

文章编号: 1000-6788(2009)11-0046-14

## 无模型隐含波动率及其所包含的信息: 基于恒生指数期权的经验分析

黄蕙舟, 郑振龙

(厦门大学 金融系, 厦门 361005)

**摘 要** 根据无模型隐含波动率方法, 对香港恒生指数期权所含信息进行研究, 并通过使用无模型隐含波动率对期权市场的效率进行直接检验, 结果发现: 无模型隐含波动率所含信息最多, 它完全包含了所有历史波动率所含信息, 香港恒指期权市场是有效的; 在对未来一个月的预测中, 无模型隐含波动率还完全包含了 BS 隐含波动率的信息, 在对未来两个月的预测中, 无模型隐含波动率虽不能完全包含 BS 隐含波动率, 但仍然包含了最多的信息; 期权市场交易量的大小, 同时交易的不同行权价的期权的多少, 是影响无模型隐含波动率预测能力的重要因素; 为追求积分密度进行过多人为的插值以及过大区间的积分, 会导致无模型隐含波动率预测能力的降低, 由此得到了无模型隐含波动率的相对合适的计算方式. 美国已于 2003 年开始采用无模型隐含波动率编制波动率指数. 随着金融衍生品市场的不断发展, 无模型隐含波动率在资产定价、风险管理方面将发挥越来越重要的作用.

**关键词** 无模型; 隐含波动率; 信息含量

**中图分类号** F830

**文献标志码** A

## Model-free implied volatility and its information content: Evidence from Hang Seng Index options

HUANG Yi-zhou, ZHENG Zhen-long

(Department of Finance, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

**Abstract** Britten-Jones and Neuberger derived a model-free implied volatility under the no-arbitrage assumption. This article studies the information content contained in Hang Seng Index (HSI) options, and performs a direct test of the informational efficiency of the option market using the model-free implied volatility. The results from the HSI options suggest that the model-free implied volatility contains most information among the historical volatility and the BS implied volatility, and subsumes all information contained in the past realized volatility, which means the HSI option market is efficient, and is a more efficient forecast for future realized volatility. It is also found that when the forecasting horizon is one month, the model-free volatility can also subsume the information contained in BS implied volatility, while for two month, it's not true, but the model-free implied volatility still subsumes the most information. It is found that only when the trading volume of HSI options is large enough and the strike price is diversified enough, that the model-free implied volatility is more efficient than the BS implied volatility.

**收稿日期:** 2009-02-09

**资助项目:** 国家自然科学基金 (70971114); 教育部“国际金融危机应对研究”应急项目 (2009JYJR051); 福建省自然科学基金 (2009J01316)

**作者简介:** 黄蕙舟 (1974-), 女, 汉, 四川人, 厦门大学金融系博士研究生, 新疆财经大学金融学院讲师, 研究方向为金融工程、资产定价; 郑振龙 (1966-), 男, 汉, 福建平潭人, 金融学博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为资产定价、金融工程和风险管理, E-mail: zlzheng@xmu.edu.cn.

Too much extrapolation will decrease the forecasting ability of the model-free implied volatility, and a more appropriate method to calculate the model-free implied volatility is given in this paper. The model-free implied volatility has been used to calculate the market volatility index in America since 2003, and it will become more and more important in asset pricing and risk management.

**Keywords** model-free; implied volatility; information content

## 1 引言

自 Black 和 Scholes<sup>[1]</sup> 期权定价公式 (BS 公式) 的文章发表以来, 人们就对 BS 隐含波动率对未来波动率的预测能力及其所包含的信息进行了相当多的研究. 由于期权价格反映了市场参与者对标的资产未来分布的预期, 故在反映未来信息方面, 由期权价格得到的隐含波动率<sup>1</sup>就被广泛地认为是优于标的资产的历史波动率的. 如果期权市场是有效的, 并且 BS 公式是正确的, 则可认为隐含波动率包含了历史波动率所包含的所有信息, 并且是一个对未来波动率的更有效的预测.

早期的研究发现隐含波动率是未来波动率的有偏预测, 只含有极少比历史波动率更多的信息, 且不完全能包含历史波动率的信息. 除了 Canina 和 Figlewski<sup>[2]</sup> 发现 S&P100 指数的隐含波动率是后来已实现波动率的一个很糟的预测, 隐含波动率与后来的已实现波动率不相关外, 其他所有的研究都表明隐含波动率包含有对未来有用的信息, 但是否能够完全包含历史信息则存在不同结论. Day 和 Lewis<sup>[3]</sup>, Lamoureux 和 Lastrapes<sup>[4]</sup>, Jorion<sup>[5]</sup>, Vasilellis 和 Meade<sup>[6]</sup>, 以及 Fleming<sup>[7]</sup> 都发现隐含波动率对未来波动率有预测能力, 但隐含波动率不能完全包含历史信息.

后来的研究致力于修正早期研究中的各种数据和方法问题. 这类研究 (Christensen 和 Prabhala<sup>[8]</sup>; Christensen, Hansen 和 Prabhala<sup>[9]</sup>; Blair, Poon 和 Taylor<sup>[10]</sup>; Ederington 和 Guan<sup>[11-12]</sup>, Martens 和 Zein<sup>[13]</sup> 以及 Pong et al.<sup>[14]</sup>) 有的考虑了更长的时间序列, 以考虑可能由 1987 年 10 月的股灾引起的机制转换问题; 有的使用工具变量法修正隐含波动率中可能存在的变量误差问题 (Errors-in-variable problem); 有的采用高频数据来准确估计已实现波动率; 有的使用日期上不交叠的样本来避免重叠问题. 这些研究表明: 相比于历史波动率, 隐含波动率是未来波动率的更有效的预测.

所有这些对 BS 隐含波动率所含信息的研究都集中在平价 (At-the-money) 期权上. 相比于其他期权, 平价期权的交易比较活跃, 所包含的信息会更真实. 但这类研究没有使用到其他的期权 (实值期权、虚值期权), 遗漏了包含在其他期权价格中的信息. 此外, 基于 BS 隐含波动率的检验是关于市场效率和 BS 模型的联合检验, 因而这类研究面临着模型本身有误的质疑. 由于 BS 模型有非常严格的假定, 这些假定与现实世界存在很大的差距, 通过这样的模型把市场的期权价格“翻译”成隐含波动率, 必然会加入很多噪音, 影响“翻译”的准确性.

与早期的研究不同, 本文使用一种无模型隐含波动率 (Model-free implied volatility) 的方法直接检验期权市场的效率. 这种独立于期权定价模型的方法是 Britten-Jones 和 Neuberger<sup>[15]</sup> 在前人关于隐含分布的基础上 (Breedon 和 Litzenberger<sup>[16]</sup>; Derman 和 Kani<sup>[17]</sup>; Rubinstein<sup>[18-19]</sup>; Dupire<sup>[20]</sup>; Neuberger<sup>[21]</sup>; Derman, Kani 和 Chriss<sup>[22]</sup>; Carr 和 Madan<sup>[23]</sup>; Demeterfi, Derman, Kamal 和 Zou<sup>[24-25]</sup>) 推导出的无模型的隐含波动率. 与传统的隐含波动率不同, 他们的无模型隐含波动率不基于任何期权定价模型, 而只是从无套利条件导出. 他们得到风险中性世界中, 标的资产的波动率是看涨期权价格  $C$  的某种形式关于行权价格  $K$  的积分. Jiang 和 Tian<sup>[26]</sup> 则在 Britten-Jones 和 Neuberger<sup>[15]</sup> 的基础上对其进行了进一步的完善, 最终成为一个在现实中可方便运用的表达式, 并首次使用该方法比较了无模型隐含波动率的预测能力和所包含的信息. 无模型隐含波动率是对期权市场信息效率的直接检验, 它汇总了不同行权价的期权的信息, 相比于 BS 隐含波动率, 在反映信息方面应当更有效.

Jiang 和 Tian<sup>[26]</sup> 的研究发现, BS 隐含波动率比历史波动率包含更多的信息, 但不是未来已实现波动率

1. 文献中提到的隐含波动率一般都是 BS 隐含波动率, 在本文中有时也把 BS 隐含波动率与无模型隐含波动率统称为“隐含波动率”, 可根据上下文判断.

