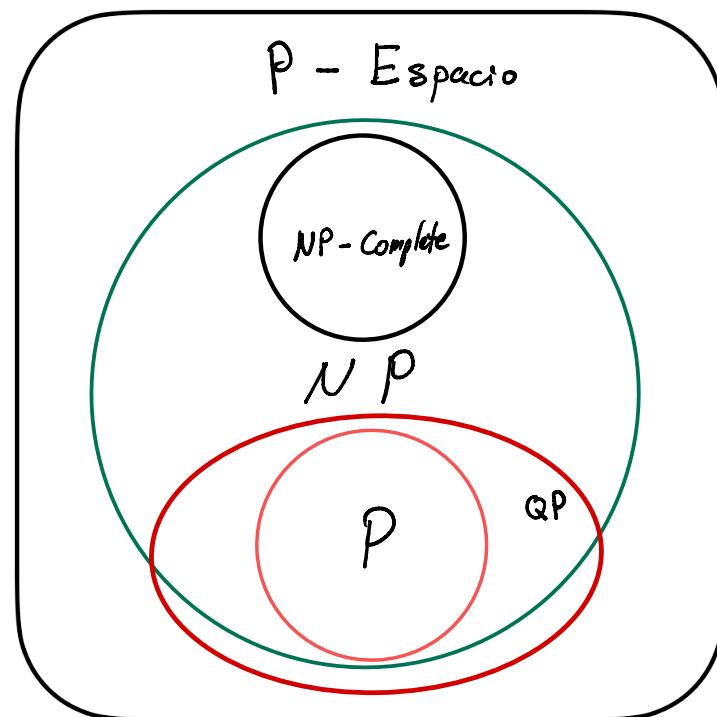


Computación Cuántica: oportunidades y perspectivas

Dr. Antonio Hernández-Garduño

ITAM - septiembre 2021

Complejidad y Computación Cuántica



Potencial Impacto de la C. Cuántica



PHARMACEUTICALS

Improve the efficiency of early-phase drug design and discovery



CHEMICALS

Accelerate development of new chemicals



FINANCE

Reduce risk through improved portfolio insight



AEROSPACE & DEFENSE

Develop new aircraft materials and military technology



OIL & GAS

Optimize production and expedite exploration

DATA CENTER

Accelerate machine learning and analysis of large data sets.

MANUFACTURING

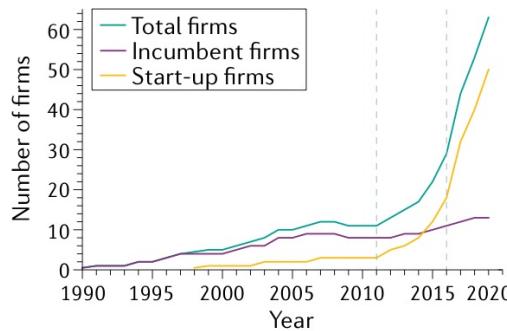
Gain visibility into design and production limitations

TELECOMMUNICATION

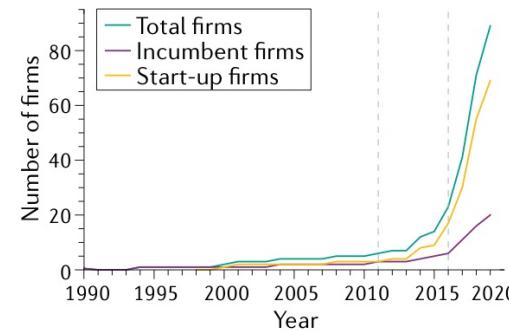
Optimize antenna efficiency and bandwidth utilization

