

**Consultoria
Especializada de
Apoio ao Projeto
Integrado:
Matemática**

Funções

As funções são tipos particulares de relações entre dois conjuntos, por ex. os conjuntos A e B.

- Função é uma regra que associa cada elemento do conjunto A a um e somente um elemento do conjunto B.

- Uma relação f de A em B é uma função se e somente se:

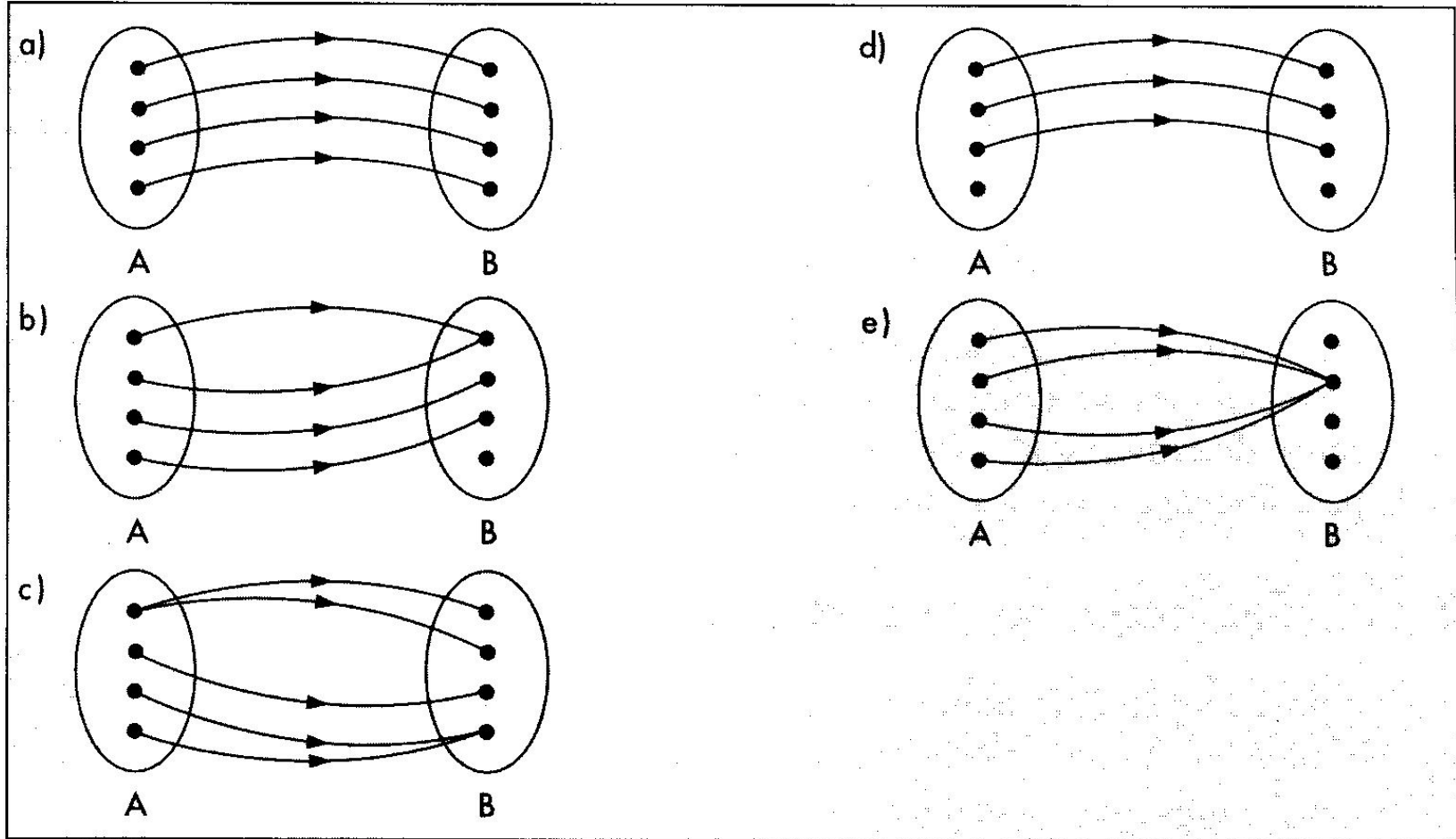
- (i) todo elemento x pertencente a A tem um correspondente y em B (definido pela relação), chamado imagem de x ;

- (ii) A cada x pertencente a A, não podem corresponder 2 ou mais elementos de B (por meio de f)

(em que $A = \text{domínio de } f(x)$ e $B = \text{contradomínio}$)

Funções

Figura 3.9: Relações entre A e B .



Pela definição, quais das relações acima são função?