的有效预测. 而无模型隐含波动率则包含了所有 BS 隐含波动率和过去已实现波动率的信息, 是未来已实现波动率的一个更有效的预测, 这一结果也表明了期权市场是有效率的.

这些研究针对的都是美国期权市场. 由于我国大陆地区尚无期权交易 (虽有权证, 但刚刚起步, 定价多不合理), 目前尚无对隐含波动率所含信息的研究. 香港有发达的金融市场, 但对香港期权市场是否有效的研究亦未见述.

本文首次对香港恒指期权市场隐含波动率所含信息进行研究, 并使用无模型隐含波动率对香港期权市场的效率进行检验. Jiang 和 Tian<sup>[26]</sup> 在得出他们的结论时没有对计算无模型隐含波动率所使用的  $k$  值区间和  $k$  值间隔进行具体阐述, 而不同的计算方式得到的无模型隐含波动率并不相同, 对最终结果亦会产生较大影响. 本文对此进行了讨论, 并确定了一个相对合适的计算方式.

本文第二部分介绍无模型隐含波动率及其在应用中存在的问题和相应的解决办法; 第三部分是数据的选取与波动率的计算, 第四部分给出实证结果, 第五部分给出结论.

## 2 无模型隐含波动率

Britten-Jones 和 Neuberger<sup>[15]</sup> 在假设无套利, 无风险利率、分红率都非随机且都等于 0 的条件下推导出式 (1) (见他们的 proposition 2), 即在风险中性世界中有:

$$E_0 \left[ \int_{t_1}^{t_2} \left( \frac{dS_t}{S_t} \right)^2 \right] = 2 \int_0^\infty \frac{C(t_2, K) - C(t_1, K)}{K^2} dK \quad (1)$$

其中,  $E_0$  代表风险中性世界中的期望值,  $S_t$  表示标的资产在  $t$  时刻的价格,  $C$  为看涨期权价格,  $t_1$ 、 $t_2$  分别表示期权的到期日,  $K$  为行权价. 由于在风险中性世界中, 资产价格遵循的过程为:

$$\frac{dS_t}{S_t} = r_t dt + \sigma_t dz \quad \text{其中 } dz = \varepsilon \sqrt{dt}, \quad \varepsilon \sim N(0, 1) \quad (2)$$

其中  $r_t$  为无风险利率,  $\sigma_t$  为标的资产的波动率. 故当  $r = 0$  时, 有  $\frac{dS_t}{S_t} = \sigma_t dz$ . 两边平方得  $(\frac{dS_t}{S_t})^2 = \sigma_t^2 \varepsilon^2 dt$ , 将等式两边积分并取期望, 得  $E_0 \left[ \int_{t_1}^{t_2} (\frac{dS_t}{S_t})^2 \right] = \int_{t_1}^{t_2} \sigma_t^2 dt$ , 即 (1) 式右端等同于资产自  $t_1$  至  $t_2$  时刻的波动率平方的积分, 将其开方, 则得到了自  $t_1$  时刻到  $t_2$  时刻的无模型隐含波动率  $\sigma^{MF}$ . 令  $t_1 = 0$ ,  $t_2 = T$ , 有:

$$E_0 \left[ \int_0^T \left( \frac{dS_t}{S_t} \right)^2 \right] = 2 \int_0^\infty \frac{C(T, K) - \max(0, S_0 - K)}{K^2} dK \quad (3)$$

当利率  $r \neq 0$  时,  $S_t$  在风险中性世界中的漂移率不为 0, 令  $B(t, T)$  代表在  $T$  时刻支付 1 元的零息国债在  $t$  时刻的价格, 将标的资产价格转化到以  $B(t, T)$  为单位的风险中性世界 (Forward risk neutral with respect to  $B(t, T)$ ), 在这个世界中,  $\frac{S_t}{B(t, T)}$  (即远期价格  $F_t$ ) 是一个鞅过程, 即  $d\frac{S_t}{B(t, T)} = \sigma_t \frac{S_t}{B(t, T)} dz$ , 亦即

$$\frac{dF_t}{F_t} = \sigma_t dz \quad (4)$$

用  $E_0^F$  表示以  $B(t, T)$  为单位的风险中性世界的期望, (3) 式可化为:

$$E_0^F \left[ \int_0^T \left( \frac{dF_t}{F_t} \right)^2 \right] = 2 \int_0^\infty \frac{C^F(T, K) - \max(0, F_0 - K)}{K^2} dK \quad (5)$$

其中  $F_0$  代表  $T$  时刻到期的标的资产在 0 时刻的远期价格,  $C^F(T, K)$  代表  $T$  时刻到期的看涨期权在 0 时刻的远期价格. 由 (4) 式可以看出, (5) 式右端仍然是标的资产波动率平方的积分. 即当  $r \neq 0$  时, 波动率平方的积分可以表示为看涨期权远期价格的某种形式的积分.

相比于 BS 公式对市场的诸多假设, 这一结论则少了很多前提条件, 仅仅需要无套利以及无风险利率非随机的假定, 因而更少受到模型本身错误的困扰.

但在具体的运用中, 由于实际交易的同一到期日、不同行权价的期权总是有限的, 只能使用该积分的离散形式:

$$E_0^F \left[ \int_0^T \left( \frac{dF_t}{F_t} \right)^2 \right] \approx 2 \sum_{i=1}^m \frac{C^F(T, K_i) - \max(0, F_0 - K_i)}{K_i} \Delta K \quad (6)$$

其中  $\Delta K = (K_{\max} - K_{\min})/m$ ,  $K_i = K_{\min} + i\Delta K$  ( $0 \leq i \leq m$ ).

在用这一离散形式计算标的资产波动率时, 可能存在着较大的误差. Jiang 和 Tian<sup>[26]</sup> 在其首次对无模型隐含波动率所含信息的研究中, 对存在的两种误差进行了论证.

### 1. 截断误差

实际交易中, 行权价只在一个有限范围内, 如  $(K_{\min}, K_{\max})$  内. 这样就得不到  $(0, K_{\min}) \cup (K_{\max}, +\infty)$  部分的积分值, 由此带来截断误差. 假设  $(K_{\min}, K_{\max})$  之间的所有行权价都是可得的, 并假设  $0 < K_{\min} < F_0 < K_{\max} < +\infty$ , Jiang 和 Tian<sup>[26]</sup> 证明了这两部分的误差是有限的:

$$2 \int_{K_{\max}}^{+\infty} \frac{C^F(T, K) - \max(0, F_0 - K)}{K^2} dK \leq E_0^F \left[ \left( \frac{F_T - K_{\max}}{K_{\max}} \right)^2 | F_T > K_{\max} \right] \quad (7)$$

$$2 \int_0^{K_{\min}} \frac{C^F(T, K) - \max(0, F_0 - K)}{K^2} dK \leq E_0^F \left[ \left( \frac{F_T - K_{\min}}{K_{\min}} \right)^2 | F_T < K_{\min} \right] \quad (8)$$

随着截断的点  $K_{\min}$ ,  $K_{\max}$  偏离  $F_0$  越远, 截断误差会越小, 当截断点距离  $F_0$  超过  $2\sigma F_0$  ( $\sigma$  为标的资产在期权剩余期限内的实际波动率), 即  $K_{\min} < F_0 - 2\sigma F_0$  且  $K_{\max} > F_0 + 2\sigma F_0$  时, 截断误差可以忽略不计.

### 2. 不连续的误差

实际中, 交易的  $K$  总是有限的, 相邻  $K$  之间的距离 ( $\Delta K$ ) 大小亦不同. 在把无模型隐含波动率由连续形式“离散”化时,  $\Delta K$  越小, 离散化所带来的不连续误差就越小. 当  $\Delta K < 0.35\sigma F_0$  时, 不连续所带来的误差可以忽略不计.

在实际中, 行权价格可能出现  $K_{\min}$  和  $K_{\max}$  距离  $F_0$  不超过  $2\sigma F_0$ , 而  $\Delta K$  又大于  $0.35\sigma F_0$  的现象. 为了减少“离散”导致的误差, 对这两种情况, 都需要“补充”所需的  $K$  对应的期权价格.