Tendencias comerciales de la C. Cuártica

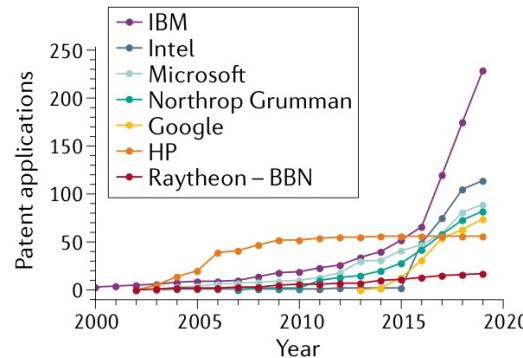
a Hardware focused



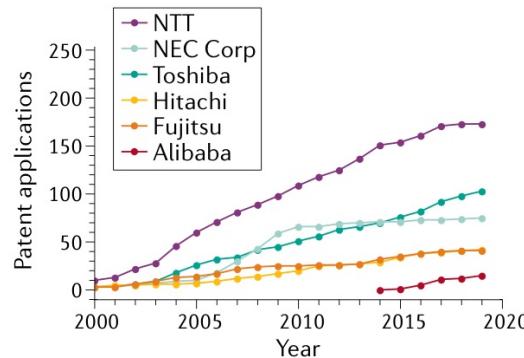
b Software focused



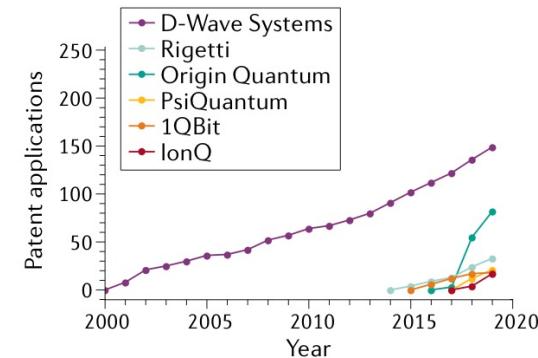
c North American incumbents



d Asian incumbents



e Start-up firms

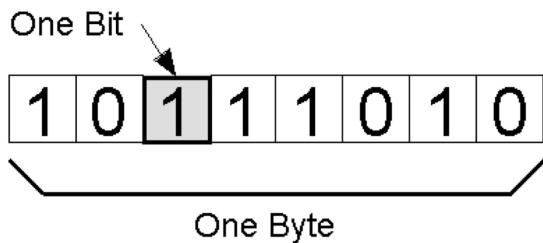


¿Qué es la

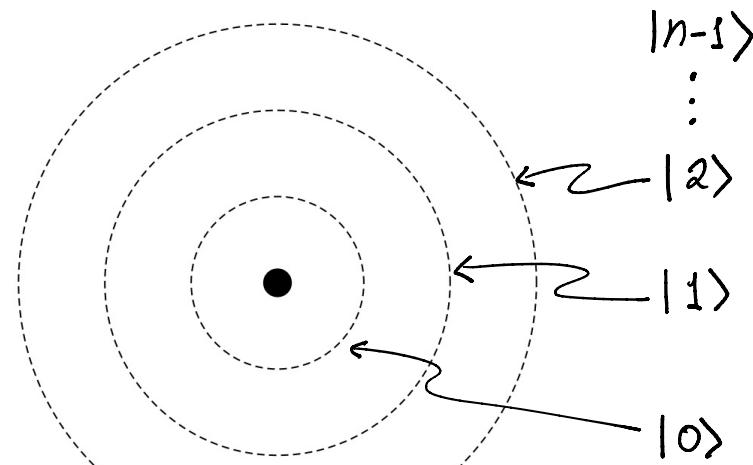
Computación Cuántica ?

Informática Cuántica

Bit



Qudit



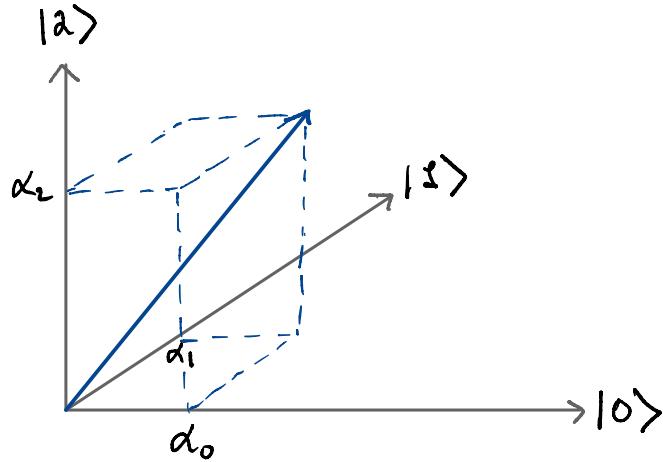
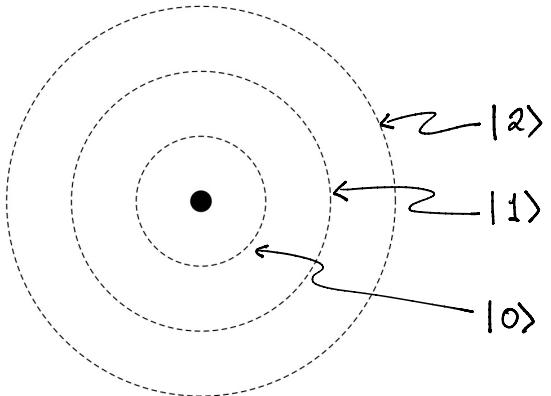
Caso $n=2$: "Qubit"

Manipulación de la información

usando principios cuánticos

- Supremacía cuántica
- Superposición
 - Entrelazamiento
 - Reversibilidad
 - Medición