Funções

A função f transforma x em y : $f(x)=y$

Exemplos:

1) $f(x)=2x$

se $x = 1$: $f(1)=2*1=2$ par ordenado $(1,2)$

se $x = 2$: $f(2)=2*2=4$ par ordenado $(2,4)$

2) $f(x)=x^3$

se $x = 1$: $f(1)=(1)^3=1$ par ordenado $(1,1)$

se $x = 2$: $f(2)=(2)^3=8$ par ordenado $(2,8)$

Funções

Funções reais de uma variável real

Se f é uma função com domínio em A e contra domínio em B , dizemos que é uma função definida em A com valores em B .

Sendo A e B subconjuntos de \mathbb{R} , tem-se que f é uma função real de variável real.

$$f: A \rightarrow B$$

A cada elemento de A será associado um único elemento de B .

Funções

Elementos da função

- a) Domínio da função;
- b) Interceptos;
- c) Intervalos de crescimento e decrescimento;
- d) Estudo do sinal da função
- e) Gráfico da função

Funções

a) Domínio da função

É formado por todos os valores reais de x para os quais tenha significado o cálculo da imagem (y).

Quando o domínio (Df) não é mencionado, convencionou-se que ele seja formado por todos os valores reais de x para os quais exista imagem y .

Exemplo:

$$f(x) = 2/(x-3) \qquad Df = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 3\}$$

$$f(x) = \sqrt{x-2} \qquad Df = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 2\}$$

$$f(x) = x^2 + 5x \qquad Df = \mathbb{R}$$

Funções

b) Interceptos

São os pontos de intersecção do gráfico da função com os eixos: $(0, y)$ e $(x, 0)$.

Exemplo:

$$y = 2x + 1 \quad ; \text{ interceptos: } (0, 1) \text{ e } (-1/2, 0)$$

$$y = (x^2 - 4) (x - 3) \quad ; \text{ interceptos: } (0, 12) , (2, 0) , (-2, 0) \text{ e } (3, 0)$$

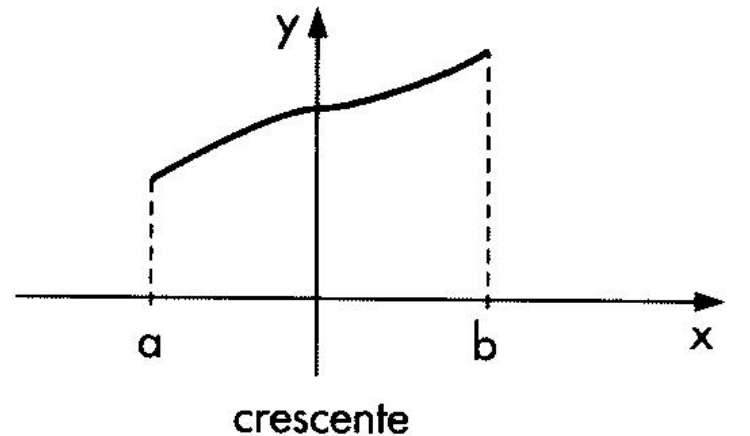
Funções

c) Intervalos de crescimento e decrescimento

$f(x)$ é crescente no intervalo $[a,b]$ se quando x aumenta (diminui), y também aumenta (diminui):

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2) \text{ ou } y_1 < y_2$$

$$x_1 > x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2) \text{ ou } y_1 > y_2$$



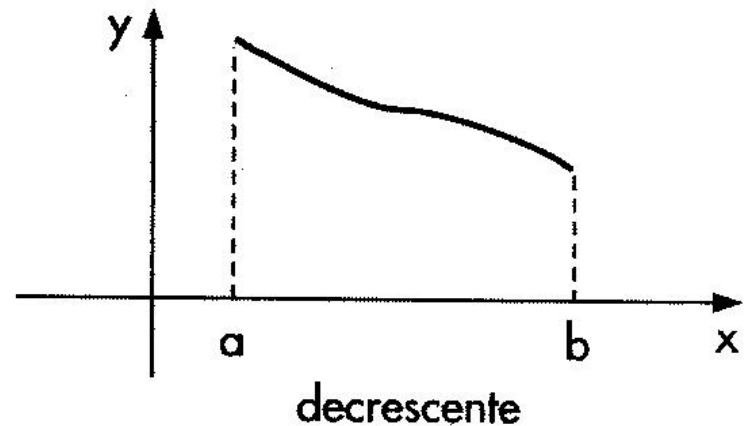
Funções

c) Intervalos de crescimento e decrescimento

$f(x)$ é decrescente no intervalo $[a,b]$ se quando x aumenta (diminui), y diminui (aumenta):

