100+100*1,1^{-1}+200*1,1^{-2}+300*1,1^{-3}+400*1,1^{-4}+500*1,1^{-5}$= 1165

Vậy:

$$P_k = (921; 1165; 1165)$$

12.3 Phân tích khả thi dự án

Theo phân tích kinh điển, một dự án được xem là khả thi khi dòng tiền tệ dự án có giá trị hiện tại không âm:

$$P \quad 0$$

Phân tích khả thi dự án có dòng tiền tệ mềm có thể được thực hiện theo lý thuyết tập mờ hay lý thuyết khả năng, với hỗ trợ của mạng thần kinh và giải thuật di truyền.

12.3.1 Phân tích khả thi dự án theo lý thuyết tập mờ

Khi dự án có dòng tiền tệ mờ, giá trị hiện tại dòng tiền tệ là một số mờ. Khi đã xác định được hàm thành viên của giá trị hiện tại dòng tiền tệ, ta có thể giải mờ và xác định tính khả thi của dự án. Mô hình pPEE phân tích khả thi dự án theo lý thuyết tập mờ với các bước sau:

- Mờ hóa dòng tiền tệ bởi các số mờ hình thang
- Xác định hàm thành viên của giá trị hiện tại
- Giải mờ, xác định giá trị hiện tại dòng tiền tệ
- Xác định tính khả thi của dự án.

Ví dụ: Xem dòng tiền tệ F_k, k = 0   n với số thời đoạn n = 5 năm. Trong đó F_k (NĐ) là những số mờ tam giác:

- F_0 = (-5000, 100, 100) (NĐ)
- F_1 = (1200, 100, 100) (NĐ)
- F_2 = (1400, 200, 200) (NĐ)
- F_3 = (1600, 300, 300) (NĐ)
- F_4 = (1800, 400, 400) (NĐ)
- F_5 = (2000, 500, 500) (NĐ)

Với lãi suất i = 10% năm, tính được giá trị hiện tại P cũng là một số mờ tam giác:

$$P_k = (921; 1165; 1165)\ (NĐ)$$

Giải mờ tập mờ trên theo nguyên lý hàm thành viên cực đại ta được giá trị rõ của giá trị hiện tại của dòng tiền tệ dự án là P = 921 (NĐ). Thấy rằng P>0 nên dự án là khả thi kinh tế.

12.3.2 Phân tích khả thi dự án theo lý thuyết khả năng

Khi dự án có dòng tiền tệ mờ, giá trị hiện tại dòng tiền tệ là một số mờ. Mức độ khả thi của dự án được đánh giá qua khả năng dòng tiền tệ dự án có giá trị hiện tại không âm

$$Pos(P\quad 0)$$

Và khả năng dòng tiền tệ dự án có giá trị hiện tại âm:

$$Pos(P<0)$$

Giá trị hiện tại P là một biến mờ trên X với phân bố khả năng:

$$_P(x) = \quad _P(x),\ x \quad X$$

Khả năng dòng tiền tệ dự án có giá trị hiện tại không âm:

$$Pos(P\quad 0) = \sup \quad _P(x) \quad x \quad 0 \quad = \sup \quad _P(x) \quad x \quad 0$$

Khả năng dòng tiền tệ dự án có giá trị hiện tại âm:

$$Pos(P<0) = \sup \quad _P(x) \quad x<0 \quad = \sup \quad _P(x) \quad x<0$$

Chỉ số thừa nhận dự án khả thi:

P(P 0) = [Pos(P 0) + Nec(P 0)] / 2 = [1+ Pos(P 0) - Pos(P>0)] / 2

Nếu P là số mờ tam giác:

P = (a,b,c)

Thì khả năng dòng tiền tệ dự án có giá trị hiện tại dương:

Pos(P 0) = 1, a 0

Pos(P 0) = $_{P}(0)$, a 0

Thì khả năng dòng tiền tệ dự án có giá trị hiện tại âm:

Pos(P<0) = $_{P}(0)$, a 0

Pos(P<0) =1, a 0

Mô hình pPEE phân tích khả thi dự án theo lý thuyết khả năng với các bước sau:

- Mờ hóa dòng tiền tệ bởi các số mờ hình thang
- Xác định hàm thành viên $_{P}$ của giá trị hiện tại.
- Xác định phân bố khả năng của giá trị hiện tại $_{P}$
- Đánh giá khả năng khả thi của dự án

Ví dụ: Xem dòng tiền tệ F_k, k = 0 n với số thời đọan n = 5. Trong đó F_k (NĐ) là những số mờ tam giác:

- F_0 = (-5000, 100, 100)
- F_1 = (1200, 100, 100)
- F_2 = (1400, 200, 200)
- F_3 = (1600, 300, 300)
- F_4 = (1800, 400, 400)
- F_5 = (2000, 500, 500)

Với lãi suất i = 10%, tính được giá trị hiện tại P cũng là một số mờ tam giác:

P_k = (921; 1165; 1165)

Vì a=921 >0 nên khả năng dòng tiền tệ dự án có giá trị hiện tại dương:

$$Pos(P \quad 0) = 1$$

Và khả năng dòng tiền tệ dự án có giá trị hiện tại âm:

$$Pos(P<0) = \quad _P(0) = (1165-921) / 1165 = 0,2094$$

Chỉ số thừa nhận dự án khả thi:

$$Pos(P \quad 0) = (1+1-0,2094)/ 2 = 0,8963$$

Vậy mức khả năng dự án khả thi là 1 và mức khả năng dự án không khả thi là 0,2094. Hay mức thừa nhận dự án khả thi là 0,8963, là khá cao

12.4 So sánh dự án

So sánh dự án nhằm phân tích xem dự án nào kinh tế hơn, có thể thực hiện bằng cách so sánh giá trị tương đương hiện tại của các dự án. Việc so sánh dự án có thể thực hiện theo lý thuyết tập mờ hay lý thuyết khả năng.

12.4.1 So sánh dự án theo lý thuyết tập mờ

Xem hai dự án A và B tương ứng hai dòng tiền tệ mềm với hai giá trị hiện tại mờ PA và PB, việc so sánh hai dự án xem dự án nào kinh tế hơn có thể thực hiện qua việc giải mờ các tập mờ PA và PB thành các giá trị rõ, từ đó so sánh các giá trị rõ này. Mô hình pPEE so sánh hai dự án theo lý thuyết tập mờ với các bước sau:

- Mờ hóa dòng tiền tệ các dự án A và B bởi các số mờ hình thang
- Xác định hàm thành viên của giá trị hiện tại $_{PA}$ và $_{PB}$ của các dự án.
- Giải mờ xác định các giá trị hiện tại
- So sánh chọn lựa dự án kinh tế hơn.

Ví dụ: Xem dòng tiền tệ dự án A là F_{Ak}, k = 0 n với số thời đọan n = 5. Trong đó F_{Ak} (NĐ) là những số mờ tam giác:

- F_{A0} = (–5000, 100, 100)
- F_{A1} = (1200, 100, 100)
- F_{A2} = (1400, 200, 200)
- F_{A3} = (1600, 300, 300)

- F_{A4} = (1800, 400, 400)
- F_{A5} = (2000, 500, 500)

Với lãi suất i= 10%, như đã tính ở trên, giá trị hiện tại P_A là một số mờ tam giác:

$$P_A = (921; 1165; 1165)$$

Xem dòng tiền tệ dự án B là F_{Bk}, k = 0 n với số thời đọan n = 5. Trong đó F_{Bk} (NĐ) là những số mờ tam giác:

- F_{B0} = (–10000, 200, 200)
- F_{B1} = (2000, 200, 200)
- F_{B2} = (3000, 400, 400)
- F_{B3} = (3000, 600, 600)
- F_{B4} = (4000, 800, 800)
- F_{B5} = (4000, 1000, 1000)

Với lãi suất i=10%, tính được giá trị hiện tại P_B là một số mờ tam giác:

$$P_B = (a, b, c)$$

Với lãi suất i = 10%, giá trị hiện tại P cũng là một số mờ tam giác. Với:

$a = \quad (a_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad 5$

$a = -10000+2000*1,1^{-1}+3000*1,1^{-2}+3000*1,1^{-3}+4000*1,1^{-4}+4000*1,1^{-5}= 1767$

$b = \quad (b_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad 5$

$b = 200+200*1,1^{-1}+400*1,1^{-2}+600*1,1^{-3}+800*1,1^{-4}+1000*1,1^{-5}= 2330$

$c = \quad (c_k(1+i)^{-k} \quad k=0 \quad 5$

$c = 200+200*1,1^{-1}+400*1,1^{-2}+600*1,1^{-3}+800*1,1^{-4}+1000*1,1^{-5}= 2330$

Vậy:

$$P_B = (1767; 2330; 2330)$$

Giải mờ các số mờ PA và PB theo nguyên lý hàm thành viên cực đại ta được các giá trị rõ như sau:

- $P_A = 921$
- $P_B = 1767$

Ta thấy $P_A < P_B$ nên dự án B là kinh tế hơn dự án A. Thấy rằng kết quả phân tích dùng lý thuyết tập mờ là phù hợp với kết quả phân tích dùng lý thuyết khả năng. Mặt khác, xem hai dự án A và B tương ứng hai dòng tiền tệ mềm với hai giá trị hiện tại mờ P_A và P_B, việc so sánh hai dự án xem dự án nào kinh tế hơn có thể thực hiện qua việc so sánh các số mờ P_A và P_B. Việc so sánh hay xếp hạng nhiều dự án có thể thực hiện bằng việc so sánh nhiều số mờ đã được khảo sát trong phần số học mờ.

12.4.2 So sánh dự án theo lý thuyết khả năng

Xem hai dự án A và B tương ứng hai dòng tiền tệ mềm với hai giá trị hiện tại mờ P_A và P_B, việc so sánh hai dự án xem dự án nào kinh tế hơn có thể thực hiện qua việc đánh giá các khả năng:

- Pos ($P_A \quad P_B$): khả năng dự án A kinh tế hơn dự án B
- Pos ($P_A < P_B$): khả năng dự án A không kinh tế hơn dự án B

Các khả năng này có thể được tính theo các hàm thành viên của P_A và P_B

- Pos ($P_A \quad P_B$) = sup   min ($_A(x)$, $_B(y)$)   x,y: x   y
- Pos ($P_A < P_B$) = sup   min ($_A(x)$, $_B(y)$)   x,y: x<y

Mức thừa nhận dự án A kinh tế hơn dự án B là:

$$P(P_A \quad P_B) = [Pos\ (P_A \quad P_B) + Nec(P_A \quad P_B)]/2$$

$$P(P_A \quad P_B) = [1 + Pos\ (P_A \quad P_B) – Pos(P_A < P_B)]/2$$

Nếu $P_A$và P_B là những số mờ tam giác:

- $P_A = (a_1, a_2, a_3)$

- $P_B = (b_1, b_2, b_3)$

Thì:

- Pos ($P_A \quad P_B$) = 1, $a_1 \quad b_1$
- Pos ($P_A \quad P_B$) = h($P_A \quad P_B$), $a_1 < b_1$

Và:

- Pos ($P_A < P_B$) = h($P_A \quad P_B$), $a_1 \quad b_1$
- Pos ($P_A < P_B$) = 1, $a_1 < b_1$

Mô hình pPEE so sánh hai dự án theo lý thuyết khả năng với các bước sau:

- Mờ hóa dòng tiền tệ các dự án A và B bởi các số mờ hình thang
- Xác định hàm thành viên của giá trị hiện tại của các dự án.
- Xác định phân bố khả năng của giá trị hiện tại của các dự án.
- Đánh giá khả năng dự án A kinh tế hơn dự án B.

Ví dụ: Xem dòng tiền tệ dự án A là F_{Ak}, k = 0 n với số thời đọan n = 5. Trong đó F_{Ak} (NĐ) là những số mờ tam giác:

- F_{A0} = (–5000, 100, 100)
- F_{A1} = (1200, 100, 100)
- F_{A2} = (1400, 200, 200)
- F_{A3} = (1600, 300, 300)
- F_{A4} = (1800, 400, 400)
- F_{A5} = (2000, 500, 500)

Với lãi suất i = 10%, tính được giá trị hiện tại PA là một số mờ tam giác:

$$P_A = (921; 1165; 1165)$$

Xem dòng tiền tệ dự án B là F_{Bk}, k = 0 n với số thời đọan n = 5. Trong đó F_{Bk} (NĐ) là những số mờ tam giác:

- F_{B0} = (–10000, 200, 200)
- F_{B1} = (2000, 200, 200)
- F_{B2} = (3000, 400, 400)
- F_{B3} = (3000, 600, 600)
- F_{B4} = (4000, 800, 800)
- F_{B5} = (4000, 1000, 1000)

Với lãi suất i = 10%, tính được giá trị hiện tại PB là một số mờ tam giác:

$$P_B = (1767; 2330; 2330)$$

Suy ra:

$$Pos\ (P_A \quad P_B) = 0{,}7579$$

$$Pos\ (P_A < P_B) = 1$$

Vậy mức khả năng dự án A kinh tế hơn dự án B là 0,7579 và mức khả năng dự án A không kinh tế hơn dự án B là 1. Mức thừa nhận dự án A kinh tế hơn dự án B là:

$$P(P_A \quad P_B) = [1 + Pos\ (P_A \quad P_B) – Pos(P_A < P_B)]/2$$

$$P(P_A \quad P_B) = (1 + 0{,}7579 – 1)\ /2 = 0{,}3789$$

Vậy mức thừa nhận dự án A kinh tế hơn dự án B là thấp. Dự án B có nhiều khả năng kinh tế hơn dự án A.

12.5 Phân tích lãi suất nội tại mờ

12.5.1 Lãi suất nội tại mờ

Theo lý thuyết kinh điển, lãi suất nội tại i* của một dòng tiền tệ là lãi suất ở đó giá trị hiện tại bằng 0:

$$P(i^*) = 0$$

Nhắc lại dòng tiền tệ rời rạc với n thời đoạn:

$$F_k,\ k = 0 \quad n$$

Với lãi suất i, giá trị tương đương hiện tại của dòng tiền tệ trên tính được như sau:

$$P = \quad F_k(1+i)^{-k} \quad k = 0 \quad n$$

Khi Fk là những số mờ, giá trị hiện tại P cũng là số mờ. Lãi suất nội tại của dự án là tập mờ với hàm thành viên có thể được xác định như sau:

$$(i) = Pos\ (P(i) = 0)$$

Mô hình pPEE xác định hàm thành viên và phân bố khả năng của lãi suất nội tại i* của một dòng tiền tệ theo các bước:

- Mờ hóa dòng tiền tệ dự án bởi các số mờ hình thang
- Xác định hàm thành viên $_P$ của giá trị hiện tại của dự án ở lãi suất i.
- Xác định phân bố khả năng của giá trị hiện tại của dự án ở lãi suất i.
- Xác định giá trị hàm thành viên của lãi suất nội tại ở lãi suất i
- Xác định hàm thành viên của lãi suất nội tại.
- Thay đổi giá trị của i,
- Xác định giá trị hàm thành viên của lãi suất nội tại tương ứng theo các bước 2, 3, 4.
- Xác định phân bố khả năng của lãi suất nội tại.

Ví dụ: Xem dòng tiền tệ F_k, k = 0 n với số thời đọan n = 5. Trong đó F_k (NĐ) là những số mờ tam giác:

- F_0 = (-5000, 100, 100)
- F_1 = (1200, 100, 100)
- F_2 = (1400, 200, 200)
- F_3 = (1600, 300, 300)
- F_4 = (1800, 400, 400)
- F_5 = (2000, 500, 500)

Với lãi suất i= 10% năm, tính được giá trị hiện tại P cũng là một số mờ tam giác:

$$P_A = (921;\ 1165;\ 1165)$$

Lãi suất nội tại mờ:

$$(10\%) = Pos\ (P(10\%) = 0) = 0{,}2094$$

Giá trị hàm thành viên của lãi suất nội tại mờ ở các lãi suất khác nhau được tính tương tự.

12.5.2 Đánh giá khả thi dự án theo lãi suất nội tại mờ

Khi đã tính được lãi suất nội tại mờ I của một dự án, ta có thể đánh giá khả thi dự án bằng cách so sánh lãi suất tính được này với giá trị lãi suất thấp nhất chấp nhận được MARR. Theo lý thuyết tập mờ, ta có thể giải mờ tập mờ lãi suất nội tại rồi thực hiện việc so sánh. Mô hình pPEE đánh giá khả thi dự án theo lãi suất nội tại mờ bằng lý thuyết tập mờ theo các bước:

- Mờ hóa dòng tiền tệ dự án bởi các số mờ hình thang
- Xác định hàm thành viên của lãi suất nội tại.
- Giải mờ, xác định giá trị rõ của lãi suất nội tại.
- Đánh giá tính khả thi của dự án.

Mặt khác theo lý thuyết khả năng, ta có thể đánh giá khả năng khả thi của dự án bằng cách xác định các mức khả năng sau:

$$\text{Pos}\ (I \quad MARR)$$

$$\text{Pos}\ (I<MARR)$$

Từ đó tính chỉ số thừa nhận tính khả thi của dự án:

$$P(I \quad MARR) = [1 + \text{Pos}\ (I \quad MARR) - \text{Pos}\ (I<MARR)\ ] /2$$

Mô hình pPEE đánh giá khả thi dự án theo lãi suất nội tại mờ bằng lý thuyết khả năng theo các bước:

- Mờ hóa dòng tiền tệ dự án bởi các số mờ hình thang
- Xác định phân bố khả năng của lãi suất nội tại.
- Đánh giá khả năng khả thi của dự án.

12.5.3 So sánh dự án theo lãi suất nội tại mờ

Việc so sánh dự án thực hiện bằng cách so sánh lãi suất nội tại mờ của các dự án. Việc so sánh này có thể thực hiện bằng cách giải mờ để có lãi suất nội tại rõ rồi so sánh hay so sánh trực tiếp trên các lãi suất nội tại mờ là các số mờ. Phương pháp so sánh số mờ đã được trình bày ở phần số học mờ. Mô hình pPEE so sánh dự án theo lãi suất nội tại mờ bằng lý thuyết tập mờ theo các bước:

- Mờ hóa dòng tiền tệ của các dự án bởi các số mờ hình thang
- Xác định hàm thành viên của lãi suất nội tại.
- Giải mờ, xác định giá trị rõ của các lãi suất nội tại.
- So sánh kinh tế các dự án.

Mặt khác theo lý thuyết khả năng, ta có thể đánh giá khả năng dự án A kinh tế hơn dự án B bằng cách xác định các mức khả năng sau:

$$\mathrm{Pos}\ (I_A \quad I_B)$$

$$\mathrm{Pos}\ (I_A < I_B)$$

Từ đó tính chỉ số thừa nhận tính khả thi của dự án:

$$P(I_A \quad I_B) = [1 + \mathrm{Pos}\ (I_A \quad I_B) - \mathrm{Pos}\ (I_A < I_B)]\ /2$$

Mô hình pPEE đánh giá khả thi dự án theo lãi suất nội tại mờ bằng lý thuyết khả năng theo các bước:

- Mờ hóa dòng tiền tệ của các dự án bởi các số mờ hình thang
- Xác định phân bố khả năng của lãi suất nội tại của các dự án.
- Đánh giá khả năng một dự án kinh tế hơn dự án còn lại.

Chương 13
ĐIỀU ĐỘ DỰ ÁN

- Dự án
- Quản lý dự án
- Điều độ dự án
- Điều độ dự án mềm
- Bài toán thời gian hoàn thành dự án
- Mô hình mạng
- Mô hình CPM
- Mô hình pCPM
- Ra quyết định khả năng hoàn thành dự án.
- Mô hình pPS

13.1 Quản lý dự án

Dự án là một tập hợp các công việc có thuộc tính và quan hệ, sử dụng các nguồn lực nhằm đạt được một mục tiêu, tạo được một kết quả nào đó. Các phương diện của dự án bao gồm chất lượng, thời gian và chi phí. Quản lý dự án là tổ chức thực hiện các công việc một cách có hệ thống, hiệu quả để đạt được mục tiêu về chất lượng, thời gian và chi phí. Các vấn đề thường gặp trong quản lý dự án như:

- Khi nào dự án hoàn thành?
- Khả năng hoàn thành dự án trước một thời hạn?
- Hoàn thành dự án nhanh nhất?
- Nguồn lực hoàn thành dự án?
- Công việc găng và rút ngắn bằng tăng cường nguồn lực?
- Chi phí rút ngắn thời gian hoàn thành dự án? Tối ưu?
- Ở một thời điểm, dự án được thực hiện, sớm/trễ/ theo kế hoạch?
- Ở một thời điểm, chi phí bằng/ lớn/ nhỏ hơn ngân sách dự kiến?

Các giai đoạn trong quản lý dự án là:

- Hoạch định dự án,
- Điều độ dự án,

- Kiểm soát dự án.

Hoạch định dự án bao gồm xác định mục tiêu dự án, xác định công việc, tổ chức dự án. Xác định công việc bao gồm phân chia dự án thành các công việc, xác định quan hệ trước sau của các công việc và ước lượng tham số của các công việc như thời gian, chi phí, nhân lực thực hiện. Dự án đòi hỏi nhiều người phải dành một phần hay toàn bộ thời gian tham gia, tổ chức dự án xác lập quan hệ thành viên, quy định trách nhiệm và thống nhất các quy tắc ra quyết định. Các hình thức tổ chức bao gồm theo chuyên môn, theo dự án, và ma trận. Cần chọn hình thức tổ chức thuận lợi nhất cho chủ nhiệm dự án thực thi dự án.

Điều độ dự án là sự chuyển đổi những hoạch định dự án thành bảng thời gian các công việc, làm cơ sở cho kiểm soát dự án. Điều độ còn giúp ước lượng thời gian hoàn thành dự án, xác định các công việc găng, và hỗ trợ cho các quyết định về tiến độ dự án.

Kiểm soát dự án nhằm giám sát việc thực hiện theo kế hoạch về nguồn lực, chi phí, chất lượng, ngân sách, dịch chuyển nguồn lực để đạt yêu cầu về thời gian, chi phí, chất lượng dự án. Thực tế thực hiện dự án thường không theo kế hoạch như các công việc hoàn thành sớm hay trễ hơn dự kiến, cần thêm hay bớt công việc, chi phí gia tăng… vì vậy cần thường xuyên giám sát việc thực hiện dự án, hiệu chỉnh ngay khi có thay đổi so với kế hoạch. Để kiểm sóat dự án cần cập nhật mô hình mạng về thuộc tính công việc, thêm bớt công việc. Các công cu kiểm sóat bao gồm sơ đồ mạng, các báo cáo về chi phí, ngân sách, về các công việc chậm trễ, độ dư của công việc, về chất lượng công việc đã hoàn thành.

13.2 Điều độ dự án

Như đã nêu trên, điều độ dự án là xác định đường găng, lên lịch các công việc dự án, điều phối nguồn lực, qua đó ước lượng thời gian hoàn thành dự án. Khi không có ràng buộc nguồn lực, điều độ dự án bố trí các công việc với ràng buộc thứ tự và thời gian công việc nhằm tối thiểu thời gian hoàn thành dự án. Các công cụ điều độ thường dùng bao gồm:

- Sơ đồ Gantt,
- Mô hình mạng,
- CPM,

- PERT.

Sơ đồ Gantt ra đời vào năm 1917 bởi Henry L. Gantt. Sơ đồ Gantt biểu diễn những công việc của dự án trên trục nằm ngang, mỗi công việc được trình bày bằng một đường hoặc thanh nằm ngang có chiều dài là thời gian hoàn thành công việc. Các công việc được vẽ trên đồ thị theo trình tự và theo tỉ lệ thời gian của từng công việc. Sơ đồ Gantt là một phương pháp dễ đọc, nó chỉ ra trạng thái hiện tại của dự án những công việc nào đang được thực hiện. Ngoài ra, nó còn hữu ích trong việc giải quyết, phối hợp và phân bổ lại nguồn lực.

Mô hình mạng được phát triển từ lý thuyết đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa các công việc với nhau. Có hai dạng mô hình mạng là công việc trên cung và công việc trên nút. Trong định dạng công việc trên cung, các cung chỉ các công việc, và các nút chỉ các cột mốc hay sự kiện.

Phương pháp đường găng CPM ra đời từ những nỗ lực ban đầu của công ty DuPont và Remmington Rand Univac vào 1957. Đường găng là đường biểu diễn thời gian dài nhất từ lúc bắt đầu đến kết thúc dự án. Đường găng xác định thời gian hoàn thành dự án. Công việc găng là các công việc nằm trên đường găng, không thể bị trễ, nếu trễ ảnh hưởng đến thời gian hoàn thành dự án.

Phương pháp CPM xác định đường găng, các công việc găng, các công việc không găng, thời gian thực hiện dự án với các giả định nguồn lực là vô hạn, thời gian hoàn thành công việc là tất định, chỉ có ràng buộc trước sau giữa các công việc. Mặt khác phương pháp CPM còn giúp xác định thời gian bắt đầu sớm nhất ES, thời gian hoàn thành sớm nhất EC, thời gian hoàn thành trễ nhất LC, thời gian bắt đầu trễ nhất LS, thời gian dư S của một công việc.

Phương pháp PERT bắt đầu sử dụng vào 1958. PERT dựa vào CPM xác định kỳ vọng và phân bố thời gian hoàn thành dự án với giả thiết thời gian hoàn thành công việc là bất định theo phân bố , phân bố hoàn thành dự án là phân bố chuẩn. Từ đó trả lời các câu hỏi như xác suất để hoàn thành dự án trong một thời gian cho trước hay thời gian để hoàn thành dự án với một xác suất cho trước.

13.3 Điều độ dự án mềm

Giải quyết các bài toán tối ưu bằng các phương pháp định lượng là khó khăn vì khó thu thập đủ thông tin để lượng hoá các tham số mô hình. Với sự phát triển của tính toán mềm, những khó khăn trên có thể được loại trừ. Tính toán mềm có thể được sử dụng để giải quyết được các bài toán chuyên ngành, một trong những bài toán được quan tâm là bài toán điều độ dự án.

Trong các hình thức điều độ, điều độ dự án được xem là đơn giản nhất, ứng dụng của tính toán mềm trong bài toán điều độ dự án cũng ra đời sớm nhất. Ý tưởng điều độ mềm đầu tiên xuất hiện vào 1979 được Prade đề ra. Từ đó, những nghiên cứu về vấn đề này không ngừng phát triển. Các nhà nghiên cứu chỉ ra các khuyết điểm của các phương pháp điều độ thường dùng (CPM, PERT) và sử dụng tính toán mềm để cải thiện các khuyết điểm trên. Khi dữ liệu đầu vào không chính xác thì lý thuyết tập mờ được xem là thích hợp với dạng tự nhiên của vấn đề hơn là CPM hay PERT. Prade chỉ ra ứng dụng khái niệm mờ trong vấn đề điều độ như thế nào và khi nào.

Sau đó, ý tưởng trên được quan tâm và phát triển từ nhiều nhà nghiên cứu. Năm 1981, Chanas và Kamburowski lập luận rằng cần phải cải tiến PERT và chỉ ra ba nguyên nhân:

- Tính chủ quan của việc ước lượng thời gian công việc.
- Thiếu sự lặp lại của các công việc.
- Sự khó khăn trong tính toán khi sử dụng phương pháp xác suất.

Sau đó họ đưa ra mô hình FPERT với thời gian công việc là những số mờ tam giác. Vào 1989, Buckley đề ra hai phương pháp tính FPERT với thời gian công việc là những số mờ rời rạc và liên tục theo dạng hình thang.

Năm 1988, nhận thấy tính toán mềm có thể ứng dụng trong khoa học quản lý, Kaufmann và Gupta đã trình bày phương pháp đường găng khi thời gian công việc là số mờ tam giác. Họ đã trình bày giải thuật 6 bước để xác định đường găng và thời gian hoàn thành dự án.

