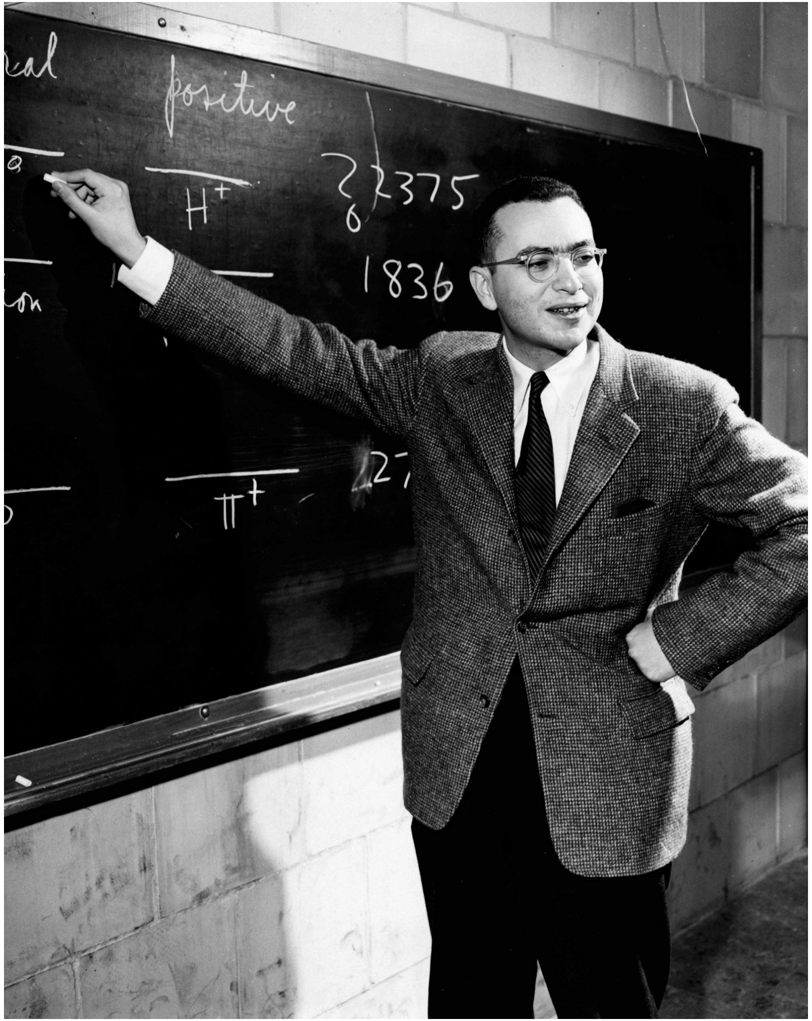
Sesión 7: Qudits, matrices de Gell-Man

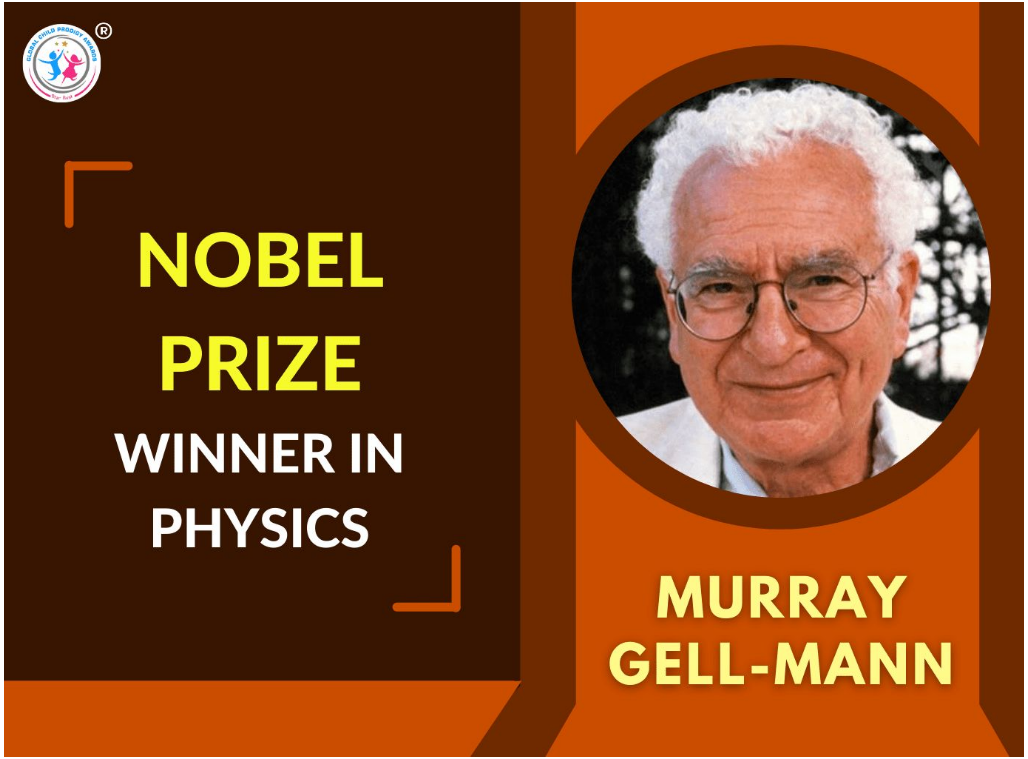
Course II Quantum Computing: From qubits to qudits

Prof. Alcides Montoya Cañola, Ph.D
Departamento de Física
Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín

Quantum computing

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA





Murray Gell-Mann (1929–2019) **Theoretical physicist who won a Nobel for codifying fundamental particles.**

https://www.nytimes.com/2019/05/24/obituaries/murray-gell-mann-died-.html

1. Clasificación de las partículas subatómicas: El "Camino Óctuple"

En 1961, Gell-Mann desarrolló un esquema para organizar las partículas subatómicas llamadas **hadrones** (partículas que interactúan fuertemente, como protones y neutrones). Este esquema se conoce como el **"Camino Óctuple"** (en inglés, "Eightfold Way"), un nombre inspirado en la filosofía budista.