对这些我们需要的、但在实际交易中又并不存在的期权价格, 可以利用已有的期权价格进行推断. 在之前的研究中, 曲线拟合法是最实用和有效的. 虽然有人直接根据行权价来拟合期权价格 (Bates<sup>[27]</sup>), 但由于期权价格与行权价之间严重的非线性关系导致拟合很困难. 与 Jiang 和 Tian<sup>[26]</sup> 一致, 本文采用 Shimko<sup>[28]</sup> 及 Ait-Sahalia 和 Lo<sup>[29]</sup> 的方法, 根据行权价拟合波动率 (而非期权价格).

首先使用 BS 公式, 根据已有的期权价格求得不同  $K$  所对应的隐含波动率  $\sigma$ , 然后拟合  $\sigma$  关于  $K$  的函数  $\sigma = \sigma(K)$ , 根据此拟合函数得到我们需要的 (交易中并不存在的)  $K'$  所对应的  $\sigma'$ , 然后再次使用 BS 公式, 求得  $\sigma'$ 、 $K'$  所对应的  $C'$ . 注意, 这个拟合过程没有假设 BS 模型就是标的资产期权价格的正确模型, 它只是一个把期权价格和隐含波动率进行一一映射的工具. 在得到了我们需要的  $C'$  后, 就可以根据 (6) 式来计算无模型的隐含波动率了.

与 Bates<sup>[27]</sup>, Campa, Chang 和 Reider<sup>[30]</sup> 一致, 采用三次样条插值法拟合函数  $\sigma = \sigma(K)$ . 使用三次样条插值的好处是得到的函数是光滑的, 并且在已有的  $K$  和  $\sigma$  之间是完全拟合的.

曲线拟合法仅仅在可得的  $K_{\min}$  和  $K_{\max}$  之间是可行的, 对  $(K_{\min}, K_{\max})$  之外的部分, 采用断点处的隐含波动率来代替. 也就是波动率函数在  $(K_{\min}, K_{\max})$  之外的部分是常数. 如图 1 所示.

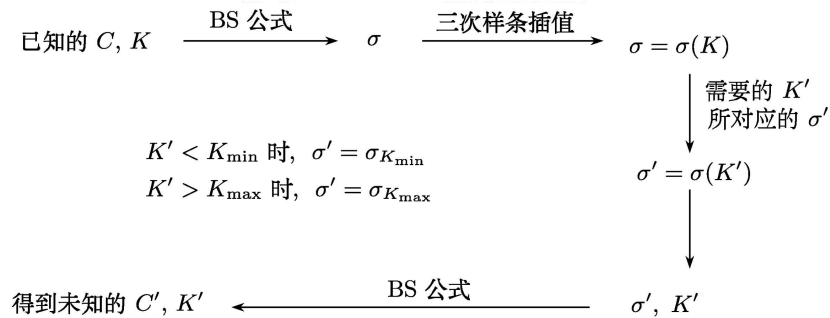


图 1

显然, 与在  $K_{\min}$  和  $K_{\max}$  处截断、对其他部分忽略不计相比, 以截断点处波动率表示截断点外的波动率所导致的误差会减小. 当波动率呈不同形状时, 导致的误差亦会不同. 波动率呈微笑状时, 推导的  $K_{\min}$  和

$K_{\max}$  之外的  $\sigma$  会低估真实的  $\sigma$ ; 波动率呈假笑状<sup>2</sup>时, 如果  $K_{\min}$  过于接近  $F_0$ , 导致的误差会更大; 波动率呈冷笑状<sup>3</sup>时,  $K < K_{\min}$  时会低估  $\sigma$ ,  $K > K_{\max}$  时会高估  $\sigma$ , 二者可以相互抵消一部分。

### 3 数据的选取与波动率的计算

#### 3.1 数据的选取

1993 年 3 月 5 日, 香港市场首个指数期权——香港恒生指数期权开始上市交易, 之后陆续有其他指数期权上市交易, 但因为交易不活跃, 又陆续退出。到 2008 年 11 月为止, 交易的指数期权除恒生指数期权外, 还有小型恒生指数期权 (2002 年 11 月推出), H 股指数期权 (2004 年 6 月推出), 及新华富时中国 25 指数期权 (2005 年 5 月推出)。其中交易量最大的仍是恒指期权, 其次为 H 股指数期权。由于恒指期权交易时间最长、交易量最活跃, 故本文选其作为研究对象。

恒指期权早期的交易相对不活跃, 到 2002 年底, 成交量开始明显增加。考虑到更多的交易量反映了更多的信息, 同时, 实证研究需要一定的样本数量, 本文选取恒指样本期为 2000 年 1 月至 2008 年 10 月, 数据来源于彭博。

根据 Christensen 和 Prabhala<sup>[8]</sup> 以及 Christensen, Hansen 和 Prabhala<sup>[9]</sup>, 本文使用月度不重叠的数据样本来检验假设, 以避免回归分析中  $t$  统计值及其他统计特征的不显著。恒指期权是欧式期权, 总是在该期权合约对应的合约月份<sup>4</sup>的倒数第二个交易日到期。为了避免样本期的重叠问题, 对于第  $i$  个月到期的合约, 总是选取第  $i-1$  个月倒数第一个交易日 (即行权日后第一天) 恒指期权合约的收盘价, 这样选取的期权剩余期限都为 1 个月, 且不存在日期上的交叠问题。

为了充分利用期权价格的信息, 本文在样本筛选时, 仅仅去除了违反边界条件的期权。如欧式无收益看涨期权的价格应满足  $\max[S_0 - Ke^{-r(T-t)}] \leq C \leq S_0$ , 当  $C < \max[S_0 - Ke^{-r(T-t)}]$  时, 这些期权价格明显被低估, 且所得的隐含波动率小于零。

定义平价期权为:  $0.97S_0 < K < 1.03S_0$ ; 实值期权为看涨 (跌) 期权的  $K < 0.97S_0$  ( $K > 1.03S_0$ ); 虚值期权为看涨 (跌) 的  $K > 1.03S_0$  ( $K < 0.97S_0$ )。与 Jiang 和 Tian<sup>[26]</sup> 的做法不同, 本文没有去除实值期权。虽然实值期权由于价格贵, 交易量较少, 但其价格也反映了交易者对未来的预期, 更重要的是, 去除实值期权导致  $K_{\min}$  更接近于  $F_0$ , 由此带来的推断误差会增大。

#### 3.2 波动率的计算

在现实中, 由于无风险利率  $r \neq 0$ , 故用 (6) 式计算无模型隐含波动率 ( $\sigma^{MF}$ )。 (6) 式是关于远期价格的表达式, 在实际运用中需要转化为现货价格。

由于  $F_t = S_t/B(t, T)$ ,  $C^F(T, K) = C(T, K)/B(t, T)$ , 其中  $B(t, T)$  代表  $T$  时刻得到 1 元的零息国债在  $t$  时刻的价值。将 (6) 式表示为现货价格有:

$$E_0^F \left[ \int_0^T \left( \frac{dS_t}{S_t} \right)^2 \right] \approx 2 \sum_{i=1}^m \frac{C(K_i, T) \cdot e^{rT} - \max(0, S_0 e^{rT} - K_i)}{K_i^2} \Delta K_i \quad (9)$$

其中,  $r$  为无风险利率, 本文用香港银行同业拆借利率来表示。  $\Delta K_i = K_{i+1} - K_i$ ,  $K_1$  和  $K_m$  为积分区间,  $K_1 = \min(K_a, K_{\min})$ ,  $K_m = \max(K_b, K_{\max})$ 。其中  $K_{\min}$ 、 $K_{\max}$  分别表示实际交易中期权对应的最小、最大行权价;  $K_a = S_0 e^{rT} - 2\sigma \cdot S_0 e^{rT}$ ,  $K_b = S_0 e^{rT} + 2\sigma \cdot S_0 e^{rT}$ 。当  $(K_a, K_b)$  大于  $(K_{\min}, K_{\max})$  时, 超出部分的波动率均假设等于断点处的波动率 (即  $K < K_{\min}$  时,  $\sigma = \sigma_{K_{\min}}$ ,  $K > K_{\max}$  时,  $\sigma = \sigma_{K_{\max}}$ )。这样做的目的是保证积分区间至少不小于  $(F_0 - 2\sigma F_0, F_0 + 2\sigma F_0)$ 。

当相邻的  $K_i$  与  $K_{i+1}$  的间隔  $\Delta K_i > 0.35\sigma F_0$  时, 用三次样条法插值, 求得  $K_i$  与  $K_{i+1}$  之间的  $K$  所对应的  $\sigma$ , 直到相邻的  $\Delta K < 0.35\sigma F_0$  为止。

2. 随着  $K$  减小  $\sigma$  递增的速度快于随着  $K$  增大  $\sigma$  递增的速度。

3. 随着  $K$  减小,  $\sigma$  递增, 随着  $K$  增大,  $\sigma$  减小。

4. 合约月份即指合约到期所对应的月份。恒指期权的合约名称形式为 “HSI 9/08 C21200 INDEX”, 其中的 9/08 表示该合约在 08 年 9 月 (倒数第 2 个交易日) 到期, C21200 表示行权价为 21200 点的看涨期权。

为了减少由于采用更多的推断所带来的误差, 本文在计算波动率时, 只要数据近似达到前文中所述的可以忽略误差不计的条件时, 就不再进行更大区间的积分和更密的插值.

