

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

ВОПРОС ПО ВЫБОРУ

**Исследование распространения звуковых волн
в разреженном воздухе**

выполнили студенты 653 группы ФФКЭ

Агафонов Владислав

Карпова Татьяна

Часть I

1 Введение

Идея исследования пришла к нам после выполнения работы по определению скорости звука (кафедра прикладной механики) и работы по методам получения высокого вакуума (кафедра вакуумной электроники). Нам показалось интересным исследовать распространение звуковых волн в разреженном воздухе (физическому вакууме). **Гипотеза:** скорость звука с падением давления уменьшается, при малых давлениях звуковые волны не распространяются, так как сходит на нет взаимодействие частиц воздуха между собой.

2 Зависимость скорости звука от давления в модели реального газа Ван-дер-Ваальса

Скорость звука в газе определяется по формуле

$$c = \sqrt{\left(\frac{P}{\rho}\right)_S} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}} \quad (1)$$

В этой формуле не используется давление. Используя модель газа Ван-дер-Ваальса и работая с частными производными, выведем формулу зависимости скорости звука от давления при постоянной температуре (вывод см. в Приложении 1)

Конечная формула:

$$c = c_0 \left(1 + \frac{2aP}{iRT\mu c_0^2} \right) \left(1 + \frac{P}{2RT} \left(b - \frac{a}{RT} + \frac{2Pab}{(RT)^2} \right) \right), \quad (2)$$

где c_0 - скорость звука по формуле $c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}$ при определённой фиксированной температуре.

Построим график зависимости скорости звука от давления на значениях, планируемых для исследования в эксперименте: от 760 торр до 1 торр. Температура 299 К, $c_0 = 346,34$ м/с, для воздуха коэффициенты Ван-дер-Ваальса $a = 1,3$ Н * м⁴ * моль⁻², $b = 114,1$ см³ * моль⁻¹.

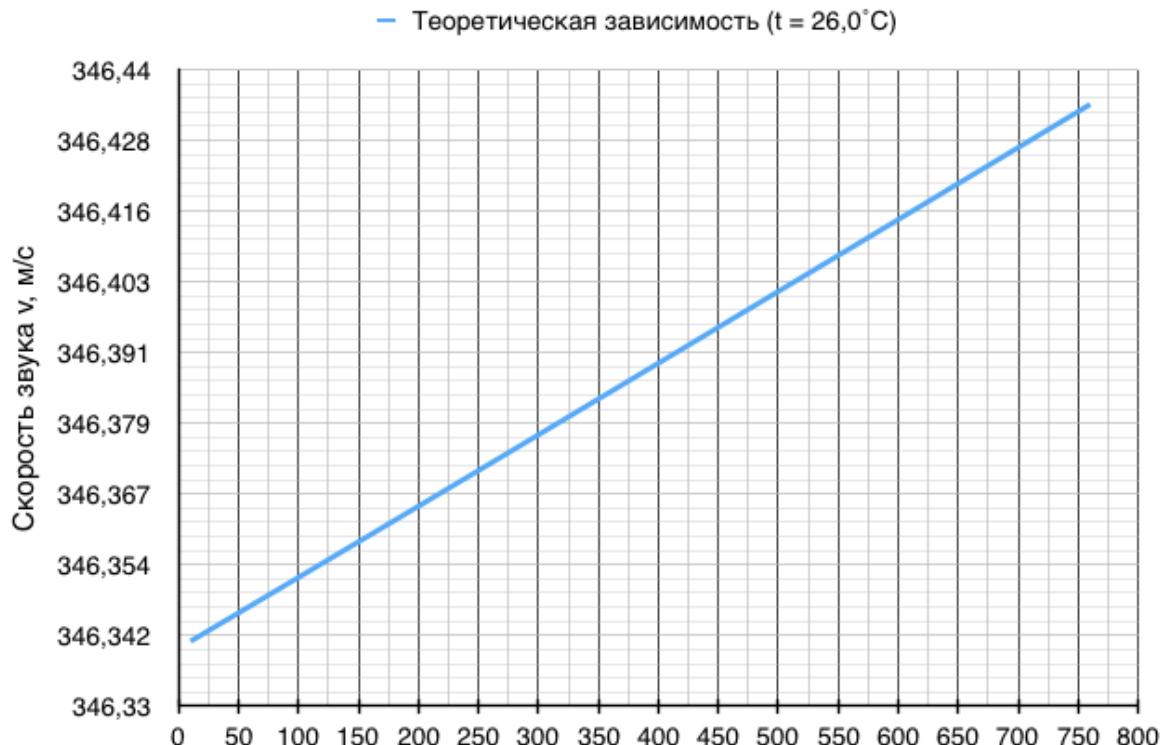


Рис. 1: Теоретическая зависимость скорости звука от давления

Мы видим, что при уменьшении давления скорость звука изменяется очень незначительно, всего на 0,1 м/с. Такое изменение очень сложно зафиксировать с помощью имеющегося у нас лабораторного оборудования (см. пункт 4). Поэтому в эксперименте будет достаточно проверить то, что скорость звука практически не изменяется, о точном воспроизведении зависимости речи не идёт.