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2) \text{ ou } y_1 > y_2$$

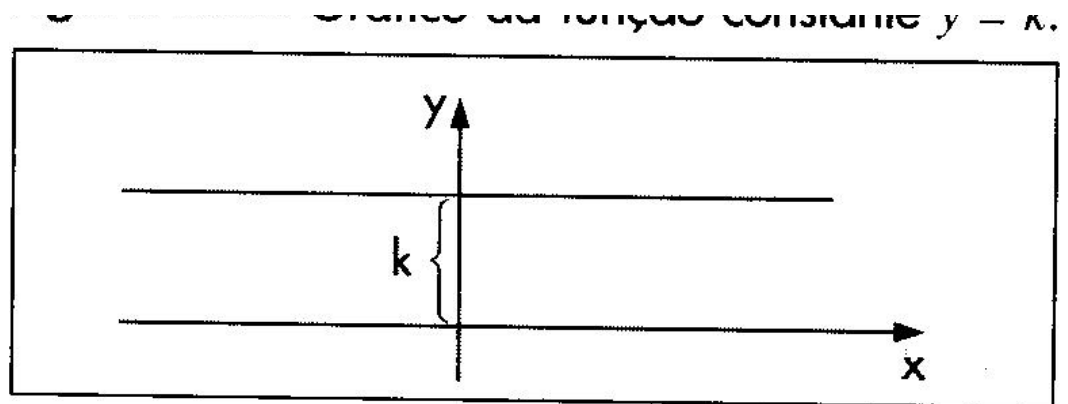
$$x_1 > x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2) \text{ ou } y_1 < y_2$$



Funções

c) Intervalos de crescimento e decrescimento

$f(x)$ é constante no intervalo $[a, b]$ se $f(x)$ é o mesmo para qualquer $x \in [a, b]$



Funções

d) Estudo do sinal da função

Obter os valores de x para os quais $y > 0$ ou $y < 0$.

se $2 \leq x < 3 \rightarrow y > 0$

se $7 < x \leq 10 \rightarrow y > 0$

se $3 < x < 7 \rightarrow y < 0$

(se $x = 3 \rightarrow y = 0$)

(se $x = 7 \rightarrow y = 0$)

Figura 3.19: Ilustração do sinal de uma função.

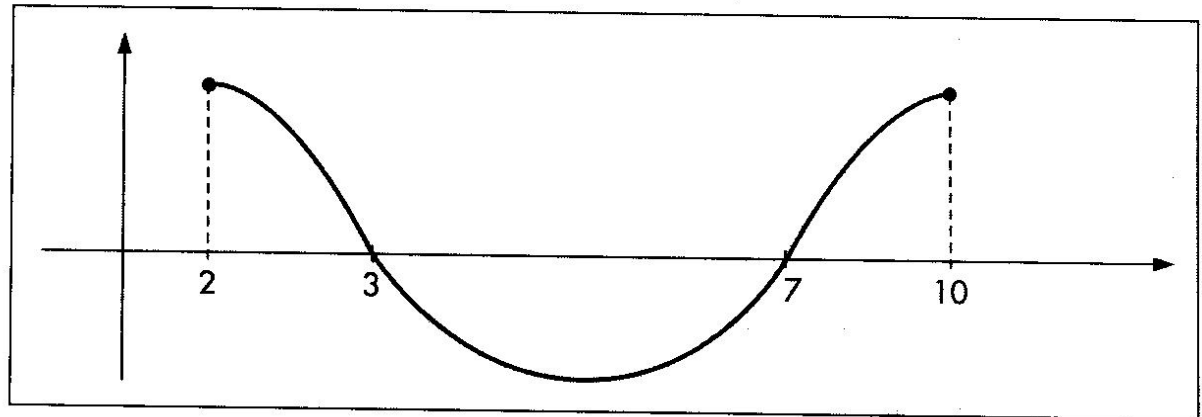
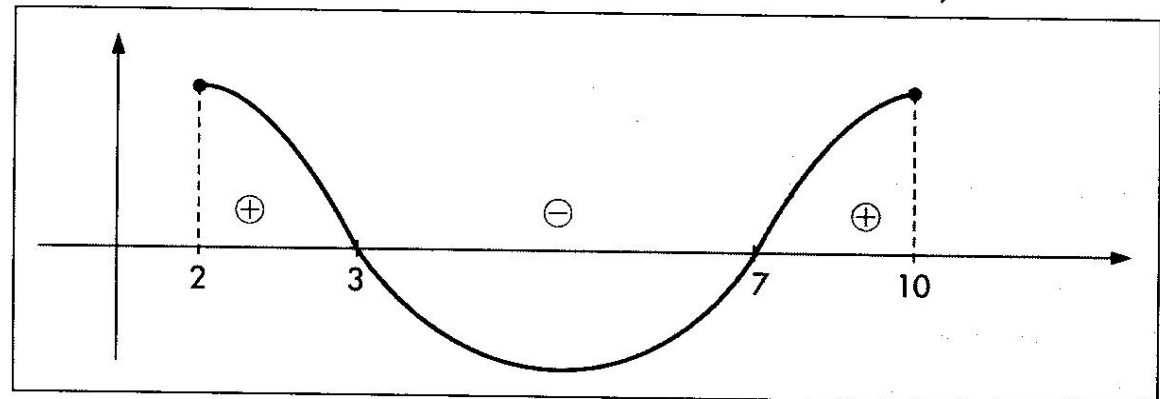


Figura 3.20: Representação simbólica do sinal de uma função.