BS 隐含波动率 ( $\sigma^{BS}$ ) 则根据 BS 公式, 采用数值方法求得. 实证中都采用平价期权的隐含波动率作为 BS 隐含波动率的代表——这一波动率被认为是最能代表市场对未来波动率的主观判断.

考虑到交易量越大的交易, 代表了越多的人对该价格的认同, 也代表了多数交易者对未来波动率的预期, 本文选取平价期权中交易量最大者来计算 BS 隐含波动率. 事实上, 从相关系数来看, 相比于最近平价的期权和交易量最大的期权, 平价期权中交易量最大者的隐含波动率与已实现波动率的相关性也最高, 表 1 给出 1 个月 BS 隐含波动率与已实现波动率的相关系数.

显然, 交易量的大小对隐含波动率与已实现波动率的相关性有明显影响. 最近平价期权的隐含波动率不是相关性最高的, 交易量最大的也不是相关性最高的, 同时满足二者的, 才是相关性最高的. 为进行对比, 给出交易量最小的实值期权 ( $K < 0.97S_0$ ) 和虚值期权 ( $K > 1.03S_0$ ) 的隐含波动率与已实现波动率的相关系数. 这二者与已实现波动率的相关性不会最高, 其中以交易量最小的实值期权与已实现波动率的相关性最低.

表 1 1 个月隐含波动率与已实现波动率的相关系数

	$\sigma^{RE}$	$\sigma^{BS1}$	$\sigma^{BS2}$	$\sigma^{BS3}$	$\sigma^{BS4}$	$\sigma^{BS5}$
$\sigma^{RE}$	1					
$\sigma^{BS1}$	0.7193	1				
$\sigma^{BS2}$	0.7068	0.9979	1			
$\sigma^{BS3}$	0.6596	0.9787	0.9763	1		
$\sigma^{BS4}$	0.6162	0.9616	0.9653	0.9644	1	
$\sigma^{BS5}$	0.7140	0.9241	0.9172	0.9414	0.8609	1

注:  $\sigma^{RE}$  是已实现波动率,  $\sigma^{BS1}$  为平价期权中交易量最大的期权的隐含波动率;  $\sigma^{BS2}$  为最近平价期权的隐含波动率;  $\sigma^{BS3}$  为交易量最大的期权隐含波动率;  $\sigma^{BS4}$  为实值期权中交易量最小的期权隐含波动率;  $\sigma^{BS5}$  为虚值期权中交易量最小的期权隐含波动率.

因此, 本文选取平价期权中交易量最大的期权来计算  $\sigma^{BS}$ .

除了隐含波动率, 实证中还需要已实现波动率  $\sigma^{RE}$  和历史波动率  $\sigma^{His}$ . 已实现波动率用于衡量隐含波动率的预测能力和所包含的信息, 根据对应于期权剩余期限的日收益率的标准差计得:

$$\sigma^{RE} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}$$

其中  $n$  为实际交易天数,  $r_i$  为日收益率,  $\bar{r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i$ .

历史波动率  $\sigma^{His}$  作为参照, 用于比较隐含波动率信息含量是否多于过去. 与之前的研究 (Canina 和 Figlewski<sup>[2]</sup>; Christensen 和 Prabhala<sup>[8]</sup>) 一致, 用当前观察日之前的、相同期限长度的已实现波动率作为历史波动率, 即  $\sigma_t^{His} = \sigma_{t-1}^{RE} = \sigma^{LRE}$  ( $\sigma^{LRE}$  表示滞后一期的已实现波动率).

最后, 为了便于比较, 对所有的波动率都进行了年化处理.

### 3.3 描述性统计

就计算无模型隐含波动率对数据的要求而言, 恒指期权的实际交易情形比较接近于理论上对数据的要求: 当  $K$  的截断点距离  $F_0$  超过  $2\sigma F_0$  时, 截断误差可以忽略不计; 当行权价间隔  $\Delta K < 0.35\sigma F_0$  时, 不连续的误差可以忽略不计.

不同月份的实际波动率不同, 因此对应的  $2\sigma F_0$ 、 $0.35\sigma F_0$  值都不同. 以剩余期限 30 天 (日历日) 的恒指期权为例,  $K_{\max}$  距离  $F_0$  绝大多数都超过了  $2\sigma F_0$ , 而  $K_{\min}$  距离  $F_0$  则多未超过  $2\sigma F_0$ . 深度实值期权由于价格高而无交易, 深度虚值的期权由于价格很低也会存在交易, 这会导致左侧关于波动率的推断误差大于右侧的现象.

在样本期内,除了极个别的月份恒指低于 8000 点,行权价间隔为 100 点外,其他情形下行权价间隔都是 200 点(即  $\Delta K = 200$ ),  $\Delta K < 0.35\sigma F_0$ 。在多数情形下是能够近似满足的。具体计算中,只有少数几个月份的数据需要用到较多的插值,多数情形下很少用到插值,甚至不需要插值。——这种情形随着恒指期权交易量的增大而越来越常见,也意味着由使用插值法推断未交易的期权价格所带来的误差会逐渐减小。

因而,对恒指期权而言,不连续导致的误差相对较小,由外推法(以截断处波动率代替行权价范围外的波动率)导致的误差会比较大,且左侧的推断误差会大于右侧的推断误差。

表 2 给出计得的一个月已实现波动率( $\sigma^{RE}$ )、BS 隐含波动率( $\sigma^{BS}$ )、无模型隐含波动率( $\sigma^{MF}$ )的统计特性,其中 BS 隐含波动率是根据平价期权中交易量最大的期权求得。

由表 2 可以看到无模型隐含波动率最接近于正态分布(其偏度最接近于 0,峰度最接近于 3),标准差最小,但 BS 隐含波动率的均值更接近于已实现波动率。

总体而言,BS 隐含波动率、无模型隐含波动率都与已实现波动率高度相关,其中又以无模型隐含波动率与已实现波动率的相关性更高。但在所有的相关性中,以 BS 隐含波动率与无模型隐含波动率的相关性最高。见表 3。

对这一相关性高低排序的结果与 Jiang 和 Tian<sup>[26]</sup>的结果是一致的,只是 Jiang 和 Tian<sup>[26]</sup>中, $\sigma^{BS}$ 、 $\sigma^{MF}$ 与  $\sigma^{RE}$  的相关性还要高些(0.814、0.857),而  $\sigma^{BS}$  与  $\sigma^{MF}$  的相关性略低些(0.941)。此外,自 2003 年 3 月开始,恒指期权合约成交量相比之前有明显增加,由此想见,之前与之后的相关系数应该有所不同,结果见表 4。在交易量较少的 2000.1–2003.2,无模型隐含波动率与已实现波动率的相关系数不及 BS 隐含波动率的高,但 2003 年 3 月以后,交易量放大,此时无模型隐含波动率与已实现波动率的相关性大于 BS 隐含波动率与已实现波动率的相关性。

从表 4 还可看到,当无模型隐含波动率与已实现波动率相关性较小时,其与 BS 隐含波动率的相关性就比较大,当其已与已实现波动率的相关性变大后,与 BS 隐含波动率的相关性变小,呈现出更多的属于自己的信息含量。

