

Course II

Quantum

Computing: From qubits to qudits

Prof. Alcides Montoya Cañola, Ph.D
Departamento de Física
Universidad Nacional de Colombia Sede
Medellín

Sesión 10: Qudits con iones atrapados
Parte I

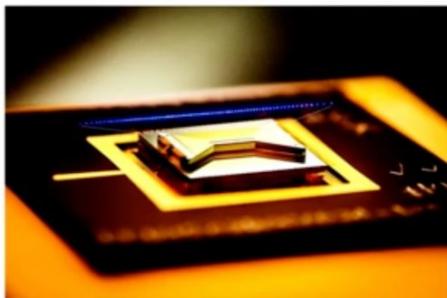


Qudits con iones atrapados - Parte I

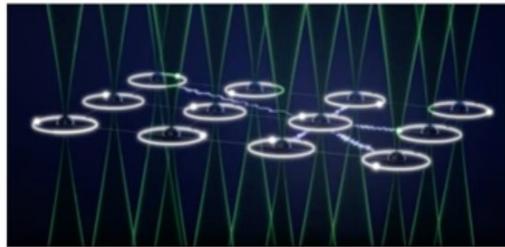


Prof. Alcides en RWTH Aachen University - 2024

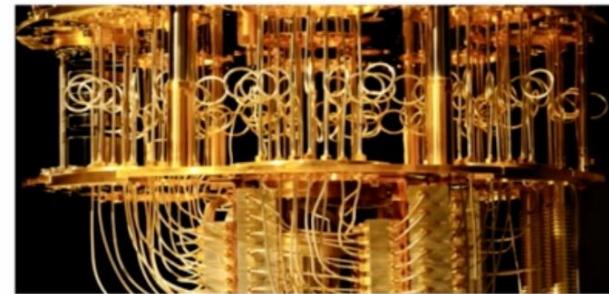
Quantum computing with quDits



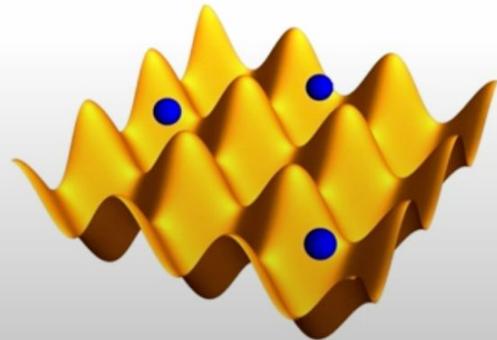
Trapped ions



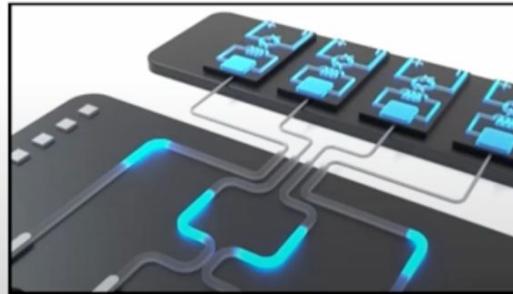
Rydberg arrays



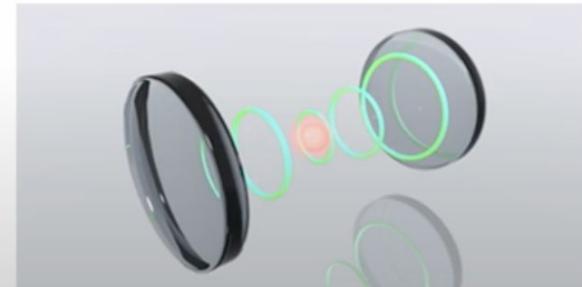
Superconducting circuits



Cold atoms

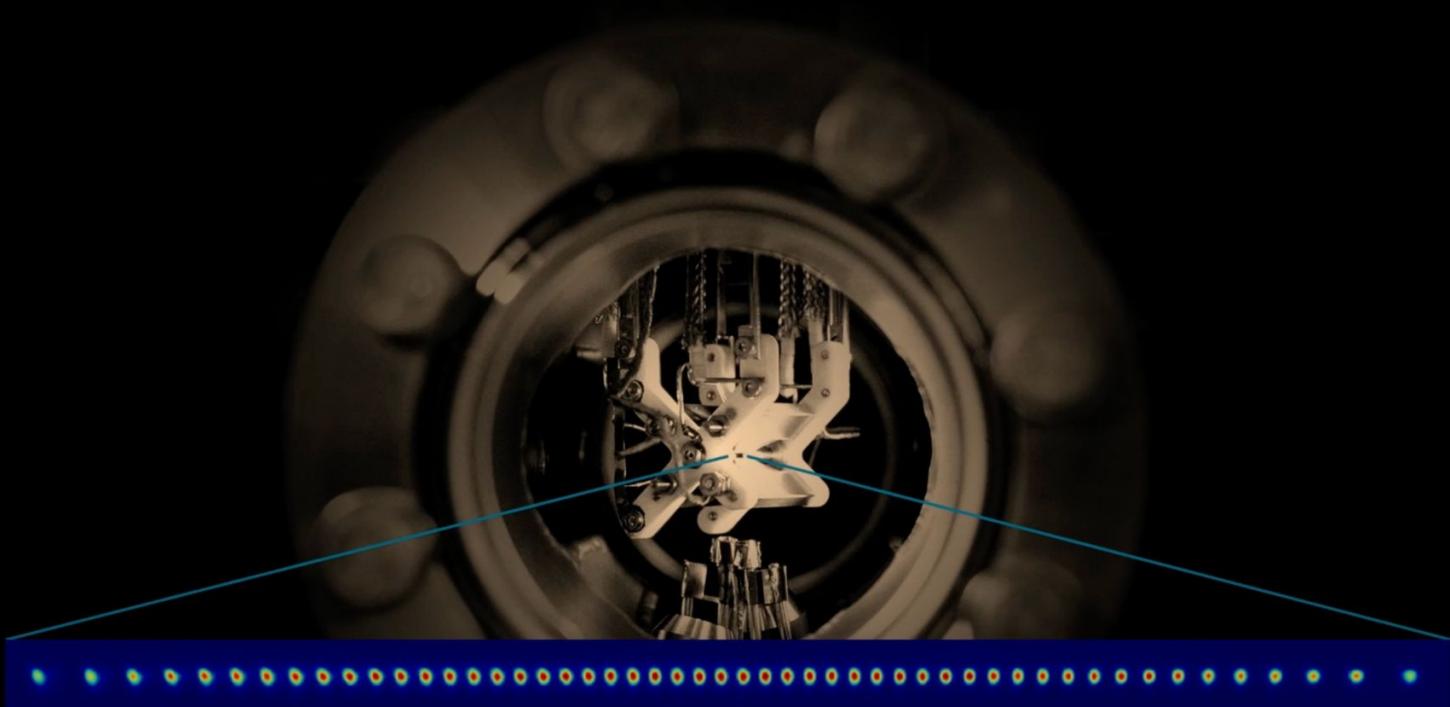


Photonic chips



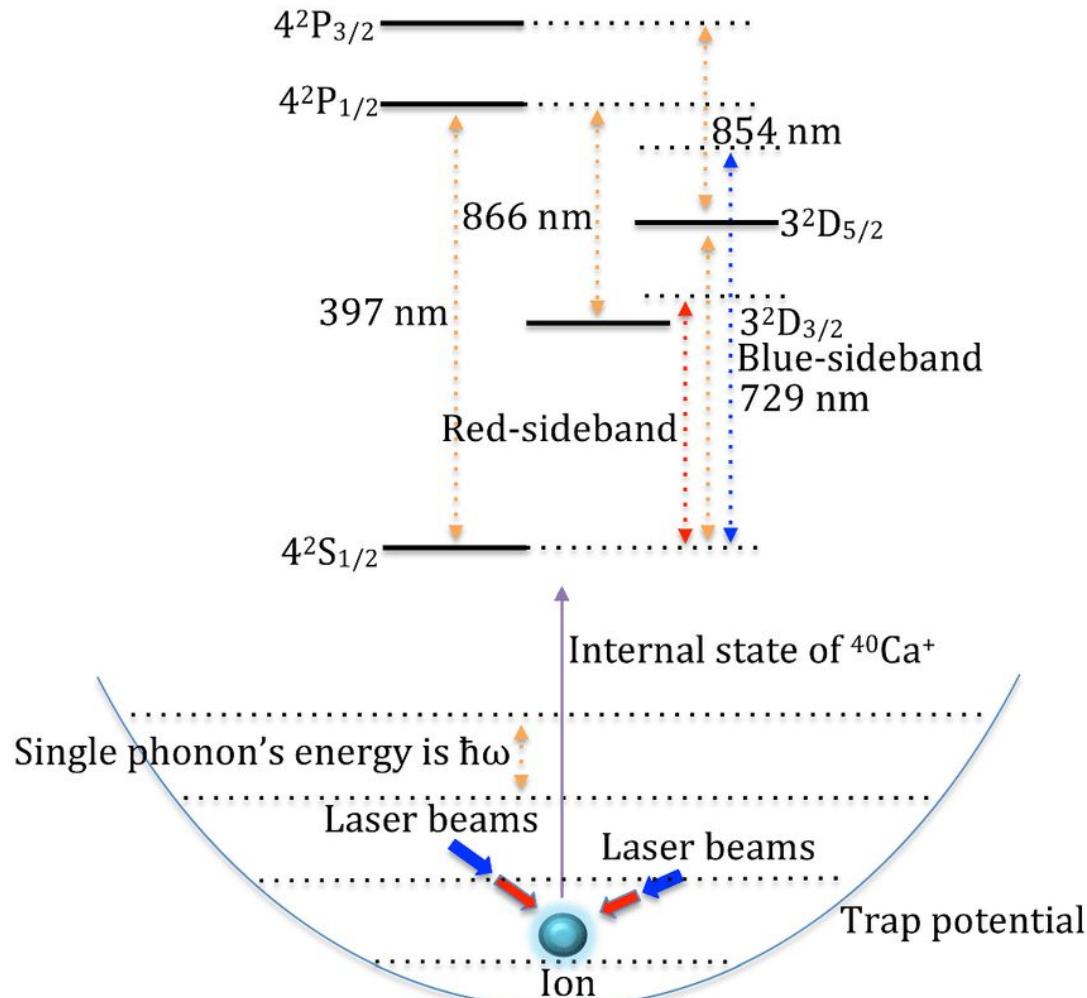
cavity QED

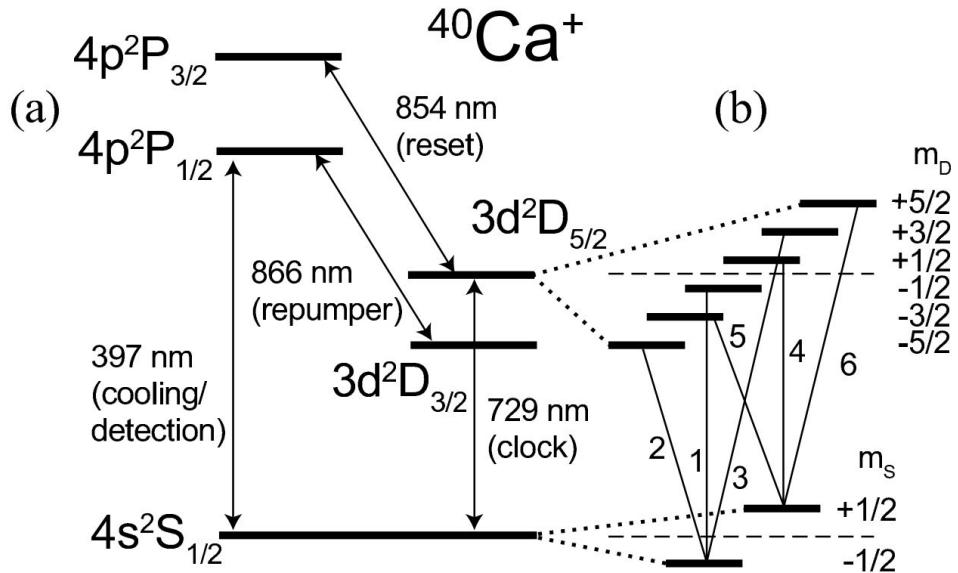
Quantum Computation and Simulation with Qudits



Martin Ringbauer
University of Innsbruck

<https://youtu.be/iYL5CKA5CmA?si=Tra-btYVSxStkynm>





Absolute Frequency Measurement of the $\text{Ca}+40$ $4sS1/2-3dD5/2$ Clock Transition

January 2009 · *Physical Review Letters* 102(2)

DOI: [10.1103/PhysRevLett.102.023002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.023002)

Source · [arXiv](https://arxiv.org/abs/0806.2005)

Absolute frequency measurement of the $^{40}\text{Ca}^+ 4s\ 2S_{1/2} - 3d\ ^2D_{5/2}$ clock transition

M. Chwalla,¹ J. Benhelm,^{1,2} K. Kim,^{1,*} G. Kirchmair,^{1,2} T. Monz,¹ M. Riebe,¹ P. Schindler,¹ A. S. Villar,¹ W. Hänsel,¹ C. F. Roos,^{1,2,†} R. Blatt,^{1,2} M. Abgrall,³ G. Santarelli,³ G. D. Rovera,³ and Ph. Laurent³

¹Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck, Technikerstrasse 25, A-6020 Innsbruck, Austria

²Institut für Quantenoptik und Quanteninformation der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, Technikerstrasse 21a, A-6020 Innsbruck, Austria

