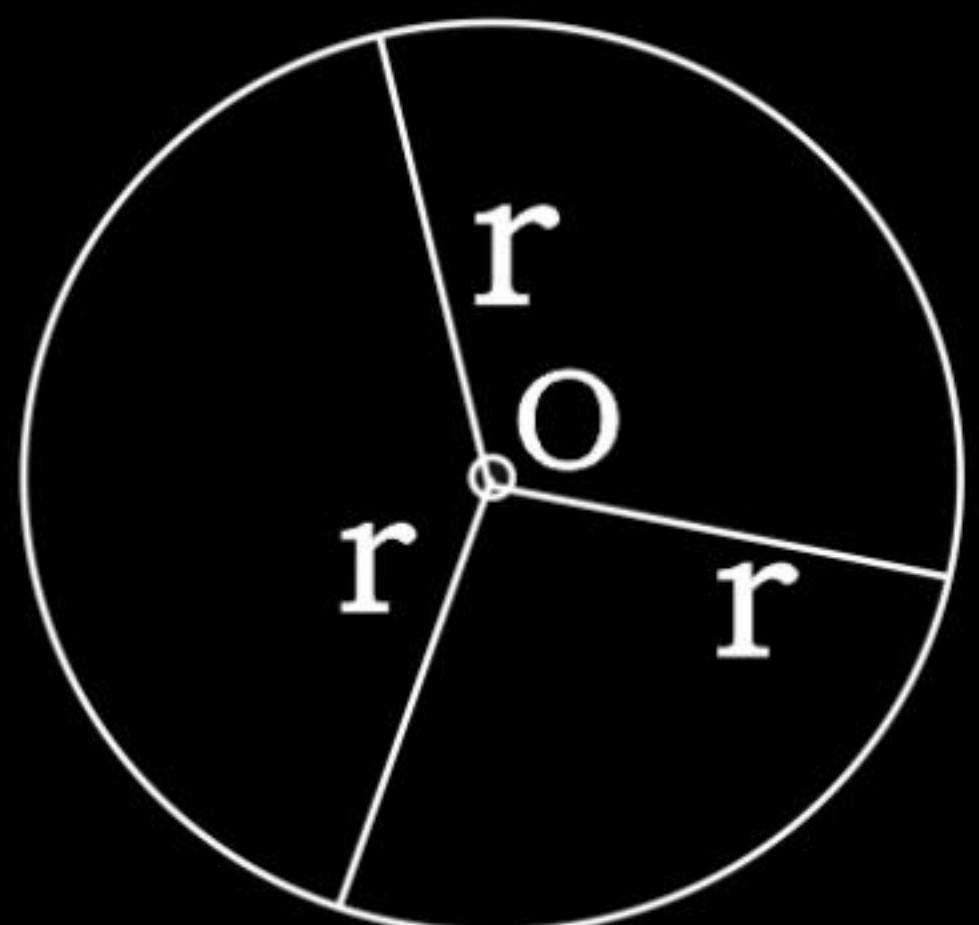




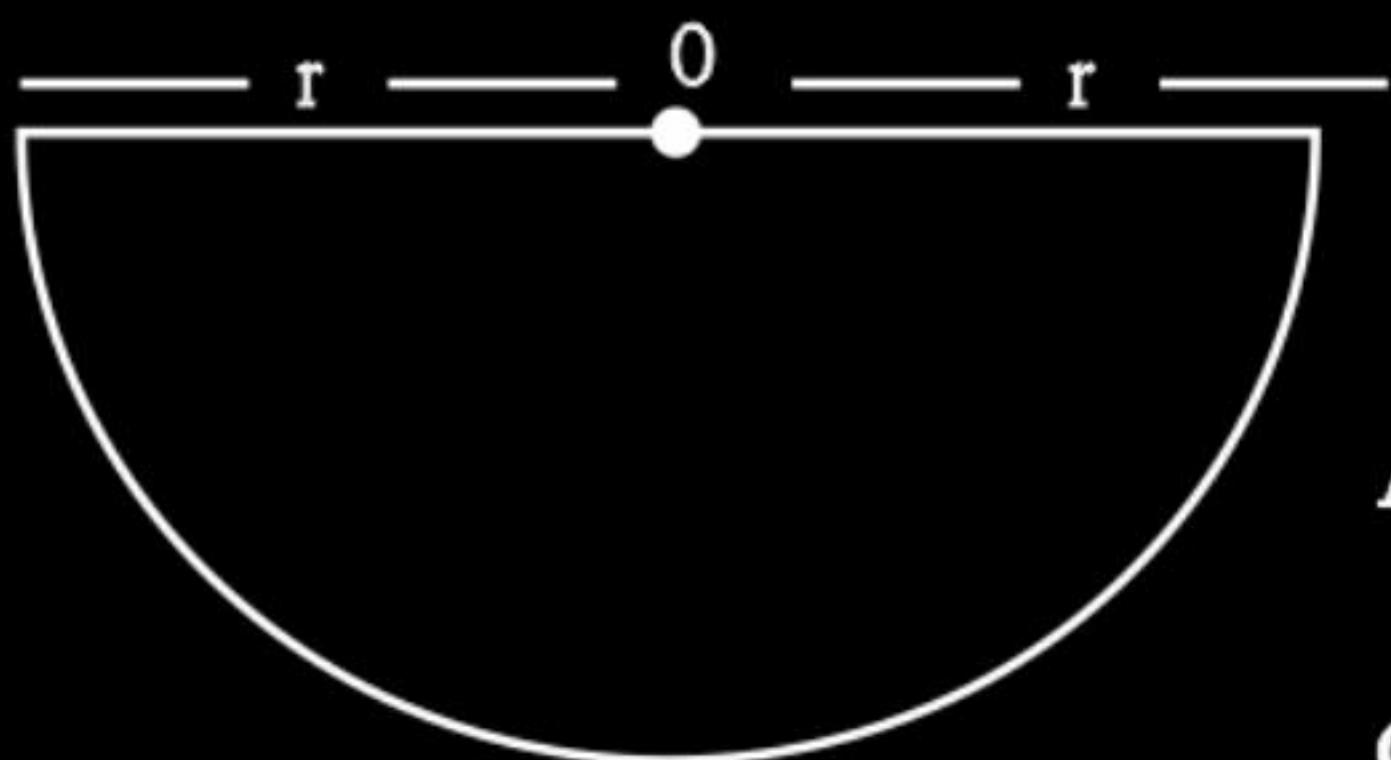
# CIRCLE



$$\text{Area} = \pi r^2$$

$$\text{Circumference} = 2 \pi r$$

circle



$$\text{Area} = \frac{\pi r^2}{2}$$

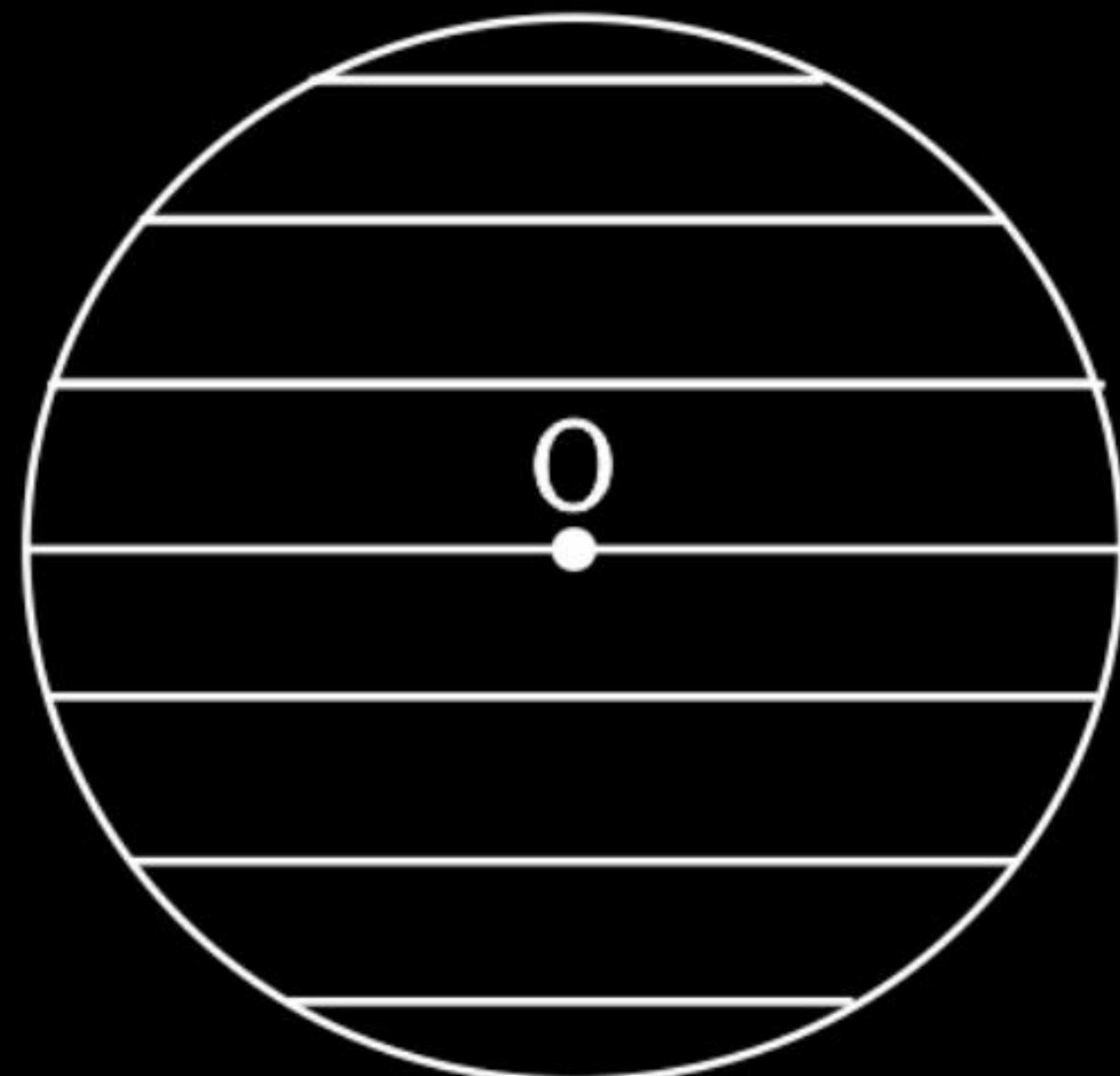
$$\text{Circumference} = \pi r + 2r$$

Semi-circle



**Chord (जीवा): A line whose end points lies on the circumference of the circle.**

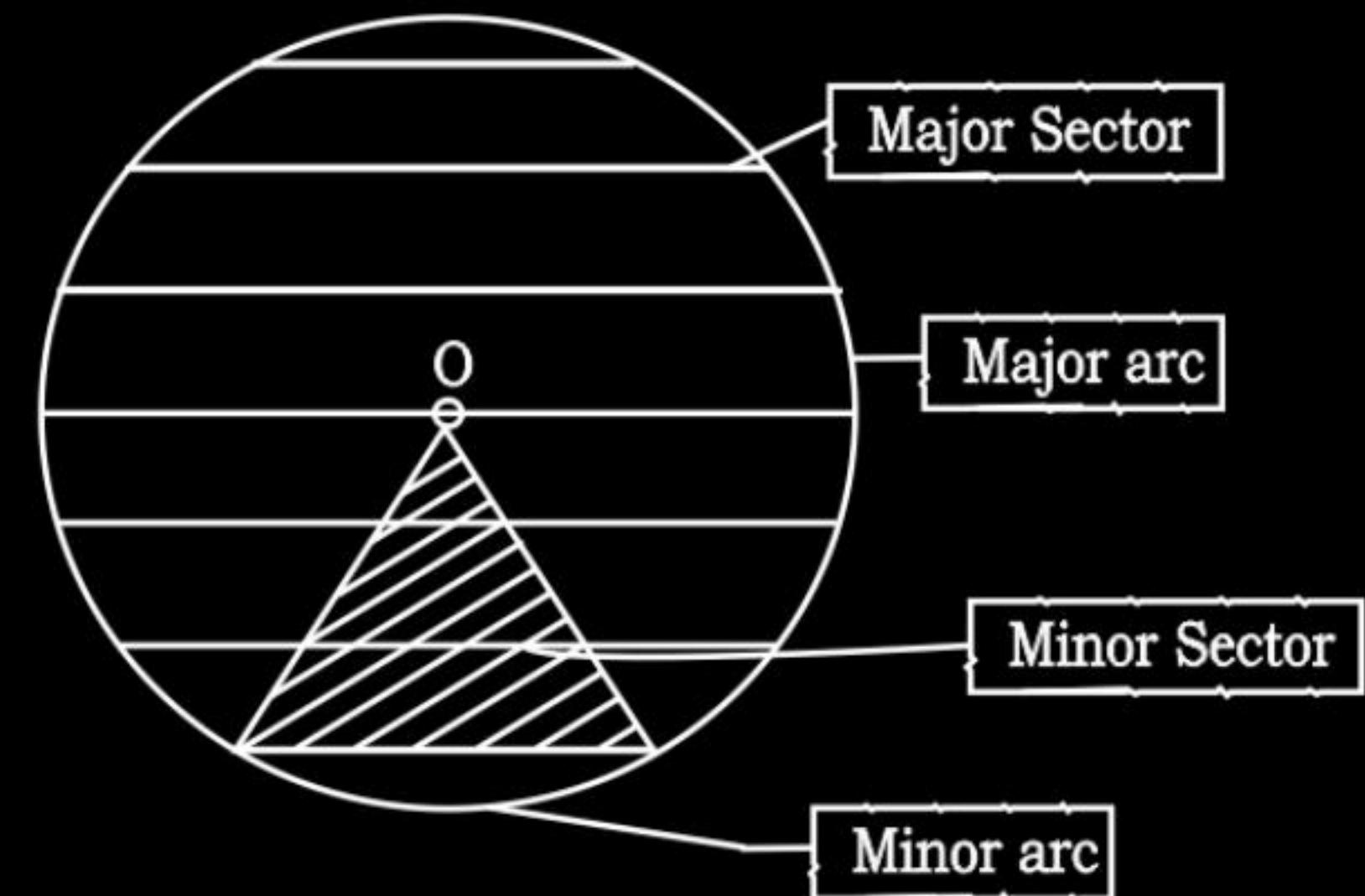
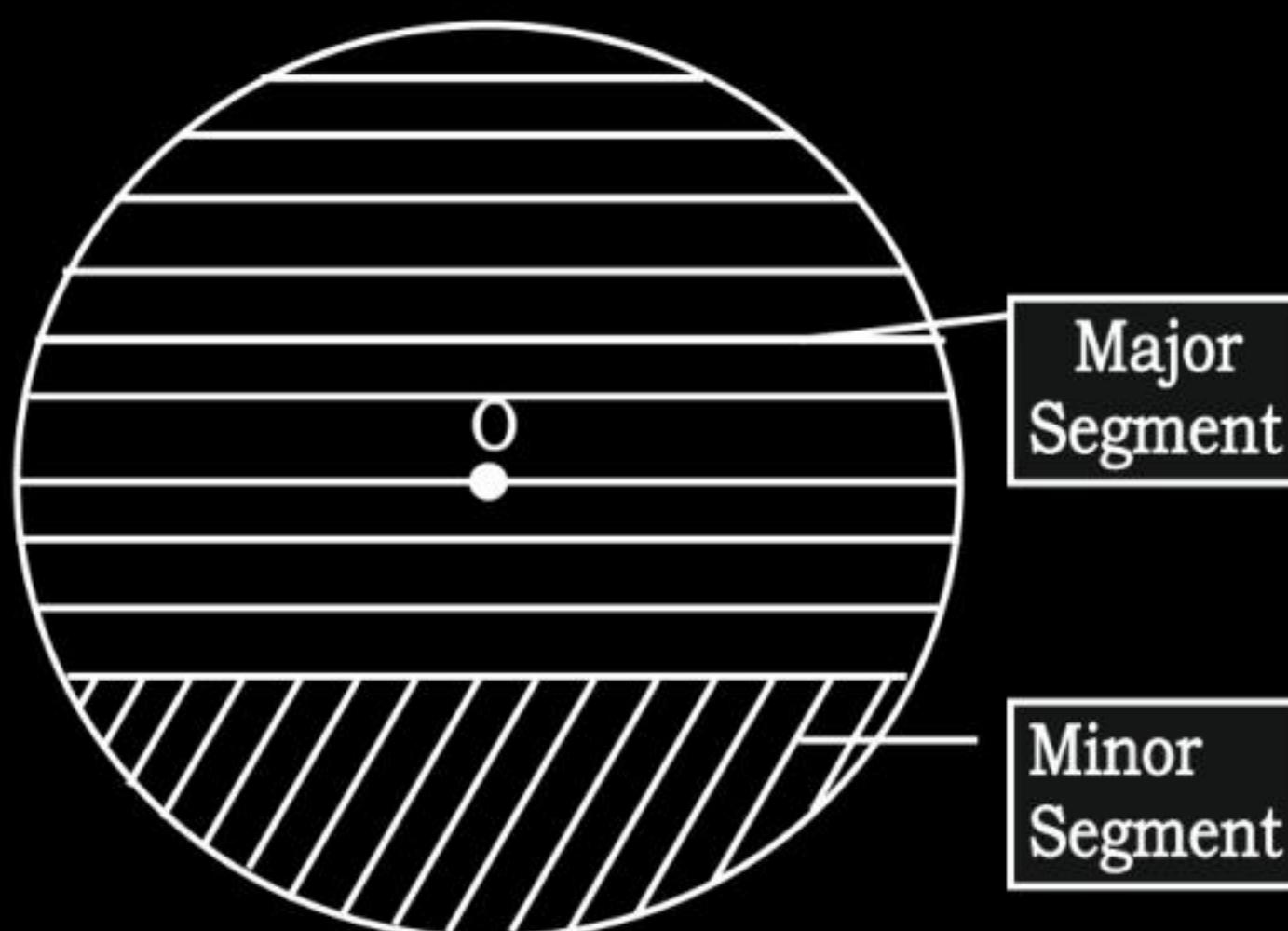
एक रेखा जिसका अंतिम बिंदु वृत्त की परिधि पर स्थित होता है।





The chord that passes through the centre is the largest and known as the diameter of the circle.

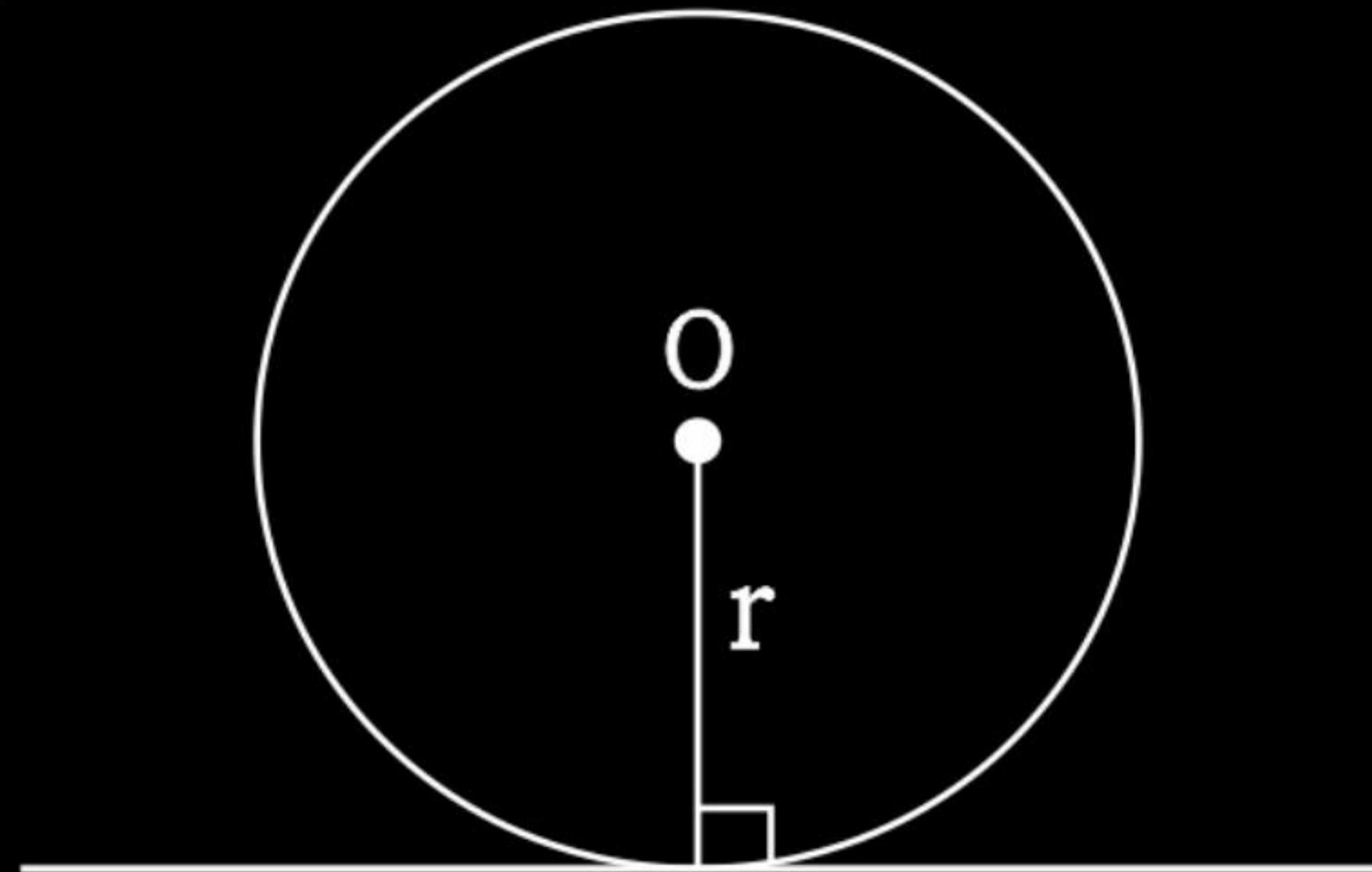
केंद्र से गुजरने वाली जीवा सबसे बड़ी होती है और वृत्त के व्यास के रूप में जानी जाती है।





**Tangent ( स्पर्श रेखा :- A line which touches the circle at a point on its circumference is known as the tangent to the circle.**

:- वह रेखा जो वृत्त की परिधि के किसी बिंदु पर स्पर्श करती है, वृत्त की स्पर्श रेखा कहलाती है।



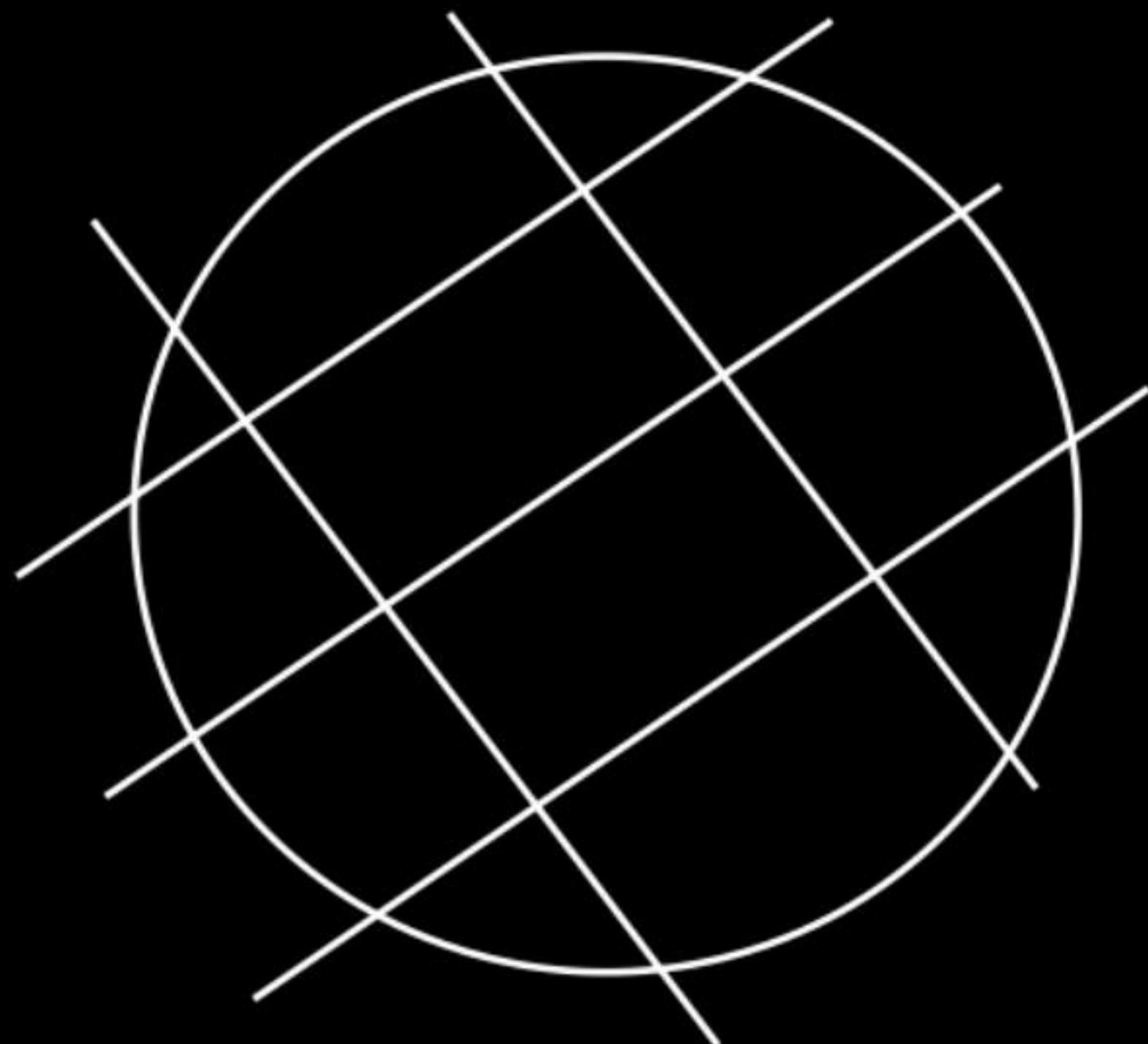
**Tangent always makes an angle of  $90^\circ$  with the circle's centre.**

स्पर्श रेखा हमेशा वृत्त के केंद्र से  $90^\circ$  का कोण बनाती है।



**Secant ( सिकंट ):-A line which passes through the circle.**

एक रेखा जो वृत्त से होकर गुजरती है।

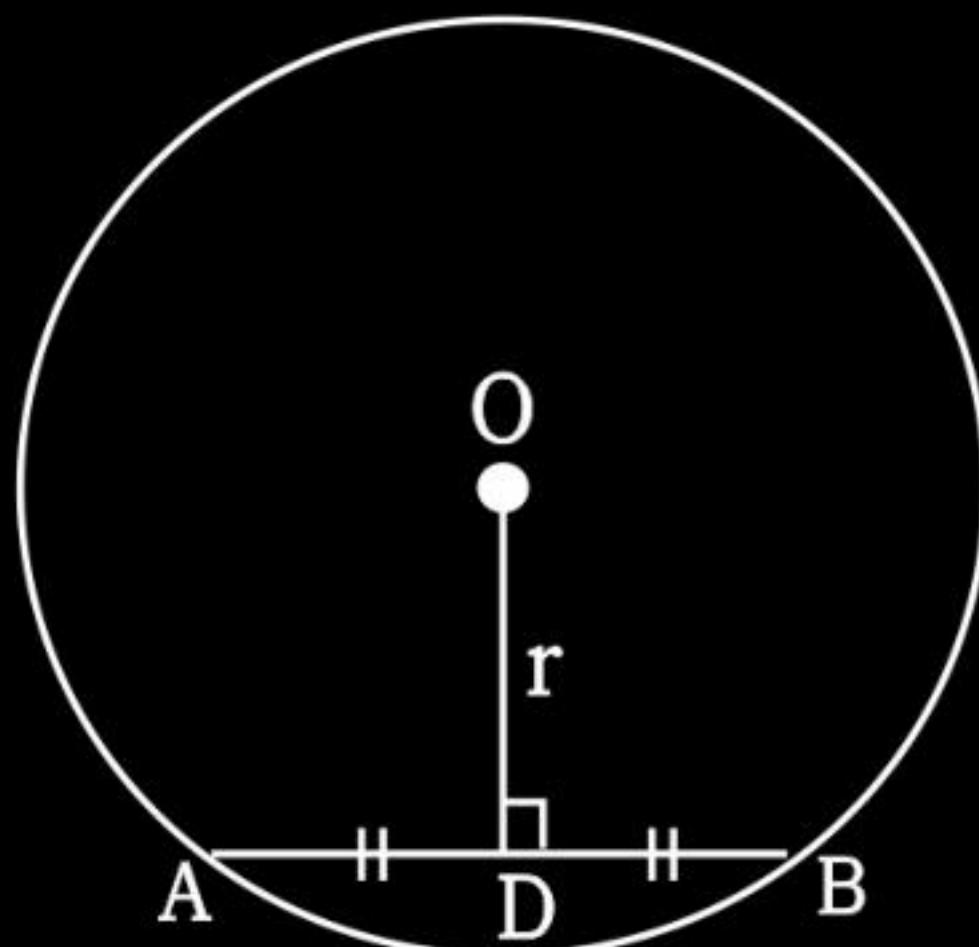




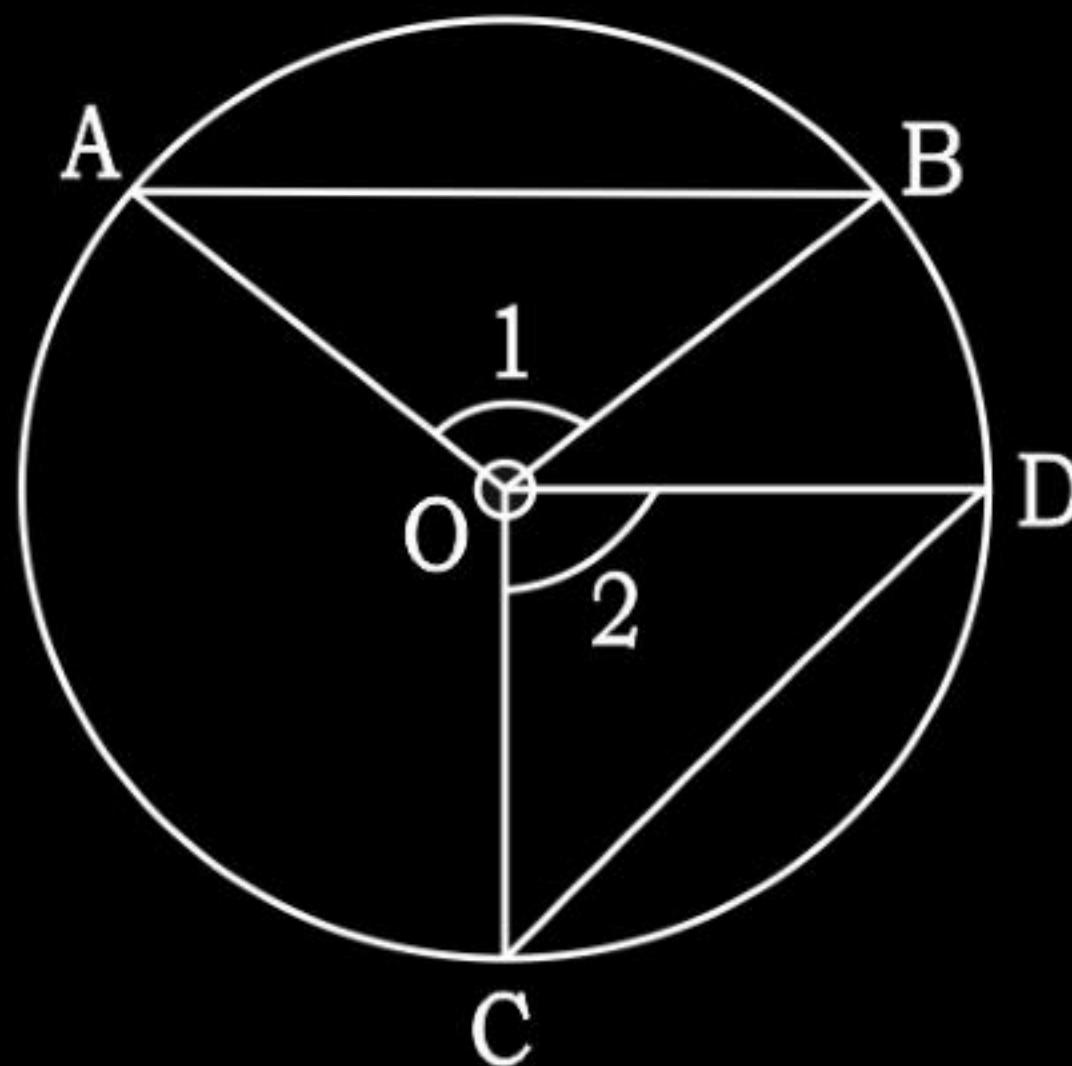
**A perpendicular from the centre on chord divides the chord into two equal halves-**

जीवा पर केंद्र से डाला गया लंब जीवा को दो बराबर भागों में विभाजित करता है:-

$$OD \perp AB \text{ and } AD = DB$$



### THEOREM

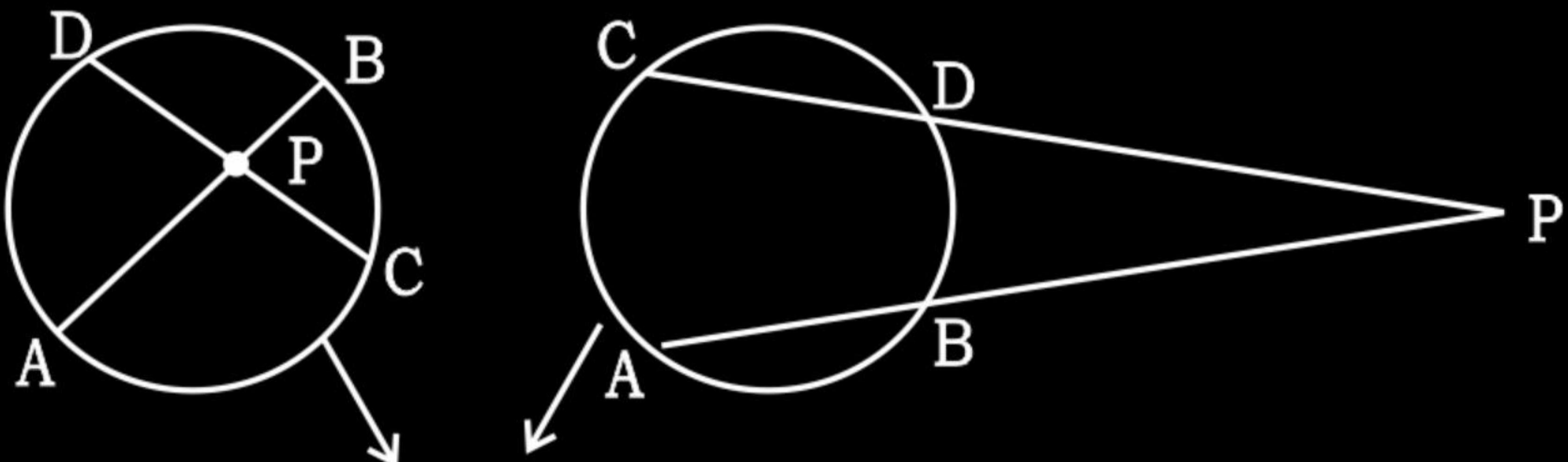


if  $AB = CD$   
then,  $\angle 1 = \angle 2$   
and vice-versa



**Two angles subtended by two equal chords to the centre of the circle will always be equal.**

दो समान जीवाओं द्वारा वृत्त के केंद्र पर अंतरित दो कोण हमेशा बराबर होंगे।



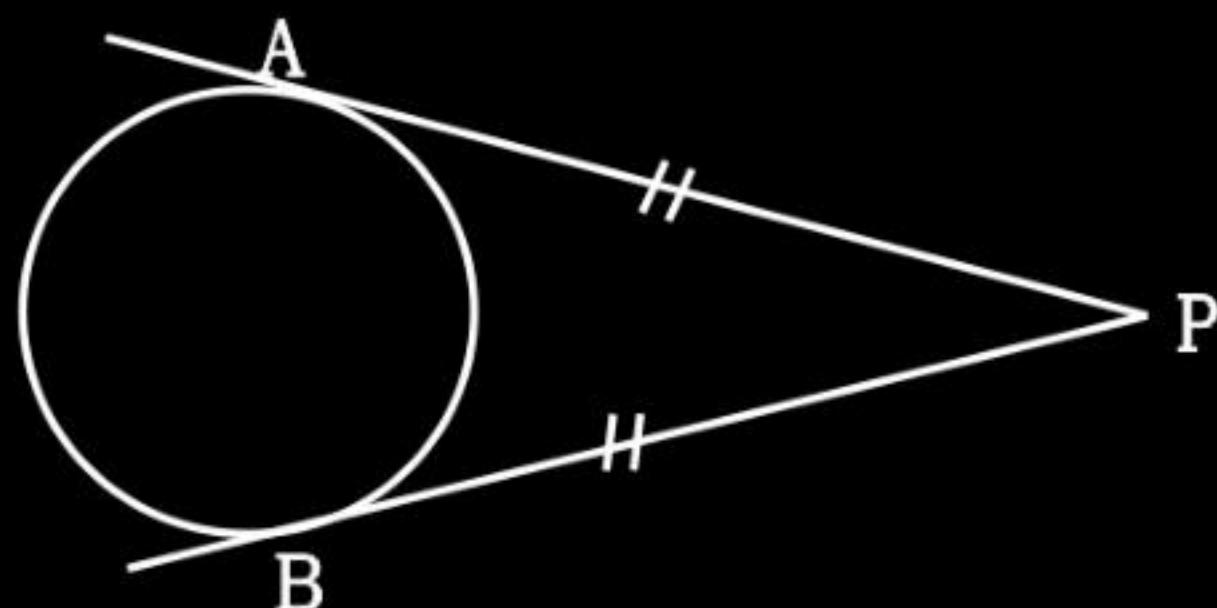
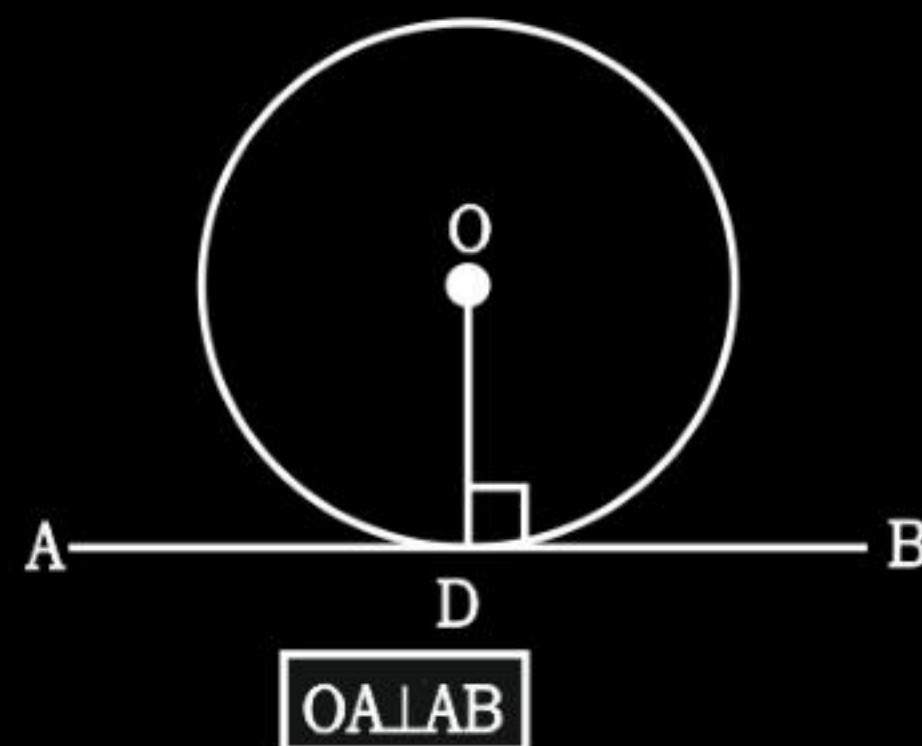
$$PA \times PB = PC \times PD$$