表 2 1 个月波动率序列的描述性统计

	样本数量	均值	标准差	偏度	峰度	最小值	最大值
$\sigma^{RE}$	102	0.2157	0.1341	3.4621	20.9379	0.0653	1.1023
$\sigma^{BS}$	102	0.2174	0.0953	1.6423	7.0293	0.0947	0.6385
$\sigma^{MF}$	102	0.2108	0.0873	1.0852	4.5709	0.0844	0.5351

表 3 1 个月波动率序列的相关系数

$N = 102$	$\sigma^{RE}$	$\sigma^{BS}$	$\sigma^{MF}$
$\sigma^{RE}$	1		
$\sigma^{BS}$	0.7193	1	
$\sigma^{MF}$	0.7549	0.9732	1

表 4 不同样本期对应的相关系数

2000.1–2003.2				2003.3–2008.9			
$N = 40$	$\sigma^{RE}$	$\sigma^{BS}$	$\sigma^{MF}$	$N = 62$	$\sigma^{RE}$	$\sigma^{BS}$	$\sigma^{MF}$
$\sigma^{RE}$	1			$\sigma^{RE}$	1		
$\sigma^{BS}$	0.6869	1		$\sigma^{BS}$	0.7170	1	
$\sigma^{MF}$	0.6695	0.9893	1	$\sigma^{MF}$	0.7768	0.9707	1



## 4 隐含波动率所包含的信息

在众多预测未来已实现波动率的研究中, 几乎所有关于 BS 隐含波动率的研究采用的都是点估计, 用一个或几个相似期权的价格来计算  $\sigma^{BS}$ . 既然包含在其他期权里的信息被遗弃, 基于这样的波动率度量就有可能拒绝信息的有效性. 既然  $\sigma^{MF}$  加总了所有行权价期权的信息,  $\sigma^{MF}$  应当在包含的信息方面更有效.

### 4.1 包含回归法介绍

与之前的研究 (Jorion<sup>[5]</sup>; Christensen 和 Prabhala<sup>[8]</sup>; Jiang 和 Tian<sup>[26]</sup>) 相一致, 本文同时使用单变量和多变量回归来分析波动率所包含的信息. 单变量回归关注某一种波动率的预测能力和所包含的信息, 多变量回归则关注不同波动率的相对重要性, 以及一种波动率的预测是否能涵盖所有包含在其他波动率中的信息. 这种“包含回归” (Encompassing regression) 法是 Fair 和 Shiller<sup>[31]</sup> 最早明确用于比较不同模型所含信息的研究. 用  $X_{1t}$ 、 $X_{2t}$  分别表示模型 1、模型 2 在  $t-1$  时刻对  $Y_t$  的预测, 考虑回归:

$$Y_t = \alpha + \beta X_{1t} + \gamma X_{2t} + u_t$$

如果模型 1、2 在  $t-1$  时刻对  $Y_t$  的预测都不包含任何信息, 那么估计出的  $\beta$ 、 $\gamma$  都应当为 0; 如果两个模型在  $t-1$  时刻对  $Y_t$  的预测包含的是相互独立的信息, 则  $\beta$  和  $\gamma$  都不应当为 0; 如果虽然两个模型都包含了对  $Y_t$  预测的信息, 但是模型 1 的信息完全被包含在模型 2 中, 则  $\beta$  应当为 0, 而  $\gamma$  不为 0; 如果两个模型包含了同样的信息, 即  $X_{1t}$ 、 $X_{2t}$  完全相关, 则  $\beta$  和  $\gamma$  都不能被识别.

考虑回归模型:

$$\sigma_t^{RE} = \alpha + \beta^{LRE} \sigma_t^{LRE} + \beta^{BS} \sigma_t^{BS} + \beta^{MF} \sigma_t^{MF} + \varepsilon_t$$

$\sigma$  是资产收益率的波动率, 下标  $t$  表示观察的日期, 滞后一期的  $\sigma^{RE}$  即  $\sigma^{LRE}$  代表历史波动率.

### 4.2 一个月波动率的回归结果

表 5 概括了使用不重叠样本的一个月波动率的单变量和多变量回归结果. 括号内为标准误, 是考虑过异方差和序列相关后得到的稳健值 (Newey-West<sup>[32]</sup>).

#### 1. 单变量回归结果

如果一个波动率不包含未来波动率的信息, 那么斜率系数  $\beta$  应当为 0. 即检验第一个假设  $H_0: \beta = 0$ . 由表 5 看到, 在所有的单变量回归中, 斜率系数  $\beta$  都为正且在任何传统显著水平上都显著地异于 0. 即所有的波动率都包含了未来波动率的信息.

如果一个波动率是未来已实现波动率的无偏估计, 则斜率系数  $\beta$  应当为 1, 而截距项  $\alpha$  为 0. 即检验第二个假设  $H_0: \alpha = 0, \beta = 1$ . 用 Wald 系数检验, 在表的最后一列给出  $\chi^2$  统计量所对应的  $p$  值. 在所有的回归中, 这一假设都不能被拒绝, 即不能拒绝这三个波动率都是未来的无偏估计.

单变量回归中,  $\sigma^{MF}$  回归中对应的  $R^2$  最大 (0.561),  $\sigma^{BS}$  回归中对应的  $R^2$  次之 (0.513), 而  $\sigma^{LRE}$  回归中对应的  $R^2$  最小 (0.419). 说明在三种波动率的测度中, 无模型隐含波动率对未来已实现波动率的解释最多, 无模型隐含波动率包含了最多的信息, 而历史波动率包含了最少的信息.

无模型隐含波动率比 BS 隐含波动率更高的  $R^2$  说明 BS 隐含波动率的研究低估了其所包含的信息. 通过加总不同  $K$  的期权的信息, 无模型隐含波动率比 BS 隐含波动率包含了更多的信息.

#### 2. 双变量回归结果

首先从  $R^2$  来看, 在历史波动率中加入隐含波动率后, 该值都有明显提高, 说明隐含波动率包含了历史波动率所不包含的信息. 此外, 与关于  $\sigma^{BS}$  的单变量回归相比, 在加入  $\sigma^{MF}$  后,  $R^2$  由 0.513 提高到 0.554, 而与关于  $\sigma^{MF}$  的单变量回归相比, 在加入  $\sigma^{BS}$  后,  $R^2$  没有明显增加, 仅由 0.561 增加到 0.563. 这意味着  $\sigma^{MF}$  中含有  $\sigma^{BS}$  所没有的信息.

在第一、二个回归中, 检验假设  $H_0: \beta^{LRE} = 0$ . 如果该假设成立, 则历史信息是冗余的, 其信息已包含在隐含波动率中. 从  $t$  统计值来看, 该假设不能被拒绝. 也可以分别检验联合假设  $H_0: \beta^{LRE} = 0, \beta^{BS} = 1$  和  $\beta^{LRE} = 0, \beta^{MF} = 1$ . 如果该假设成立, 则表明  $\sigma^{BS}$ 、 $\sigma^{MF}$  不仅是有效的, 还完全包含了  $\sigma^{LRE}$  的信息. 表 5 最后一列显示, 在任何显著性水平下都不能拒绝这两个假设, 说明  $\sigma^{BS}$ 、 $\sigma^{MF}$  分别都包含了所有  $\sigma^{LRE}$  的信息.