El Camino Óctuple es una clasificación basada en el grupo de simetría $SU(3)$, que agrupa hadrones en **multipletes** de acuerdo con sus propiedades como carga eléctrica, espín, y otras características. Este esquema predijo la existencia de partículas subatómicas aún no descubiertas en ese momento, una de las cuales fue el **omega menos (Ω^-)**, que fue descubierto en 1964, confirmando su teoría.

2. La teoría de los quarks

En 1964, Gell-Mann propuso la **teoría de los quarks**, una de las contribuciones más fundamentales en la física de partículas. Gell-Mann sugirió que los protones, neutrones y otras partículas similares no son indivisibles, sino que están compuestos por partículas más pequeñas llamadas **quarks**.

En su modelo original, propuso tres tipos de quarks:

- **Up** (u)
- **Down** (d)
- **Strange** (s)

Los quarks poseen fracciones de carga eléctrica y se combinan para formar los hadrones. Por ejemplo:

- Un **protón** está compuesto por dos quarks **up** y un quark **down** (uud).
- Un **neutrón** está compuesto por dos quarks **down** y un quark **up** (udd).

Este modelo fue revolucionario, ya que cambió la forma en que se entendía la estructura interna de la materia. Con el tiempo, otros quarks fueron descubiertos (charm, bottom y top), y su teoría se amplió para abarcar seis tipos de quarks en total.

3. Teoría de la cromodinámica cuántica (QCD)

El trabajo de Gell-Mann también sentó las bases para el desarrollo de la **cromodinámica cuántica (QCD)**, la teoría que describe la interacción fuerte entre los quarks mediante el intercambio de partículas llamadas **gluones**. QCD se basa en el grupo de simetría $SU(3)$ y establece que los quarks interactúan a través de cargas de **color** (no relacionadas con el color visual, sino una propiedad cuántica).

Esta teoría es una parte fundamental del **Modelo Estándar de la física de partículas**, que describe tres de las cuatro interacciones fundamentales: la interacción fuerte, la débil y el electromagnetismo.

4. Números cuánticos de partículas subatómicas

Gell-Mann también fue pionero en la introducción de diversos números cuánticos que caracterizan a las partículas subatómicas. Entre estos está el **número extraño** o **extrañeza**, un concepto que introdujo para describir el comportamiento de ciertas partículas en las interacciones fuertes.

El número de extrañeza ayudó a entender por qué ciertas partículas (como los kaones y los hiperonas) se producían fácilmente en colisiones de alta energía pero tenían tiempos de vida largos antes de decaer. Esta idea fue un paso crucial en el desarrollo de la teoría de quarks.

5. Premio Nobel de Física (1969)

Murray Gell-Mann recibió el **Premio Nobel de Física en 1969** por sus contribuciones a la teoría de las partículas elementales, en particular por su trabajo en la clasificación de partículas mediante el Camino Óctuple y por su propuesta de los quarks. El reconocimiento fue por su capacidad para organizar y dar sentido a la "zoología" de las partículas subatómicas que habían sido descubiertas a lo largo de los años.

6. Trabajo en el Grupo $SU(3)$ y las matrices de Gell-Mann

En su trabajo con el grupo de simetría $SU(3)$, Gell-Mann desarrolló las **matrices de Gell-Mann**, que generalizan las matrices de Pauli usadas para qubits y son fundamentales para describir sistemas de tres niveles en el contexto de la física cuántica y la física de partículas. Estas matrices son los generadores del grupo $SU(3)$ y juegan un papel crucial en la teoría de las interacciones fuertes, al describir las transformaciones entre diferentes quarks.

7. Teoría de renormalización y campos efectivos

Gell-Mann también hizo contribuciones significativas al desarrollo de técnicas en la **teoría cuántica de campos**. Junto con **Francis Low**, introdujo la idea de la **teoría de grupos de renormalización**, que describe cómo las interacciones entre partículas cambian a diferentes escalas de energía. Esta idea es esencial para la comprensión de las interacciones fundamentales en física y ha sido clave en el desarrollo de teorías modernas como la QCD.

8. Contribuciones a la teoría de la complejidad

Fuera del campo de la física de partículas, Gell-Mann también hizo importantes contribuciones al estudio de la **teoría de la complejidad**. En 1984, cofundó el **Instituto de Santa Fe**, que se dedica al estudio interdisciplinario de sistemas complejos, abordando temas desde biología y ecología hasta economía y sociología. Gell-Mann fue pionero en intentar aplicar principios de la física a estos sistemas complejos.

