

Preinforme - Difracción de electrones

Juan José Guzmán Mejía* and Juan Sebastián Sánchez Lozano**
Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.

(Dated: 6 de septiembre de 2024)

I. OBJETIVOS

En este experimento queremos observar la dualidad onda-partícula en electrones por medio de difracción de Debye-Scherrer. Además, queremos verificar la validez de la ecuación de de Broglie para la longitud de onda de los electrones. Finalmente, queremos medir experimentalmente las distancias reticulares interplanares para el grafito.

II. CONTEXTO HISTÓRICO

A través de la historia ha habido gran discusión en la física por decidir si la luz es una onda o una partícula. Uno de los primeros y más influyentes en argumentar que la luz era una partícula fue Newton. El creía que la luz estaba compuesta de partículas o "corpúsculos" que se mueven en línea recta. De esta manera el explicaba fenómenos como la reflexión y la refracción [1]. A pesar de que la teoría corpuscular de la luz tenía algunas limitaciones al no poder explicar la interferencia y difracción, fue muy influyente durante siglos debido a la autoridad que tenía Newton.

Por otro lado, fue Huygens uno de los primeros en proponer la teoría ondulatoria de la luz. El introdujo el principio de Huygens, que explica como las ondas de luz se propagan como frentes de onda que se van expandiendo en todas direcciones. Con su teoría pudo explicar fenómenos como la reflexión y refracción [2]. También, con su teoría era posible explicar de manera convincente la difracción, algo que la teoría de Newton no podía describir adecuadamente.

En 1905, Albert Einstein propuso una explicación del efecto fotoeléctrico basado en la idea de que la luz está compuesta de cuantos o "fotones", partículas con energía $E = h\nu$, donde h es la constante de Planck y ν es la

frecuencia de la luz[2]. La ecuación relaciona propiedades como la E , anteriormente relacionada únicamente para partículas, con la ν , propiedad relacionada a las ondas. Esta teoría sugería una propiedad dual de la luz, como su trabajo establecía, muestra comportamientos tanto de onda como de partícula.

Louis de Broglie, en su tesis doctoral de 1924, extendió la idea de la dualidad onda-partícula a la materia, postulando que todas las partículas, no solo los fotones, también poseen una naturaleza ondulatoria. De Broglie propuso que a una partícula con momento p se le podía asociar una longitud de onda dada por $\lambda = \frac{h}{p}$ [3].

Niels Bohr, uno de los fundadores de la mecánica cuántica, introdujo el principio de complementariedad, que afirma que las propiedades ondulatorias y corpusculares de la materia son aspectos complementarios de la misma realidad. No se pueden observar simultáneamente, pero ambos son necesarios para describir el comportamiento cuántico[4]. La dualidad onda-partícula es particularmente útil en la microscopía electrónica, que se basa en la naturaleza ondulatoria de los electrones.

III. MARCO TEÓRICO

El efecto fotoeléctrico y la ley de Planck fueron la base de la dualidad onda-partícula. En el efecto fotoeléctrico se propone que la energía de los fotones viene dada por la ecuación $E = h\nu$; se observa una clara relación entre E y la frecuencia ν , propiedades que anteriormente se creían incompatibles ya que la energía se relacionaba con las partículas y la frecuencia a las ondas. Esta dualidad entre onda y partícula llevaron a De Broglie a proponer que todas las partículas elementales muestran un comportamiento ondulatorio. Para una partícula con momento p se le asocia una longitud de onda λ mediante la ecuación $\lambda = \frac{h}{p}$ [5].

Para el experimento, se trabajará con electrones y voltajes para poder acelerarlos. Por esta razón se hace uso de la conservación de la energía para calcular la longitud de onda de los electrones.

* Correo institucional: j.guzmanm@uniandes.edu.co

** Correo institucional: js.sanchez11@uniandes.edu.co

$$eV = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{h^2}{2m_e\lambda^2} \quad (1)$$

De esta ecuación se puede despejar λ .

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2eVm_e}} \quad (2)$$

De la anterior ecuación podemos obtener longitudes de onda del orden de pico metros con tan solo algunos kilovoltios. Este tamaño es ideal para el experimento ya que las distancias entre átomos de un cristal son cercanas a este orden de magnitud, por lo cual, se puede estudiar la naturaleza ondulatoria de los electrones que inciden en la red cristalina.

Al momento en que los electrones inciden sobre el cristal, estos se difractan siguiendo la ley de Bragg de manera especular, es decir, se reflejan con el mismo ángulo en el que inciden. Este efecto genera un patrón de interferencia cuando se considera una red cristalina y las diferentes reflexiones interfieren entre ellas constructivamente [5]. Para que la interferencia sea constructiva el camino adicional recorrido por la onda del plano inferior debe cumplir la siguiente ecuación:

$$2d_i \sin \theta = n\lambda \quad (3)$$

Esta ecuación es válida para $\lambda \leq 2d_i$, conocida como la ley de Bragg[5].