³LNE-SYRTE, Observatoire de Paris, 61, Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France

(Dated: June 9, 2008)

FIG. 1: (a) Partial level scheme of $^{40}\text{Ca}^+$ showing the $S_{1/2} - D_{5/2}$ clock transition as well as the transitions used for resetting, repumping, cooling, and detecting the ion. (b) Magnetic sub-levels of the clock transition and the six transitions having the biggest coupling strength for the actual laser polarization, quantization axis, and k -vector of the laser at 729 nm. The numbers indicate the order in which the transitions were probed.

En átomos, el estado cuántico de un electrón no solo se caracteriza por su energía, sino también por su momento angular. Este se descompone en dos tipos:

1. **Momento angular orbital l :** Relacionado con el movimiento del electrón alrededor del núcleo.
2. **Momento angular de espín s :** Relacionado con la propiedad intrínseca del electrón que no tiene una analogía clásica directa.

Para un átomo con múltiples electrones, el momento angular total es una combinación de los momentos angulares de todos los electrones. Esto se agrupa en tres cantidades principales:

- S : Momento angular de espín total.
- L : Momento angular orbital total.
- J : Momento angular total del átomo, que sería la combinación del momento angular de espín y orbital.

Estas cantidades son importantes porque los niveles de energía del átomo dependen no solo de la energía cinética de los electrones, sino también de cómo se combinan estos momentos angulares. Esto define los términos y la estructura fina de los niveles energéticos, cruciales para entender las propiedades espectrales del átomo.