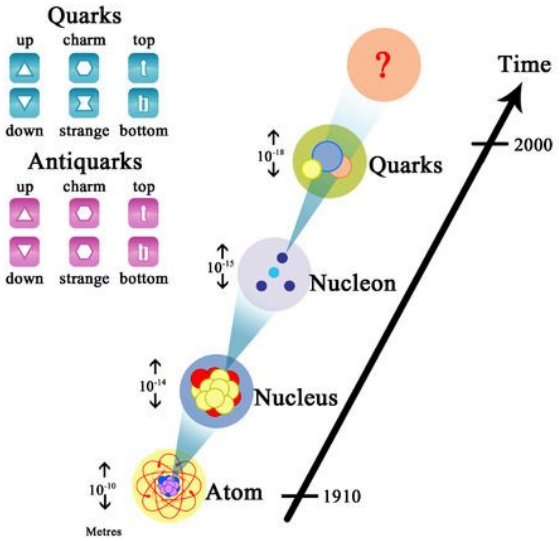
Resumen de los Aportes Principales de Gell-Mann:

1. **Camino Óctuple**: Clasificación de partículas subatómicas usando el grupo $SU(3)$.
2. **Teoría de los quarks**: Propuesta de los quarks como constituyentes fundamentales de protones, neutrones y otros hadrones.
3. **Cromodinámica cuántica (QCD)**: Desarrollo de la teoría de la interacción fuerte entre quarks.
4. **Números cuánticos**: Introducción de conceptos como el número de extrañeza para describir las propiedades de partículas.
5. **Premio Nobel de Física 1969**: Por su trabajo en la teoría de partículas elementales.
6. **Matrices de Gell-Mann**: Generadores del grupo $SU(3)$, esenciales en física de partículas y teoría cuántica.

7. **Teoría de renormalización**: Descripción de cómo las interacciones varían a diferentes escalas de energía.
8. **Teoría de la complejidad**: Aplicación de principios de la física a sistemas complejos interdisciplinares.

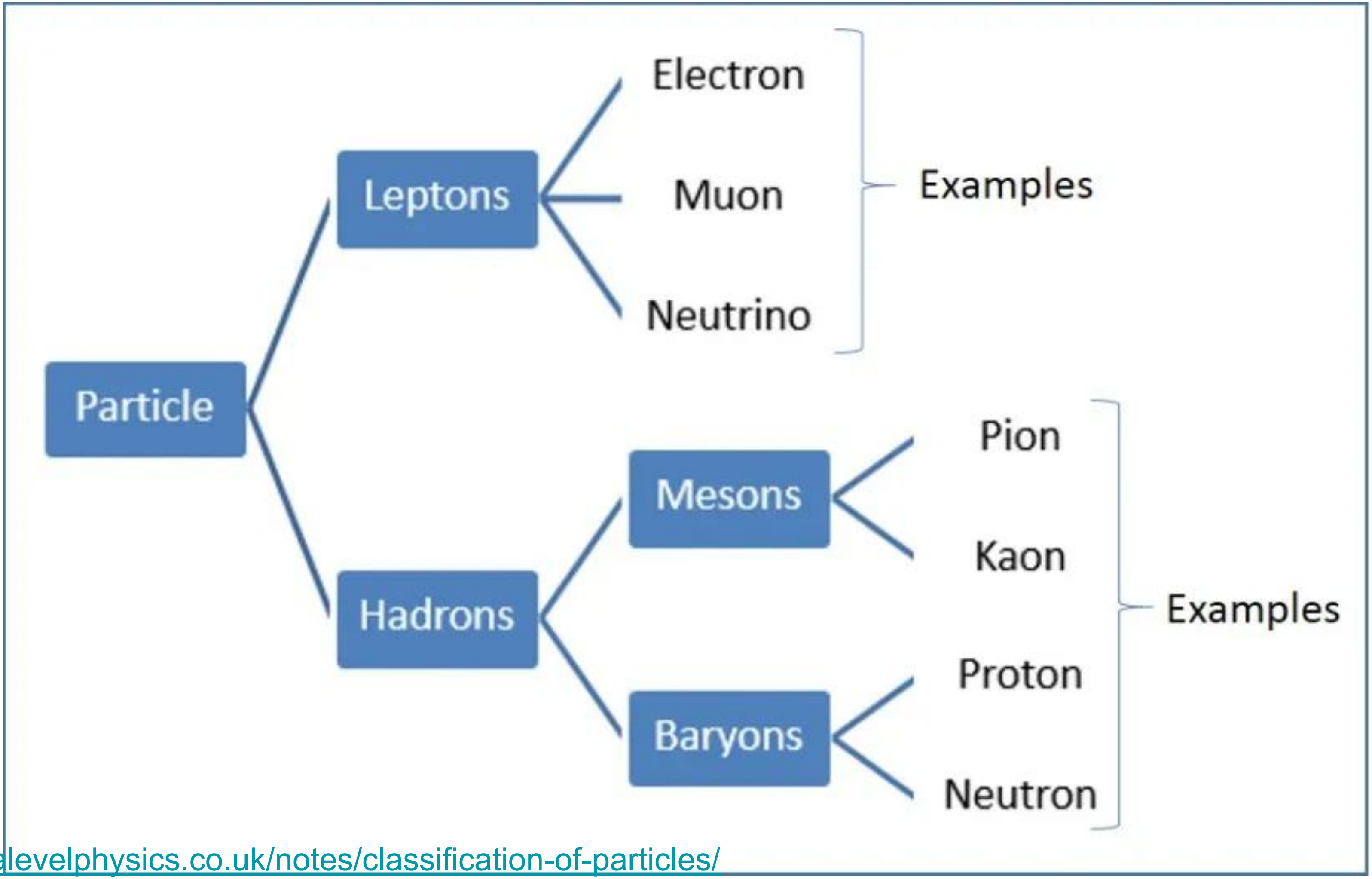
Gell-Mann es considerado una de las figuras más importantes en la física del siglo XX, habiendo transformado nuestro entendimiento del mundo subatómico y más allá.