**P is the point of intersection of both the chord.**

P दोनों जीवाओं का प्रतिच्छेदन बिंदु है।



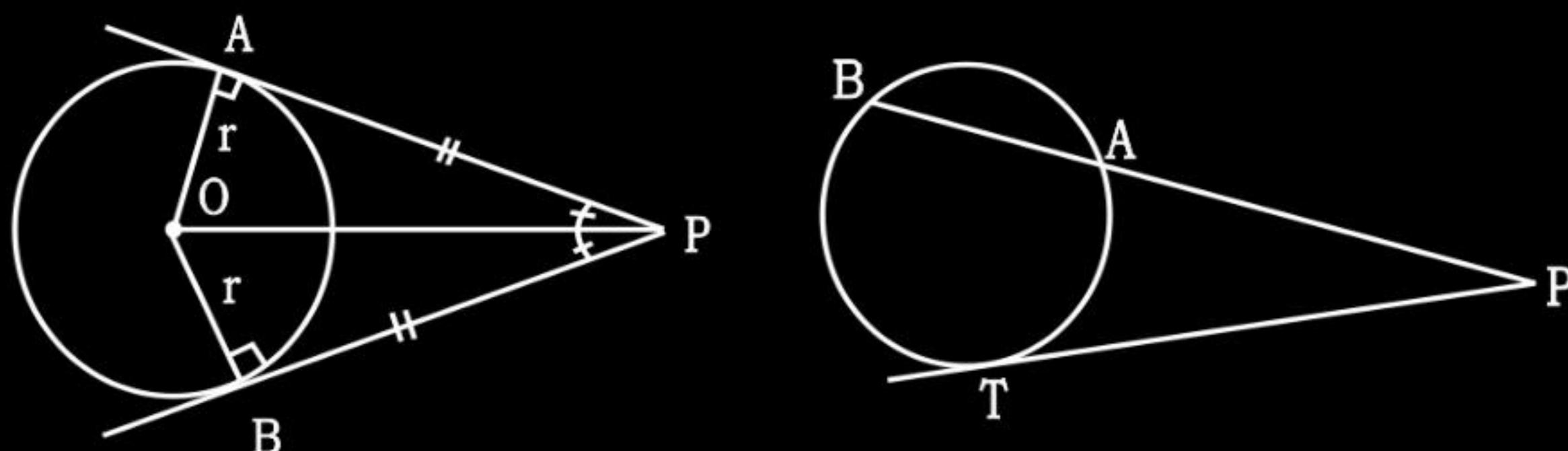
## Tangent ( स्पर्शरेखा ) :-



**PA, PB are tangents,  
then**

**PA, PB स्पर्शरेखा हैं, तो**

$$PA = PB$$



**PT = tangent**

**PAB = Secant**

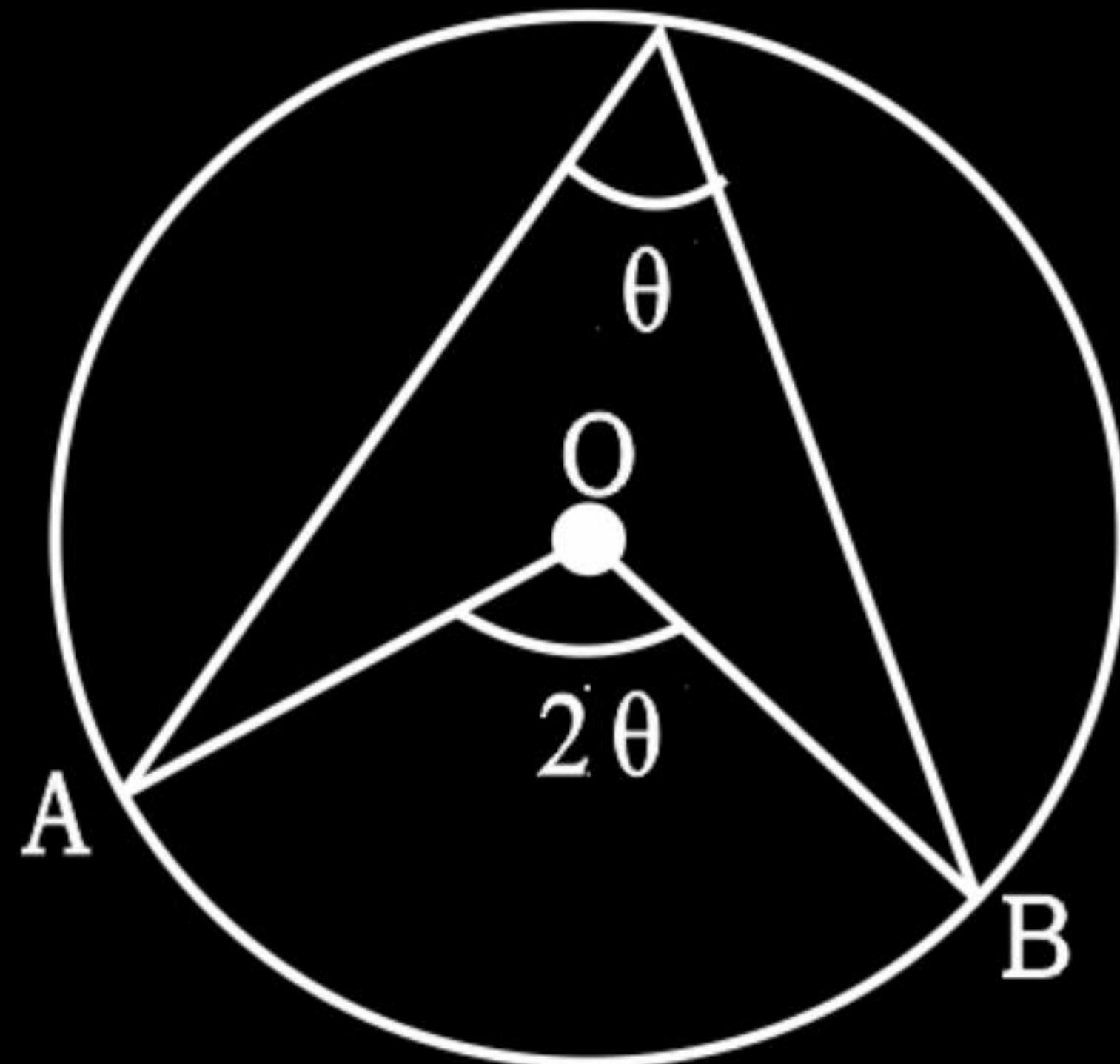
$$PT^2 = PA \times PB$$

**OP will be the angular bisector of  $\angle P$ .**

**AOBP will be a cyclic quadrilateral.**

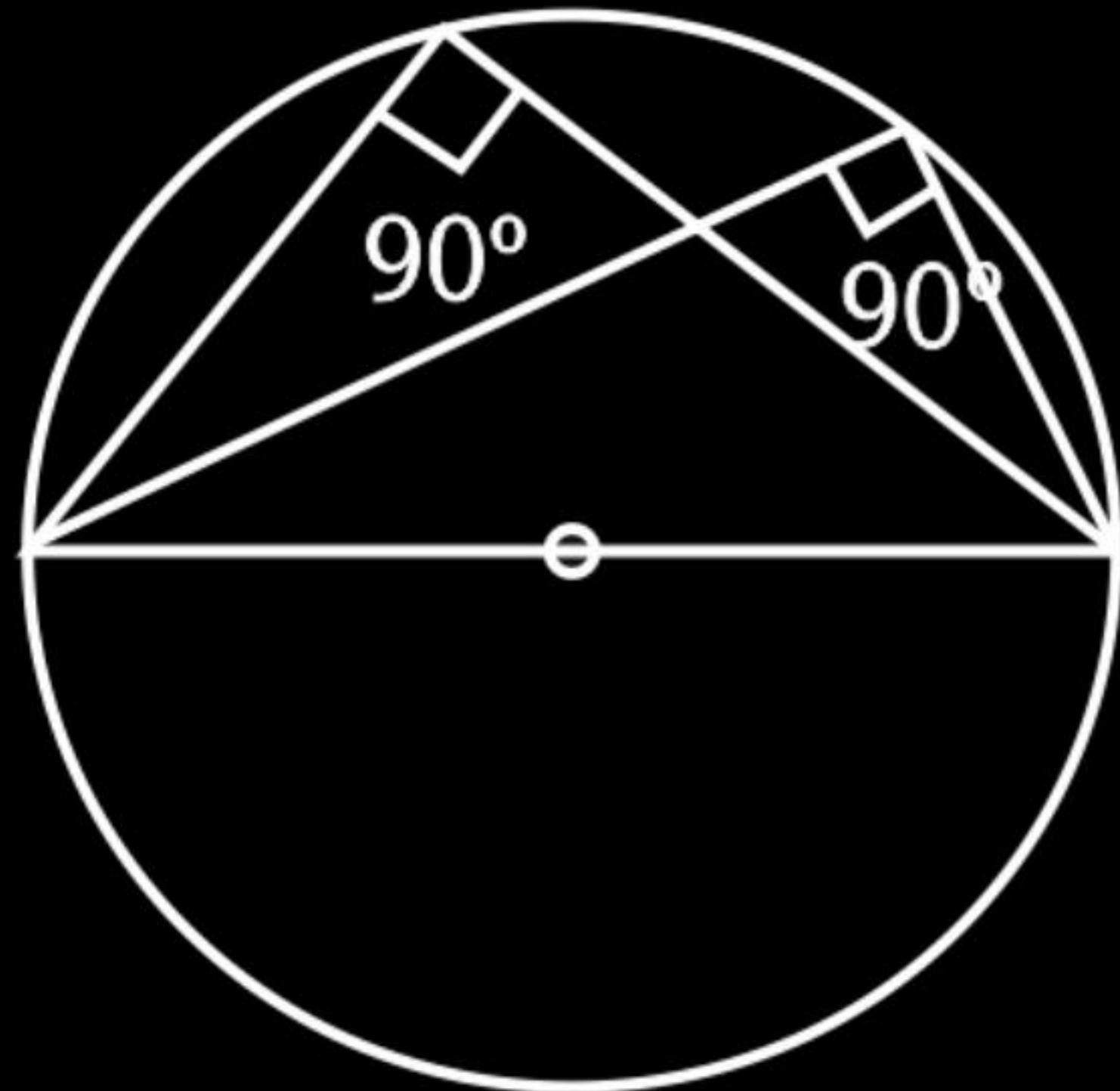
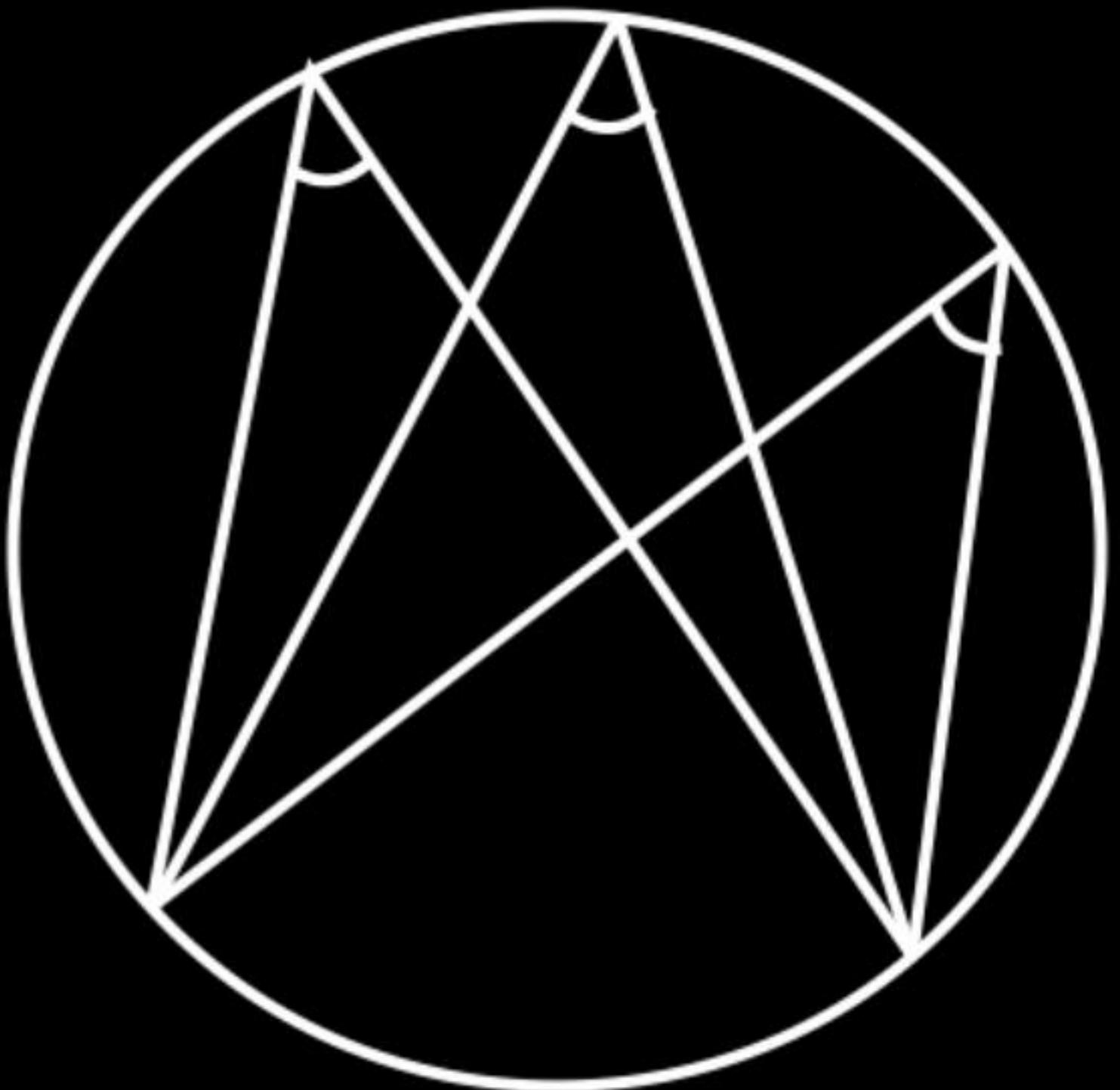
**OP,  $\angle P$  का कोणीय समद्विभाजक होगा।**

**AOBP एक चक्रीय चतुर्भुज होगा।**



**In the same segment, the angle forms by an arc to the centre will be the double of the angle made by the same arc on its circumference.**

उसी खंड में, एक चाप द्वारा केंद्र की ओर बनने वाला कोण उसी चाप द्वारा उसकी परिधि पर बनाए गए कोण का दोगुना होगा।



**Angles in semi-circle is always of  $90^\circ$ .** / अधृत में कोण हमेशा  $90^\circ$  के होते हैं।



## Cyclic Quadrilateral (चक्रीय चतुर्भुज) :-

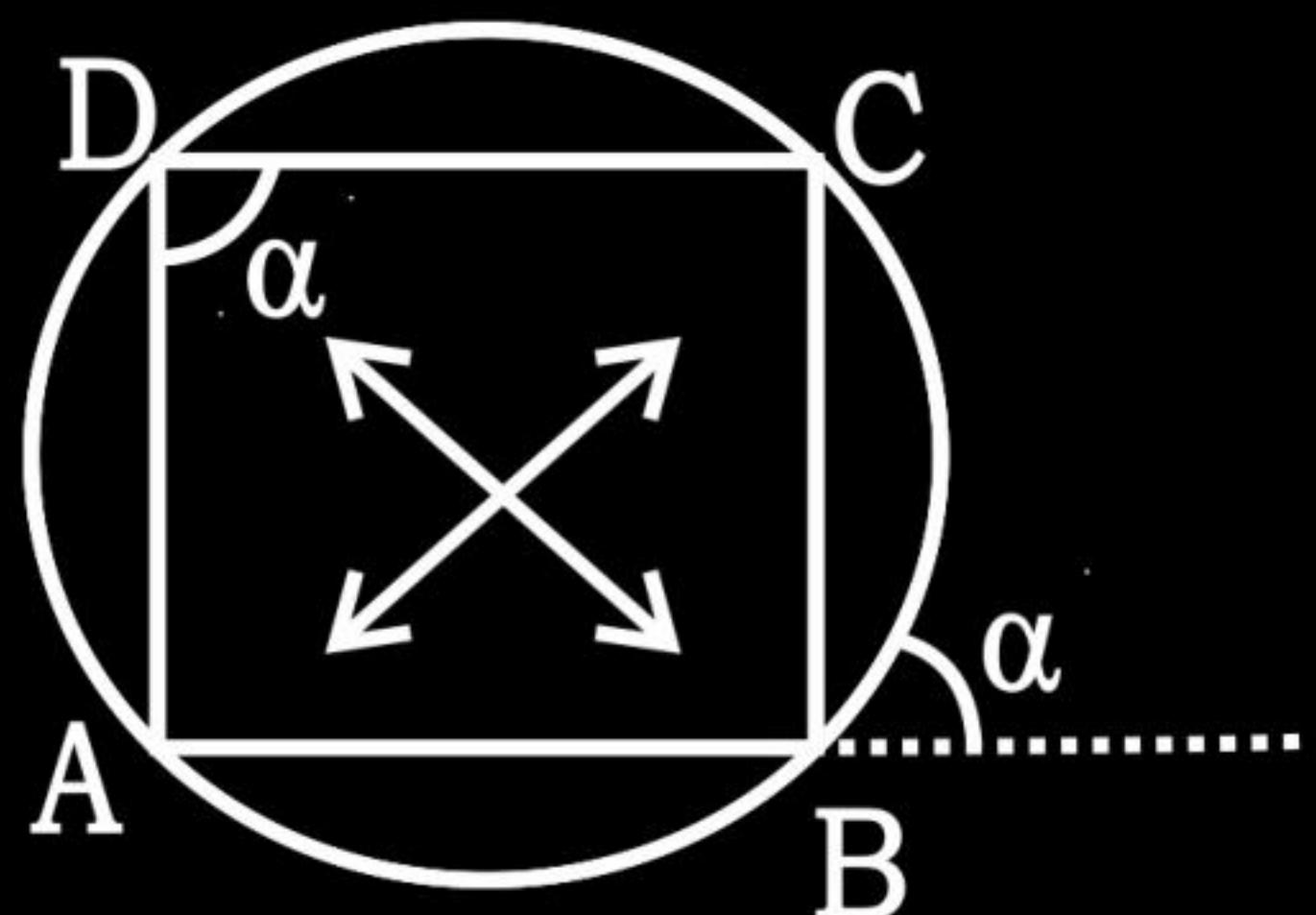
**Sum of the opposite angles of the cyclic quadrilateral is  $180^\circ$ .**

चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग  $180^\circ$  होता छे

$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$$

**In a cyclic quad., the exterior angle is equal to the opposite interior angle. (a)**

एक चक्रीय चतुर्भुज में, बाहरी कोण विपरीत आंतरिक कोण के बराबर होता है। (a)





**Three circles touches each other externally. Radius of the given circles  $\rightarrow x, y, z$  cm**

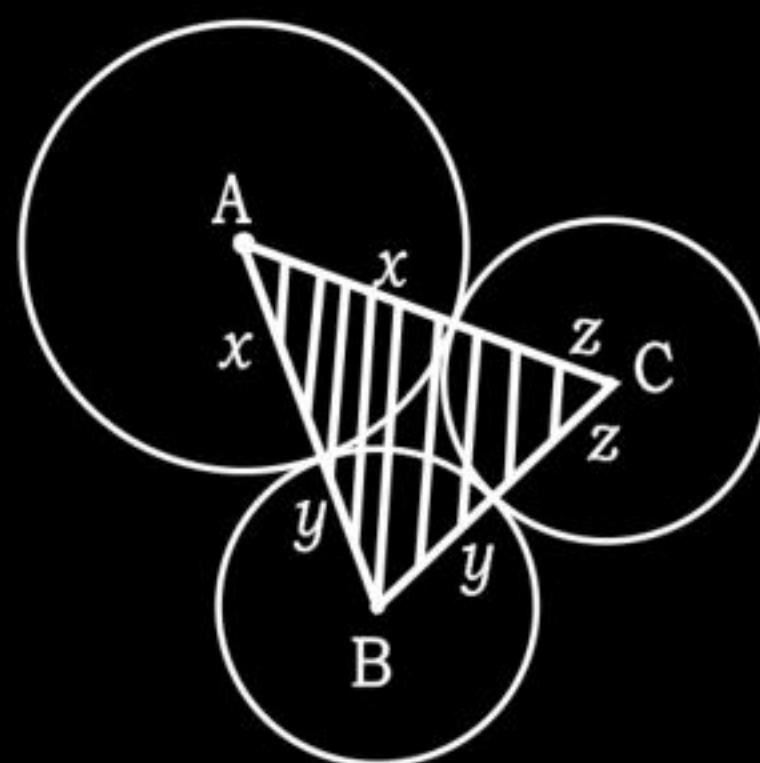
तीन वृत्त एक दूसरे को बाह्य रूप से स्पर्श करते हैं। दिए गए वृत्तों की त्रिज्या  $\rightarrow x, y, z$  सेमी

**Find the  $\text{ar}(\Delta ABC)$ , where A, B, C are given the centres of circles.**

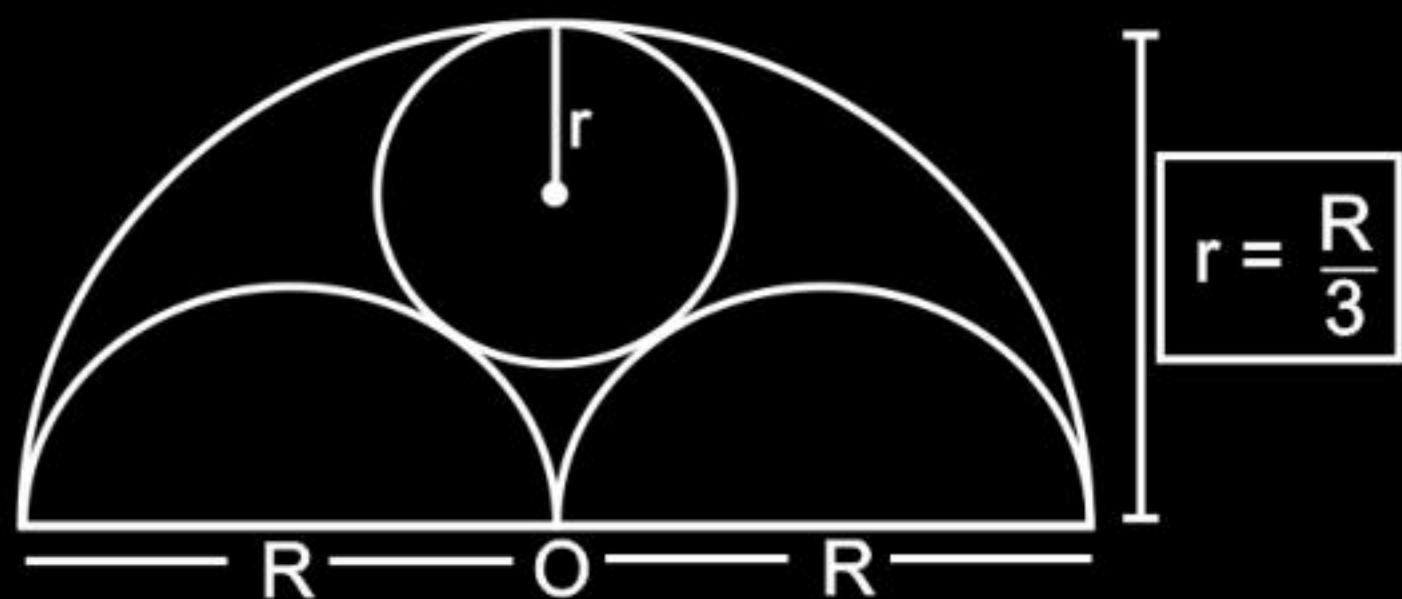
$\text{ar}(\Delta ABC)$  ज्ञात कीजिए, जहाँ A, B, C को वृत्तों के केंद्र दिए गए हैं।

$$\begin{aligned}\text{Sides of the } \Delta &= (x + z) + (z + y) + (x \\ &+ y) = 2(x + y + z)\end{aligned}$$

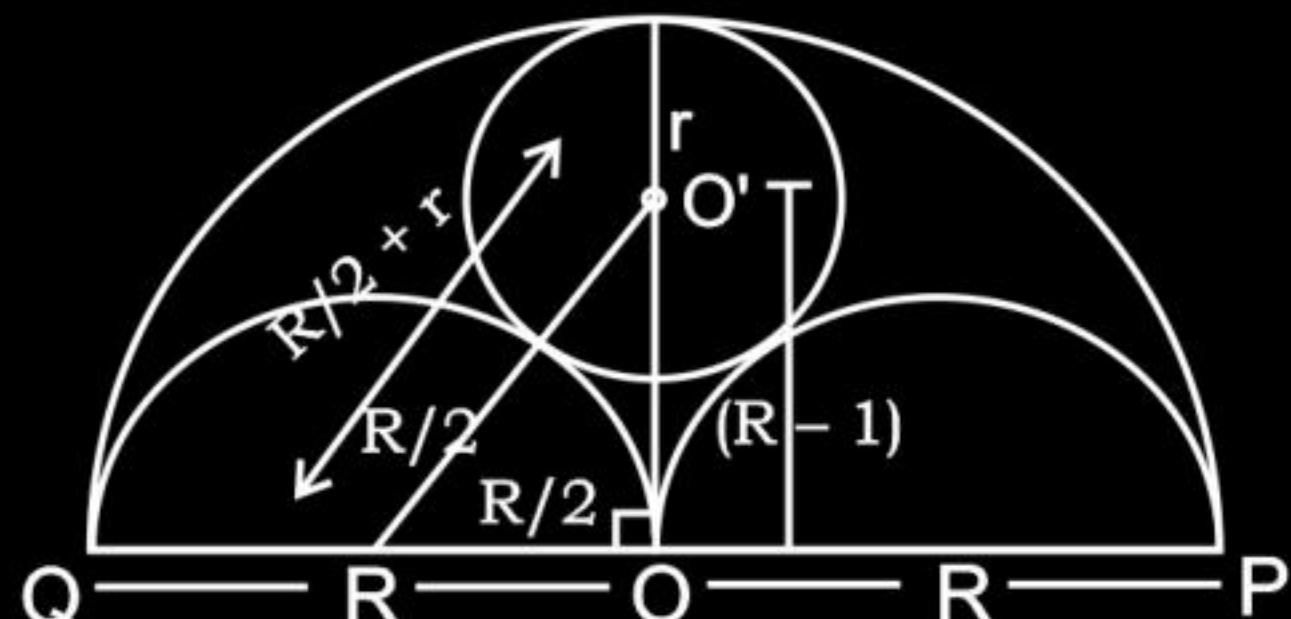
$$\text{Semi perimeter} = \frac{2(x+y+z)}{2}$$



$$\begin{aligned}\text{ar}(\Delta ABC) &= \sqrt{\frac{(x+y+z)(x+y+z-x-y)(x+y+z-y-z)}{(x+y+z-z-x)}} \\ &\quad \sqrt{(x+y+z)xyz} \quad \text{Result: } \text{ar}(\Delta ABC) = \sqrt{xyz(x+y+z)}\end{aligned}$$



Proof:

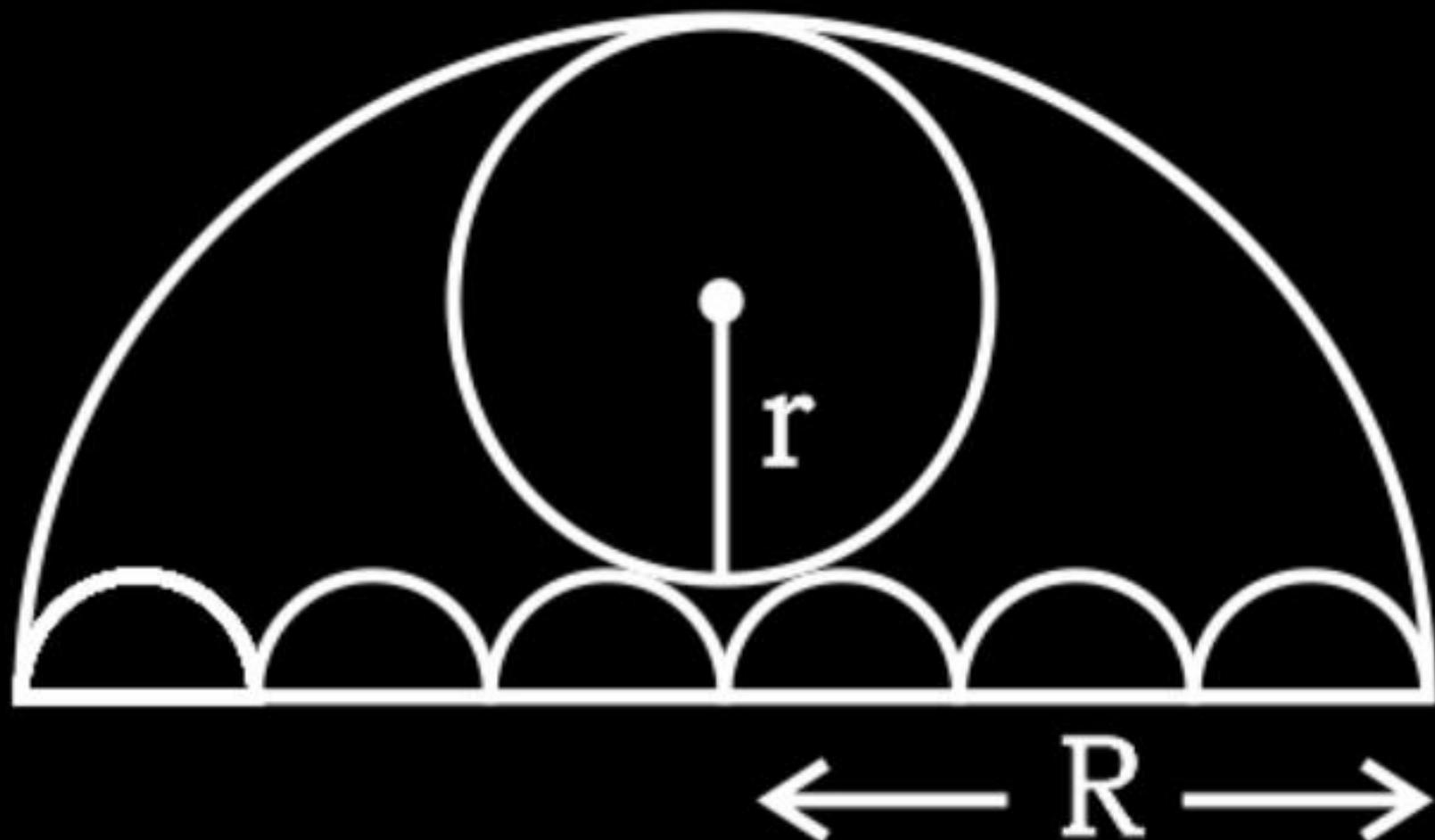
 $\ln , \perp \Delta$ 

$$\left(\frac{R}{2} + r\right)^2 = \left(\frac{R}{2}\right)^2 + (R + r)^2$$

$$\frac{R^2}{4} + r^2 + 2Rr = \frac{R^2}{4} + R^2 + r^2 - 2Rr$$

$$3Rr = R^2$$

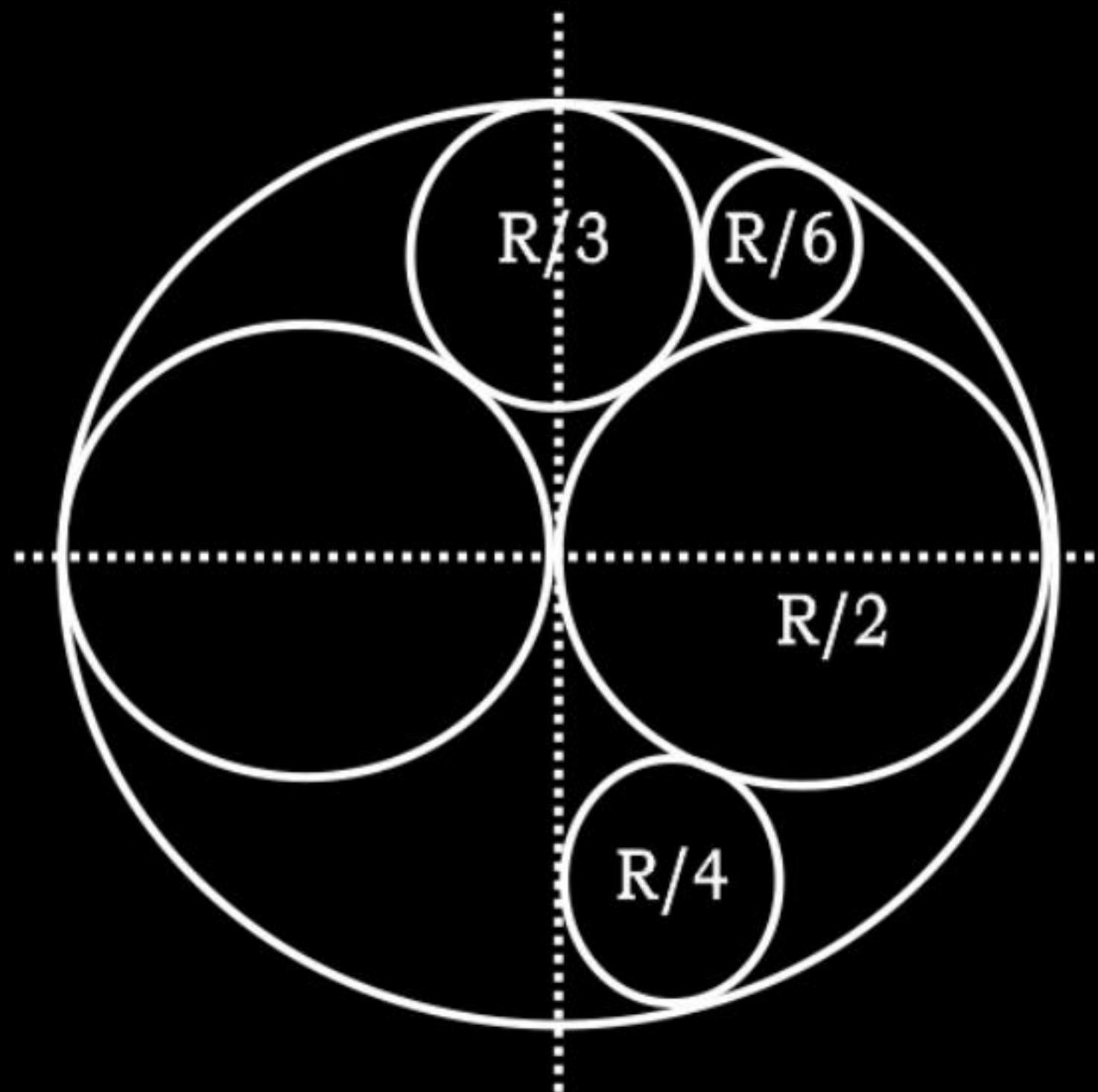
$$r = \frac{R}{3}$$



$$r = \frac{nR}{2(n+1)}$$

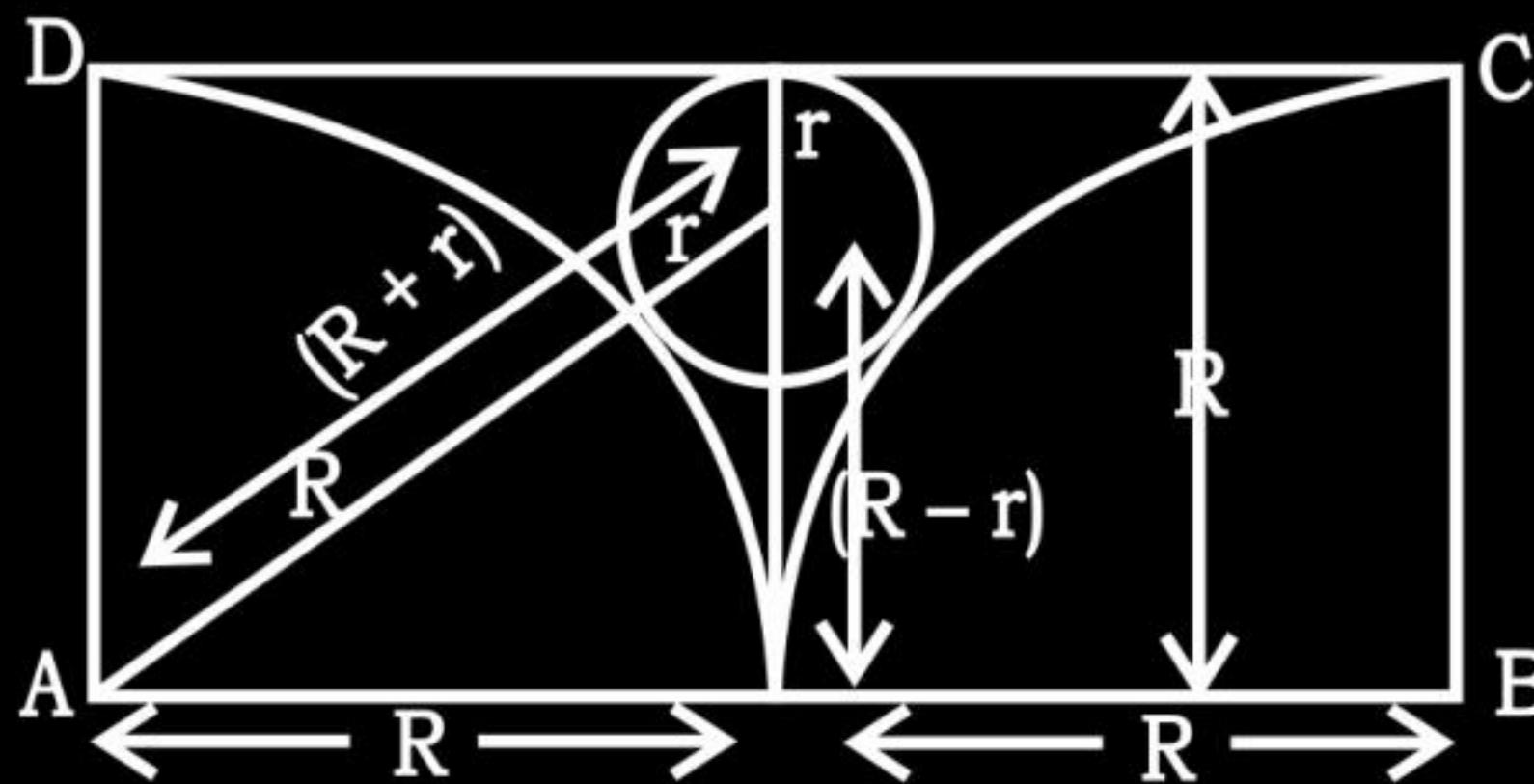
**n = total number of smaller circles**

n = छोटे वृत्तों की कुल संख्या



**Radius of bigger circle = R**

बड़े वृत्त की त्रिज्या = R



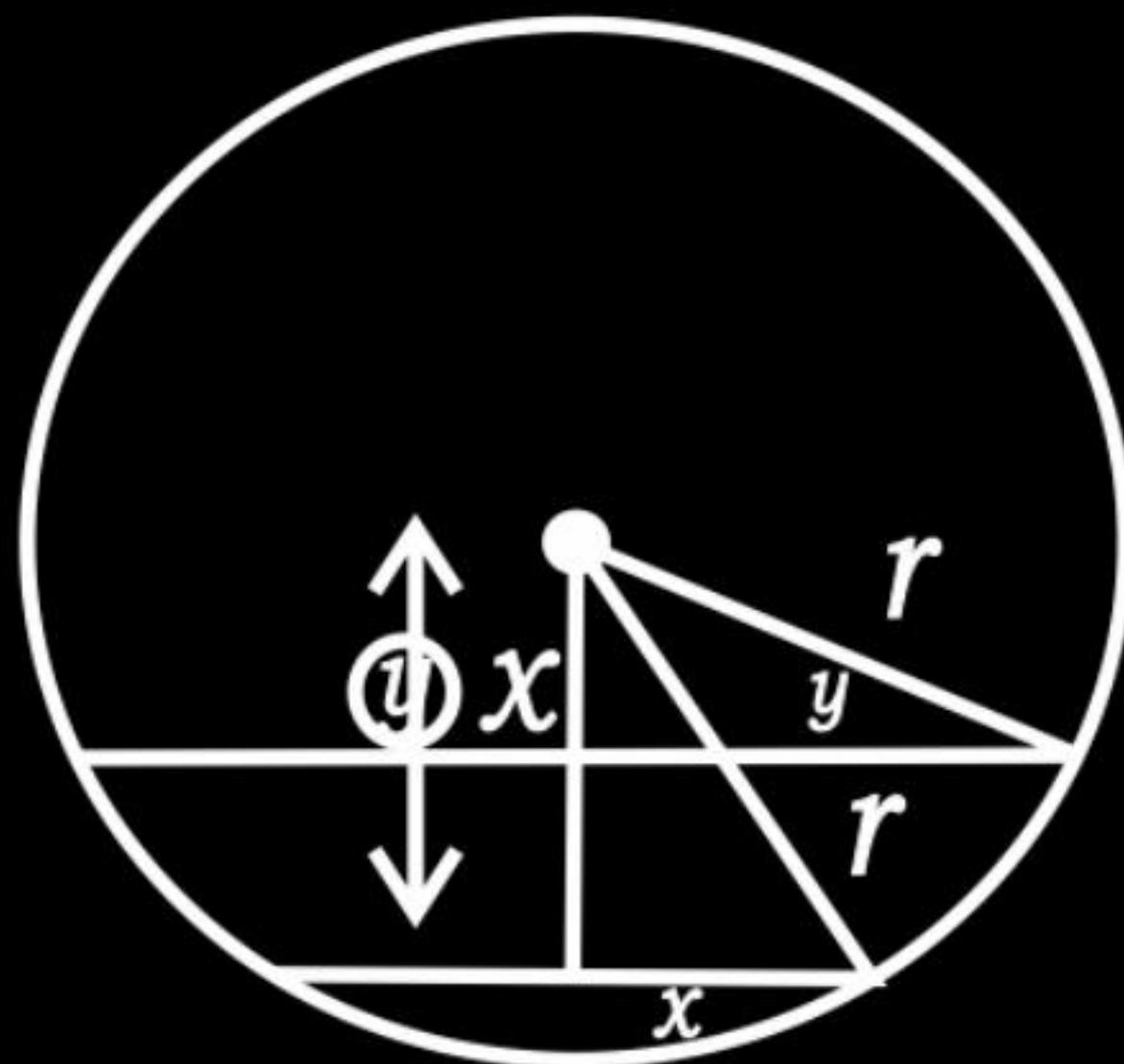
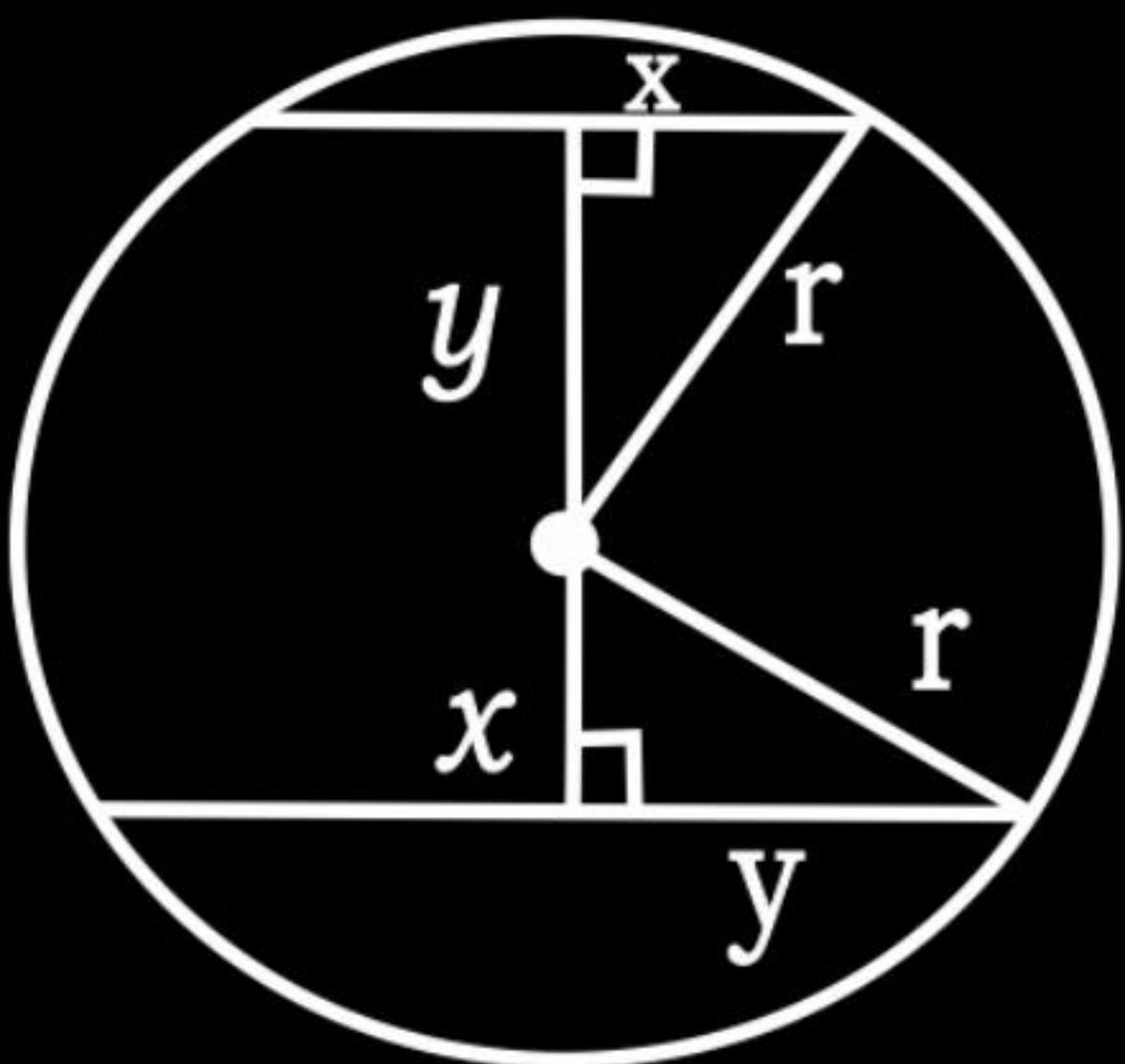
$$(R + r)^2 = R^2 + (R - r)^2$$