Cada electrón en un átomo tiene un **momento angular de espín** s_i y un **momento angular orbital** l_i . Cada átomo tiene un **momento angular total de espín**, **momento angular orbital total** y **momento angular total**, S , L y J , donde:

- S es el **momento angular de espín total** para N electrones, y se define como la suma de los momentos angulares de espín de cada electrón:

$$S = \sum_i^N s_i$$

Números cuánticos posibles para S :

- Para un electrón: $S = 1/2$.
- Para N electrones cuando N es impar: $S = N/2, N/2 - 1, N/2 - 2, \dots, 1/2$.
- Para N electrones cuando N es par: $S = \underline{N/2, N/2 - 1, N/2 - 2, \dots, 0}$.

Momento angular orbital total:

- L es el **momento angular orbital total** para N electrones, y se define como la suma de los momentos angulares orbitales de cada electrón:

$$L = \sum_i^N l_i$$

Números cuánticos posibles para L :

- Para un electrón: $L = 1$.
- Para dos electrones, L toma los siguientes valores:

$$L = (l_1 + l_2), (l_1 + l_2 - 1), (l_1 + l_2 - 2), \dots, |l_1 - l_2|$$

Donde l_1 y l_2 son los momentos angulares orbitales de los dos electrones.

Momento angular total J :

- $J = L + S$ es el **momento angular total** del átomo, que se obtiene al sumar el momento angular total orbital (L) y el momento angular total de espín (S).

Números cuánticos posibles para J :

- J puede tomar los siguientes valores:

$$J = (L + S), (L + S - 1), (L + S - 2), \dots, |L - S|$$

Números cuánticos posibles para J :

- J puede tomar los siguientes valores:

$$J = (L + S), (L + S - 1), (L + S - 2), \dots, |L - S|$$

Multiplicidad:

- El número de estados J , que se define como $2S + 1$, determina la **multiplicidad** de los estados cuánticos. Esta multiplicidad indica el número de posibles valores que puede tomar el momento angular total J , dado un valor de S .