https://cerncourier.com/a/memories-from-caltech/



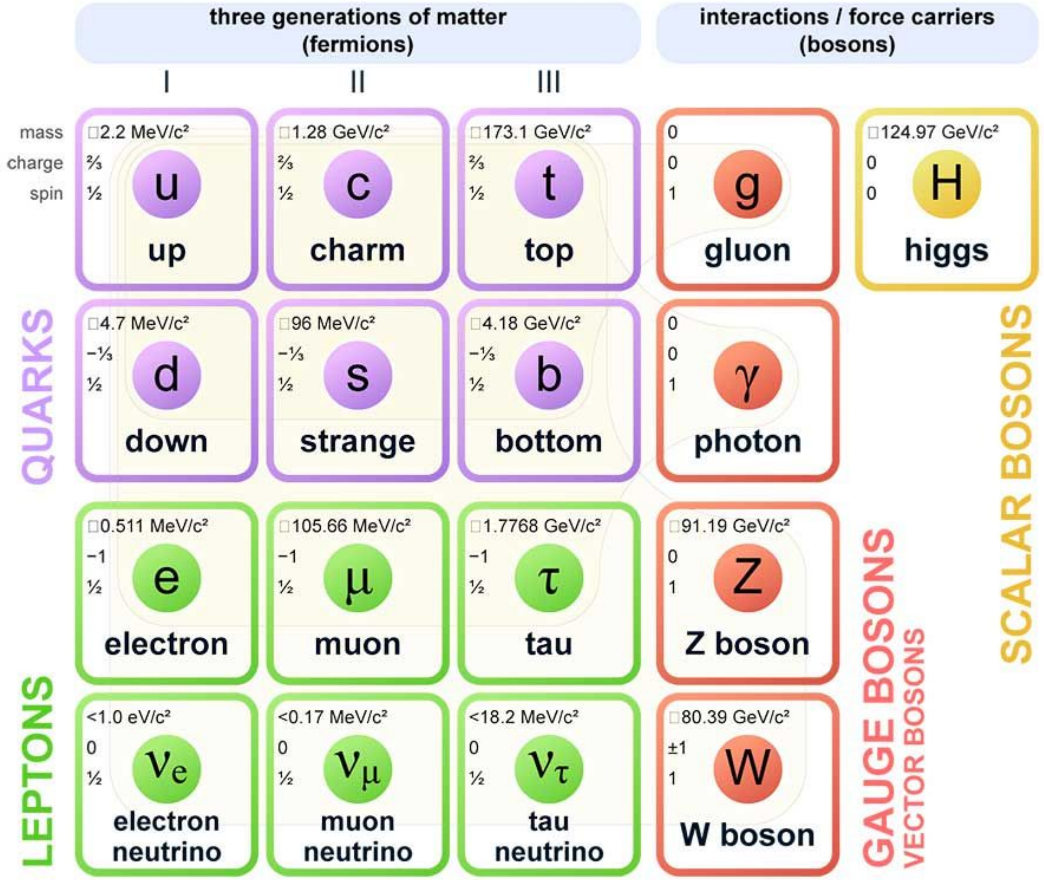
En física de partículas, los quarks son los fermiones elementales masivos que interactúan fuertemente formando la materia nuclear y ciertos tipos de partículas llamadas hadrones. Junto con los leptones, son los constituyentes fundamentales de la materia bariónica.

Originalmente, las matrices de Gell-Mann fueron introducidas por **Murray Gell-Mann** para describir el grupo de simetría $SU(3)$ en física de partículas, específicamente para describir los quarks y los mesones. En el contexto de la física cuántica de sistemas de múltiples niveles (qudits), estas matrices proporcionan una forma conveniente de representar las operaciones y los estados.