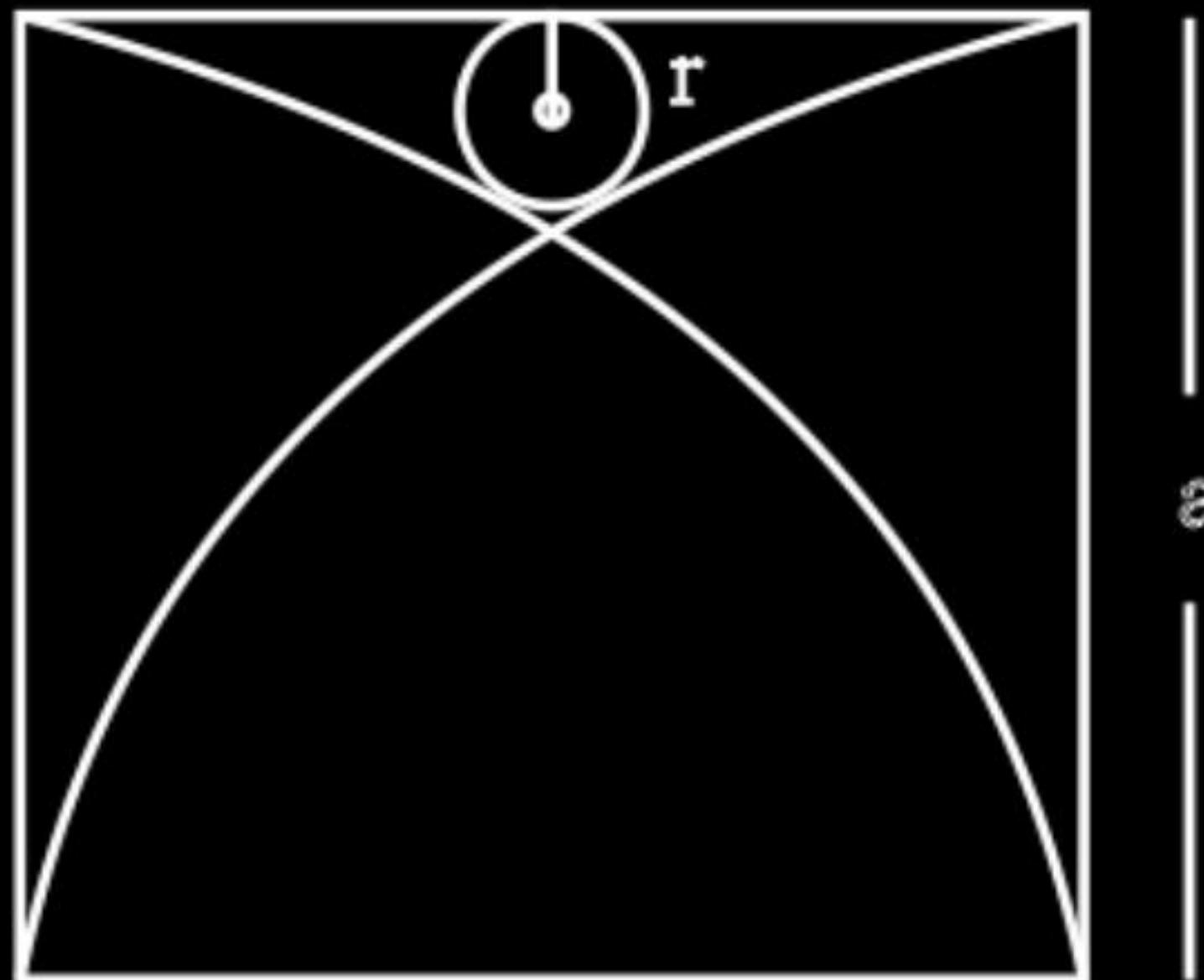
$$R^2 + r^2 + 2Rr = R^2 + R^2 + r^2 - 2Rr$$

$$4Rr = R^2$$

$$r = \frac{R}{4}$$

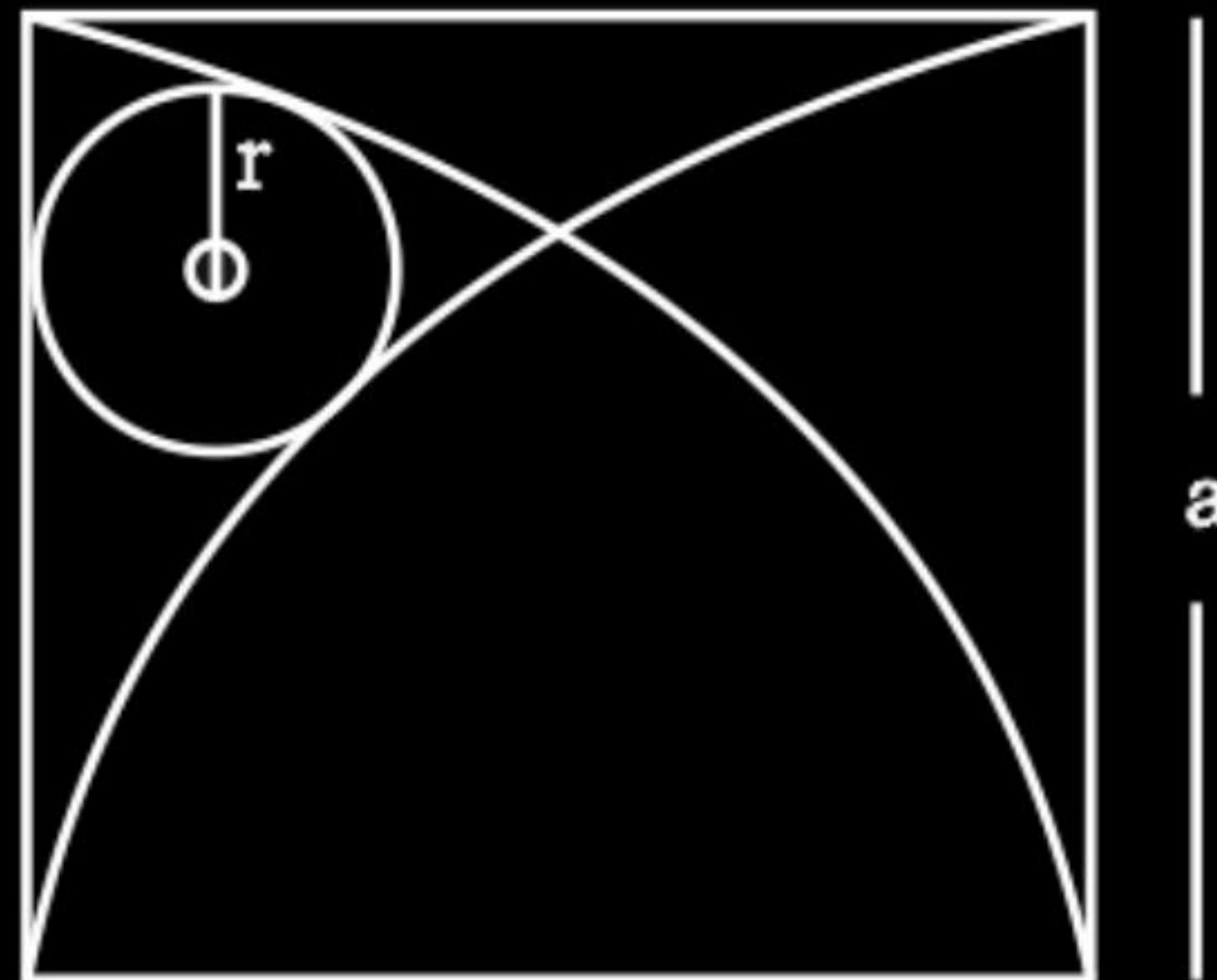
**Point to remember:-**



|  
a  
|

— a —

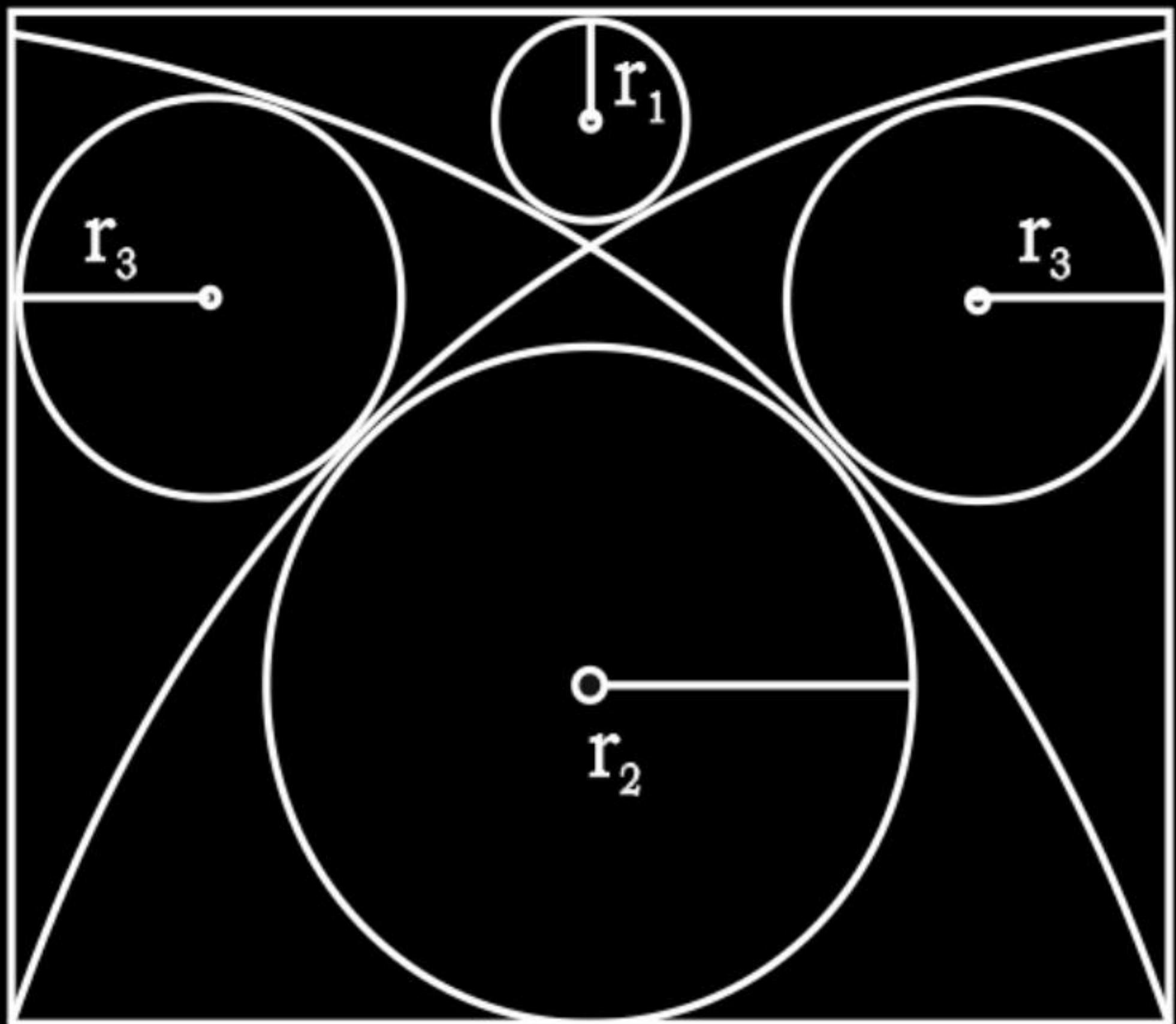
$$r = \frac{a}{4}$$

|  
a  
|

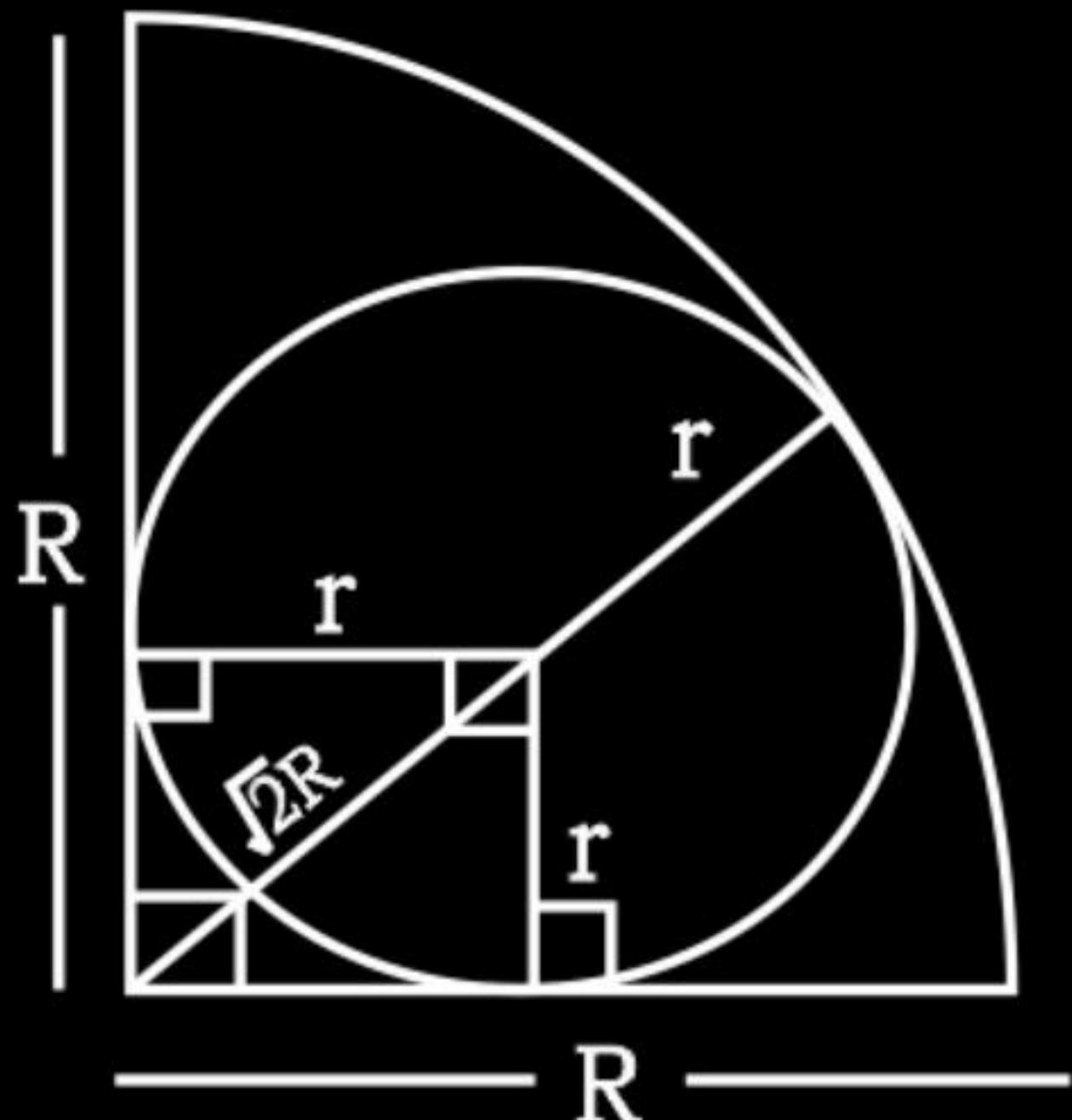
— a —

$$r = \frac{a}{3}$$

ABCD = square of  
side 'a' cm



$$r_1 = \frac{a}{16}, r_2 = \frac{3}{8}a, r_3 = \frac{a}{6}$$

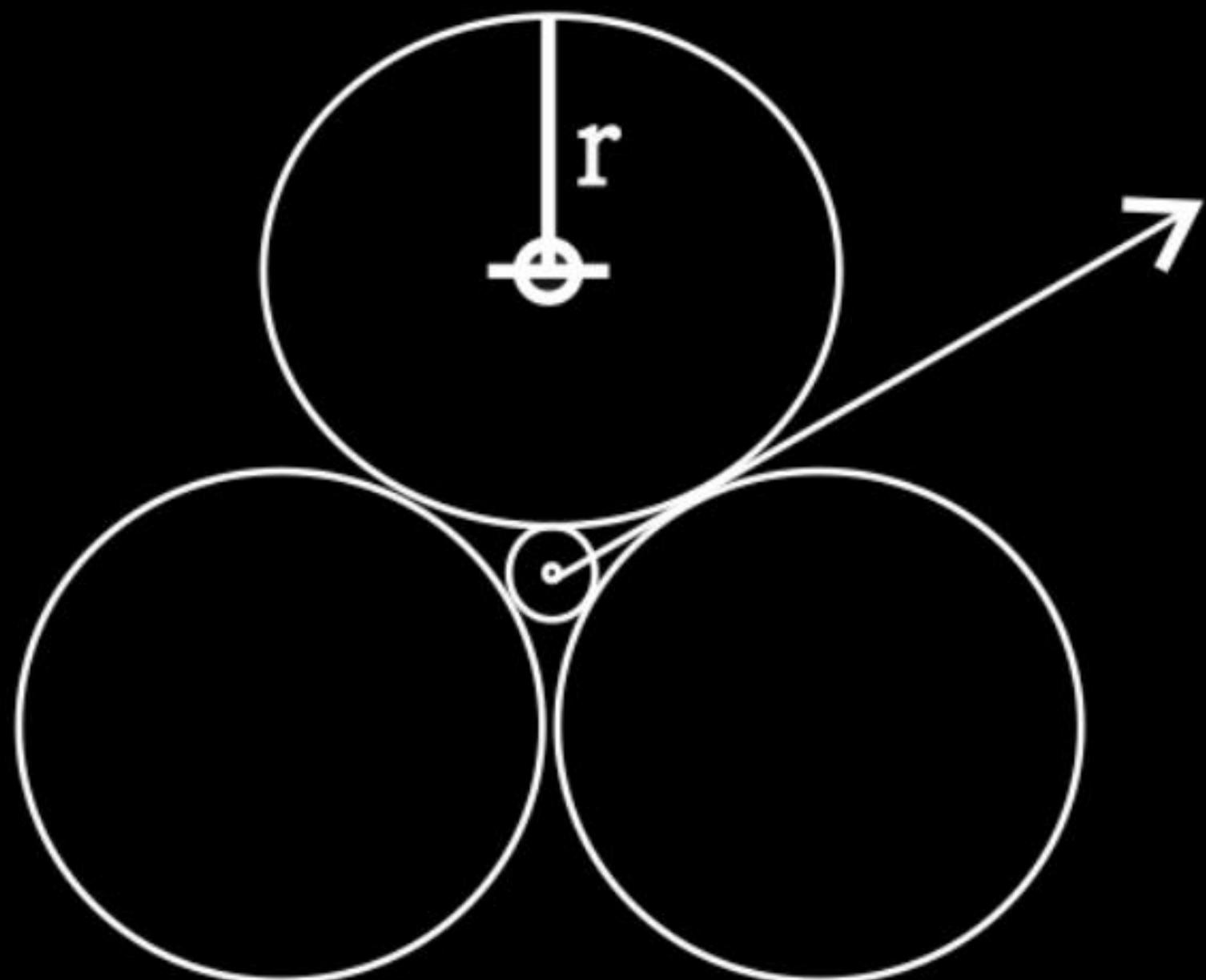


**Now,**  $\sqrt{2}r + r = R$

$$r(\sqrt{3} + 1) = R$$

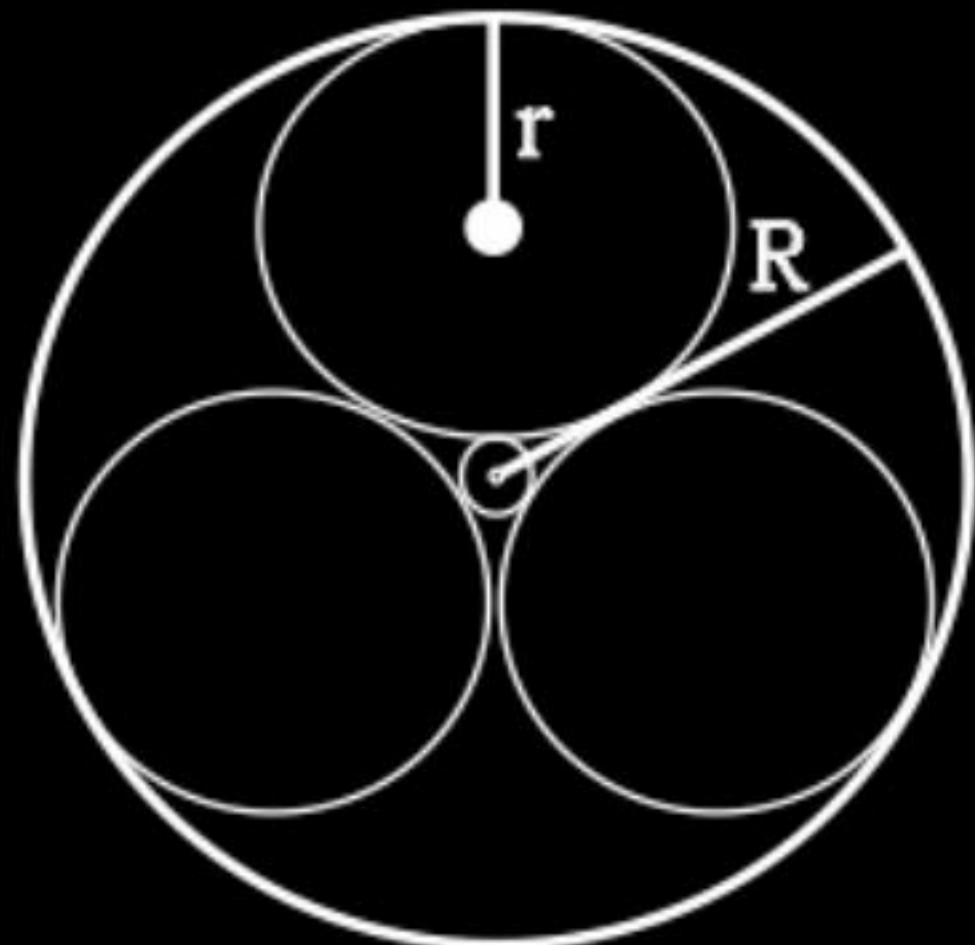
$$r = \frac{R}{\sqrt{2}+1} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}$$

$$r = R(\sqrt{2} - 1)$$

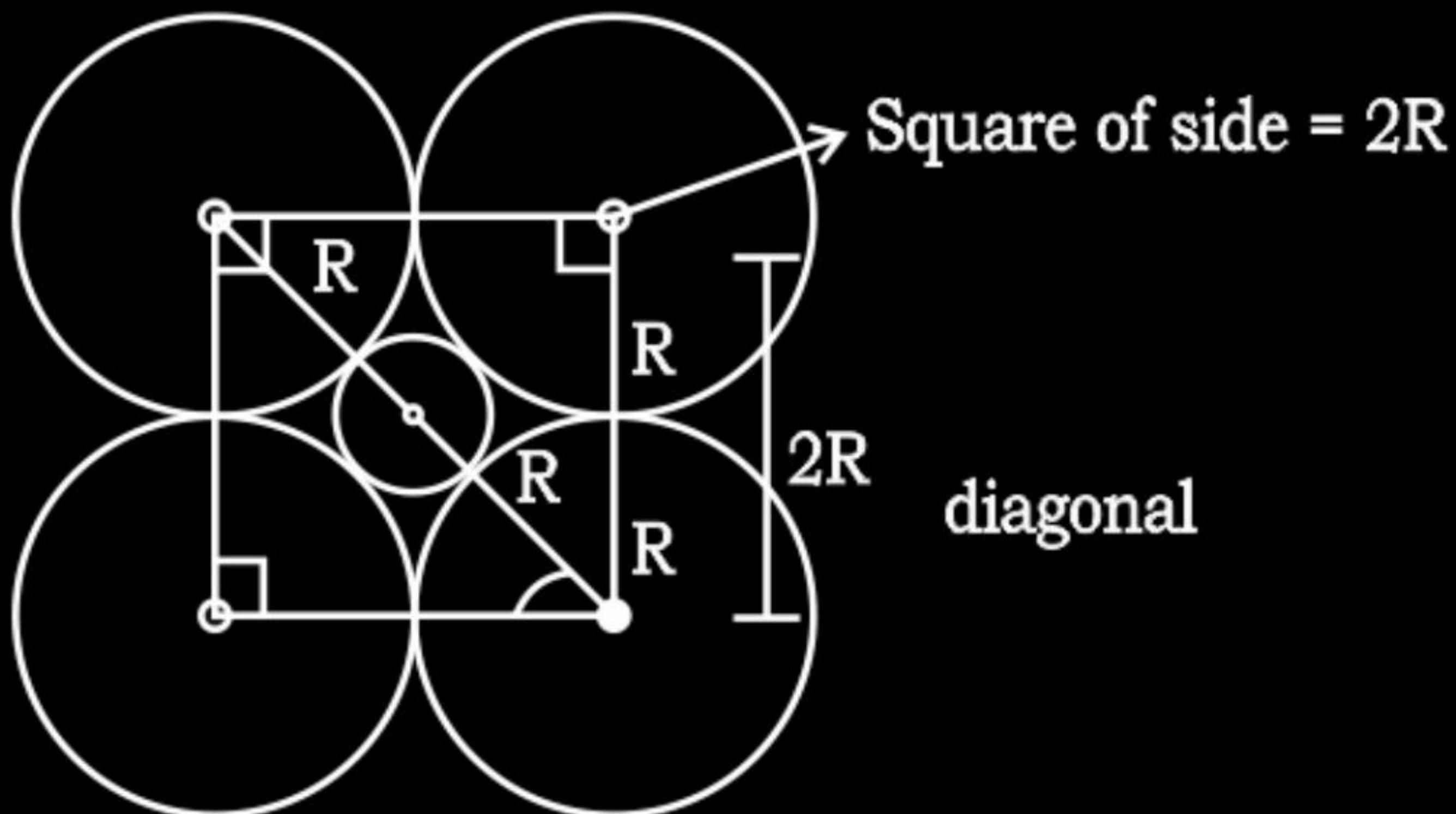


radius  
of small  
circle

$$= \frac{2r}{\sqrt{3}} - r$$



radius of bigger circle =  $r \frac{2r}{\sqrt{3}}$



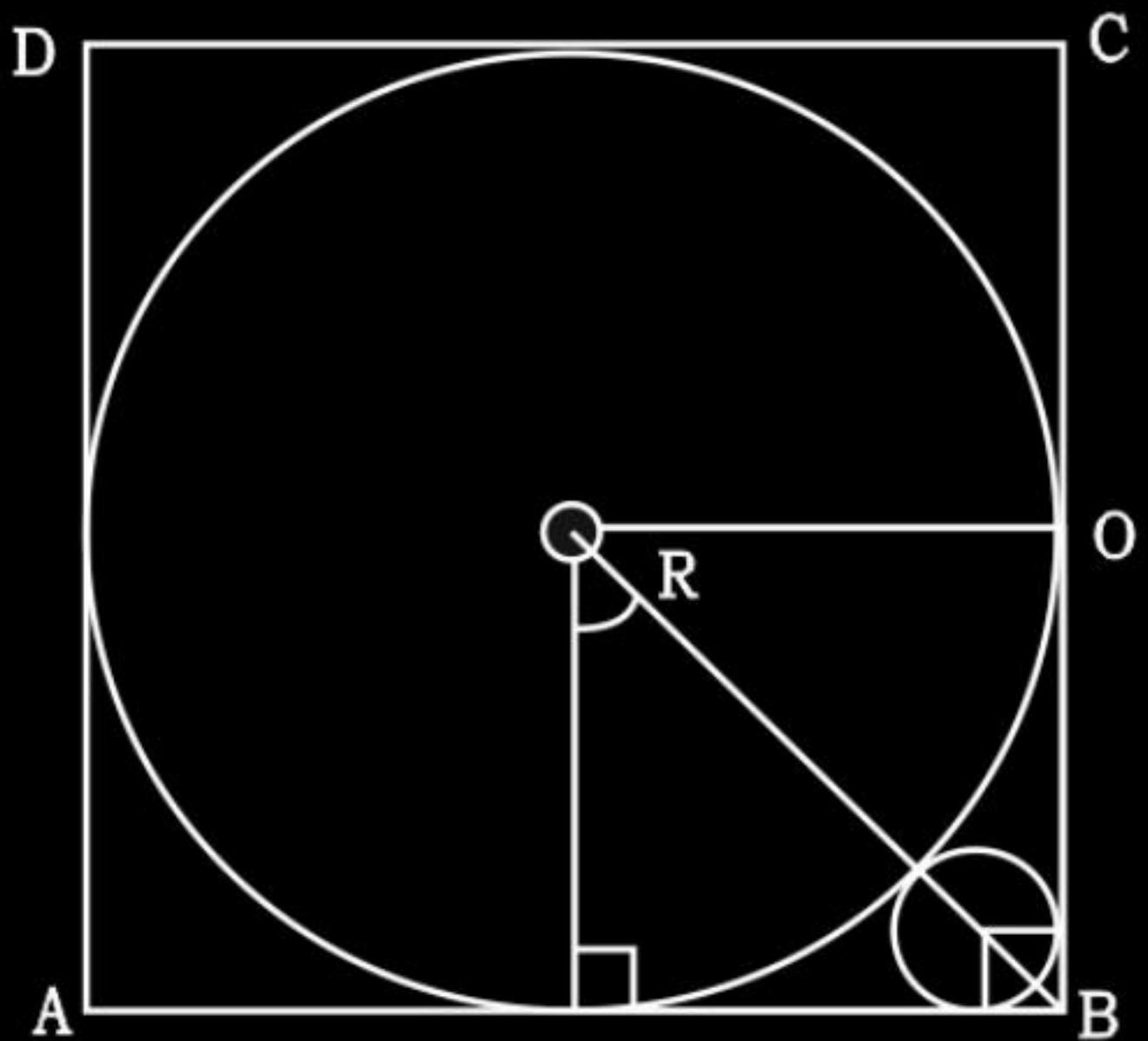
**Now,**

$$R + R + 2r = 2\sqrt{2}R$$

$$2R + 2r = 2\sqrt{2}R$$

$$R = \sqrt{2}R - R$$

$$r = R(\sqrt{2} - 1)$$



**Side of square =  $2R$**

**(OB) diagonal =  $\sqrt{2}R$**  ... (1)

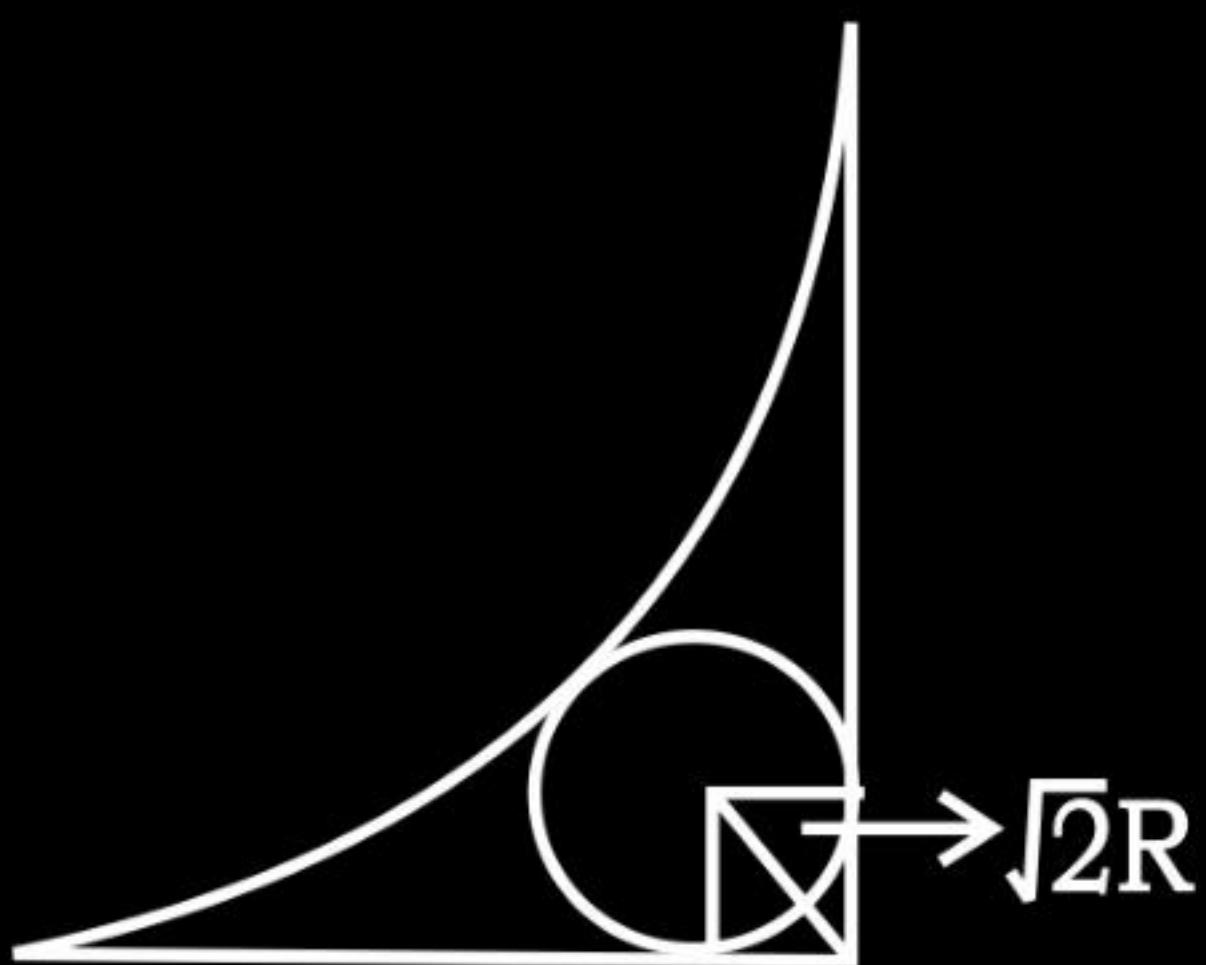
**Also,**

**$OB = R + r + \sqrt{2}r$**  ... (2)

**From (1) and (2)**

$$\sqrt{2}R = R + r + \sqrt{2}r$$

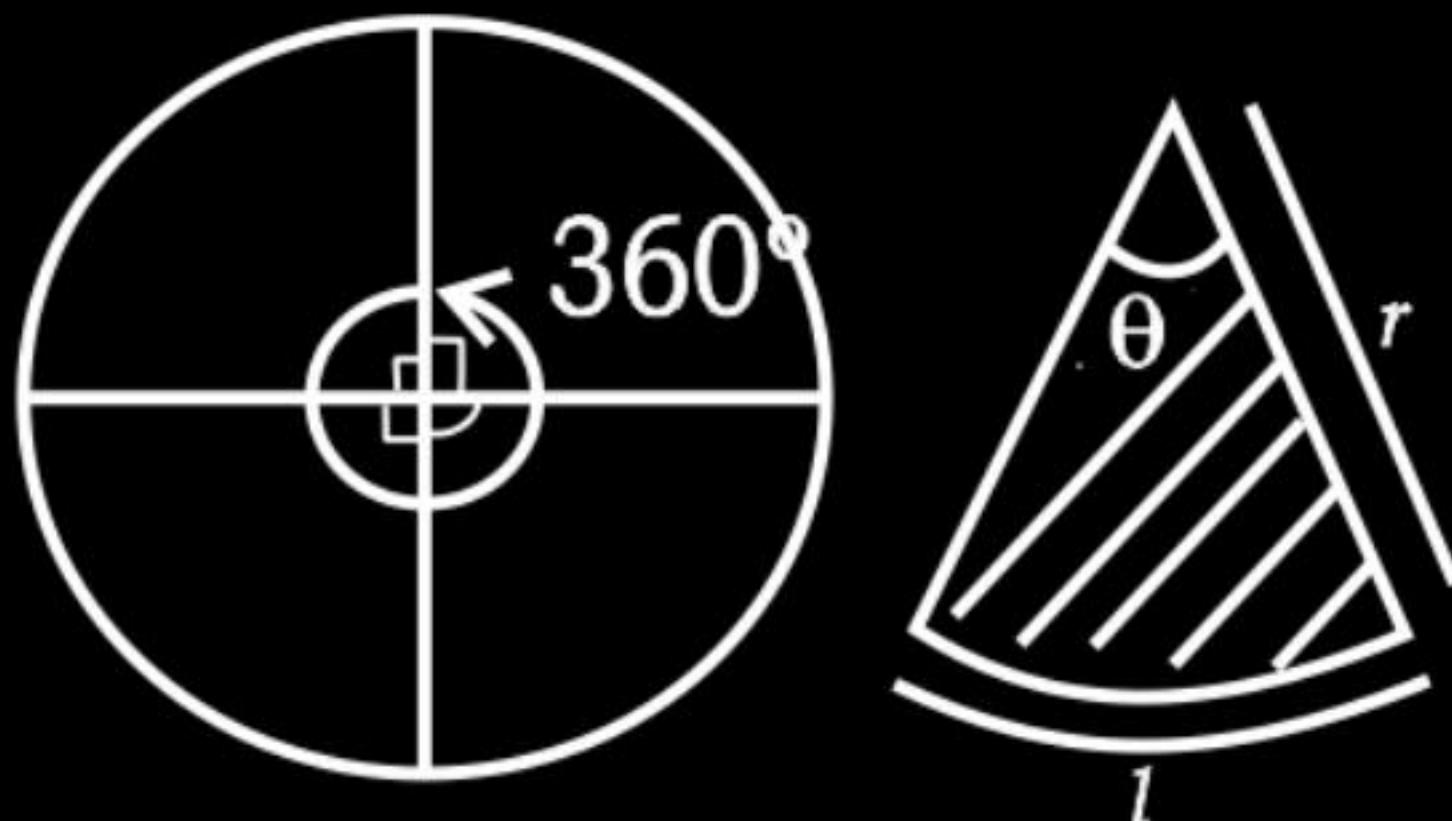
$$r = R(\sqrt{2} - 1)^2$$





## Points to remember:-

याद रखने वाले संकेत:-



$$\text{Area (sector)} = \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ}$$