Exercícios

5. Dada a função $f(x) = 2x - 3$, obtenha:

a) $f(3)$

b) $f(-4)$

c) o valor de x tal que $f(x) = 49$

d) o valor de x tal que $f(x) = -10$

23. Obtenha o domínio das seguintes funções:

a) $y = 2x + 7$

b) $y = \frac{1}{x-2}$

c) $y = \frac{1}{x} + \frac{3}{x-3}$

d) $y = \sqrt{x}$

e) $y = \sqrt{x-2}$

f) $y = \sqrt{2-x}$

g) $y = \frac{3}{\sqrt{x-1}}$

h) $y = \sqrt{2x-6} + \frac{3}{x}$

i) $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x-1}$

j) $y = \sqrt{x} + \sqrt{x-2}$

Exercícios

23. Obtenha o domínio das seguintes funções:

a) $y = 2x + 7$

b) $y = \frac{1}{x-2}$

c) $y = \frac{1}{x} + \frac{3}{x-3}$

d) $y = \sqrt{x}$

e) $y = \sqrt{x-2}$

f) $y = \sqrt{2-x}$

g) $y = \frac{3}{\sqrt{x-1}}$

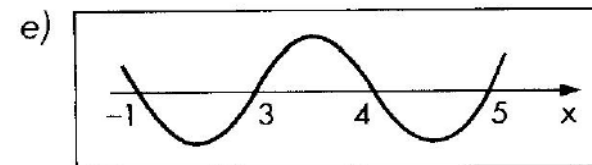
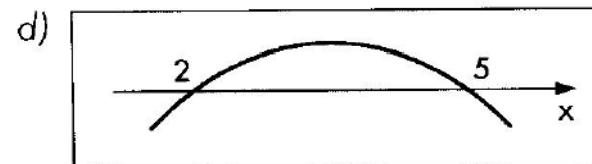
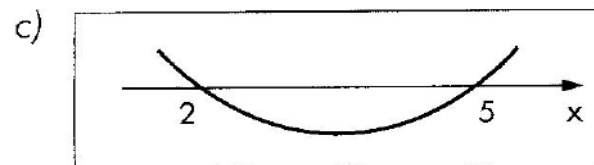
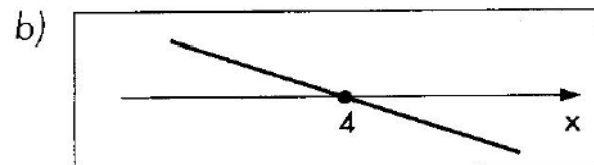
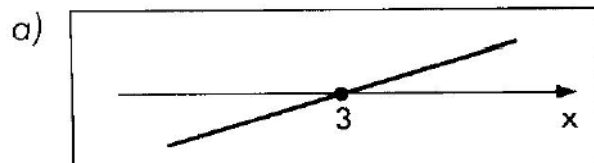
h) $y = \sqrt{2x-6} + \frac{3}{x}$

i) $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x-1}$

j) $y = \sqrt{x} + \sqrt{x-2}$

Exercícios

25. Estude o sinal das seguintes funções:



Exercícios

17. Em determinado país, o imposto de renda é igual a 10% da renda, para rendas até \$ 900,00. Para rendas acima de \$ 900,00, o imposto de renda é igual a \$ 90,00 (10% de \$ 900,00) mais 20% da parte da renda que excede \$ 900,00.
- a) Qual o imposto de renda para uma renda de \$ 600,00?
 - b) Qual o imposto de renda para uma renda de \$ 1.200,00?
 - c) Chamando de x a renda e de y o imposto de renda, obtenha a expressão de y em função de x .
18. Em determinada cidade, a tarifa mensal de água é cobrada da seguinte forma: para um consumo de até 10m^3 mensais, a tarifa é um valor fixo de \$ 8,00. A parte consumida no mês entre 10m^3 e 20m^3 paga uma tarifa de \$ 1,00 por m^3 , e o que exceder 20m^3 paga \$ 1,40 por m^3 .
- a) Calcule a tarifa de quem consome 2m^3 por mês.
 - b) Calcule a tarifa de quem consome 15m^3 por mês.
 - c) Calcule a tarifa de quem consome 37m^3 por mês.
 - d) Chamando de x o consumo mensal (em m^3) e de y a tarifa, obtenha a expressão de y em função de x .