Para esta práctica el material cristalino será grafito. Este se estructura en forma de hexágono con distancias interplanares d_i . Los cristales están orientados de manera aleatoria con el fin de encontrar un plano con una inclinación que permita obtener interferencia constructiva y sea posible ver el patrón de interferencia en una pantalla.

IV. MONTAJE EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTO

Los componentes básicos son: Tubo de difracción de electrones, fuente de alto voltaje (10kV), 6 cables, soporte para el tubo y un calibrador.

El montaje consta de dos configuraciones, una permite observar la muestra de grafito amplificada y la otra permite observar el patrón de difracción.

A. Configuración 1

Lo primero es insertar el tubo de difracción de electrones en el soporte correspondiente y tener cuidado al manipularlo debido a la delicadeza de este. Luego, es necesario identificar las ranuras F1, F2, C (cátodo), X (electrodo de enfoque) y A (ánodo) para conectarlos cables siguiendo la figura 1. Con esto, se consigue que los electrones se desprendan por termo-ionización.

Es importante mencionar que no se debe superar los 3kV ni trabajar por periodos largos de tiempo. Una vez observada la geometría de la muestra, tomar una fotografía.

En esta parte del montaje se responderán preguntas relacionadas al funcionamiento del sistema, a la descripción de lo que se observa, a los microscopios electrónicos de transmisión y al porqué no se observa un patrón de difracción.

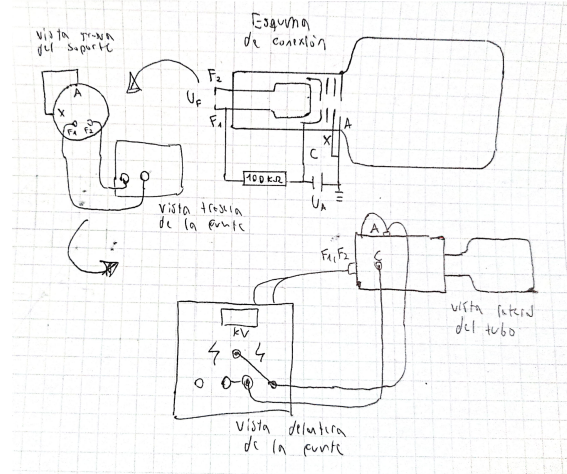


Figura 1. Se muestran las conexiones en 3 puntos de vista diferentes para la configuración 1.

B. Configuración 2

Las conexiones cambian con el fin de observar el patrón de difracción y se muestran en la figura 2. Cuando las conexiones estén listas, toca empezar a aumentar el voltaje lentamente hasta llegar a 3kV. En este caso, se observarán dos anillos concéntricos, cuyos diámetros cambian según el voltaje. Se tienen que medir los diámetros de estos anillos, junto con su voltaje correspondiente. Se recomienda no pasar los 5kV porque empiezan a formarse rayos X.

Las preguntas se dividen en dos actividades. En la primera actividad se pide reportar cada diámetro con su voltaje, medir el ancho de cada anillo para cada voltaje, comparar la longitud de onda de De Broglie con la longitud de onda de Bragg, describir los cambios en los diámetros debido a un imán, calcular el diámetro de los demás anillos no visibles y mostrar las condiciones para que se observe difracción.

En la segunda actividad se pide hacer gráficas del diámetro contra el inverso de la raíz cuadrada de V y hacerle una regresión lineal para calcular las distancias interplanares d_1 y d_2 . También se pide estimar la constante de Planck con los datos que se obtuvieron experimentalmente.

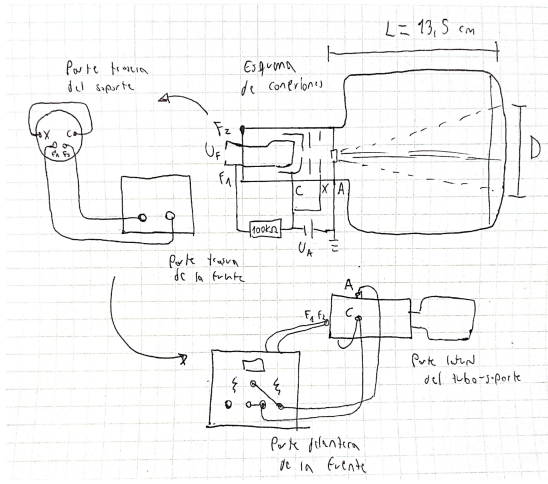


Figura 2. Se muestran las conexiones en 3 puntos de vista diferentes para la configuración 2.

