4.1 Vector Expansions and The DFT

$$f(t) = c_1 g_1(t) + c_2 g_2(t) \ldots\ldots + c_n g_n(t)$$

$$\bar{f}_n = \begin{bmatrix} f(t_0) \\ f(t_1) \\ \vdots \\ f(t_{n-1}) \end{bmatrix} = c_1 \begin{bmatrix} g_1(t_0) \\ g_1(t_1) \\ \vdots \\ g_1(t_{n-1}) \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} g_2(t_0) \\ g_2(t_1) \\ \vdots \\ g_2(t_{n-1}) \end{bmatrix} \cdots\cdots + c_n \begin{bmatrix} g_n(t_0) \\ g_n(t_1) \\ \vdots \\ g_n(t_{n-1}) \end{bmatrix}$$

Vector expansion

$$= \begin{bmatrix} g_{10} & g_{20} & \cdots & g_{n0} \\ g_{11} & g_{21} & \cdots & g_{n1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{1N-1} & g_{2N-1} & \cdots & g_{nN-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_N \end{bmatrix}$$

Matrix - Vector Product

Quiz Thursday

3.7 - Remark 3.7.1

4.1 - Ex. 4.1

Ex 4.1

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad \bar{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

a.) $\begin{bmatrix} 2(1)+6(1) \\ -1(1)+3(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \end{bmatrix}$

b.) $1\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + 1\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \end{bmatrix}$

Ex

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

a.) $\vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad : \quad \vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2^T = (1)(1) + (-1)(1) = 1 - 1 = 0$

$a_2^T = [1 \quad 1]$

b.) $A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

c.) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}+\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}+\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}+\frac{1}{2} & \frac{1}{2}+\frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Ex Let $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$

Find $\langle A, B \rangle = \left\langle \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} \right\rangle$

$= (1)(5) + (2)(6) + (3)(7) + (4)(8)$

$= 70$