3 Планирование эксперимента

Для проведения эксперимента мы обратились на кафедру вакуумной электроники, так как там есть оборудование, необходимое для сборки установки: трубы для вакуумной установки, форвакуумный насос, вакуумметр. Неоцененную помощь в сборке вакуумной установки и проведении эксперимента нам оказал преподаватель кафедры Вадим Александрович Буртелов. Были рассмотрены несколько вариантов концепции эксперимента:

- Возбуждение колебаний путем пробоя диэлектрика (воздуха) и регистрация времени прохождения звуковой волны по трубе
- Метод акустического резонанса: возбуждение резонанса при разных гармониках с помощью пьезокерамики или динамиков мембранных типов

Нами был выбран последний вариант как самый надёжный, требующий использования наименьшего количества сложного оборудования. На одном конце трубы планировалось установить динамик, а на другом - приёмник сигналов (по сути, такой же динамик). Измеряя частоты колебаний, необходимые для возбуждения резонанса в трубе на разных гармониках, планировалось определить скорость звука. Резонанс регистрировался на осциллографе, подключенному к приёмнику. Для более точного определения нужной частоты использовался милливольтметр, так как он позволял с большей точностью устанавливать значение амплитуды сигнала. Резонатор присоединён к форвакуумному насосу, к установке присоединён вакуумметр. Установку планировалось откачивать до давления порядка 1 торр. В силу зависимости скорости звука от температуры, к установке был прикреплен термометр.

4 Сборка экспериментальной установки

Принципиальная схема установки представлена на рис. 2.



Рис. 2: Принципиальная схема установки

Используемое оборудование:

1. ФН - насос форвакуумный Alcatel Adixen A-120
2. ВМ - Вакуумметр ёмкостной "Баратрон" (рабочий диапазон давлений 1 - 1000 торр)
3. Д1 и Д2 - динамики мембранных типов (передатчик и приёмник соответственно)
4. ОЦ - осциллограф ламповый С1-70А
5. мV - Милливольтметр В3-41
6. ЧГ - частотогенератор ламповый ГЗ-34
7. ЧМ - частотометр Gwinsteek GFC-8010H
8. Труба - резонатор длиной $L = 1,1$ м
9. З - зажим на резиновом патрубке

В качестве резонатора была использована вакуумная труба с выходами для проводов - два на осциллограф, два на частотогенератор. Вакуумная установка откачивалась с помощью форвакуумного масляного насоса, установившееся давление регулировалось вручную с помощью зажима на резиновом патрубке. Фотографии вакуумной установки, крепления проводов и используемых приборов см. в приложении.

5 Проведение эксперимента

В основе эксперимента лежит зависимость резонансной частоты от скорости звука:

$$\nu = n \frac{v}{2L},$$

где ν – резонансная частота

v – скорость звука

L – длина трубы - резонатора

Плавно увеличивая частоту генератора, получим ряд последовательных резонансных значений частоты, отмечая момент резонанса по увеличению амплитуды колебаний на экранах осциллографа (грубо) и милливольтметра(точно). Отметим точки на графике, по оси абсцисс откладывая номер гармоники, а по оси ординат соответствующую резонансную частоту. Через полученные точки проведем наилучшую прямую и найдём её коэффициенты, используя метод наименьших квадратов. Погрешности также определяются по МНК. Угловой коэффициент построенной прямой в точности равен $k = \frac{v}{2L}$, где L - длина трубы - резонатора, v - скорость звука. Отсюда получим выражение для скорости звука $v = 2Lk$. Повторяемость опытов была проверена при уменьшении частоты. Далее медленно уменьшалась величина напечания воздуха в установку, таким образом создавалось требуемое пониженное давление. После каждого снижения давления требовалось остановить проведение измерений до установления термодинамического равновесия (понижение температуры при изохорном понижении давления). Повторяемость эксперимента также была проверена при увеличении давления. Для вычисления погрешности используем следующую формулу:

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_k^2 + \sigma_L^2}$$

Данные, полученные в ходе опытов, представлены в приложении. Таблица с результатами опытов представлена ниже на рисунке 4. Сравнение теоретических оценок с полученными результатами представлено на рисунке 4. Интересно, что при давлении 13,2 торр распространение звука подтверждалось колебанием стрелки вольтметра при достижении резонансной частоты, но определить её в заданной точностью не представлялось возможным. К сожалению, чувствительность приборов не позволяла зафиксировать изменение значений амплитуд при меньших давлениях ввиду их малости, поэтому проверить границы применимости используемой модели также не удалось.