表 5 单变量、双变量回归结果 (1 个月波动率)

	单变量回归						
	$\alpha$	$\beta^{LRE}$	$\beta^{BS}$	$\beta^{MF}$	调整的 $R^2$	D-W 值	$P(\chi^2)$
估计量	0.036	0.860					
标准误	(0.040)	(0.227)			0.419	1.585	0.200
P 值	0.375	0.000					
估计量	-0.004		1.012				
标准误	(0.053)		(0.276)		0.513	1.634	0.940
P 值	0.937		0.000				
估计量	-0.024			1.132			
标准误	(0.040)			(0.229)	0.561	1.643	0.827
P 值	0.552			0.000			
	双变量回归						
	$\alpha$	$\beta^{LRE}$	$\beta^{BS}$	$\beta^{MF}$	调整的 $R^2$	D-W 值	$P(\chi^2)$
估计量	-0.008	0.255	0.782				
标准误	(0.049)	(0.216)	(0.365)		0.518	1.669	0.461
P 值	0.864	0.240	0.035				
估计量	-0.025	-0.017		1.157			
标准误	(0.038)	(0.303)		(0.473)	0.554	1.667	0.896
P 值	0.511	0.954		0.016			
估计量	-0.024		-0.499	1.647			
标准误	(0.042)		(0.668)	(0.754)	0.563	1.645	0.853
P 值	0.563		0.457	0.031			
	三变量回归						
	$\alpha$	$\beta^{LRE}$	$\beta^{BS}$	$\beta^{MF}$	调整的 $R^2$	D-W 值	$P(\chi^2)$
估计量	-0.024	-0.089	-0.600	1.843			
标准误	(0.040)	(0.217)	(0.691)	(0.873)	0.558	1.683	0.918
P 值	0.553	0.683	0.388	0.037			

注: ①  $P(\chi^2)$  是 Wald 系数检验的 P 值; ②单变量回归中关于系数的原假设依次为:  $\alpha = 0, \beta^{LRE} = 1; \alpha = 0, \beta^{BS} = 1; \alpha = 0, \beta^{MF} = 1$ ; ③双变量回归中的原假设依次为:  $\alpha = 0, \beta^{LRE} = 0, \beta^{BS} = 1; \alpha = 0, \beta^{LRE} = 0, \beta^{MF} = 1; \alpha = 0, \beta^{BS} = 0, \beta^{MF} = 1$ ; ④三变量回归中的原假设为:  $\beta^{LRE} = 0, \beta^{BS} = 0, \beta^{MF} = 1$ .

在第三个回归中, 检验假设  $H_0: \beta^{BS} = 0$ . 如果该假设成立, 则  $\sigma^{BS}$  的信息是多余的. 同样, 在任何传统显著性水平上都不能拒绝该假设. 也可以通过检验联合假设  $H_0: \beta^{BS} = 0, \beta^{MF} = 1$ . 如果该假设成立, 则  $\sigma^{MF}$  完全包含了所有  $\sigma^{BS}$  的信息. 可以看到, 同样不能拒绝原假设.

从双变量回归来看,  $\sigma^{MF}$  不仅包含了所有在  $\sigma^{LRE}$  中的信息, 还包含了  $\sigma^{BS}$  所包含的信息.

### 3. 三变量回归结果

从  $R^2$  来看, 三个波动率放在一起的回归相比于关于  $\sigma^{MF}$  的单变量回归、关于  $\sigma^{MF}$  和  $\sigma^{LRE}$  的双变量回归, 该值没有明显提高, 而相比于任何一个没有包含  $\sigma^{MF}$  的回归, 该值都有明显提高——这意味着  $\sigma^{MF}$  是最重要的波动率, 它可能包含了所有其他波动率所含的信息.

从  $t$  值来看, 加入  $\sigma^{MF}$  后,  $\sigma^{LRE}$ 、 $\sigma^{BS}$  的系数都变得不显著——无论是单变量回归、双变量回归还是多变量回归都是如此. 而联合检验  $H_0: \beta^{LRE} = 0, \beta^{BS} = 0, \beta^{MF} = 1$  亦不能被拒绝.

以上分析得出的结论是, 虽然 BS 波动率和无模型隐含波动率都可以是未来已实现波动率的有效预测,

但 BS 隐含波动率包含了历史波动率的信息, 无模型隐含波动率又包含了 BS 隐含波动率所包含的信息. 通过加总不同行权价的期权价格, 无模型隐含波动率成为这三个波动率中信息含量最高者.

值得注意的是, 本文还通过把积分区间扩大 (扩大到积分的数值小于 0.000001)、 $K$  值间隔缩小 (小于  $0.35\sigma F_0$ ) 的方法来计算无模型隐含波动率. 与预期的相反, 更大区间的积分和更密的插值得到的无模型隐含波动率在预测已实现波动率的时候, 其表现并不如 BS 隐含波动率, 但仍强于历史波动率. 因而, 在计算无模型隐含波动率时, 应尽可能使用已有的市场数据计算, 为追求“积分”精度而进行的人为推断越多, 会导致预测能力的降低.

#### 4.3 更长期限的表现

对于剩余期限为 2 个月的看涨期权, 其对应的交易量明显少于 1 个月的看涨期权, 行权价范围缩小, 只有少数  $K_{\max}$  距离  $F_0$  超过了  $2\sigma F_0$ , 而  $K_{\min}$  距离  $F_0$  则远未超过  $2\sigma F_0$ , 这意味着截断误差会变大. 但行权价间隔多数仍能满足要求, 即不连续的误差会比较小.

交易量的减少以及预测期限的加长, 可能会导致不同的结论. 本部分探讨这种变化带来的结果.

在数据选取方面, 为避免交叠问题, 只选取奇数月份到期的合约. 即: 对第  $i$  个月到期的合约, 选取第  $i-2$  个月倒数第一个交易日 (即行权日后的第一个交易日) 的数据, 如在 1 月份的最后一个交易日选取 3 月份到期的合约, 在 3 月份的最后一个交易日选 5 月份到期的合约, 这样的选法避免了数据在日期上的交叠, 但也导致样本数量减少一半. 并且由于交易量的明显减少, 在个别月份得到的期权合约份数甚至只有一个行权价, 舍去只有一个行权价以及违反边界条件的数据, 最后共得到了 51 个样本.

用相同的方法进行回归, 结果见表 6. 在所有的单变量回归中, 斜率系数  $\beta$  都为正且在任何传统显著性水平上都显著地异于 0. 即所有的波动率都包含了未来波动率的信息.

检验第二个假设  $H_0: \alpha = 0, \beta = 1$ . 同样使用 Wald 系数检验, 在表中的最后一列给出  $\chi^2$  统计量所对应的  $p$  值. 在前两个回归中, 这一假设都不成立, 即  $\sigma^{LRE}$ 、 $\sigma^{BS}$  都不是未来的无偏估计, 但在第三个回归中, 该假设在 1% 的显著性水平下是成立的, 在该显著性水平下不能拒绝  $\sigma^{MF}$  是未来已实现波动率的无偏估计. 从  $R^2$  来看,  $\sigma^{MF}$  回归中对应的  $R^2$  最大 (0.657),  $\sigma^{BS}$  回归中对应的  $R^2$  次之 (0.613), 而  $\sigma^{LRE}$  回归中对应的  $R^2$  最小 (0.464). 说明在三种波动率的测度中, 无模型隐含波动率对未来已实现波动率的解释最多, 无模型隐含波动率包含了最多的信息, 而历史波动率包含了最少的信息.

双变量回归中, 先看  $R^2$ . 在历史波动率中加入隐含波动率 ( $\sigma^{BS}$ 、 $\sigma^{MF}$ ) 后, 该值都有明显提高, 且加入  $\sigma^{MF}$  后  $R^2$  提高更多, 说明隐含波动率包含了历史波动率所不包含的信息, 而  $\sigma^{MF}$  包含了比  $\sigma^{BS}$  更多的信息. 此外, 还可看到, 与关于  $\sigma^{BS}$  的单变量回归相比, 在加入  $\sigma^{MF}$  后,  $R^2$  由 0.613 提高到 0.703; 而在关于  $\sigma^{MF}$  的单变量回归中加入  $\sigma^{BS}$  后,  $R^2$  由 0.657 提高到 0.703, 这意味着  $\sigma^{MF}$  和  $\sigma^{BS}$  都包含有对方所没有的信息.

从  $t$  统计值来看, 在第一、二个回归中, 假设  $\beta^{LRE} = 0$  不能被拒绝, 即分别加入  $\sigma^{BS}$ 、 $\sigma^{MF}$  后,  $\sigma^{LRE}$  变得不显著, 其信息显得多余. 但检验假设  $H_0: \beta^{LRE} = 0, \beta^{BS} = 1$  和  $H_0: \beta^{LRE} = 0, \beta^{MF} = 1$  的结果又在任何显著性水平下都拒绝了这两个假设, 意味着即便  $\sigma^{LRE}$  的信息多余,  $\sigma^{BS}$ 、 $\sigma^{MF}$  也不是未来的一个无偏的估计. 在第三个回归中, 假设  $H_0: \beta^{BS} = 0$  和联合假设  $H_0: \beta^{BS} = 0, \beta^{MF} = 1$  在任何传统的显著性水平上都被拒绝, 这意味着  $\sigma^{MF}$  没有完全包含所有  $\sigma^{BS}$  的信息.