Cũng vào năm 1988, McCahon và Lee cho rằng PERT chỉ thích hợp cho những dự án tương tự những dự án đã làm và chỉ thích hợp khi dự án có số công việc lớn hơn hay bằng 30. Ngược lại, khi thời gian công việc là mơ hồ thì nên mô hình dự án với những thành phần mờ. Để minh hoạ họ đưa ra một dự án có 8 công việc có thời gian hoàn thành công việc là số mờ tam giác.

Với mục đích cải tiến PERT, Lootsma cho rằng những đánh giá của con người có vai trò quan trọng trong PERT khi ước lượng thời gian hoàn thành công việc, điều này sẽ ảnh hưởng đến kết quả tính toán. Lootsma cũng cho rằng tính mờ không thích hợp được mô hình ngẫu nhiên. Vì vậy, tuy còn nhiều giới hạn nhưng Fuzzy PERT thực tế và dễ thực hiện hơn PERT.

Vào 1989, khái niệm Fuzzy PERT được xác định rõ hơn khi Buckley đề ra hai phương pháp tính Fuzzy PERT với thời gian hoàn thành công việc là những số mờ rời rạc và liên tục theo dạng hình thang. Buckley đã đưa ra một trường hợp nghiên cứu với dự án có 10 công việc và đã phát triển phân bố khả năng thời gian hoàn thành dự án.

Năm 1990, DePorter và Ellis trình bày mô hình nén dự án sử dụng quy hoạch tuyến tính mờ. Các mục tiêu cực tiểu thời gian và cực tiểu chi phí mâu thuẫn với nhau. Quy hoạch tuyến tính cho phép tối ưu theo một mục tiêu, hoặc thời gian hoặc chi phí. Quy hoạch mục tiêu cho phép tối ưu theo hai mục tiêu. Khi các yếu tố là mơ hồ thì quy hoạch tuyến tính mờ được sử dụng. Một trường hợp nghiên cứu với dự án 10 công việc để minh hoạ giải thuật.

Năm 1993, McCahon đã đưa ra phương pháp FPNA và so sánh FPNA với PERT. Năm 1994 có ba nghiên cứu quan trọng về điều độ dự án mờ. Nasuation chứng tỏ rằng với nhát cắt , độ dư mờ trong phương pháp đường găng cung cấp đủ thông tin để xác định đường găng. Sau đó, đưa ra một giải thuật tính thời gian trễ nhất cho phép và thời gian dư. Giải thuật được minh hoạ bằng một dự án 10 công việc với thời gian công việc là số mờ tam giác. Hapke và các đồng sự đã trình bày một hệ thống hổ trợ ra quyết định cho điều độ dự án mờ FPS. Hệ thống FPS được dùng để phân bổ nguồn lực cho những công việc phụ thuộc. Thời gian công việc ở dạng khoảng mờ để xác định thời gian hoàn thành dự án và thời gian trễ lớn nhất. Hệ thống FPS cho phép ước lượng thời gian hoàn thành dự án và có khả năng phân tích rủi ro liên quan thời gian hoàn thành dự án yêu cầu. Lorterapong giới thiệu một phương pháp điều độ dự án với ràng buộc nguồn lực nhắm đến thời gian hoàn thành dự án và sử dụng nguồn lực. Lý thuyết tập mờ được sử dụng để mô hình tính mờ trong ngôn ngữ dùng để mô tả thời đoạn công việc. Phương pháp này cũng cung cấp một khung cho việc phân bổ nguồn lực trong môi trường bất định của dự án.

Năm 1995, Chang và các đồng nghiệp đã kếp hợp phương pháp kết hợp và so sánh trong phân tích số mờ thành một giải thuật hiệu quả giải quyết bài toán điều độ dự án. Đầu tiên phương pháp so sánh loại trừ những công việc có khả năng găng không cao. Sau đó, phương pháp kết hợp xác định những đường có khả năng găng cao nhất. Phương pháp Delphi mờ được dùng để ước lượng thời gian công việc. Giải thuật được minh họa bằng một dự án có 14 công việc và thời gian hoàn thành dự án là những số mờ tam giác. Shipley, De Korvin và Omer kết hợp logic mờ, hàm lòng tin, nguyên lý mở rộng và phân bố xác suất mờ phát triển thành giải thuật BIFPET, trong đó số mờ tam giác được dùng để xác định thời gian công việc. BIFPET dùng để xác định đường găng và thời gian hoàn thành dự án.

Năm 2000, Chanas và Zieliski suy rộng khái niệm găng cho dự án có thời gian công việc mờ bằng cách áp dụng trực tiếp nguyên lý mở rộng của Zadeh. Họ cũng trình bày quan hệ giữa khái niệm găng mờ và khái niệm găng trong khoảng của các nghiên cứu trước đó, sau đó là hai phương pháp tính mức độ găng của các đường theo khái niệm găng mờ.

Năm 2001, Chanas lại cùng với Zieliski lại đưa ra phương pháp phân tích đường găng khi thời gian công việc là mơ hồ. Sau đó, Chanas, Zieliski và Dubois đã trình bày nghiên cứu của họ về đường găng khi thời gian công việc là những khoảng mờ. Năm 2003, N.N.Phong xây dựng các mô hình pCPM, pPS sẽ được trình bằng sau.

Tóm lại khái niệm về điều độ dự án mềm ra đời vào những năm cuối thập niên 70. Từ đó, những nghiên cứu về vấn đề này không ngừng phát triển. Các nhà nghiên cứu đều chỉ ra các khuyết điểm của các phương pháp điều độ thường dùng (CPM, PERT) và sử dụng tính toán mềm để cải thiện các khuyết điểm trên.

13.4 Bài toán thời gian hoàn thành dự án

Với xu hướng phát triển, có rất nhiều dự án đầu tư. Các dự án thường bị chậm tiến độ dẫn đến nhiều hệ lụy. Một nguyên nhân là việc giải quyết các bài toán tiến độ dự án được thực hiện theo các phương pháp kinh điển không phù hợp, cần sử dụng một phương pháp phù hợp hơn, dễ dàng hơn, chính xác hơn hay hiệu quả hơn. Hai bài toán liên quan đến tiến độ dự án là:

- Ước lượng thời gian hoàn thành dự án
- Phân tích rủi ro về tiến độ thực hiện dự án.

Để giải quyết các bài toán trên cần biết phân bố thời gian hoàn thành dự án. Để tìm thời gian hoàn thành dự án cần biết thời gian thực hiện các công việc của dự án. Thời gian công việc trong một dự án là bất định, thường rất khó xác định. Dự án chỉ thực hiện một lần nên hoàn toàn không có dữ liệu quá khứ để ước lượng. Thậm chí nếu có dữ liệu quá khứ thì cũng không thể ước lượng chính xác được vì mỗi dự án xảy ra trong một môi trường khác nhau, không có sự lặp lại dù là dự án cùng loại. Người ta thường ước lượng các thời gian này thông qua các số liệu của dự án tương tự. Nhưng đối với dự án phát triển mới thì công việc này vô cùng khó khăn. Đây là khuyết điểm lớn nhất của phương pháp CPM.

Khuyết điểm này được khắc phục khi ta xem các thời gian công việc là những đại lượng ngẫu nhiên theo 1 phân bố xác suất nào đó. Tuy nhiên, nếu muốn xác định phân bố thì ta lại cần dữ liệu quá khứ. Để đơn giản, PERT giả định phân bố thời gian công việc là phân bố với các tham số "thời gian thông thường", "thời gian lớn nhất" và "thời gian nhỏ nhất".

Tuy nhiên, vì ước lượng thời gian công việc phụ thuộc nhiều vào cảm tính con người nên nếu có một công cụ nào hợp với sự phán đoán của con người thì sẽ ước lượng chính xác hơn. Công cụ thích hợp nhất là tính toán mềm, thời gian hoàn thành công việc là một số mờ thuận lợi hơn cho việc ước lượng. Mặt khác, hàm thành viên của số mờ thời gian hoàn thành công việc dự án có thể xây dựng với sự hỗ trợ của mạng thần kinh và giải thuật di truyền.

Tính toán mềm đã mở ra một hình thức điều độ mới, đó là điều độ mềm. Trong điều độ dự án mềm, thời gian hoàn thành công việc được xem là một biến mờ và tiến hành điều độ dựa trên các biến mờ này. Cách giả định này giúp việc điều độ trở nên hiệu quả hơn theo nghĩa là tự nhiên hơn và dễ dàng hơn.

Chương này đề ra một phương pháp sử dụng tính toán mềm giải một lớp bài toán của điều độ dự án là xác định thời gian hoàn thành dự án. Với giả định thời gian công việc là số mờ hình thang liên tục, không tương tác, và không có ràng buộc về nguồn lực, ta đưa ra giải thuật tính phân bố khả năng thời gian hoàn thành dự án từ đó ước lượng thời gian hoàn thành dự án, và đánh giá khả năng hoàn thành dự án trong một thời gian T nhằm hỗ trợ cho các quyết định liên quan đến thời gian hoàn thành dự án.

13.5 Mô hình mạng

Mô hình mạng mô hình dự án bằng sơ đồ mạng. Mô hình mạng bao gồm:

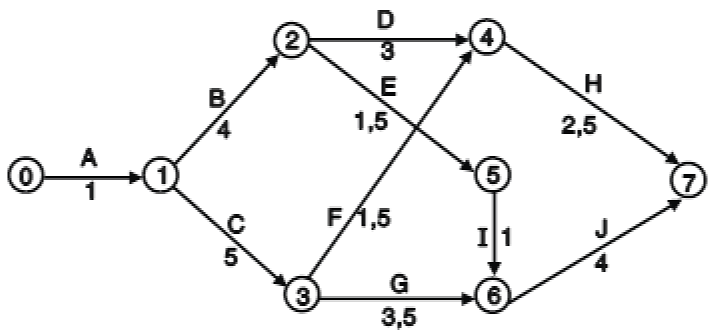
- Nút
- Cung
- Các thuộc tính.

Mô hình mạng dự án bao gồm hai loại là mô hình công việc trên cung và mô hình công việc trên nút. Với mô hình công việc trên cung, công việc được mô hình trên cung, các nút biểu thị biến cố bắt đầu hay kết thúc công việc. Trên mô hình mạng sẽ biểu thị quan hệ trước, sau, hay đồng thời của các công việc cũng như các thuộc tính của công việc như thời gian, chi phí, nhân lực. Để thực hiện mô hình mạng cần một số quy tắc như mỗi việc bắt đầu ở 1 nút, kết thúc ở một nút, không có hai công việc bắt đầu và kết thúc ở một nút.

Ví dụ: Xem một dự án X với các công việc JB, công việc trước PJ và thuộc tính thời gian D_{ij} (tuần) như bảng sau:

Công việc	Công việc trước	D_{ij} (Tuần)
A		1
B	A	4
C	A	5
D	B	3
E	B	1.5
F	C	1.5
G	C	3.5
H	D,F	2.5
I	E	1
J	J,G	4

Dự án X có thể mô hình bởi mô hình mạng như hình sau.



13.6 Mô hình CPM

Phương pháp đường găng CPM được ứng dụng ở phần sau nên được nhắc lại ở đây với một số định nghĩa. Đường găng là đường biểu diễn thời gian dài nhất từ lúc bắt đầu đến kết thúc dự án, đường găng xác định thời gian hoàn thành dự án. Công việc găng là các công việc nằm trên đường găng, không thể bị trễ, nếu trễ ảnh hưởng đến thời gian hoàn thành dự án. Các tham số và đại lượng trong mô hình bao gồm:

- Thời gian công việc D.
- Thời gian bắt đầu sớm nhất ES của một nút sự kiện hay một công việc.
- Thời gian hoàn thành sớm nhất EC của một công việc: EC = ES + D
- Thời gian hoàn thành trễ nhất LC của một nút sự kiện hay một công việc.
- Thời gian bắt đầu trễ nhất LS của một công việc: LS = LC – D
- Thời gian dư S của một nút sự kiện hay công việc:

$$S = LC - D - ES = LC - EC = LS - ES.$$

- Công việc găng là công việc có S = 0.

Xem một dự án biễu diễn bởi mô hình mạng gồm n nút. Các bước mô hình CPM như sau:

Bước 1: Xác định thời gian bắt đầu sớm nhất *thời gian bắt đầu sớm nhất* $ES_{i,}$ i = 1 n của các nút. Thời gian bắt đầu sớm nhất ES_i, i = 1 n của các nút sẽ được tính tuần tự từ nút đầu đến nút cuối qua thủ tục tiến:

$$ES_1 = 0$$

$$ES_j = \max_i \; ES_i + D_{ij} \;, j = 2 \quad n$$

- D_{ij}: thời gian công việc (i,j) là công việc bắt đầu ở nút i kết thúc ở nút j.

Thời gian bắt đầu sớm nhất của một nút cũng là thời gian bắt đầu sớm nhất của các công việc khởi đi từ nút này.

$$ES_{ij} = ES_i$$

Bước 2: *thời gian hoàn thành trễ nhất* $LC_{i,}$ $i = 1 \quad n$ của các nút. Sau khi tính xong thời gian bắt đầu sớm nhất $ES_{i,}$ $i = 1 \quad n$ của các nút, thời gian hoàn thành trễ nhất $LC_{i,}$ $i = 1 \quad n$ của các nút sẽ được tính tuần tự từ nút cuối đến nút đầu qua *thủ tục lùi*:

$$LC_n = ES_n$$

$$LC_i = \min_j \; LC_j - D_{ij} \;\; , j = n-1 \quad 1$$

Thời gian hoàn thành trễ nhất của 1 nút cũng là thời gian hoàn thành trễ nhất của các công việc kết thúc ở nút này.

$$LC_{ij} = LC_j$$

Bước 3: Xác định độ dư S của các nút

$$S_i = LC_j - ES_{i,} \; i = 1 \quad n$$

Bước 4: Xác định thời gian EC và LS cũng như độ dư S của từng công việc. Sau khi tính được các thời gian ES và LC của các nút ta đã tính được ES và LC của các công việc, dựa vào thời gian công việc D, ta tính được các thời gian EC và LS cũng như độ dư S của từng công việc. Thời gian hoàn thành sớm nhất của công việc:

$$EC_{ij} = ES_{ij} + D_{ij} = ES_i + D_{ij}$$

Thời gian bắt đầu trễ nhất LS của một công việc:

$$LS_{ij} = LC_{ij} - D_{ij} = LC_j - D_{ij}$$

Thời gian dư S của một công việc:

$$S_{ij} = LC_{ij} - D_{ij} - ES_{ij} = LC_{ij} - EC_{ij} = LS_{ij} - ES_{ij}$$

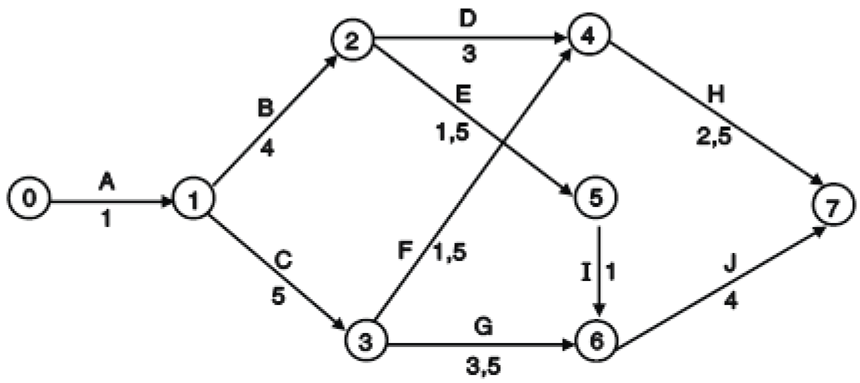
Bước 5: Xác định công việc găng và đường găng

Công việc găng là công việc có thời gian dư S=0. Đường găng là đường nối từ nút bắt đầu dự án đến nút kết thúc dự án và đi qua các công việc găng hay các nút có độ dư bằng không.

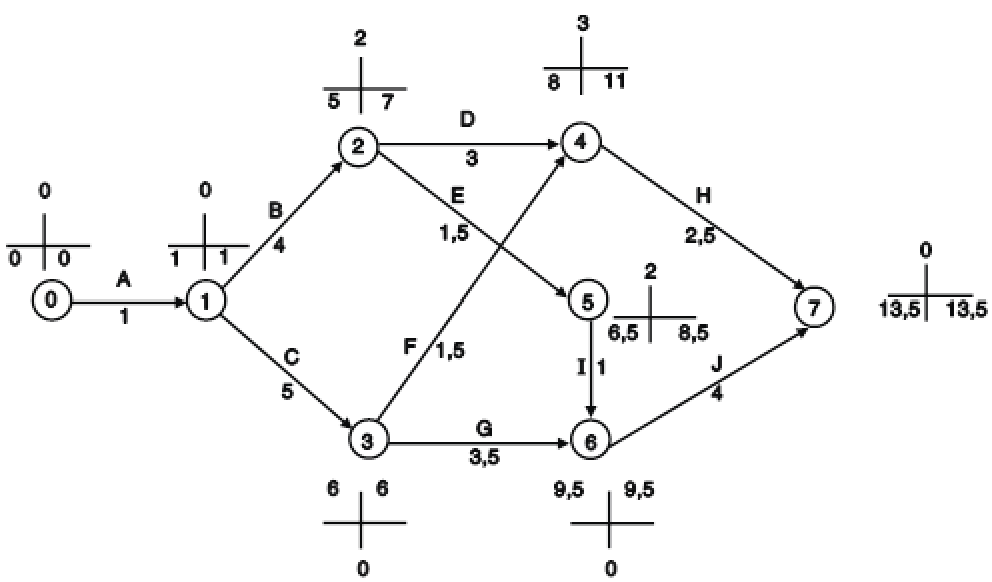
Bước 6: Xác định thời gian hoàn thành dự án:

$$T_n = LC_n = ES_n$$

Ví dụ: Xem lại dự án X với mô hình mạng như hình sau:



Áp dụng giải thuật CPM ta có kết quả mô hình mạng dự án X với các độ dư của nút sau:



Trên hình, tại mỗi nút có ba chữ số với nghĩa chữ số bên trái là thời gian bắt đầu sớm nhất ES của nút được tính theo bước 1 của giải thuật, chữ số bên phải là thời gian hoàn thành trễ nhất LC của nút được tính theo bước 2 của giải thuật, chữ số ở giữa là độ dư S của nút:

$$S = LC – ES.$$

Với kết quả sau hai bước như ở hình trên, ta xác định được đường găng đường đi qua các nút 0, 1, 3, 6, 7:

CP: 0 1 3 6 7

Đường găng bao gồm các công việc găng A, C, G, J. Các công việc này là các công việc quan trọng cần được điều độ ngay tại thời điểm bắt đầu sớm nhất và được giám sát chặt chẻ nếu không muốn chậm trễ tiến độ dự án.

Các công việc còn lại là các công việc không găng có thể lên lịch trong khỏang thời gian dư cho phép để san bằng nguồn lực cho dự án. Chẳng hạn như công việc D, có thể bắt đầu sớm nhất ở tuần thứ 3 và không được kết thúc quá tuần 11, nghĩa là không được bắt đầu trễ quá tuần thứ 8. Thời gian hoàn thành dự án là.

$$T_P = LC_7 = 13{,}5 \text{ (tuần)}$$

13.7 Mô hình pCPM

Mô hình pCPM là mô hình mờ hóa mô hình CPM với thời gian công việc là số mờ hình thang từ đó dùng giải thuật CPM kinh điển và phân tích khỏang để xác định phân bố thời gian hoàn thành dự án nhằm giúp ước lượng thời gian hoàn thành dự án và chuẩn bị cho việc ra quyết định về khả năng hoàn thành dự án. Mô hình gồm các bước sau:

- Phân tích vẽ sơ đồ mạng của dự án
- Xác định thời gian hoàn thành công việc T_{ij} là các số mờ hình thang
- Xác định cận dưới tập cắt của các số mờ T_{ij}
- Xác định cận dưới tập cắt của số mờ thời gian hoàn thành dự án T_P
- Xác định cận trên tập cắt của các số mờ T_{ij}
- Xác định cận trên tập cắt của số mờ thời gian hoàn thành dự án T_P
- Xác định hàm thành viên số mờ T_p
- Xác định phân bố khả năng thời gian hoàn thành dự án như sau.
- Ước lượng thời gian hoàn thành dự án

Bước 1: Phân tích vẽ sơ đồ mạng của dự án. Bước này phân tích dự án thành n công việc có mối quan hệ trước sau giữa các công việc.

Bước 2: Xác định thời gian hoàn thành của mỗi công việc. Thời gian hoàn thành của công việc ij được giả sử là số mờ hình thang

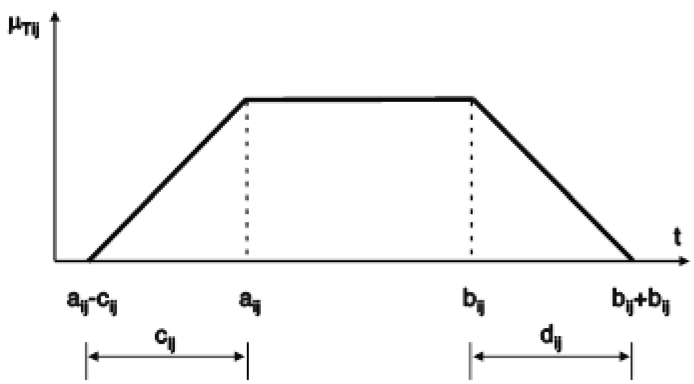
$$T_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij})$$

- $a_{ij} - c_{ij}$: thời gian nhỏ nhất của công việc ij (lạc quan)
- $[a_{ij}, b_{ij}]$: khoảng thời gian thông thường của công việc ij; a_{ij} b_{ij}
- $b_{ij} + d_{ij}$: thời gian lớn nhất của công việc ij (bi quan)

Hàm thành viên của thời gian công việc hay số mờ T_{ij} như sau.

$$\mu_{T_{ij}}(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < a_{ij} - c_{ij} \\ (x - a_{ij} + c_{ij}) / c_{ij} & , \quad a_{ij} - c_{ij} \le x < a_{ij} \\ 1 & , \quad a_{ij} \le x \le b_{ij} \\ (b_{ij} + d_{ij} - x) / d_{ij} & , \quad b_{ij} < x \le b_{ij} + d_{ij} \\ 0 & , \quad b_{ij} + d_{ij} < x \end{cases}$$

Số mờ T_{ij} như sau.



Bước 3: Xác định cận dưới LT_{ij} ( ) của tập cắt của các số mờ T_{ij}. Với mỗi số mờ T_{ij}, với mỗi nhát cắt , 0 1 ta tính được các giá trị cận dưới LT_{ij} ( ) của tập cắt của thời gian hoàn thành công việc T_{ij}.

$$LT_{ij}(\alpha) = \alpha c_{ij} + (a_{ij} - c_{ij}), \ a \in [0,1]$$

Bước 4: Xác định cận dưới LT_P ( ) của tập cắt của số mờ thời gian hoàn thành dự án T_P. Dựa vào sơ đồ mạng, giải thuật CPM, với các giá trị cận dưới LT_{ij} ( ) của tập cắt của thời gian hoàn thành công việc T_{ij} xác định cận dưới LT_P ( ) của tập cắt của số mờ thời gian hoàn thành dự án T_P.

LT_P ( ), 0 1

Bước 5: Xác định cận trên UT_{ij} ( ) của tập cắt của các số mờ T_{ij}. Với mỗi số mờ T_{ij}, với mỗi nhát cắt , 0 1 ta tính được các giá trị cận trên, UT_{ij} ( ) của ( ) của tập cắt của thời gian hoàn thành công việc.

$$UT_{ij}(\alpha) = -\alpha d_{ij} + (b_{ij} + d_{ij}), \quad \alpha \in [0,1]$$

Bước 6: Xác định cận trên UT_P ( ) của tập cắt của số mờ thời gian hoàn thành dự án T_P. Dựa vào sơ đồ mạng, giải thuật CPM, với các giá trị cận trên UT_{ij}( ) của tập cắt của thời gian hoàn thành công việc T_{ij} xác định cận trên UT_P( ) của tập cắt của số mờ thời gian hoàn thành dự án T_P

UT_P( ), 0 1

Bước 7: Xác định hàm thành viên số mờ T_p. Từ các cận dưới và cận trên của tập cắt tập cắt của số mờ thời gian hoàn thành dự án T_P, [LT_P( ), UT_P( )], 0 1, tổng hợp được hàm thành viên của thời gian hoàn thành dự án T_P:

$$\mu_{T_p}(t) = \begin{cases} 0 & ; \ t < LT_P(0) \cup t > UT_P(0) \\ \alpha & ; \ t = LT_p(\alpha) \cup t = UT_P(\alpha) \\ 1 & ; \ LT_P(1) \le t \le UT_P(1) \end{cases}$$

Bước 8: Xác định phân bố khả năng thời gian hoàn thành dự án như sau. Biến mờ thời gian hoàn thành dự án TP có phân bố định bởi:

$$\pi_{T_p}(t) = \mu_{T_p}(t) \begin{cases} 0 & ; \ [t<LT_P(0)] \cup [t>UT_P(0)] \\ \alpha & ; \ [t=LT_P(\alpha)] \cup [t=UT_P(\alpha)] \\ 1 & ; \ LT_P(1) \le t \le UT_P(1) \end{cases}$$

Bước 9: Ước lượng thời gian hoàn thành dự án. Thời gian hoàn thành dự án T_{PE}được ước lượng bằng kỳ vọng của biến mờ T_P, theo luật trung bình hàm thành viên cực đại thì có:

$$T_{PE} = [LT_p(1) + UT_p(1)]/2$$

Thời gian hoàn thành dự án sớm nhất và trễ nhất cũng có thể xác định như sau:

- $T_{pmin} = LT_p(0)$;
- $T_{pmax} = UT_p(0)$

13.8 Ra quyết định khả năng hoàn thành dự án

Sau khi áp dụng giải thuật pCPM, ta đã xác định được phân bố thời gian hoàn thành dự án $_{Tp}$.Từ phân bố này ta có thể dùng lý thuyết khả năng để ra quyết định khả năng hoàn thành dự án ở các bài toán sau:

- Đánh giá khả năng hoàn thành dự án
- Ra quyết định về khả năng hoàn thành dự án

13.8.1 Đánh giá khả năng hoàn thành dự án

Mô hình pPS đánh giá khả năng hoàn thành dự án trong khoảng thời gian T theo các bước:

- Áp dụng giải thuật pCPM xác định được phân bố thời gian hoàn thành dự án $_{Tp}$.
- Xác định khả năng hoàn thành dự án trong thời gian T:

$$Pos\ (T_P \quad T) = \max \quad {}_{Tp}(t) \quad Tp \quad T$$

- Xác định khả năng dự án không hoàn thành trong thời gian T:

$$Pos\ (T_P > T) = \max \quad {}_{Tp}(t) \quad Tp > T$$

- Xác định mức khả năng dự án hoàn thành trong thời gian T:

$$P(T) = [1 + Pos\ (T_P \quad T) - Pos\ (T_P > T)] / 2$$

Mức khả năng P(T) là chỉ số đánh giá khả năng hoàn thành dự án trong thời gian T.

13.8.2 Ra quyết định về khả năng hoàn thành dự án

Mô hình pPS ra quyết định về khả năng dự án hoàn thành trong khoảng thời gian cho trước T có các tham số là thời gian T và khả năng chấp nhận P_0, 0 P_0 1 bao gồm các bước:

1- Áp dụng giải thuật pCPM xác định được phân bố thời gian hoàn thành dự án $_{Tp}$

2- Xác định thời gian T và mức khả năng chấp nhận P_0, 0 P_0 1.