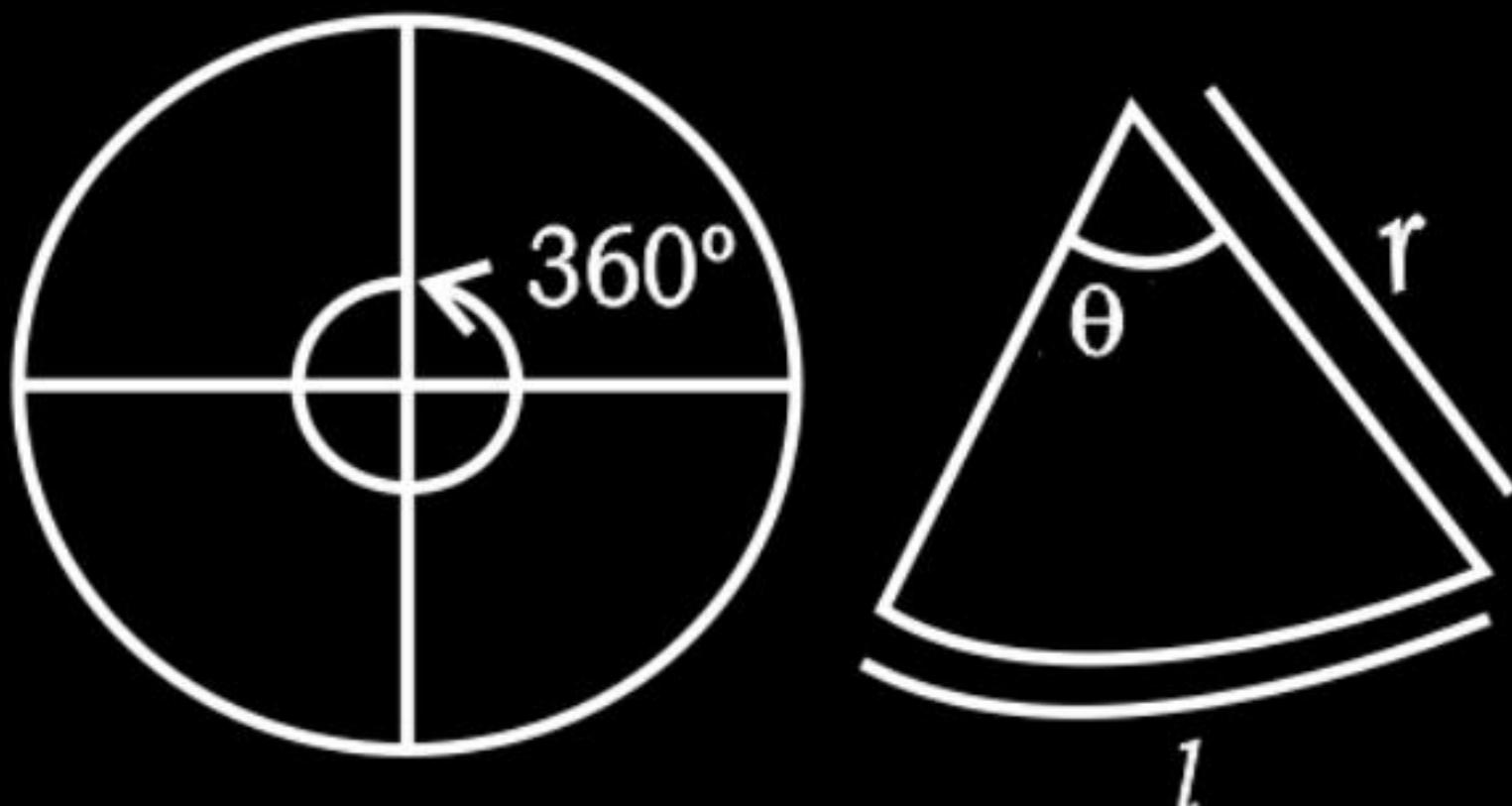
OR

$$\frac{1}{2} \times l \times r$$

$$360^\circ \xrightarrow{\text{Area}} \pi R^2$$

$$1^\circ \xrightarrow{\text{Area}} \frac{\pi R^2}{360^\circ}$$

$$\theta \xrightarrow{\text{Area}} \frac{\pi R^2 \theta}{360^\circ}$$

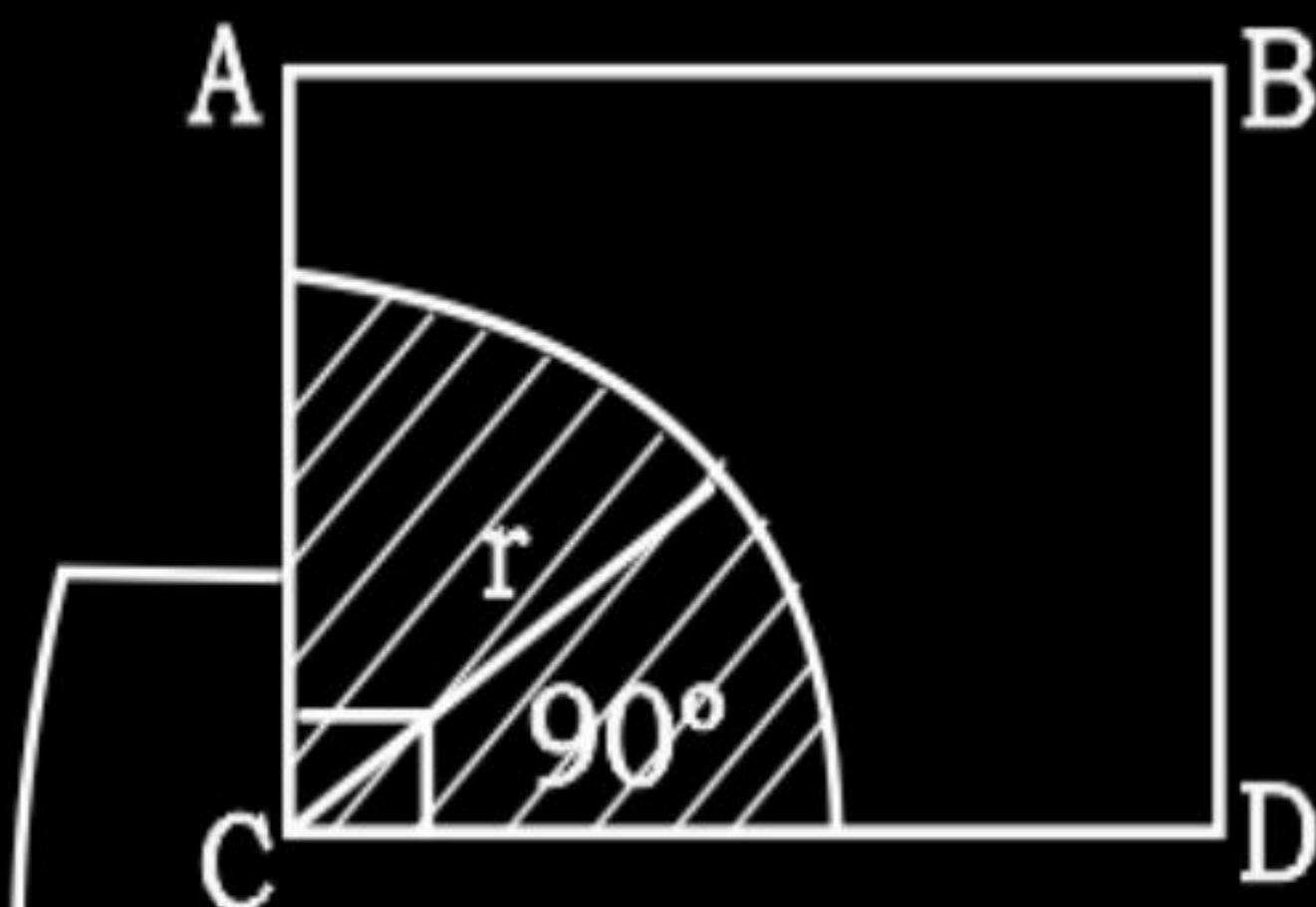


$$\text{Length of Arc} = \frac{2\pi r \theta}{360^\circ}$$

$$360^\circ \xrightarrow{\text{circumference}} 2\pi r$$

$$1^\circ \xrightarrow{\text{circumference}} \frac{2\pi r}{360^\circ}$$

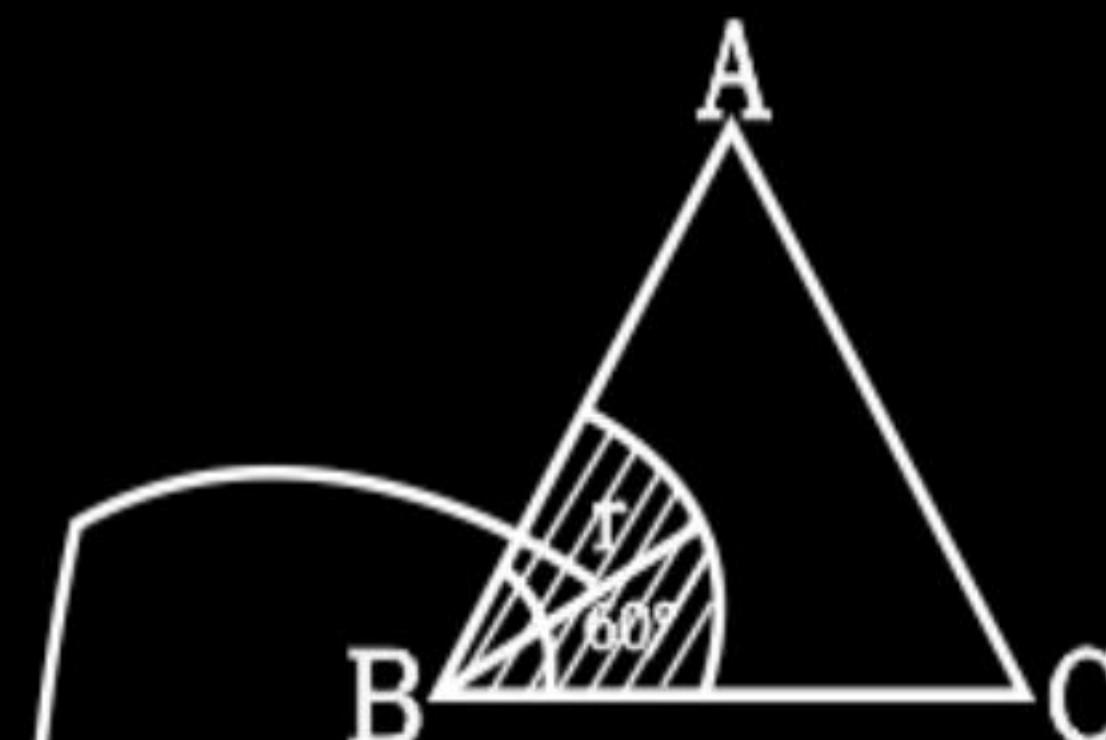
$$\theta \xrightarrow{\text{circumference}} \frac{2\pi r}{360^\circ} \times \theta$$



ABCD is a square.

$$\rightarrow \text{Area} = \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ} = \frac{\pi r^2 90}{360^\circ}$$

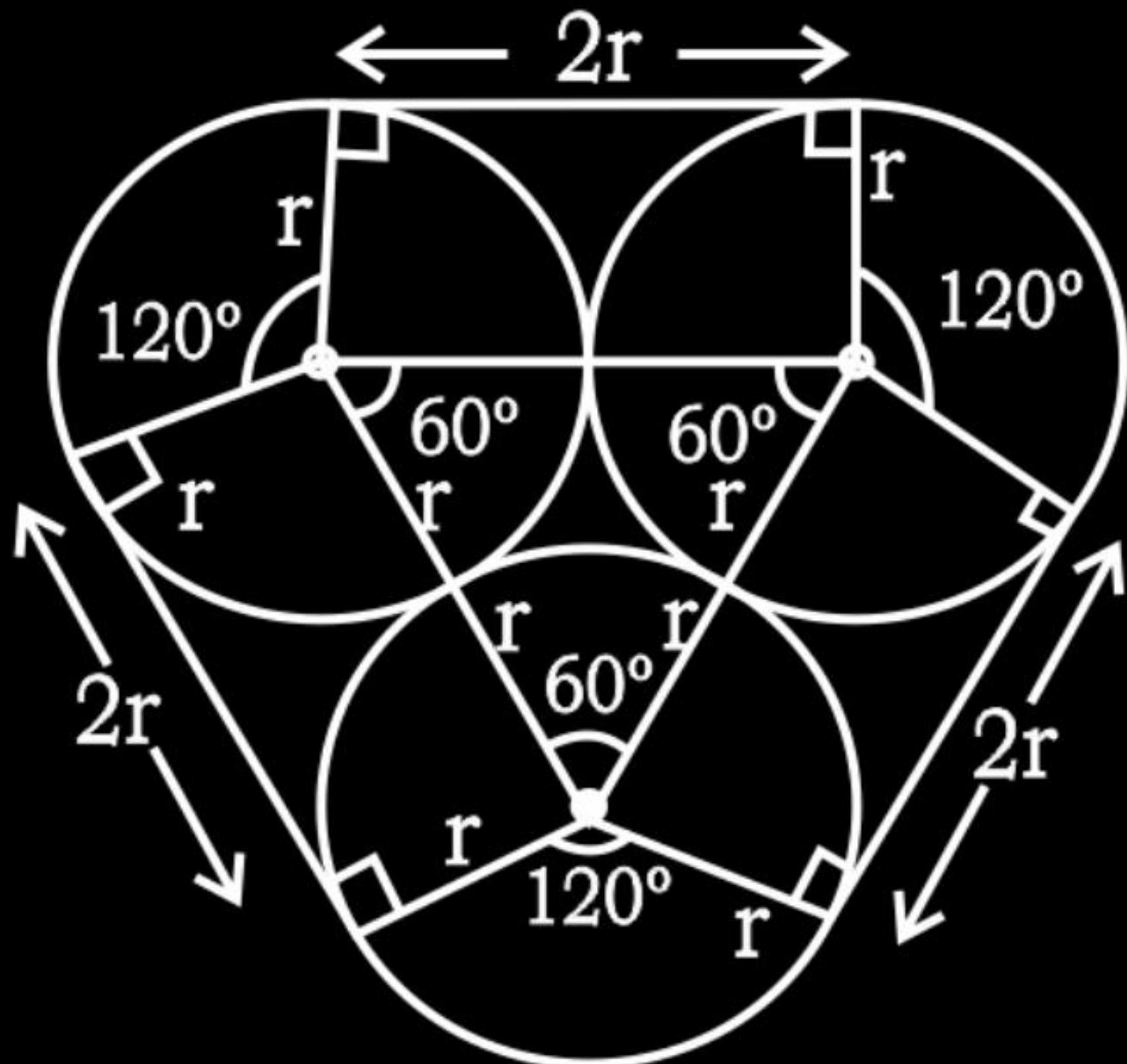
$$\boxed{\text{Area} = \frac{\pi r^2}{4}}$$



ABC is an equilateral triangle.

$$\rightarrow \text{Area} = \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ} = \frac{\pi r^2 60}{360^\circ}$$

$$\boxed{\text{Area} = \frac{\pi r^2}{6}}$$

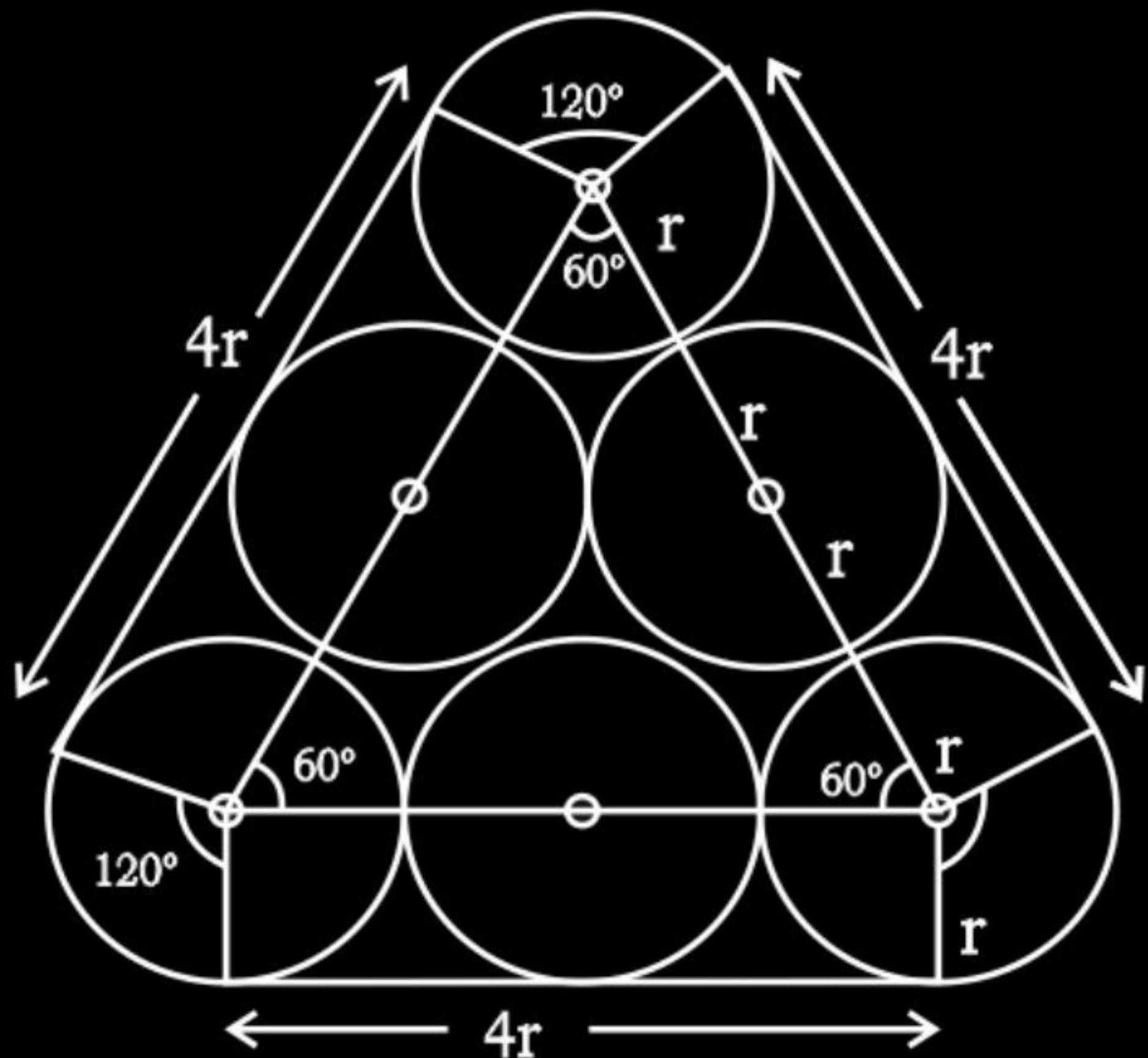


$$\text{Length of thread} = 2r + 2r + 2r + 360^\circ$$

$$\text{धागे की लंबाई} = 6r + 360^\circ$$

$$\text{Length of thread} = 6r + 2\pi r$$

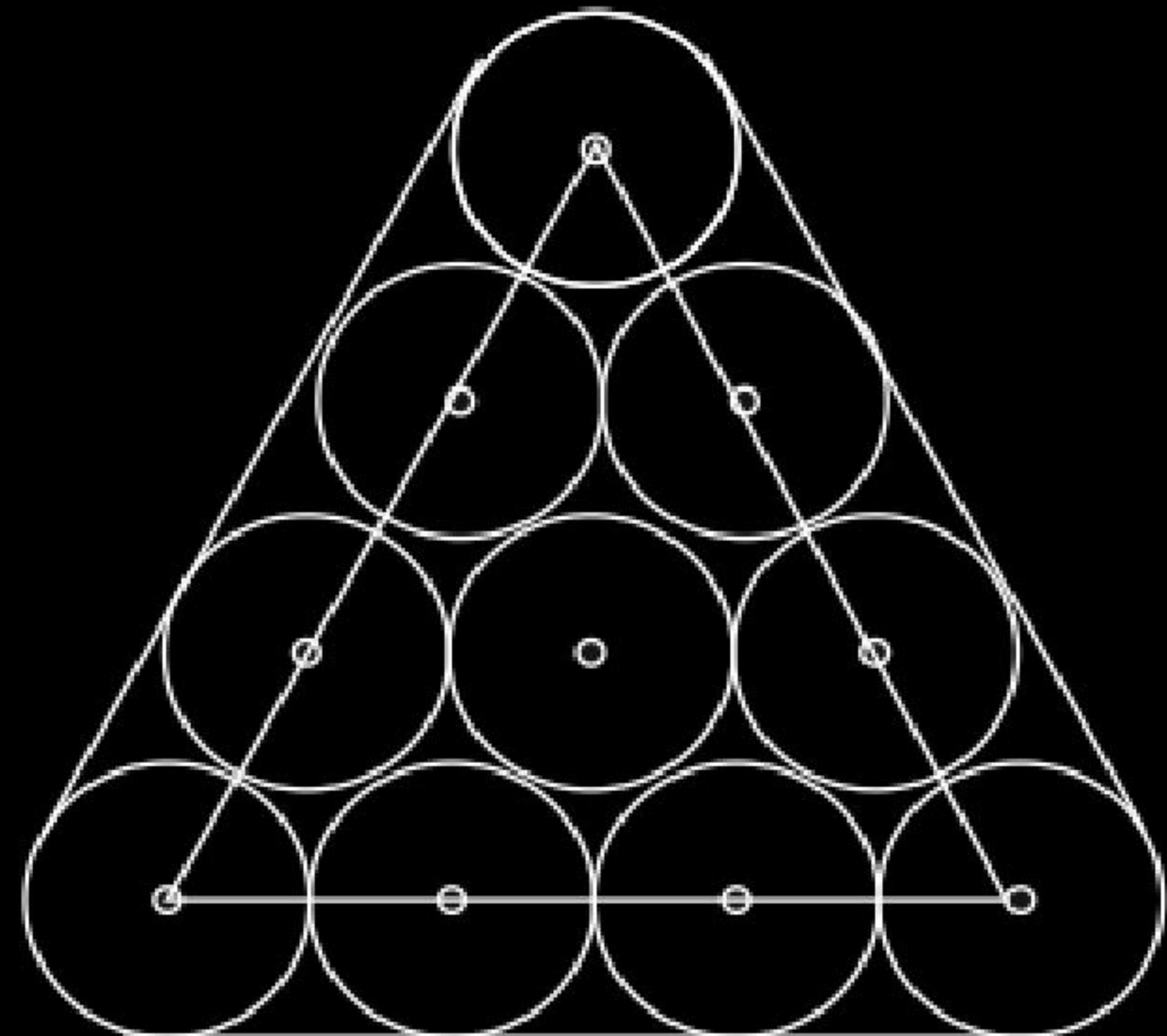
$$\text{धागे की लंबाई}$$



**6 identical circles, 'r' radius each**

**Length of thread =  $3(4r) + 360^\circ$  (circumference)**

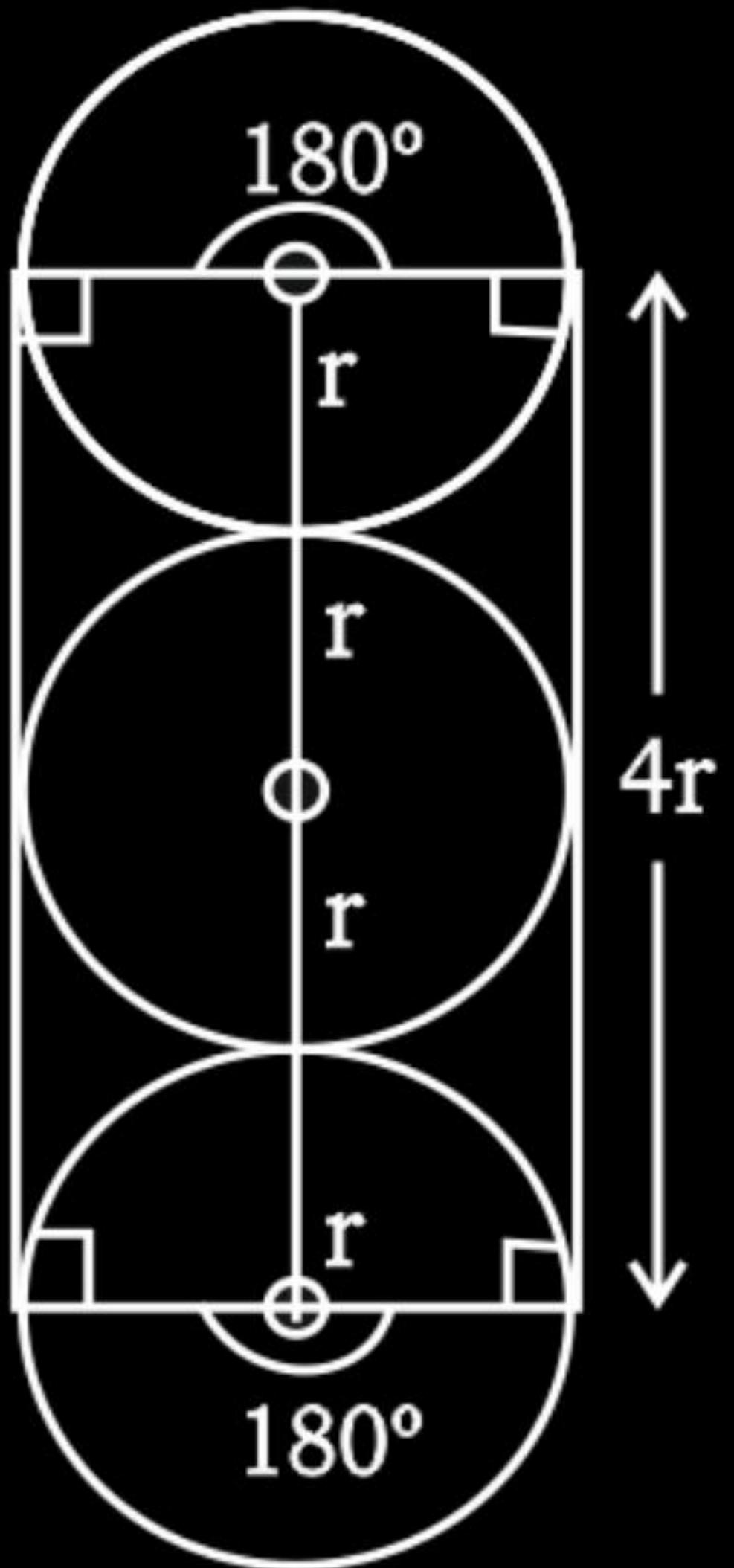
$$12r + 2\pi r$$



**10 identical circles, 'r' = radius each.**

**Length of thread =  $3(6r) + 360^\circ$  (circle)**

$$18r + 2\pi r$$



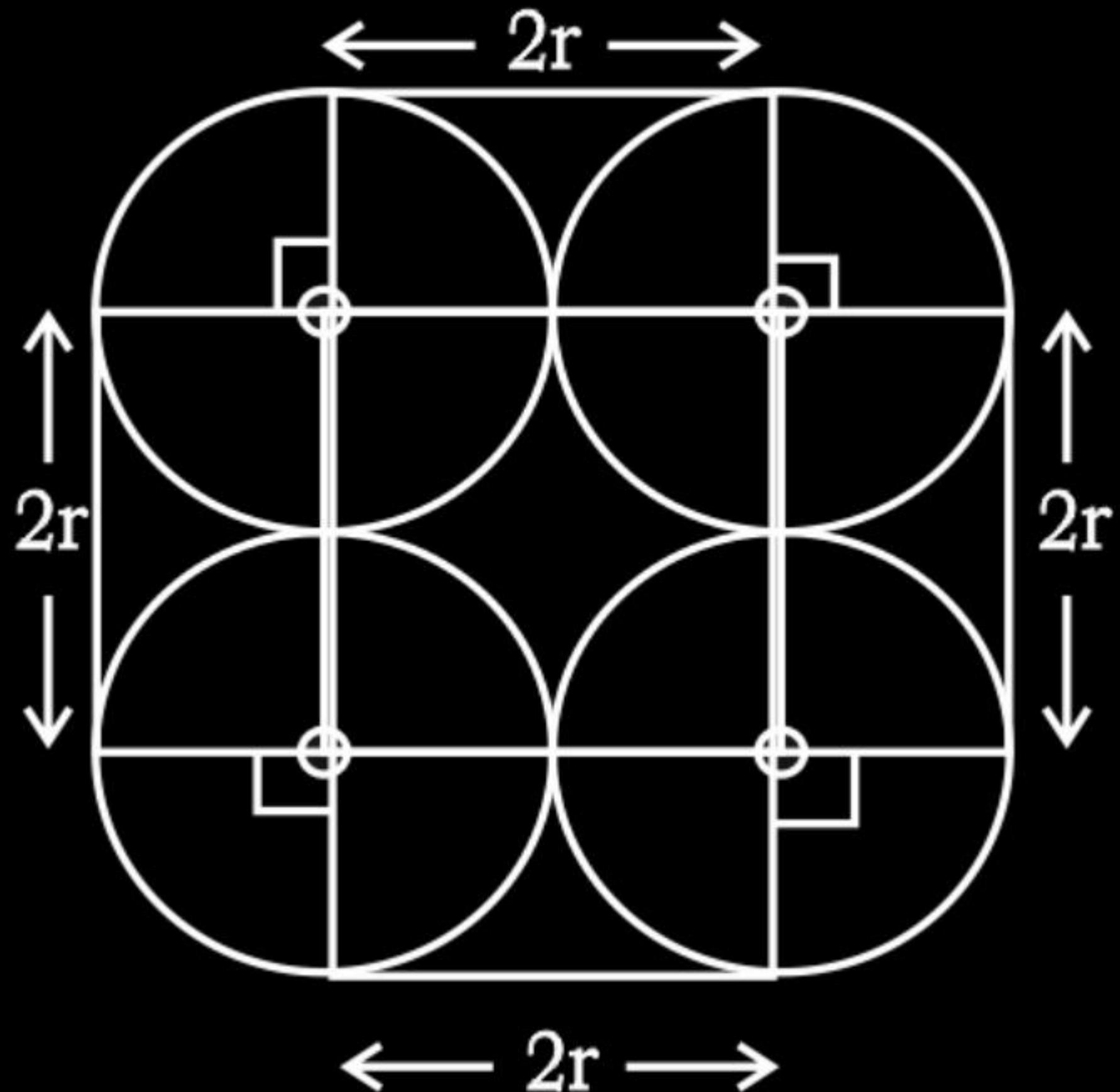
**3 identical circles.**

**$r$  = radius each**

**Length of thread**

$$= 2(4r) + 360^\circ \text{ (circumference)}$$

$$= 8r + 2\pi r$$



**3 identical circles.**

$r$  = radius each

**Length of thread**

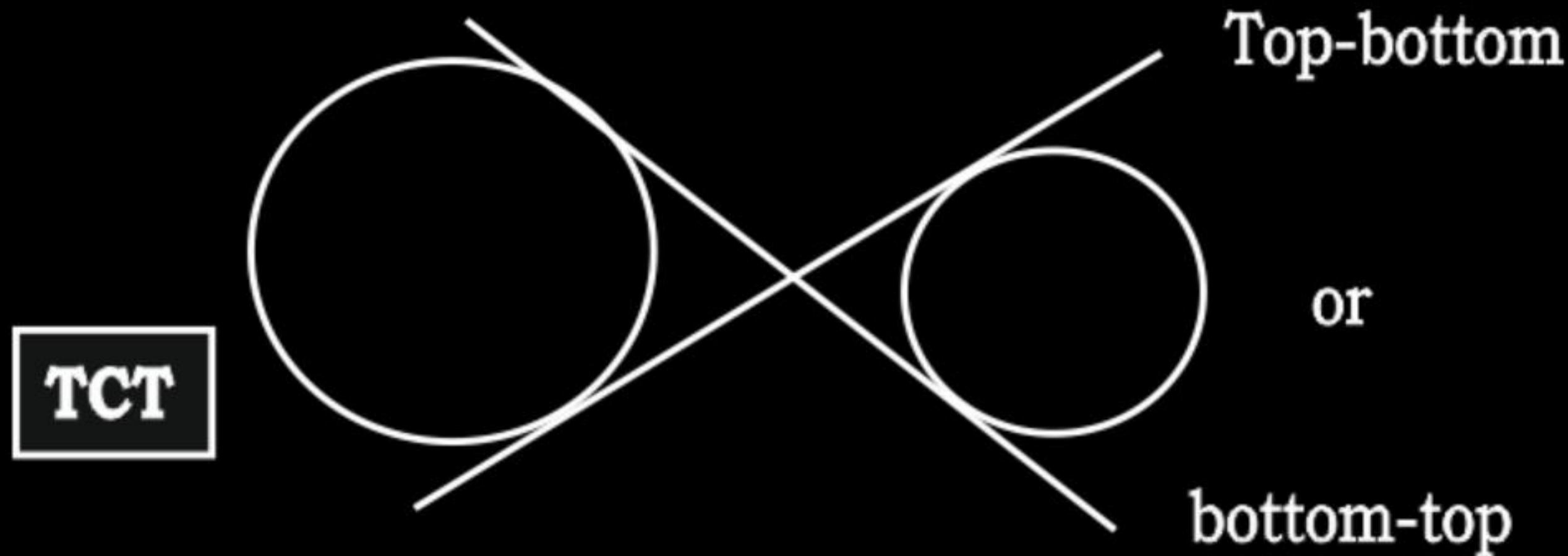
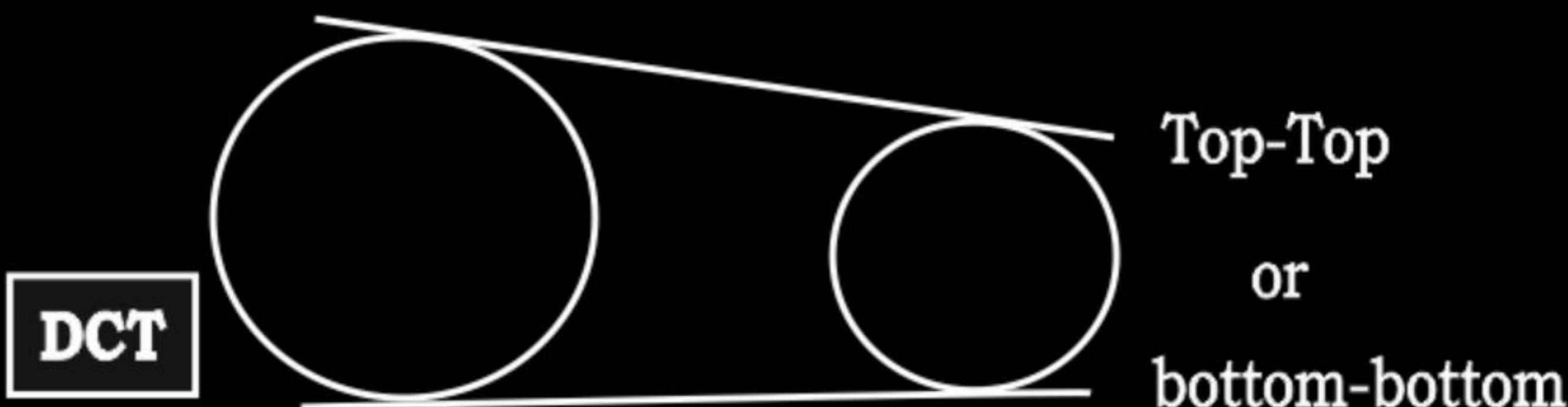
$$= 2(4r) + 360^\circ(\text{circumference})$$

$$= 8r + 2\pi r$$



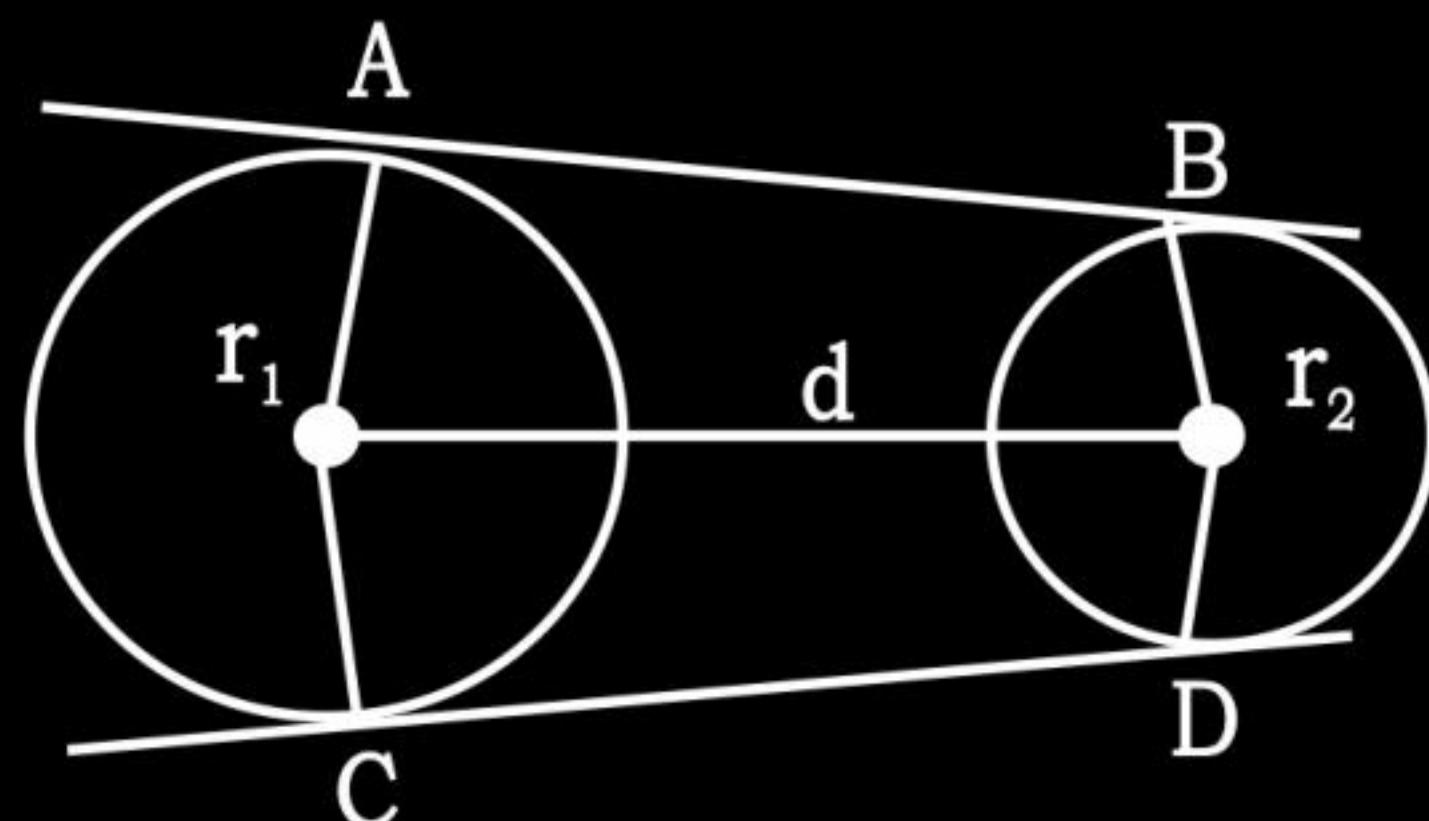
## Common Tangent ( समन्वय स्पर्शिखा ):-

- **Direct Common Tangent (DCT)**
- **Transverse Common Tangent (TCT)**





## Direct Common Tangent ( प्रत्यक्ष समन्वय स्पर्शरेखा ):-



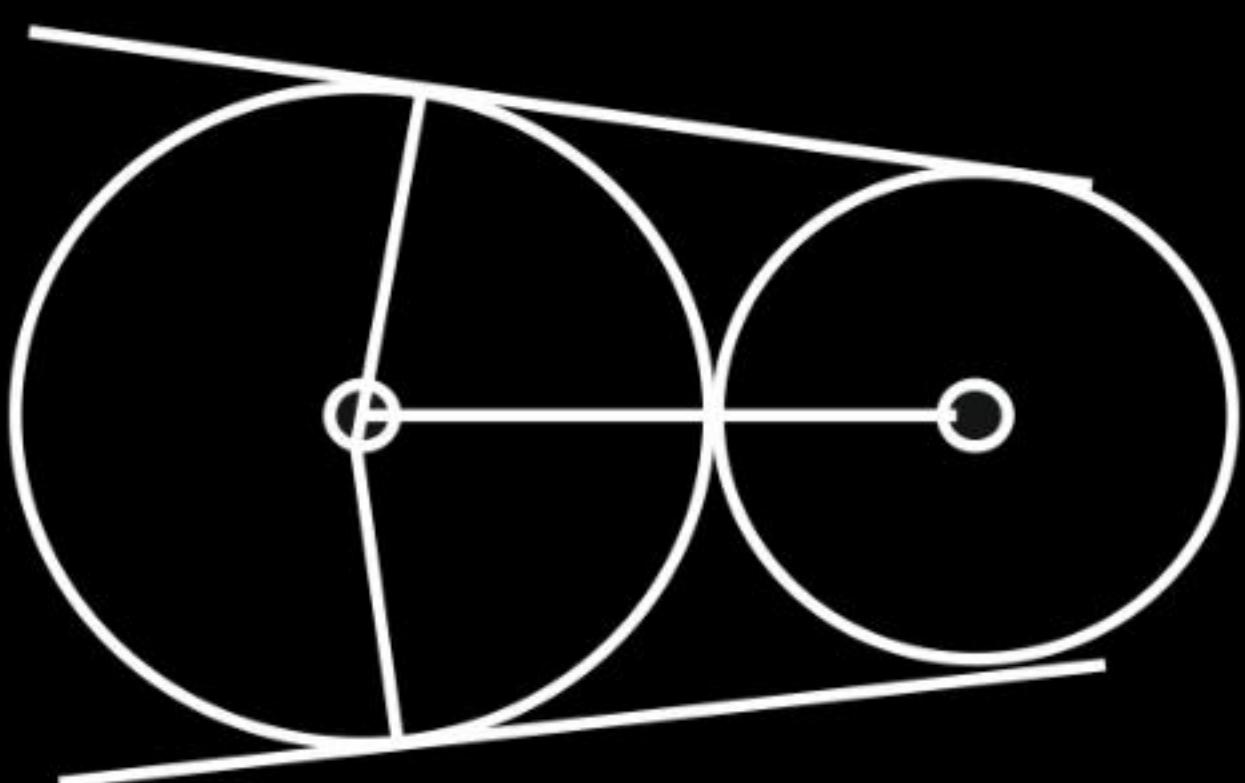
$$AB/CD/Direct\ Common\ Tangent = \sqrt{d^2 - (r_1 - r_2)^2}$$

**Special case:**

$$\text{Here, } d = r_1 + r_2$$

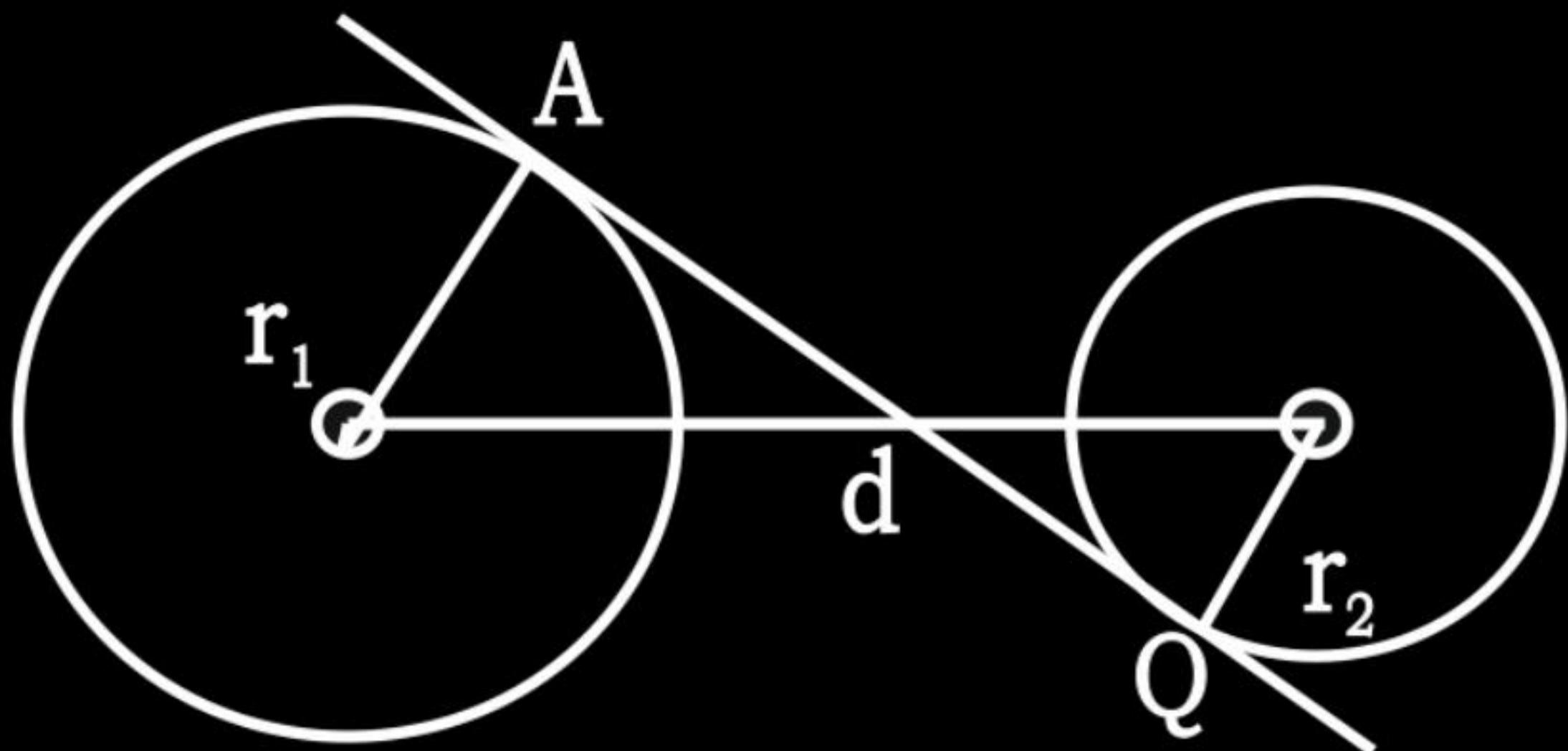
$$\begin{aligned} DCT &= \sqrt{(r_1 + r_2)^2 - (r_1 - r_2)^2} \\ &= \sqrt{(r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2) - (r_1^2 - r_2^2 + 2r_1r_2)} \end{aligned}$$

$$DCT = \sqrt{4r_1r_2} = 2\sqrt{r_1r_2}$$





## Transverse Common Tangent ( अनुप्रस्थ समन्वय स्पर्शरेखा ):-

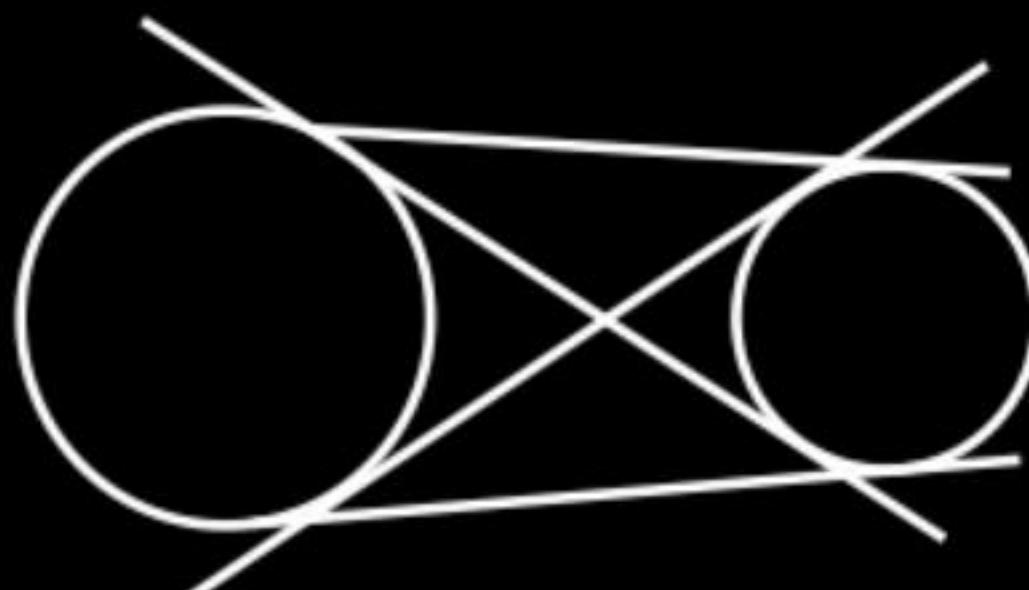


$$A Q/T CT = \sqrt{d^2 - (r_1 + r_2)^2}$$

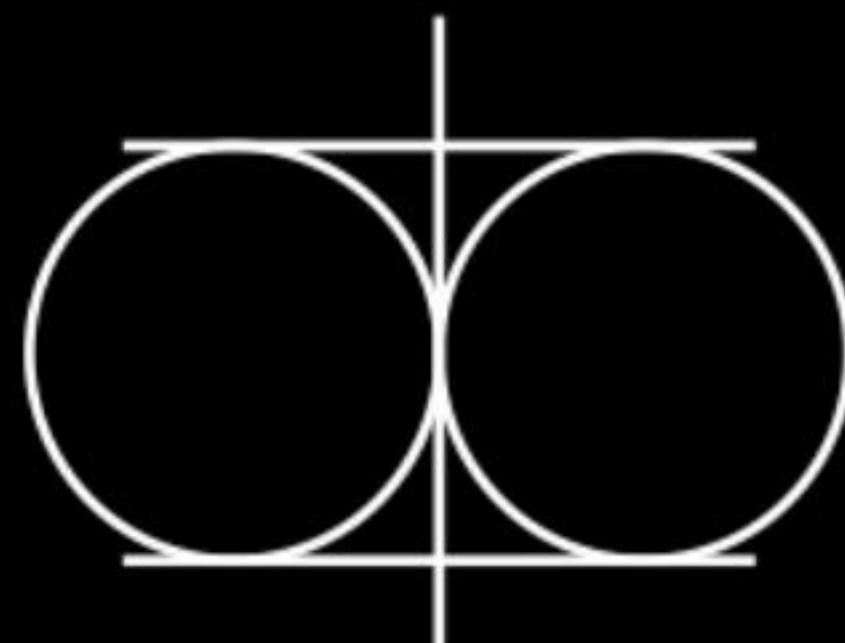


How many common tangents possible in?