Superposición



$$\text{Estado: } |\psi\rangle = \alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle + \alpha_2|2\rangle$$

$$\alpha_k \in \mathbb{C}, \quad k=0, 1, 2$$

Amplitudes de Probabilidad y Medición

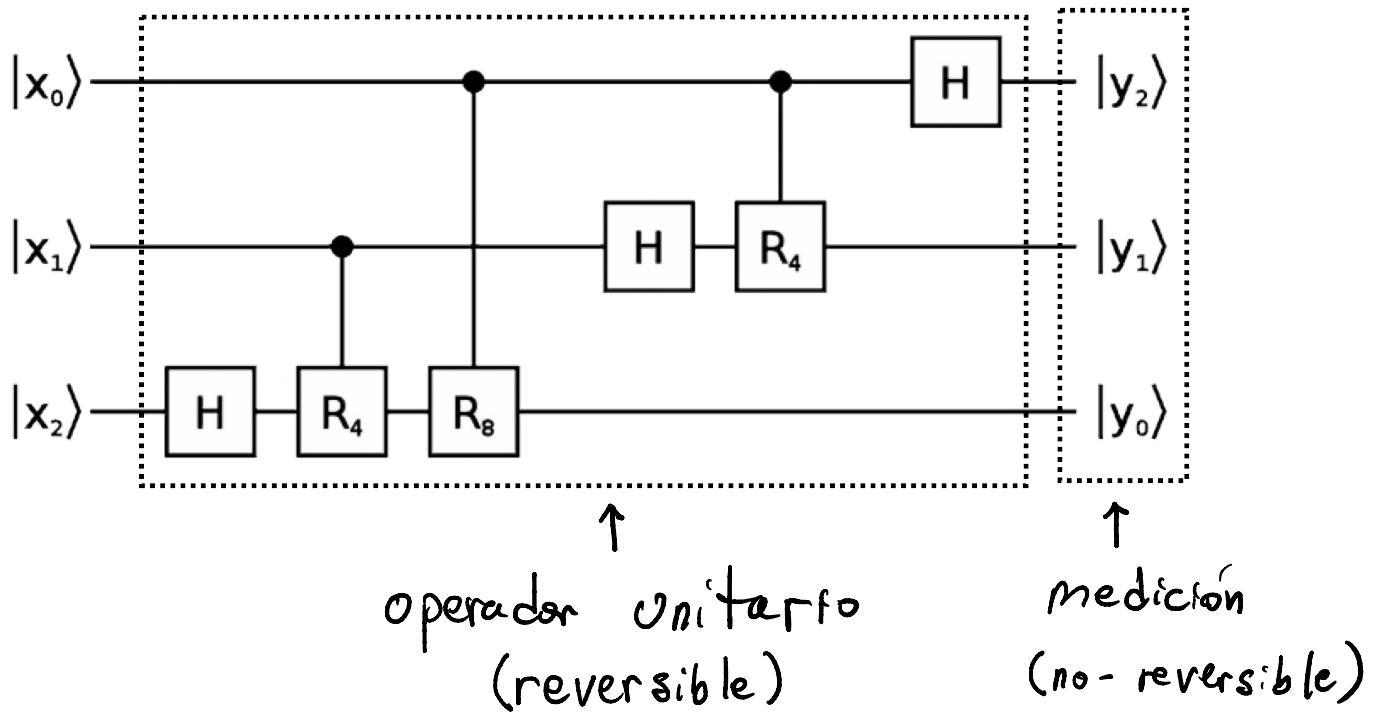
$$|\Psi\rangle = \alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle + \alpha_2|2\rangle$$

↑
"amplitudes de probabilidad"

(Probabilidad de observar el sistema
en el estado $|k\rangle$) = $|\alpha_k|^2$

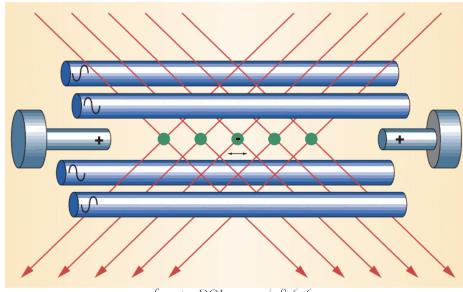
Después de la medición: $|\Psi\rangle \xrightarrow{\text{"colapso"}} |K\rangle$, $K=0, 1 \text{ ó } 2$.