Para un átomo con más de un electrón, el momento angular total J es el resultado de la combinación de los momentos angulares orbital y de espín. El procedimiento para encontrar los posibles valores de L y J depende de las combinaciones de los momentos angulares individuales de cada electrón.

1. Combinación de momentos angulares orbitales:

- Para dos electrones con momentos angulares orbitales l_1 y l_2 , los posibles valores de L son las sumas y diferencias de estos, como se describe arriba.

2. Combinación de momentos angulares totales:

- Despues de calcular el momento angular orbital total L , se combina con el momento angular de espín S para encontrar los valores posibles de J , que son las combinaciones de L y S como se describe.

La **multiplicidad** es un concepto importante que nos indica cuántos estados diferentes (es decir, cuántos valores de J) pueden existir para un átomo en un determinado estado de espín.

Símbolo de término

El **símbolo de término** denota el momento angular en la forma:

$$^{2S+1}L_J$$

- El número $2S + 1$ indica la **multiplicidad** (relacionada con el espín total S).
- La letra L indica el **momento angular orbital total**, con las siguientes correspondencias:
 - $S = 0$ (usamos la letra "S" para $L = 0$),
 - $P = 1$ para $L = 1$,
 - $D = 2$ para $L = 2$, etc.
- El subíndice J representa el **momento angular total**.

Ejemplo

Por ejemplo, el símbolo de término:

$$^2P_{3/2}$$

Denota un átomo con:

- $S = 1/2$ (lo que significa que hay un electrón desapareado),
- $L = 1$ (usamos "P" para $L = 1$),
- $J = 3/2$.

Proyección del momento angular total J

Dado que J es un vector, puede apuntar en varias direcciones cuantizadas. El número cuántico M_J del operador J_z define la proyección de J a lo largo de una dirección dada (definida como el eje z).

Proyección del momento angular total J

Dado que J es un vector, puede apuntar en varias direcciones cuantizadas. El número cuántico M_J del operador J_z define la proyección de J a lo largo de una dirección dada (definida como el eje z).

Los valores posibles de M_J son:

$$M_J = J, (J - 1), (J - 2), \dots, -J$$

El número total de valores de M_J es $2J + 1$.

Ejemplo de orientaciones de J

Por ejemplo, si $J = 2$, los posibles valores de M_J son:

$$M_J = 2, 1, 0, -1, -2$$

Ejemplo de orientaciones de J

Por ejemplo, si $J = 2$, los posibles valores de M_J son:

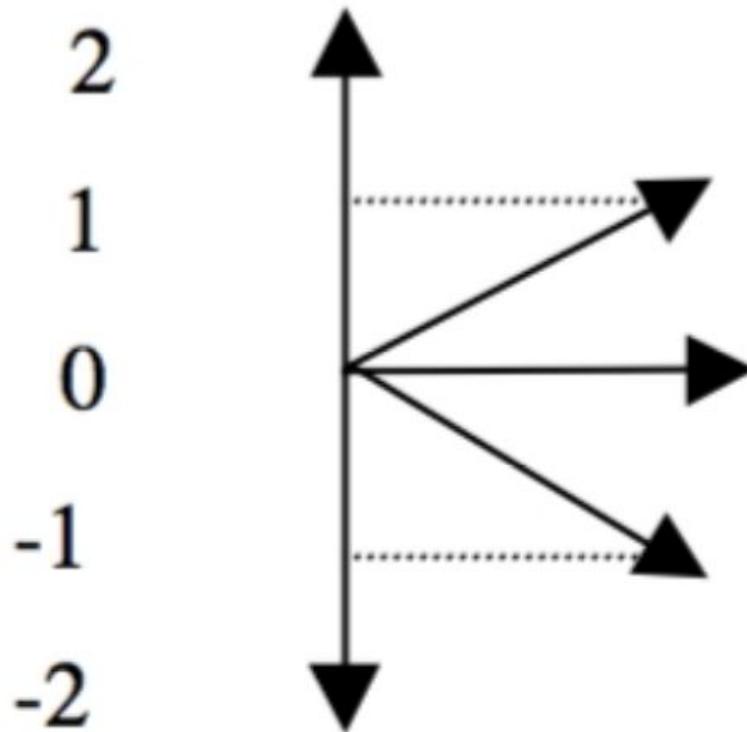
$$M_J = 2, 1, 0, -1, -2$$

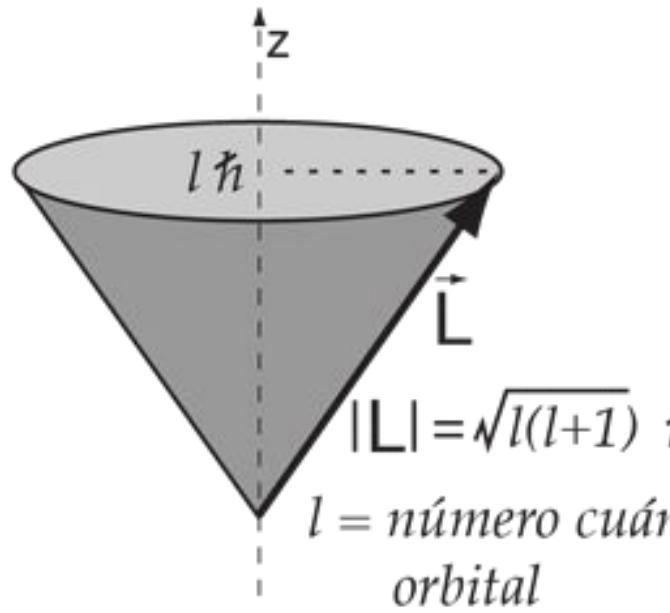
Esto significa que el vector J puede tener las siguientes orientaciones posibles a lo largo del eje z:

- $M_J = 2,$
- $M_J = 1,$
- $M_J = 0,$
- $M_J = -1,$
- $M_J = -2.$

El diagrama muestra estas orientaciones posibles como vectores apuntando en distintas direcciones a lo largo del eje z.