Сводная таблица результатов опытов

Скорость, м/с	Погрешность, м/с	Относительная погрешность, %	Давление, Торр
343,8	3,88	1,13	746,4
344,25	3,92	1,14	647
345,6	4,05	1,17	548,5
345,76	4,13	1,19	458
346,37	4,17	1,2	348,5
347,57	4,41	1,27	255
349,1	4,96	1,42	168
349,45	5,24	1,5	59
343,91	4,32	1,26	745,2
определить не удалось	–	–	13,2

Рис. 3: Результаты опытов

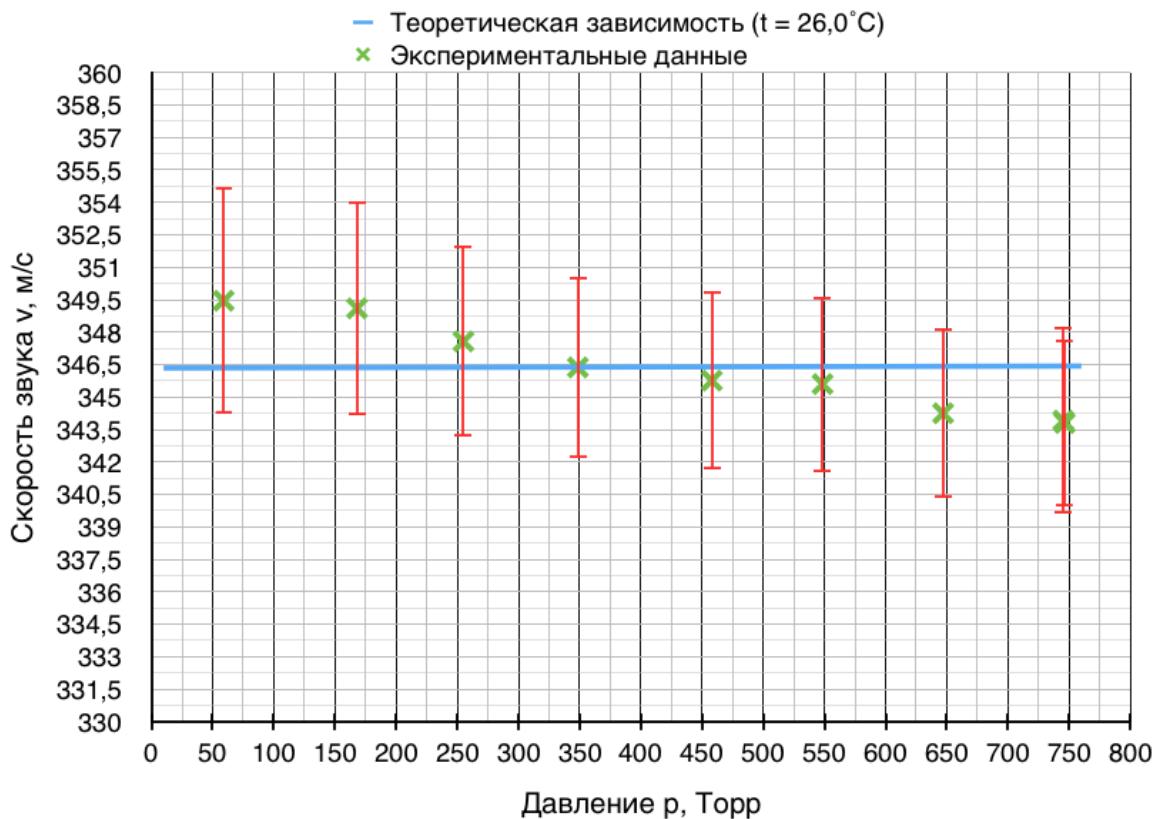


Рис. 4: Зависимость скорости звука от давления

6 Исследование изменения амплитуды

Как известно, уже в среднем вакууме (длина свободного пробега частицы сравнима с размерами сосуда) звук не распространяется, так как практически отсутствует взаимодействие молекул между собой. В эксперименте мы подтвердили, что с помощью термодинамики нельзя объяснить "исчезновение" скорости звука: сама величина при разрежении газа не изменяется. Поэтому необходимо учитывать взаимодействия на молекулярном уровне.