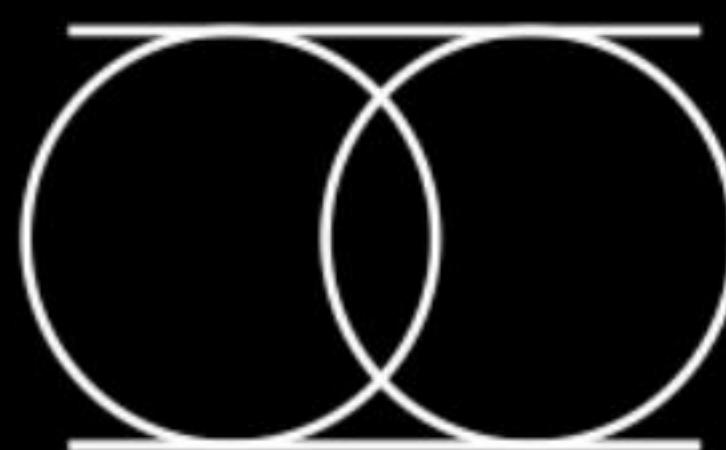
स्परिखाएँ में कितने उभयनिष्ठ संभव हैं?



4



3



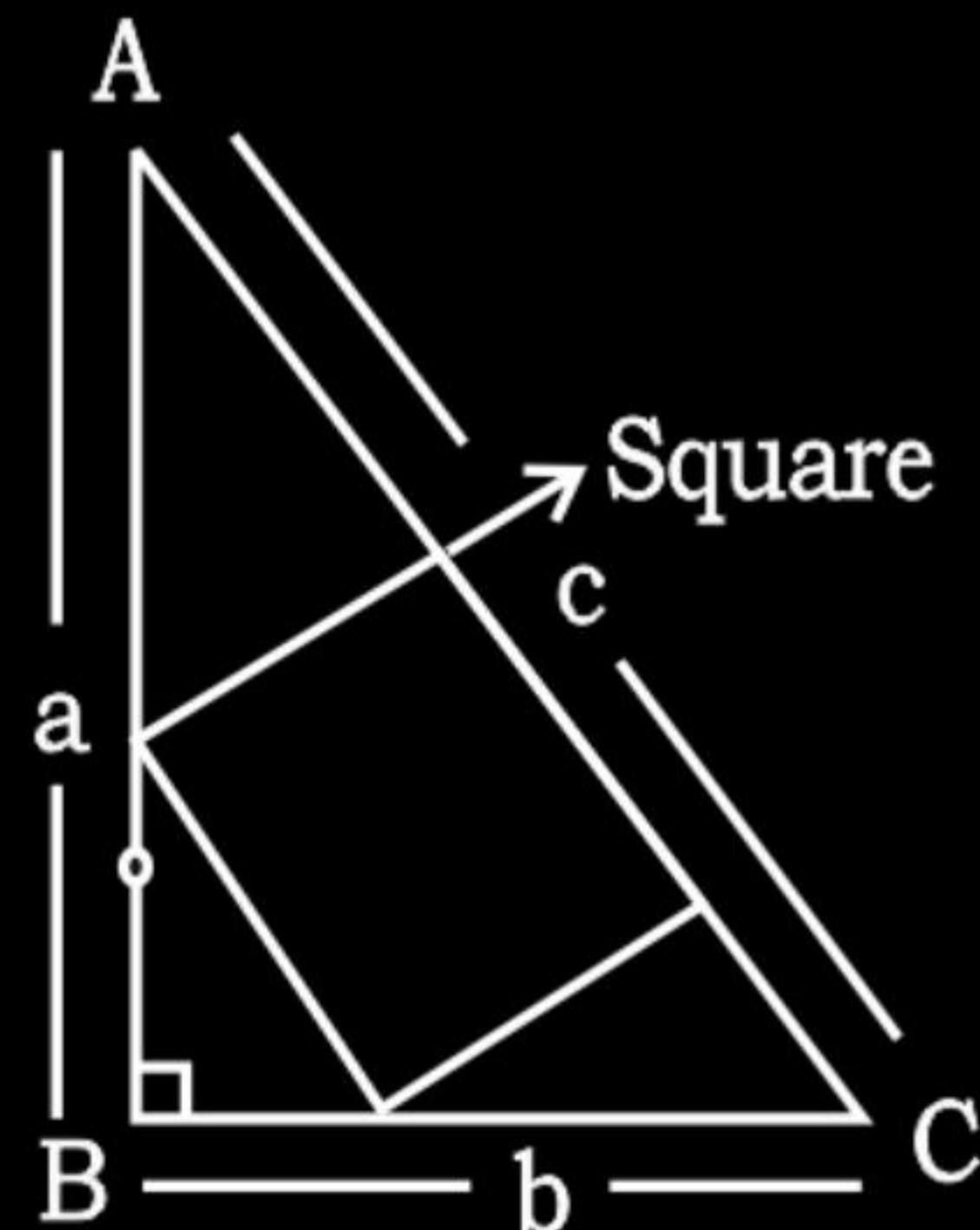
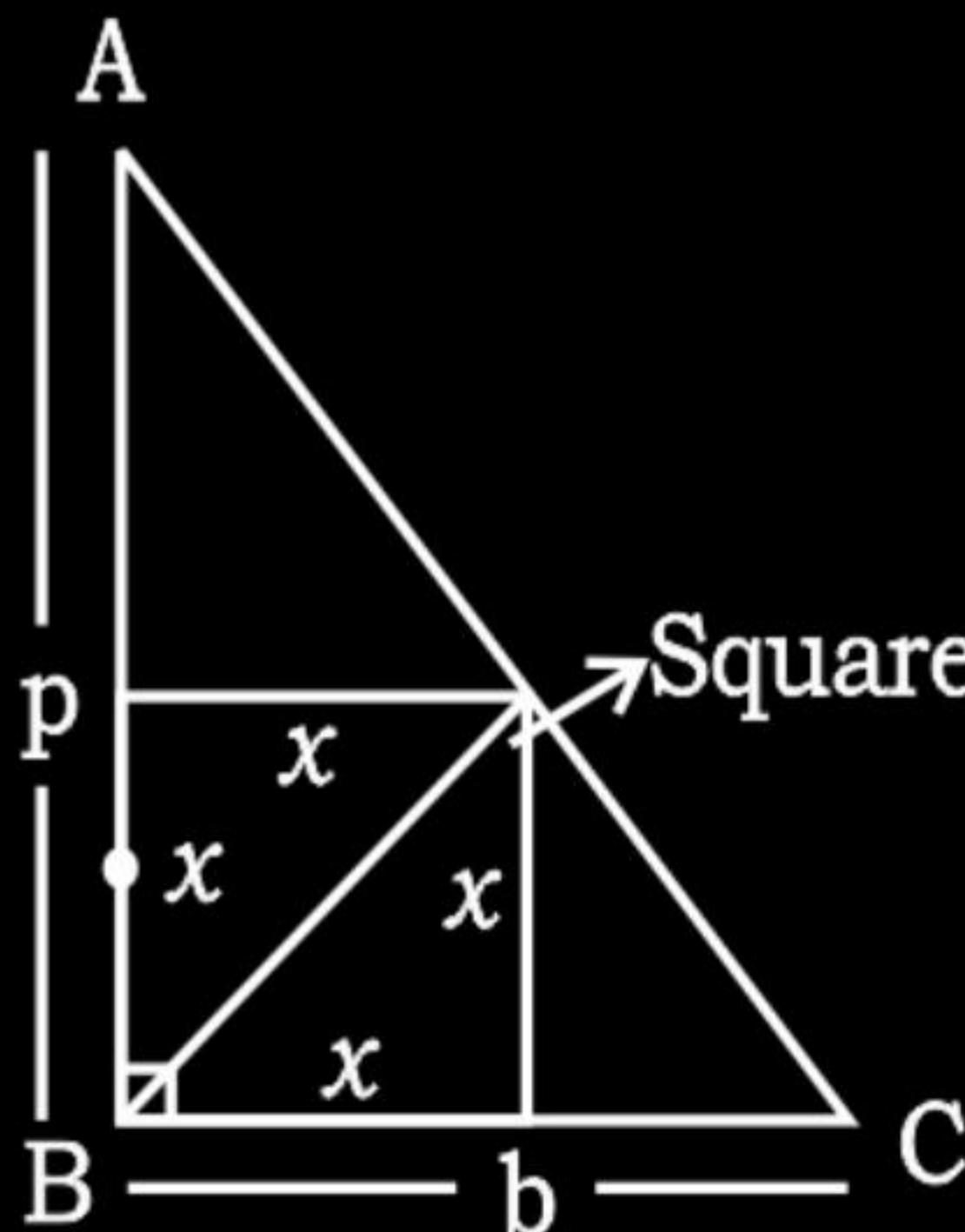
2

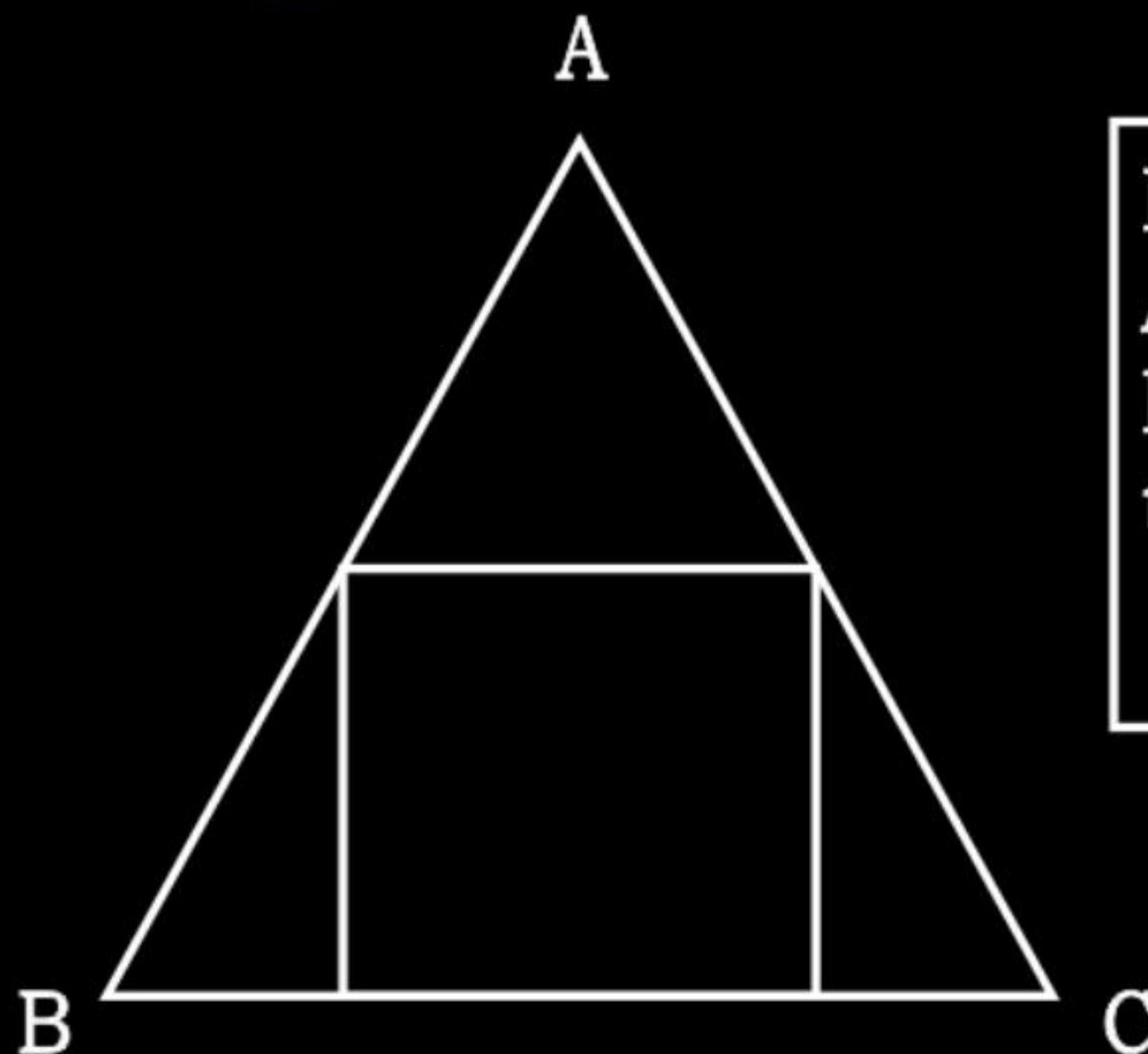


1



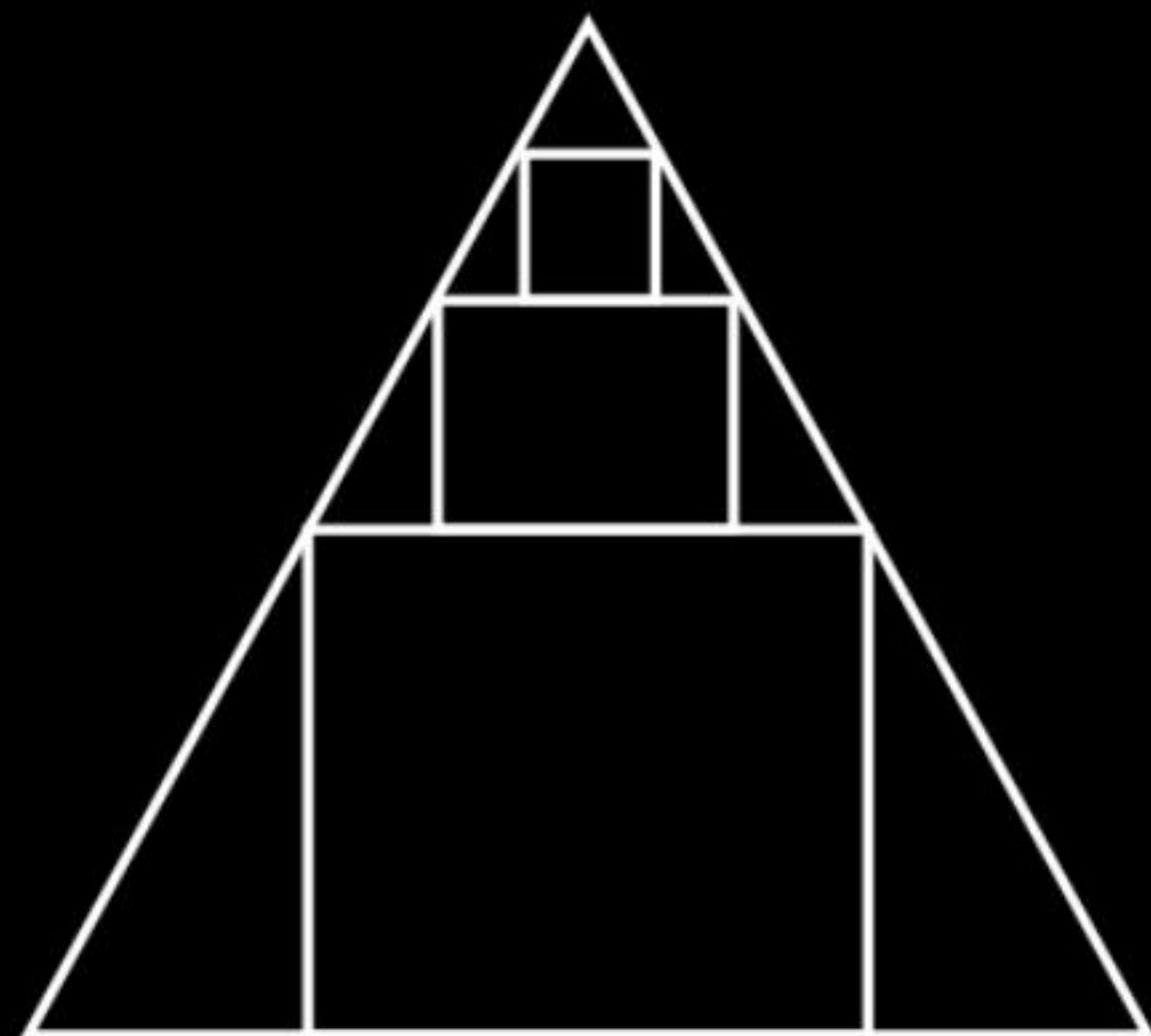
## Points to remember:-





Let side of square =  $a$   
 And Base of triangle =  $b$   
 height of triangle =  $h$   
 then,  

$$a = \frac{b \times h}{b + h}$$



Then, side of second square =  $\frac{b \times h^2}{(b + h)^2}$   
 And, side of third square =  $\frac{b \times h^3}{(b + h)^3}$   
 And, side of  $n^{\text{th}}$  square =  $\frac{b \times h^n}{(b + h)^n}$



**Three circles are concentric** ( तीन वृत्त संकेंद्रित होते हैं।)

Three circles are concentric and they are drawn such that they divide the area into three equal parts.

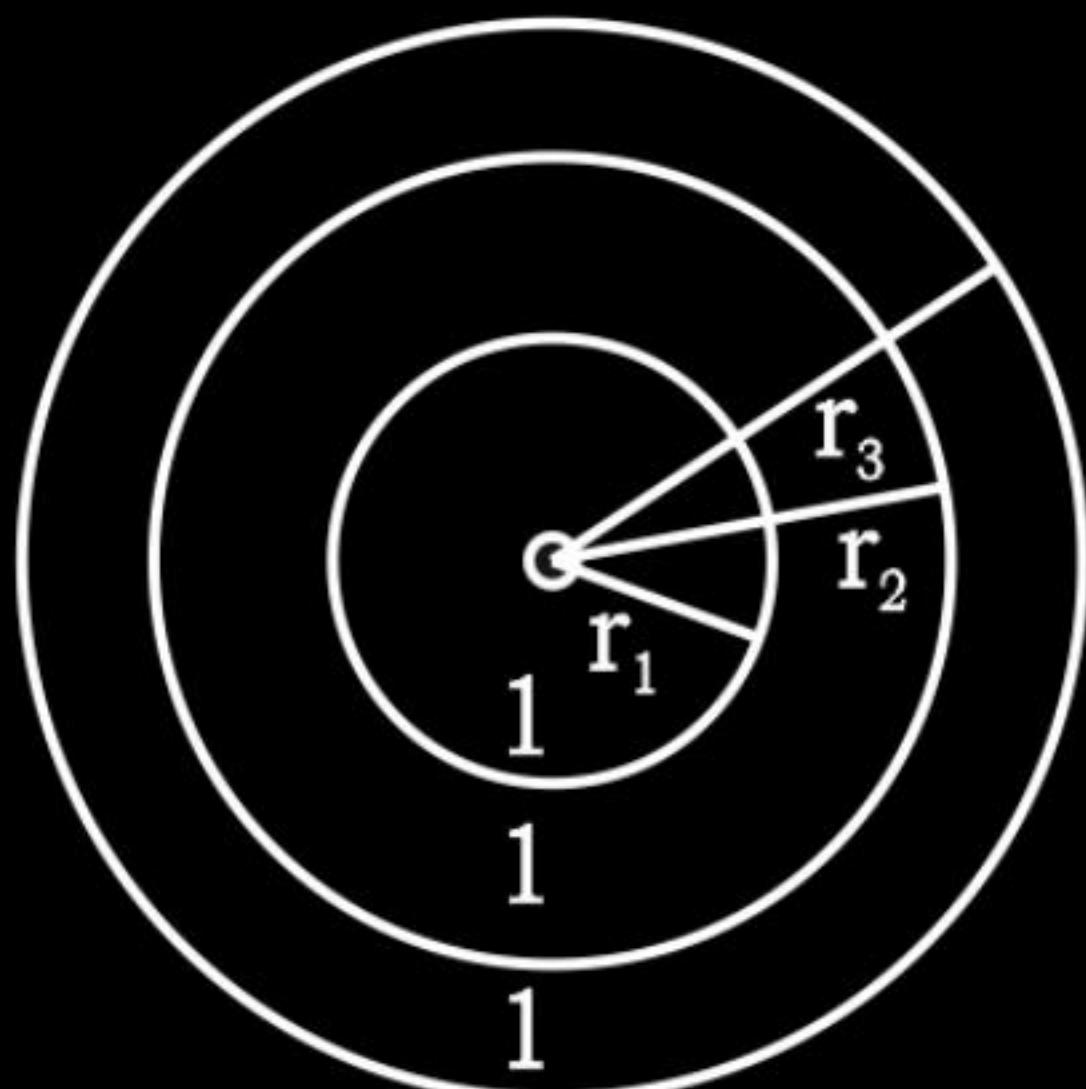
तीन वृत्त संकेंद्रित होते हैं और वे इस तरह खींचे जाते हैं कि वे क्षेत्र को तीन बराबर भागों में विभाजित करते हैं।

$$\text{Area} \rightarrow A_1 : A_2 : A_3 = 1 : 2 : 3$$

$$\pi r_1^2 : \pi r_2^2 : \pi r_3^2 = 1 : 2 : 3$$

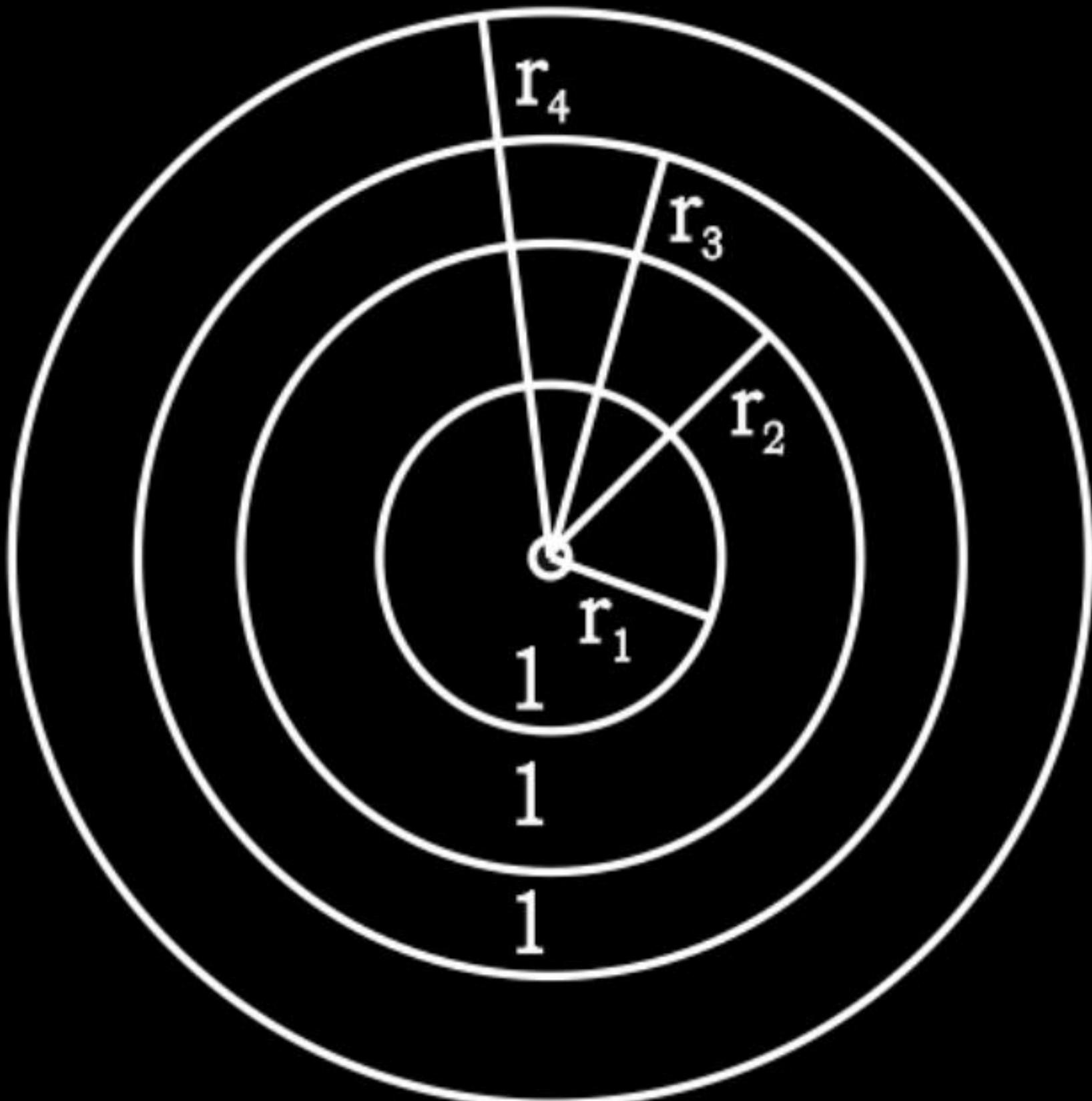
$$\rightarrow r_1^2 : r_2^2 : r_3^2 = 1 : 2 : 3$$

$$\rightarrow r_1 : r_2 : r_3 = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$$





## Concentric Circles ( संकेंद्रित वृत्त ) :-



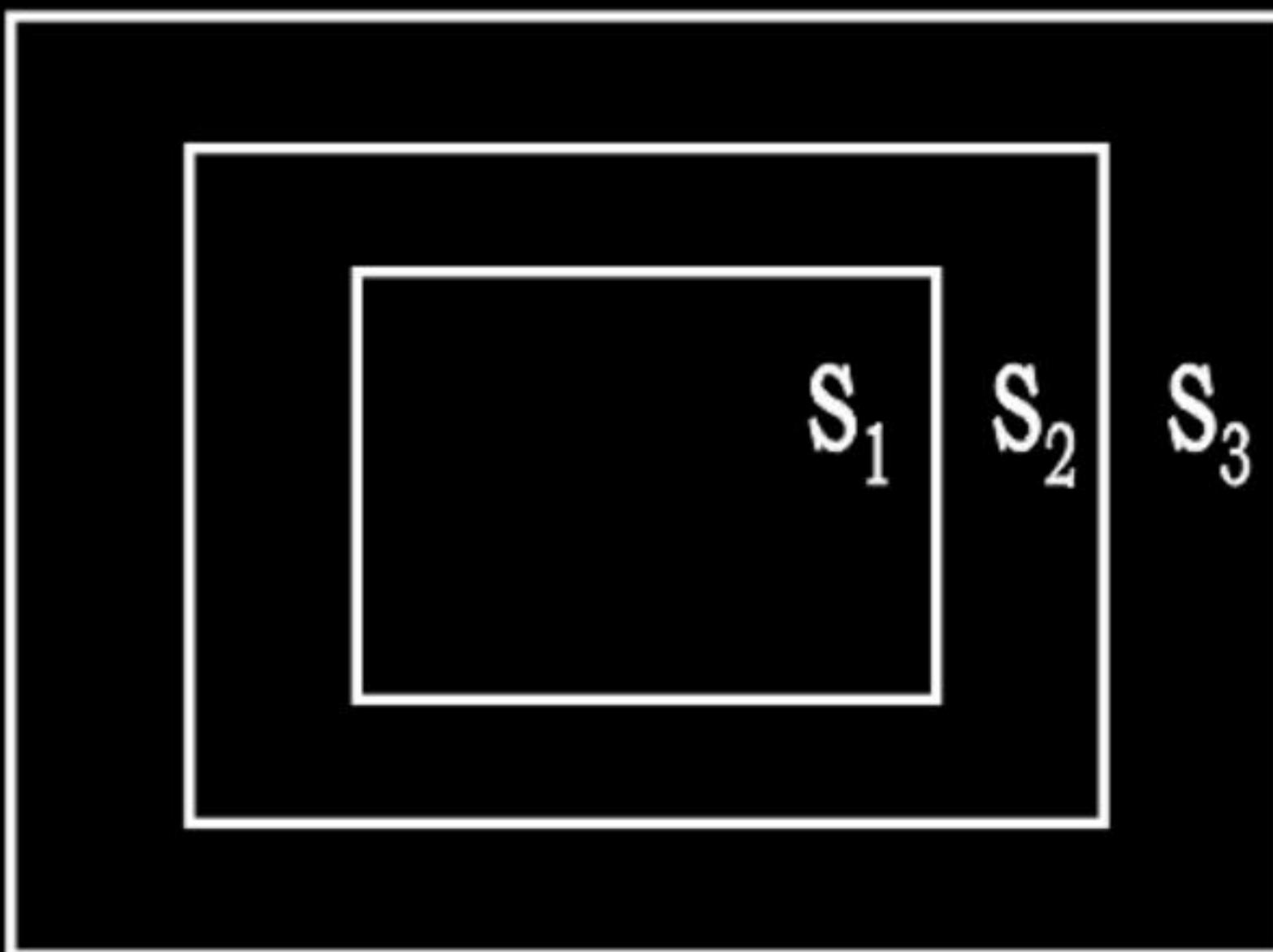
$$r_1 : r_2 : r_3 : r_4 = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{4}$$



## Concentric equilateral triangle's ( समबाहु त्रिभुज का संकेंद्रित )

$$s_1 : s_2 : s_3 : s_4 = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{4}$$

## Concentric Squares ( संकेंद्रित वर्ग- )



$$A_1 : A_2 : A_3 \Rightarrow 1 : 2 : 3$$

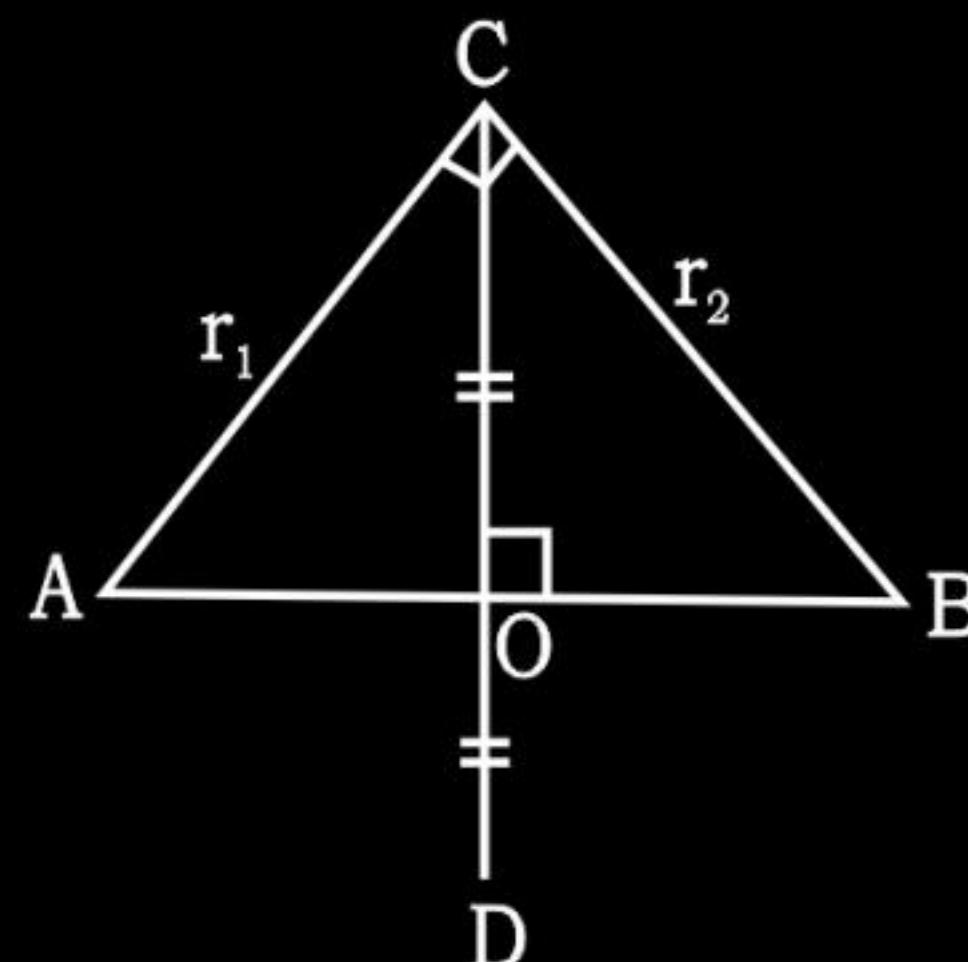
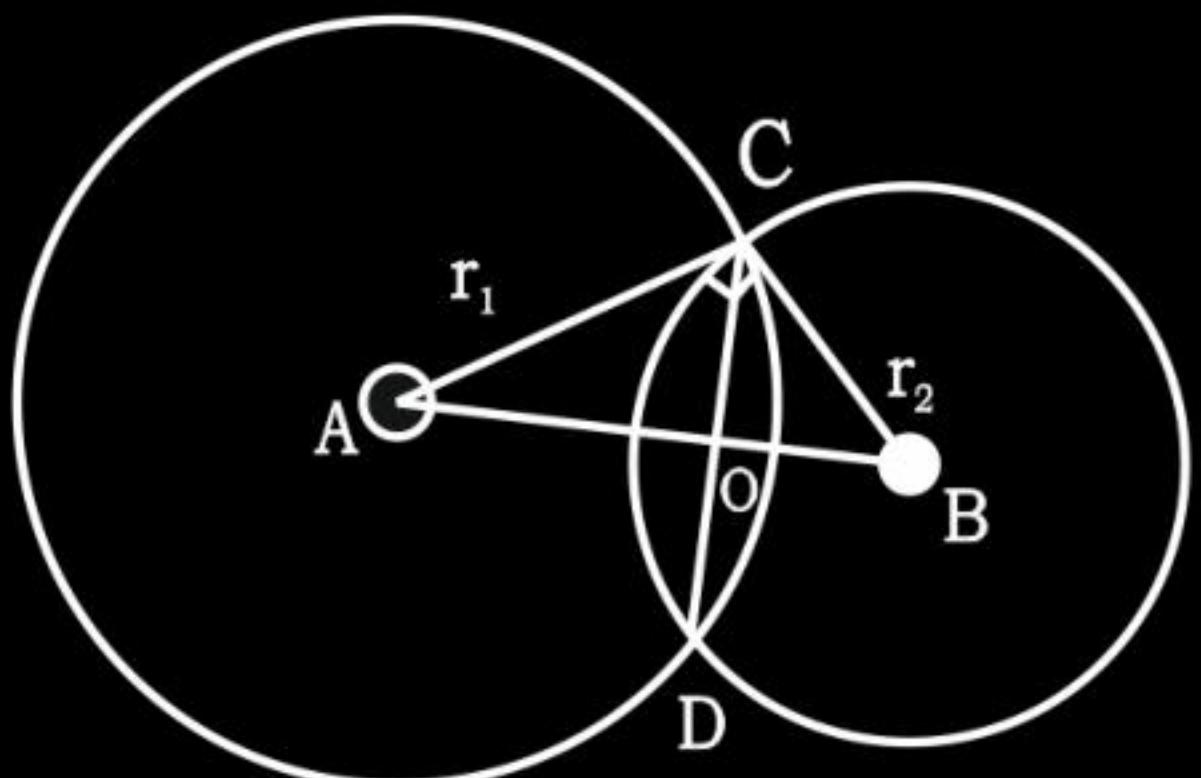
$$s_1 : s_2 : s_3 \Rightarrow 1 : 2 : 3$$

$$s_1 : s_2 : s_3 \Rightarrow 1 : 2 : 3$$



**Perpendicular from centre to the chord, bisects the chord.**

केंद्र से जीवा तक लंबवत्, जीवा को समद्विभाजित करता है।

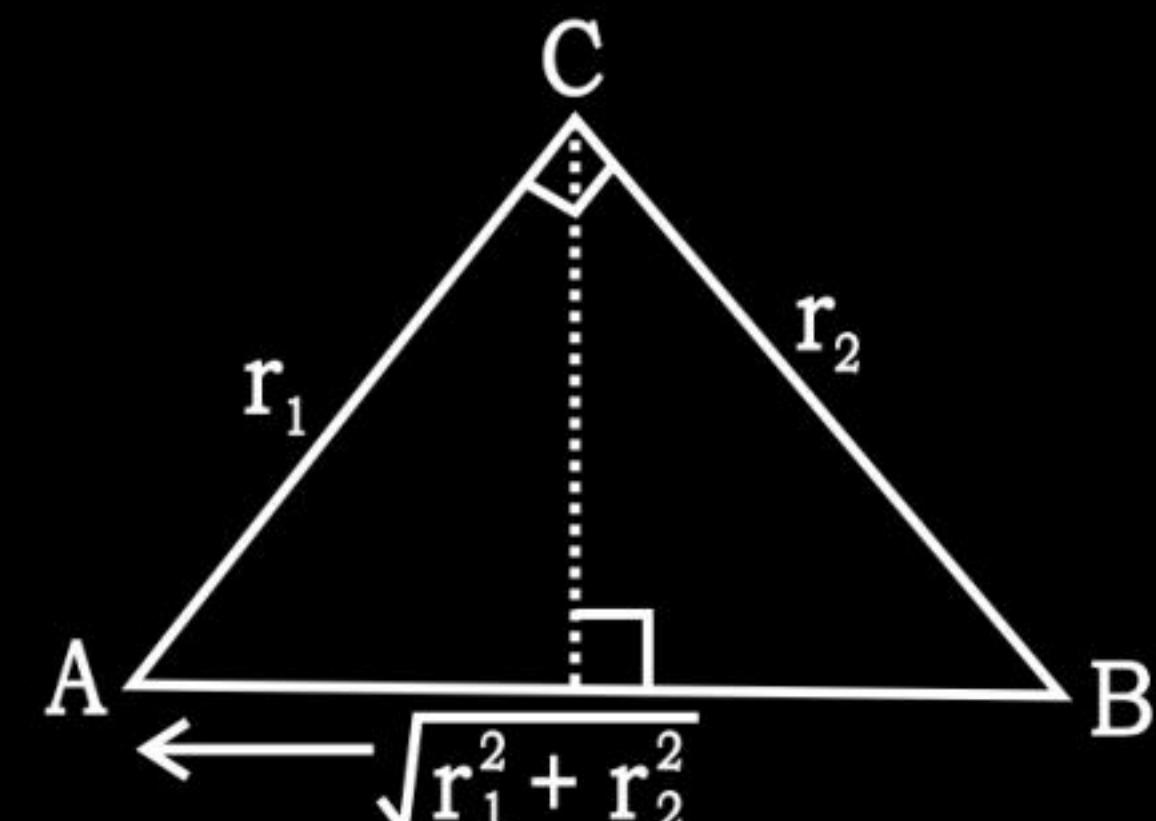


$$CD = 2CO$$

... (1)

In perpendicular  $\triangle ABC$ ,

$$\frac{1}{2} \times r_1 \times r_2 = \frac{1}{2} \times CO \times \sqrt{r_1^2 + r_2^2}$$