Evolución de los Qubits



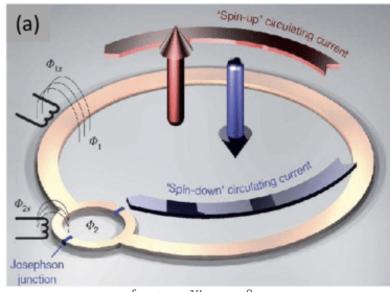
Qubits : implementación física

Trampa de Iones



fuente: DOI 10.1109/2.816267

Superconductores



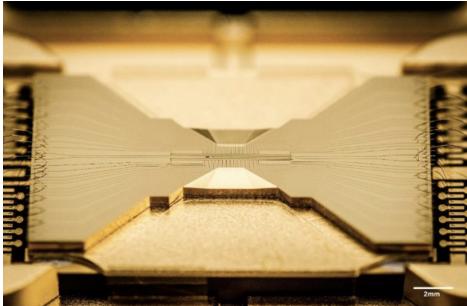
fuente: arXiv:1204.2821v2

Fotones polarizados

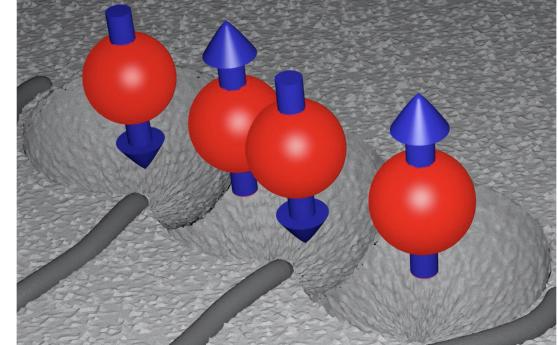


fuente: Chao-Yang Lu, University of Science and Technology of China

Spin
Qubit :

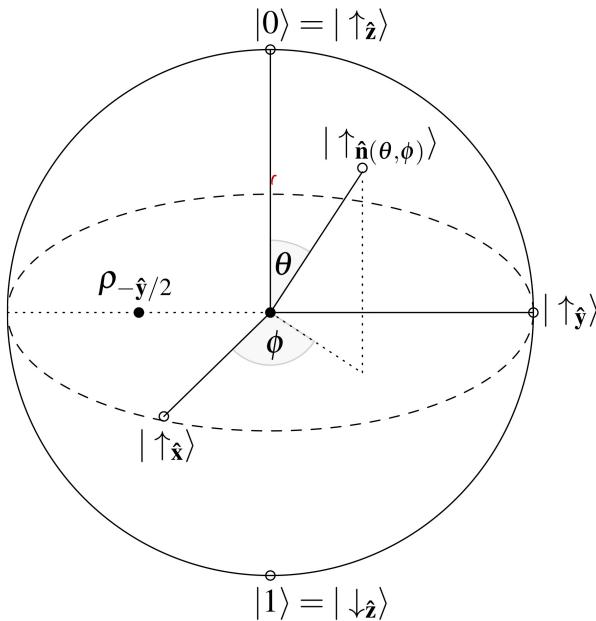
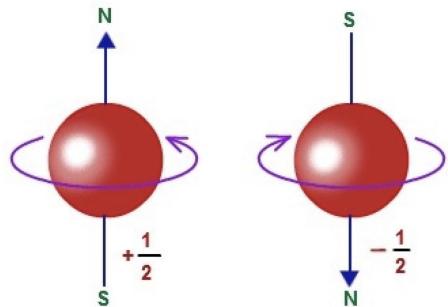


fuente: KAI HUDEK, IONQ



fuente: Maximilian Russ/Guido Burkard

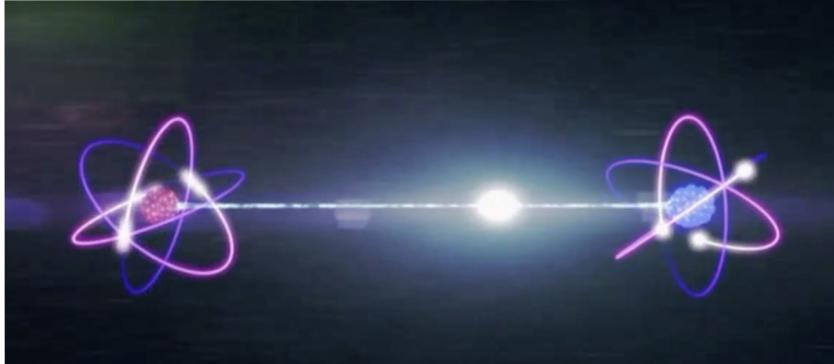
Qubit : Visualización geométrica



fuente: Scherer , W. Mathematics of Quantum Computing, Springer 2019

más de un quobit...