В нашем опыте в качестве источника и приёмника звука использовался мембранный динамик. Мембрана колеблется и колеблет молекулы воздуха, генерируя звуковые волны. Чем больше плотность газа, с которым взаимодействует мембрана, тем большую энергию она передаёт. Энергия колебаний пропорциональна квадрату их амплитуды. Точно такая же ситуация происходит и с приёмником.

При уменьшении давления в m раз во столько же раз уменьшится концентрация частиц в резонаторе. Энергия пропорциональна концентрации и также уменьшится в m раз. Энергия пропорциональна квадрату амплитуды - А уменьшится в \sqrt{m} после выхода из излучателя и во столько же раз на входе в приёмник: А, регистрируемая на осциллографе, также уменьшится в m раз. Эта зависимость имеет очень приближённый характер, и в нашем эксперименте соблюдается лишь на нескольких гармониках. Но тем не менее очевидно, что при уменьшении концентрации молекул в воздухе амплитуда звуковой волны в нём падает. Приведём экспериментально полученные графики зависимости амплитуды принимаемого сигнала от давления в резонаторе.

Возможно, при наличии более совершенного и точного оборудования, зависимость амплитуды от давления газа в резонаторе можно было бы измерить с большей точностью и проверить эмпирическую зависимость, полученную выше.

Амплитуды гармоник при разных давлениях

Давление, Торр	1	2	3	4	5	6	7	8
746,4	12,6	48	14,55	22,2	16,5	22,05	22,2	66
647	12	45	10,35	20,4	15	16,5	19,8	57
548,5	12	50	10,5	20,4	15	15,45	18,36	50
458	11,7	47	9,45	20,4	13,2	13,5	15,15	37,5
348,5	10,8	45	9,15	14,55	11,25	11,1	11,4	25,2
255	10,5	43	8,85	11,85	9,3	9,15	8,85	17,55
168	8,85	31	7,5	9	7,8	8,1	10,35	12,06
59	6,6	8,25	6,75	6,75	—	6,9	7,8	7,95