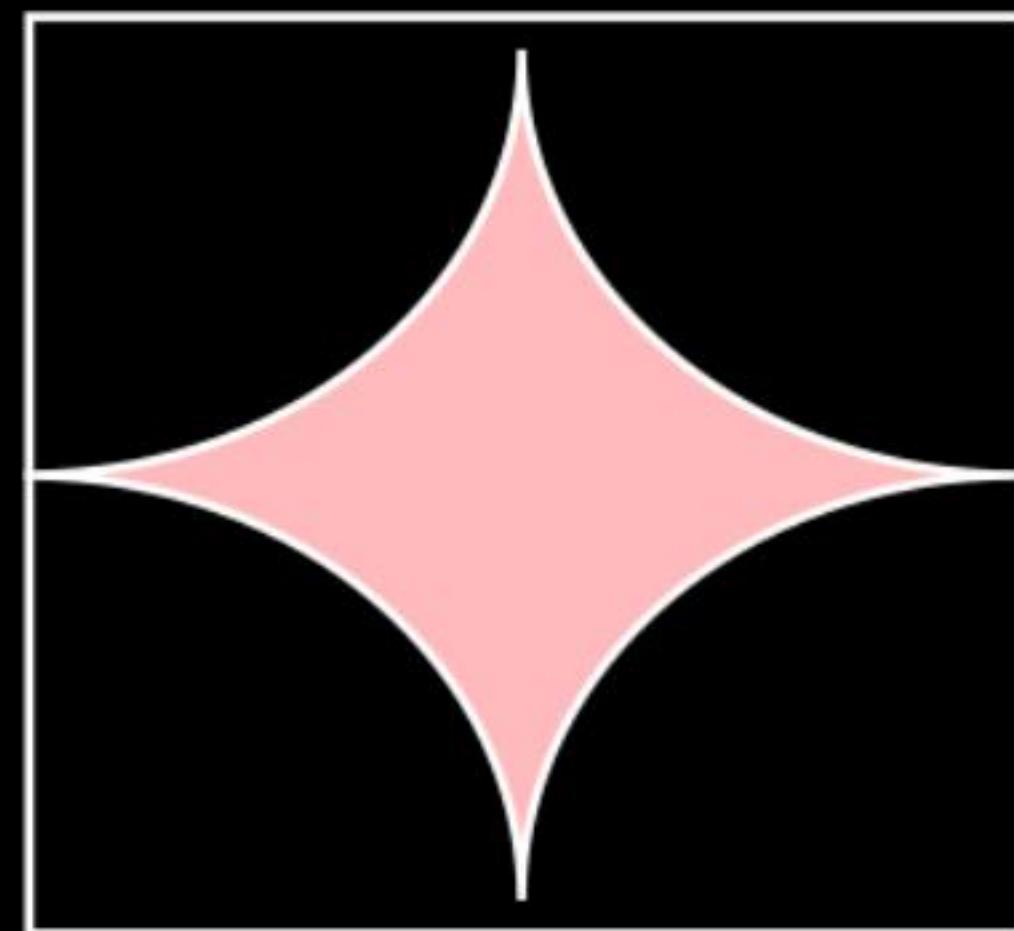
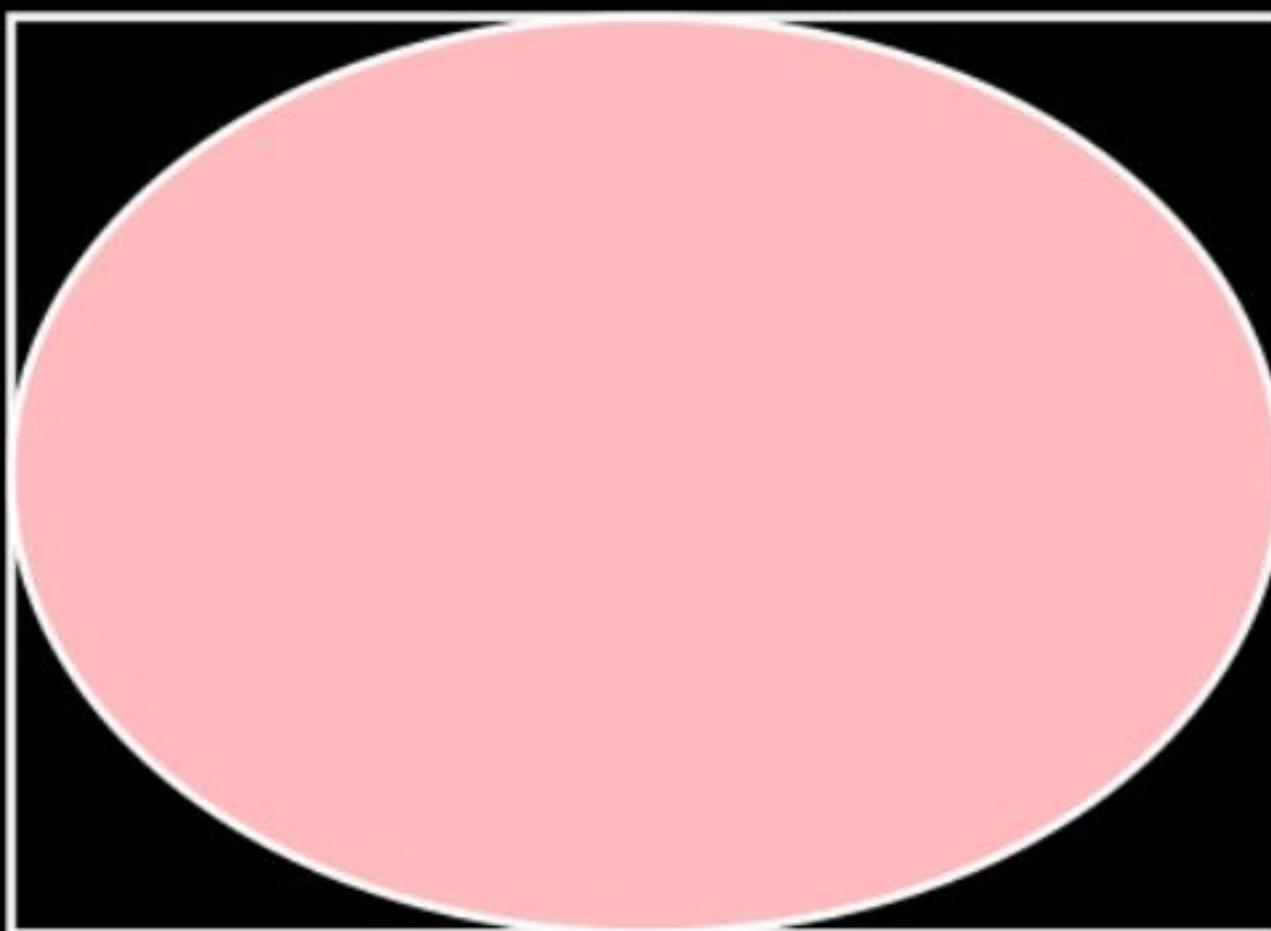
$$\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}} = CO$$

From (1),

$$CD = \frac{2r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$$



## Point to remember:-



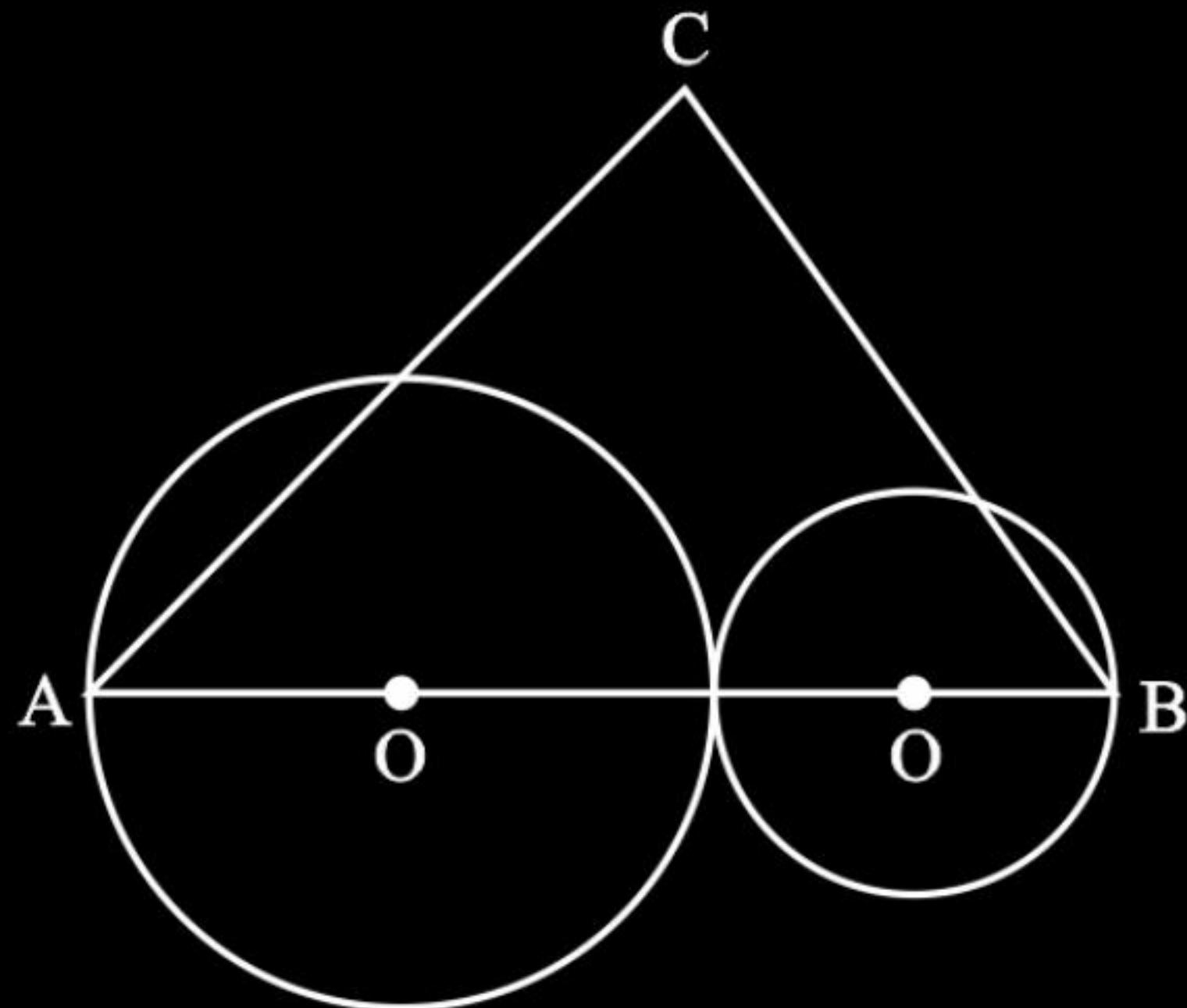
**In both cases area of shaded region =  $\frac{3}{14} a^2$**

दोनों स्थितियों में छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल =  $\frac{3}{14} a^2$



1. Find the area of  $\triangle ABC$ , where  $AO = 4$ ,  $OB = 2$  and  $AC = BC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ .

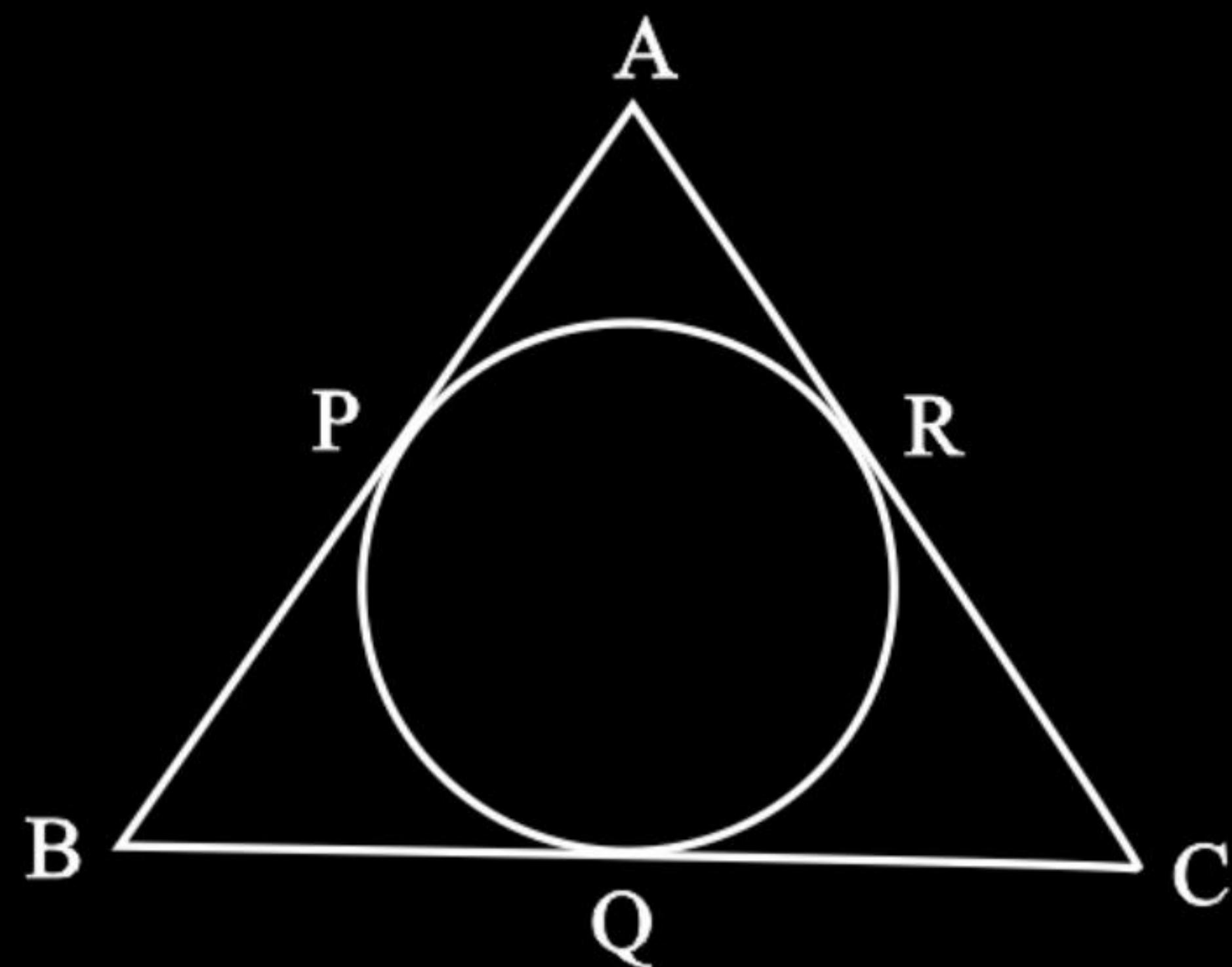
$\triangle ABC$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जहाँ  $AO = 4$ ,  $OB = 2$  और  $AC = BC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ .





2. In  $\triangle ABC$ , if  $AB = 5$ ,  $BC = 6$ ,  $CA = 7$ . Find  $AP = ?$

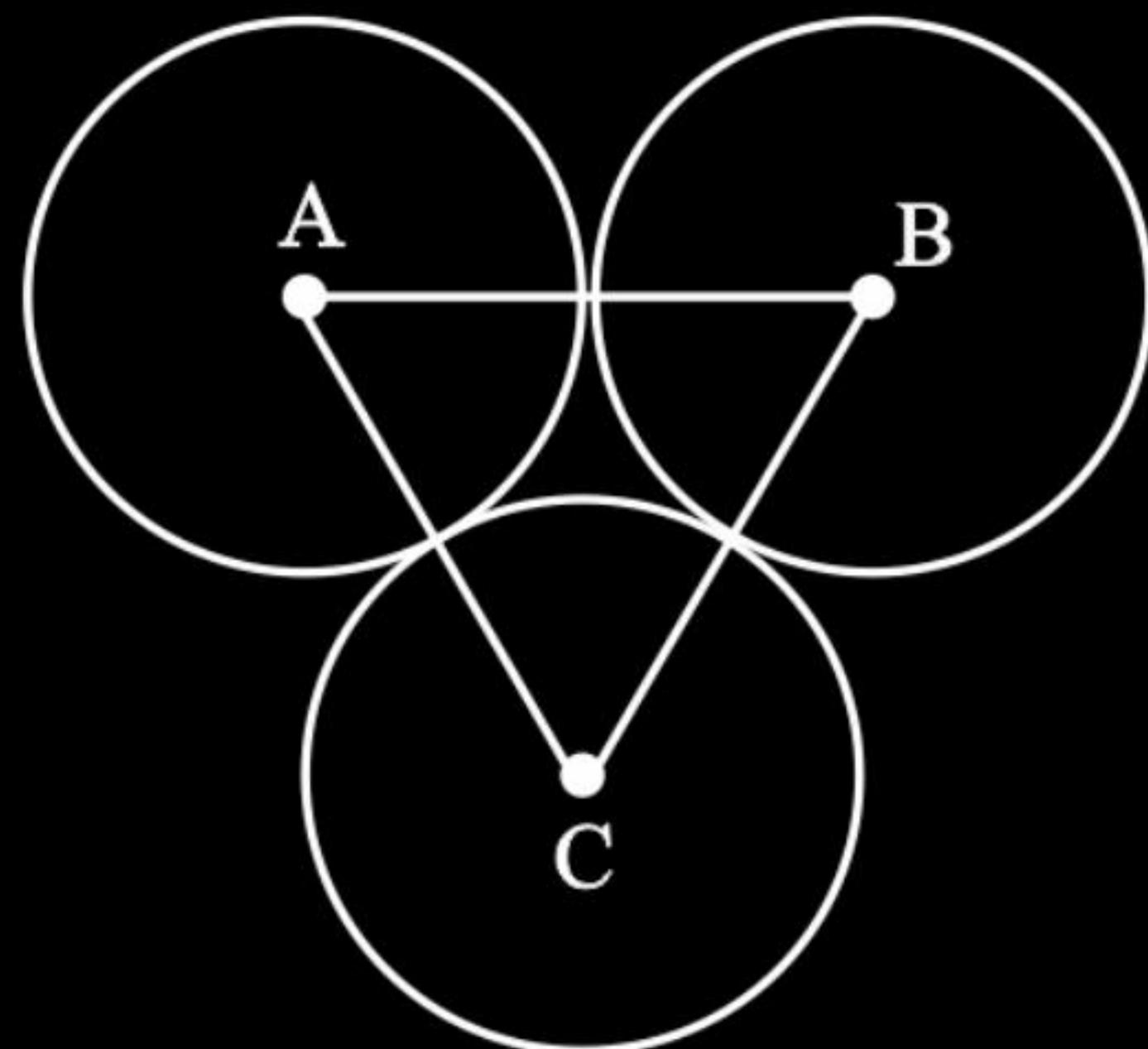
$\triangle ABC$  में, यदि  $AB = 5$ ,  $BC = 6$ ,  $CA = 7$ .  $AP$  ज्ञात करें?





3. **Three circles touch each other ..... , .... gap between their centres is if 9, 10, 11 cm, then find the radius of each circle.**

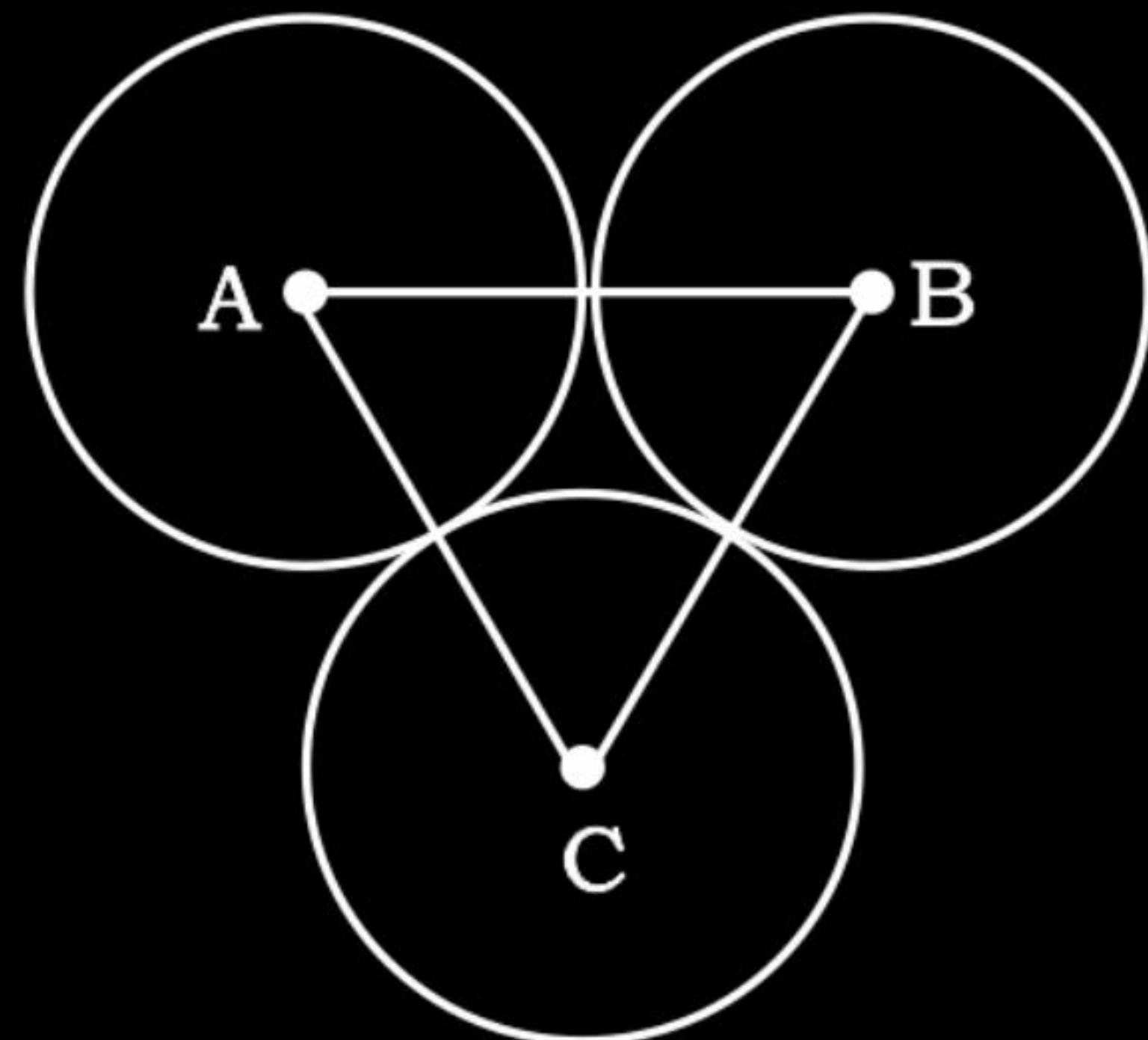
तीन वृत्त एक दूसरे को बाह्य रूप से स्पर्श करते हैं। इनके केन्द्रों के बीच का अन्तर यदि 9, 10, 11 सेमी हो, तो प्रत्यक्ष वृत्तों की त्रिज्याएं ज्ञात कीजिए।





4. Three circles touch each other externally and their radii are  $x, y, z$  respectively, then find the area of  $\triangle ABC$ .

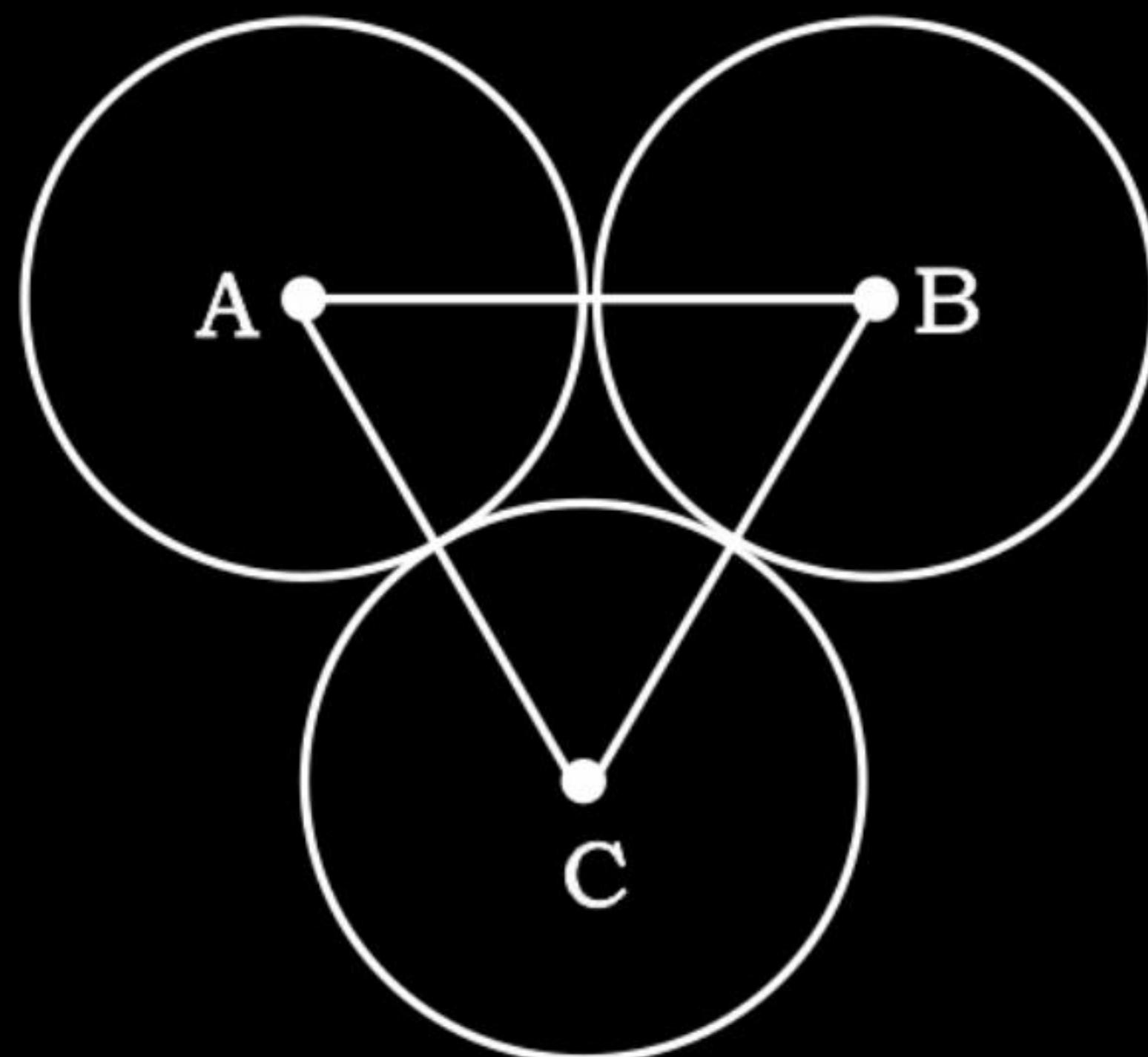
तीन वृत्त एक दूसरे को बाह्य रूप से स्पर्श करते हैं और उनकी त्रिज्याएँ क्रमशः  $x, y, z$  हैं, तो  $\triangle ABC$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।





5. Three circles touch each other externally and their radii are 3, 4, 5 respectively, then find the area of  $\triangle ABC$ .

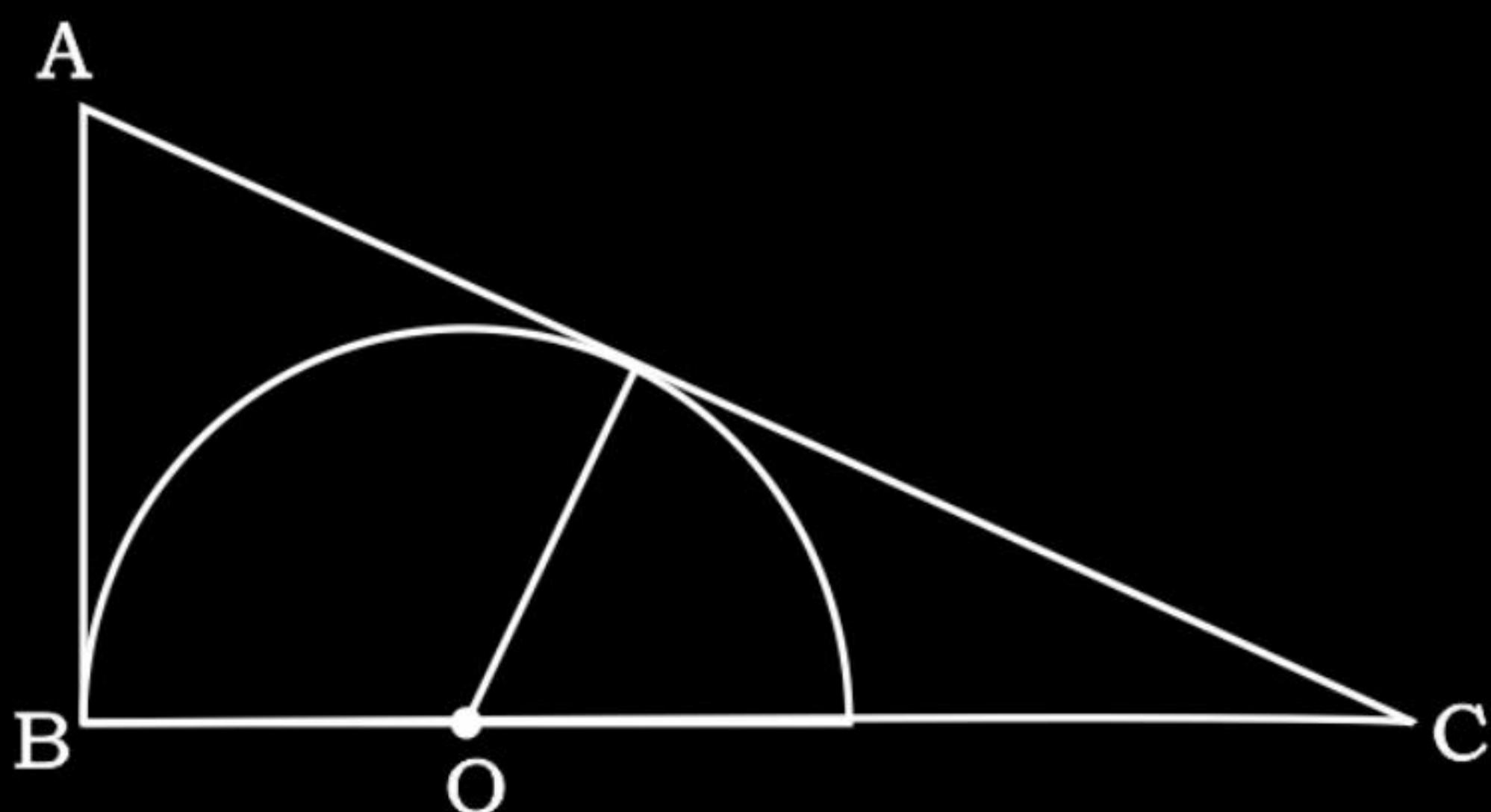
तीन वृत्त एक दूसरे को बाह्य रूप से स्पर्श करते हैं और उनकी त्रिज्याएँ क्रमशः 3, 4, 5 हैं, तो  $\triangle ABC$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।





6. A right angle triangle ABC length of their height and base are 5 cm and 12 cm respectively. So, find the radius of semi-circle inscribed in:

एक समकोण त्रिभुज ABC के लंब तथा आधार की माप क्रमशः 5 सेमी तथा 12 सेमी है। तो उसके अंदर बने अधवृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें।





7. Two circles touch each other externally. The sum of their areas is of  $130\pi \text{ cm}^2$  and the distance between their centres is 14 cm. Find the radii of each.

दो वृत्त एक दूसरे को बाह्य रूप से स्पर्श करते हैं। उनके क्षेत्रफलों का योग  $130\pi \text{ सेमी}^2$  है और उनके केंद्रों के बीच की दूरी 14 सेमी है। प्रत्यक की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



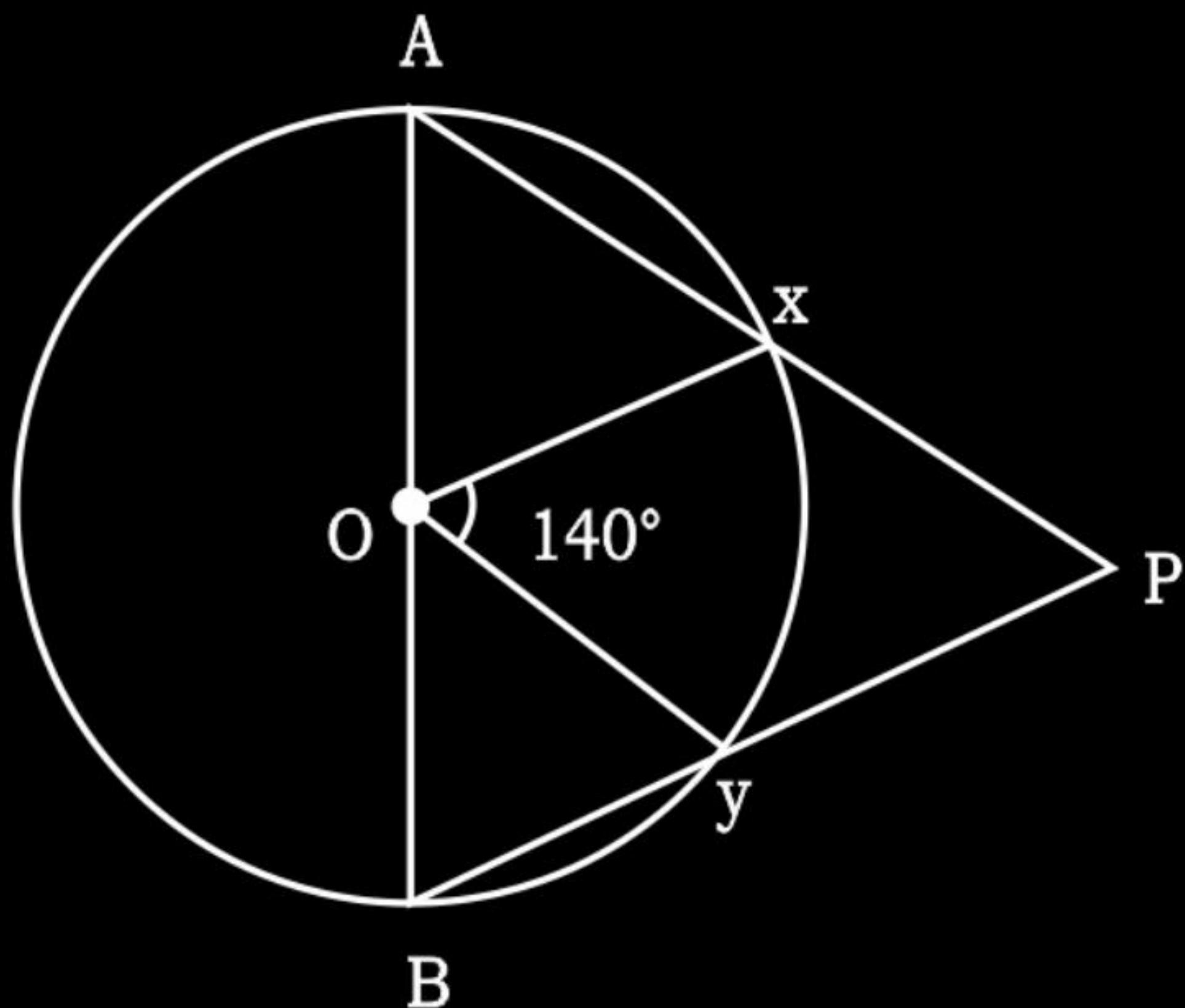
8. Two circles touch each other internally. The distance between their centres is 6 cm. Sum of Area of both circle is  $116\pi$ . Find the radii of each circle.

दो वृत्त एक दूसरे को आंतरिक रूप से स्पर्श करते हैं। उनके केंद्रों के बीच की दूरी 6 सेमी है। यदि उनके क्षेत्रफलों का योग 116 हो, तो प्रत्यक की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



9. In the given figure, find  $\angle APB$ .

दी गई आकृति में,  $\angle APB$  ज्ञात कीजिए।





10. The radius of a semicircle is 12 cm. Three equal equilateral triangles are formed on circumference inside it. Then find the sum of the areas of all three triangles.

एक अधवृत्त की त्रिज्या 12 सेमी है। तीन बराबर माप के समबाहु त्रिभुज वृत्त की परिधि पर बनते हैं। तो तीनों त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का योग ज्ञात कीजिए।



11. Two circles having centres A and B and radii 2cm each, touch each other externally at C. A circle with centre C having radius 2 cm intersects other two circles at D and E. Find the area of equilateral ABED = ?

दो वृत्त जिनके केंद्र A और B हैं और प्रत्यक की त्रिज्या 2 सेमी है, एक दूसरे को बाहरी रूप से C पर स्पर्श करते हैं। केंद्र C के साथ 2 सेमी त्रिज्या वाला एक वृत्त अन्य दो वृत्तों को D और E पर प्रतिच्छेद करता है। समबाहु ABED का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



12. Two circles having centres A and B having radii 6 and 8 cm. They intersects each other at P and Q such that AP and BP are behave like tangents. Find the length of common chord PQ.

केंद्र A और B वाले दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ 6 और 8 सेमी हैं। वे एक दूसरे को P और Q पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि AP और BP स्पर्श रेखाएँ हैं। उभयनिष्ठ जीवा PQ की लंबाई ज्ञात कीजिए।



13. Two circles having radii 5 cm each passing through the centre of each other. Find the length of the common chord.

5 सेमी त्रिज्या वाले दो वृत्त एक दूसरे के केंद्र से गुजरते हैं। उभयनिष्ठ जीवा की लंबाई ज्ञात कीजिए।



14. In a circle, the length of two chords are 10 cm and 24 cm and they are parallel to each other and they are on the opposite sides of the centre. Find the radius of the circle.

एक वृत्त में, दो जीवाओं की लंबाई 10 सेमी और 24 सेमी है और वे एक दूसरे के समानांतर हैं और वे केंद्र के विपरीत दिशा में हैं। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



15. In a circle, the length of two chords are 8 and 6 cm and they are on the same side of the centre and the gap between them is 1 cm, then find the radius of the circle.

एक वृत्त में दो जीवाओं की लम्बाई 8 और 6 सेमी है और वे केंद्र की एक ही भुजा हैं और उनके बीच का अंतर 1 सेमी है, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



16. The radius of two concentric circles is the diameter of the circle of the bigger circle and BD is tangent of smaller circle at point D intersect bigger circle at E. Find AD.

दो संकेंद्रित वृत्तों की त्रिज्याएँ 13 और 8 सेमी हैं। AB बड़े वृत्त का व्यास है और BD बिंदु D पर छोटे वृत्त की स्पर्श रेखा है जो बड़े वृत्त को E पर प्रतिच्छेद करता है। AD ज्ञात कीजिए।



17. X and Y are the centres of two circles whose radii are 9 cm and 2 cm and  $XY = 17$ . Z is the centre of another circle of radius R and touch other two circles externally. If  $\angle XZY$  is  $90^\circ$ . Then, find R.

X और Y दो वृत्तों के केंद्र हैं जिनकी त्रिज्याएँ 9 सेमी तथा 2 सेमी और  $XY = 17$  हैं। Z त्रिज्या R के एक अन्य वृत्त का केंद्र है और अन्य दो वृत्तों को बाहरी रूप से स्पर्श करता है। यदि  $\angle XZY 90^\circ$  का है। R ज्ञात करें।



18. The radii of two circles are ' $r_1$ ' and  $r_2$ . They intersects each other at C and D in such a way that AC and BC behaves like tangent for each other, then find the length of their common chord.

दो वृत्तों की त्रिज्याएँ ' $r_1$ ' और ' $r_2$ ' हैं। वे एक दूसरे को C और D पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि AC और BC एक दूसरे के लिए स्पर्श रेखा की तरह व्यवहार करते हैं, तो उनकी उभयनिष्ठ जीवा की लंबाई ज्ञात कीजिए।



19. **2a and 2b are the lengths of two chords intersects each other at  $90^\circ$ . The distance from the intersection point to the centre of the circle is C and C is less than radius of the circle, then find the radius of the circle.**

2a और 2b दो जीवाओं की लंबाई हैं जो एक दूसरे को  $90^\circ$  पर प्रतिच्छेद करती हैं। वृत्त के केंद्र पर प्रतिच्छेदन बिंदु से दूरी C और C वृत्त की त्रिज्या से छोटी है, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



20. AB and CD are two chords of a circle intersects each other at  $90^\circ$  at point E. If AE = 3, BE = 4, ED = 6, EC = ?

AB और CD एक वृत्त की दो जीवाएँ हैं जो परस्पर  $90^\circ$  पर बिंदु E पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि AE = 3, BE = 4, ED = 6, EC = ?



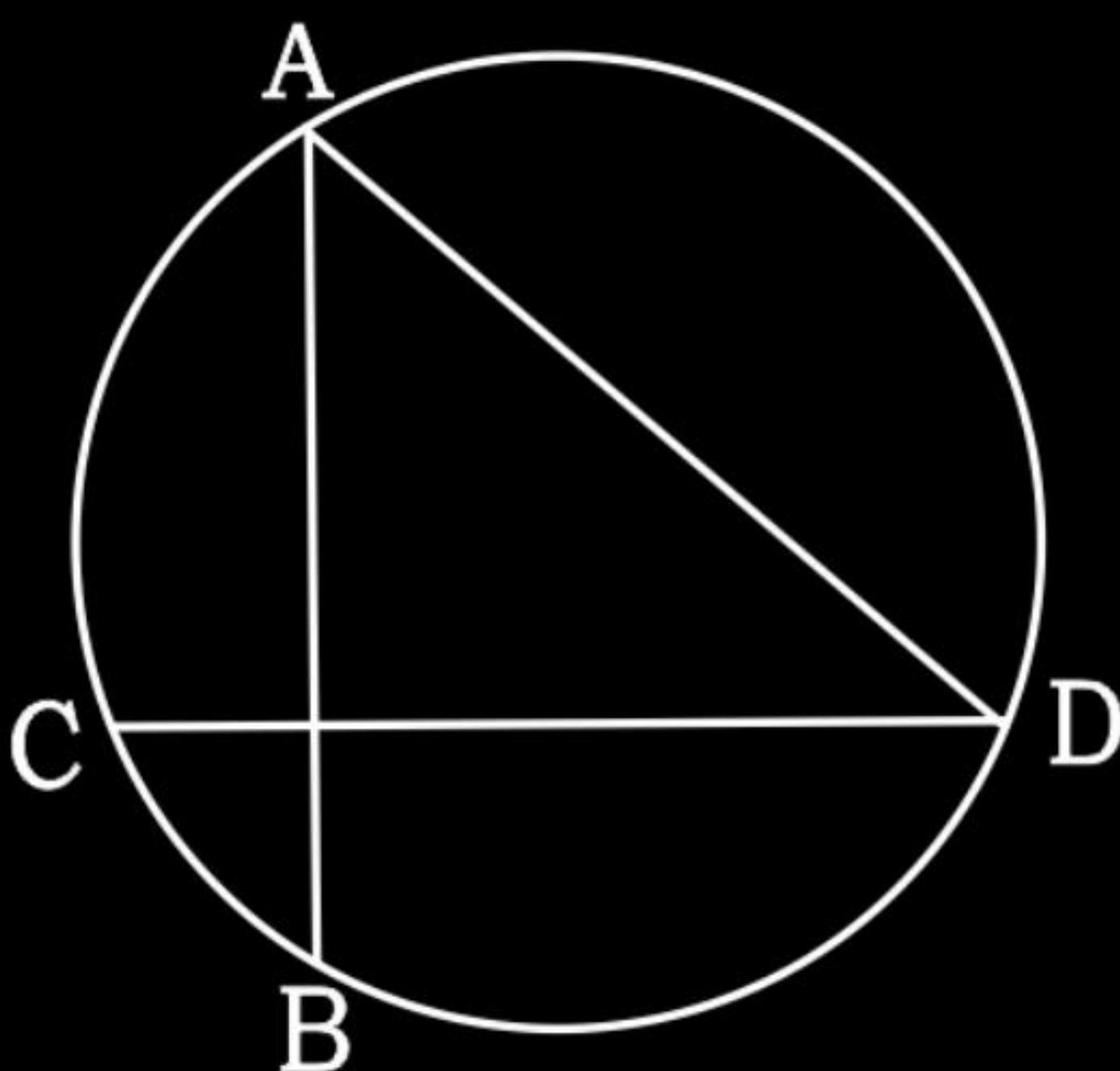
21. AB and CD are two chords perpendicular to each other at point E. If AE = 6, BE = 2, CE = 3. Find the radius of the circle.