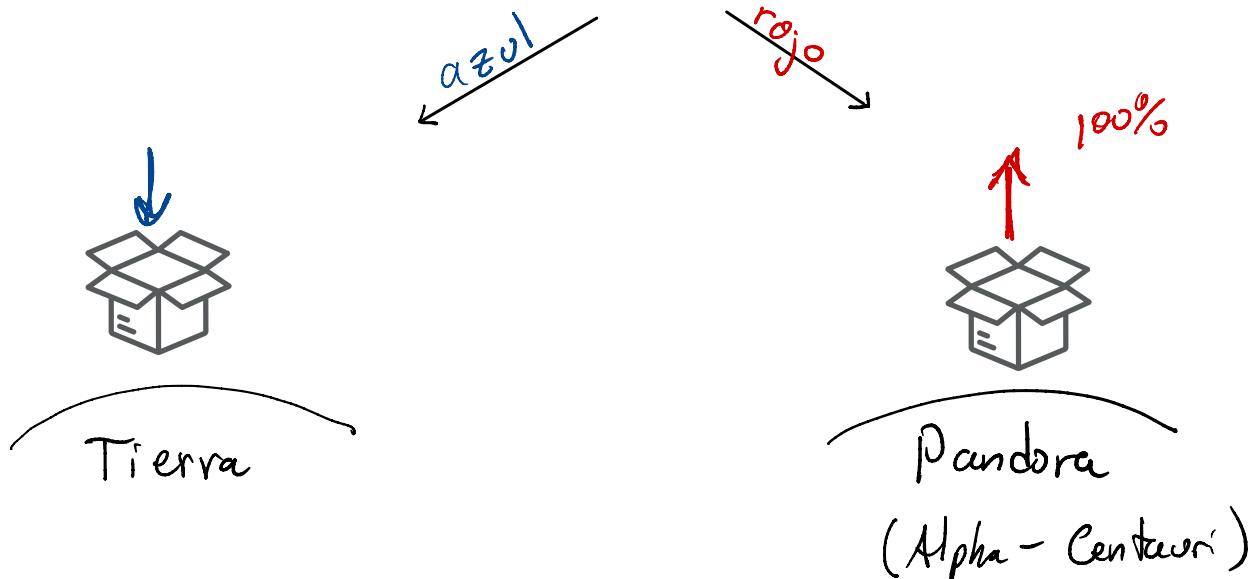
Entrelazamiento

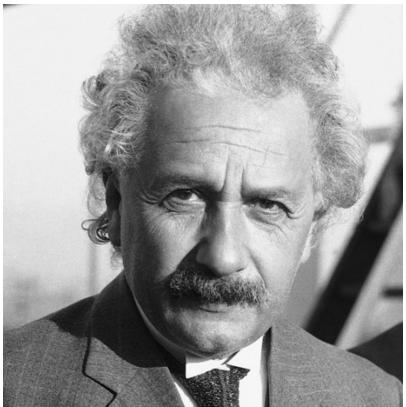


fuente: blogs.umass.edu

Entrelazamiento: Dos sistemas están en un caso especial de superposición, llamado entrelazamiento (entanglement) si la medición de un sistema está correlacionado con el estado del otro sistema de una manera que es más fuerte que las correlaciones del mundo clásico. En otras palabras, los estados de los dos sistemas no son separables.

Ejemplo: $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\downarrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |\downarrow\uparrow\rangle$





M A Y 15, 1935

P H Y S I C A L R E V I E W

V O L U M E 47

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, *Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey*

(Received March 25, 1935)

In a complete theory there is an element corresponding to each element of reality. A sufficient condition for the reality of a physical quantity is the possibility of predicting it with certainty, without disturbing the system. In quantum mechanics in the case of two physical quantities described by non-commuting operators, the knowledge of one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in

quantum mechanics is not complete or (2) these two quantities cannot have simultaneous reality. Consideration of the problem of making predictions concerning a system on the basis of measurements made on another system that had previously interacted with it leads to the result that if (1) is false then (2) is also false. One is thus led to conclude that the description of reality as given by a wave function is not complete.

J. Bell
(1964)



sin entrelazamiento:

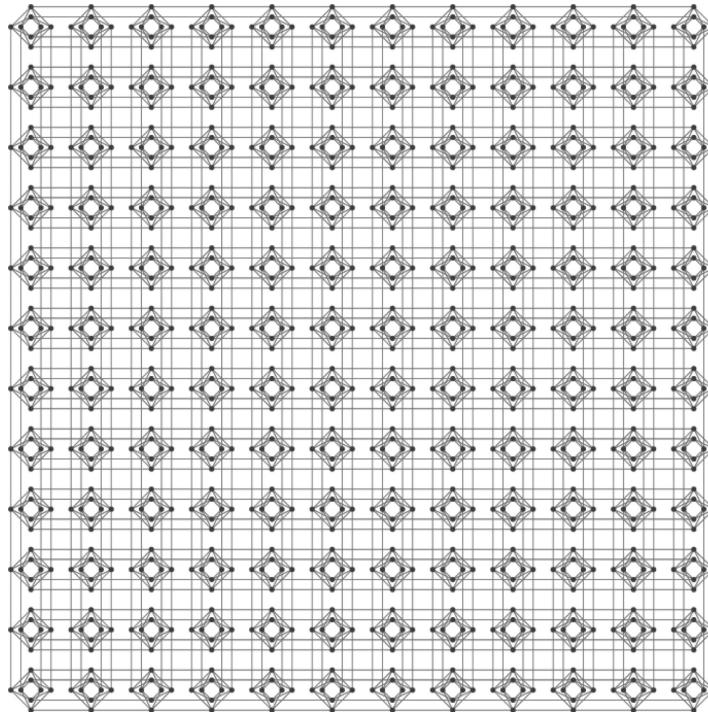
$$|q_1\rangle \quad |q_2\rangle \quad |q_3\rangle \quad \dots \quad |q_N\rangle$$
$$\mathbb{C}^2 \oplus \mathbb{C}^2 \oplus \mathbb{C}^2 \oplus \dots \oplus \mathbb{C}^2$$