Рис. 5: Зависимость скорости звука от давления

Зависимость амплитуды гармоники от давления

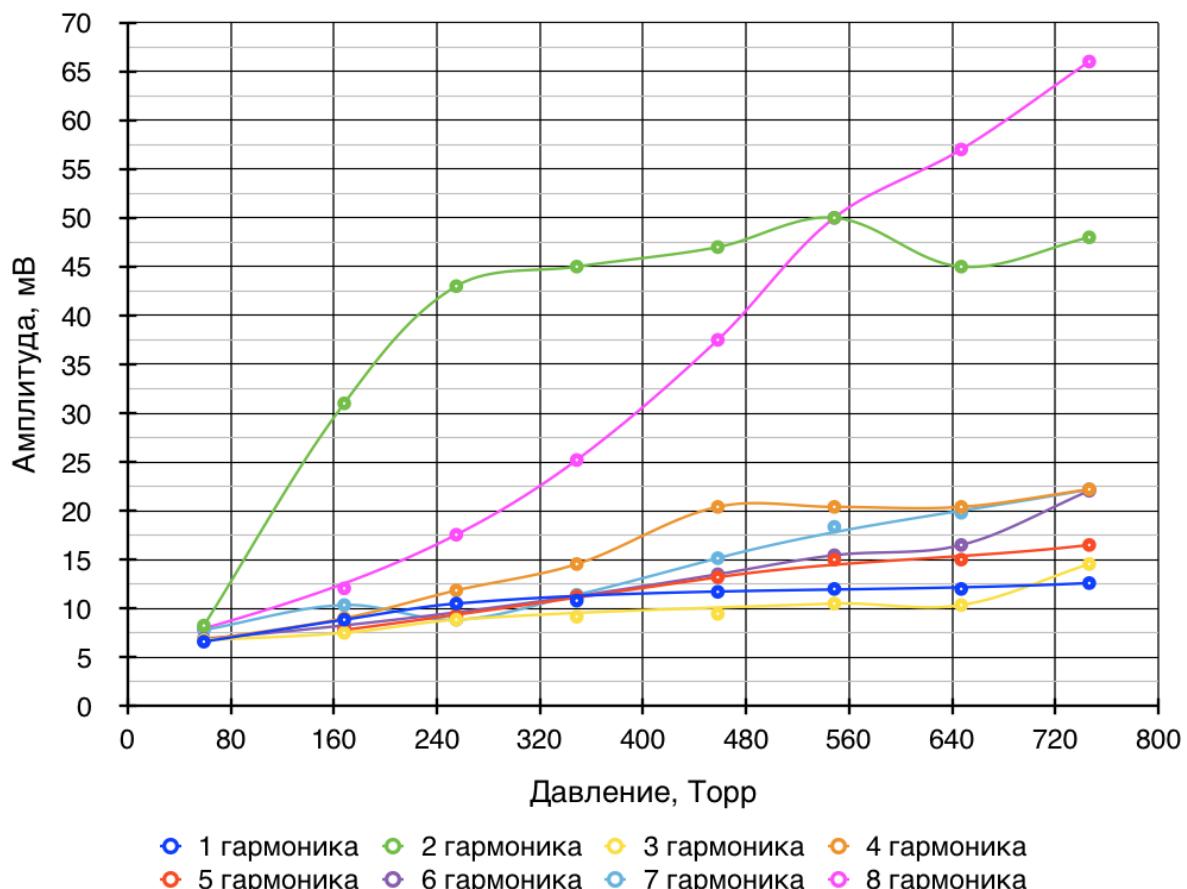


Рис. 6: Зависимость амплитуды звуковой волны от давления

7 Вывод

Основная цель работы - экспериментальное подтверждение характера зависимости скорости звука от давления при исследовании в диапазоне давлений от 1 до 760 торр - была достигнута. Также была выявлена зависимость амплитуды распространяющейся звуковой волны от давления (концентрации) воздуха в резонаторе и сделаны предположения о природе этой зависимости. Была получена теоретическая оценка скорости звука в разреженных газах с использованием модели газа Ван-дер-Ваальса.

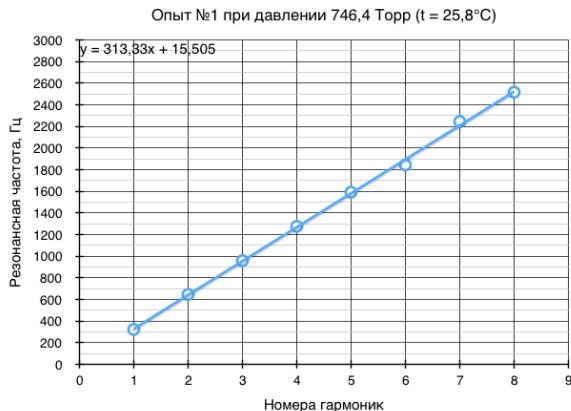
Эта работа была нашим первым опытом в самостоятельном планировании эксперимента и сборке лабораторной установки. Уже после проведения опыта при обработке полученных данных были выявлены недочеты при проведении эксперимента - например, лучше было бы изменить способ регулирования давления в установке, использовать более точные и современные осциллограф, милливольтметр (на кафедре, где проводилась работа, имелось только такое оборудование).

В качестве логического продолжения данной работы интересно исследовать границы применимости данной модели, когда распространение звука не описывается моделями термодинамики. Также интересны зависимости скорости звука от температуры, вида газа (argon, углекислота, гелий). Заметим, что при наличии более точного измерительного оборудования можно провести более точное исследование зависимости амплитуды распространяющейся звуковой волны и определить характер зависимости.

Часть II

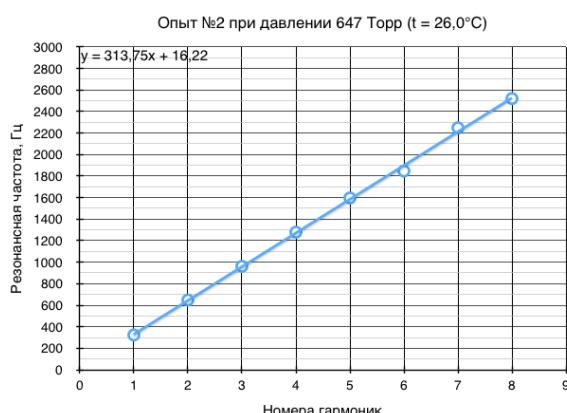
Приложения

1 Данные эксперимента



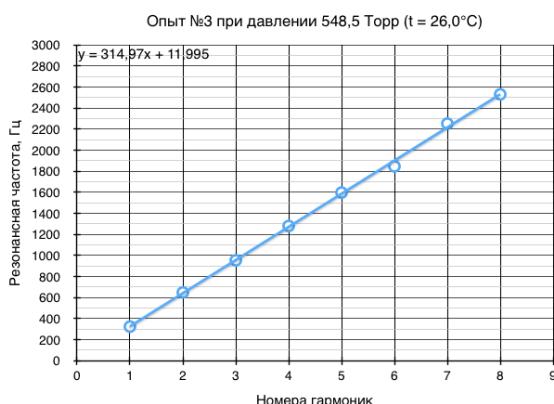
Опыт №1 при давлении 746,4 Торр ($t = 25,8^{\circ}\text{C}$)