AB और CD बिंदु E पर एक दूसरे के लम्बवत् दो जीवाएँ हैं। यदि AE = 6, BE = 2, CE = 3 है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



22. In given figure AB and CD are two chord intersect each other at  $90^\circ$ . If  $AD = 16 \text{ cm}$  and  $BC = 12 \text{ cm}$ , then radius of circle.

दी गई आकृति में AB और CD दो जीवाएँ एक दूसरे को  $90^\circ$  पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि  $AD = 16$  सेमी और  $BC = 12$  सेमी, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें।





23. ABCD is a quadrilateral and a circle is inscribed in it and touch all four sides of it. If AB = 10, BC = 15, CD = 12, DA = ?

ABCD एक चतुर्भुज है और इसमें एक वृत्त बना है और इसकी चारों भुजाओं को स्पर्श करता है। यदि AB = 10, BC = 15, CD = 12, DA = ?



24. **ABCD is a quadrilateral and a circle is inscribed in it and touch all four sides and point P lies on CD. If AB = 12, BC = 30, CP = 22,  $\angle A = 90^\circ$ , Then find the radius of circle ?**

ABCD एक चतुर्भुज है और इसमें एक वृत्त बना है और इसकी चारों भुजाओं को स्पर्श करता है। तथा बिन्दु P भुजा CD पर स्थित है। यदि  $AB = 12$ ,  $BC = 30$ ,  $CP = 22$ ,  $\angle A = 90^\circ$ , तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



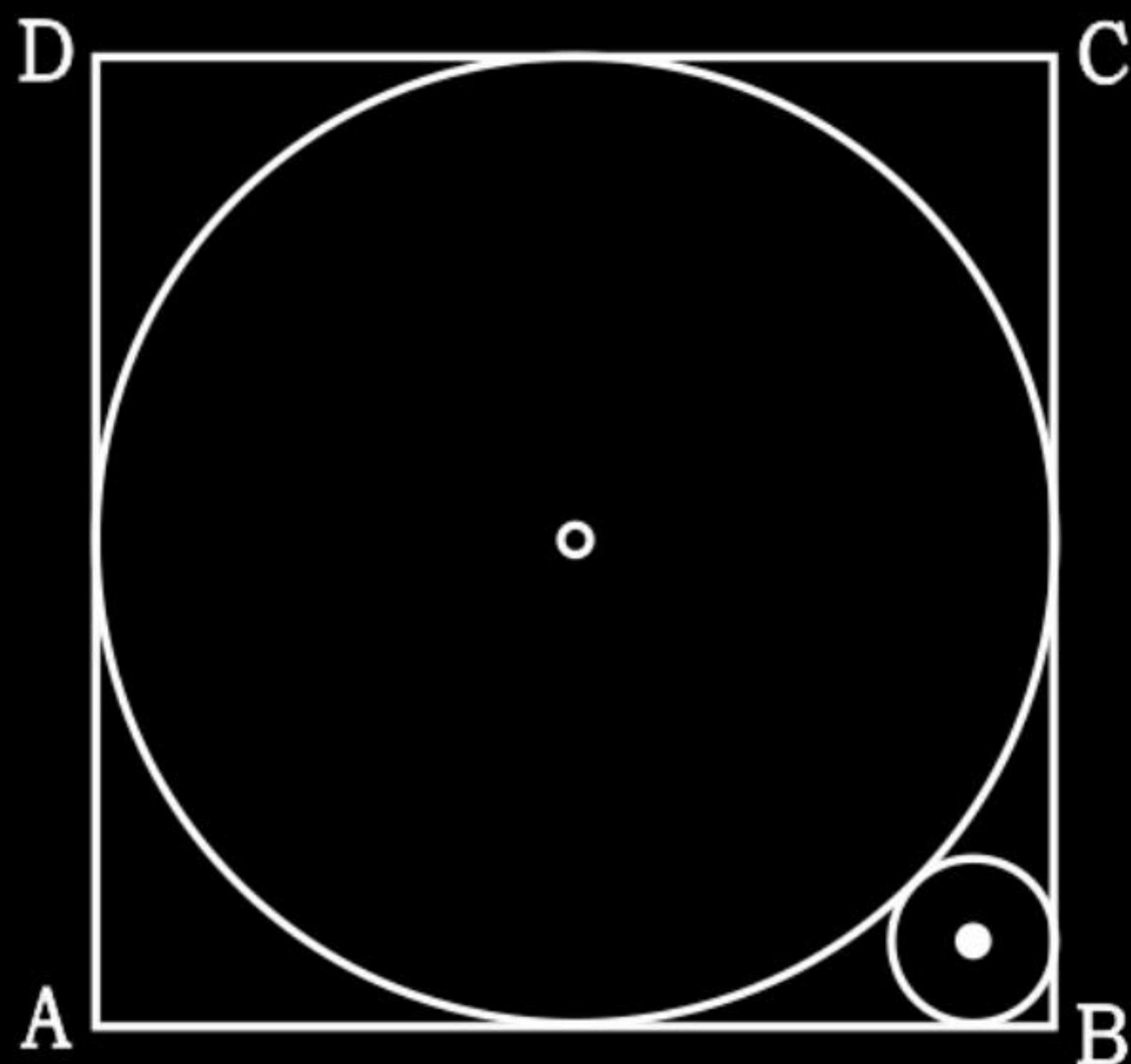
25. ABCD is a quadrilateral and a circle is inscribed in it and touch all four sides AB, BC, CD and DA at P, Q, R and S respectively. If RD = 6, AD = 24, AB = 27,  $\angle B = 90^\circ$ , Find the radius of the circle?

ABCD एक चतुर्भुज है और इसमें एक वृत्त बना है और इसकी चारों भुजाओं AB, BC, CD और DA को क्रमशः P, Q, R और S पर स्पर्श करता है। यदि RD = 6, AD = 24, AB = 27,  $\angle B = 90^\circ$  हो, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।



26. **ABCD** is a square. **R** is the radius of bigger circle and **r** is the radius of smaller circle. Find **r**.

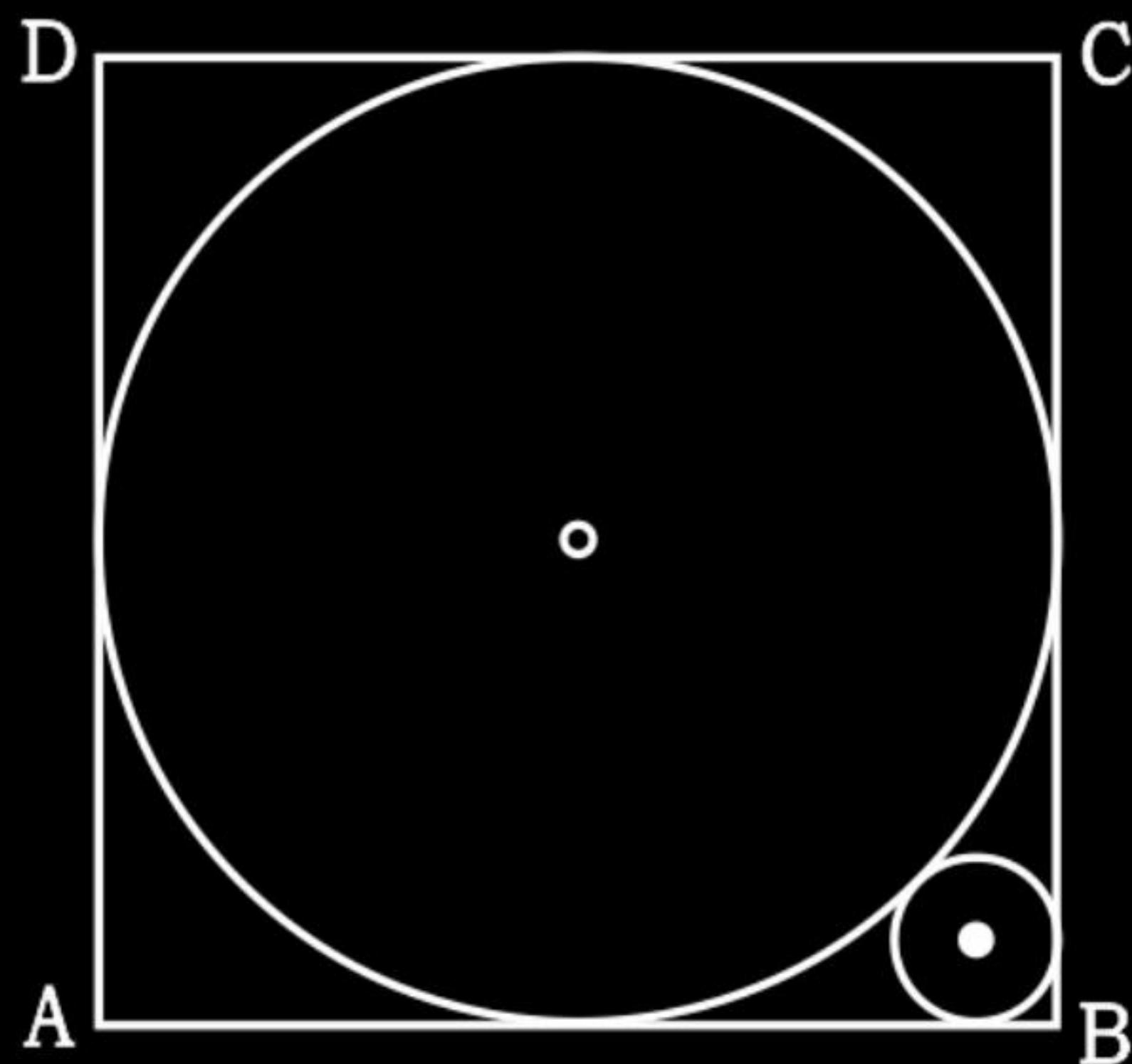
**ABCD** एक वर्ग है। **R** बड़े वृत्त की त्रिज्या है और **r** छोटे वृत्त की त्रिज्या है। **r** ज्ञात करें।





27. ABCD is a square. Radius of bigger circle is 10 cm and  $r$  is the radius of smaller circle. Then, find  $r$ .

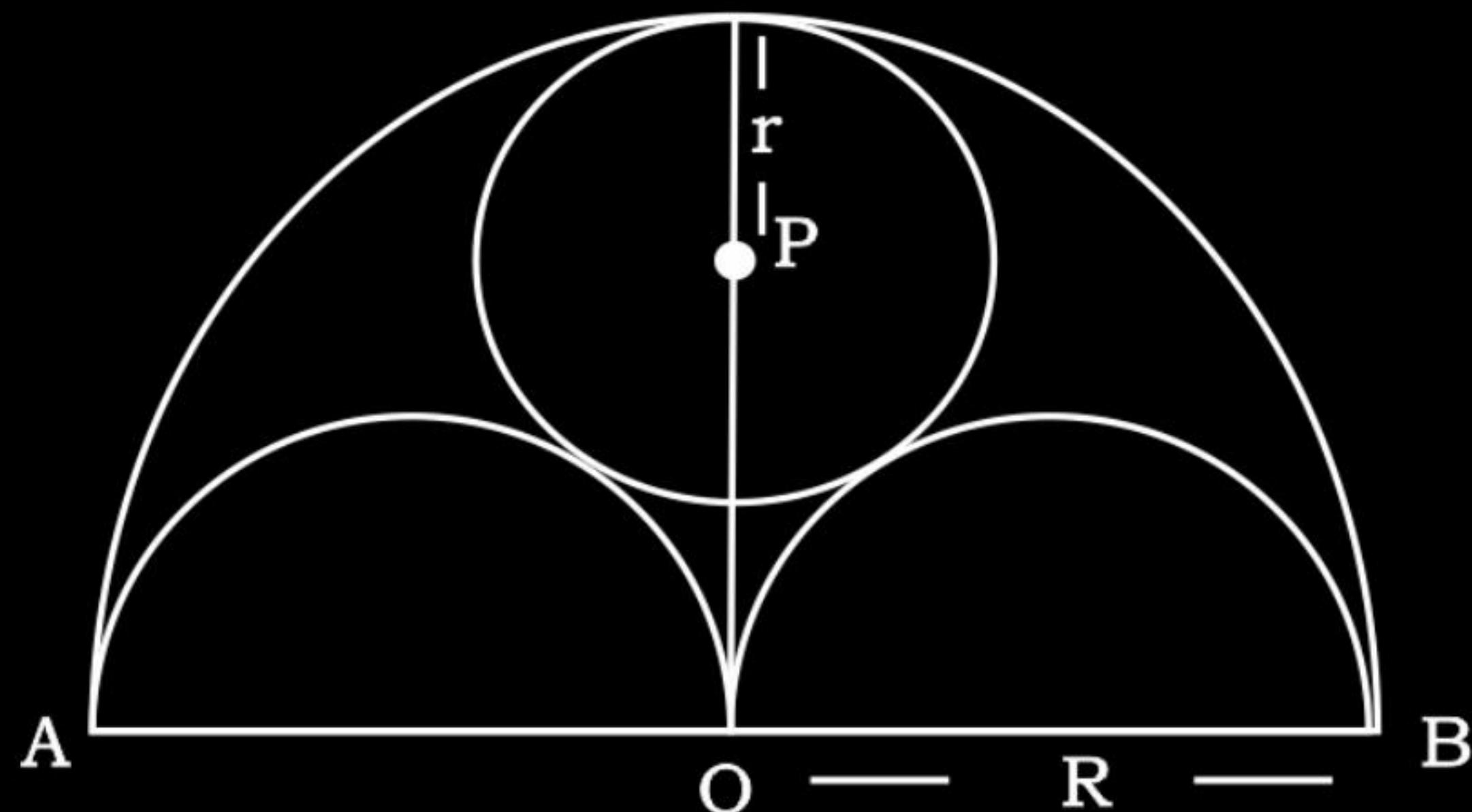
ABCD एक वर्ग है। बड़े वृत्त की त्रिज्या 10 सेमी है और छोटे वृत्त की त्रिज्या  $r$  है, तो  $r$  ज्ञात करें।





28. In the given figure, radius of the bigger semi-circle is  $R$  and radius of circle with centre  $P$  is  $r$ , then find the value of  $r$  in respect of  $R$ .

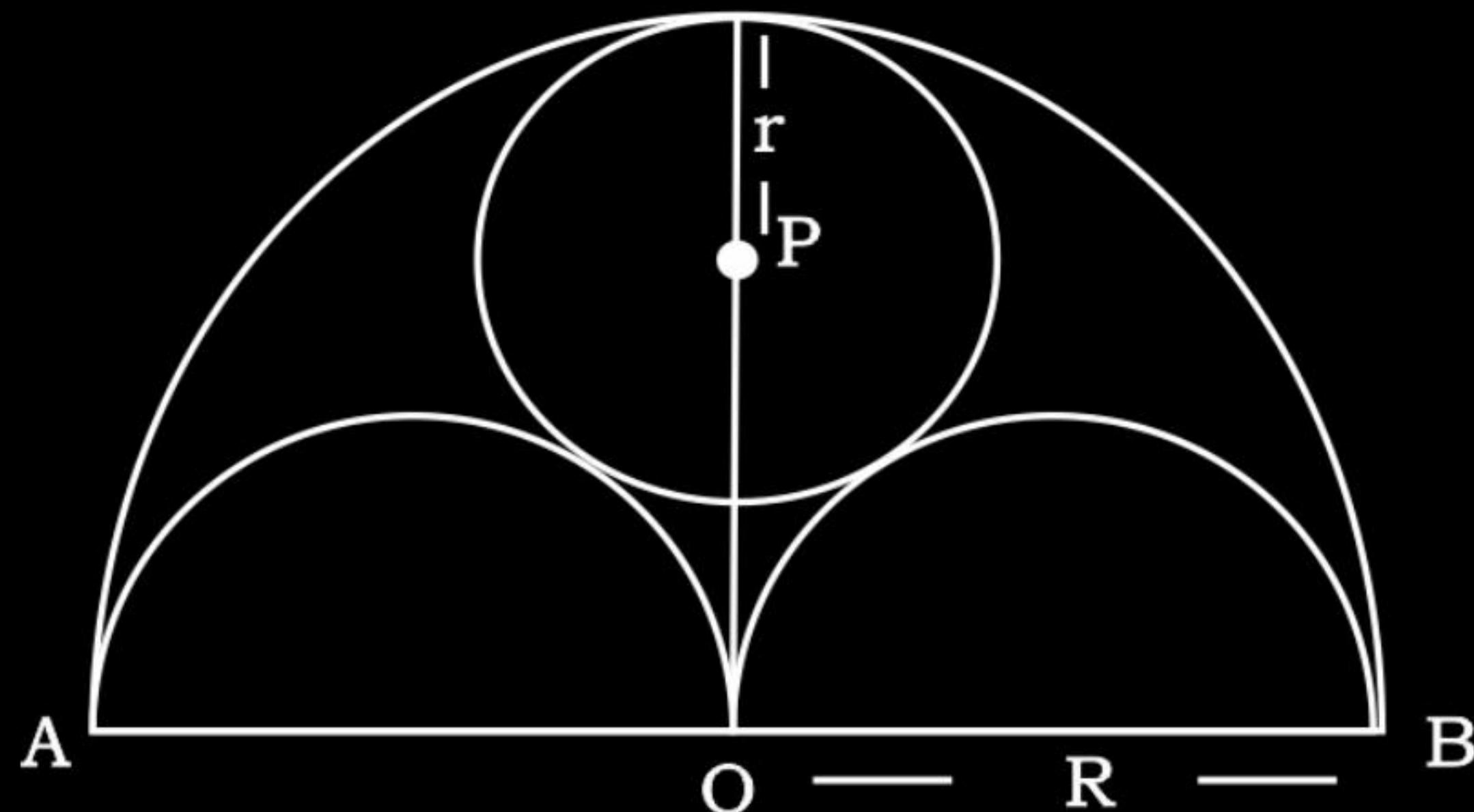
दी गई आकृति में, बड़े अध्यवृत्त की त्रिज्या  $R$  है और केन्द्र  $P$  वाले वृत्त की त्रिज्या  $r$  है, तो  $R$  के संदर्भ में  $r$  का मान ज्ञात कीजिए।





29. In the given figure, radius of the bigger semi-circle is 10 and radius of circle with centre P is  $r$ , then find  $r$ .

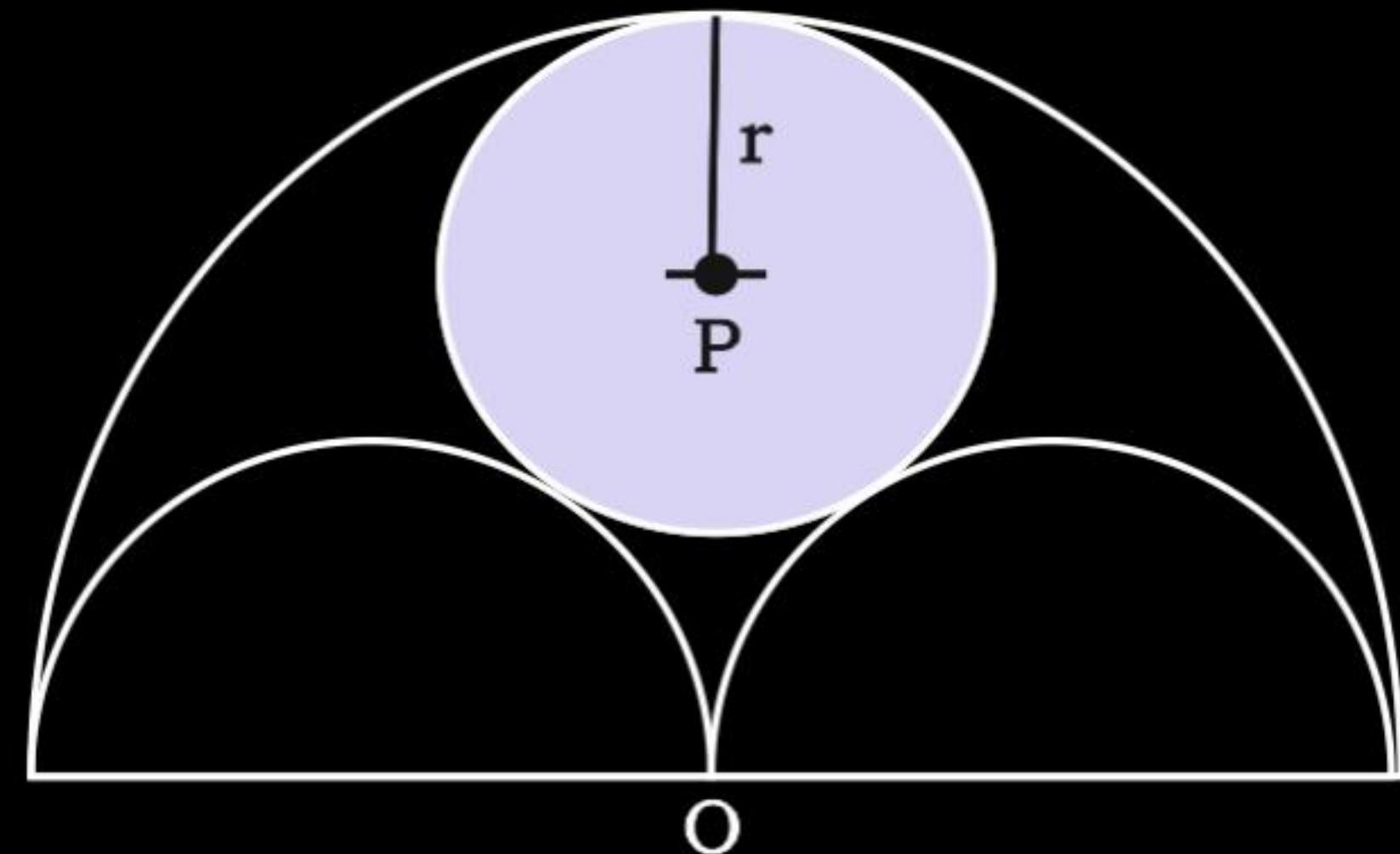
दी गई आकृति में, बड़े अध्यवृत्त की त्रिज्या 10 है और केन्द्र P वाले वृत्त की त्रिज्या  $r$  है, तो  $r$  ज्ञात करें।





30. In the given figure, radius of the bigger semi-circle is 10 and radius of circle with centre P is  $r$ , then Find the area of shaded region.

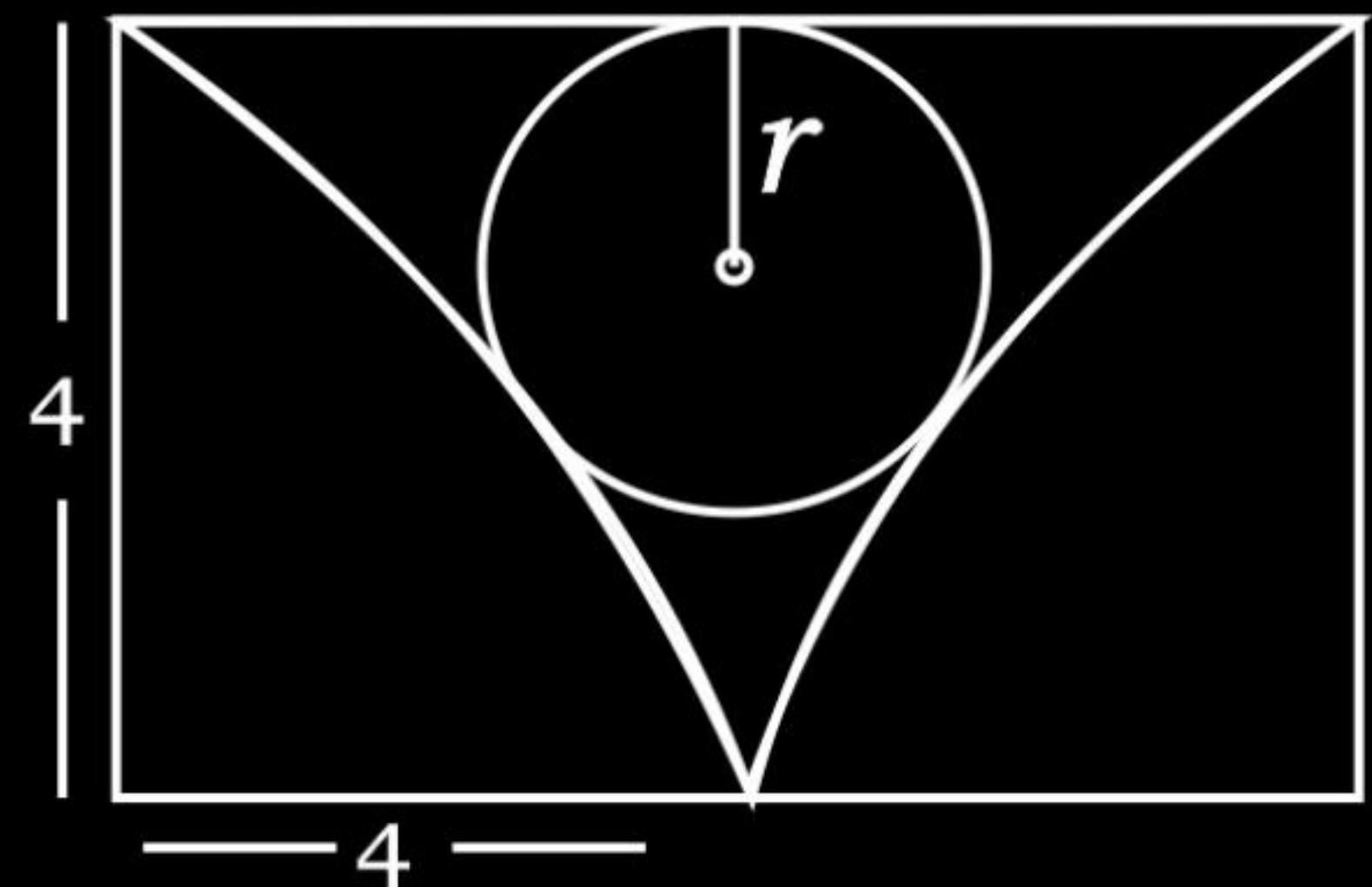
दी गई आकृति में, बड़े अध्यवृत्त की त्रिज्या 10 है और केन्द्र P वाले वृत्त की त्रिज्या  $r$  है, तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।





31. ABCD is a rectangle. Two quadrants of a circle and a complete circle are formed inside it as shown, then find the radius of circle:

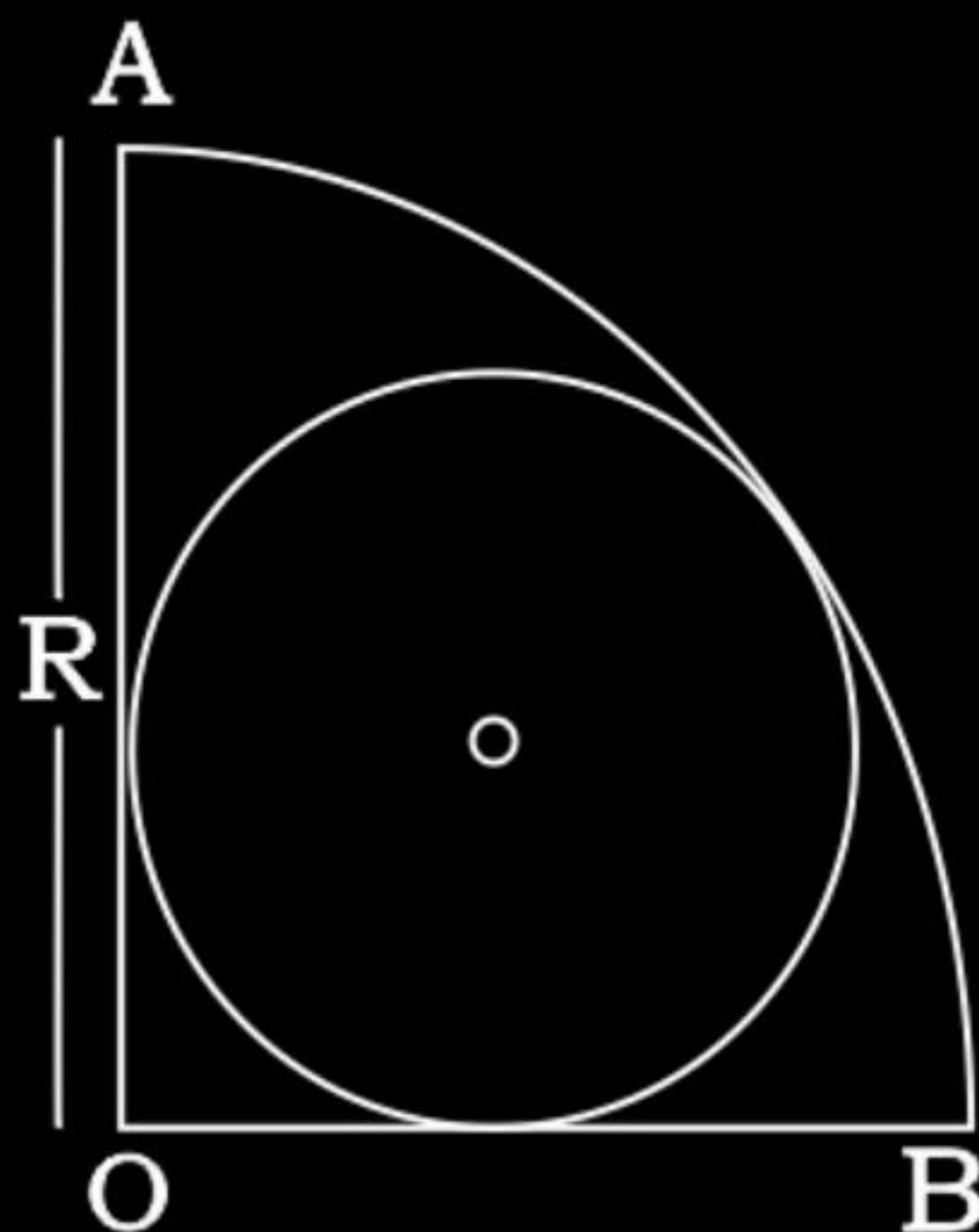
ABCD एक आयत है। इसके अंदर एक वृत्त के दो चतुर्थांश बनते हैं और एक पूर्ण: वृत्त बनता है, जैसा कि दिखाया गया है, तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए:





32. **AOB is a quadrant of a circle and a biggest circle is inscribed in it. Find the radius of that circle as shown in the figure.**

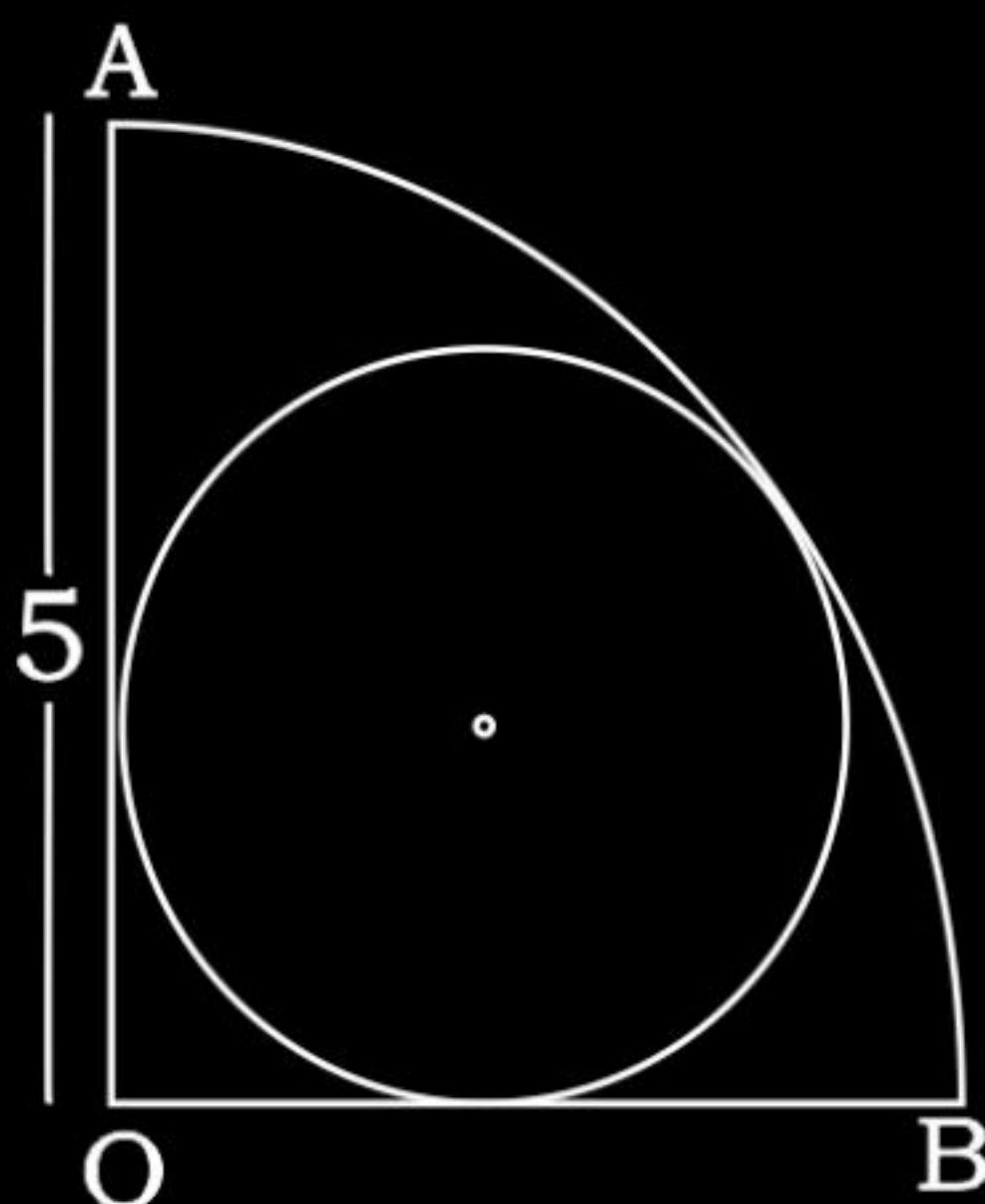
AOB एक वृत्त का चतुर्थांश है और इसमें सबसे बड़ा वृत्त बना हुआ है। चित्र में दर्शाए अनुसार उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।





33. **AOB is a quadrant of a circle whose radius 5 cm and a biggest circle is inscribed in it. Find the radius of that circle as shown in the figure.**

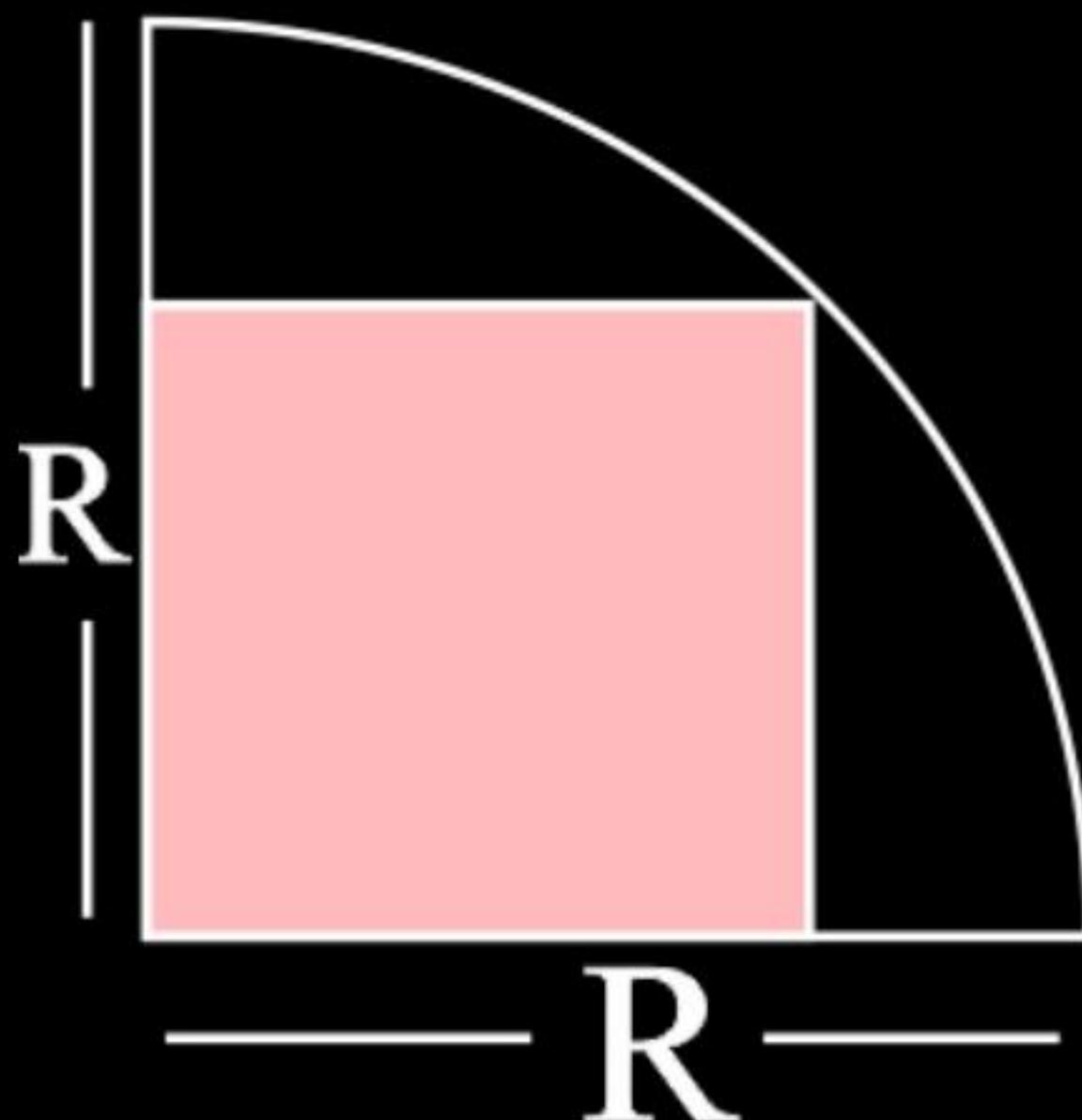
AOB एक वृत्त का चतुर्थांश है जिसकी त्रिज्या 5 सेमी. है और इसमें सबसे बड़ा वृत्त बना हुआ है। चित्र में दर्शाए अनुसार उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।





34. **AOB is a quadrant A largest side square is inscribed in it as shown in the figure, then find the side of the square if radius of quadrants is R.**

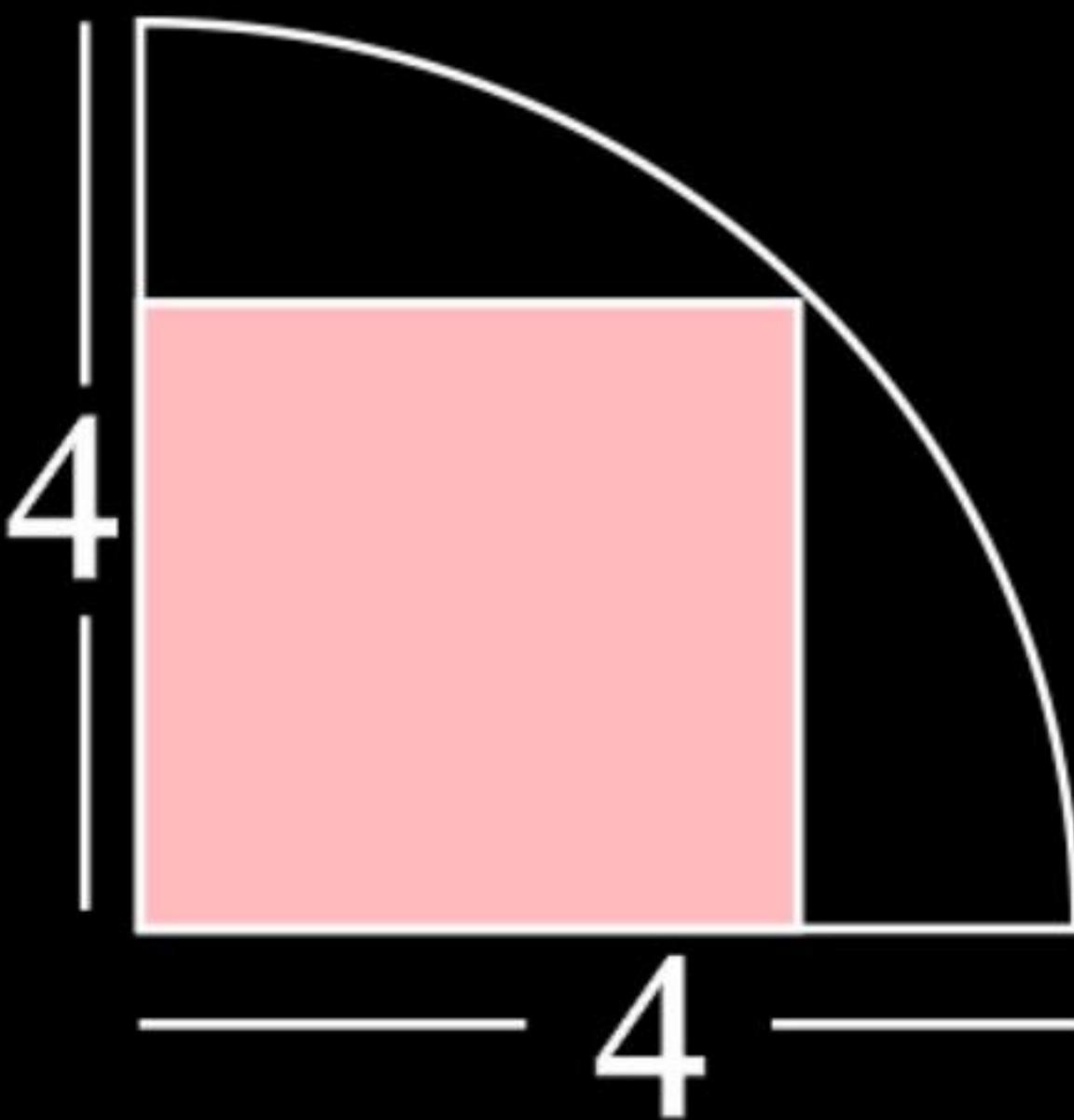
AOB एक वृत्त का चतुर्थांश है जिसमें एक बड़ी से बड़ी भुजा का वर्ग बना है जैसा कि चित्र में दर्शाता है। तो वर्ग की भुजा की लंबाई ज्ञात करों यदि चतुर्थांश की त्रिज्या R है।





35. AOB is a quadrant A largest side square is inscribed in it as shown in the figure, then find the area of shaded region if radius of quadrants is 4cm.