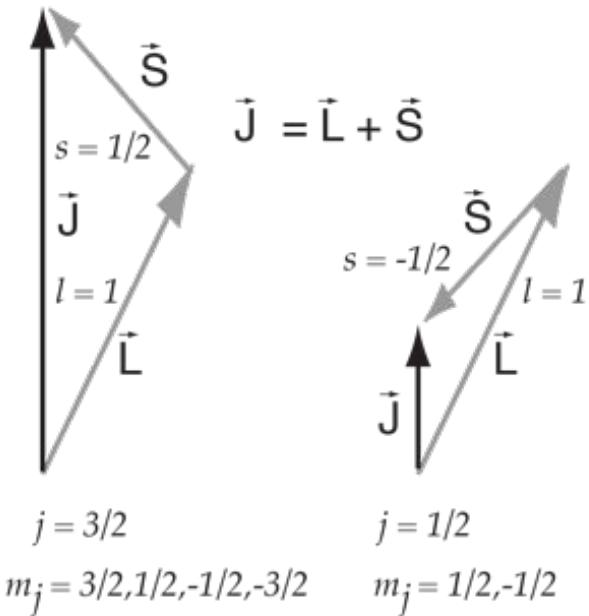
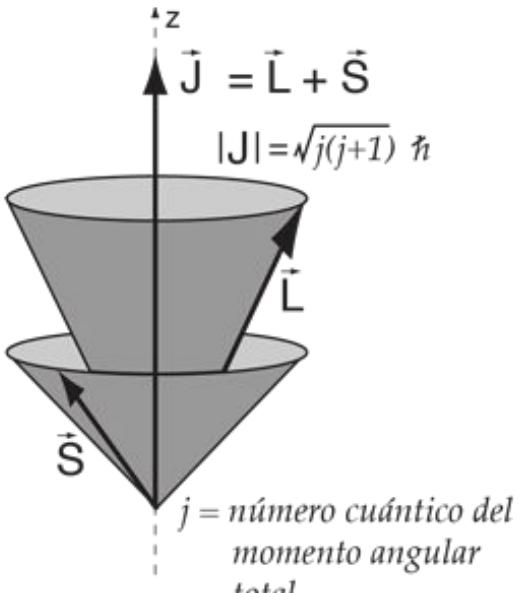
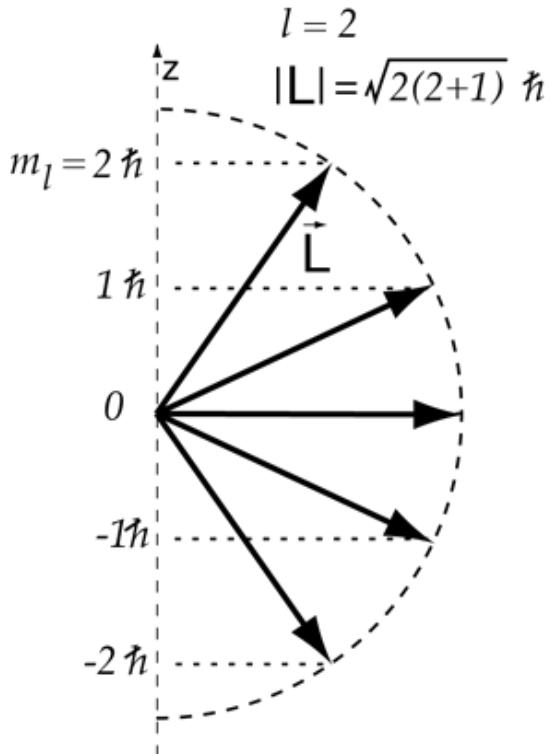
z axis