$$\dim(\mathcal{H}) = 2N$$

con entrelazamiento:

$$|q_1\rangle \quad |q_2\rangle \quad |q_3\rangle \quad \dots \quad |q_N\rangle$$
$$\mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2 \otimes \dots \otimes \mathbb{C}^2$$

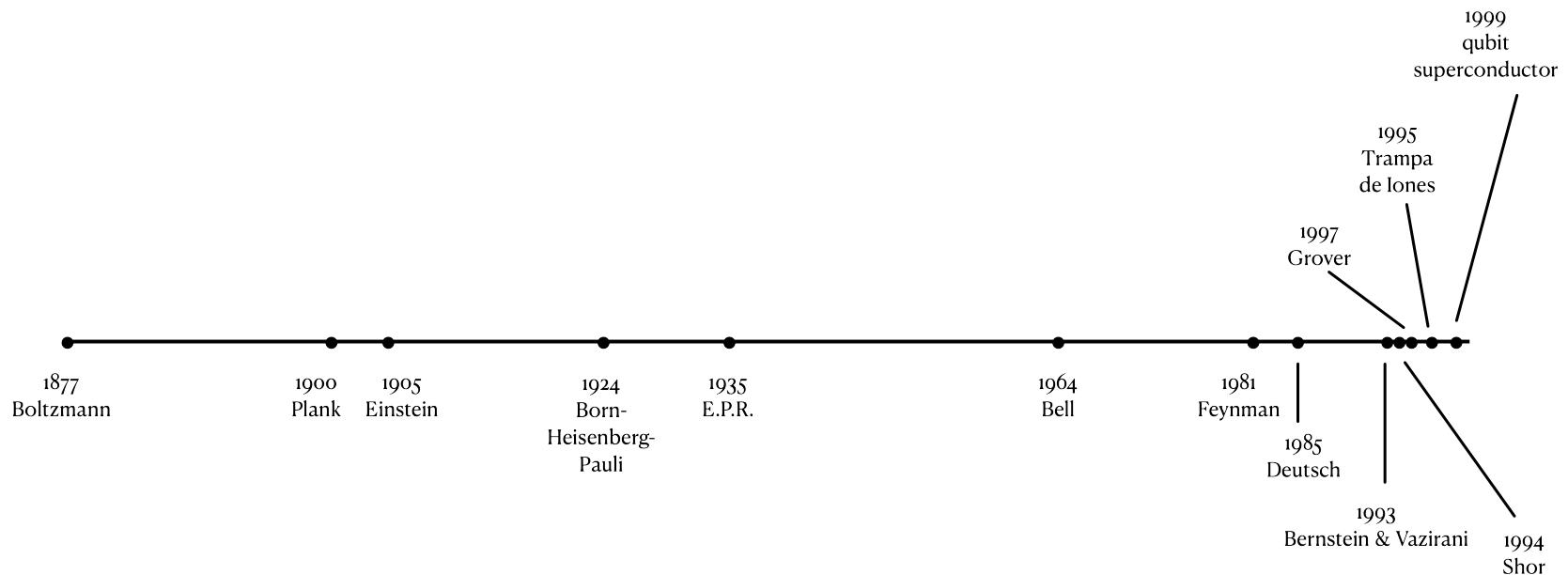
$$\dim(\mathcal{H}) = 2^n$$



fuente: Georg Hahn

Información “cuántica” se guarda en las
las correlaciones entre los qubits .