V. EJERCICIOS TEÓRICOS

A. Punto 1

Siguiendo la figura 3, sabemos que

$$\tan(2\theta) = \frac{D}{2L}.$$

Por lo tanto,

$$\theta = \frac{\arctan\left(\frac{D}{2L}\right)}{2}.$$

Sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación 3 y despejando para λ , obtenemos que

$$\lambda = \frac{2d_i}{n} \sin\left(\frac{\arctan\left(\frac{D}{2L}\right)}{2}\right).$$

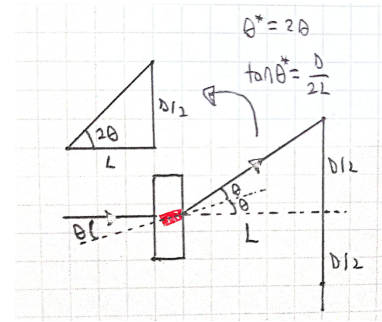


Figura 3. Se muestra en rojo un cristal de grafito con inclinación θ con respecto al haz de electrones incidente.

B. Punto 2

Se debe tener en cuenta que, como hay una distribución aleatoria de las orientaciones de los cristales, entonces solo algunos producirán el efecto de difracción esperado en concordancia con la ley de Bragg. Lo intuitivo sería observar anillos concéntricos, ya que existirá una familia de planos cristalinos que cumplan con el ángulo de interferencia constructiva.

C. Punto 3

Entre 1925 y 1927, Paul Scherrer y su supervisor de doctorado, Peter Debye, trabajaron juntos en la Universidad de Gotinga con el fin de desarrollar métodos más eficientes para analizar estructuras cristalinas. De estos estudios, nació el método de Debye-Scherrer que se basa en pasar radiación (como rayos x) a través de finos granos cristalinos y así observar patrones de difracción. Curiosamente, este método fue desarrollado de manera independiente por Albert Hull [6].

El método Debye-Scherrer es mucho más eficiente porque permite evitar la necesidad de cultivar grandes cristales individuales, lo cual es un requisito en los métodos desarrollados por Max von Laue y los Braggs. Además,

el método facilita los procesos de evaluación de datos, que pueden ser engorrosos en las técnicas que requieren cristales grandes.[6].

D. Punto 4

La formula a usar es:

$$d_{hkl} = \sqrt{\frac{1}{\frac{4}{3} \frac{h^2 + hk + k^2}{a^2} + \frac{l^2}{c^2}}}$$

donde $a = 0,2461nm$ y $c = 0,6708nm$.

Calculando distancias y organizando de mayor a menor, tenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned} d_{100} &\approx 213,12pm \\ d_{110} &\approx 123,05pm \\ d_{200} &\approx 106,56pm \\ d_{210} &\approx 80,55pm \\ d_{220} &\approx 61,52pm \end{aligned}$$

E. Punto 5

Los datos a usar son los siguientes:

1. Distancia entre capas: $d_{capa} = 3,35 \times 10^{-10}m$
2. Densidad del grafito: $\rho = 2230kg/m^3$
3. Masa molar del grafito: $M = 0,012kg/mol$
4. Número de Avogadro: $N_A = 6,022 \times 10^{23}$ átomos
5. Número de átomos en un prisma hexagonal: $N = 12$

Con esto, primero es necesario poner la densidad en función del número de átomos de carbono, el número de Avogadro, la masa molar del carbón y el volumen de un prisma hexagonal:

$$\rho = \frac{\frac{N}{N_A} M}{V}$$

Luego, usando geometría básica, se obtiene que el volumen de un prisma hexagonal es:

$$V = \frac{3\sqrt{3}d^2}{2}d_{capa},$$

donde d es un lado del hexágono que compone al prisma.

Esta expresión de volumen se tiene que reemplazar en la expresión de densidad, quedando lo siguiente:

$$\rho = \frac{\frac{N}{N_A} M}{\frac{3\sqrt{3}d^2}{2}d_{capa}}.$$

Ahora, quedaría despejar d , obteniendo:

$$d = \sqrt{\frac{2NM}{3\sqrt{3}\rho d_{capa} N_A}}$$

Finalmente, reemplazando valores, el resultado es:

$$d \approx 2,0316 \times 10^{-10}m = 203,16pm$$

Como se puede observar, la distancia d está en el mismo orden de magnitud que las distancias interplanares.

-
- [1] L. Muzzioli, *Ondas y corpusculos*. Universidad de Concepción, 1949.
 [2] D. B. Laserna, "Luz y ondas. huygens: la luz como propagación ondulatoria," *ARBOR*, 2015.

- [3] A. Mayorga, "La dualidad onda-partícula y el nacimiento de la mecánica ondulatoria," *Tecnología en marcha*, 2021.
 [4] S. M. Gómez, "Complementarity, identity and contradiction in the logic of niels bohr," *Universidad Politécnica*

- Salesiana*, 2016.
- [5] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*. John Wiley & Sons, Inc., 1986.
- [6] U. Holzwarth and N. Gibson, “The scherrer equation versus the ‘debye-scherrer equation’,” *Nature nanotechnology*, vol. 6, no. 9, pp. 534–534, 2011.