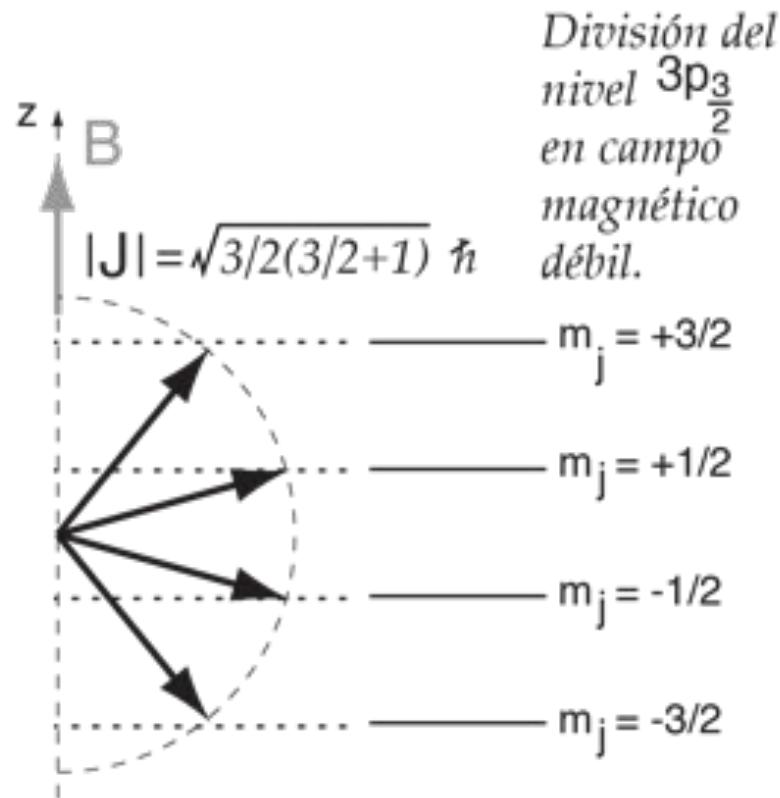
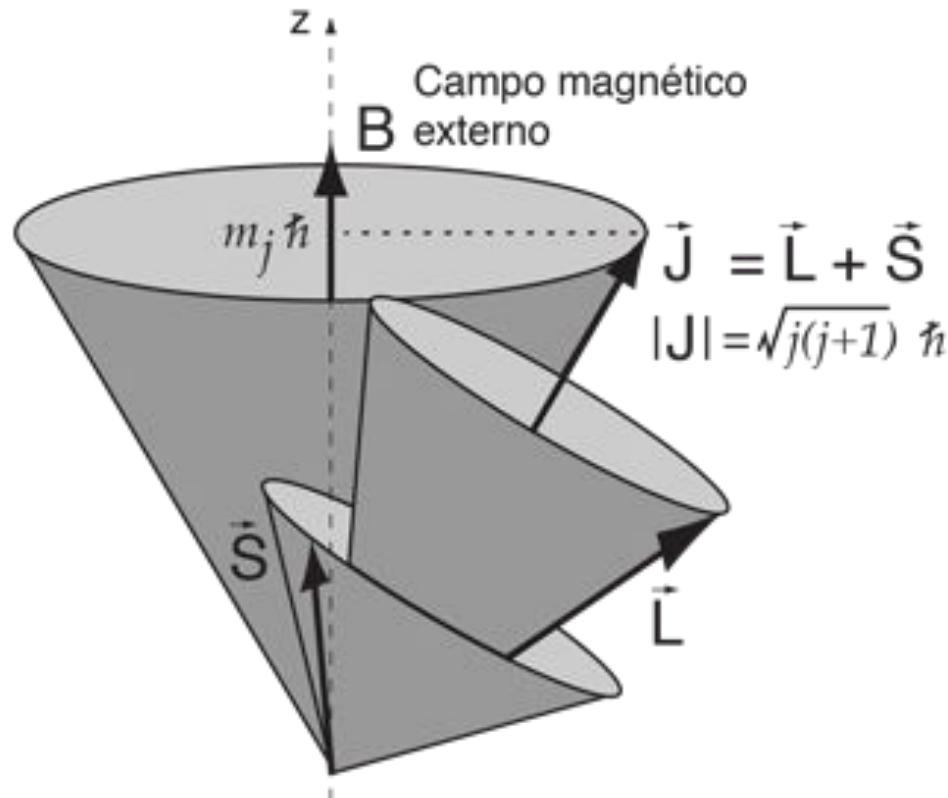


El momento angular orbital de un electrón atómico, puede ser visualizado en términos de un modelo vectorial, donde se ve el vector del momento angular, precediendo alrededor de una dirección en el espacio. Mientras que el vector del momento angular tiene la magnitud mostrada, sólo se puede medir un máximo de unidades / a lo largo de una dirección dada, donde / es el número cuántico orbital.

Momento angular orbital \mathbf{J}



Momento angular en un campo magnético



Momento Magnético Atómico

En el límite de un campo débil, el **momento magnético** μ de un átomo es proporcional a J :

$$\mu = -g_J \frac{m_B}{\hbar} J$$

Donde:

- μ es el **momento magnético** del átomo.
- g_J es el **factor g de Landé** asociado con J .
- m_B es el **magnetón de Bohr**, que se define como:

$$m_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

Aquí:

- e es la carga del electrón.
- \hbar es la constante de Planck reducida.
- m_e es la masa del electrón.

El **momento magnético** de un átomo describe cómo el átomo responde a un campo magnético externo. En este caso, el momento magnético μ es proporcional al **momento angular total** J del átomo. Cuanto mayor sea el valor de J , mayor será el momento magnético del átomo.

1. **Magnetón de Bohr** m_B : Es la unidad natural para medir momentos magnéticos a nivel atómico. Está dado en términos de constantes fundamentales como la carga del electrón e , la constante de Planck reducida \hbar y la masa del electrón m_e .
2. **Factor g de Landé** g_J : Es un coeficiente que ajusta la relación entre el momento angular total J y el momento magnético efectivo del átomo. Este factor depende de los detalles de cómo el espín y el momento angular orbital se combinan en el átomo. Específicamente, el factor de Landé describe las contribuciones relativas del espín y del momento angular orbital al momento magnético.
3. **Campo débil**: En este contexto, el campo débil significa que la interacción entre el momento magnético del átomo y el campo magnético externo es lo suficientemente pequeña como para que las desviaciones de la proporcionalidad entre μ y J sean despreciables. En campos más fuertes, podrían surgir otros efectos.

Componente del momento magnético en la dirección z

El componente del **momento magnético** en la dirección z es:

$$\mu_z = -g_J m_B M_J$$

Donde:

- μ_z es el componente del momento magnético en la dirección z .
 - g_J es el factor g de Landé.
 - m_B es el magnetón de Bohr.
 - M_J es el número cuántico que describe la proyección del momento angular total J en el eje z
- .