Частота, Гц	Номер гармоники	Амплитуда, мВ
323,215	1	12,6
646,788	2	48
958,909	3	14,55
1276,41	4	22,2
1592,02	5	16,5
1844,53	6	22,05
2245,51	7	22,2
2516,62	8	66



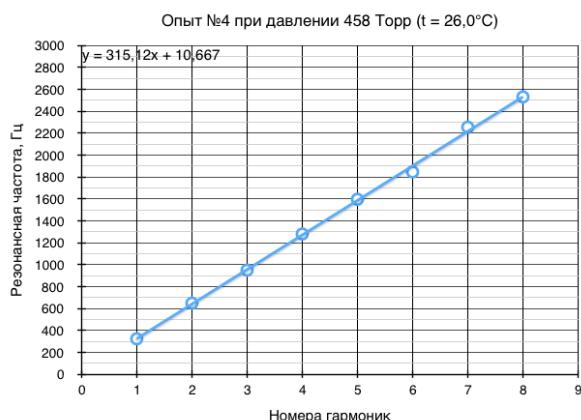
Опыт №2 при давлении 647 Торр ($t = 26,0^{\circ}\text{C}$)

Частота, Гц	Номер гармоники	Амплитуда, мВ
323,660	1	12
648,079	2	45
961,640	3	10,35
1278,45	4	20,4
1596,67	5	15
1847	6	16,5
2248,80	7	19,8
2520,35	8	57



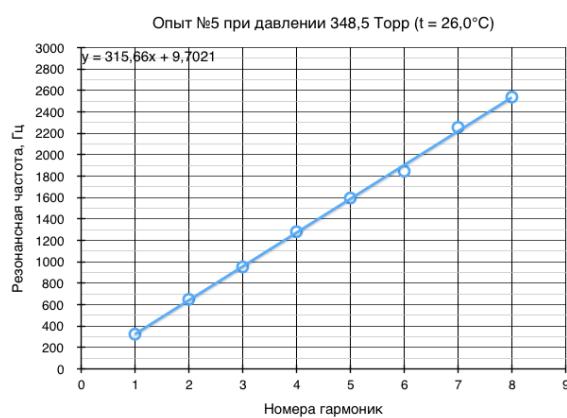
Опыт №3 при давлении 548,5 Торр ($t = 26,0^{\circ}\text{C}$)

Частота, Гц	Номер гармоники	Амплитуда, мВ
324,474	1	12
648,980	2	50
954,00	3	10,5
1280,00	4	20,4
1597,51	5	15
1846,56	6	15,45
2252,62	7	18,36
2530,79	8	50



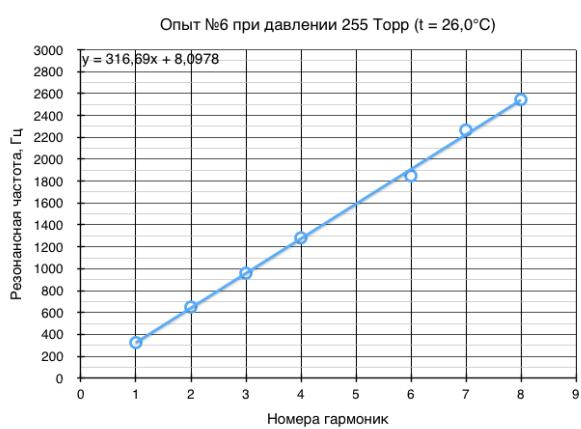
Опыт №4 при давлении 458 Торр ($t = 26,0^{\circ}\text{C}$)

Частота, Гц	Номер гармоники	Амплитуда, мВ
324,31	1	11,7
648,87	2	47
950,05	3	9,45
1280,05	4	20,4
1596,2	5	13,2
1846,03	6	13,5
2254,15	7	15,15
2529,95	8	37,5



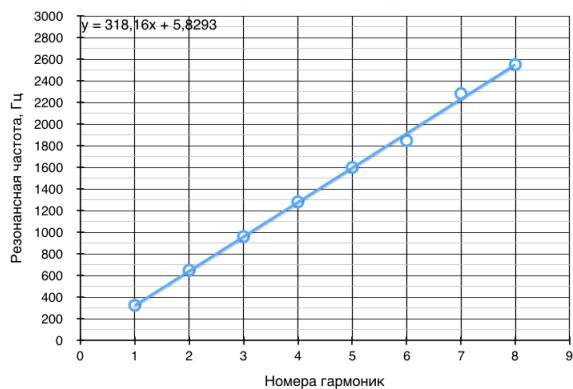
Опыт №5 при давлении 348,5 Торр ($t = 26,0^{\circ}\text{C}$)