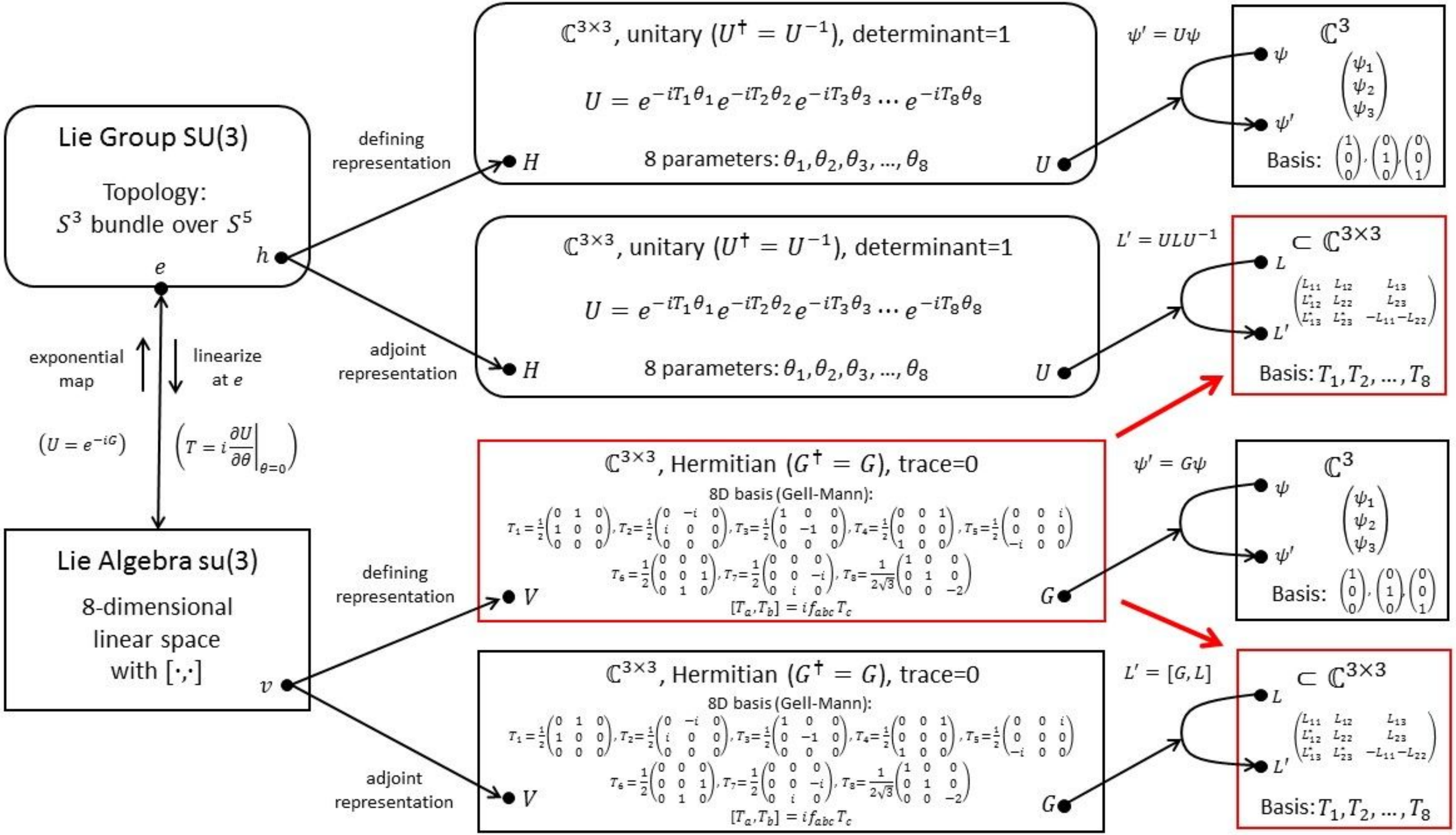


https://alevelphysics.co.uk/notes/classification-of-particles/

Standard Model of Elementary Particles



https://mqncollaboration.com/normal-matter-and-quarks



https://physicstravelguide.com/advanced_tools/group_theory/su3

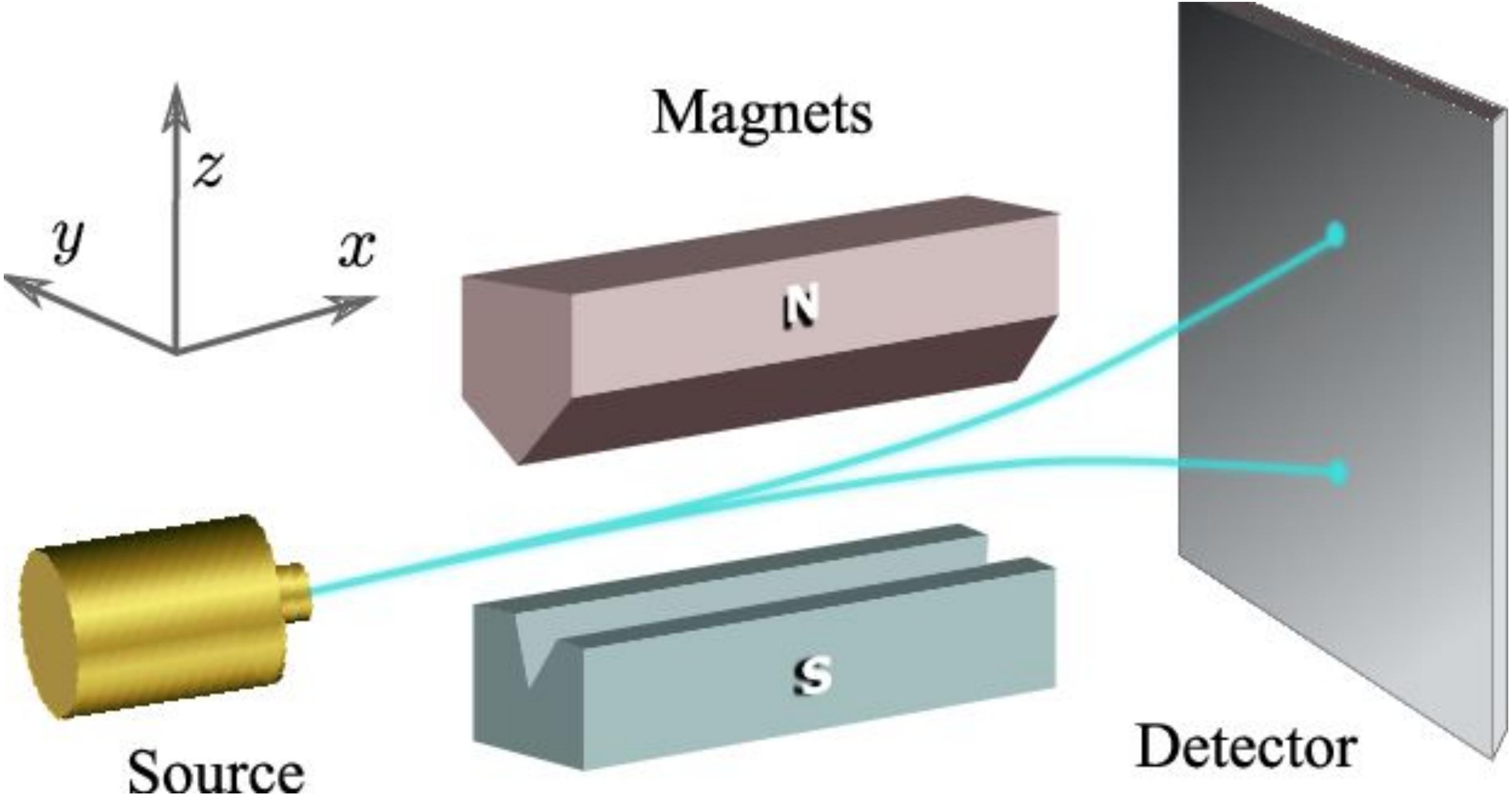
Observables de Gell-Mann

Los observables de Gell-Mann son un conjunto de 8 matrices que, al igual que las matrices de Pauli para qubits, se utilizan para describir las operaciones cuánticas en sistemas de tres niveles (qutrits). Estas matrices son análogas a las matrices de Pauli X, Y, y Z, pero extendidas para un espacio tridimensional.