Energía en un campo magnético externo

En un campo magnético externo de magnitud H_0 , dirigido a lo largo del eje z , la energía del átomo depende de la dirección en la que apunta el momento magnético μ . La energía E se calcula como:

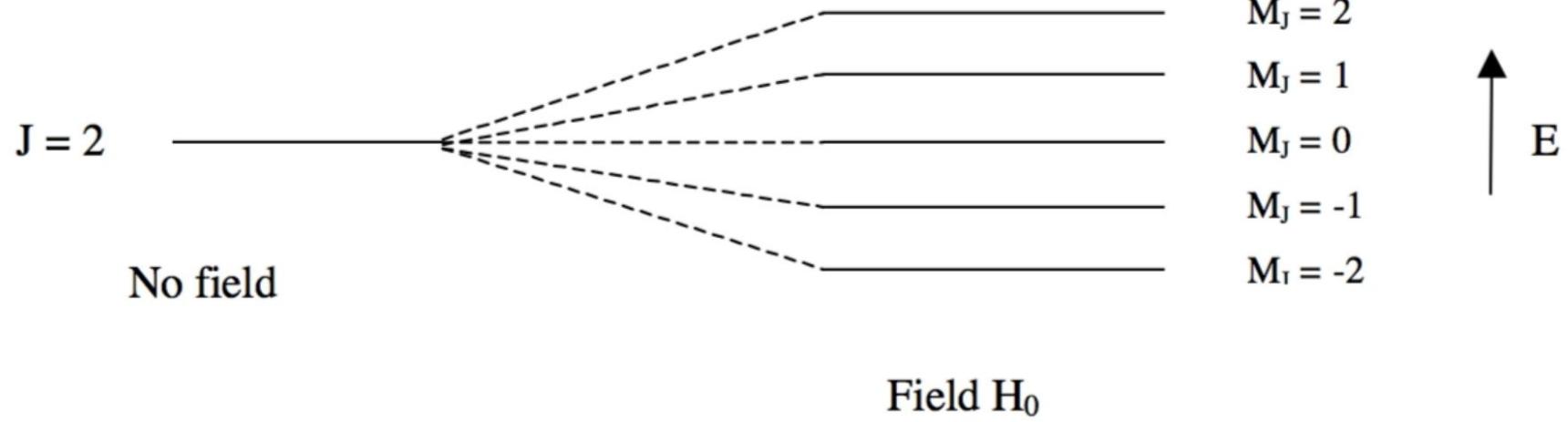
$$E = -\mu \cdot H = -\mu_z H_0 = g_J m_B H_0 M_J$$

Esto indica que la energía del átomo varía dependiendo de la proyección del momento magnético en la dirección del campo magnético. Esta energía es proporcional al valor de M_J .

División de los niveles de energía

Para un átomo con $J = 2$, en ausencia de un campo magnético (cuando $H_0 = 0$), el nivel de energía no se divide. Sin embargo, al aplicar un campo magnético externo H_0 , el nivel de energía $J = 2$ se divide en **5 subniveles** correspondientes a los diferentes valores de M_J , que son:

$$M_J = 2, 1, 0, -1, -2$$



Ejemplo de la división de niveles de energía

En el diagrama, se muestra cómo el nivel de energía $J = 2$ se divide en cinco subniveles cuando se aplica el campo magnético H_0 . Estos subniveles corresponden a los diferentes valores de M_J , cada uno con una energía distinta debido a la interacción del momento magnético del átomo con el campo magnético externo.

El valor más alto de M_J corresponde a la energía más alta, y el valor más bajo de M_J corresponde a la energía más baja. Los valores intermedios de M_J corresponden a subniveles de energía intermedios.

Fenómeno de Efecto Zeeman

Este fenómeno, donde un nivel de energía se divide en varios subniveles en presencia de un campo magnético externo, es conocido como el **efecto Zeeman**. Es fundamental en espectroscopía, ya que la separación de estos subniveles permite la observación de múltiples líneas espectrales que no se ven en ausencia de un campo magnético.

Este efecto tiene aplicaciones importantes en física atómica, astrofísica y en dispositivos cuánticos como los que se utilizan en computación cuántica.

Reglas de selección para transiciones energéticas permitidas en átomos

Las siguientes **reglas de selección** rigen las transiciones energéticas permitidas para los átomos:

1. Cambio en el espín total (ΔS):

- $\Delta S = 0$: El espín total del sistema debe permanecer constante durante la transición.
Esto significa que en las transiciones energéticas permitidas, no se cambia el número cuántico de espín total.

2. Cambio en el momento angular orbital total (ΔL):

- $\Delta L = 0, \pm 1$: El momento angular orbital total puede cambiar en 0, +1 o -1.
- Para un electrón individual: $\Delta l = \pm 1$. El cambio en el momento angular orbital de un solo electrón debe ser +1 o -1, lo que significa que el electrón cambia entre diferentes orbitales dentro de esta restricción.

3. Cambio en el momento angular total (ΔJ):

- $\Delta J = 0, \pm 1$: El momento angular total del átomo puede cambiar en 0, +1 o -1. Sin embargo, una excepción importante es que la transición $J = 0$ a $J = 0$ no está permitida.

4. Cambio en la proyección del momento angular total (ΔM_J):

- $\Delta M_J = 0, \pm 1$: La proyección del momento angular total en el eje z puede cambiar en 0, +1 o -1. Esto define cómo cambia la orientación del momento angular en el espacio en relación con un eje fijo.

Diagrama de Grotrian

Un **diagrama de Grotrian** describe todas las líneas de absorción observadas para un átomo. Este tipo de diagrama es esencial en espectroscopía atómica, ya que ilustra cómo los diferentes niveles de energía de un átomo se conectan a través de transiciones permitidas por las reglas de selección mencionadas anteriormente.