Частота, Гц	Номер гармоники	Амплитуда, мВ
324,72	1	10,8
649,39	2	45
952,33	3	9,15
1281,03	4	14,55
1595,12	5	11,25
1845,8	6	11,1
2255,16	7	11,4
2537,9	8	25,2

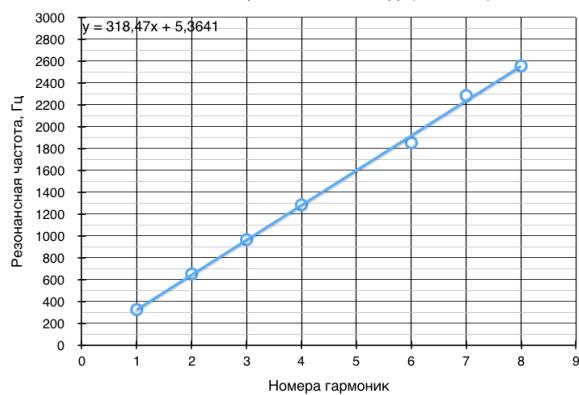


Опыт №6 при давлении 255 Торр ($t = 26,0^{\circ}\text{C}$)

Частота, Гц	Номер гармоники	Амплитуда, мВ
324,84	1	10,5
649,64	2	43
958,6	3	8,85
1281,38	4	11,85
1598,2	5	9,3
1848,62	6	9,15
2266,32	7	8,85
2544,56	8	17,55

Опыт №7 при давлении 168 Торр ($t = 26,0^{\circ}\text{C}$)Опыт №7 при давлении 168 Торр ($t = 26,0^{\circ}\text{C}$)

Частота, Гц	Номер гармоники	Амплитуда, мВ
325,34	1	8,85
649,78	2	31
961,12	3	7,5
1281,8	4	9
1599,68	5	7,8
1849,08	6	8,1
2282,73	7	10,35
2550,92	8	12,06

Опыт №8 при давлении 59 Торр ($t = 26,0^{\circ}\text{C}$)Опыт №8 при давлении 59 Торр ($t = 26,0^{\circ}\text{C}$)

Частота, Гц	Номер гармоники	Амплитуда, мВ
324,1	1	6,6
650,27	2	8,25
964,1	3	6,75
1282,84	4	6,75
1851,55	6	6,9
2283,5	7	7,8
2553,87	8	7,95

2 Вывод теоретической модели

Скорость звука в газе определяется по формуле

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S} \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S = -\frac{\left(\frac{\partial S}{\partial \rho}\right)_P}{\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_\rho} \quad (2)$$

Для одного моля $V = \frac{m}{\rho} = \frac{\mu\nu}{\rho} = \frac{\mu}{\rho}$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial \rho}\right)_P = -\frac{\mu}{\rho^2} \quad (3)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S = -\frac{\left(\frac{\partial S}{\partial \rho}\right)_P}{\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_V} = -\frac{\left(\frac{\partial V}{\partial \rho}\right)_P \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_P}{\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_V} = \frac{\mu}{\rho^2} \frac{T \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_P}{T \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_V} \quad (4)$$

Используя соотношения

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_P = \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P \quad (5)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_V = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P = \frac{C_P}{T} \quad (7)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \frac{C_V}{T} \quad (8)$$

Итого получаем

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S = \frac{C_P}{C_V} \frac{\mu}{\rho^2} \frac{\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P}{\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V} \quad (9)$$

Найдём $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P$ и $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V$

Исследуем модель газа Ван-дер-Ваальса:

$$RT = \left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) \quad (10)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = \frac{1}{R} \left(P - \frac{a}{V^2} + \frac{2ab}{V^3}\right) \quad (11)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = \frac{V - b}{R} \quad (12)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = \frac{P - \frac{a}{V^2} + \frac{2ab}{V^3}}{R} \quad (13)$$

Далее найдём соотношение $\frac{C_P}{C_V}$

$$\frac{C_P}{C_V} = \frac{\left(\frac{\delta Q}{\delta T}\right)_P}{\left(\frac{\delta Q}{\delta T}\right)_V} = \frac{\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P}{\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V} \quad (14)$$

$$C_V = \frac{i}{2} R \quad (15)$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P} = \frac{R}{P - \frac{a}{V^2} + \frac{2ab}{V^3}} \approx \frac{R}{P - \frac{a}{V^2}} \approx \frac{R}{P} \left(1 + \frac{a}{PV^2}\right) \quad (16)$$

$$U = \frac{i}{2} RT - \frac{a}{V(T)} \quad (17)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P = \frac{a}{V^2} \quad (18)$$

$$dU = \frac{i}{2} R dT + \frac{a}{V^2} dV \quad (19)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P = \frac{i}{2} R + \frac{a}{V^2} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \quad (20)$$

