

线性表

麻珂珂，蒋开慧，高浚哲，皇有为

XUPT

2019 年 9 月 12 日

线性表基本介绍

线性表的定义：

定义

一个线性表是 n 个具有相同特性的数据元素的有限序列。数据元素是一个抽象的符号，其具体含义在不同的情况下一般不同

线性表的相邻元素之间存在着序偶关系。如用

$(a_1, \dots, a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, \dots, a_n)$ 表示一个顺序表，则表中 a_{i-1} 领先于 a_i ， a_i 领先于 a_{i+1} ，称 a_{i-1} 是 a_i 的直接前驱元素， a_{i+1} 是 a_i 的直接后继元素。当 $i = 1, 2, \dots, n-1$ 时， a_i 有且仅有一个直接后继，当 $i = 2, 3, \dots, n$ 时， a_i 有且仅有一个直接前驱

线性表的实现主要有两种方式：

- 顺序表 所有的元素都是相邻的
- 链表 元素与元素之间不一定相邻

顺序表的定义及接口

定义

```
template<typename T> class List{
    T * lst;    // 指向顺序表的指针
    int len, maxlen; //当前表的长度; 当前表的最大长度
public:
    List();    // 顺序表的构造函数: 构造一个顺序表
    ~List();   // 顺序表的析构函数: 销毁一个顺序表
    T * begin(){return &(lst[0]);} // 返回指向表头的指针
    T * end(){return lst + len;}    // 返回指向表尾的指针
    T & operator[](int idx);        // 顺序表的随机访问函数
    void push_back(T val);          // 将一个元素插入顺序表尾部
    int size();                     // 返回顺序表的大小
    T * find(const T & val);        // 通过值来查找表中元素的位置
    void insert(T * pos, T val);    // 将元素插入到表中指定位置
    void remove(T * pos);           // 删除顺序表指定位置处的元素
};
```

顺序表的构造和销毁

顺序表的构造

构造

```
template<typename T>
List<T>::List(){
    lst = NULL; len = 0; maxlen = 4; // 初始化表的参数
    assert(allocator() == 0); // 为表分配内存并处理错误
}
```

构造一个顺序表的所有操作时间都是已知的，故构造顺序表的时间复杂度是 $O(1)$ 。

其中 `allocator()` 实现了表的内存分配，每调用一次可以使顺序表的空间翻倍。

顺序表的销毁

销毁顺序表的时候，释放顺序表所占的内存。

顺序表的随机访问

随机访问

```
template<typename T>
T & List<T>::operator[](int idx){
    assert(0 <= idx && idx < len); // 检查idx处是否有元素
    return lst[idx]; // 返回顺序表idx处的元素
}
```

顺序表是一种限制元素的地址是连续的线性表。由于这个限制，我们可以通过一次加法运算得到顺序表内任意元素的地址（顺序表首地址 + 偏移量），故顺序表访问任意元素的时间复杂度是 $\mathcal{O}(1)$ 。

顺序表的插入

将元素插入尾部

```
template<typename T>
void List<T>::push_back(T val){
    if(len == maxlen)    // 检查顺序表是否已满
        assert(allocator() == 0);
    lst[len++] = val;    // 将元素插入顺序表的尾部
}
```

由于顺序表中的元素是顺序排列的，故将元素插入尾部的时间复杂度是 $\mathcal{O}(1)$ （当顺序表长度大于最大长度，进行扩张时，时间复杂度为 $\mathcal{O}(n)$ （其中 n 为表的长度））

顺序表的插入

将元素插入指定位置

```
template<typename T>
void List<T>::insert(T * pos, T val){
    assert(pos >= begin() && pos <= end()); // 越界检查
    if(len == maxlen) // 若表已满，则扩张表
        assert(allocator() == 0);
    for(T * iter = end(); iter != pos; iter --)
        *iter = *(iter - 1); // 将指定位置前的元素后移一位
    *pos = val; // 将元素插入指定位置
    len ++; // 更新长度
}
```

在顺序表中，将一个元素插入指定位置，需要移动后面的所有元素，故其时间复杂度为 $\mathcal{O}(n)$ 。

顺序表的删除

删除指定位置的元素

```
template<typename T>
void List<T>::remove(T * pos){
    assert(begin() <= pos && pos < end()); //越界检查
    for(T * iter = pos; iter + 1 != end(); iter ++){
        *iter = *(iter + 1); // 将元素向前移一位
    }
    len --; // 更新长度
}
```

与插入操作类似，在顺序表中删除操作需要移动指定位置后的所有元素，故其时间复杂度同为 $O(n)$ 。

顺序表的查找

查找

```
template<typename T>
T * List<T>::find(const T & val){
    for(int i = 0; i < len; i ++){    // 线性查找
        if(lst[i] == val)
            return &(lst[i]);    // 若找到，则返回元素地址
    }
    return NULL;    // 若未找到，则返回 NULL
}
```

同样，在顺序表中查找时，通常的做法是便利顺序表，若找到指定的元素则返回，故其时间复杂度为 $\mathcal{O}(n)$ 。

顺序表总结

顺序表主要操作的时间复杂度：

- `getitem` 随机访问 $\mathcal{O}(1)$
- `find` 查找指定元素 $\mathcal{O}(n)$
- `insert` 插入元素到指定位置 $\mathcal{O}(n)$
- `remove` 移除指定位置处的元素 $\mathcal{O}(n)$
- `push_back` 在表尾插入元素 $\mathcal{O}(1)$

顺序表适用的场景：

由于顺序表进行随机访问的代价很小，故顺序表适用于进行频繁随机访问的场景（如将连续的字符映射成不同的元素，或存储密集的数据（如稠密的矩阵））

思考题

在插入排序算法中，我们使用一种线性查找来（反向）扫描已排好的子序列 $A[1, \dots, j-1]$ ，我们可以使用二分查找来把插入排序的最坏情况总运行时间改进到 $\Theta(n \lg n)$ 吗？