3- Xác định mức khả năng hoàn thành dự án P(T)

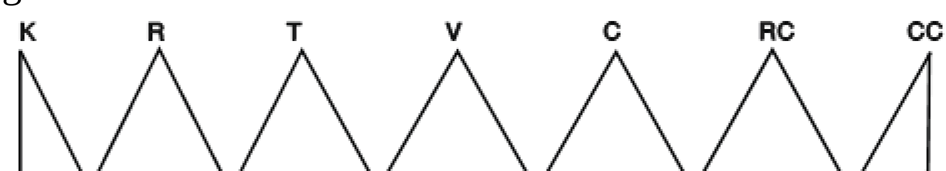
4- Ra quyết định về khả năng hoàn thành dự án

- P(T) P_0 Dự án có thể hoàn thành với mức khả năng P_0.
- P(T) < P_0 Dự án không thể hoàn thành với khả năng P_0.

Nhằm xác định khả năng hoàn thành dự án theo ngôn ngữ con người để việc ra quyết định tự nhiên hơn, khả năng hoàn thành dự án trong thời gian T là biến ngôn ngữ. Ví dụ như một người có thể ra quyết định rằng "Chỉ thực hiện dự án khi có khả năng hoàn thành là cao". Vấn đề đặt ra khi xây dựng mô hình là các trạng thái ngôn ngữ và phân bố của từng trạng thái là như thế nào. Herrera và Martinez đề nghị chia làm bảy trị ngôn ngữ:

S = K, RT, T, TB, C, RC, CC

Trong đó K là không có khả năng, RT là khả năng rất thấp, T là khả năng thấp, TB là khả năng trung bình, C là khả năng cao, RC là khả năng rất cao, CC là chắc chắn. Phân bố bảy biến ngôn ngữ như hình sau, mỗi trị là một số mờ tam giác như ở hình sau:



Các tham số ra quyết định ở đây là thời gian T và trị ngôn ngữ chấp nhận dự án X, chẳng hạn như X=C có nghĩa chỉ chấp nhận dự án khi khả năng hoàn thành cao. Với các tập mờ tam giác trên ta có thể so sánh:

$$K < RT < T < TB < C < RC < CC$$

Mô hình pPS ra quyết định về khả năng hoàn thành dự án trong khoảng thời gian cho trước T bằng ngôn ngữ có các tham số là thời gian T và khả năng chấp nhận bằng trị ngôn ngữ X, X S.. Mô hình bao gồm các bước:

1- Áp dụng giải thuật pCPM xác định được phân bố thời gian hoàn thành dự án $_{Tp}$

2- Xác định thời gian T và khả năng chấp nhận X, X S.

3- Đánh giá mức khả năng dự án hoàn thành trong thời gian T: P(T)

4- Tính trị ngôn ngữ Y ứng với mức khả năng hoàn thành dự án P(T) theo luật mức thành viên cao nhất.

5- Ra quyết định về khả năng hoàn thành dự án

- Y X Dự án có thể hoàn thành trong thời gian T với khả năng X.
- Y < X Dự án không thể hoàn thành trong thời gian T với khả năng X.

Chương 14
KIỂM SOÁT CHẤT LƯỢNG

- Kiểm soát chất lượng
- Kiểm soát chất lượng mềm
- Kiểm đồ biến ngôn ngữ
- Kiểm đồ Raz - Wang
- Kiểm đồ Kanagawa - Tamaki - Ohta
- Mô hình pLCC

14.1 Kiểm soát chất lượng

14.1.1 Chất lượng là gì

Chất lượng là gì, có nhiều định nghĩa. Theo Garvin (1987), chất lượng gồm các thành phần sau:

- Chức năng - Thực hiện đúng chức năng?
- Độ tin cậy - Thường xuyên hư hỏng?
- Độ bền - Tuổi thọ?
- Sửa chửa - Dễ dàng, nhanh chóng, kinh tế?
- Thẩm mỹ - Hình dạng, màu sắc…
- Đặc tính phụ
- Chất lượng cảm nhận qua danh tiếng
- Phù hợp tiêu chuẩn - Sản xuất đúng theo thiết kế

Với nhà sản xuất, chất lượng là đáp ứng những chỉ tiêu kỹ thuật đề ra cho sản phẩm. Với nhà bán lẻ chất lượng nằm trong mắt người mua. Một định nghĩa ngắn gọn, chất lượng là phù hợp sử dụng. Theo tiêu chuẩn Pháp chất lượng là năng lực của một sản phẩm hay dịch vụ nhằm thỏa mãn nhu cầu người sử dụng. Theo Kaoru Ishi Kawa chất lượng là sự thoả mãn nhu cầu thị trường với chi phí thấp nhất. Một định nghĩa mang tính hiện đại và thuật tiện cho việc mô hình hoá, chất lượng tỉ lệ nghịch với biến thiên, với định nghĩa này, kiểm soát chất lượng được xem là kiểm soát biến thiên của quá trình và trong sản phẩm.

14.1.2 Chi phí chất lượng

Chi phí chất lượng biểu thị sự tốn kém do không phù hợp yêu cầu của sản phẩm, sự thất thoát lợi nhuận, tổn thất uy tín… Chi phí chất lượng giúp nhà quản lý nhận biết các cơ hội cải tiến chất lượng, thực hiện các hoạt động khắc phục, đo lường hiệu quả hoạt động sản xuất kinh doanh. Chi phí chất lượng bao gồm:

- Chi phí hư hỏng
- Chi phí thẩm định
- Chi phí ngăn ngừa

Chi phí hư hỏng bao gồm chi phí hư hỏng bên trong và chi phí hư hỏng bên ngoài. Chi phí hư hỏng bên trong là chi phí liên quan đến các khuyết tật phát hiện trước khi sản phẩm đến tay người tiêu dùng bao gồm chi phí phế phẩm, chi phí làm lại sản phẩm chưa phù hợp, chi phí phân tích sai hỏng… Chi phí hư hỏng bên trong bằng không nếu mọi sản phẩm không bị khuyết tật nào trước khi giao hàng. Chi phí hư hỏng bên ngoài là chi phí liên quan đến các khuyết tật được phát hiện sau khi sản phẩm đến tay người sử dụng, bao gồm chi phí bảo hành, chi phí giai quyết thắc mắc khiếu nại.: thanh tra, giải quyết các thắc mắc khiếu nại. Chi phí hư hỏng bên ngoài bằng không nếu không có sản phẩm không khuyết tật.

Chi phí thẩm định là chi phí phát sinh do tiến hành đánh giá mức độ thực hiện các yêu cầu chất lượng. Chi phí thẩm định bao gồm các chi phí kiểm tra thử nghiệm đầu vào, kiểm tra thử nghiệm quá trình, kiểm tra thử nghiệm đầu ra, kiểm toán chất lượng sản phẩm. Chi phí ngăn ngừa là chi phí phát sinh do thực hiện các biện pháp nhằm giảm thiểu chi phí hư hỏng và thẩm định xuống mức thấp nhất. Chi phí ngăn ngừa bao gồm các chi phí hoạch định chất lượng, tổ chức thực hiện, huấn luyện nhân sự liên quan, kiểm soát, đánh giá hoạt động thực hiện kế hoạch chất lượng.

14.1.3 Kiểm soát chất lượng

Sản phẩm có một số tham số mà người tiêu dùng xem là chất lượng, các tham số này được xem là đặc tính chất lượng. Đặc tính chất lượng có thể ở những loại sau:

- Vật lý như chiều dài, trọng lượng, điện áp…
- Cảm giác như mùi, màu, dạng…

- Thời gian như độ bền, độ tin cậy…

Kiểm soát chất lượng là các hoạt động kỹ thuật nhằm bảo đảm các đặc tính chất lượng của sản phẩm ở mức danh định hay mong muốn. Các đặc tính chất lượng của sản phẩm thường rất khó giữ đồng nhất ở giá trị danh định theo yêu cầu khách hàng do sự biến thiên bắt nguồn từ nguyên vật liệu, máy móc thiết bị, con người. Khi đặc tính chất lượng biến thiên đủ lớn khách hàng có cảm nhận chất lượng không đạt.

Biến thiên chỉ có thể mô tả theo thuật ngữ thống kê, phương pháp thống kê đóng vai trò quan trọng trong việc cải tiến chất lượng. Khi ứng dụng các phương pháp thống kê trong kỹ thuật chất lượng, dữ kiện chất lượng thường được phân làm hai loại là dữ kiện biến số và dữ kiện thuộc tính. Dữ kiện biến số thường ở dạng các số đo liên tục, dữ kiện thuộc tính thường ở dạng rời rạc như số đếm.

Các đặc tính chất lượng được đánh giá qua các thông số kỹ thuật là giá trị mong muốn của đặc tính chất lượng. Giá trị mong muốn này còn gọi là giá trị danh định hay giá trị mục tiêu. Giá trị mục tiêu thường giới hạn trong một khoảng dung sai cho phép, chất lượng sản phẩm được xem là không bị ảnh hưởng khi đặc tính chất lượng nằm trong khoảng này. Giới hạn trên của khoảng này được gọi là giá trị cực đại cho phép USL và giới hạn dưới của khoảng này được gọi là giá trị cực tiểu cho phép LSL. Khi một đặc tính không nằm trong giới hạn cho phép, ta nói đặc tính không phù hợp. Sản phẩm có đặc tính không phù hợp là sản phẩm không phù hợp tuy nhiên vẫn có thể sư dụng được. Một sản phẩm là hư hỏng khi có những đặc tính không phù hợp nghiêm trọng đến mức không sử dụng được. Các phương pháp thống kê kiểm soát chất lượng bao gồm:

- Lấy mẫu kiểm định
- Kiểm soát quá trình bằng thống kê

Lấy mẫu kiểm định liên quan đến kiểm tra và ra quyết định về nguyên liệu, bán phẩm, thành phẩm, là một khía cạnh đảm bảo chất lượng. Lấy mẫu kiểm định là quá trình kiểm tra nhằm chấp nhận hay loại bỏ một lô hàng trong giao nhận lô hàng hay trong sản xuất, thường được dùng ở hai điểm dòng nguyên liệu đầu vào và thành phẩm đầu ra. Lấy mẫu kiểm định lấy mẫu một số đơn vị sản phẩm chọn ngẫu nhiên từ một lô sản phẩm, sau đó mẫu được kiểm tra và quyết định hủy bỏ hay chấp nhận lô sản phẩm này, các phương pháp lấy mẫu bao gồm lấy mẫu đơn, lấy mẫu kép, lấy mẫu bội.

Kiểm soát quá trình bằng thống kê nhằm đo lường, giám sát, điều chỉnh quá trình, giữ các đặc tính chất lượng trong giới hạn cho phép. Quá trình tạo ra sản phẩm hay dịch vụ có hay kém chất lượng. Quá trình có các đặc tính ổn định hay biến thiên. Quá trình ổn định tạo ra sản phẩm có chất lượng thuần nhất. Tuy nhiên với tính biến thiên, sản phẩm từ một quá trình không bao giờ thật sự giống nhau. Một sản phẩm thỏa nhu cầu khách hàng thường được tạo ra từ một quá trình ổn định và lập lại hay từ quá trình có năng lực tạo ra sản phẩm có đặc tính chất lượng biến thiên nhỏ quanh một giá trị danh định hay mục tiêu. Biến thiên quá trình có thể do hai nguyên nhân là nguyên nhân bẩm sinh và nguyên nhân gán được. Nguyên nhân bẩm sinh là nguyên nhân tự nhiên không thể tránh được. Một quá trình chỉ chịu tác động của nguyên nhân tự nhiên bẩm sinh được xem là quá trình trong kiểm soát. Nguyên nhân gán được xuất hiện ngẫu nhiên do nhân viên vận hành, nguyên liệu, máy móc… Một quá trình chịu tác động của nguyên nhân gán được sẽ có biến thiên rất lớn, gây nên dịch chuyển tham số quá trình, dẫn đến quá trình ngoài kiểm soát. Mục tiêu chính của kiểm soát quá trình là phát hiện nhanh chóng sự xuất hiện của nguyên nhân gán được, khảo sát và hiệu chỉnh quá trình, tránh sản xuất sản phẩm kém chất lượng. Mục tiêu cuối cùng của kiểm soát quá trình là triệt bỏ biến thiên quá trình.

Kiểm soát quá trình là một tập các công cụ giải quyết vấn đề nhằm giảm thiểu biến thiên, dẫn đến ổn định quá trình, cải tiến năng suất. Các công cụ kiểm soát quá trình bao gồm lưu đồ quá trình, bảng thu thập dữ liệu, tần đồ, biểu đồ Pareto, biểu đồ nhân quả, biểu đồ phân tán, kiểm đồ. Một công cụ quan trọng kiểm soát trực tuyến quá trình là kiểm đồ, các kiểm đồ kinh điển bao gồm hai loại:

- Kiểm đồ biến số
- Kiểm đồ thuộc tính

Kiểm đồ biến số kiểm soát đặc tính chất lượng dạng biến số hay dưới dạng đo số học. Kiểm đồ kiểm soát cả giá trị trung bình và biến thiên của đặc tính chất lượng. Kiểm đồ kiểm soát giá trị trung bình thường dùng là Kiểm đồ trung bình. Kiểm đồ kiểm soát biến thiên bao gồm Kiểm đồ độ lệch chuẩn, Kiểm đồ khoảng, Kiểm đồ phương sai. Kiểm đồ thuộc tính kiểm soát đặc tính chất lượng không thể biểu đạt dưới dạng một đại lượng số học. Kiểm đồ thuộc tính gồm các loại kiểm đồ kiểm soát hư hỏng và kiểm đồ kiểm soát số lỗi. Kiểm đồ kiểm soát hư hỏng gồm hai loại là Kiểm đồ tỉ lệ hư hỏng và Kiểm đồ số hư hỏng. Kiểm đồ kiểm soát số lỗi gồm các loại Kiểm đồ tổng số lỗi đơn vị và Kiểm đồ trung bình số lỗi đơn vị.

14.2 Kiểm soát chất lượng mềm

Khoảng giữa thập niên 1980, tính toán mềm đã ứng dụng vào hầu hết các lĩnh vực kỹ thuật công nghiệp như hệ chuyên gia, ra quyết định, quy họach tuyến tính mờ, kinh tế kỹ thuật, quản lý vật tư tồn kho, điều độ dự án, nhân tố học, kiểm soát chất lượng. Kiểm soát chất lượng mềm nghiên cứu việc ứng dụng tính toán mềm trong kiểm soát chất lượng.

Williams & Zigli (1987) ủng hộ việc tích hợp sự không chính xác của phán xét chủ quan của con người trong các công cụ đảm bảo chất lượng. Gutierrez & Florescu (1995) thấy rằng các quyết định về chất lượng bẩm sinh là mơ hồ và phải được giải quyết dựa trên cơ sở đa tiêu chuẩn vì vậy lý thuyết ra quyết định đa tiêu chuẩn mềm cung cấp nền tảng cho việc mô hình hóa các quyết định về chất lượng.

Youngting (1996) nhận thấy việc không sử dụng khái niệm mờ trong vấn đề chất lượng là yếu điểm của quản lý chất lượng truyền thống. Sự mơ hồ của khách hàng trong việc hiểu các tiêu chuẩn, nhu cầu đánh giá đa tiêu chuẩn, khía cạnh tâm lý về chất lượng của khách hàng đã hỗ trợ việc mô hình hóa chất lượng bởi lý thuyết tập mờ. Youngting cũng đã sử dụng tính toán mềm để phân tích năng lực quá trình.

Tính toán mềm được sử dụng trong kiểm soát chất lượng ở các công cụ lấy mẫu kiểm định, kiểm soát quá trình và thiết kế thực nghiệm. Trong mỗi lĩnh vực cần một phép đo chất lượng. Chất lượng về bản chất mang tính chủ quan bẩm sinh, phụ thuộc nhiều vào nhận thức của con người nên có tính đa nghĩa. Chất lượng nên được hiểu là mức độ phù hợp hơn là chỉ là phù hợp và không phù hợp một cách tuyệt đối. Vì thế, việc mô hình hoá chất lượng sử dụng tập mờ phù hợp hơn là dùng tập rõ như trong lý thuyết kiểm soát chất lượng kinh điển.

Vậy tính toán mềm hỗ trợ việc mô tả chất lượng theo ngôn ngữ tự nhiên mang tính chủ quan của con người, cung cấp phương pháp mô hình hóa quá trình từ đó ra quyết định về bài toán chất lượng một cách thuận lợi và tự nhiên.

14.2.1 Lấy mẫu kiểm định mềm

Trong lấy mẫu kiểm định, một mẫu gồm một số đơn vị sản phẩm chọn ngẫu nhiên từ một lô sản phẩm, sau đó mẫu được kiểm tra, nếu số phần tử hư hỏng trong mẫu vượt quá một con số xác định, toàn bộ lô hàng sẽ bị loại hay được kiểm tra toàn bộ để tìm mọi phần tử hư hỏng trong lô. Vấn đề là không có định nghĩa rõ ràng về sự hư hỏng của một phần tử. Nên có một mức độ hư hỏng, là khái niệm không được sử dụng trong các kế hoạch lấy mẫu kiểm định truyền thống. Khái niệm mức độ hư hỏng có thể xử lý rất dễ dàng về mặt lý thuyết khi sử dụng tập mờ. Một số nghiên cứu ứng dụng tính toán mềm trong lĩnh vực lấy mẫu kiểm định như sau.

Vào năm 1988, Ohta và Ichihashi đề ra phương pháp sử dụng tính toán mềm trong việc xây dựng kế hoạch lấy mẫu kiểm định với xác suất rủi ro nhà sản xuất và xác suất rủi ro người tiêu dùng được mô hình bởi số mờ tam giác.

Chakraborty đã xác định cở mẫu và giá trị tới hạn của kế hoạch lấy mẫu đơn khi không xác định chính xác xác suất rủi ro nhà sản xuất và xác suất rủi ro người tiêu dùng. Vào năm 1988, ông dùng mô hình quy hoạch mục tiêu mềm để xác định và đánh giá độ nhạy của kế hoạch lấy mẫu kiểm định. Đến năm 1994, ông dùng lý thuyết khả năng và số mờ tam giác giải bài toán xây dựng kế hoạch lấy mẫu đơn.

Năm1990, Kanagawa và Ohta xác định hai giới hạn của kế hoạch lấy mẫu kiểm định do Ohta & Ichihashi xây dựng vào năm 1988 từ đó đề ra các giải pháp. Các giới hạn đó là không cực tiểu cở mẩu và hàm thành viên của các xác suất rủi ro là không thực tế. Các giới hạn này được giải quyết bằng cách sử dụng quy hoạch toán học mềm để xác định cở mẫu và sử dụng hàm thành viên phi tuyến cho các xác suất rủi ro.

Cũng Chakraborty vào năm 1992 và sau đó là năm 1994 đã xác định kế hoạch lấy mẫu kiểm định Dodge - Romig khi phần trăm hư hỏng cho phép của lô hàng, xác suất rủi ro người dùng và mức chất lượng đầu vào được mô hình bởi các số mờ tam giác. Mô hình Dodge - Romig được thiết kế tối ưu bằng cách giải một bài toán quy hoạch nguyên phi tuyến với mục tiêu cực tiểu trung bình tổng số lần kiểm tra mỗi lô ATI, và các ràng buộc dựa trên phần trăm hư hỏng cho phép của lô hàng và mức rủi ro người dùng. Khi các tham số mờ được sử dụng, bài toán trở thành bài toán quy hoạch khả năng. Một giải thuật dùng các nhát cắt được dùng để xây dựng kế hoạch và phân tích độ nhạy cũrng được thực hiện dựa trên các tham số mờ.

14.2.2 Kiểm soát quá trình mềm

Kiểm soát quá trình gồm nhiều công cụ như biễu đồ Pareto, biễu đồ nhân quả, biễu đồ phân tán, lưu đồ, tần đồ, kiểm đồ. Một số nghiên cứu ứng dụng tính toán mềm trong các công cụ kiểm soát quá trình như sau.

Vào năm 1983, Bradshaw sử dụng lý thuyết tập mờ nhằm diễn giải mức độ phù hợp của sản phẩm với tiêu chuẩn chất lượng. Khi chi phí chất lượng có quan hệ với mức độ không phù hợp tiêu chuẩn của sản phẩm, tồn tại một hàm tương thích mô tả quan hệ giữa mức độ không phù hợp và giá trị của đặc tính chất lượng. Hàm tương thích này có thể được sử dụng để xây dựng kiểm đồ mờ một cách kinh tế. Theo Bradshaw, kiểm đồ mờ có ưu điểm hơn kiểm đồ kinh điển ở chỗ cung cấp thông tin về tần suất và mức độ nghiêm trọng của sự không phù hợp của sản phẩm. Năm 1986, Kawowski & Evans đề nghị việc sử dụng biến ngôn ngữ trong việc lượng hóa trạng thái của đặc tính chất lượng và dùng số mờ cho việc xây dựng các giới hạn kiểm soát.

Vào năm 1990, Wang & Raz đề ra hai phương pháp xây dựng kiểm đồ biến số dựa trên dữ kiện ngôn ngữ. Khi chất lượng sản phẩm được phân loại như tốt, khá, trung bình, xấu… hàm thành viên có thể được dùng để định lượng các mô tả chất lượng bằng ngôn ngữ. Giá trị đại diện của biến mờ có thể xác định theo bốn phương pháp là cực đại mờ, tâm khoảng mức , trung vị mờ, và trung bình mờ. Giá trị đại diện này được dùng để xây dựng các giới hạn kiểm soát. Wang & Raz xây dựng kiểm đồ trung bình theo hai phương pháp:

- Giới hạn kiểm soát theo xác suất.
- Giới hạn kiểm soát hàm thành viên.

Cũng vào 1990, Raz và Wang tiếp tục xây dựng kiểm đồ biến ngôn ngữ. Dựa vào số liệu mô phỏng, Raz & Wang phân tích độ nhạy kiểm đồ theo phương pháp xây dựng giới hạn kiểm soát, số lượng và độ mờ của các trị ngôn ngữ, dịch chuyển quá trình, phương pháp định trị đại diện. Raz và Wang cũng so sánh kiểm đồ biến ngôn ngữ với kiểm đồ thuộc tính truyền thống là kiểm đồ tỷ lệ hư hỏng PCC.

Vào năm 1993, Kanawaga, Tamaki và Ohta xây dựng kiểm đồ biến ngôn ngữ dựa vào phân bố tiềm ẩn của dữ kiện ngôn ngữ nhằm kiểm soát cả trung bình lẫn biến thiên quá trình. Khác với Wang & Raz, Kanawaga, Tamaki & Ohta kiểm soát trực tiếp phân bố xác suất tiềm ẩn của dữ kiện biến ngôn ngữ.

Vào năm 1995, Wang & Chen trình bày mô hình quy họach toán học mềm và giải thuật trực quan trong việc thiết kế kinh tế kiểm đồ. Việc thiết kế kiểm đồ thuộc tính số hư hỏng DCC dựa trên mục tiêu cực tiểu kỳ vọng chi phí vận hành đồng thời thỏa các ràng buộc về các xác suất sai lầm loại 1 và loại 2. Theo tác giả, việc sử dụng tính toán mềm giúp thiết kế kiểm đồ có tính kinh tế vì cho phép linh hoạt trong việc mô hình sự không chính xác trong các ràng buộc về các xác suất sai lầm loại 1 và loại 2.

Vào năm 1996, Gluskovsky và Florescu đã mô tả lý thuyết tập mờ có thể sử dụng như thế nào trong các công cụ cải tiến chất lượng khi có các dữ kiện ngôn ngữ. Tác giả xác định ba bước xây dựng đặc tính chất lượng theo dạng biến ngôn ngữ:

- Chọn tập trị ngôn ngữ
- Định nghĩa & xây dựng các trị ngôn ngữ
- Mô tả trạng thái chất lượng sản phẩm

Tác giả đã xây dựng và minh họa việc sử dụng biến ngôn ngữ trong các công cụ kiểm soát quá trình như phân tích Pareto, biễu đồ nhân quả, biễu đồ kiểm soát. Việc phân tích năng lực quá trình cũng được trình bày. Năm 2003, *N.N. Phong* xây dựng mô hình pLCC xây dựng và đánh giá kiểm đồ biến ngôn ngữ. Mô hình pLCC sẽ được trình bày sau:

14.3 Kiểm đồ biến ngôn ngữ

Kiểm đồ một công cụ quan trọng kiểm soát trực tuyến quá trình, là đồ thị quan hệ giữa đặc tính chất lượng đo từ mẫu và thời gian thể hiện qua số mẫu. Có hai loại kiểm đồ truyền thống là kiểm đồ biến số và kiểm đồ thuộc tính. Nhìn chung, kiểm đồ thuộc tính đơn giản nhưng không nhạy bằng kiểm đồ biến số trong phát hiện dịch chuyển quá trình.

Dựa vào thuộc tính ta phân chất lượng sản phẩm theo hai trạng thái là hư hỏng hay không hư hỏng. Trong thực tế, một sản phẩm có thể đánh giá mức độ hư hỏng không chỉ theo hai bậc mà theo nhiều thang bậc mô tả bởi biến ngôn ngữ như chất lượng rất tốt, chất lượng tốt, chất lượng khá, chất lượng trung bình, chất lượng xấu, chất lượng rất xấu. Trong trường hợp này, kiểm đồ sử dụng được gọi là kiểm đồ sử dụng biến ngôn ngữ.

Kiểm đồ biến ngôn ngữ giảm chi phí chất lượng qua việc giảm chi phí thẩm định và chi phí hư hỏng. Kiểm đồ biến ngôn ngữ nhìn chung đơn giản hơn kiểm đồ biến số vì không cần dùng thiết bị đo giá trị đặc tính chất lượng mà chỉ đánh giá chất lượng qua chuyên gia, từ đó giảm chi phí thẩm định. Mặt khác, kiểm đồ biến ngôn ngữ chia trạng thái chất lượng sản phẩm thành nhiều mức, không chỉ hai mức như ở kiểm đồ thuộc tính nên nhạy hơn kiểm đồ thuộc tính trong phát hiện dịch chuyển quá trình, từ đó làm giảm chi phí hư hỏng.

14.3.1 Hạn chế của kiểm đồ thuộc tính

Kiểm đồ thuộc tính dựa trên dữ liệu thuộc tính quan sát từ quá trình với chất lượng sản phẩm chỉ có hai trạng thái tốt để chấp nhận hoặc xấu để bác bỏ, điều này có thể không thể hiện đúng thực tế trạng thái chất lượng sản phẩm nếu chất lượng sản phẩm không thay đổi đột ngột mà thay đổi liên tục. Khi chất lượng sản phẩm thay đổi liên tục, các giá trị trung gian như hoàn hảo, tốt, khá, trung bình, hơi xấu, xấu là thích hợp trong mô tả mức chất lượng sản phẩm hơn. Không có quyết định sản phẩm nào đó trong mẫu quan sát thuộc loại chấp nhận hoặc bác bỏ khi chất lượng của sản phẩm đó nằm khoảng giữa hai trạng thái chấp nhận hay bác bỏ.

Mặt khác, việc kiểm soát quá trình có thể không đúng do yếu tố chủ quan của người trực tiếp kiểm tra khi gán trạng thái chất lượng không đúng bản chất thực tế của nó, cần tích hợp sự không chính xác của phán xét chủ quan của con người trong các công cụ đảm bảo chất lượng. Tính mơ hồ, không rõ ràng, không chính xác bẩm sinh trong các đánh giá ngôn ngữ có thể được xử lý toán học bởi lý thuyết tập mờ. Phương pháp sử dụng giới hạn kiểm soát mờ, nghĩa là xây dựng giới hạn kiểm soát dựa trên tính toán mềm là thực tế hơn trong việc kiểm soát quá trình. Sử dụng biến ngôn ngữ trong việc lượng hóa trạng thái của đặc tính chất lượng và dùng số mờ cho việc xây dựng các giới hạn kiểm soát là hợp lý.