双变量回归的结果倾向于得出  $\sigma^{BS}$ 、 $\sigma^{MF}$  包含了  $\sigma^{LRE}$  中的信息, 但  $\sigma^{BS}$  和  $\sigma^{MF}$  分别都不能够包含对方, 分别都含有对方所不含有的信息.

三变量回归在 1% 的水平下不能拒绝  $H_0: \beta^{LRE} = 0$  和  $H_0: \beta^{BS} = 0$  的假设, 但在 5% 的水平下可以拒绝  $\beta^{BS} = 0$  的假设, 且联合假设  $H_0: \beta^{LRE} = 0, \beta^{BS} = 0, \beta^{MF} = 1$  完全被拒绝.

从  $R^2$  来看, 三个波动率放在一起的回归相比于包含了  $\sigma^{BS}$ 、 $\sigma^{MF}$  的双变量回归, 该值都没有提高, 而相比于任何一个没有同时包含  $\sigma^{BS}$  和  $\sigma^{MF}$  的双变量回归, 该值都有明显提高——这意味着  $\sigma^{BS}$  和  $\sigma^{MF}$  是包含了所有  $\sigma^{LRE}$  信息的波动率.

结合单变量、双变量、三变量回归结果的分析, 可以得出的结论是  $\sigma^{BS}$ 、 $\sigma^{MF}$  分别都完全包含了  $\sigma^{LRE}$

的信息, 但  $\sigma^{BS}$  与  $\sigma^{MF}$  没有完全包含对方, 都分别含有对方所不含有的信息.

表 6 单变量、多变量回归结果 (2 个月波动率)

	单变量回归						
	$\alpha$	$\beta^{LRE}$	$\beta^{BS}$	$\beta^{MF}$	调整的 $R^2$	D-W 值	$P(\chi^2)$
估计量	0.060	0.712					
标准误	(0.018)	(0.078)			0.464	1.837	0.001
P 值	0.002	0.000					
估计量	0.035		0.783				
标准误	(0.014)		(0.070)		0.613	1.791	0.007
P 值	0.017		0.000				
估计量	0.028			0.840			
标准误	(0.012)			(0.063)	0.657	1.781	0.038
P 值	0.026			0.000			
	双变量回归						
	$\alpha$	$\beta^{LRE}$	$\beta^{BS}$	$\beta^{MF}$	调整的 $R^2$	D-W 值	$P(\chi^2)$
估计量	0.039	-0.196	0.947				
标准误	(0.014)	(0.318)	(0.336)		0.598	1.719	0.000
P 值	0.006	0.541	0.007				
估计量	0.032	-0.223		1.033			
标准误	(0.012)	(0.213)		(0.238)	0.647	1.688	0.001
P 值	0.012	0.299		0.000			
估计量	0.027		-2.268	3.182			
标准误	(0.011)		(0.711)	(0.732)	0.703	1.773	0.000
P 值	0.016		0.003	0.000			
	三变量回归						
	$\alpha$	$\beta^{LRE}$	$\beta^{BS}$	$\beta^{MF}$	调整的 $R^2$	D-W 值	$P(\chi^2)$
估计量	0.027	0.048	-2.345	3.213			
标准误	(0.013)	(0.275)	(1.145)	(0.968)	0.686	1.781	0.000
P 值	0.042	0.862	0.047	0.002			

注: ①  $P(\chi^2)$  是 Wald 系数检验的 P 值; ②单变量回归中的关于系数的原假设依次为:  $\alpha = 0, \beta^{LRE} = 1; \alpha = 0, \beta^{BS} = 1; \alpha = 0, \beta^{MF} = 1$ ; ③双变量回归中的原假设依次为:  $\beta^{LRE} = 0, \beta^{BS} = 1; \beta^{LRE} = 0, \beta^{MF} = 1; \beta^{BS} = 0, \beta^{MF} = 1$ ; ④三变量回归中的原假设为:  $\beta^{LRE} = 0, \beta^{BS} = 0, \beta^{MF} = 1$ .

## 5 结论

本文实证检验了隐含波动率的预测能力及其包含的信息内容. 代替之前依赖于 BS 模型的隐含波动率的研究, 本文使用了由 Britten-Jones 和 Neuberger<sup>[15]</sup> 提出的无模型隐含波动率法. 这一新的隐含波动率与之前的 BS 隐含波动率相比, 有几个优点: ①独立于任何期权定价模型, 而通常使用的 BS 隐含波动率是基于模型假定的; ②无模型隐含波动率从所有行权价的期权中提取信息, 而 BS 隐含波动率只从某个期权价格中提取信息. 通过加总不同期权的信息, 无模型隐含波动率在信息方面应当比 BS 隐含波动率更有效; ③对无模型隐含波动率的检验是对市场效率的直接检验, 而对 BS 模型的检验是一个关于市场效率、假设模型的联合检验. 因此用无模型隐含波动率不存在模型假定错误的问题.

用包含回归法对 1 个月及 2 个月的无模型隐含波动率的预测能力及其所含信息进行了考察。无论对是 1 个月波动率还是 2 个月波动率的研究, 都表明隐含波动率 (BS 隐含波动率、无模型隐含波动率) 包含了所有的历史信息, 是对未来波动率的更有效的预测, 亦即香港恒指期权市场是有效的。

对 1 个月波动率的研究得到了与 Jiang 和 Tian<sup>[26]</sup> 相同的结论, 支持“无模型隐含波动率包含了所有 BS 隐含波动率和历史波动率所含信息, 能更有效地预测未来已实现波动率”这一结论。

对于 2 个月的波动率, 只能得出“无模型隐含波动率、BS 隐含波动率分别都能够包含历史波动率所包含的信息, 而无模型隐含波动率和 BS 隐含波动率都不能够完全包含对方所含信息, 但无模型隐含波动率比 BS 隐含波动率的信息集要大”的结论。与 1 个月波动率的不同表现主要是由两个因素造成: 一是 2 个月期的期权交易量比 1 个月的少很多, 已有的交易价格只能反映较少的信息, 更多没有发生的交易对价格的判断未能体现出来; 二是 2 个月期权交易的行权价范围比 1 个月的要小很多, 由此带来截断误差增大。故最终得到的无模型隐含波动率不能包含所有 BS 隐含波动率的信息, 但仍是一个比 BS 隐含波动率包含更多信息的波动率。

通过对比 1 个月和 2 个月的结果可以发现, 交易量的增加, 期权行权价范围的扩大, 对无模型隐含波动率预测能力的提高有明显影响。或者通过比较 1 个月波动率在交易量较小的时期和较大的时期与已实现波动率的相关性的变化也可以看到这一点 (表 4)。

虽然 2 个月的无模型隐含波动率不能完全包含 BS 隐含波动率所含信息, 但就隐含波动率的表现来看, 2 个月的隐含波动率比 1 个月的隐含波动率在预测方面表现更好, 见表 7。

表 7  $\sigma^{RE}$  关于  $\sigma^{BS}$ 、 $\sigma^{MF}$  回归的  $R^2$

解释变量	调整的 $R^2$	
	1 个月	2 个月
$\sigma^{BS}$	0.513	0.613
$\sigma^{MF}$	0.561	0.657
$\sigma^{BS}, \sigma^{MF}$	0.563	0.703

当行权价范围、行权价间隔近似满足 Jiang 和 Tian<sup>[26]</sup> 所提到的条件时, 与 BS 隐含波动率相比, 无模型隐含波动率能更好地预测未来的已实现波动率。同时发现, 在计算无模型隐含波动率时, 应尽量减少对未交易期权价格的推断。人为推断的部分越多, 导致的无模型隐含波动率的表现就越差——尤其是在行权价范围、行权价间隔近似满足条件时, 更多的插值和更大区间的积分导致的结果是无模型隐含波动率的表现还不如 BS 隐含波动率, 但仍然能够包含所有历史波动率的信息。因而, 在实际运用中, 应尽可能使用市场上已有的数据, 减少推断的成分, 随着期权交易量的增加, 无模型隐含波动率的表现会更好。