Los diagramas de Grotrian se utilizan para predecir y entender los espectros de emisión y absorción de los átomos. Muestran las transiciones permitidas entre los niveles electrónicos de un átomo, basándose en las reglas de selección cuánticas, y son útiles para identificar líneas espectrales específicas que se pueden observar en experimentos.

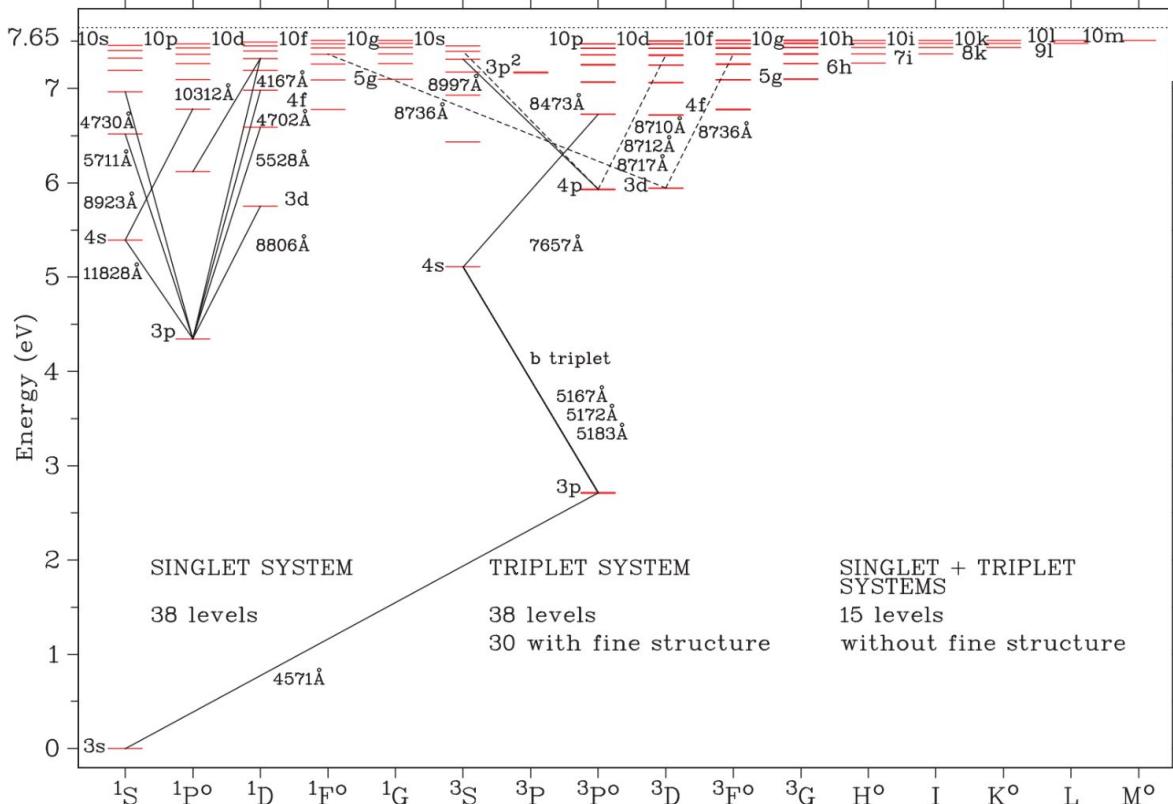


Figure 2. Mg I Grotrian diagram. The electronic configuration of the ground state is [Ne]3s². Two multiplicity systems are present due to spin combination of the incomplete sub-level $n = 3$. All levels with fine structure are complete until $n = 10$ and $l = 4$ (but not visible at this scale); fine levels and multiplicity systems were merged for $5 \leq l \leq 9$. Only one doubly excited state 3p² is present in triplet system since in the singlet system the value of the corresponding energy level is greater than the ionization stage of Mg I. Horizontally dotted line stands for the ionization stage. Transitions represented by solid lines are those for which we deliver NLTE corrections; transitions represented by dashed lines are those in the *Gaia*/RVS wavelength range.

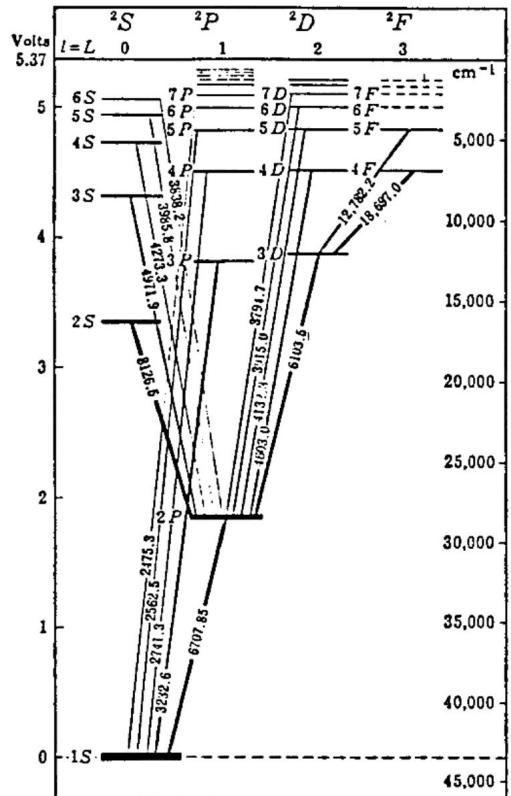


Fig. 24. Energy Level Diagram of the Li Atom [after Grotrian (8)]. The wave lengths of the spectral lines are written on the connecting lines representing the transitions. Doublet structure (see Chapter II) is not included. Some unobserved levels are indicated by dotted lines. The true principal quantum numbers for the S terms are one greater than the empirical running numbers given (see p. 61); for the remaining terms, they are the same.