Vậy với những nhược điểm của kiểm đồ thuộc tính, việc ứng dụng kiểm đồ thuộc tính sẽ ít hiệu quả. Quá trình sẽ được kiểm soát hiệu quả hơn khi thuộc tính được diễn tả dưới dạng biến ngôn ngữ, từ đó kết hợp tính toán và xây dựng kiểm đồ dựa trên nền tảng của lý thuyết mờ. Với những yếu tố mơ hồ, không chắc chắn khi quyết định trạng thái chất lượng ta có thể trình bày một phương pháp xây dựng kiểm đồ dựa trên nền tảng của lý thuyết mờ, đó là kiểm đồ sử dụng biến ngôn ngữ sẽ được trình bày trong những phần tiếp theo.

14.3.2 Biến Ngôn Ngữ

Nhắc lại rằng biến ngôn ngữ là biến không lấy trị số mà lấy trị là những trị ngôn ngữ. Một biến ngôn ngữ V được đặc trưng bởi tập trị ngôn ngữ T.

$$T = \quad L_i, i = 1 \quad t$$

Trong đó t là số trị ngôn ngữ trong tập trị ngôn ngữ T. Các trị ngôn ngữ Li được mô hình bởi các số mờ Fi trên một tập cơ sở X. Trong kiểm soát chất lượng, để mô tả trạng thái hay mức chất lượng sản phẩm ta có thể dùng các trị ngôn ngữ như tốt – T, khá – K, trung bình – B, hơi xấu – H, xấu – X.

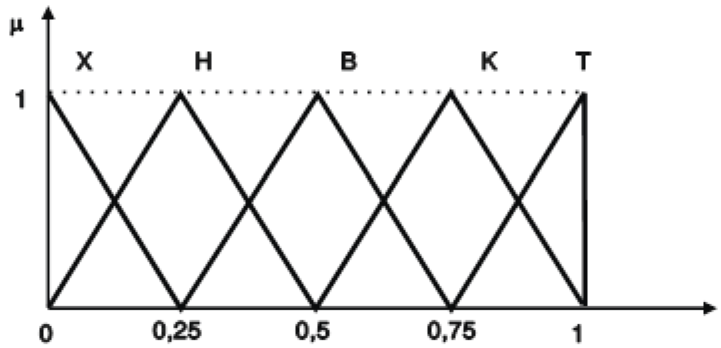
$$T = \quad L_i, i = 1 \quad t$$

Biến cơ sở ở đây là mức chất lượng sản phẩm, nhằm thuận tiện ta chuẩn hoá tập cơ sở X là tập khoảng đơn vị [0,1] theo nghĩa:

- 0: mức chất lượng thấp nhất
- 1: mức chất lượng cao nhất

Các mức chất lượng ở tập T nêu trên là những số mờ trên X, có nhiều phương pháp để xây dựng hàm thành viên, tuy nhiên một phương pháp hay dùng là dùng số mờ tam giác.

Ví dụ: Các mức chất lượng được mô hình bởi các tập mờ trạng thái là các số mờ tam giác như ở hình sau.



Hàm thành viên số mờ X như sau:

- $_{X}(x) = 1 – 4x, 0 \quad x \quad 0,25$
- $_{X}(x) = 0,x \quad 0,25$

Hàm thành viên số mờ H như sau:

- $_{H}\,(x) = 4x, 0 \quad x \quad 0,25$
- $_{H}\,(x) = 2– 4x, 0,25 \quad x \quad 0,5$
- $_{H}\,(x) = 0, x \quad 0,5$

Hàm thành viên số mờ B như sau:

- $_{B}(x) = 0, x \quad 0,25; x \quad 0,75$
- $_{B}(x) = 4x – 1,0,25 \quad x \quad 0,5$
- $_{B}(x) = 3 – 4x,0,5 \quad x \quad 0,75$

Hàm thành viên số mờ K như sau:

- $_{K}(x) = 0, x \quad 0,5$
- $_{K}(x) = 4x – 2,0,5 \quad x \quad 0,75$
- $_{K}(x) = 4 – 4x, 0,75 \quad x \quad 1$

Hàm thành viên số mờ T như sau:

- $_{T}(x) = 0,x \quad 0,75$
- $_{T}(x) = 4x – 3, 0,75 \quad x \quad 1$

14.3.3 Mẫu thu thập theo biến ngôn ngữ

Khi một biến ngôn ngữ được sử dụng ta cần trình bày các tập mờ tương ứng với trạng thái biến ngôn ngữ đó và kết hợp với số lượng quan sát xuất hiện tương ứng các trạng thái biến ngôn ngữ trong một mẫu. Một mẫu S với n quan sát có thể được diễn tả như sau:

$$S = \quad (F_i, k_i) \quad i=1 \quad t$$

Với ki số lượng quan sát với trị ngôn ngữ Li trong mẫu S, thỏa đẳng thức:

$$k_1 + k_2 + \ldots + k_t = n$$

Ví dụ: Một hệ thống kiểm soát chất lượng, với các mức chất lượng sản phẩm bao gồm tốt – T, khá – K, trung bình – B, hơi xấu – H, xấu – X.

$$T = \quad T, K, B, H, X$$

Quá trình được thu thập với mẫu có cỡ mẫu là n = 10. Một mẫu thu thập có 1 sản phẩm tốt, 1 sản phẩm khá, 4 sản phẩm trung bình, 2 sản phẩm hơi xấu, 2 sản phẩm xấu. Mẫu này có thể biễu diễn như sau.

$$S = \quad (T,1), (K,1), (B,4), (H,2), (X,2)$$

14.3.4 Kiểm đồ biến ngôn ngữ

Với nền tảng chung dựa trên biến ngôn ngữ, dữ liệu quan sát từ thực tế được trình bày dưới dạng biến ngôn ngữ, có rất nhiều cách tiếp cận khác nhau để xây dựng kiểm đồ biến ngôn ngữ. Một số nhà nghiên cứu kiểm đồ mờ cùng bài báo được liêt kê theo trình tự thời gian như sau:

- 1990- Tzvi Raz – Jyh Hone Wang: Phương pháp xác xuất và hàm thành viên trong xây dựng kiểm đồ biến ngôn ngữ.
- 1993- A. Kanagawa – F. Tamaki – H. Ohta: Kiểm đồ kiểm soát trung bình và biến thiên quá trình dựa trên dữ kiện ngôn ngữ.
- 1995- Jorg Hopner – Hans Wolff: Thiết kế kiểm đồ Shewhart mờ.
- 1999- Fiorenzo Franceschini – Danielle Romano: Kiểm đồ biến ngôn ngữ: Một phương pháp dựa trên trị ngôn ngữ.
- 2001- Hsi Mei Hsu – Yan Kwang Chen: Hệ thống chẩn đoán quá trình dựa trên suy diễn mờ cho kiểm đồ trung bình.
- 2002- Hassen Taleb – Mohamed Limam: Xây dựng kiểm đồ ngẫu nhiên và mờ.

- 2004- Murat Gulbay – Cengiz Kahraman – Da Ruan: Kiểm đồ biến ngôn ngữ sử dụng nhát cắt .
- 2005- Chi Bin Cheng: Kiểm soát quá trình mờ: Xây dựng kiểm đồ với số mờ.

Sau đây ta trình bày hai mô hình kiểm đồ mờ cơ bản là Kiểm đồ Raz - Wang và Kiểm đồ Kanagawa - Tamaki - Ohta, từ đó ta xây dựng mô hình kiểm đồ pLCC.

14.4 Kiểm đồ Raz & Wang

Kiểm đồ Raz – Wang được trình bày dựa trên hai bài báo của Tzvi Raz và Jyh Hone Wang đăng vào năm 1990. Để xây dựng kiểm đồ, m mẫu được thu thập với cở mẫu là n. Gọi k_{ij} là số lượng sản phẩm trong mẫu j, j=1 m có mức chất lượng là L_i, i=1 t. Tác giả trình bày hai phương pháp xây dựng các giới hạn kiểm đồ

- Phương pháp xác suất.
- Phương pháp thành viên.

14.4.1 Phương pháp xác suất

Phương pháp xác suất gồm 6 bước:

Bước 1: Định trị đại diện cho các mức chất lượng mờ. Tập mờ Fi tương ứng với mức chất lượng Li được giải mờ tìm giá trị đại diện ri.

$$r_i = Rep(F_i)$$

Wang & Raz sử dụng một trong bốn phương pháp sau:

- Yếu vị mờ - $f_{mode:}$ Điểm có mức thành viên cực đại, x X:

$$f_{mode} = \{x \,|\, \mu_F(x) = 1\}$$

- Trung điểm tập cắt - $f_{mr}()$

$$f_{mr}(\alpha) = \frac{1}{2}(a_\alpha + b_\alpha),\ 0 \le \alpha \le 1$$

$$a \;\; = \inf F$$

$$b \;\; = \sup F$$

- Trung vị mờ - f_{med}: Điểm chia hàm thành viên thành hai vùng có diện tích bằng nhau

$$\int_{a}^{f_{med}} \mu_F(x)dx = \int_{f_{med}}^{b} \mu_F(x)dx = \frac{1}{2}\int_{a}^{b} \mu_F(x)dx$$

$$[a, b] = \text{core } F$$

- Trung bình mờ - f_{avr}: Điểm trọng tâm vùng có diện tích tạo bở đường cong hàm thành viên

$$f_{avg} = \frac{\int_{x=0}^{1} x\mu_F(x)dx}{\int_{x=0}^{1} \mu_F(x)dx}$$

Bước 2: Xác định trung bình mẫu. Với mỗi mẫu j, j=1 m, tính trung bình mẫu Mj

$$M_j = (r_1k_{1j} + r_2k_{2j} + \ldots + r_tk_{tj}) / n$$

Bước 3: Xác định độ lệch chuẩn mẫu. Với mỗi mẫu j, j=1 m, tính độ lệch chuẩn mẫu SDj

$$SD_j = \frac{1}{n-1}\sqrt{\sum_{i=1}^{t} k_{ij}(r_i - M_j)^2}$$

Bước 4: Xác định đường tâm kiểm đồ CL. Xác định đường tâm kiểm đồ CL là trung bình trung bình mẫu Mj

$$CL = \frac{\sum_{j=1}^{m} M_j}{m}$$

Bước 5: Xác định trung bình độ lệch chuẩn. Trung bình độ lệch chuẩn được xác định từ việc lấy trung bình các độ lệch chuẩn mẫu.

$$MSD = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} SD_j$$

Bước 6: Xác định giới hạn kiểm soát. Như nguyên lý kiểm đồ Shewhart, các giới hạn kiểm soát cách đường tâm một số lần trung bình độ lệch chuẩn

$$LCL = \text{Max}\ \ 0, (CL - A_3MSD)$$

$$UCL = \text{Min}\ \ 1, (CL + A_3MSD)$$

Với:

$$A_3 = \frac{3}{c_4\sqrt{n}},\quad c_4 = \sqrt{\frac{2(\frac{n-2}{2})!}{n-1(\frac{n-3}{2})!}}$$

14.4.2 Phương pháp thành viên

Phương pháp thành viên gồm 5 bước:

Bước 1: Xây dựng tập mờ trung bình mẫu. Với mỗi mẫu j, , j=1 m, xây dựng tập mờ trung bình mẫu MF_j.

$$MF_j = (F_1k_{1j} + F_2k_{2j} + \ldots + F_tk_{tj}) / n$$

Để xác định tập mờ trung bình mẫu MFj, Raz & Wang sử dụng nguyên lý mở rộng:

$$_{MFj}(x) = \text{Max}\ \ \text{Min}[\ \ _1(x_1),\ \ _2(x_2),\ldots,\ \ _t(x_t)\ \ \ x = (x_1k_{1j} + x_2k_{2j} + \ldots + x_tk_{tj})/n$$

Bước 2: Xác định tập mờ trung bình trung bình mẫu. Xác định tập mờ trung bình trung bình mẫu GMF của m mẫu

$$GMF = \frac{\sum_{j=1}^{m} MF_j}{m}$$

Tương tự, để xác định tập mờ GMF, Raz & Wang sử dụng nguyên lý mở rộng:

$$_{GMF}(x) = \text{Max}\ \ \text{Min}[\ \ _{MF1}(x_1),\ \ _{MF2}(x_2),\ldots,\ \ _{MFm}(x_m)\ \ \ x = (x_1 + x_2 + \ldots + x_m)/m$$

Bước 3: Xác định đường tâm kiểm đồ. Đường tâm kiểm đồ CL được xác định là giá trị đại diện của số mờ trung bình trung bình mẫu GMF.

$$CL = Rep(GMF)$$

Bước 4: Xác định độ phân tán của số mờ trung bình trung bình mẫu. Độ phân tán của số mờ GMF xác định theo tập mờ GMF dựa vào công thức:

$$\sigma(GMF) = \int_{\alpha=0}^{1} [x_r(\alpha) - x_l(\alpha)]d\alpha$$

Trong đó $x_r(\ \ )$ và $x_l(\ \ )$ là cận dưới và cận trên của tập cắt GMF :

$$x_r(\ \ ) = \sup GMF$$

$$x_l(\ \ ) = \inf GMF$$

Bước 5: Xác định giới hạn kiểm soát kiểm đồ. Giới hạn kiểm soát của kiểm đồ được xác định như sau:

$$LCL = Max\ \ 0, (CL - k\ \ \ \ (GMF)$$

$$UCL = Min\ \ 1, (CL + k\ \ \ \ (GMF)$$

Với k là tham số xác định theo xác suất sai lầm loại 1, theo phương pháp mô phỏng Monte Carlo, bao gồm các bước nhỏ sau:

Bước 5a: Chọn xác suất sai lầm $_0$. Theo kiểm đồ kinh điển, ta thường chọn $_0$= 0,0027.

Bước 5b: Xác định phân bố thực nghiệm của dữ liệu ngôn ngữ. Phân bố thực nghiệm của dữ liệu ngôn ngữ được ước lượng từ các mẫu thu thập.

Bước 5c: Xây dựng các giới hạn kiểm soát. Chọn giá trị ban đầu của k, xây dựng các giới hạn kiểm sóat

Bước 5d: Xác định . Từ phân bố thực nghiệm xác định ở bước 5b, phát số liệu, xác định

Bước 5e: Điều chỉnh k

- < $_0$: giảm k, về bước 5c
- > $_0$: tăng k, về bước 5c
- = $_0$: giữ k, đã chọn được k.

14.5 Kiểm đồ Kanagawa - Tamaki - Ohta

Kanagawa, Tamaki & Ohta cũng dùng biến ngôn ngữ để kiểm soát cả trung bình quá trình và biến thiên quá trình dựa trên ước lượng phân bố xác suất tiềm ẩn của dữ kiện ngôn ngữ.

14.5.1 Phân bố xác suất tiềm ẩn của dữ kiện ngôn ngữ

Khó xác định phân bố tiềm ẩn của dữ kiện ngôn ngữ dựa vào các phân bố lý thuyết vì không thể quan sát trực tiếp phân bố này. Kanagawa et al. dựa trên những dữ liệu chuẩn hoá, giả sử hàm mật độ xác suất f(x) có thể được trình bày dưới dạng chuỗi Gram - Charlier như sau:

$$F(x) = \quad (x)[1+ a_1H_1(x) + a_2H_2(x) + ...]$$

Trong đó (x) là hàm mật độ phân bố chuẩn đơn vị N(0,1). $H_r(x)$ là hàm đa thức Hermit bậc r:

- $H_1(x) = x$
- $H_2(x) = x^2 - 1$
- $H_3(x) = x^3 - 3x$
- …

Với a_r là các tham số có quan hệ với moment bậc r của phân bố $\;_r$ như sau:

$$a_1 = \;_1$$

$$a_2 = (\;_2 - 1)/2$$

$$a_3 = (\;_3 - 3\;_1)/6$$

…

Mặt khác, phân bố có tham số $\;_r$ có quan hệ với $\;_r$ như sau:

$$\;_1 = \;_1$$

$$\;_2 = \;_2 - \;_1^2$$

$$\;_3 = \;_3 - 3\;_2\;_1 + 2\;_1^3$$

…

Dữ liệu thu được qua cảm nhận chủ quan của con người là dữ liệu mờ. Dữ liệu ngôn ngữ được xem là dữ liệu mờ, xác suất xuất hiện trạng thái ngôn ngữ Li được xác định theo Zadeh (1968) bởi biểu thức sau:

$$\Pr\{L_i\}=\int_R \mu_i(x)f(x)dx$$

Nếu hàm thành viên và hàm mật độ f đều biết, có thể xác định được xác suất có điều kiện Pr(x L_i) như sau:

$$\Pr(x|L_i)=\frac{\mu_i(x)f(x)}{P_r(L_i)}$$

Moment bậc r của phân bố $_r$có thể xác định theo k_i, i= 1 t như sau:

$$\beta_r=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{t}\int_{-\infty}^{\infty}k_i x^r \Pr(x/L_i)dx$$

Từ đó có thể xác định tham số $_r$của phân bố. Trong trường hợp chưa biết hàm mật độ f, cần ước lượng hàm này từ $k_i$và $_i$. Theo Zadeh, bài toán này có thể giải với một số ràng buộc của hàm. Giả sử hàm mật độ f được biểu diễn bởi chuỗi Gram-Charlier bậc r, r = 1…4, hàm f được xây dựng theo giải thuật lặp sau:

Bước 1: Định trị ban đầu tham số $_r$, $_r^{(0}$, r = 1…4

Dùng điểm cực đại của hàm thành viên (hay trung điểm của khoảng cực đại hàm thành viên) như giá trị ban đầu của biến ngẫu nhiên x_1, …, $x_t$và tính toán trị ban đầu ban đầu $_r^{(0)}$, r = 1…4.

$$\beta_r^{(0)}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{t}k_i x_i^r$$

$$= \ _1^{(0)}$$

$$_2^{(0)} = \ _2^{(0)} - \ _2^{(0)2}$$

$$_3^{(0)} = \ _3^{(0)} - 3\ _2^{(0)}\ _1^{(0)} + 2\ _1^{(0)3}$$

...

Bước 2: Xác định hàm f

Thay thế tích luỹ tính được bước 1 vào hàm mật độ xác suất f.

Bước 3: Cập nhật tham số $_r$, $_r$.

Sử dụng hàm f vừa xác định để tính toán cập nhật $_r$, $_r$.

Bước 4: Xác định $_r$

Lặp lại bước 2 đến bước 3 đến khi mọi bậc tự do của tham số $_r$ thỏa điều kiện dừng

$$\left|\frac{\kappa_r^{(l)} - \kappa_r^{(l-1)}}{\kappa_r^{(l)}}\right| < 10^{-3}$$

Với $_r^{(l)}$tích lũy bậc r thu được sau l bước lặp. Giá trị tích lũy có thể dương hoặc âm, giá trị 0 có thể tồn tại giữa $_r^{(l)}$và $_r^{(l-1)}$. Thực tế, nếu tích luỹ thoả mãn điều kiện { $_r^{(l)}$}< 10^{-5} (r = 3 và / hoặc r = 4) thì giải thuật hội tụ, chuyển sang bước 5.

Bước 5: Xác định điểm phân vị của phân bố

$_r^{(l)}$là ước lượng của tích luỹ $_r$. Trong nhiều trường hợp, giá trị ước lượng chính xác có thể đạt được cho mỗi bậc của tích lũy. Giả sử x_1, …, $x_n$là những biến ngẫu nhiên độc lập từ f(x), xem hàm thống kê z định bởi:

$$z = \frac{\bar{x} - \kappa_1}{\left(\frac{\kappa_2}{n}\right)^{1/2}}$$

Điểm phân vị của phân bố của hàm thống kê z có thể xác định bằng khai triển Cornish – Fisher như sau:

$$z_\alpha = u_\alpha + \frac{\kappa_3 / \kappa_2^{3/2}}{6\sqrt{n}}(u_\alpha^2 - 1) + \frac{\kappa_4 / \kappa_2^2}{24n}(u_\alpha^3 - 3u_\alpha) - \frac{\kappa_3^2 / \kappa_2^3}{36n}(2u_\alpha^3 - 5u_\alpha) + \ldots$$

Với u là điểm phân vị của phân bố chuẩn đơn vị N(0,1). Từ điểm phân vị z ta xây dựng kiểm đồ ngôn ngữ nhằm kiểm soát trung bình và biến thiên quá trình như sẽ trình bày sau.

14.5.2 Xây dựng kiểm đồ biến ngôn ngữ kiểm soát trung bình quá trình

Như với kiểm đồ trung bình kinh điển, các giới hạn kiểm soát được xác định dựa vào phân bố hàm thống kê và giá trị xác suất sai lầm . Các giới hạn kiểm soát của kiểm đồ biến ngôn ngữ kiểm soát trung bình quá trình dựa vào điểm phân vị của phân bố của hàm z. Các đại lượng cần để xác định các giới hạn kiểm soát như sau:

- Kỳ vọng trung bình:

$$CL^{*} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\kappa_{j1}$$

- Độ lệch chuẩn trung bình

$$SD^{*2} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\kappa_{j2}$$

- Độ lệch phân bố trung bình

$$SKW^{*} = \frac{\sum_{j=1}^{m}\kappa_{j3}}{mSD^{*3}}$$

- Độ phẳng phân bố trung bình

$$KUT^{*} = \frac{\sum_{j=1}^{m}\kappa_{j4}}{mSD^{*4}}$$

Với ${}_{jr}$ là tham số ${}_{r}$ của mẫu thứ j. Với các đại lượng trung bình ở trên, các giới hạn kiểm soát được xác định như sau:

$$UCL = CL^{*} + \frac{SD^{*}}{\sqrt{n}}\{u_{\alpha/2} + \frac{SKW^{*}}{6\sqrt{n}}(u_{\alpha/2}^{2} - 1) + \frac{KUT^{*}}{24n}(u_{\alpha/2}^{3} - 3u_{\alpha/2}) - \frac{SKW^{*2}}{36n}(2u_{\alpha/2}^{3} - 5u_{\alpha/2})\}$$

$$LCL = CL^{*} + \frac{SD^{*}}{\sqrt{n}}\{u_{1-\alpha/2} + \frac{SKW^{*}}{6\sqrt{n}}(u_{1-\alpha/2}^{2} - 1) + \frac{KUT^{*}}{24n}(u_{1-\alpha/2}^{3} - 3u_{1-\alpha/2}) - \frac{SKW^{*2}}{36n}(2u_{1-\alpha/2}^{3} - 5u_{1-\alpha/2})\}$$

Nhằm xác định điểm mẫu trên kiểm đồ, cần xác định giá trị đại diện của các trị ngôn ngữ. Kanagawa đề nghị sử dụng giá trị đại diên sau:

$$x_i = \operatorname{Re} p(F_i) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x\mu_i(x) f(x)dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_i(x) f(x)dx}$$

14.5.3 Xây dựng kiểm đồ biến ngôn ngữ kiểm soát biến thiên quá trình

Nhằm kiểm soát biến thiên quá trình, trước tiên ta định nghĩa lệch chuẩn mẫu:

$$SD_j = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{t} k_{ij} (x_i - M_j)^2 \right]^{1/2}$$

Trong đó Mj là trung bình mẫu:

$$M_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{t} k_{ij} x_i$$

Sau đó độ lệch chuẩn mẫu SD được chuyển đổi thành biến ngẫu nhiên Y:

$$Y = \frac{vSD}{E[SD]}$$

Với:

$$\mathrm{v} = \frac{2[\mathrm{E}[\mathrm{SD}]]^2}{V[SD]}$$

Biến Y có phân bố là phân bố ^{2} với v là bậc tự do:

$$\mathrm{Y} \quad {}^{2}{}_{\mathrm{v}}(\mathrm{y})$$

Hàm mật độ xác suất g(y) của biến ngẫu nhiên Y có dạng sau:

$$\mathrm{g(y)} = \quad 1 + a_1 G_1(y) + a_2 G_2(y) + \ldots \quad {}^{2}{}_{\mathrm{v}}(\mathrm{y})$$

Với $G_r(y)$ là đa thức Laguerre bậc r (r q, r, q = 1,2,…) thoả mãn công thức sau:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{G_r(y) G_q(y)} \chi_{\mathrm{v}}^{2}(\mathrm{y}) \mathrm{dy} = 0$$

Các hàm xác định như sau:

$$G_1(y) = y - \nu$$
$$G_2(y) = y^2 - 2(\nu+2)y + \nu(\nu+2)$$
$$G_3(y) = y^3 - 3(\nu+4)y^2 + 3(\nu+2)(\nu+4)y - \nu(\nu+2)(\nu+4)$$

Các hệ số ar được xác định như sau:

$$a_r = E[G_r(y)] = \int_{-\infty}^{\infty} [G_r(y)]^2 \chi_\nu^2(y)dy$$

Với xác suất đã chọn, đường tâm và các giới hạn của kiểm đồ được xác định như sau:

$$CL = E[SD]$$
$$UCL = \frac{E[SD]y^{\alpha/2}}{\nu}$$
$$LCL = \frac{E[SD]y_1 - \alpha/2}{\nu}$$

Với y là điểm phân vị của hàm mật độ g(y)

14.6 Mô hình pLCC

Mô hình kiểm đồ Wang & Raz chưa lập luận và chưa đưa ra phương pháp tính cụ thể để xây dựng kiểm đồ. Mặt khác, mô hình kiểm đồ Wang – Raz có nhược điểm cơ bản là không xác định phân bố trạng thái chất lượng sản phẩm, để từ đó mô phỏng xây dựng dựng giới hạn kiểm soát và đánh giá độ nhạy kiểm đồ. Kanawaga, Tamaki và Ohta khắc phục nhược điểm trên, tuy nhiên, mô hình Kanawaga, Tamaki và Ohta khá phức tạp và chưa phân tích dịch chuyển quá trình hợp lý khi đặc tính chất lượng là một thuộc tính để từ đó phân tích độ nhạy kiểm đồ.

Mô hình pLCC dựa vào biến mờ và mô hình kiểm đồ Shewhart để lập luận xây dựng kiểm đồ. Mô hình pLCC cũng sử dụng số học mờ đề ra một phương pháp tính với mục đích tính toán xây dựng kiểm đồ đơn giản và hiệu quả. Mô hình pLCC cũng đề ra một phương pháp đánh giá kiểm đồ biến ngôn ngữ qua việc xây dựng đặc tính vận hành cũng như khỏang báo động trung bình ARL của kiểm đồ với mục tiêu thiết kế kiểm đồ nhằm kiểm soát quá trình đơn giản và hiệu quả.

14.6.1 Xây dựng kiểm đồ biến ngôn ngữ

Biến ngôn ngữ là biến lấy trị là những trị ngôn ngữ. Một biến ngôn ngữ V được đặc trưng bởi tập trị ngôn ngữ T.

$$T = \quad L_i, i = 1 \quad t$$

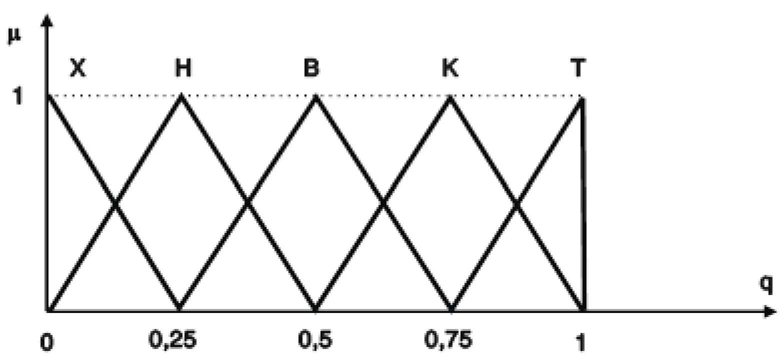
Trong đó t là số trị ngôn ngữ trong tập trị ngôn ngữ T. Các trị ngôn ngữ Li được mô hình bởi các số mờ trên một tập cơ sở X. Trong mô hình pLCC, để mô tả trạng thái hay mức chất lượng sản phẩm ta có thể dùng các trị ngôn ngữ như tốt – T, khá – K, trung bình – B, hơi xấu – H, xấu – X.

$$T = \quad T, K, B, H, X$$

Biến cơ sở ở đây là mức chất lượng sản phẩm q, nhằm thuận tiện ta chuẩn hoá tập cơ sở X là tập khoảng đơn vị [0,1] theo nghĩa q=0 là mức chất lượng thấp nhất, q=1 là mức chất lượng cao nhất. Các mức chất lượng ở tập T nêu trên là những số mờ trên X, có nhiều phương pháp để xây dựng hàm thành viên, ở đây ta dùng là dùng số mờ tam giác:

- X = (0; 0; 0,25),
- H = (0,25; 0,25; 0,25),
- B = (0,5; 0,25; 0,25),
- K = (0,75; 0,25; 0,25),
- T = (1; 0,25; 0)

Tập mờ trạng thái chất lượng như hình sau.