与 Jiang 和 Tian<sup>[26]</sup> 的研究不同: 他们发现 BS 隐含波动率没有包含历史波动率信息, 而本文发现 BS 隐含波动率已经包含了历史波动率所包含信息, 这与 Christensen 和 Prabhala<sup>[8]</sup> 的结论相似。造成这种不同的一种可能是数据的特点所致: 在计算已实现波动率和历史波动率时, 本文使用了与 Christensen 和 Prabhala<sup>[8]</sup> 相同的计算方法——日收益率的标准差, 而 Jiang 和 Tian<sup>[26]</sup> 则是用高频数据计算已实现波动率, 其历史波动率的选取也与本文不同, 故而可能导致结论上的这种差异; 另一种可能是香港恒指期权市场与美国 S&P500 指数期权市场本身就存在这种差异, 这是否说明香港恒指期权市场比美国 S&P500 指数期权市场更有效率, 亦或是由其他因素造成? 对这一差异背后的原因进行分析, 则是进一步的研究方向。

香港权证市场交易非常活跃, 成交额在 2007 年就已排名世界第一。香港小股民炒权证的兴趣也极为浓厚, 与大陆的情形很相似——同为华人, 在投资习性方面会存在某种共性。权证市场与期权市场的主要参与者、交易机制以及发行方式等方面存在不同, 研究香港权证市场的表现, 分析香港权证市场与期权市场在效率上的区别, 探讨不同参与者、不同交易制度所带来的区别, 对于完善大陆权证市场会有很好的借鉴意义。

近几年无模型隐含波动率在国外开始作为隐含波动率的代表进行相关的研究。由于无模型隐含波动率不需要用到 BS 公式, 用其检验波动率是否存在风险溢价就是一个直接而稳健的方法 (Carr 和 Wu<sup>[33]</sup>), 关于

波动率风险溢价是否存在, 如果存在, 其特点如何, 则是近几年的一个研究方向。

无模型隐含波动率由于其能更有效地预测未来的波动率, 故在资产定价、风险管理以及投资组合中会发挥更好的作用, 但在实际运用中对其的应用也会受到市场条件的限制。由于其表现的优劣受交易量、行权价范围大小的影响, 而在市场中, 剩余期限较长的期权交易量都会比较少<sup>5</sup>, 这限制了无模型隐含波动率对较长期限的预测能力。但相比于金融中流行的 GARCH 类模型只适合预测 1 天或几天的波动率, 无模型隐含波动率的适用范围更广, 毕竟多数的资产持有期限不会仅在未来 1 天或几天。

为度量市场的波动性, 芝加哥期权交易所 (CBOE)1993 年开始用 BS 隐含波动率编制 S&P100 的波动率指数, 2003 年则开始用无模型的隐含波动率来编制 S&P500 的波动率指数, 以更准确地反映市场对未来波动率的预期。继美国之后, 德国、法国、瑞士等国也相继推出与股指或股市相关的波动率指数, 以增加投资者的避险工具。随着金融市场的不断发展, 金融产品的不断丰富以及对风险规避的要求, 编制波动率指数会成为必然趋势, 无模型隐含波动率则会在其中发挥重要作用。

## 参考文献

- [1] Black F, Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities[J]. *Journal of Political Economy*, 1973, 81(3): 637-654.
- [2] Canina L, Figlewski S. The informational content of implied volatility[J]. *Review of Financial Studies*, 1993, 6(3): 659-681.
- [3] Day T, Lewis C. Stock market volatility and the information content of stock index options[J]. *Journal of Econometrics*, 1992, 52(1-2): 267-287.
- [4] Lamoureux C G, Lastrapes W D. Forecasting stock-return variance: Toward an understanding of stochastic implied volatilities[J]. *Review of Financial Studies*, 1993, 6(2): 293-326.
- [5] Jorion P. Predicting volatility in the foreign exchange market[J]. *Journal of Finance*, 1995, 50(2): 507-528.
- [6] Vasilellis G A, Meade N. Forecasting volatility for portfolio selection[J]. *Journal of Business Finance & Accounting*, 1996, 23(1): 125-143.
- [7] Fleming J. The quality of market volatility forecasts implied by S&P 100 index option prices[J]. *Journal of Empirical Finance*, 1998, 5(4): 317-345.
- [8] Christensen B J, Prabhala N R. The relation between implied and realized volatility[J]. *Journal of Financial Economics*, 1998, 50(2): 125-150.
- [9] Christensen B J, Hansen C S, Prabhala N R. The telescoping overlap problem in options data[Z]. Working Paper, School of Economics and Management, University of Aarhus, Denmark, 2001.
- [10] Blair B J, Poon S H, Taylor S J. Forecasting S&P 100 volatility: The incremental information content of implied volatilities and high-frequency index returns[J]. *Journal of Econometrics*, 2001, 105(1): 5-26.
- [11] Ederington L H, Guan W. Is implied volatility an informationally efficient and effective predictor of future volatility[J]. *Journal of Risk*, 2002, 4(3): 29-46.
- [12] Ederington L, Guan W. The information from option prices[J]. *Journal of Banking and Finance*, 2005, 29(6): 1429-1457.
- [13] Martens M, Zein J. Predicting financial volatility: High-frequency time-series forecasts vis-à-vis implied volatility[J]. *Journal of Futures Markets*, 2004, 24(11): 1005-1028.
- [14] Pong S, Shackleton M B, Taylor S J, et al. Forecasting currency volatility: A comparison of implied volatilities and AR(FI)MA models[J]. *Journal of Banking and Finance*, 2004, 28(10): 2541-2563.
- [15] Britten-Jones M, Neuberger A. Option prices, implied price processes, and stochastic volatility[J]. *Journal of Finance*, 2000, 55(2): 839-866.
- [16] Breeden D T, Litzenberger R H. Prices of state-contingent claims implicit in option prices[J]. *Journal of Business*, 1978, 51(4): 621-651.
- [17] Derman E, Kani I. Riding on a smile[J]. *Risk*, 1994, 7(2): 32-39.
- [18] Rubinstein M. Implied binomial trees[J]. *Journal of Finance*, 1994, 49: 771-771.
- [19] Rubinstein M. Edgeworth binomial trees[J]. *Journal of Derivatives*, 1998, 5: 20-27.
- [20] Dupire B. Pricing with a smile[J]. *Risk*, 1994, 7(1): 18-20.

5. 在香港恒指期权市场中, 剩余期限超过 3 个月的期权交易量极少。

- 
- [21] Neuberger A. The log contract[J]. *Journal of Portfolio Management*, 1994, 20(2): 74–80.
- [22] Derman E, Kani I, Chriss N. Implied trinomial trees of the volatility smile[J]. *Journal of Derivatives*, 1996(Summer).
- [23] Carr P, Madan D. Towards a theory of volatility trading[C]//Jarrow R A. *Volatility: New Estimation Techniques for Pricing Derivatives*. London: Risk Publications, 1998.
- [24] Demeterfi K, Derman E, Kamal M, et al. More than you ever wanted to know about volatility swaps[Z]. Goldman Sachs Quantitative Strategies Research Notes, 1999.
- [25] Demeterfi K, Derman E, Kamal M, et al. A guide to volatility and variance swaps[J]. *Journal of derivatives*, 1999, 6(4): 9–32.
- [26] Jiang G J, Tian Y S. The model-free implied volatility and its information content[J]. *Review of Financial Studies*, 2005, 18(4): 1305–1342.
- [27] Bates D S. The crash of '87: was it expected? The evidence from options markets[J]. *Journal of Finance*, 1991, 46: 1009–1044.
- [28] Shimko D. Bounds of probability[J]. *Risk*, 1993, 6(4): 33–37.
- [29] Aït-Sahalia Y, Andrew W L. Nonparametric estimation of state-price densities implicit in financial asset prices[J]. *Journal of Finance*, 1998, 53(2): 499–547.
- [30] Campa J M, Chang P H K, Reider R L. Implied exchange rate distributions: Evidence from OTC option markets[J]. *Journal of International Money and Finance*, 1998, 17(1): 117–160.
- [31] Fair R C, Shiller R J. Comparing information in forecasts from econometric models[J]. *American Economic Review*, 1990, 80(3): 375–389.
- [32] Newey W K, West K D. A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix[J]. *Econometrica*, 1987, 55(3): 703–708.
- [33] Carr P, Wu L. Variance risk premiums[J]. *Review of Financial Studies*, 2009, 22(3): 1311–1341.