Un poco de historia



Oportunidades

- Algoritmos cuánticos
- Optimización
- Impacto en negocios
- Laboratorio (óptica)

Quantum Annealing

$$|+\rangle \begin{array}{c} | \\ - \\ - \\ - \\ - \\ - \end{array} H(t) = \begin{array}{c} | \\ - \\ - \\ - \\ - \\ - \end{array} |v_1\rangle \rightarrow \boxed{\text{A}} \\ |+\rangle \begin{array}{c} | \\ - \\ - \\ - \\ - \\ - \end{array} |v_2\rangle \rightarrow \boxed{\text{B}} \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ |+\rangle \begin{array}{c} | \\ - \\ - \\ - \\ - \\ - \end{array} |v_n\rangle \rightarrow \boxed{\text{C}} \end{math>

Modelo de Ising$$

Hamiltoniano inicial: $H_I = \sum_{i=1}^n \sigma_i^x$

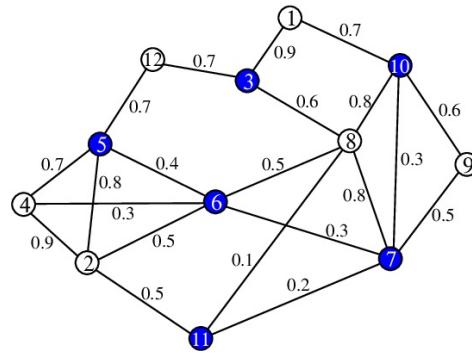
Hamiltoniano del problema: $H_p = \sum_{i \in V} h_i \sigma_i^z + \sum_{(i,j) \in E} J_{ij} \sigma_i^z \otimes \sigma_j^z$

$a(t): S \rightarrow 0, \quad b(t): 0 \rightarrow 1$

Modelo de Ising (QUBO)

Gráfica $G = (V, E)$

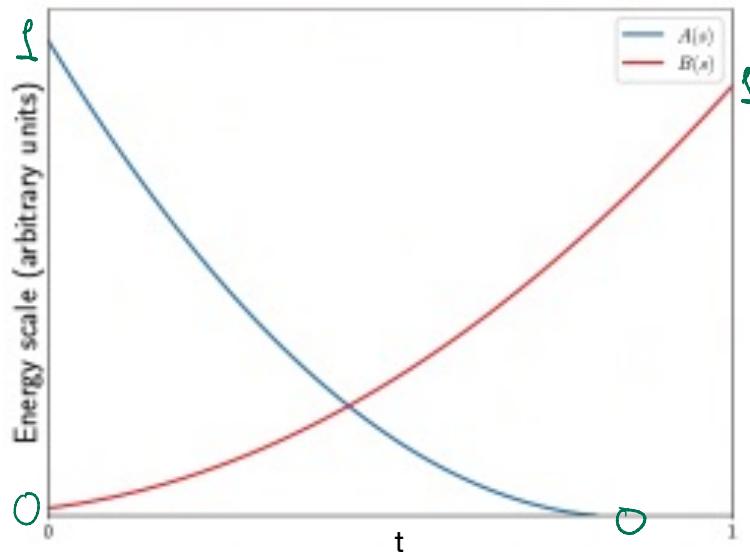
$$n = |V|$$



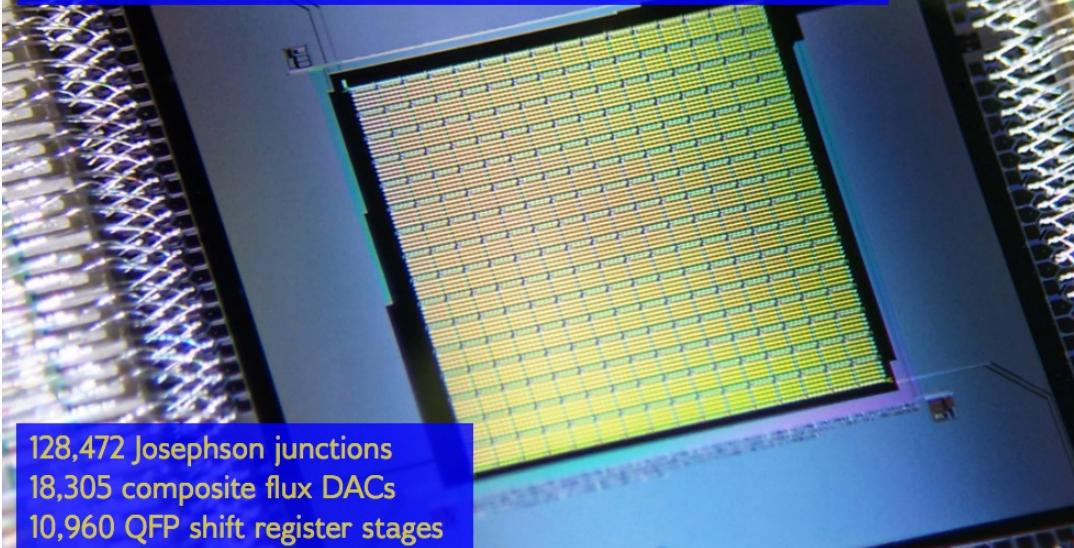
Problema: Encontrar el vector $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $x_i \in \{-1, 1\}$, tal que minimice la función de energía:

$$E(x) = \sum_{i \in V} h_i x_i + \sum_{(i,j) \in E} J_{ij} x_i x_j$$

Evolución de coeficientes $a(t)$, $b(t)$



D-Wave 2000Q quantum annealing processor
Quantum processing unit = QPU



Ejemplo : repartición equitativa

Se tiene una colección $S = \{n_1, n_2, \dots, n_N\}$ de números positivos.