Khi một biến ngôn ngữ được sử dụng ta cần trình bày các tập mờ tương ứng với trạng thái biến ngôn ngữ đó và kết hợp với số lượng quan sát xuất hiện tương ứng các trạng thái biến ngôn ngữ trong một mẫu. Khi phân tích xây dựng kiểm đồ ta thu thập m mẫu với cở mẫu là n. Một mẫu Sj với n quan sát có thể được diễn tả như sau:

$$S_j = \quad (L_i, k_{ij}) \quad i=1 \quad t \quad , j=1 \quad m$$

Với k_{ij} số lượng quan sát với trị ngôn ngữ L_i trong mẫu S_j, thỏa đẳng thức:

$$k_{1j} + k_{2j} + \ldots + k_{t\,j} = n, j=1 \quad m$$

Để xây dựng kiểm đồ biến ngôn ngữ, ta cần:

- Xây dựng các giới hạn kiểm soát LCL, ULL
- Xác định điểm mẫu trên kiểm đồ

Từ tập số liệu với m mẫu có cở mẫu n, mô hình pLCC gồm các bước sau:

- Xây dựng biến mờ trung bình mẫu
- Xác định biến mờ trung bình trung bình mẫu
- Xác định đường tâm kiểm đồ
- Xác định độ lệch chuẩn của biến mờ trung bình trung bình mẫu
- Xác định giới hạn kiểm soát kiểm đồ
- Xác định điểm mẫu trên kiểm đồ
- Đánh giá tính kiểm soát của quá trình.

Bước 1: Xây dựng biến mờ trung bình mẫu:

$$X_j = (L_1 k_{1j} + L_2 k_{2j} + \ldots + L_t k_{tj}) / n, j=1 \quad m$$

Tập mờ trạng thái là các số mờ tam giác:

$$L_i = (a_{i,} b_{i,} c_i)$$

Theo tính chất của số mờ tam giác, trung bình mẫu cũng là một số mờ tam giác:

$$\bar{X}_j = (A_j, B_j, C_j)$$

- $A_j = (a_1 k_{1j} + a_2 k_{2j} + \ldots + a_t k_{tj}) / n$
- $B_j = (b_1 k_{1j} + b_2 k_{2j} + \ldots + b_t k_{tj}) / n$
- $C_j = (c_1 k_{1j} + c_2 k_{2j} + \ldots + c_t k_{tj}) / n$

Bước 2: Xác định biến mờ trung bình trung bình mẫu

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{j=1}^{m} \bar{X}_j}{m}$$

Trung bình mẫu là các biến mờ tam giác, $X_j = (A_j, B_j, C_j)$. Theo tính chất của số mờ tam giác, trung bình trung bình mẫu cũng là một số mờ tam giác:

$$\bar{\bar{X}} = (A, B, C)$$

$$A = \frac{\sum_{j=1}^{m} A_j}{m},\ B = \frac{\sum_{j=1}^{m} B_j}{m},\ C = \frac{\sum_{j=1}^{m} C_j}{m}$$

Bước 3: Xác định đường tâm kiểm đồ CL. Đường tâm kiểm đồ CL là kỳ vọng biến mờ trung bình trung bình mẫu. Với biến mờ tam giác, ta xác định được đường tâm:

$$CL = \mu_{\bar{\bar{X}}} = A$$

Bước 4: Xác định độ lệch chuẩn của biến mờ trung bình trung bình mẫu. Dựa vào mô hình Kauffman & Gupta, biết rằng trung bình trung bình mẫu là một biến mờ tam giác, ta suy được độ lệch chuẩn biến mờ này như sau:

$$\sigma_{\bar{\bar{X}}} = (B + C) * 1/2 = (B + C)/2$$

Bước 5: Xác định giới hạn kiểm soát kiểm đồ. Dựa vào nguyên lý kiểm đồ Shewhart, các giới hạn kiểm soát của kiểm đồ được xác định như sau:

$$LCL = Max[0, (\mu_{\bar{\bar{X}}} - L\sigma_{\bar{\bar{X}}})]$$
$$UCL = Min[1, \mu_{\bar{\bar{X}}} + L\sigma_{\bar{\bar{X}}}]$$

Hay:

$$LCL = Max\ [0, A – L(B+C)/2]$$

$$UCL = Min\ [0, A + L(B+C)/2]$$

Với L là khoảng cách tương đối giữa đường tâm và giới hạn kiểm soát, được xác định trong phần đánh giá kiểm đồ.

Bước 6: Xác định điểm mẫu trên kiểm đồ X_j. Điểm mẫu trên kiểm đồ có trị là kỳ vọng trung bình mẫu. Vì trung bình mẫu là một biến mờ tam giác:

$$X_j = (A_j, B_j, C_j)$$

nên:

$$\bar{X}_j = \mu_{\bar{X}_j} = A_j$$

Nhằm minh họa phương pháp, ta dùng số liệu với 30 mẫu, mỗi mẫu 10 sản phẩm. Trạng thái mẫu như ở bảng sau.

j	X	H	B	K	T	j	X	H	B	K	T
1	2	1	7	0	0	16	0	3	6	0	1
2	1	2	6	1	0	17	1	5	2	2	0
3	0	3	6	1	0	18	3	5	1	1	0
4	0	8	1	1	0	19	1	5	4	0	0
5	0	8	2	0	0	20	0	5	3	2	0
6	1	5	2	2	0	21	4	4	2	0	0
7	0	5	5	0	0	22	0	6	2	2	0
8	1	6	3	0	0	23	0	4	6	0	0
9	0	6	4	0	0	24	1	0	8	1	0
10	1	3	3	2	1	25	0	5	5	0	0
11	0	5	4	1	0	26	0	5	5	0	0
12	1	0	7	2	0	27	0	3	6	1	0
13	0	4	6	0	0	28	0	3	6	0	1
14	0	4	6	0	0	29	0	3	7	0	0
15	0	8	1	1	0	30	1	4	5	0	0

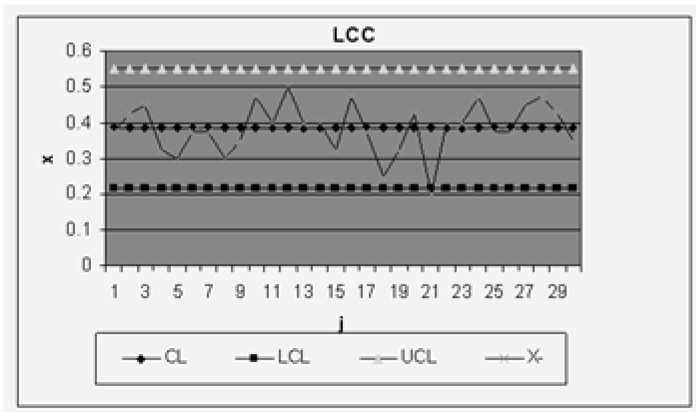
Chọn khoảng cách giới hạn L = 0,7. Áp dụng phương pháp, ta tính được đường tâm và các giới hạn như sau:

CL=0,385;

LCL = 0,216;

UCL = 0,584

Mức chất lượng trung bình của 30 mẫu là 0,385. Biểu đồ kiểm soát được vẽ như ở hình sau. Thấy rằng hầu hết các mẫu đều trong kiểm soát, mẫu 21 nằm ngoài kiểm soát và cần được khảo sát để tìm nguyên nhân. Nhìn vào mẫu này ta thấy trong 10 sản phẩm lấy mẫu có đến 4 sản phẩm xấu (X), 4 sản phẩm hơi xấu (H), 2 sản phẩm trung bình (B) và không có sản phẩm khá tốt (K) cũng như tốt nào (T). Mức chất lượng tính được của mẫu này là 0,2 thấp hơn giới hạn dưới LCL = 0,216. Kiểm đồ biến ngôn ngữ như hình sau.



14.6.2 Đánh giá kiểm đồ biến ngôn ngữ

Khi sử dụng kiểm đồ kiểm soát quá trình, có hai sai lầm là loại bỏ một quá trình trong kiểm soát hay chưa dịch chuyển và chấp nhận một quá trình ngoài kiểm soát hay đã dịch chuyển. Các xác suất sai lầm tương ứng với hai loại sai lầm tuần tự thường được ký hiệu là   và .

Đặc tính vận hành là công cụ để đánh giá chất lượng kiểm đồ qua khả năng phát hiện dịch chuyển quá trình của kiểm đồ. Hàm đặc tính vận hành là quan hệ giữa xác suất chấp nhận một quá trình đã bị dịch chuyển   với mức độ dịch chuyển quá trình. Giả sử trung bình quá trình   dịch chuyển từ giá trị ban đầu $_0$ đến giá tri $_1$ $_0$. Xác suất không phát hiện dịch chuyển:

$$= P\,[\,LCL \quad X \quad UCL| \quad = {}_1]$$

Với LCL, UCL là các giới hạn được xây dựng khi quá trình trong kiểm soát.

Khoảng báo động trung bình ARL là số trung bình các điểm trong khoảng xuất hiện điểm ngoài kiểm soát. Khoảng báo động trung bình chia làm hai trường hợp khi quá trình ngoài kiểm soát và khi quá trình trong kiểm soát.

Khi quá trình ngoài kiểm soát, khoảng báo động trung bình là ARL1 định bởi

$$ARL = ARL_1 = 1 /(1- \ )$$

Khi quá trình trong kiểm soát, khoảng báo động trung bình là ARL_0 định bởi:

$$ARL = ARL_0 = 1 /(1- \ _0) = 1/$$

a. Phân bố đặc tính chất lượng

Đặc tính chất lượng ở dạng thuộc tính được chuẩn hoá bởi khoảng [0,1], theo nghĩa 0 là mức chất lượng thấp nhất và 1 là mức chất lượng cao nhất. Kanawaga et. al. (1993) đã phân tích phân bố tiềm ẩn của đặc tính chất lượng và chọn là phân bố Bê ta, là phân bố liên tục trên khoảng [0,1] với hàm mật độ định bởi hai tham số nguyên dương , :

$$f(x) = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)}, 0 \le x \le 1.$$

$$B(\alpha,\beta) = \Gamma(\alpha+\beta)/[\Gamma(\alpha)\times\Gamma(\beta)],$$

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha-1)!$$

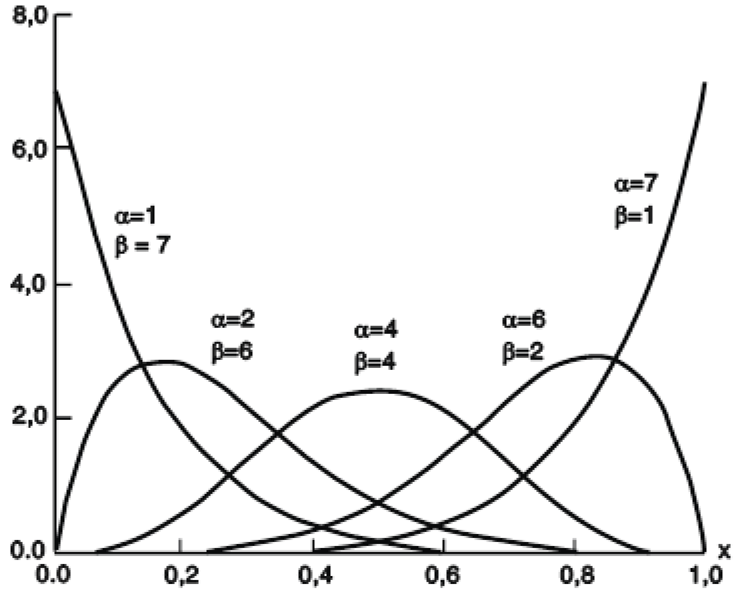
Kỳ vọng và phương sai của biến Bê ta định bởi.

$$\mu = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$$

$$\sigma^2 = \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}$$

A. Kanagawa, F. Tamaki & H. Ohta (1993) đã mô hình đặc tính chất lượng bởi phân bố Beta, với các tham số , thỏa ràng buộc + là hằng số. Hình sau biểu diễn phân bố với + = 8, khi giảm xu hướng trung tâm phân bố dịch sang trái, kỳ vọng giảm, tương ứng với mức chất lượng suy giảm.

Phân bố đặc tính chất lượng như hình sau.



b. Phân bố biến ngôn ngữ

Biến ngôn ngữ của đặc tính chất lượng quan tâm lấy trị trên tập trị ngôn ngữ:

$$T = \quad L_i, i=1 \quad 5 \quad = \quad T, K, B, H, X \quad .$$

Phân bố biến ngôn ngữ được xác định theo Zadeh (1968) theo mô hình sau:

$$P\{L_i\} = \int_0^1 \mu_i(x) f(x) dx$$

Với $\;_i$ là hàm thành viên tập mờ L_i và f là phân bố đặc tính chất lượng. Theo mô hình trên, với các trị ngôn ngữ là các số mờ tam giác xác định như trên, xác suất của từng trạng thái biến ngôn ngữ:

$$P(X) = \int_0^{0,25} (1-4x) \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)} dx$$

$$P(H) = \int_0^{0,25} 4x \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)} dx + \int_{0,25}^{0,5} (2\text{-}4x) \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)} dx$$

$$P(B) = \int_{0,25}^{0,5} (4x-1) \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)} dx + \int_{0,5}^{0,75} (3-4x) \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)}$$

$$P(K) = \int_{0,5}^{0,75} (4x-2)\frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)}dx + \int_{0,75}^{1} (4-4x)\frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)}dx$$

$$P(T) = \int_{0,75}^{1} (4x-3)\frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)}$$

c. Phân tích dịch chuyển quá trình

Khi đặc tính chất lượng có dạng thuộc tính, kiểm đồ truyền thống sử dụng là kiểm đồ thuộc tính. Một kiểm đồ thuộc tính thường dùng là kiểm đồ tỷ lệ hư hỏng nhằm kiểm soát tỷ lệ hư hỏng p. Quá trình trong kiểm soát là quá trình có tỷ lệ hư hỏng ban đầu p_0 là giá trị chấp nhận. Quá trình dịch chuyển ra ngoài kiểm soát khi tỷ lệ hư hỏng gia tăng $p>p_0$. Dựa vào nghiên cứu của Kanagawa et.al. (1993) ta mô hình mức chất lượng bởi phân bố Bêta với quan hệ tham số phân bố:

$$+ \quad = K$$

Quá trình ban đầu, tương ứng với tham số phân bố đặc tính chất lượng $_0$, $_0$, được xem là trong kiểm soát với kỳ vọng mức chất lượng $_0$ tương ứng tỷ lệ hư hỏng chấp nhận p_0. Quá trình bị xem là dịch chuyển khi kỳ vọng mức chất lượng giảm $<\ _0$, tỷ lệ hư hỏng gia tăng $p>p_0$ tương ứng dịch chuyển tham số phân bố $<\ _0$, $>\ _0$. Phân bố đặc tính chất lượng hòan tòan xác định bởi các tham số và . Các tham số này có thể được xác định theo kỳ vọng và hằng số phân bố K:

$$= K$$

$$= K - \quad = K(1 - \quad)$$

d. Phân tích độ nhạy kiểm đồ

Để phân tích độ nhạy kiểm đồ ta xây dựng đặc tính vận hành kiểm đồ và khỏang báo động trung bình. Đặc tính vận hành kiểm đồ là quan hệ giữa xác suất trong giới hạn kiểm soát của điểm mẫu theo dịch chuyển kỳ vọng mức chất lượng quá trình với tham số là khoảng cách giới hạn kiểm soát L:

$$= \quad (\quad , L)$$

Để xây dựng đặc tính vận hành kiểm đồ, ứng với một giá trị của tham số L, mô hình pLCC dịch quá trình bằng cách giảm dần kỳ vọng mức chất lượng μ từ giá trị ban đầu = $_0$ và quan sát theo μ, bằng cách dùng phương pháp mô phỏng Monte Carlo qua các bước sau:

1- Chọn hằng số phân bố K, tham số mô phỏng m và n.

2- Chọn tham số L.

3- Chọn mức chất lượng ban đầu = $_0$

4- Xác định phân bố đặc tính chất lượng qua 2 tham số $_0$, $_0$

5- Xác định phân bố biến ngôn ngữ theo mô hình Zadeh.

6- Mô phỏng quá trình: Theo phân bố biến ngôn ngữ, phát m mẫu với cở mẫu n.

7- Xác định các giới hạn kiểm soát LCL, UCL.

8- Định số điểm ngòai kiểm soát r = r_0, tính xác suất $_0$ bằng tỉ số

$$_0 = (m - r_0)/m$$

9- Dịch chuyển phân bố với mức chất lượng < $_0$

10- Xác định phân bố đặc tính chất lượng qua 2 tham số ,

11- Xác định phân bố biến ngôn ngữ theo mô hình Zadeh.

12- Mô phỏng quá trình: Theo phân bố biến ngôn ngữ, phát m mẫu với cở mẫu n.

13- Định số điểm ngoài kiểm soát r, tính xác suất bằng tỉ số:

$$= (m - r)/m$$

14- Lập lại các bước 10, 11, 12 để xác định biến thiên của xác suất theo

15- Chọn tham số L quay lại các bước 2 14 để xác định đặc tuyến ( ) ứng với tham số khoảng cách L mới.

Khi đã xây dựng được đặc tính vận hành = (, L), ta có thể xác định được khỏang báo động trung bình ARL theo và L:

$$ARL = 1/(1-)$$

Từ đó có thể thực hiện việc thiết kế kiểm đồ qua việc chọn tham số L sao cho có được tham số ARL như mong muốn.

Chương 15
HOẠCH ĐỊNH TỒN KHO

- Hoạch định vật tư tồn kho
- Hoạch định vật tư tồn kho mềm
- Ước lượng tham số mô hình hoạch định tồn kho
- Hoạch định tồn kho nhu cầu độc lập
- Hoạch định tồn kho nhu cầu phụ thuộc

15.1 Hoạch định vật tư tồn kho

15.1.1 Vật tư tồn kho

Tồn kho cần thiết khi có sự không đồng bộ giữa cung và cầu. Các nguyên nhân dẫn đến chức năng tồn kho bao gồm các yếu tố thời gian, sự gián đọan, tính bất định và kinh tế. Sản phẩm cần thời gian để sản xuất và phân phối. Tồn kho cho phép sản phẩm sẵn có tức thời hay trong thời gian hợp lý nhằm đáp ứng nhu cầu người tiêu dùng. Hệ thống sản xuất gồm nhiều bộ phận, dòng vật tư thường bị gián đọan khi qua các bộ phận. Tồn kho cách ly các bộ phận, cho phép hoạch định các bộ phận độc lập, giúp thực hiện các hoạt động phụ thuộc ở các bộ phận một cách độc lập và kinh tế. Hệ thống thường mang tính bất định, các sự kiện không thấy trước được làm thay đổi kế hoạch ban đầu. Tồn kho bảo vệ hệ thống khỏi các sự kiện ngoài kế hoạch, ngoài tiên đoán. Tồn kho còn giúp hệ thống sản xuất hay mua theo số lượng kinh tế, giúp điều hòa sản xuất, ổn định nguồn lực. Tồn kho là cần thiết tuy nhiên chiến lược tồn kho là giảm tồn kho bằng cách tối thiểu và triệt bỏ các nguyên nhân.

Tổ chức sản xuất hay dịch vụ sử dụng, chuyển đổi, phân phối, bán vật tư tồn kho theo nhiều dạng, phụ thuộc vào trạng thái hiện tại của vật tư là hoàn thành hay chưa hoàn thành, vào họat động sắp tới của vật tư là bán, sử dụng hay chuyển hóa mà ta có các loại vật tư nguyên liệu, phụ tùng, bán phẩm, thành phẩm. Dòng chảy vật tư tồn kho bắt đầu từ cung ứng các nguyên vật liệu đến các bán phẩm trong quá trình sản xuất, và cuối cùng là thành phẩm thoả mãn nhu cầu đầu ra.

15.1.2 Chi phí tồn kho

Thuộc tính tồn kho bao gồm nhu cầu, cung ứng, ràng buộc, chi phí. Nhu cầu là số đơn vị lấy từ tồn kho. Nhu cầu có thể được phân loại theo dạng nhu cầu, lượng và phân bố. Ngược với nhu cầu, cung ứng là đưa vào tồn kho. Cũng như nhu cầu, cung ứng có thể phân loại theo dạng cung ứng, lượng, thời gian và phân bố. Ràng buộc là các giới hạn của hệ thống tồn kho về không gian, vốn, nhân sự, thiết bị, chính sách…

Mục tiêu quản lý tồn kho là có lượng vật tư thích hợp, ở đúng nơi, vào đúng lúc, với chi phí cực tiểu. Chi phí tồn kho bao gồm:

- Chi phí mua hàng hay sản xuất P.
- Chi phí đặt hàng hay thiết lập C.
- Chi phí tồn trữ H.
- Chi phí hết hàng K.

Chi phí mua hàng hay sản xuất (P) là chi phí đơn vị khi đã tồn kho. Chi phí mua hàng gồm cả phí chuyên chở, giảm giá. Chi phí sản xuất bao gồm chi phí nhân công, vật tư, phí gián tiếp. Chi phí đặt hàng hay thiết lập (C) phụ thuộc số lượng đơn hàng hay số lần thiết lập. Chi phí đặt hàng bao gồm chi phí thu thập phân tích người bán, chi phí lập đơn hàng, chi phí nhận và kiểm tra hàng... Chi phí thiết lập bao gồm chi phí thay đổi quá trình sản xuất. Chi phí tồn trữ (H) bao gồm chi phí vốn, chi phí thuế, bảo hiểm, mất mát, lỗi thời, quá hạn, hư hỏng…Chi phí tồn trữ tỉ lệ với lượng đầu tư tồn kho (20-40% / năm). Chi phí hết hàng là hệ quả kinh tế do hết hàng từ bên trong hay bên ngoài. Chi phí hết hàng bên ngoài bao gồm chi phí đơn hàng chậm, chi phí mất đơn hàng, mất uy tín. Phí hết hàng bên trong như chi phí ngưng sản xuất, chi phí hoàn thành chậm. Mục tiêu quản lý tồn kho là cực tiểu chi phí tồn kho qua phân tích các chi phí biến thiên theo mức tồn kho.

15.1.3 Hệ thống tồn kho

Bài toán tồn kho có thể được phân loại theo các yếu tố cung ứng và nhu cầu. Các yếu tố cung ứng bao gồm nguồn cung ứng và thời gian chờ. Các yếu tố nhu cầu bao gồm nhu cầu và tần suất đơn hàng. Nguồn cung ứng có thể là bên trong hay bên ngoài. Thời gian chờ có thể là không đổi hay biến đổi. Tần suất đơn hàng chia làm đơn hàng đơn và đơn hàng lập lại. Nhu cầu có thể là không đổi hay biến đổi, độc lập hay phụ thuộc, liên tục hay rời rạc.

Các hệ thống tồn kho bao gồm nhiều loại, hệ thống có thể phân làm hệ thống phân phối hay hệ thống sản xuất. Trong hệ thống sản xuất theo tần suất đơn hàng chia làm hệ thống tồn kho đơn hàng đơn và đơn hàng lập lại, theo nhu cầu vật tư có thể phân làm hệ thống tồn kho nhu cầu phụ thuộc hay nhu cầu độc lập. Trong hệ thống tồn kho nhu cầu độc lập có thể phân thành hệ thống tồn kho nhu cầu rời rạc hay liên tục, hệ thống tồn kho nhu cầu xác định hay ngẫu nhiên. Ở chương này, ta sẽ khảo sát việc hoạch định mềm các hệ thống tồn kho sau:

- Hệ thống tồn kho nhu cầu độc lập.
- Hệ thống tồn kho nhu cầu phụ thuộc.

Bài toán hoạch định tồn kho được giải quyết qua các mô hình tồn kho với các giả sử và giới hạn nhất định.

15.2 Hoạch định vật tư tồn kho mềm

Tính toán mềm từ lâu đã được ứng dụng trong hoạch định tồn kho và hoạch định sản xuất một số nghiên cứu tiêu biểu có thể liệt kê như sau. Kacprzyk và Staniewski (1982) xây dựng bài toán kiểm soát tồn kho với thời gian hoạch định vô hạn. Hệ thống tồn kho được biểu diễn như một hệ thống mềm với đầu ra là mức tồn kho mềm và đầu vào cung ứng mềm. Nhu cầu và các ràng buộc cung ứng được mờ hóa. Một giải thuật được xây dựng để tìm chiến lược cung ứng tĩnh cho mức tồn kho hiện tại với một ví dụ minh họa giải thuật.

Lehtimaki (1987) nghiên cứu bài toán điều độ MRP theo bài toán ra quyết định đa mục tiêu. Quyết định thỏa mãn nhu cầu khách hàng với sự thay đổi đơn hàng. Tác giả đưa ra khái niệm mức phục vụ tòan diện với nhiều đặc điểm, được đo bởi mức độ thỏa mãn của khách hàng. Mức độ thỏa mãn của khách hàng muốn thay đổi đơn hàng phụ thuộc mức thay đổi cho phép, thời gian chờ và chi phí thay đổi. Mức độ thỏa mãn của khách hàng không thay đổi đơn hàng phụ thuộc sự chắc chắn của thời gian cung ứng. Mục đích cực đại thỏa mãn khách hàng là mơ hồ và có thể mô hình tốt nhất bởi lý thuyết tập mờ. Lịch sản xuất được xây dựng theo các sự thay đổi đơn hàng đã được chấp nhận. Các ràng buộc chi phối việc lên lịch sản xuất được biểu diễn với việc sử dụng các hàm thành viên.

Park (1987) khảo sát mô hình lượng đặt hàng kinh tế EOQ theo lý thuyết tập mờ. Số mờ hình thang được sử dụng để mô hình hóa chi phí đặt hàng và chi phí tồn trữ. Các luật trung vị và cực đại được dùng để chuyển các thông tin về chi phí mờ thành các đại lượng rõ ở đầu vào mô hình. Một ví dụ sử dụng luật trung vị được dùng để minh họa cho mô hình định cở lô hàng kinh tế mờ.

Lee và các cộng sự (1990) giới thiệu phương pháp dùng lý thuyết tập mờ định cở lô hàng trong hoạch định nhu cầu vật tư. Bất định nhu cầu được mô hình bởi số mờ tam giác. Một ví dụ với thời gian hoạch định gồm tám chu kỳ và bốn tập dữ liệu nhu cầu được dùng để minh họa giải thuật. Các tác giả xác định hai ưu điểm khi dùng số mờ để mô hình hóa nhu cầu. Đầu tiên, lý thuyết tập mờ cho phép mô hình hoá cả nhu cầu bất định và các đánh giá chủ quan của người ra quyết định. Kế đến, phương pháp mờ hóa giải thuật PPA cung cấp nguồn dữ kiện phong phú cho người ra quyết định. Lee và các cộng sự (1991) mở rộng nghiên cứu định cở lô cho hoạch định nhu cầu vật tư bằng việc mờ hóa các giải thuật SMA và WWA. Các tác giả cho rằng, khi nhu cầu ở lịch sản xuất là bất định thì nên được mô hình hóa bởi các số mờ. Các giải thuật định cở lô mềm được so sánh dựa trên các bài toán với 9 mẫu.