Las matrices de Gell-Mann se denotan como λ^1 a λ^8, y se agrupan de manera similar a las matrices de Pauli en cuanto a cómo actúan sobre los estados base de los qutrits.

Comparación con las Matrices de Pauli

- **Matrices de Pauli**:
  - Para un qubit, las matrices de Pauli son:
    - $X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
    - $Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$
    - $Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$



Schematic representation of a typical Stern-Gerlach setup: atoms travel through an inhomogeneous magnetic field and are deflected up or down depending on the value of the z component of their spin.

1. Matriz X de Pauli

La matriz X de Pauli es:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Para encontrar sus autovalores, necesitamos resolver la **ecuación característica**:

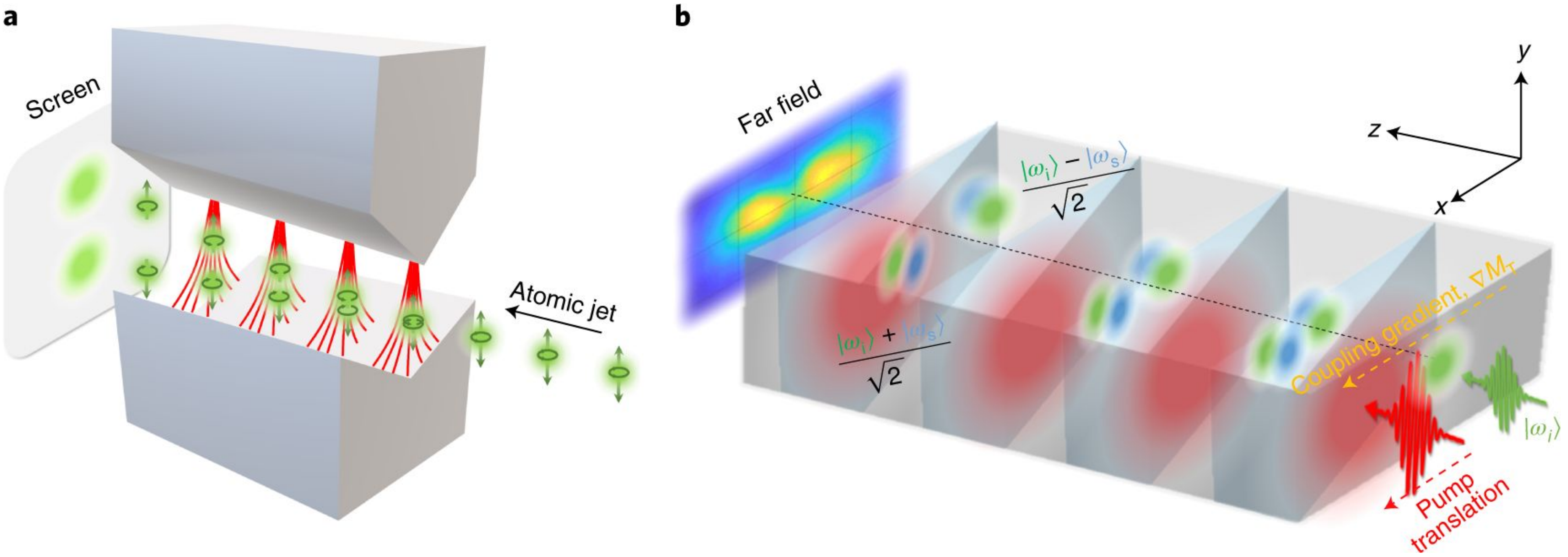
$$\det(X - \lambda I) = 0$$

donde I es la matriz identidad y λ es el autovalor que queremos determinar. Esto da:

$$\det \begin{pmatrix} 0 - \lambda & 1 \\ 1 & 0 - \lambda \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} -\lambda & 1 \\ 1 & -\lambda \end{pmatrix} = \lambda^2 - 1 = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática $\lambda^2 - 1 = 0$, obtenemos los autovalores de X:

$$\lambda = \pm 1$$



Credit: https://www.nature.com/articles/s41566-022-01035-6

2. Matriz Y de Pauli

La matriz Y de Pauli es:

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

Para encontrar sus autovalores, resolvemos nuevamente la ecuación característica:

$$\det(Y - \lambda I) = 0$$

Esto da:

$$\det \begin{pmatrix} 0 - \lambda & -i \\ i & 0 - \lambda \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} -\lambda & -i \\ i & -\lambda \end{pmatrix} = \lambda^2 - 1 = 0$$

Resolviendo $\lambda^2 - 1 = 0$, obtenemos los autovalores de Y:

$$\lambda = \pm 1$$

3. Matriz Z de Pauli

La matriz Z de Pauli es:

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Para encontrar sus autovalores, resolvemos:

$$\det(Z - \lambda I) = 0$$

Esto da:

$$\det \begin{pmatrix} 1 - \lambda & 0 \\ 0 & -1 - \lambda \end{pmatrix} = (1 - \lambda)(-1 - \lambda) = \lambda^2 - 1 = 0$$

Resolviendo $\lambda^2 - 1 = 0$, obtenemos los autovalores de Z:

$$\lambda = \pm 1$$

3. Aplicación de la matriz X al estado $|0\rangle$

Cuando aplicamos la matriz X al estado $|0\rangle$, tenemos:

$$X|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |1\rangle$$

Esto significa que la matriz X transforma el estado $|0\rangle$ en el estado $|1\rangle$.