Problema: partir S en dos conjuntos "equilibrados".

$$S = R \cup (S \setminus R)$$

tal que $\sum_{n_i \in R} n_i \approx \sum_{n_i \in (S \setminus R)} n_i$

Ejemplo : repartición equitativa

Se tiene una colección $S = \{n_1, n_2, \dots, n_N\}$ de números positivos.

Problema: partir S en dos conjuntos "equilibrados".

$$S = R \cup (S \setminus R)$$

tal que $\sum_{n_i \in R} n_i \approx \sum_{n_i \in (S \setminus R)} n_i$

Función de energía: $H = A \left(\sum_{i=1}^N n_i s_i \right)^2$

Quantum Annealing: $s_i \mapsto \sigma_i^z$ 

Oportunidades usando Quantum Annealing

Problemas de Partición	Problemas de empacamiento	Problemas con desigualdades	Problemas de coloreo	Ciclos Hamiltonianos	Problemas de árboles
Partición numérica	Cubierta exacta	Cubierta de conjuntos	Coloreo de gráficas	Generalización del “puente de Königsberg”	Árbol generador mínimo con restricción de grado máximo
Partición de gráficas	Empacamiento de conjuntos	Knapsack con pesos enteros	Cubierta de Clique	Vendedor viajero	Árboles de Steiner
Cliques	Cubrimiento de vértices		Secuenciación de trabajos		Conjunto de vértices con retroalimentación
	SAT				Conjunto de aristas con retroalimentación

Referencia: A. Lucas, Ising formulations of many NP problems, *Front Phys* 2 (2014)

Quantum Lab ITAM

Misión: Ofrecer un espacio para la divulgación, aprendizaje, investigación y discusión de temas de computación cuántica, y su impacto en la sociedad y las empresas.

Visión: La computación cuántica promete ser una nueva plataforma de innovación que impactará el futuro tecnológico de la sociedad moderna. Las actividades de este laboratorio buscan que el ITAM esté a la vanguardia de esta revolución.



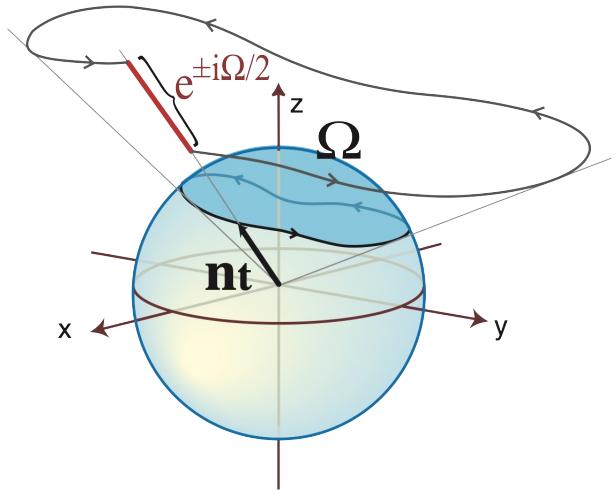
Proyectos (Semestre Otoño 2021)

- Construcción de una trampa de iones
- Curso de Computación Cuántica en edX
- Curso de mecánica cuántica en edX
- Experimentos de polarización
- Implementación del algoritmo de Shor (Wolfram Language/Qiskit)
- Problemas de optimización
- Simulación de algoritmos cuánticos con QuESTlink
- Sistemas Operativos
- Traducción del Qiskit Textbook

Proyectos anteriores

- Trampa de iones
- TaQu Fever (MIT iQuHACK)
- ITAMeet (qinder)
- Cursos en línea sobre álgebra lineal y computación cuántica

Holonomic Quantum Computation



$$H(\lambda_t) | \Psi_n(\lambda_t) \rangle = \epsilon_n(\lambda_t) | \Psi_n(\lambda_t) \rangle$$

$$| \Psi(t_f) \rangle = e^{i\chi_\gamma} | \Psi(t_i) \rangle$$

$$\chi_\gamma = \oint_\gamma \langle \phi | d\phi \rangle = \iint_\Sigma \mathcal{F} d\sigma$$