Inuiguchi và các cộng sự (1994) so sánh các phương pháp quy hoạch khác nhau nhằm giải bài toán hoạch định sản xuất. Khác với các phương pháp quy hoạch truyền thống, quy hoạch khả năng cho phép thiết lập bài toán với dữ liệu và mục tiêu mơ hồ. Một bài toán hoạch định sản xuất đã được giải với ba phương pháp quy hoạch là quy hoạch mục tiêu, quy hoạch linh họat, và quy hoạch khả năng. So sánh ba lời giải cho thấy lời giải theo phương pháp quy hoạch khả năng phản ánh tốt nhất các đầu vào của người ra quyết định, từ đó nhấn mạnh sự quan trọng của việc mô hình hóa tính mơ hồ trong hoạch định sản xuất.

Từ 2005 đến 2006, N.N. Phong tuần tự xây dựng các mô hình hoạch định tồn kho nhu cầu liên tục *pEOQ, pEOI, pEPQ*; nhu cầu rời rạc *pPOQ, pPPA, pWWA*; nhu cầu phụ thuộc pMRP. Các mô hình này sẽ được tuần tự trình bày sau.

Như vậy, đã có không ít nghiên cứu về những lĩnh vực khác nhau của hoạch định vật tư tồn kho và sản xuất. Ứng dụng của tính toán mềm khai thác và đi sâu vào từng ngõ ngách của lĩnh vực này, hỗ trợ một cách tích cực cho hệ thống sản xuất.

15.3 Ước lượng tham số mô hình

Các tham số mô hình hoạch định có thể là xác định hoặc bất định. Khi tham số là bất định thì lại được phân làm hai loại bất định ngẫu nhiên và bất định mờ. Bất định ngẫu nhiên được phân tích theo lý thuyết xác suất, chương này chỉ xét tham số có tính bất định mờ. Tham số mô hình hoạch định tồn kho gồm:

- Thời gian chờ
- Chi phí
- Nhu cầu

Thời gian chờ được xem là xác định trong mô hình hoạch định nhu cầu vật tư phụ thuộc MRP, và được xem là ngẫu nhiên trong các mô hình hoạch định tồn kho an tòan cho vật tư độc lập. Chi phí là tham số quan trọng trong bài toán hoạch định thường rất khó ước lượng, tham số chi phí sẽ được mô hình hoá bởi số mờ. Nhu cầu, một tham số quan trọng khác cho bài toán hoạch định gồm:

- Nhu cầu hàng năm R.
- Nhu cầu trong thời gian chờ M.

Nhu cầu trong thời gian chờ M cần cho hoạch định tồn kho an tòan thường được xác định qua phân bố xác suất khi có số liệu thống kê. Nhu cầu hàng năm R cần cho hoạch định tồn kho làm việc sẽ được mờ hóa bởi số mờ trong các mô hình trình bày sau.

15.3.1 Ước lượng chi phí

Các chi phí cần cho hoạch định tồn kho bao gồm chi phí mua hàng hay sản xuất P, chi phí đặt hàng hay thiết lập C, chi phí tồn trữ H, chi phí hết hàng K. Ngoại trừ chi phí mua hàng hay sản xuất P, các chi phí còn lại đều rất khó ước lượng. Nhằm ước lượng các chi phí C, H, K ta sẽ mềm hóa các chi phí này bởi số mờ. Một phương pháp ước lượng gồm ba bước:

- Phân tích chi phí thành các chi phí thành phần.

- Ước lượng các chi phí thành phần.
- Tổng hợp các chi phí thành phần.

Chi phí đặt hàng bao gồm chi phí thu thập phân tích người bán, chi phí lập đơn hàng, chi phí nhận và kiểm tra hàng... Chi phí đặt hàng là loại chi phí khó xác định nhất trong các loại chi phí tồn kho do phụ thuộc rất nhiều vào môi trường xung quanh và những điều kiện bất định. Chi phí đặt hàng phụ thuộc vào các loại vật tư cần đặt hàng, nhà cung cấp, điều kiện pháp lý, môi trường kinh tế, phương tiện vận chuyển, thiết bị kiểm tra vật tư, thời điểm nhận hàng, … Các thành phần chi phí thường được phân tích:

- Chi phí lập yêu cầu đơn hàng bao gồm: Chi phí giấy mực, chi phí máy tính, máy in, máy photocopy, chi phí nhân công…
- Chi phí chọn lựa nhà cung cấp: chi phí thiết bị, chi phí nhân công, di chuyển, chi phí xã giao, liên hệ…
- Chi phí cho việc nhận hàng về: kiểm tra hàng, chi phí nhập kho.

Chi phí thiết lập sản xuất C bao gồm các chi phí thay đổi quá trình sản xuất, thường gồm các thành phần:

- Chi phí chuẩn bị sản xuất: chi phí xuất kho nguyên phụ liệu để sản xuất, chi phí kiểm tra dây chuyền sản xuất, chi phí nhân công, chi phí cơ sở vật chất…
- Chi phí quản lý, điều hành sản xuất: chi phí vận chuyển nguyên vật liệu để sản xuất, chi phí bảo trì máy móc, thiết bị; chi phí nhân công, chi phí sắp xếp kho bãi; chi phí vận hành, quản lý

Chi phí tồn trữ (H) bao gồm chi phí vốn, chi phí thuế, bảo hiểm, mất mát, lỗi thời, quá hạn, hư hỏng, bảo quản các loại vật tư tồn kho. Các thành phần chi phí tồn trữ:

- Chi phí vốn thiết lập nhà kho, các thiết bị nâng chuyển, lưu trữ, bảo vệ trong kho.
- Chi phí thuế, bảo hiểm.
- Chi phí bảo quản trong kho: Chi phí giữ kho bãi sạch và khô ráo
- Chi phí về nhân lực: Chi phí quản lý, chi phí vận chuyển nguyên vật liệu trong kho

- Chi phí do thiệt hại hàng tồn kho: Chi phí do mất mát, chi phí hư hỏng, chi phí hao mòn.

Chi phí hết hàng là hệ quả kinh tế do hết hàng từ bên trong hay bên ngoài. Chi phí hết hàng bên ngoài bao gồm chi phí đơn hàng chậm, chi phí mất đơn hàng, mất uy tín. Chi phí hết hàng bên trong như chi phí ngưng sản xuất, chi phí hoàn thành chậm. Chi phí này bao gồm nhiều thành phần như:

- Chi phí dừng dây chuyền sản xuất
- Chi phí phát sinh khi không giao được hàng
- Chi phí phạt hàng
- Chi phí nảy sinh khi phải giao hàng khẩn cấp
- Chi phí bảo quản hàng hoá
- Chi phí mất uy tín
- Chi phí mất lợi nhuận

Sau khi phân tích chi phí thành các chi phí thành phần, ta dễ dàng hơn trong việc ước lượng các chi phí thành phần này qua tham vấn các chuyên gia với bốn tham số:

- l_C: cận dưới khoảng chi phí thường gặp
- u_C: cận trên khoảng chi phí thường gặp
- i_C: giá trị chi phí nhỏ nhất
- s_C: giá trị chi phí lớn nhất

Từ bốn tham số ước lượng trên, chi phí thành phần sẽ được mô hình hóa bởi số mờ hình thang (a, b, c, d):

- $a_C = l_C$
- $b_C = u_C$
- $c_C = l_C – i_C$
- $d_C = s_C – u_C$

Sau khi ước lượng các chi phí thành phần, ta tổng hợp lại qua phép cộng các chi phí thành phần. Với chi phí thành phần là số mờ hình thang, chi phí tổng ước lượng được cũng là số mờ hình thang.

Ví dụ: Một hệ thống tồn kho, chi phí đặt hàng và chi phí tồn trữ của 1 loại vật tư với các thành phần cùng các giá trị nhỏ nhất i, cận dưới l, cận trên u của khỏang thường gặp, và giá trị cực đại s ước lượng được như ở bảng sau:

Chi phí	**Giá trị**			
	i	*l*	*u*	*s*
Chi phí đặt hàng C	(NĐ/đh)			
- *Chi phí lập yêu cầu đơn hàng*	175	182	195	204
- *Chọn lựa nhà cung cấp*	405	413	420	430
- *Chi phí nhận hàng*	220	222	226	230
Chi phí tồn trữ_H	(NĐ/đv.n)			
- *Chi phí vốn & bảo quản kho*	25	28	30	39
- *Chi phí thuế & bảo hiểm*	13	17	20	30
- *Chi phí cho thiệt hại hàng tồn kho*	11	16	19	28

Từ các chi phí thành phần ước lượng trên ta mô hình hoá các chi phí thành phần bởi số mờ hình thang như ở bảng sau:

Chi phí	**Giá trị**			
	a	*b*	*c*	*d*
Chi phí đặt hàng C	(NĐ/đh)			
- Chi phí lập yêu cầu đơn hàng	182	195	7	9
- Chọn lựa nhà cung cấp	413	420	8	10
- Chi phí nhận hàng	222	226	2	6
Chi phí tồn trữ_H	(NĐ/đv.n)			
- Chi phí vốn & bảo quản kho	28	30	3	9
- Chi phí thuế & bảo hiểm	17	20	4	10
- Chi phí thiệt hại hàng tồn kho	16	19	5	9

Tổng hợp các chi phí thành phần bằng cách cộng các số mờ hình thang ta tính được các chi phí đặt hàng và chi phí tồn trữ như ở bảng sau:

Chi phí	**Giá trị chi phí thành phần**			
	a	*b*	*c*	*d*
Chi phí đặt hàng C	(NĐ/đh)			
- Chi phí lập yêu cầu đơn hàng	182	195	7	9
- Chọn lựa nhà cung cấp	413	420	8	10
- Chi phí nhận hàng	222	226	2	6
Tổng chi phí đặt hàng C	817	841	17	25
Chi phí tồn trữ_H	(NĐ/đv.n)			
- Chi phí vốn & bảo quản kho	28	30	3	9
- Chi phí thuế & bảo hiểm	17	20	4	10
- Chi phí thiệt hại hàng tồn kho	16	19	5	9
Tổng chi phí tồn trữ_H	61	69	12	28

Vậy các chi phí đặt hàng và chi phí tồn trữ là những số mờ hình thang như sau:

Chi phí	**Giá trị chi phí**			
	a	*b*	*c*	*d*
Chi phí đặt hàng	817	841	17	25
Chi phí tồn trữ	61	69	12	28

Lưu ý rằng theo tính chất của số mờ hình thang, trong tính toán có thể cộng các chi phí thành phần ở bộ số liệu ước lượng ban đầu (i, l, u, s) rồi chuyển chi phí tổng ở dạng (i, l, u, s) sang dạng số mờ hình thang (a,b,c,d) như ở ví dụ sau.

Ví dụ: Một hệ thống sản xuất có chi phí thiết lập sản xuất một loại vật tư với các thành phần cùng các giá trị nhỏ nhất i, cận dưới l, cận trên u của khỏang thường gặp, và giá trị cực đại s ước lượng được như ở bảng sau:

Chi phí	Giá trị chi phí thành phần			
	i	*l*	*u*	*s*
Chi phí thiết lập sản xuất_C	(NĐ/lần)			
Chi phí xuất kho nguyên liệu	15	17	19	27
Chi phí vận chuyển nguyên liệu	70	82	90	100
Chi phí kiểm tra dây chuyền	20	26	30	54
Chi phí sắp xếp kho bãi	30	42	50	67
Chi phí quản lý	20	24	28	45

Tổng hợp các chi phí thành phần:

Chi phí	Giá trị chi phí thành phần			
	i	*l*	*u*	*s*
Chi phí thiết lập sản xuất_C	(NĐ/lần)			
Chi phí xuất kho nguyên liệu	15	17	19	27
Chi phí vận chuyển nguyên liệu	70	82	90	100
Chi phí kiểm tra dây chuyền	20	26	30	54
Chi phí sắp xếp kho bãi	30	42	50	67
Chi phí quản lý	20	24	28	45
Tổng chi phí thiết lập	155	191	217	273

Vậy chi phí thiết lập là số mờ hình thang sau:

$$C = (191, 217, 36, 55)$$

15.3.2 Ước lượng nhu cầu

Khi hoạch định hệ thống tồn kho xác định, một tham số nhu cầu sử dụng là nhu cần hàng năm R. Nhu cầu thường thay đổi theo thời gian, để ước lượng tham số này ta có thể theo các bước sau:

- Phân tích nhu cầu thành các nhu cầu thành phần.
- Ước lượng các nhu cầu thành phần này
- Tổng hợp các nhu cầu thành phần.

Nhu cầu thường thay đổi theo thời gian nên có thể được phân tích thành các nhu cầu thành phần trong những đơn vị thời gian nhỏ, chẳng hạn như hàng tháng. Sau khi phân tích nhu cầu thành các nhu cầu thành phần trong những khỏang thời gian nhỏ hơn, ta dễ dàng hơn trong việc ước lượng các nhu cầu thành phần này qua tham vấn các chuyên gia:

- l_R: cận dưới khỏang nhu cầu thường gặp
- u_R: cận trên khỏang nhu cầu thường gặp
- i_R: giá trị nhu cầu nhỏ nhất
- s_R: giá trị nhu cầu lớn nhất

Từ các tham số ước lượng trên, nhu cầu thành phần sẽ được mô hình hóa bởi số mờ hình thang (a, b, c, d):

- $a_R = l_R$
- $b_R = u_R$
- $c_R = l_R - i_R$
- $d_R = s_R - u_R$

Sau khi ước lượng các nhu cầu thành phần, ta tổng hợp lại qua phép cộng các nhu cầu thành phần. Với nhu cầu thành phần là số mờ hình thang, nhu cầu tổng ước lượng được cũng là số mờ hình thang.

Ví dụ: Một hệ thống tồn kho, để ước lượng nhu cầu hàng năm R, ta ước lượng nhu cầu hàng tháng với bộ giá trị (i,l,u,s) như ở bảng sau.

Tháng	Giá trị (đv)			
	i	*l*	u	s
1	7000	7014	7056	7200
2	11,200	11,222	11,290	11,300
3	12500	12525	12600	12800
4	28500	28557	28728	29000
5	59200	59318	59674	60000
6	48000	48096	48384	48500
7	21800	21844	21974	22100
8	49000	49098	49392	49500
9	57000	57114	57456	57500
10	54000	54108	54432	54500
11	78000	78156	78624	78700
12	73800	73948	74390	74600

Từ các giá trị ước lượng trên, mờ hóa chi phí bởi số mờ hình thang ta có bảng nhu cầu hàng tháng là những số mờ hình thang sau:

Tháng	Giá trị (đv)			
	a	*b*	*c*	*d*
1	7014	7056	14	144
2	11222	11290	22	10
3	12525	12600	25	200
4	28557	28728	57	272
5	59318	59674	118	326
6	48096	48384	96	116
7	21844	21974	44	126
8	49098	49392	98	108
9	57114	57456	114	44
10	54108	54432	108	68
11	78156	78624	156	76
12	73948	74390	148	210

Tổng hợp các nhu cầu thành phần bằng các cộng các số mờ hình thang để tính nhu cầu tổng hàng năm.

Tháng	Giá trị (đv)			
	a	*b*	*c*	*d*
1	7014	7056	14	144
2	11222	11290	22	10
3	12525	12600	25	200
4	28557	28728	57	272
5	59318	59674	118	326
6	48096	48384	96	116
7	21844	21974	44	126
8	49098	49392	98	108
9	57114	57456	114	44
10	54108	54432	108	68
11	78156	78624	156	76
12	73948	74390	148	210
Tổng	501000	504000	1000	1700

Vậy nhu cầu hàng năm R là số mờ hình thang:

Nhu cầu	Giá trị các thông số hình thang			
	a	*b*	c	d
R	501000	504000	1000	1700

Lưu ý rằng theo tính chất của số mờ hình thang, trong tính toán có thể cộng các nhu cầu thành phần ở bộ số liệu ước lượng ban đầu (i, l, u, s) rồi chuyển nhu cầu tổng ở dạng (i, l, u, s) sang dạng số mờ hình thang (a,b,c,d) như với ví dụ trên, tổng các nhu cầu hàng tháng như ở bảng sau:

Tháng	Giá trị nhu cầu thành phần (đv)			
	i	*l*	u	s
1	7000	7014	7056	7200
2	11200	11222	11290	11300
3	12500	12525	12600	12800
4	28500	28557	28728	29000
5	59200	59318	59674	60000
6	48000	48096	48384	48500
7	21800	21844	21974	22100
8	49000	49098	49392	49500
9	57000	57114	57456	57500
10	54000	54108	54432	54500
11	78000	78156	78624	78700
12	73800	73948	74390	74600
Tổng	500000	501000	504000	505700

Từ đó cũng tính được nhu cầu hàng năm R là số mờ hình thang:

Nhu cầu	Giá trị các thông số hình thang			
	a	*b*	c	d
R	501000	504000	1000	1700

Thấy rằng kết quả là không thay đổi.

15.4 Hoạch định tồn kho nhu cầu độc lập

Các mô hình hoạch định tồn kho nhu cầu độc lập bao gồm:

- Hoạch định tồn kho nhu cầu liên tục
- Hoạch định tồn kho nhu cầu rời rạc

15.4.1 Hoạch định tồn kho nhu cầu liên tục

Trong hệ thống tồn kho nhu cầu liên tục, các mô hình hoạch định tồn kho làm việc cơ bản và thường dùng là các mô hình *EOQ, EOI, EPQ,* phần này khảo sát việc mờ hoá các mô hình trên thành các mô hình *pEOQ, pEOI, pEPQ*.

a. Mô hình pEOQ

Cỡ lô tối ưu theo mô hình EOQ kinh điển:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2CR}{H}}$$

- C- chi phí đặt hàng
- H- chi phí lưu trữ
- R- nhu cầu hàng năm

Mô hình pEOQ là mô hình mềm hóa mô hình EOQ kinh điển nêu trên qua việc mềm hóa các tham số chi phí C và H và tham số nhu cầu R bởi số mờ hình thang như đã phân tích trên. Với các số mờ đầu vào C, H, R, hàm thành viên số mờ đầu ra Q* sẽ được xác định qua quan hệ ở mô hình EOQ bằng cách sử dụng nhát cắt , phép phân tích khỏang và phép tổng hợp tập mờ dựa vào các tập cắt của tập mờ. Giải thuật pEOQ gồm các bước sau:

Bước 1: Ước lượng chi phí đặt hàng C, là số mờ hình thang

$$C = (a_C, b_C, c_C, d_C)$$

$$\mu_C(x) = \begin{cases} 0, x < a_C - c_C \\ (x - a_C + c_C)/c_C, a_C - c_C \le x < a_C \\ 1, a_C \le x \le b_C \\ (b_C + d_C - x)/d_C, b_C < x \le b_C + d_C \\ 0, x > b_C + d_C \end{cases}$$

Bước 2: Ước lượng chi phí tồn trữ H, là số mờ hình thang

$$H = (a_H, b_H, c_H, d_H)$$

$$\mu_H(x) = \begin{cases} 0,\ x < a_H - c_H \\ (x - a_H + c_H)/c_H,\ a_H - c_H \le x < a_H \\ 1,\ a_H \le x \le b_H \\ (b_H + d_H - x)/d_H,\ b_H < x \le b_H + d_H \\ 0,\ x > b_H + d_H \end{cases}$$

Bước 3: Ước lượng nhu cầu hàng năm R, là số mờ hình thang

$$R = (a_R, b_R, c_R, d_R)$$

$$\mu_R(x) = \begin{cases} 0,\ x < a_R - c_R \\ (x - a_R + c_R)/c_C,\ a_R - c_R \le x < a_R \\ 1,\ a_R \le x \le b_R \\ (b_R + d_R - x)/d_R,\ b_R < x \le b_R + d_R \\ 0,\ x > b_R + d_R \end{cases}$$

Bước 4: Xác định cận dưới tập cắt   của tập tập mờ Q*

$$LQ^*_\alpha = \inf Q^*_\alpha$$

$$LQ^*_\alpha = \sqrt{\frac{2LC_\alpha LR_\alpha}{UH_\alpha}}$$

- LC   = inf C   = $a_C - c_C +$ c_C
- LR   = inf R   = $a_R - c_R +$ c_R
- UH   = sup H   = $b_H + d_H -$ d_H

Bước 5: Xác định cận trên tập cắt   của tập mờ Q*

$$UQ\ ^* = \sup Q\ ^*$$

$$UQ^*_\alpha = \sqrt{\frac{2UC_\alpha UR_\alpha}{LH_\alpha}}$$

- UC   = sup C   = $b_C + d_C -$ d_C
- UR   = sup R   = bR + $d_R -$ d_R
- LH   = inf H   = aH – $c_H +$ c_H

Bước 6: Xác định tập cắt   của tập mờ Q*

$$Q^*_\alpha = [LQ^*_\alpha; UQ^*_\alpha], 0 \le \alpha \le 1$$

Bước 7: Xây dựng tập mờ Q* bằng phương pháp tổng hợp các tập cắt Q

$$\mu_{Q*}(x) = \max_{\alpha \in [0,1]} [\alpha \times Q^*_\alpha (x)]$$

Bước 8: Xác định cở lô Q* bằng cách giải mờ tập mờ Q*

Ví dụ: Một hệ thống tồn kho, với các thông số chi phí C, H và nhu cầu R được ước lượng và mô hình là số mờ hình thang như bảng sau.

Các thông số mô hình	**Giá trị các thông số hình thang**			
	a	*b*	c	d
C	799	826	14	24
H	52,5	57,0	2,5	5,0
R	501000	504000	1000	2500

Hàm thành viên chi phí đặt hàng C:

$$\mu_C(x) = \begin{cases} 0;\ x \in (-\infty;\ 785) \cup (850;\ +\infty) \\ [x - 785]/14, x \in [785;\ 799) \\ 1; x \in [799;\ 826] \\ [850 - x]/24, x \in (826; 850] \end{cases}$$

Tập cắt của chi phí đặt hàng C:

- LC = 785 + 14
- UC = 850 – 24

Hàm thành viên của H:

$$\mu_H = \begin{cases} \{0; x \in (-\infty; 50) \cup (62; +\infty) \\ [x - 50]/2,5, x \in [50; 52,5) \\ 1;\ x \in [52,5; 57] \\ [62 - x]/5, x \in (57; 62] \end{cases}$$

Tập cắt của chi phí tồn trữ H:

- LH = 50 + 2,5
- UH = 62 – 5

Hàm thành viên của R:

$$\mu_R = \begin{cases} 0;\ x \in (-\infty; 500000) \cup (506500; +\infty) \\ [x - 500000]/1000, x \in [500000; 501000) \\ 1; x \in [501000; 504000] \\ [506500 - x]/2500, x \in (504000; 506500] \end{cases}$$

Tập cắt của nhu cầu R:

- LR = 500000 + 1000
- UR = 506500 – 2500

Cận dưới tập cắt của cở lô Q*

$$LQ^*_\alpha = \sqrt{\frac{2LC_\alpha LR_\alpha}{UH_\alpha}} = \sqrt{\frac{2(785 + 14\alpha)(500000 + 1000\alpha)}{(62 - 5\alpha)}}$$

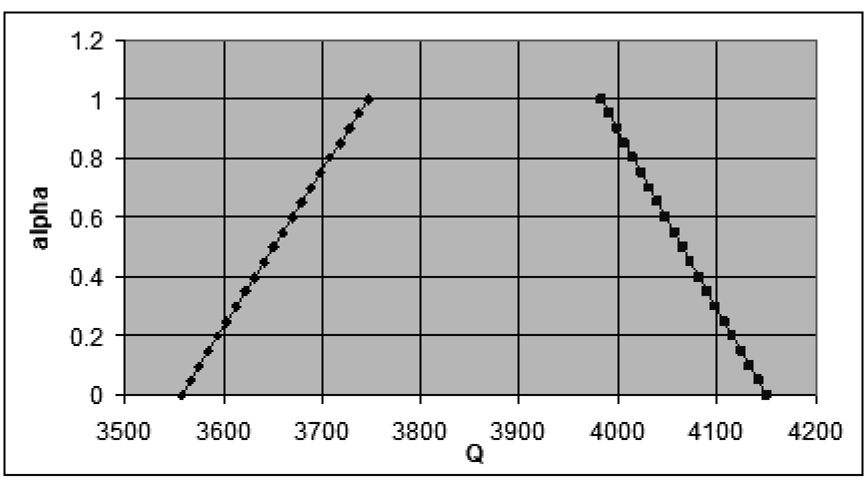
Cận trên tập cắt của cở lô Q*

$$UQ^*_\alpha = \sqrt{\frac{2UC_\alpha UR_\alpha}{LH_\alpha}} = \sqrt{\frac{2(850 - 24\alpha)(506500 - 2500\alpha)}{50 + 2,5\alpha}}$$

Với 21 nhát cắt khác nhau phân bổ đều từ 0 đến 1 ta tính được tập cắt của Q* theo các bảng sau.

α	LC_α	UC_α	LH_α	UH_α	LR_α	UR_α	LQ_α	UQ_α
0	785	850	50	62	500000	506500	3558,271	4149,819
0,05	785,7	848,8	50,125	61,75	500050	506375	3567,234	4141,204
0,1	786,4	847,6	50,25	61,5	500100	506250	3576,248	4132,615
0,15	787,1	846,4	50,375	61,25	500150	506125	3585.313	4124.053
0,2	787,8	845,2	50,5	61	500200	506000	3594.429	4115.516
0,25	788,5	844	50,625	60,75	500250	505875	3603,597	4107,006
0,3	789,2	842,8	50,75	60,5	500300	505750	3612,818	4098,521
0,35	789,9	841,6	50,875	60,25	500350	505625	3622,092	4090,062
0,4	790,6	840,4	51	60	500400	505500	3631,42	4081,629
0,45	791,3	839,2	51,125	59,75	500450	505375	3640,801	4073,221
0,5	792	838	51,25	59,5	500500	505250	3650,238	4064,838
0,55	792,7	836,8	51,375	59,25	500550	505125	3659,729	4056,48
0,6	793,4	835,6	51,5	59	500600	505000	3669,277	4048,147
0,65	794,1	834,4	51,625	58,75	500650	504875	3678,881	4039,839
0,7	794,8	833,2	51,75	58,5	500700	504750	3688,542	4031,555
0,75	795,5	832	51,875	58,25	500750	504625	3698,261	4023,296
0,8	796,2	830,8	52	58	500800	504500	3708,039	4015,061
0,85	796,9	829,6	52,125	57,75	500850	504375	3717,875	4006,85
0,9	797,6	828,4	52,25	57,5	500900	504250	3727,77	3998,663
0,95	798,3	827,2	52,375	57,25	500950	504125	3737,726	3990,5
1	799	826	52,5	57	501000	504000	3747,743	3982,361

Dựa vào các tập cắt Q ở bảng trên, tập mờ cở lô Q* như ở hình sau, nhận thấy rằng tập mờ Q* là một số mờ tổng quát, không phải là số mờ hình thang. Tập mờ Q* hay phân bố biến khả năng Q*.



Mặt khác, nếu xem Q* là một biến khả năng thì hình trên chính là phân bố khả năng của biến Q*. Dựa vào phân bố này ta có thể ra những quyết định liên quan đến cở lô hàng. Một quyết định cơ bản và đơn giản là định cở lô hàng. Dùng phương pháp giải mờ theo luật trung bình hàm thành viên cực đại ta tính được cở lô như sau:

Q*= (3747,743 + 3982,361) /2 = 3865,052.

Vậy có thể chọn cở lô hàng là 3865 đv.

b. Mô hình pEOI

Mô hình EOI kinh điển định khoảng thời gian đặt hàng như sau:

$$T = \sqrt{\frac{2C}{HR}}$$

- C- chi phí đặt hàng
- H- chi phí lưu trữ
- R- nhu cầu hàng năm.