Подставим (16)

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P = \frac{i}{2} R + \frac{a}{V^2} \frac{R}{P} \left(1 + \frac{1}{PV^2}\right) \quad (21)$$

Получаем

$$C_P = \frac{i}{2} R + R \left(1 + \frac{a}{PV^2}\right)^2 = \frac{i+2}{2} R + \frac{2aR}{PV^2} \quad (22)$$

Тогда

$$\frac{C_P}{C_V} = \frac{\frac{i+2}{2} R + \frac{2aR}{PV^2}}{\frac{i}{2} R} = \gamma_0 + \frac{4aP}{iR^2T^2} \quad (23)$$

Окончательно получаем

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S} = \sqrt{\left(\gamma_0 + \frac{4aP}{iR^2T^2}\right) \frac{\mu}{\rho^2} \frac{P - \frac{a}{V^2} + \frac{2ab}{V^3}}{V - b}} \quad (24)$$

Итого зависимость скорости звука от давления:

$$c = c_0 \left(1 + \frac{2aP}{iRT\mu c_0^2}\right) \left[1 + \frac{P}{2RT} \left(b - \frac{a}{RT} + \frac{2ab}{(RT)^2}\right)\right], \quad (25)$$

где c_0 - скорость звука по формуле $c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}$ при определённой фиксированной температуре, а и b - коэффициенты Ван-дер-Ваальса, i - число степеней свободы газа.

На сайте tehtab.ru приведен экспериментальный график зависимости скорости звука в воздухе при температуре $20^\circ C$ от давления при больших давлениях. Построим график такой же зависимости по выведенной нами формуле.

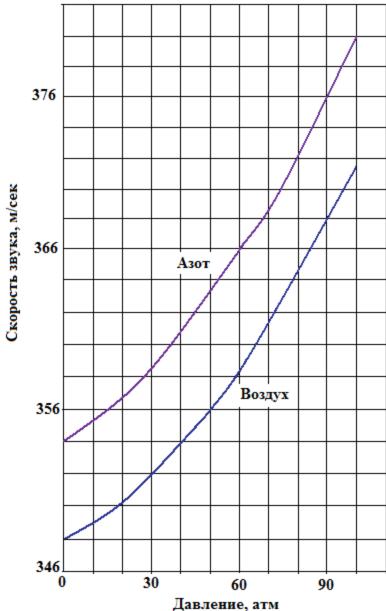


Рис. 1: Экспериментальная зависимость

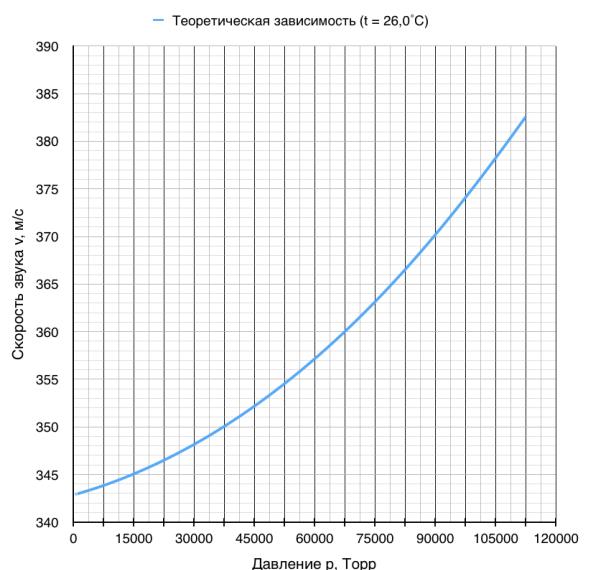


Рис. 2: Предложенная теоретическая модель

Мы видим, что совпадает не только характер зависимости ($v \sim P^3$), но и отдельные значения скорости звука при давлениях в несколько десятков атмосфер. Значит, предложенная нами зависимость применима в рабочем диапазоне давлений.

3 Фотографии установки



Рис. 1: Крепление проводов и динамика, резонатор в разобранном виде



Рис. 2: Общий вид установки



Рис. 3: Частотогенератор, частотомер (подача резонансной частоты)



Рис. 4: Осциллограф и милливольтметр (регистрация резонанса)