4. Aplicación de la matriz X al estado $|1\rangle$

Cuando aplicamos la matriz X al estado $|1\rangle$, tenemos:

$$X|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |0\rangle$$

La matriz X actúa como una **puerta NOT cuántica**, invirtiendo los estados base del qubit:

- $X|0\rangle = |1\rangle$
- $X|1\rangle = |0\rangle$

Este operador es esencial en la computación cuántica para cambiar el estado de un qubit entre $|0\rangle$ y $|1\rangle$.

3. Aplicación de la matriz Y al estado $|0\rangle$

Cuando aplicamos la matriz Y al estado $|0\rangle$, tenemos:

$$Y|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix} = i|1\rangle$$

Esto significa que la matriz Y transforma el estado $|0\rangle$ en el estado $|1\rangle$, pero introduciendo un factor de fase de i.

4. Aplicación de la matriz Y al estado $|1\rangle$

Cuando aplicamos la matriz Y al estado $|1\rangle$, tenemos:

$$Y|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i \\ 0 \end{pmatrix} = -i|0\rangle$$

La matriz Y de Pauli intercambia los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$, pero a diferencia de la matriz X, introduce un factor de fase compleja (i o $-i$):

- $Y|0\rangle = i|1\rangle$
- $Y|1\rangle = -i|0\rangle$

Este operador es útil en computación cuántica cuando se requieren transformaciones que no solo intercambien los estados base, sino que también apliquen una fase compleja, lo cual es crucial en muchas operaciones cuánticas avanzadas.

3. Aplicación de la matriz Z al estado $|0\rangle$

Cuando aplicamos la matriz Z al estado $|0\rangle$, tenemos:

$$Z|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |0\rangle$$

Esto significa que la matriz Z **no altera** el estado $|0\rangle$.

4. Aplicación de la matriz Z al estado $|1\rangle$

Cuando aplicamos la matriz Z al estado $|1\rangle$, tenemos:

$$Z|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = -|1\rangle$$

La matriz Z de Pauli actúa sobre los estados base del qubit de la siguiente manera:

- $Z|0\rangle = |0\rangle$
- $Z|1\rangle = -|1\rangle$

En otras palabras, **la matriz Z deja el estado $|0\rangle$ sin cambios, pero invierte el signo del estado $|1\rangle$**. Esta operación es clave en muchos algoritmos cuánticos, ya que introduce una diferencia de fase entre los dos estados base, lo que es útil para manipular superposiciones cuánticas.

1. Matrices de Gell-Mann para Qutrits ($d = 3$)

Para sistemas de tres niveles, llamados **qutrits**, las matrices de Gell-Mann generalizan las matrices de Pauli (que son tres matrices 2×2 usadas para qubits). En este caso, tenemos **ocho matrices** 3×3, ya que para describir completamente el espacio de estados de un qutrit (un sistema de tres niveles), se requieren $3^2 - 1 = 8$ generadores del grupo de simetría $SU(3)$.

Las matrices de Gell-Mann se pueden dividir en tres tipos:

- Matrices que representan transiciones entre diferentes niveles.
- Matrices que capturan diferencias entre las poblaciones de los diferentes niveles.

Aquí están las **ocho matrices de Gell-Mann** para un qutrit (3×3):

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Estas matrices cumplen las siguientes propiedades importantes:

Estas matrices cumplen las siguientes propiedades importantes:

- **Hermiticidad**: Todas las matrices de Gell-Mann son hermitianas ($\lambda_i = \lambda_i^\dagger$), lo que las convierte en buenos candidatos para representar observables cuánticos.
- **Traza cero**: Las matrices de Gell-Mann tienen traza cero, lo que es característico de los generadores del grupo de simetría $SU(3)$.
- **Ortogonalidad**: Son ortogonales bajo el producto de traza, es decir, $\mathrm{Tr}(\lambda_i \lambda_j) = 2\delta_{ij}$, donde δ_{ij} es el delta de Kronecker.

Estas matrices forman una base de Lie algebra para el grupo $SU(3)$, el grupo de matrices unitarias 3×3 con determinante igual a 1, que es relevante en la descripción de los qutrits.

2. Matrices de Gell-Mann para Qudits ($d > 3$)

Para sistemas cuánticos de mayor dimensionalidad, es posible generalizar las matrices de Gell-Mann al grupo $SU(d)$, que describe qudits de d niveles. El número de generadores requeridos es $d^2 - 1$, que corresponde al número de matrices necesarias para representar completamente el espacio de estados de un qudit.

Para un qudit de dimensión d, las matrices de Gell-Mann se construyen siguiendo una generalización similar a la utilizada para $SU(3)$. De forma general, las matrices se pueden categorizar en:

1. **Matrices de tipo X**: Transiciones entre dos niveles diferentes.
2. **Matrices de tipo Y**: Rotaciones entre dos niveles diferentes.
3. **Matrices de tipo Z**: Diferencias de población entre diferentes niveles.

La construcción de estas matrices para $SU(d)$ sigue los mismos principios:

- Habrá $d(d-1)/2$ matrices que describen las transiciones entre pares de niveles.
- Habrá $d(d-1)/2$ matrices que describen las rotaciones entre pares de niveles.
- Habrá $d-1$ matrices que describen las diferencias de población, que son las análogas a λ_3 y λ_8 en el caso de $SU(3)$.