Mô hình pEOI là mô hình mềm hóa mô hình EOI kinh điển nêu trên qua việc mềm hóa các tham số chi phí C và H và tham số nhu cầu R bởi số mờ hình thang như đã phân tích trên. Với các số mờ đầu vào C, H, R, hàm thành viên số mờ đầu ra T sẽ được xác định qua quan hệ ở mô hình EOQ bằng cách sử dụng nhát cắt , phép phân tích khỏang và phép tổng hợp tập mờ dựa vào các tập cắt của tập mờ. Giải thuật pEOI gồm các bước sau:

Bước 1: Ước lượng chi phí đặt hàng C, là số mờ hình thang: C = (a_C, b_C, c_C, d_C)

Bước 2: Ước lượng chi phí tồn trữ H, là số mờ hình thang: H = (a_H, b_H, c_H, d_H)

Bước 3: Ước lượng nhu cầu hàng năm R, là số mờ hình thang: R = (a_R, b_R, c_R, d_R)

Bước 4: Xác định cận dưới tập cắt của tập tập mờ T

$$LT_\alpha = \inf T_\alpha = \sqrt{\frac{2LC_\alpha}{UR_\alpha UH_\alpha}}$$

- $LC = \inf C = a_C - c_C + \quad c_C$
- $UR = \sup R = b_R + d_R - \quad d_R$
- $UH = \sup H = b_H + d_H - \quad d_H$

Bước 5: Xác định cận trên tập cắt của tập mờ T

$$UT_\alpha = \sup T_\alpha = \sqrt{\frac{2UC_\alpha}{LR_\alpha LH_\alpha}}$$

- $UC = \sup C = b_C + d_C - \quad d_C$
- $LR = \inf R = a_R - c_R + \quad c_R$
- $LH = \inf H = a_H - c_H + \quad c_H$

Bước 6: Xây dựng tập mờ T bằng phương pháp tổng hợp các tập cắt T

$$\mu_T(x) = \max_{\alpha \in [0,1]} [\alpha \times T_\alpha]$$

Bước 7: Xác định cở lô T bằng cách giải mờ tập mờ T

Ví dụ: Một hệ thống tồn kho, với số ngày trong năm n = 250 ngày. Các thông số chi phí C, H và nhu cầu R được ước lượng và mô hình là số mờ hình thang như bảng sau:

Thông số mô hình	**Thông số hình thang**			
	a	*b*	c	d
C	25	34	12	14
H	2,5	3,6	1	3
R	7900	8100	400	500

Hàm thành viên chi phí đặt hàng C:

$$\mu_C(x) = \begin{cases} \{0; x \in (-\infty;13) \cup (48;+\infty) \\ [x-13]/12, x \in [13;25) \\ 1; x \in [25;34] \\ [48-x]/14, x \in (34;48] \end{cases}$$

Tập cắt của chi phí đặt hàng C:

- LC   = 13 + 12
- UC   = 48 –24

Hàm thành viên của H:

$$\mu_H = \begin{cases} 0; x \in (-\infty; 1,5) \cup (6,6; +\infty) \\ [x-1,5], x \in [1,5; 2,5) \\ 1; x \in [2,5; 3,6] \\ [6,6-x]/3, x \in (3,6; 6,6] \end{cases}$$

Tập cắt   của chi phí tồn trữ H:

- LH   = 1,5 +
- UH   = 6,6 – 3

Hàm thành viên của R:

$$\mu_R = \begin{cases} 0; x \in (-\infty; 7500) \cup (8600; +\infty) \\ [x-7500]/400, x \in [7500; 7900) \\ 1; x \in [7900; 8100] \\ [8600-x]/500, x \in (8100; 8600] \end{cases}$$

Tập cắt   của nhu cầu R:

- LR   = 7500 + 400
- UR   = 8600 – 500

Cận dưới tập cắt   của chu kỳ đặt hàng T tính theo đơn vị là ngày:

$$LT_\alpha = 250\sqrt{\frac{2LC_\alpha}{UR_\alpha UH_\alpha}} = 250\sqrt{\frac{2(13+12\alpha)}{(6,6-3\alpha)(8600-500\alpha)}}$$

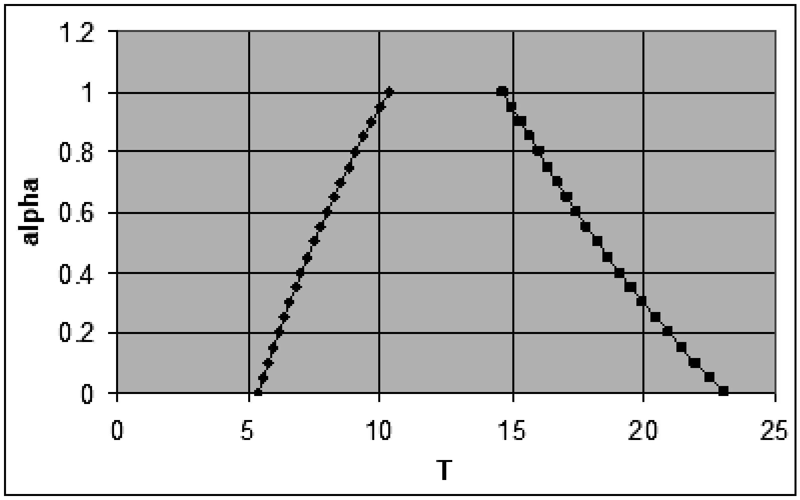
Cận trên tập cắt   của chu kỳ đặt hàng T tính theo đơn vị là ngày:

$$UT_\alpha = 250\sqrt{\frac{2UC_\alpha}{LR_\alpha LH_\alpha}} = 250\sqrt{\frac{2(48-24\alpha)}{(7500+400\alpha(1,5+\alpha)}}$$

Với 21 nhát cắt phân bổ đều từ 0 đến 1 tính được các tập cắt của T theo bảng sau.

α	LC_α	UC_α	LH_α	UH_α	LR_α	UR_α	LT_α	UT_α
0	13	48	1,5	6,6	7500	8600	5,350637011	23,09401
0,05	13,6	47,3	1,55	6,45	7520	8575	5,544055114	22,5222
0,1	14,2	46,6	1,6	6,3	7540	8550	5,740448785	21,97365
0,15	14,8	45,9	1,65	6,15	7560	8525	5,940200616	21,4466
0,2	15,4	45,2	1,7	6	7580	8500	6,143703935	20,93944
0,25	16	44,5	1,75	5,85	7600	8475	6,351367046	20,45075
0,3	16,6	43,8	1,8	5,7	7620	8450	6,56361756	19,97921
0,35	17,2	43,1	1,85	5,55	7640	8425	6,78090693	19,52365
0,4	17,8	42,4	1,9	5,4	7660	8400	7,003715315	19,083
0,45	18,4	41,7	1,95	5,25	7680	8375	7,232556891	18,65628
0,5	19	41	2	5,1	7700	8350	7,46798576	18,24259
0,55	19,6	40,3	2,05	4,95	7720	8325	7,710602622	17,84111
0,6	20,2	39,6	2,1	4,8	7740	8300	7,96106237	17,45109
0,65	20,8	38,9	2,15	4,65	7760	8275	8,220082879	17,07182
0,7	21,4	38,2	2,2	4,5	7780	8250	8,488455222	16,70266
0,75	22	37,5	2,25	4,35	7800	8225	8,767055687	16,34301
0,8	22,6	36,8	2,3	4,2	7820	8200	9,056860004	15,99233
0,85	23,2	36,1	2,35	4,05	7840	8175	9,358960335	15,65008
0,9	23,8	35,4	2,4	3,9	7860	8150	9,674585724	15,3158
0,95	24,4	34,7	2,45	3,75	7880	8125	10,00512689	14,98903
1	25	34	2,5	3,6	7900	8100	10,35216656	14,66935

Dựa vào các tập cắt T ở bảng trên, tập mờ T như ở hình sau, nhận thấy rằng tập mờ T là một số mờ tổng quát, không phải là số mờ hình thang. Tập mờ T hay phân bố biến khả năng T như hình sau.



Mặt khác, nếu xem T là một biến khả năng thì hình trên chính là phân bố khả năng của biến T. Dựa vào phân bố này ta có thể ra những quyết định liên quan đến chu kỳ đặt hàng. Một quyết định cơ bản và đơn giản là định chu kỳ đặt hàng. Dùng phương pháp giải mờ theo luật trung bình hàm thành viên cực đại ta tính được chu kỳ đặt hàng như sau:

$$T = (10{,}35216656 + 14{,}66935)/2 = 12{,}51.$$

Vậy chu kỳ đặt hàng của hệ thống là 12,51 ngày.

c. Mô hình pEPQ

Mô hình lượng sản xuất kinh tế EPQ kinh điển dùng định cở lô trong sản xuất hàng loạt. Cỡ lô hàng tối ưu:

$$Q = \sqrt{\frac{2CR}{H}}\sqrt{\frac{p}{p-r}}$$

- C- chi phí thiết lập sản xuất.
- H- chi phí lưu trữ.
- R- nhu cầu hàng năm.
- p- tốc độ sản xuất theo ngày
- r- tốc độ nhu cầu theo ngày
- r = R/N
- N- số ngày làm việc hàng năm

Mô hình EPQ có thể viết lại như sau:

$$Q = \sqrt{\frac{2CR}{H}}\sqrt{\frac{p}{p - R/N}}$$

Mô hình pEPQ là mô hình mờ hóa mô hình EPQ kinh điển trên qua việc mờ hóa các tham số chi phí C, H và tham số nhu cầu R bởi số mờ hình thang, tham số p được xem là hằng số. Tuy nhiên để thuận lợi trong tính tóan, ta xem hằng số là một số mờ hình thang với khoảng giá trị và các độ biến thiên trên và dưới bằng 0. Với các số mờ đầu vào C, H, R, hàm thành viên số mờ đầu ra Q sẽ được xác định qua quan hệ ở mô hình EPQ bằng cách sử dụng nhát cắt , phép phân tích khỏang và phép tổng hợp tập mờ dựa vào các tập cắt của tập mờ. Giải thuật pEPQ gồm các bước sau:

Bước 1: Ước lượng chi phí đặt hàng C, là số mờ hình thang: C = (a_C, b_C, c_C, d_C)

Bước 2: Ước lượng chi phí tồn trữ H, là số mờ hình thang: H = (a_H, b_H, c_H, d_H)

Bước 3: Ước lượng nhu cầu hàng năm R, là số mờ hình thang: R = (a_R, b_R, c_R, d_R)

Bước 4: Xác định tốc độ sản xuất p

Bước 5: Xác định cận dưới tập cắt của tập tập mờ Q*

$$LQ_{\alpha}^{*} = \inf Q_{\alpha}^{*}$$

$$LQ_{\alpha}^{*} = \sqrt{\frac{2LC_{\alpha}LR_{\alpha}}{UH_{\alpha}}}\sqrt{\frac{p}{p - LR_{\alpha}/N}}$$

- LC = inf C = $a_C - c_C +$ c_C
- LR = inf R = $a_R - c_R +$ c_R
- UH = sup H = $b_H + d_H -$ d_H

Bước 6: Xác định cận trên tập cắt của tập mờ Q*

UQ * = sup Q *

$$UQ_{\alpha}^{*} = \sqrt{\frac{2UC_{\alpha}UR_{\alpha}}{LH_{\alpha}}}\sqrt{\frac{p}{p - UR_{\alpha}/N}}$$

- UC = sup C = $b_C + d_C -\ \ d_C$
- UR = sup R = $b_R + d_R -\ \ d_R$
- LH = inf H = $a_H - c_H +\ \ c_H$

Bước 7: Xác định tập cắt của tập mờ Q*

$$Q^{\ *} = L\ Q^{\ *}, U\ Q^{\ *}], 0 \qquad 1$$

Bước 8: Xây dựng tập mờ Q* bằng phương pháp tổng hợp các tập cắt

$$\mu_{Q^*}(x) = \max_{\alpha \in [0,1]} [\alpha \times Q^*_\alpha]$$

Bước 9: Xác định cở lô Q* bằng cách giải mờ tập mờ Q*

Phân bố cở lô Q* một cách tổng quát là một số mờ không phải là số mờ hình thang. Nhằm minh họa giải thuật ta xem ví dụ sau.

Ví dụ: Một hệ thống sản xuất hàng loạt với tốc độ sản xuất p=2000 đv/ng. Số ngày làm việc trong năm là N = 300 ng. Nhu cầu hàng năm và chi phí ước lượng như ở bảng sau.

Các thông số mô hình	Giá trị các thông số hình thang			
	a	*b*	c	d
C	799	826	14	24
H	52,5	57,0	2,5	5,0
R	501000	504000	1000	2500

Hàm thành viên chi phí đặt hàng C:

$$\mu_C(x) = \begin{cases} 0; x \in (-\infty; 785) \cup (850; +\infty) \\ [x - 785]/14, x \in [785; 799) \\ 1; x \in [799; 826] \\ [850 - x]/24, x \in (826; 850] \end{cases}$$

Tập cắt của chi phí đặt hàng C:

- LC = 785 + 14
- UC = 850 – 24

Hàm thành viên của H:

$$\mu_H \begin{cases} 0;\ x \in (-\infty; 50) \cup (62; +\infty) \\ [x-50]/2{,}5, x \in [50; 52{,}2) \\ 1; x \in [52{,}5; 57] \\ [62-x]/5, x \in (57; 62] \end{cases}$$

Tập cắt   của chi phí tồn trữ H:

- LH   = 50 + 2,5
- UH   = 62 – 5

Hàm thành viên của R:

$$\mu_R = \begin{cases} 0;\ x \in (-\infty; 500000) \cup (506500; +\infty) \\ [x-500000]/1000, x \in [500000; 501000) \\ 1; x \in [501000; 504000] \\ [506500-x]/2500, x \in (504000; 506500] \end{cases}$$

Tập cắt   của nhu cầu R:

- LR   = 500000 + 1000
- UR   = 506500 – 2500

Cận dưới tập cắt   của chu kỳ đặt hàng T

$$LQ^*_\alpha = \sqrt{\frac{2LC_\alpha LR_\alpha}{UH_\alpha}} \sqrt{\frac{p}{p - LR_\alpha / N}}$$

$$LQ^*_a = \sqrt{\frac{2(785+14\alpha)(500000+1000\alpha)}{(62-5\alpha)}} \sqrt{\frac{2000}{2000-(500000+1000\alpha)/300}}$$

Cận trên tập cắt   của cở lô Q*

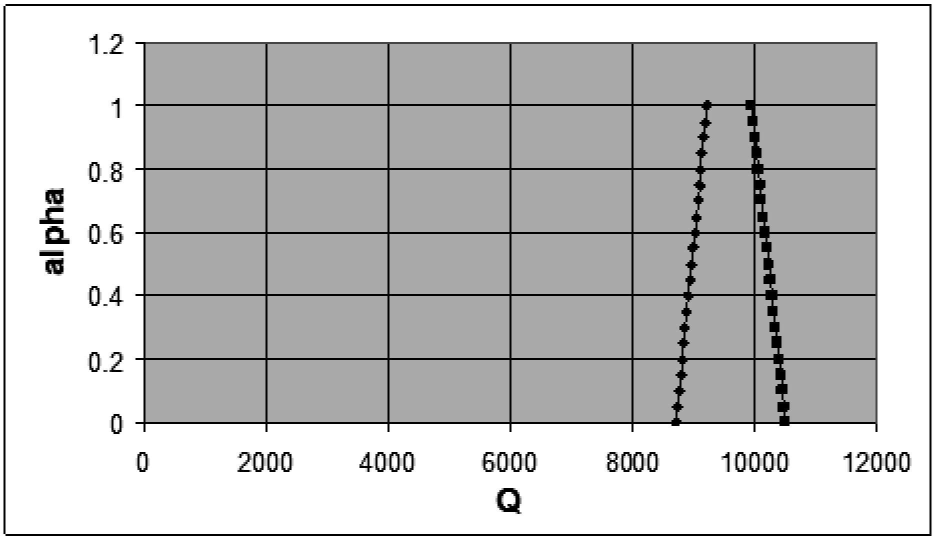
$$UQ^*_\alpha = \sqrt{\frac{2UC_\alpha UR_\alpha}{LH_\alpha}} \sqrt{\frac{p}{p - UR_\alpha / N}}$$

$$UQ^*_\alpha = \sqrt{\frac{2(850-24\alpha)(50650-2500\alpha)}{(50+2{,}5\alpha)}} \sqrt{\frac{2000}{2000-(506500-2500\alpha)/300}}$$

Với 21 nhát cắt phân bổ đều từ 0 đến 1 tính được các tập cắt của Q theo các bảng sau.

α	LC_α	UC_α	LH_α	UH_α	LR_α	UR_α	LQ_α	UQ_α
0	785	850	50	62	500000	506500	3558,271	4149,819
0,05	785,7	848,8	50,125	61,75	500050	506375	3567,234	4141,204
0,1	786,4	847,6	50,25	61,5	500100	506250	3576,248	4132,615
0,15	787,1	846,4	50,375	61,25	500150	506125	3585.313	4124.053
0,2	787,8	845,2	50,5	61	500200	506000	3594.429	4115.516
0,25	788,5	844	50,625	60,75	500250	505875	3603,597	4107,006
0,3	789,2	842,8	50,75	60,5	500300	505750	3612,818	4098,521
0,35	789,9	841,6	50,875	60,25	500350	505625	3622,092	4090,062
0,4	790,6	840,4	51	60	500400	505500	3631,42	4081,629
0,45	791,3	839,2	51,125	59,75	500450	505375	3640,801	4073,221
0,5	792	838	51,25	59,5	500500	505250	3650,238	4064,838
0,55	792,7	836,8	51,375	59,25	500550	505125	3659,729	4056,48
0,6	793,4	835,6	51,5	59	500600	505000	3669,277	4048,147
0,65	794,1	834,4	51,625	58,75	500650	504875	3678,881	4039,839
0,7	794,8	833,2	51,75	58,5	500700	504750	3688,542	4031,555
0,75	795,5	832	51,875	58,25	500750	504625	3698,261	4023,296
0,8	796,2	830,8	52	58	500800	504500	3708,039	4015,061
0,85	796,9	829,6	52,125	57,75	500850	504375	3717,875	4006,85
0,9	797,6	828,4	52,25	57,5	500900	504250	3727,77	3998,663
0,95	798,3	827,2	52,375	57,25	500950	504125	3737,726	3990,5
1	799	826	52,5	57	501000	504000	3747,743	3982,361

Dựa vào các tập cắt Q ở bảng trên, tập mờ cở lô Q như ở hình sau, nhận thấy rằng tập mờ Q là một số mờ tổng quát, không phải là số mờ hình thang. Tập mờ Q h ay phân bố biến khả năng Q như hình sau.



Mặt khác, nếu xem Q là một biến khả năng thì hình trên chính là phân bố khả năng của biến Q. Dựa vào phân bố này ta có thể ra những quyết định liên quan đến cở lô. Một quyết định cơ bản và đơn giản là định cở lô. Dùng phương pháp giải mờ theo luật trung bình hàm thành viên cực đại ta tính được c cở lô như sau:

$$Q = (9226,306 + 9955,903)/2 = 9591,104$$

Vậy cở lô của hệ thống là 9591 đơn vị.

15.4.2 Hoạch định tồn kho nhu cầu rời rạc

Hệ thống tồn kho nhu cầu rời rạc có các tham số sau thời gian, nhu cầu và chi phí. Thời gian hoạch định gồm n chu kỳ hoạch định. Nhu cầu có phân bố rời rạc ở đầu mỗi chu kỳ. Chi phí trong hoạch định tồn kho nhu cầu rời rạc thường gồm hai loại là chi phí đặt hàng C và chi phí tồn trữ H, các chi phí này nhìn chung là khó ước lượng và có thể mô hình hóa bởi số mờ hình thang với phương pháp ước lượng đã phân tích trên.

Các mô hình hoạch định thường dùng là các mô hình trực quan LFL, POQ, SMA, LUC, PPA, và mô hình tối ưu WWA. Phần này khảo sát việc mềm hoá các mô hình POQ, PPA, WWA thành các mô hình pPOQ, pPPA, pWWA.

a. Mô hình pPOQ

Mô hình POQ kinh điển định chu kỳ đặt hàng hay số chu kỳ nhu cầu cho một lần đặt hàng như sau

$$T = \sqrt{\frac{2C}{\bar{R}H}}$$

Trong đó R là nhu cầu trung bình:

$$\bar{R} = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

Mô hình pPOQ là mô hình mềm hóa mô hình POQ qua việc mềm hóa các tham số chi phí thành các số mờ hình thang, từ đó tính chu kỳ đặt hàng T là một số mờ rồi giải mờ để được giá trị rõ. Mô hình gồm các bước sau:

b. Mô hình pPOQ

Mô hình pPOQ gồm các bước sau:

Bước 1: Ước lượng chi phí đặt hàng C, là số mờ hình thang: C = (a_C, b_C, c_C, d_C)

Bước 2: Ước lượng chi phí tồn trữ H, là số mờ hình thang: H = (a_H, b_H, c_H, d_H)

Bước 3: Xác định nhu cầu trung bình:

$$\bar{R} = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

Bước 4: Xác định cận dưới tập cắt của tập tập mờ T

$$LT_\alpha = \sqrt{\frac{2LC_\alpha}{\bar{R}UH_\alpha}}$$

- LC = inf C = a_C – c_C + c_C
- UH = sup H = b_H + d_H – d_H

Bước 5: Xác định cận trên tập cắt của tập mờ Q*

$$UT_\alpha = \sqrt{\frac{2UC_\alpha}{\bar{R}LH_\alpha}}$$

- UC = sup C = b_C+ d_C– d_C

- LH = inf H = $a_H - c_H +$ c_H

Bước 6: Xác định tập cắt của tập mờ T

T = [LT , UT], 0 1

Bước 7: Xây dựng tập mờ T bằng phương pháp tổng hợp các tập cắt T

$$\mu_{Q*}(x) = \max_{\alpha \in [0,1]} [\alpha \times Q^*_\alpha]$$

Bước 8: Xác định chu kỳ đặt hàng T bằng cách giải mờ tập mờ T

Bước 9: Xác định kế hoạch đặt hàng theo chu kỳ đặt hàng đã xác định ở bước trên.

c. Mô hình pPPA

Mô hình PPA kinh điển là mô hình trực quan định kế hoạch đặt hàng theo sự cân bằng chi phí đặt hàng và chi phí tồn trữ tích lũy. Chu kỳ đặt hàng T định bởi luật dừng sau:

T = Max i: APP(i) EPP

$$APP(T) = \sum_{i=1}^{T} (i-1)R_i$$

EPP = C/H

Mô hình pPPA là mô hình mờ hóa mô hình PPA qua việc mờ hóa các tham số chi phí thành các số mờ hình thang, tính và giải mờ đại lượng EPP từ đó tính chu kỳ đặt hàng T. Mô hình gồm các bước sau:

Bước 1: Ước lượng chi phí đặt hàng C, là số mờ hình thang: C = (a_C, b_C, c_C, d_C)

Bước 2: Ước lượng chi phí tồn trữ H, là số mờ hình thang: H = (a_H, b_H, c_H, d_H)

Bước 3: Xác định tập cắt của tập tập mờ EPP

EPP = [LEPP , UEPP], 0 1

$$LEPP_\alpha = \frac{LC_\alpha}{UH_\alpha}$$

$$UEPP_\alpha = \frac{UC_\alpha}{LH_\alpha}$$

- LC = inf C = $a_C - c_C +$ c_C, UC = sup C = $b_C + d_C -$ d_C
- LH = inf H = $a_H - c_H +$ c_H, UH = sup H = $b_H + d_H -$ d_H

Bước 6: Xây dựng tập mờ T bằng phương pháp tổng hợp các tập cắt T

Bước 7: Xác định giá trị rõ của EPP bằng cách giải mờ tập mờ EPP

Bước 8: Xác định kế hoạch đặt hàng theo luật dừng với giá trị rõ EPP đã xác định ở bước trên.

d. Mô hình pWWA

Mô hình WWA kinh điển là mô hình tối ưu, cực tiểu chi phí bằng phương pháp quy hoạch động. Mô hình xác định kế hoạch đặt hàng tối ưu dựa vào ma trận chi phí biến thiên tổng:

$$z_{ce} = C + H\sum_{i=c}^{e}[Q_{ce} - Q_{ci}],\ 1 \le c \le e \le n$$

$$Q_{ce} = \sum_{k=c}^{e} R_k$$

$$Q_{ci} = \sum_{k=c}^{i} R_k$$

Mô hình pWWA là mô hình mềm hóa mô hình WWA qua việc mềm hóa các tham số chi phí thành các số mờ hình thang, tính và giải mờ ma trận chi phí zce từ đó tính kế hoạch đặt hàng theo giải thuật quy hoạch động. Mô hình gồm các bước sau:

Bước 1: Ước lượng chi phí đặt hàng C, là số mờ hình thang: C = (a_C, b_C, c_C, d_C)

Bước 2: Ước lượng chi phí tồn trữ H, là số mờ hình thang: H = (a_H, b_H, c_H, d_H)

Bước 3: Xác định tập cắt của tập mờ chi phí biến thiên tổng z_{ce}

$$z_{ce} = [Lz_{ce} , Uz_{ce}], 0 \quad\quad 1$$

$$Lz_{ce\alpha} = LC_{\alpha} + LH_{\alpha}\sum_{i=c}^{e}[Q_{ce} - Q_{ci}],\ 1 \le c \le e \le n$$

$$Uz_{ce\alpha} = UC_{\alpha} + UH_{\alpha}\sum_{i=c}^{e}[Q_{ce} - Q_{ci}],\ 1 \le c \le e \le n$$

- LC = inf C = $a_C - c_C +$ c_C, UC = sup C = $b_C + d_C -$ d_C
- LH = inf H = $a_H - c_H +$ c_H, UH = sup H = $b_H + d_H -$ d_H

Bước 4: Xây dựng tập mờ z_{ce} bằng phương pháp tổng hợp các tập cắt z_{ce}

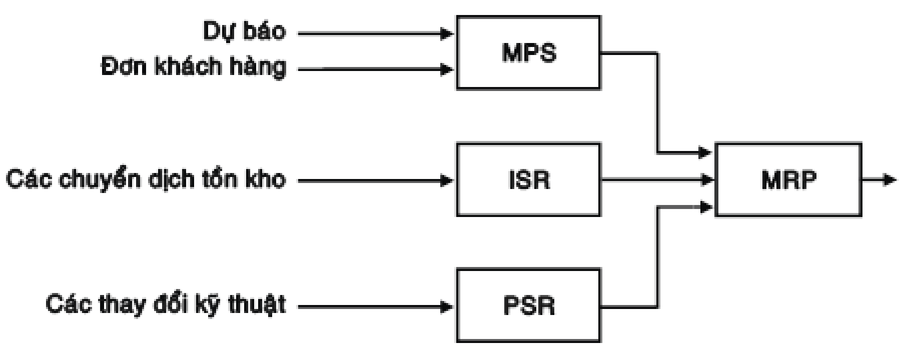
Bước 5: Xác định giá trị rõ của z_{ce} bằng cách giải mờ tập mờ z_{ce}

Bước 6: Xác định kế hoạch đặt hàng theo phương pháp quy hoạch động, đã phân tích ở phần trước, với ma trận chi phí z_{ce}, 1 c e n đã xác định ở bước trên.

15.5 Hoạch định tồn kho nhu cầu phụ thuộc

15.5.1 Hoạch định nhu cầu vật tư MRP

Hệ thống hoạch định nhu cầu vật tư MRP (*Material Requirements Planning*) là hệ thống hoạch định nhu cầu cho các vật tư phụ thuộc như nguyên liệu, chi tiết. Hệ thống tạo đơn vật tư và đơn việc nhằm bảo đảm sẵn sàng nguyên vật liệu cho kế hoạch sản xuất và phân phối, duy trì mức thấp nhất các vật tư phụ thuộc. Hệ thống MRP là hệ thống hoạch định nhu cầu theo thời gian bao gồm các khối như ở hình sau.

