

კურსის დასახელება: . რიცხვითი ანალიზი-2.

პედაგოგი: . ჯემალ როგავა, თინათინ დავითაშვილი.

კურსის სტატუსი: ძირითადი

ქულების განაწილება საკითხების მიხედვით: 1 – 10, 2 – 5, 3 – 5, 4 – 5, 5 – 5, 6 – 5, 7 – 5

ქულათა ჯამი: . . 40

ხანგრძლივობა: . 3 საათი.

ვარიანტი – 1 (ნიმუში)

1. ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებათა სისტემისათვის კრანკ-ნიკოლსონის სქემა. ამოცანის დასმა, მდგრადობა და კრებადობა (დამტკიცებით) – **10 ქულა**
2. ამომხსნელი ოპერატორის აპროქსიმაციის მეთოდის არსი. ამოცანის დასმა. აპროქსიმაციის ცდომილების შეფასება და მდგრადობა (დამტკიცებით) – **5 ქულა**
3. სხვაობიანი მეთოდი პარაბოლური განტოლებისათვის. ცხადი სქემა (ამოცანის დასმა, სქემის აღწერა, აპროქსიმაციის და კრებადობის რიგი, მდგრადობის პირობა). – **5 ქულა**
4. ამოხსენით ეილერის ცხადი სქემით კოშის ამოცანა ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებათა შემდეგი სისტემისათვის:

$$u'(t) = Au(t) + f(t), \quad t \in [1, 2], \quad u(1) = u_0,$$

$$\text{სადაც } A = (a_{ij})_{2 \times 2}, \quad a_{11} = a_{22} = 2, \quad a_{12} = a_{21} = 1, \quad u_0 = (2, 1)^T, \quad f(t) = (-3t - 1, -3t)^T$$

დაყოფათა რიცხვი აიღეთ $n = 4$. იპოვეთ u_1 (ამონახსნის მიახლოებითი მნიშვნელობა t_1 წერტილში). მიღებული მნიშვნელობა შეადარეთ ზუსტი ამონახსნის მნიშვნელობას შესაბამის

წერტილში (ზუსტი ამონახსნია $u(t) = (t + 1, t)^T$) – **5 ქულა**

5. ამოხსენით კოშის შემდეგი ამოცანა:

$$u'(t) = u(t) - \frac{1+t}{t^2}, \quad t \in [1, 2],$$

$$u(1) = 1,$$

რუნგე-კუტას მეორე რიგის სიზუსტის მეთოდით. დაყოფათა რიცხვი აიღეთ $n = 4$. იპოვეთ u_1 (ამონახსნის

მიახლოებითი მნიშვნელობა t_1 წერტილში). მიღებული მნიშვნელობა შეადარეთ ზუსტი ამონახსნის მნიშვნელობას

შესაბამის წერტილში (ზუსტი ამონახსნია $u(t) = \frac{1}{t}$) – **5 ქულა**

6. ამოხსენით სხვაობიანი მეთოდით შემდეგი სასაზღვრო ამოცანა:

$$u''(x) - u(x) = x(x-1) - 3, \quad x \in [0, 1],$$

$$u(0) = 1, \quad u(1) = 1$$

დაყოფათა რიცხვი აიღეთ $n = 3$. იპოვეთ u_1 და u_2 (ამონახსნის მიახლოებითი მნიშვნელობები

x_1 და x_2 წერტილებში). მიღებული მნიშვნელობები შეადარეთ ზუსტი ამონახსნის

მნიშვნელობებს შესაბამის წერტილებში (ზუსტი ამონახსნია $u(x) = x(1-x) + 1$) – **5 ქულა**

7. ამოხსენით სხვაობიანი მეთოდით შემდეგი საწყის-სასაზღვრო ამოცანა:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 3, \quad (x, t) \in [0, 1] \times [0, 1],$$

$$u(x, 0) \equiv x(1-x), \quad u(0, t) \equiv u(1, t) \equiv t$$

დაყოფათა რიცხვი x -ით აიღეთ $n = 4$, ხოლო t -ით $m = 4$. იპოვეთ u_2^1 (ამონახსნის მიახლოებითი მნიშვნელობა

(x_2, t_1) წერტილში). მიღებული მნიშვნელობა შეადარეთ ზუსტი ამონახსნის მნიშვნელობას შესაბამის წერტილში

(ზუსტი ამონახსნია $u(x, t) = x(1-x) + t$) – **5 ქულა**