3. Importancia de las Matrices de Gell-Mann para Qudits

Las matrices de Gell-Mann juegan un papel fundamental en la descripción de qudits porque permiten representar las operaciones y observables en un sistema cuántico de d niveles. Esto es especialmente importante para:

- **Estados cuánticos mixtos**: Las matrices de Gell-Mann permiten describir el operador de densidad de un qudit.
- **Operaciones cuánticas**: Como las matrices de Gell-Mann son generadores del grupo $SU(d)$, cualquier operación cuántica que pertenezca a este grupo puede escribirse como una combinación lineal de estas matrices.
- **Entrelazamiento en sistemas de qudits**: Estas matrices permiten estudiar y caracterizar el entrelazamiento cuántico en sistemas de qudits, generalizando los métodos que se utilizan para qubits.

4. Representación en Mecánica Cuántica

En mecánica cuántica, cualquier observable o estado en un sistema de qudits puede expresarse como una combinación de las matrices de Gell-Mann. Para un sistema cuántico de d niveles, el operador de densidad ρ puede expresarse como:

$$\rho = \frac{1}{d} I + \sum_{i=1}^{d^2-1} c_i \lambda_i$$

donde:

- I es la matriz identidad de dimensión d.
- c_i son coeficientes reales que dependen del estado del sistema.
- λ_i son las matrices de Gell-Mann.

2. Forma General de la Matriz de Densidad

La matriz de densidad se puede descomponer en términos de la **matriz identidad** y los generadores λ_i del grupo $SU(d)$. La matriz identidad I tiene traza diferente de 0, mientras que los generadores λ_i tienen traza 0.

La descomposición de ρ en términos de I y λ_i es una combinación de la matriz identidad y una suma ponderada de los generadores de $SU(d)$:

$$\rho = \frac{1}{d}I + \sum_{i=1}^{d^2-1} c_i \lambda_i$$

Donde:

- $\frac{1}{d}I$ es el término que garantiza que la traza de ρ sea 1.
- $\sum_{i=1}^{d^2-1} c_i \lambda_i$ es la contribución de los generadores del grupo $SU(d)$, donde los coeficientes c_i son parámetros que dependen del estado específico del sistema.

3. Condiciones de la Matriz de Densidad

La matriz de densidad ρ debe cumplir dos propiedades clave:

1. **Hermiticidad**: $\rho = \rho^\dagger$. Esto se garantiza automáticamente, ya que tanto I como λ_i son matrices hermíticas.
2. **Traza unitaria**: $\mathrm{Tr}(\rho) = 1$. Esto se cumple debido al término $\frac{1}{d}I$, ya que $\mathrm{Tr}(I) = d$, lo que implica que la traza de la parte proporcional a la matriz identidad es $\frac{d}{d} = 1$. Dado que las matrices λ_i tienen traza 0, no contribuyen a la traza total.

4. Interpretación Física de los Coeficientes c_i

Los coeficientes c_i en la expansión de la matriz de densidad son reales y representan las **componentes del estado cuántico** en la base de los generadores de $SU(d)$. Estos coeficientes codifican la información sobre el estado cuántico del sistema, es decir, cuánta "mezcla" o "superposición" hay entre los diferentes niveles del sistema cuántico.

En el caso más simple de $d = 2$ (un qubit), la expansión se hace en términos de las matrices de Pauli, y los coeficientes c_i son los componentes del **vector de Bloch** que describen completamente el estado del qubit.

Resumen del Proceso

1. **Descomposición en una base de operadores hermíticos**: Se puede escribir cualquier operador hermítico como una combinación de la matriz identidad I y los generadores λ_i del grupo $SU(d)$.
2. **La matriz identidad asegura que la traza sea 1**, mientras que los generadores de $SU(d)$ tienen traza 0, lo que permite que la matriz de densidad tenga traza unitaria.
3. **Los coeficientes** c_i son parámetros que codifican la información sobre el estado cuántico y son reales.

Resumen

Las **matrices de Gell-Mann** son una generalización de las matrices de Pauli que se utilizan para describir sistemas cuánticos de d niveles, llamados **qudits**. Estas matrices son importantes porque forman una base para describir las operaciones y observables en el espacio de Hilbert de qudits y son los generadores del grupo de simetría $SU(d)$. Para un sistema de tres niveles (**qutrit**), hay ocho matrices de Gell-Mann, mientras que para un sistema de d niveles, se requieren $d^2 - 1$ matrices.

Aplicación en un Estado Superpuesto

Supongamos ahora que tenemos un estado superpuesto:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$$

Aplicamos λ^1 a este estado:

$$\lambda^1|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\1 & 0 & 0\\0 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$$

El resultado es el mismo estado $|\psi\rangle$. Esto muestra que, para este estado específico, la aplicación de λ^1 no cambia el estado (similar a como la matriz X de Pauli no cambia un estado superpuesto de $|0\rangle$ y $|1\rangle$).

Ejemplo: Usando la Matriz λ^1

Tomemos la matriz λ^1 como ejemplo:

$$\lambda^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Esta matriz actúa como una versión extendida de la matriz X de Pauli, pero en un sistema de tres niveles.

Aplicación en un Estado Base

Supongamos que tenemos un estado qutrit $|\psi\rangle = |1\rangle$, que en notación de vectores sería:

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Aplicamos λ^1 a este estado:

$$\lambda^1|\psi\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

El resultado es el estado $|0\rangle$. Esto muestra que λ^1 intercambia los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$, similar a como la matriz Pauli-X intercambia los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$ en un qubit.


THANKS