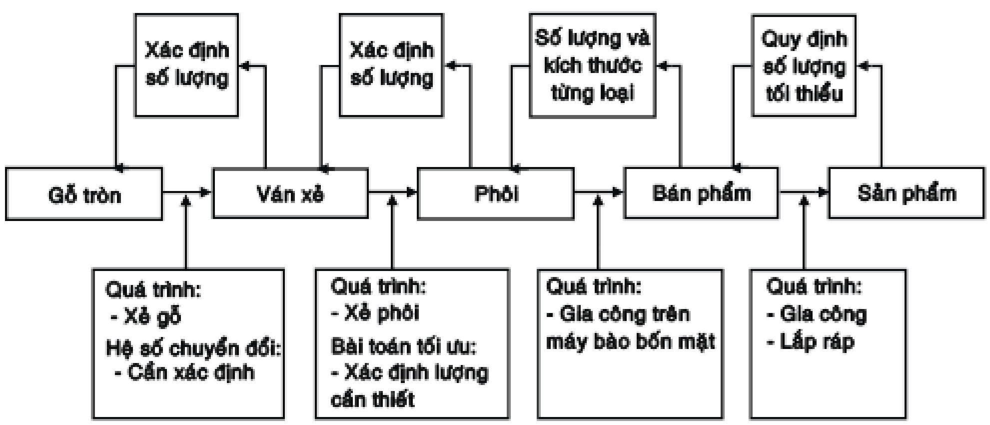


Lịch sản xuất MPS nhận thông tin dự báo và đơn hàng của khách hàng, hoạch định kế hoạch sản xuất về loại sản phẩm, số lượng và thời gian. Bảng ghi trạng thái tồn kho ISR ghi trạng thái của các thành phần tồn kho nhằm thực hiện lịch sản xuất, các trạng thái này bao gồm cỡ lô hàng, thời gian chờ, lượng tồn kho sẵn có, tồn kho an toàn, lượng vật tư đã phân bổ, lượng vật tư đã đặt. Bảng ghi cấu trúc sản phẩm PSR còn gọi là hoá đơn vật tư BOM liệt kê các thành phần tạo nên sản phẩm cuối, với các thông tin về số lượng, mã mức. Khối hoạch định nhu cầu vật tư MRP nhận các thông tin về nhu cầu thành phẩm ở MPS, cấu trúc sản phẩm ở PSR, trạng thái tồn kho ở ISR từ đó xác định nhu cầu các vật tư phụ thuộc thành phần với các kết quả về loại vật tư, số lượng cần và thời gian cần.

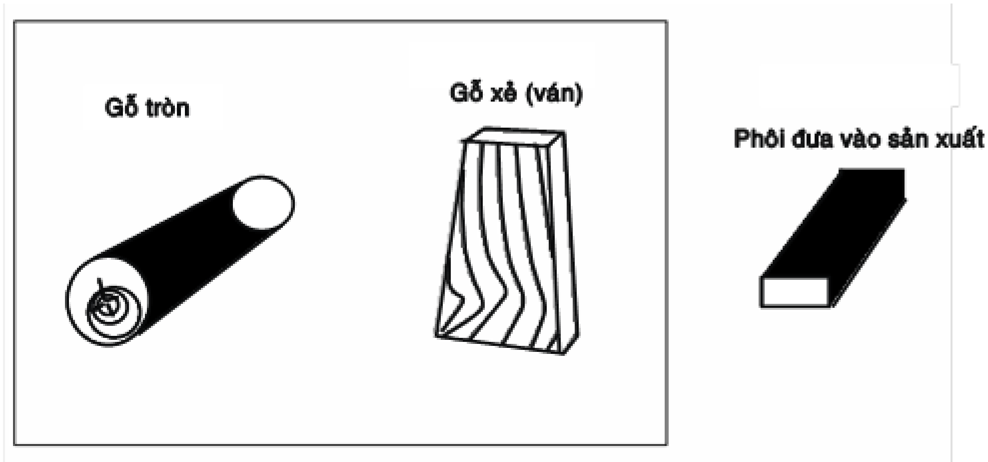
Mô hình MRP nêu trên là mô hình xác định, thực tế ở một số tổ chức sản xuất, các thông tin đầu vào mô hình là bất định, nên việc hoạch định nhu cầu vật tư phải sử dụng công cụ tính toán mờ, để minh họa ta xem bài toán xẻ gỗ sau.

15.5.2 Bài toán xẻ gỗ

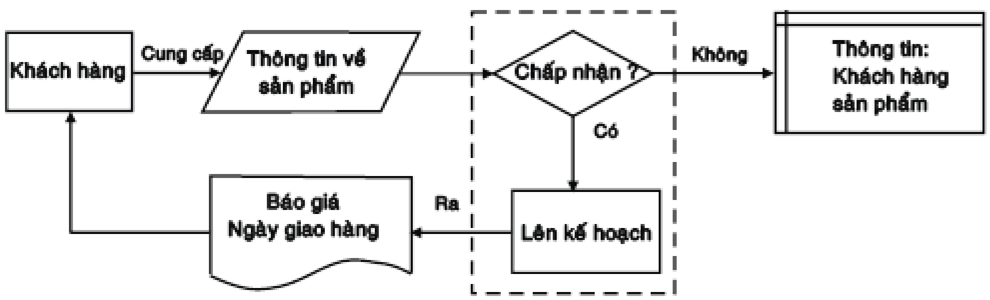
Quá trình sản xuất tạo ra sản phẩm đồ gỗ với nguyên liệu đầu vào là gỗ nguyên liệu như ở hình sau.



Từ gỗ tròn qua quá trình xẻ gỗ ra ván xẻ, ván xẻ qua quá trình xẻ phôi ra phôi, phôi qua quátrình gia công ra các bán phẩm để qua quá trình lắp ráp ra thành phẩm. Gỗ tròn, ván xẻ và phôi như hình sau.



Quá trình nhận đơn hàng và báo giá của công ty như hình sau. Thực tiễn sản xuất và kinh doanh, đòi hỏi người quản lý phải ra quyết định một cách nhanh chóng và chính xác.



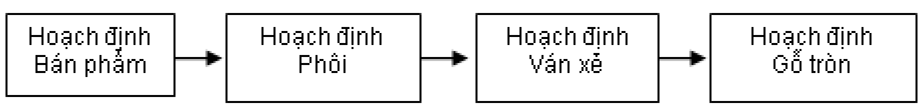
Khi nhận đơn hàng, phải thực hiện ngay việc tính toán nguyên liệu và báo giá cho khách hàng. Vấn đề đặt ra là phải xác định được lượng gỗ nguyên liệu bao nhiêu là đủ để phục vụ cho đơn hàng. Các lý do cần phải xác định lượng gỗ là rất cần thiết bởi gỗ nguyên liệu chiếm từ 70% đến 80% giá thành sản phẩm và gỗ nguyên liệu thường là nhập khẩu và khó khăn trong việc mua bán lẻ do đó có thể coi nguyên liệu là không sẵn sàng nếu ta không có kế hoạch từ trước. Việc mua sắm gỗ nguyên liệu cho quá trình sản xuất là các loại gỗ nhập khẩu dưới dạng gỗ tròn đã tạo nên các yếu tố bất định trong việc hoạch định nguyên liệu đầu vào, để thực hiện cần các thông tin qua các ý kiến chuyên gia, đó là kinh nghiệm trong thực tế mua sắm và sản xuất mà họ có được trong một thời gian dài.

Hoạch định nhu cầu vật tư trong quá trình gia công lắp ráp từ phôi ra bán phẩm rồi thành phẩm là quá trình xác định. Tuy nhiên hoạch định nhu cầu vật tư trong quá trình xẻ gỗ và xẻ phôi là bất định. Chúng ta muốn biết với gỗ tròn loại x có thể tận dụng được bao nhiêu phần trăm trong quá trình xẻ ván xẻ loại y, và với ván xẻ loại y có thể tận dụng được bao nhiêu phần trăm trong quá trình xẻ phôi loại z. Mặt khác, khi kích thước thay đổi sẽ ảnh hưởng rất lớn đến tỉ lệ này. Bằng quá trình thống kê, ta có thể xác định được các tỉ lệ này, tuy nhiên, muốn làm được vậy cần có thời gian quan sát trong thực tiễn. Với kinh nghiệm sản xuất, các công ty có những chuyên gia trong lãnh vực cưa xẻ sản xuất và lựa chọn các lóng gỗ. Thông tin chúng ta có ngay được đó là ý kiến của chuyên gia được cho, chẳng hạn như “Với loại ván xẻ khổ rộng 220 mm, thông thường chúng ta tận dụng được vào khoảng 75% đến 85% để sản xuất phôi lá xách, tuy nhiên cũng có lúc tận dụng được 90%, trường hợp xấu nhất cũng tận dụng được 65%”. Hay khi lựa chọn lóng gỗ, chuyên gia có thể cho thông tin như “Nếu chất lượng gỗ khá, đường kính lớn và chiều dài trung bình thì hệ số sử dụng gỗ là khá cao”.

Vậy các thông tin có được là các ý kiến chuyên gia, đó là các thông tin bất định, việc lựa chọn những công cụ thích hợp để xử lý thông tin bất định, xây dựng hệ thống là quan trọng để hoạch định nhu cầu vật tư.

15.5.3 Mô hình pMRP

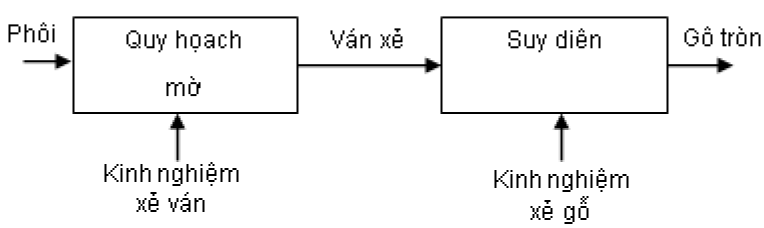
Quá trình hoạch định vật tư như hình sau, trong đó hoạch định bán phẩm là xác định, hoạch định ván xẻ và gỗ tròn là bất định, được thực hiện bởi mô hình pMRP.



Mô hình pMRP hoạch định nhu cầu vật tư trong điều kiện bất định. Mô hình xác định lượng gỗ cần thiết cho một đơn hàng với hai công cụ sau:

- Quy hoạch mờ.
- Suy diễn mờ.

Mô hình pMRP như hình sau.



Mô hình pMRP xác định lượng gỗ cần thiết cho một đơn hàng dựa vào thông tin sản phẩm và kinh nghiệm sản xuất. Từ đơn hàng khách hàng với lượng sản phẩm yêu cầu, ta tính được lượng phôi cần thiết. Với lượng phôi yêu cầu, mô hình quy hoạch mềm với kinh ngiệm xẻ ván ra phôi giúp xác định lượng ván xẻ cần thiết. Với lượng ván xẻ yêu cầu, mô hình suy diễn mềm từ kinh nghiệm xẻ gỗ tròn ra ván và với các yếu tố định tính về chất lượng và định lượng của gỗ tròn, xác định lượng gỗ tròn cần thiết qua hệ số chuyển đổi từ gỗ tròn sang gỗ xẻ. Các mô hình này được trình bày sau.

a. Hệ quy hoạch mềm

Hệ quy hoạch mềm nhằm xác định lượng ván xẻ từ lượng phôi cần thiết dựa vào kinh nghiệm xẻ ván ra phôi của chuyên gia. Trong quá trình xẻ ván ra phôi, với 1 đơn hàng ta xác định được số loại phôi cần là I, số loại ván xẻ sử dụng là J. Quá trình gia công phát sinh nhiều hư hỏng, do đó nhu cầu cuả từng loại phôi này phải lớn hơn một mức nào đó để đảm bảo lượng phôi cần thiết khi sản xuất. Mô hình quy hoạch được sử dụng với mục tiêu cực tiểu lượng ván xẻ và ràng buộc là lượng phôi mỗi loại phải đủ cho sản xuất đơn hàng, mô hình như sau:

$$\text{Min}: z = \sum_{j=1}^{J} c_j \sum_{i=1}^{I} x_{ij}$$

St.

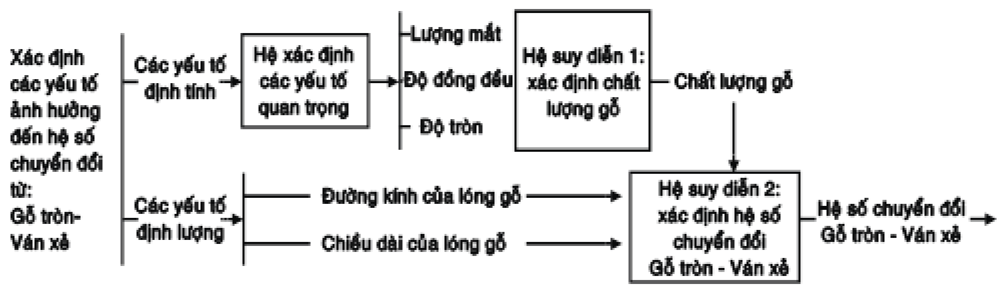
$$\sum_{j=1}^{J} a_{ij} x_{ij} \ge b_i,\ i = 1 \div I$$
$$x_{ij} \ge 0,\ i = 1 \div I,\ j = 1 \div J$$

- x_{ij} - số ván xẻ loại j dùng để xẻ phôi loại i, j=1 J, i=1 I
- c_j - lượng gỗ (m^3) cho mỗi đơn vị ván xẻ loại j, j=1 J
- a_{ij} - lượng gỗ của ván xẻ loại j dùng để xẻ phôi loại i, j=1 J, i=1 I
- b_i - lượng gỗ tối thiểu cho phôi loại i, i=1 I.

Mô hình trên là mô hình mềm vì có hai tham số mềm là aij và bi. Các tham số này được mô hình bởi số mờ qua kinh nghiệm chuyên gia. Chẳng hạn như chuyên gia có thể cho thông tin với phương pháp cắt này cho loại ván xẻ j thì lượng phôi i thu được ít nhất cũng được là 16%, nhiều lắm thì cũng chỉ có 24%, thông thường sản xuất thì vào khoảng từ 18% đến 22% lượng ván xẻ), rõ ràng với thông tin này ta có thể dùng số mờ hình thang để ước lượng tham số. Mô hình trên là mô hình quy hoạch tuyến tính mờ, cách giải đã được trình bày ở chương Ra quyết định.

b. Hệ suy diễn mềm

Với lượng ván xẻ yêu cầu, mô hình suy diễn mềm từ kinh nghiệm xẻ gỗ tròn ra ván và với các yếu tố định tính về chất lượng và định lượng của gỗ tròn, xác định lượng gỗ tròn cần thiết qua hệ số chuyển đổi từ gỗ tròn sang gỗ xẻ. Hệ suy diễn mờ như hình sau.



Mô hình pMRP suy diễn với các bước:

- Xác định các yếu tố đầu vào X
- Xác định các biến ra Y
- Xây dựng các tập mờ trạng thái các biến vào X, ra Y
- Xây dựng bộ luật biểu diễn quan hệ vào ra.
- Với biến vào X0 suy diễn biến ra Y0
- Giải mờ biến ra Y0.

Các bước này được phân tích qua bài toán xẻ gỗ như sau:

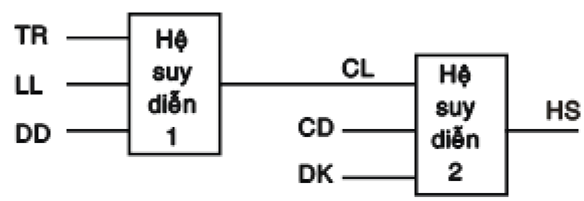
1- Xác định các yếu tố đầu vào X

Các yếu tố đầu vào gồm hai loại yếu tố định tính và định lượng. Các yếu tố định tính gồm độ tròn TR, độ thẳng TH, lượng mắt LM, độ tươi DT, độ nứt đầu ND, độ đồng đều DD. Nhằm đơn giản mô hình dựa vào ý kiến chuyên gia, mô hình xác định các yếu tố quan trọng phân tích và giữ lại ba yếu tố định tính quan trọng là độ tròn TR, lượng mắt LM, độ đồng đều DD. Các yếu tố định tính bao gồm chiều dài CD và đường kính DK lóng gỗ. Vậy các biến vào với định nghĩa như bảng sau:

X	Định nghĩa
TR	Tỷ lệ giữa đường kính nhỏ nhất và lớn nhất
LM	Số mắt gỗ trên mỗi m chiều dài
DD	Tỷ lệ giữa hai đường kính ở hai đầu lóng gỗ
CD	Chiều dài lóng gỗ
DK	Đường kính trung bình lóng gỗ

2- Xác định các biến ra Y

Từ các biến vào định tính TR, LM, DD qua hệ suy diễn 1 suy diễn ra biến chất lượng gỗ CL là biến ra trung gian. Biến CL cùng các biến vào định lượng CD, ĐK qua hệ suy diễn 2 suy diễn là hệ số sử dụng HS, là tỷ lệ chuyển đổi lượng gỗ từ gỗ tròn sang ván xẻ. Quan hệ vào ra giũa các biến như ở hình sau.



3- Xây dựng các tập mờ trạng thái các biến vào X, ra Y

Để xây dựng các tập mờ trạng thái các biến ta cần biết đơn vị, giá trị cực tiểu Min, cực đại Max của các biến. Một ví dụ về các biến cùng các thuộc tính và số lượng các tập mờ như bảng sau, các tập mờ thường dùng là số mờ hình thang hay tam giác.

Biến	Đơn vị	Min	Max	Tên tập mờ
DD	Tỷ lệ	0	1	Thấp TH, Trung bình TB, Cao C
LM	mắt/m	0	10	Ít I, Vừa V, Nhỏ N
TR	Tỷ lệ	0	1	Thấp TH, Trung bình TB, Cao C
CD	m	0	4	Ngắn N, Vừa V, Dài D
DK	m	0	0,5	Nhỏ N, Vừa V, Lớn L
CL	Tỷ lệ	0	1	Rất thấp RT, Thấp TH, Trung bình TB, Cao C, Rất cao RC
HS	Tỷ lệ	1	1	Rất thấp RT, Thấp TH, Trung bình TB, Cao C, Rất cao RC

Với các quy ước:

- TH, TB, C: Thấp, Trung bình, Cao.
- I, V, N: Ít, Vừa, Nhỏ.
- N, V, D: Ngắn, Vừa, Dài.
- N, V, L: Nhỏ, Vừa, Lớn.

- RT, TH, TB, C, RC: Rất thấp, Thấp, Trung bình, Cao, Rất cao.

4- Xây dựng bộ luật biễu diễn quan hệ vào ra

Hệ suy diễn 1 có ba biến vào TR, LM, DD và biến ra CL, các biến vào có ba trạng thái nên hệ có 27 luật. Dựa vào chuyên gia có thể xây dựng bộ luật 1 có dạng bảng như sau.

IF			THEN
DD	TR	LM	CL
…	…	…	…
TH	TB	I	TB
TH	TB	V	C
…	…	…	…

Hệ suy diễn 2 có ba biến vào CL, CD, DK và biến ra HS, các biến vào CD, DK có ba trạng thái, biến CL có năm trạng thái nên hệ có 45 luật. Dựa vào chuyên gia có thể xây dựng bộ luật 2 có dạng bảng như sau:

IF			THEN
CL	CD	DK	HS
…	…	…	…
TH	N	N	RT
TH	N	V	TH
…	…	…	…

5- Với biến vào X_0suy diễn biến ra Y_0

Với bộ luật 1, ta xây dựng được quan hệ R_1:

$$R_1 \bigcup_{i=1}^{27}[(DD_i \cap TR_i \cap LM_i) \Rightarrow CL_i]$$

Với bộ luật 2, ta xây dựng được quan hệ R_2:

$$R_2 = \bigcup_{i=1}^{45}[(CL_i \cap CD_i \cap DK_i) \Rightarrow HS_i]$$

Với một loại gỗ tròn, ta có các biến vào DD_0, TR_0, LM_0, CD_0, DK_0, chất lượng loại gỗ này được suy diễn như sau:

$$CL_0 = [DD_0 \cap TR_0 \cap LM_0] \circ R_1]$$

Từ đó suy diễn hệ số sử dụng loại gỗ này:

$$HS_0 = [CL_0 \cap CD_0 \cap DK_0] \circ R_2]$$

6. Giải mờ biến ra Y_0

Khi đã suy diễn được số mờ HS0, giải mờ được hệ số sử dụng, từ hệ số này với lượng ván xẻ yêu cầu ta tính được lượng gỗ cần thiết thỏa đơn hàng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Như Phong. *Kinh tế kỹ thuật*. NXBĐHQG. 2006, 2011.

2. Nguyễn Như Phong. *Kinh tế kỹ thuật mờ*. NXBKHKT. 2006.

3. Nguyen Nhu Phong. *Simulation Modeling applied in Facility Layout Planning - A case study*. The 7th Conference on Science and Technology HCMC University of Technology, 1999.

4. Nguyen Nhu Phong. *An approach to solve the problem of finding the distribution of project duration by using fuzzy theory. The pPTE model*. The 9th Conference on Science and Technology HCMC University of Technology, 2005.

5. Nguyễn Như Phong. *An approach for constructing and doing the sensitivity analysis of linguistic control charts. The pLCCI Model*. Hội thảo Hệ mờ, mạng Neuron và ứng dụng, Viện tóan học, 11-2006.

6. Nguyen Nhu Phong. *Facility Layout Planning by using Simulation Modeling & Multi-objective Decision Making. The pHFL model*. Journal of Science and Technology development, VNU-HCMUT, Vol. 10, No.03/2007.

7. Nguyen Nhu Phong. *Facility Layout Planning for Hospital 115*. Journal of Science and Technology development, VNU-HCMUT, Vol. 10, No.04/2007.

8. Nguyen Nhu Phong. *An Approach To Use Fuzzy Set Theory To Solve The Problem Of Lot Sizing - The pEOQ Model*. The 10th Conference on Science and Technology HCMC University of Technology, 2007.

9. Nguyen Nhu Phong. *An Approach To Use Fuzzy Set Theory To Solve The Problem Of Project Economic Evaluation - The pPEE Model*. The 10th Conference on Science and Technology HCMC University of Technology, 2007.

10. Nguyen Nhu Phong. *An Approach To Use Fuzzy Set Theory To Solve The Problem Of Material Requirement Planning - The pMRP Model*. The 10th Conference on Science and Technology HCMC University of Technology, 2007.

11. Nguyen Nhu Phong. *Linguistic Control Chart - The pLCCII model*. 2007 International Conference on Engineering Research. December 20-22,

2007

12. Nguyen Nhu Phong. *Fuzzy Demand Forecasting - The pDF model*. The 11th Conference on Science and Technology HCMC University of Technology, 2009.

13. Dương Hoàng Phúc, *Lý thuyết mờ và ứng dụng trong bài tóan điều độ dự án*, LVTN 2003, Kỹ thuật HT Công nghiệp. GVHD: Nguyễn Như Phong

14. Nguyễn Như Phong. *Lý thuyết mờ và ứng dụng*. NXBKH&KT. 2005

15. Nguyễn Như Phong. *Tính tóan mềm và ứng dụng*. NXBKH&KT. 2007

16. Gerald W. Evans, Waldemar Kawowski, Mickey R. Wilhemm, *Applications of Fuzzy Set Methodologies in Industrial Engineering*, 1989.

17. Baoding Liu. *Fuzzy criterion models for inventory systems with partial backorders*.

18. Waldermar Karwowski & Gerand W. Evans. *Fuzzy concepts in production management research: a review*

19. Alfred L. Guiffrida, Rakesh Nagi. *Fuzzy set theory & applications in production management research: A literature survey*.

20. Didier Dubois, Henry Prade. *Possibility Theory – An approach to computerized processing of uncertainty.*

21. Geoge J. Klir and Bo Yuan. *Fuzzy Sets & Fuzzy Logic – Theory And Applications*.

22. Timothy J. Ross *Fuzzy Logic With Engineering Applications*

23. Earl Cox. *The Fuzzy Systems Handbook.*

24. Jyh-Hone Wang and Tzvi Raz. *On the construction of Control Charts using linguistic variables*. 1990.

25. Tzvi Raz and Jyh-Hone Wang. *Probabilistic & member in the construction of Control Charts for using linguistic variables.* 1990.

26. Kanagawa, F. Tamaki and H. Ohta. *Control charts for process average and variability based on linguistic data*. 1993

27. Jorg Hoppner & Hans Wolff. *The design of a Fuzzy – Shewhart Control Chart*. 1995

28. Fiorenzo Franceschini and Daniele Romano. *Control chart for linguistic variables: a method based on the use of linguistic quantifiers.* 1999

29. His-Mei Hsu & Yan-Kwang Chen. *A fuzzy reasoning based diagnosis system for XCC.* 2001.

30. Hassen Taleb & Mohamed Limam. *On fuzzy and probabilistic control charts.* 2002

31. Murat Gulbay, Cengiz Kahraman, Da Ruan. *-cut fuzzy control charts for linguistic data*. 2004.

32. CHI-BIN CHENG. *Fuzzy process control: Construction of control charts with fuzzy number.* 2005.

33. Jay Haizer, Barry Render. *Production & Operation Management*. 4th edition. Prentice Hall Interntional Edition.

34. R. Russell, B. Russell, B.W.Taylor. *Production & Operation Management*. 1995. Prentice Hall Interntional Edition.

35. S. Nahmias, Irwin. *Production & Operation Management*. 1993.

36. Edward A. Silver, David F. Pyke, Rein Peterson. *Inventory Management & Production Planning and Scheduling*. 3rd edition. John Wiley & Sons.

37. Elwood S. Buffa, Rakesh K. Sarin. *Modern Production / Operation Management*. 8th edition. John Wiley & Sons

38. Nguyễn Như Phong. *Quản lý tồn kho*. NXBĐHQG. 2003,2005,2010.

39. Nguyễn Như Phong. *Hoạch định vật tư tồn kho mờ.* NXBKH&KT. 2007

40. Nguyễn Như Phong. *Họach định & kiểm sóat tồn kho*. NXBĐHQG

41. Richard J. Tersine. *Principles of Inventory & Materials Management* – 4th edition. Prentice-Hall International, Inc.

42. Edward A. Silver, David F. Pyke, Rein Peterson. *Inventory Management & Production Planning and Scheduling*. 3rd edition. John Wiley & Sons.

43. Nguyễn Như Phong. *Quản lý chất lượng*. NXBĐHQG. 2009

44. Nguyễn Như Phong. *Kiểm sóat chất lượng*. NXBĐHQG. 2008

45. Nguyễn Như Phong. *Kiểm sóat chất lượng mờ.* NXBKH&KT. 2006

46. Nguyễn Như Phong. *Họach định & kiểm sóat chất lượng*. NXBĐHQG. 2011. ISBN: 978-604-73-0555-1.

47. Frank M. Gryna. *Quality Planning Analysis*, 4th edition. Mc Graw-Hill.

48. James R Evans, William M Lindsay, *The Management & Control of Quality.* 6th edition. Thomson South-Western, International Student Edition.

49. John S Oakland, Amrik S Sohal. *Total Quality Management.*

50. Douglas C. Montgomery. *Introduction to Statistical Quality Control*. John Wiley & Sons Inc., 3rd edition.

51. Eugen L. Grant, Richard S. Leavenworth. *Statistical Quality Control*. Mc Graw-Hill, 7th edition.

52. Masaaki Imai, *Gemba Kaizen*, Mc Graw-Hill, New York, 1997.

53. Nguyễn Như Phong. *Sản xuất tinh gọn.* NXBĐHQG. 2011. ISBN: 978-604-73-0601-5.

54. James Krupp, *Production and Inventory Management*, Third/Fourth Quarter, 2002.

55. Nguyễn Như Phong. *Lean Six Sigma*. NXBĐHQG. 2012. ISBN: 978-604-73-1454-6.

56. Nguyễn Như Phong. *MRPII.* NXBĐHQG. 2012. ISBN: 978-604-73-1452-2.