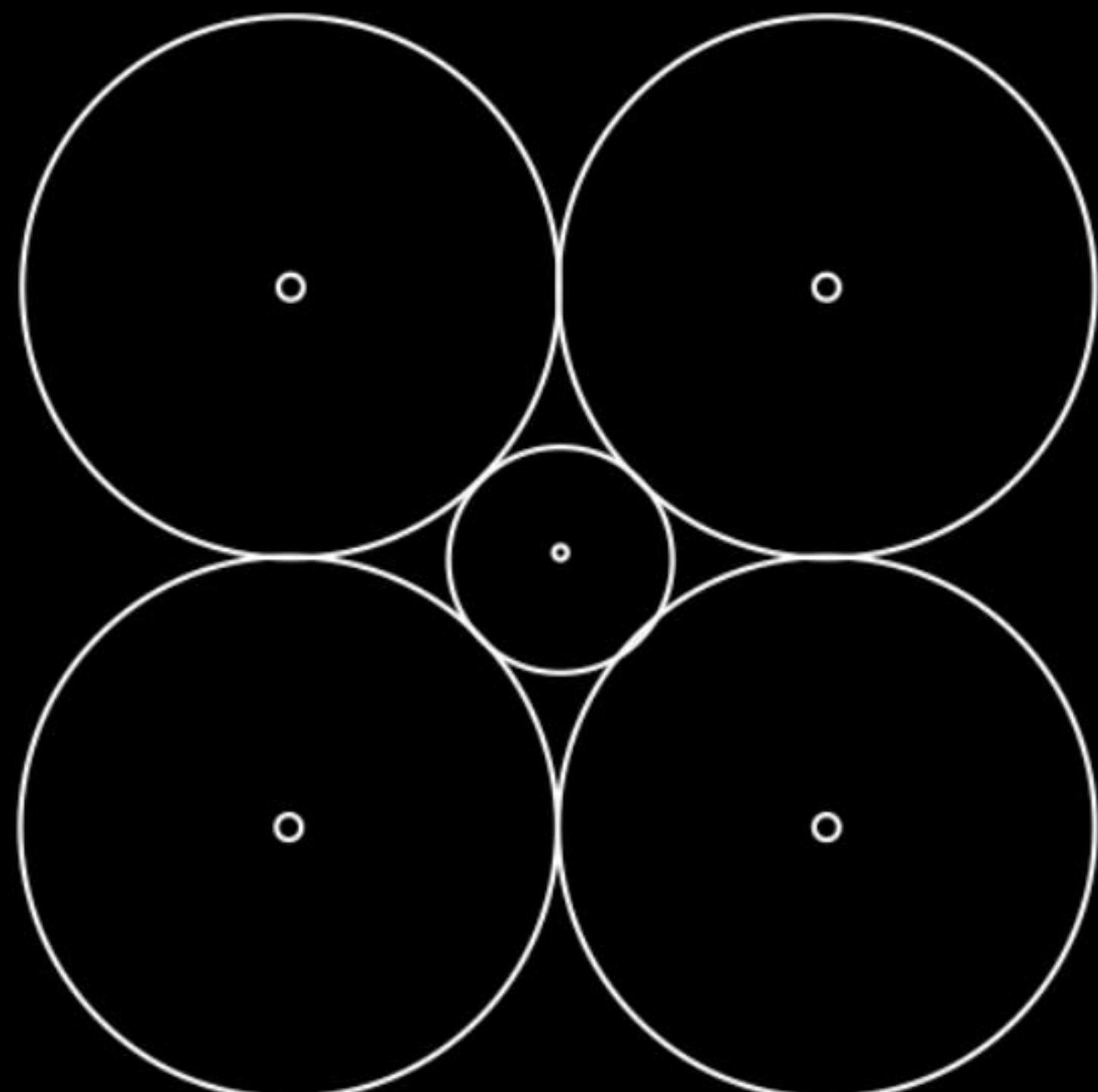
AOB एक वृत्त का चतुर्थांश है जिसमें एक बड़ी से बड़ी भुजा का वर्ग बना है जैसा कि चित्र में दर्शाता है। तो वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करों यदि चतुर्थांश की त्रिज्या 4 सेमी. है।





36. Four equal circles, each has radii 'R'. Find the radius of the small circle formed between them, as shown in figure.

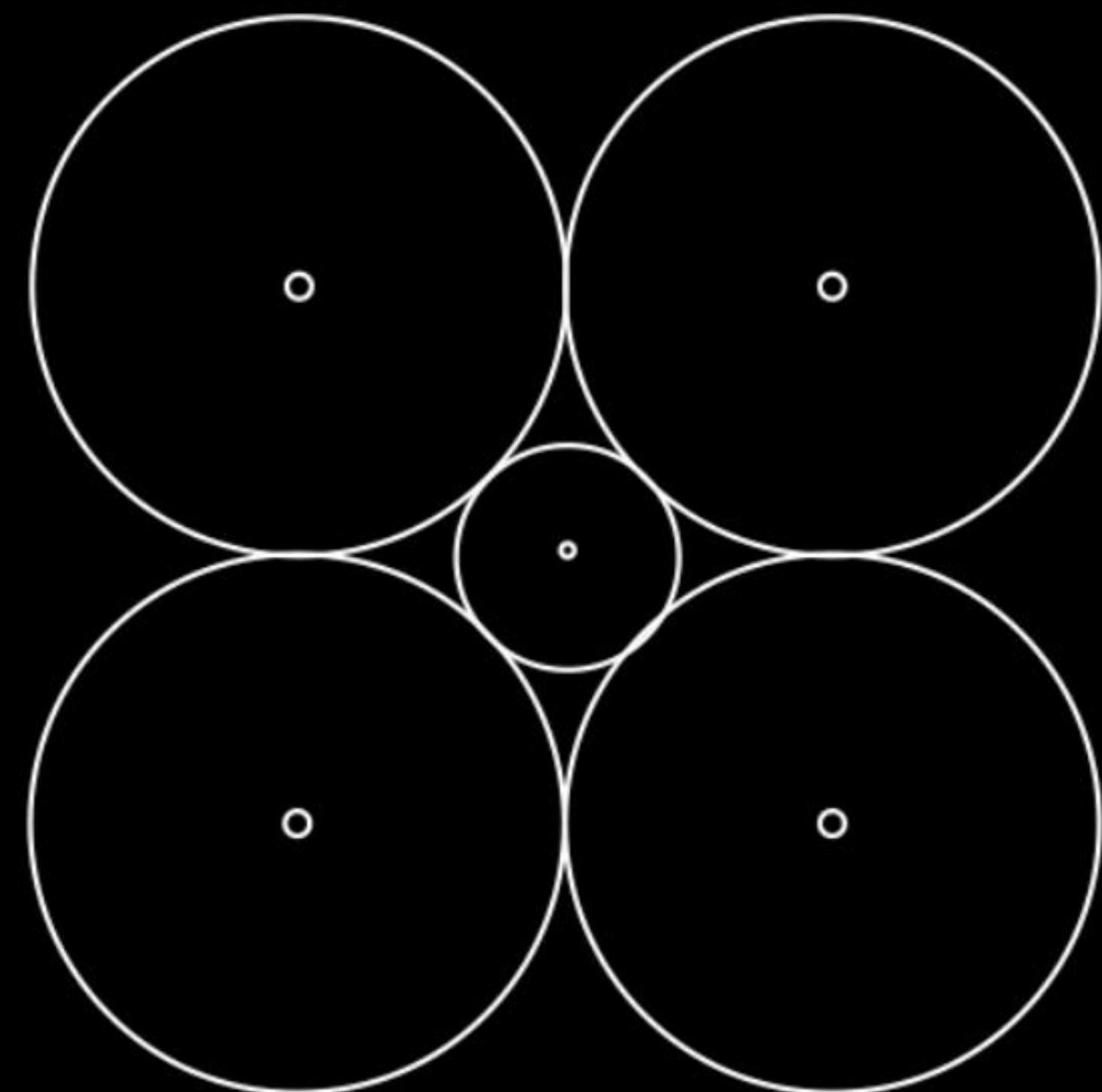
चार समान वृत्त, प्रत्यक की त्रिज्या 'R' है। दिय गई आकृति के अनुसार छोटे वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करों जो उनके बीच बना है।





37. Four equal circles, each has radii  $5c$  of the small circle formed between them, as shown in figure.

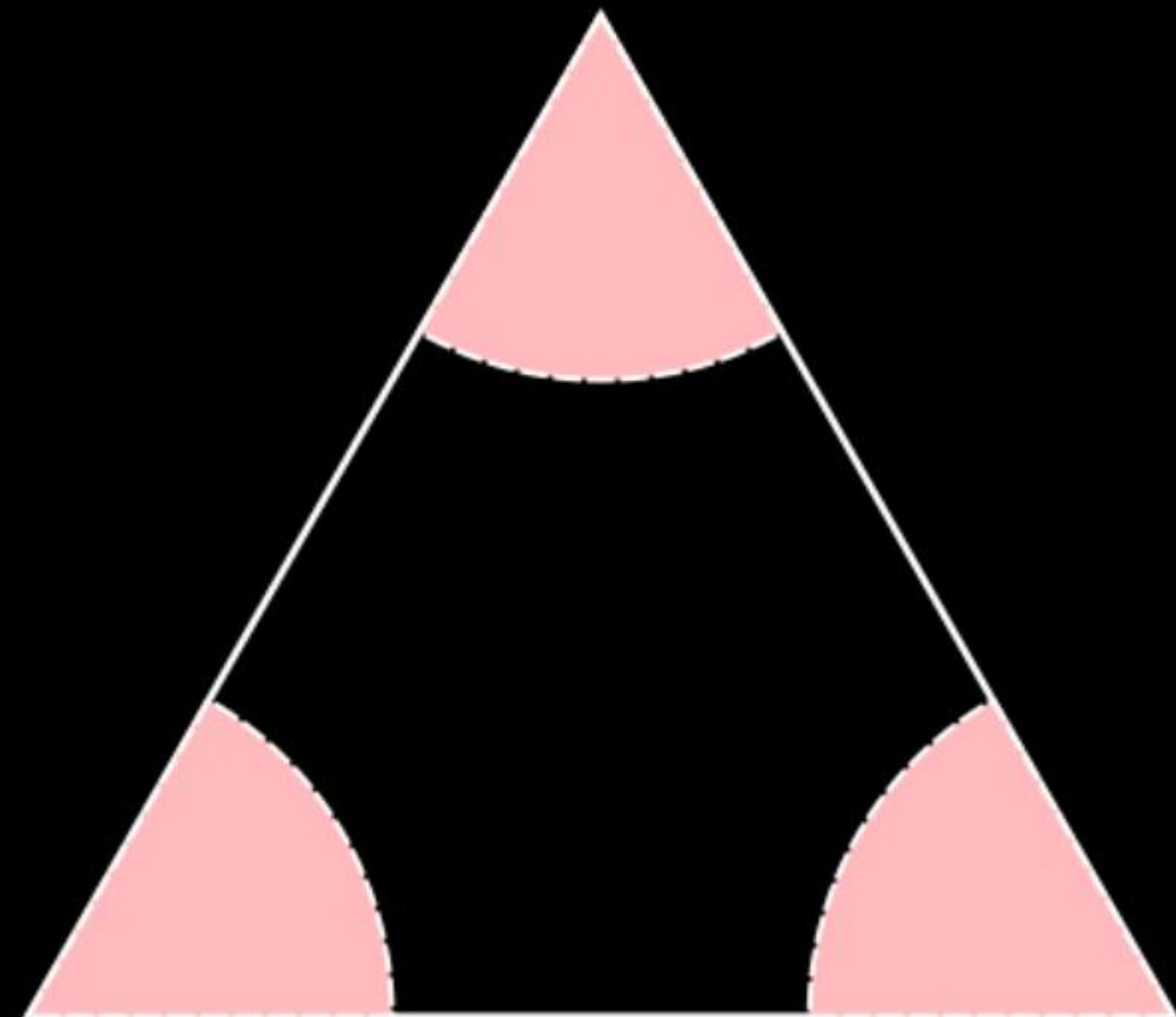
चार समान वृत्त, प्रत्यक की त्रिज्या 5 सेमी. है। दिय गई आकृति के अनुसार छोटे वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करों जो उनके बीच बना है।





38. Three horses are tied with each corner of a triangular field with a rope of length ' $R$ ' . Find the area of the grass grazed by the horses .

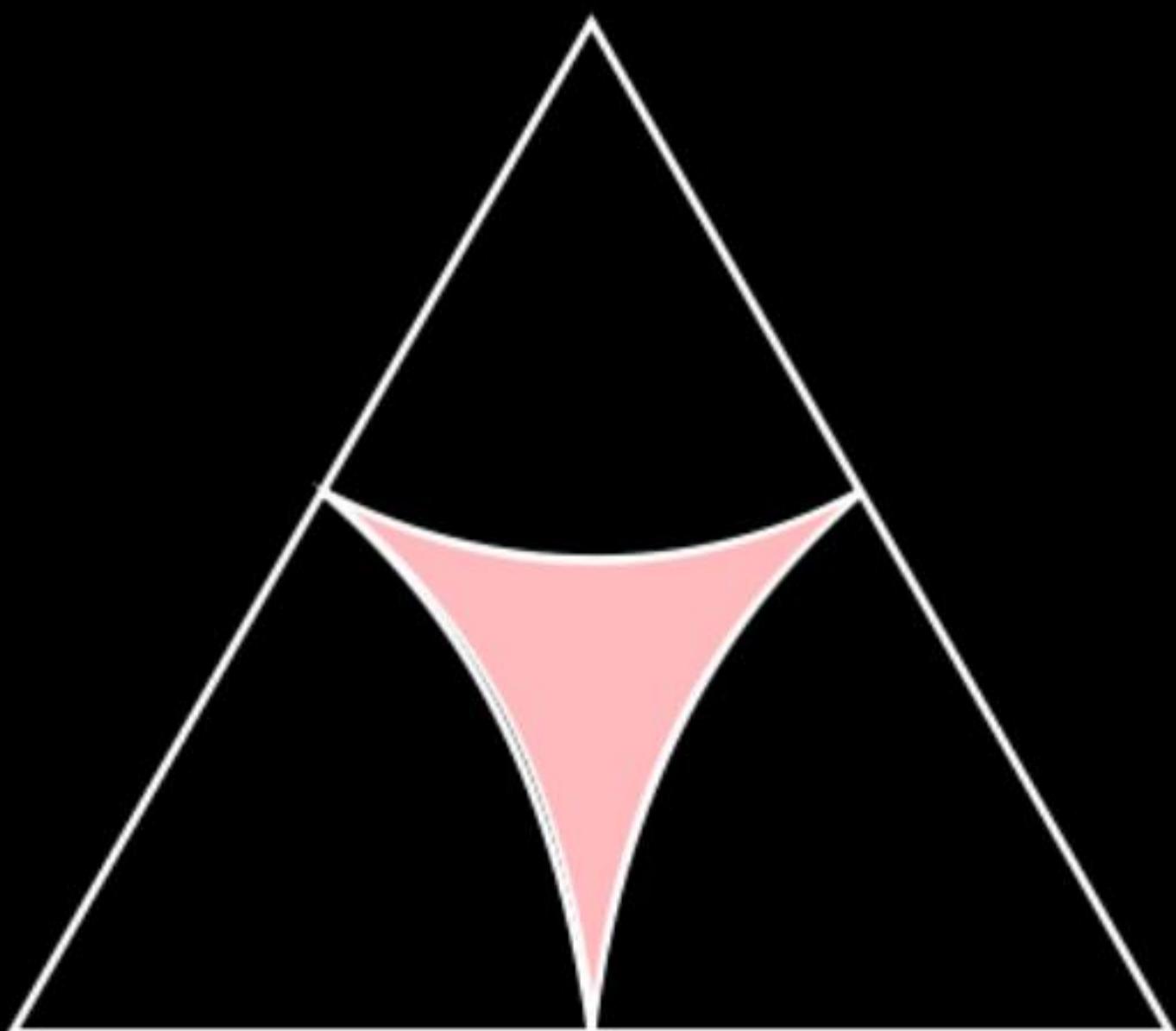
तीन घोड़े एक त्रिभुजाकार क्षेत्र के कोनों पर ' $R$ ' लम्बाई की रस्सी से बधे हुए हैं। घोड़ों द्वारा चरी गयो घास का क्षेत्रफल ज्ञात करें।





39. If ABC is an equilateral triangular field. Three horses are tied at the three corners of the field. Find the area of field not grazed by the horses.

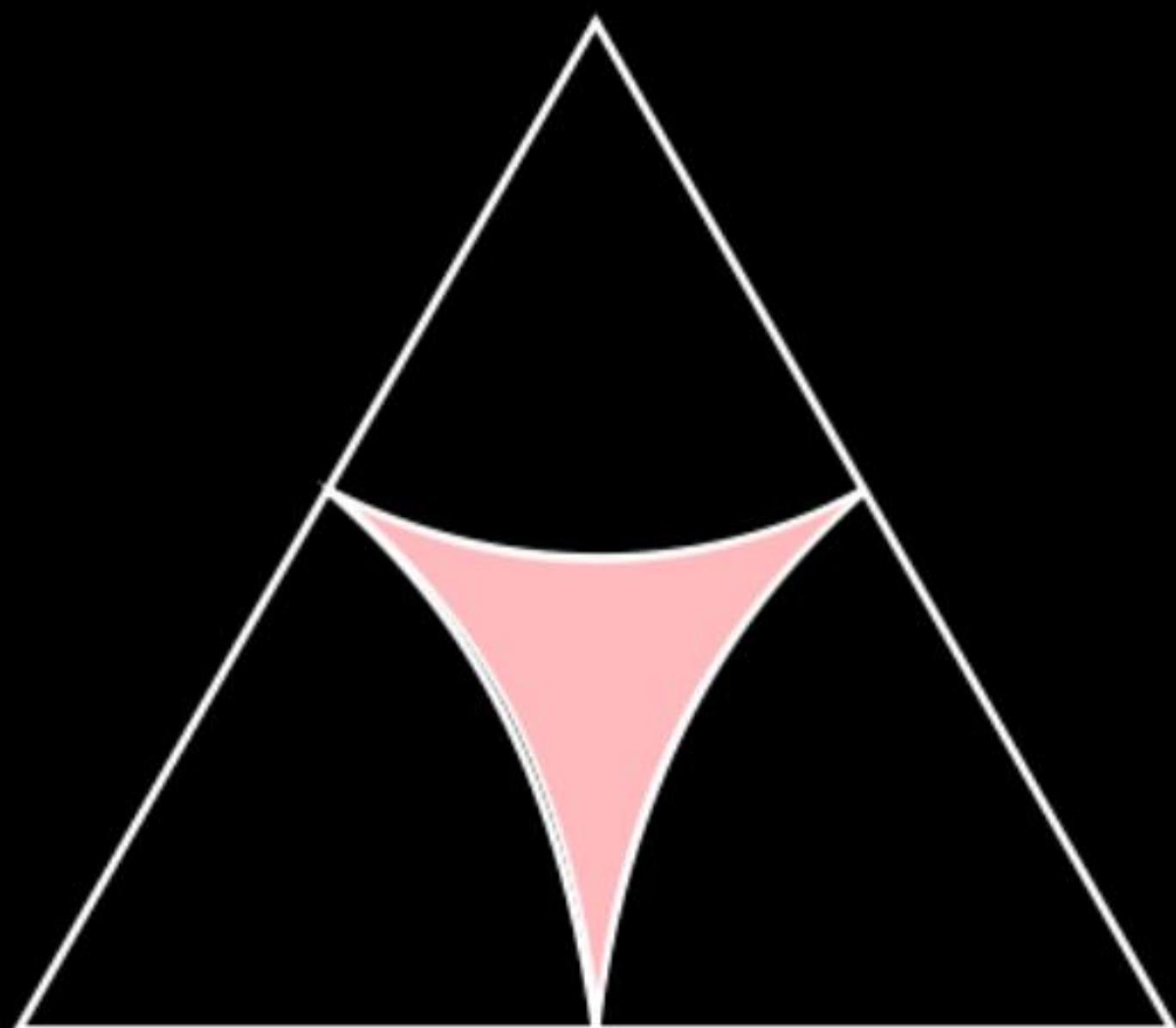
यदि ABC एक समबाहु त्रिभुजाकार क्षेत्र है। तीन घोड़े क्षेत्र के तीनों कोनों पर बधे हुए हैं। उस क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करों जो घोड़ों द्वारा चरा नहीं गया।





40. Three horses are tied with each corner of a triangular field with a rope of length 10meter. Find the ungrazed area of the field.

तीन घोड़े एक त्रिभुजाकार क्षेत्र के कोनों पर 10 मीटर लम्बाई की रस्सी से बधे हुए हैं। घोड़ों द्वारा न चरी गयो धास का क्षेत्रफल ज्ञात करें।





41. **AOB is a quadrant whose radius are 'a'. Then find the area of :**

AOB एक चतुर्थांश है जिसकी त्रिज्या 'a' है। तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिएः

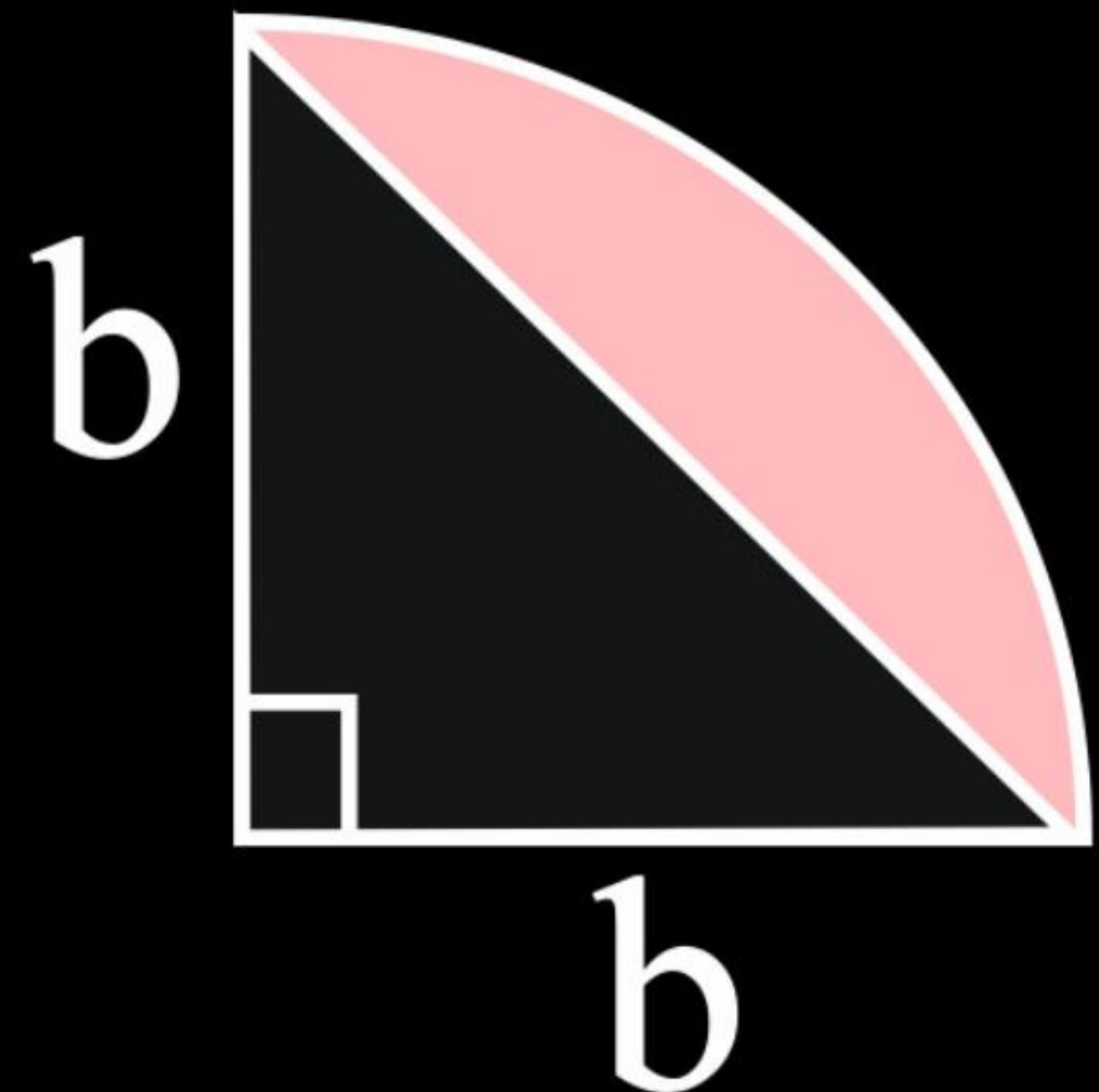


a  
a



42. Find the area of the shaded region:

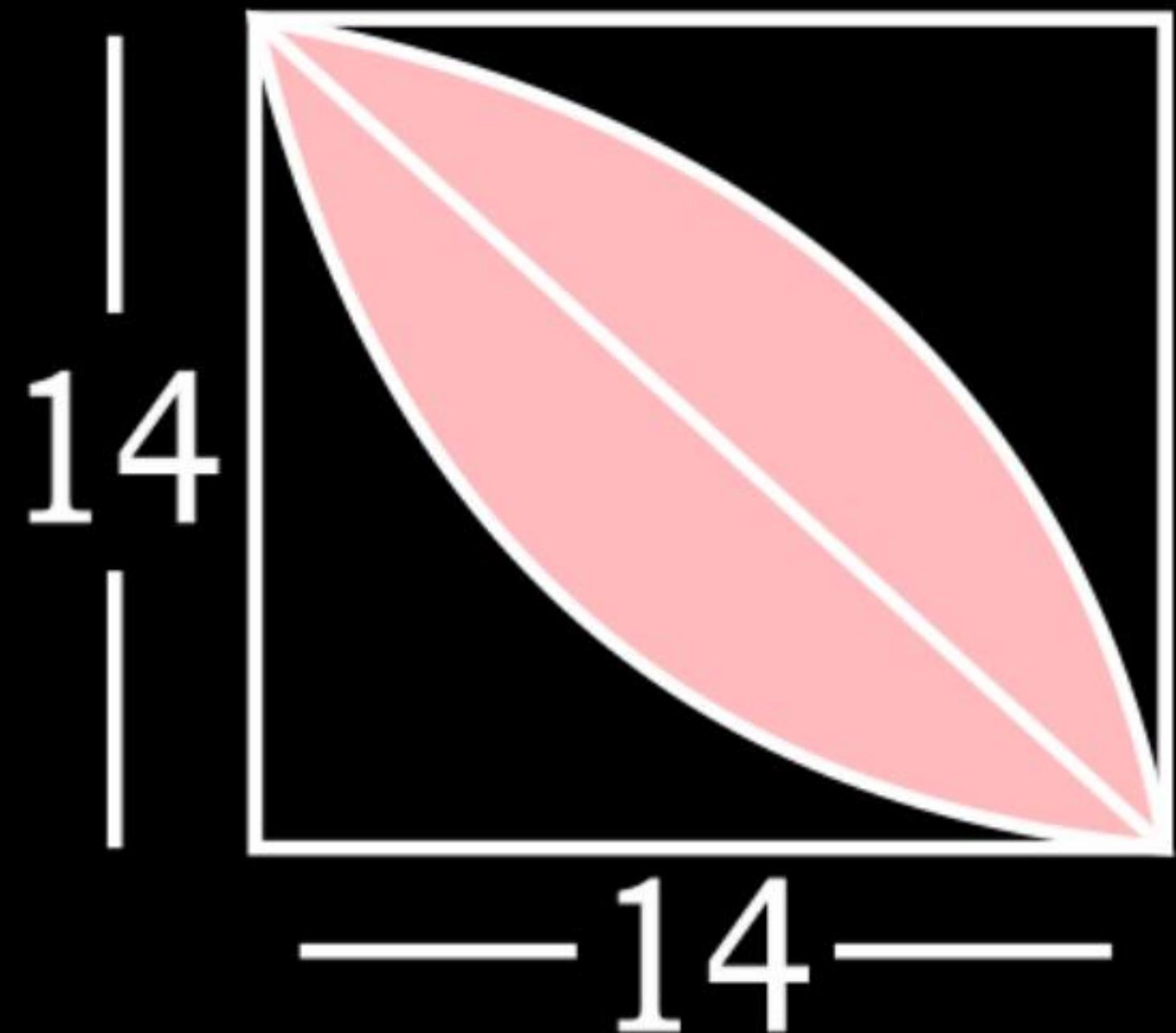
छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिएः





43. Find the area of the shaded region:

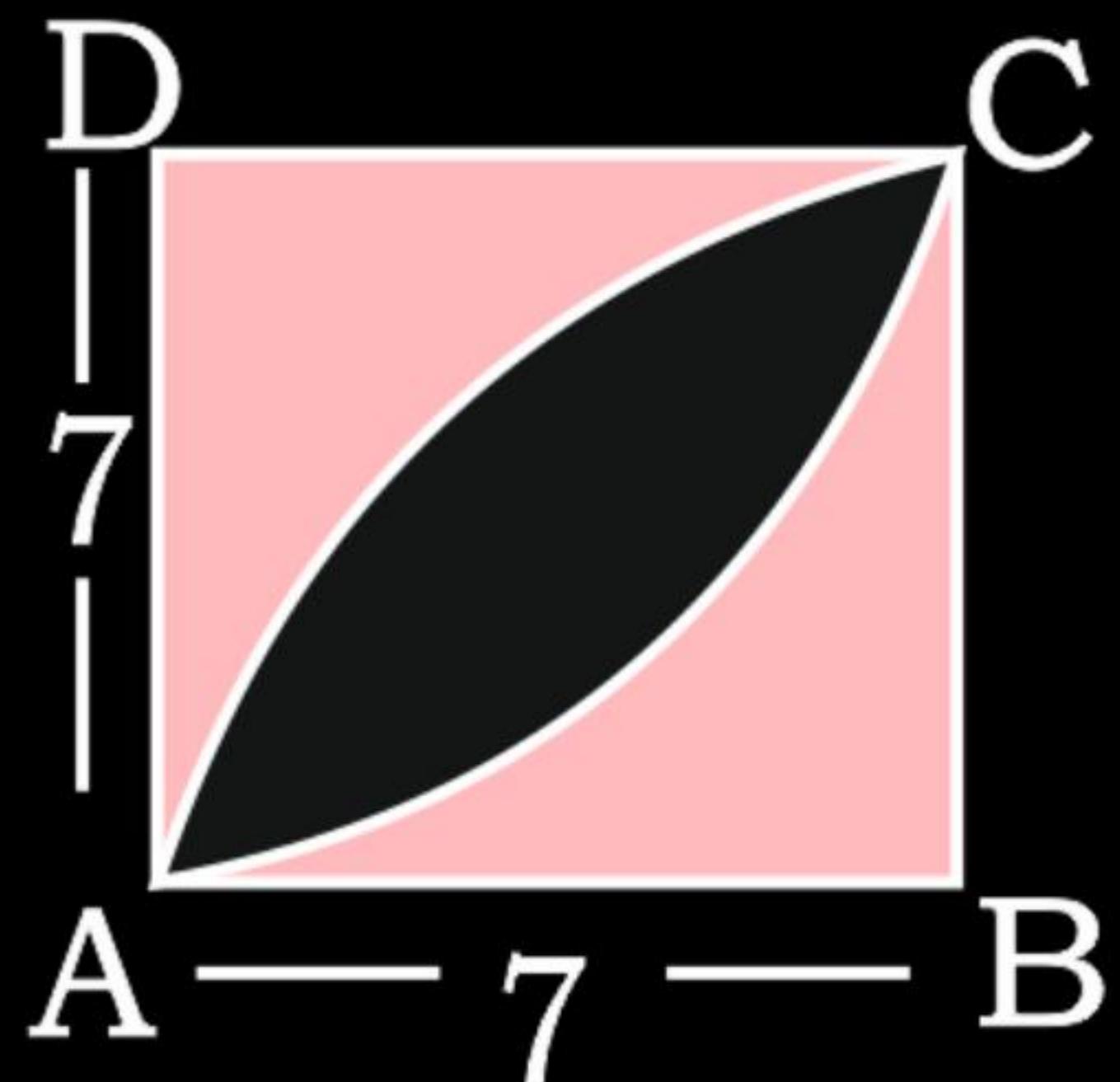
छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिएः





44. Find the area of the shaded region:

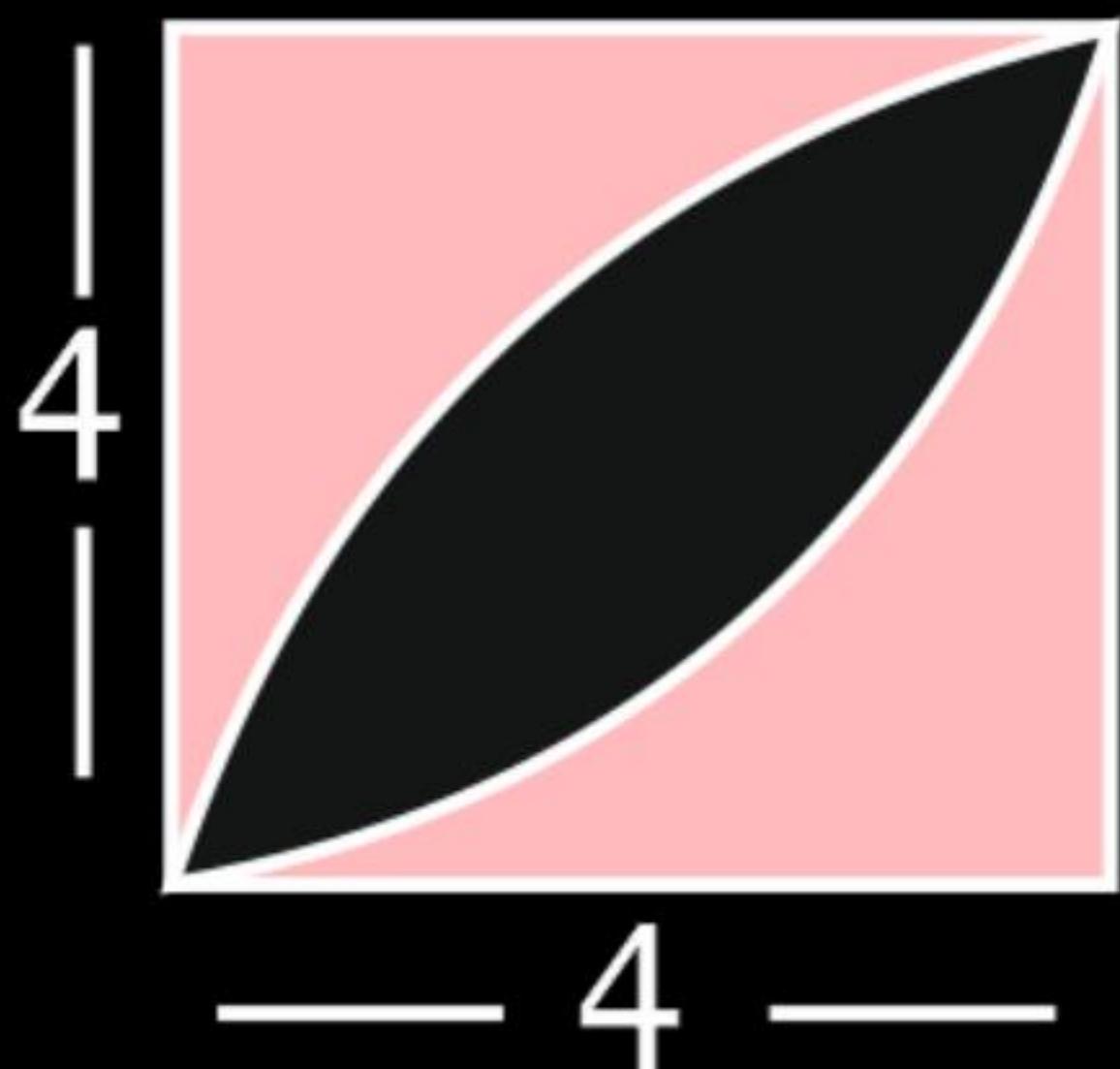
छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिएः





45. Find the area of the shaded region:

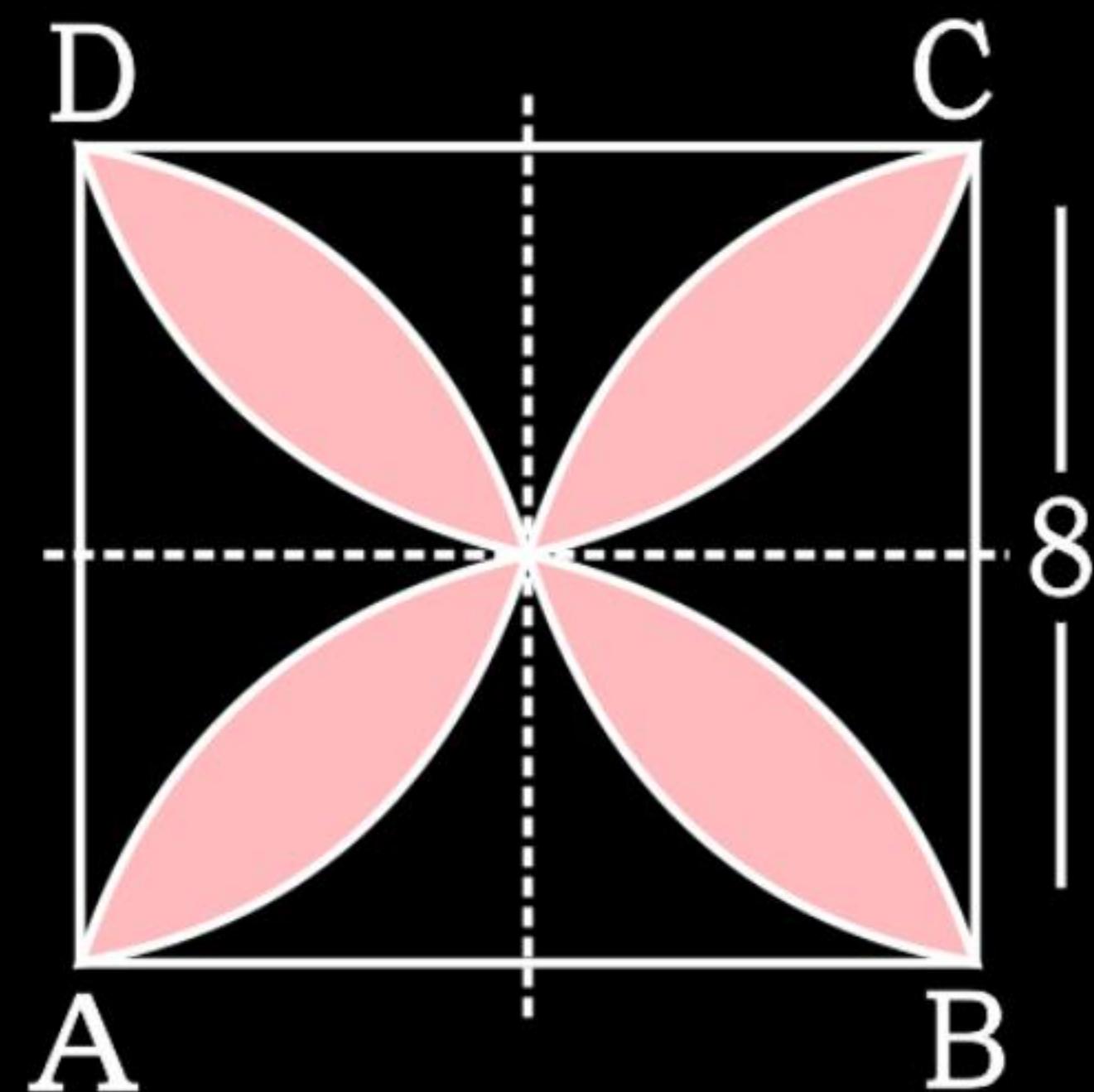
छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिएः





46. Find the area of the shaded region:

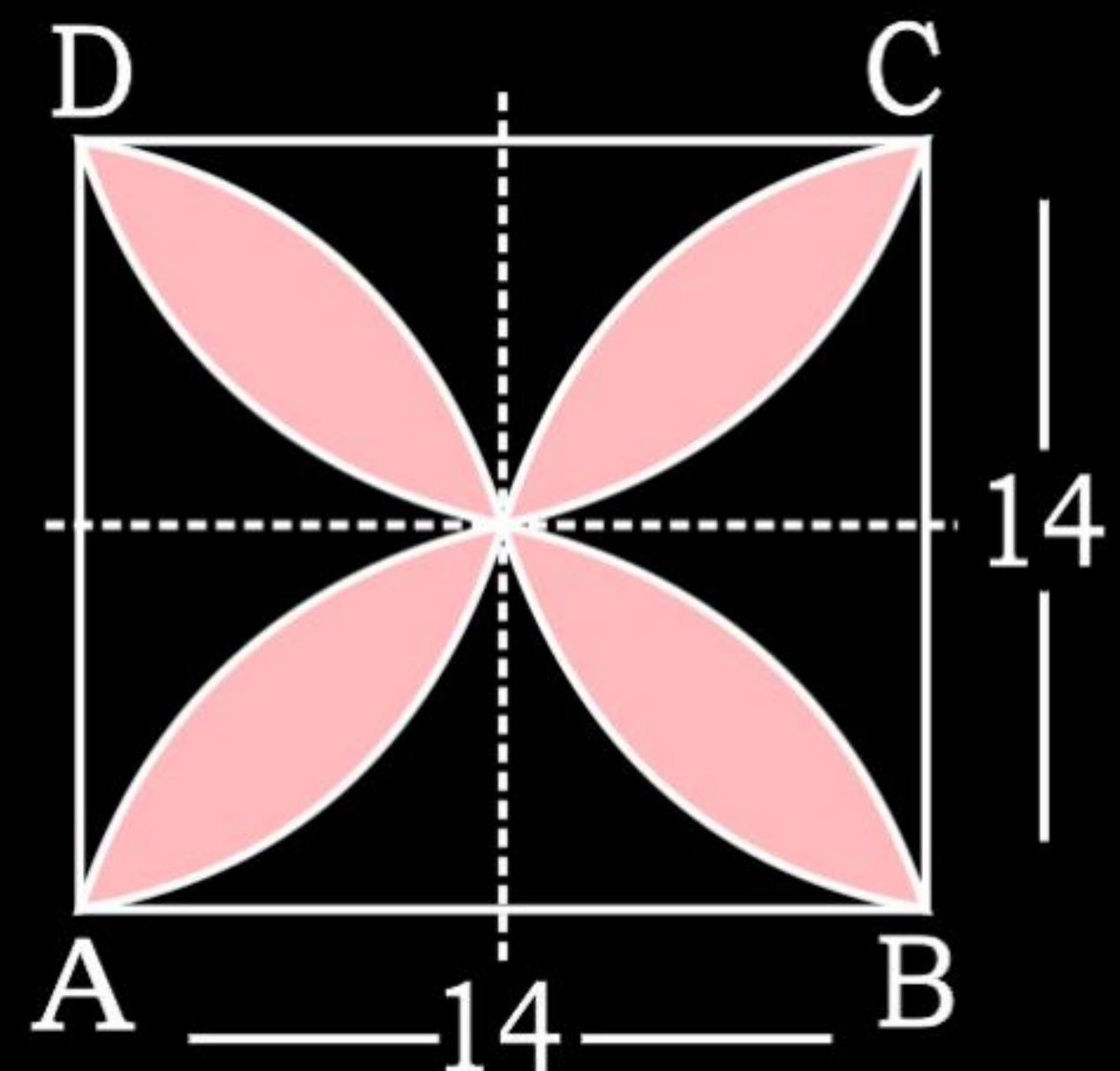
छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिएः





47. Find the area of the shaded region:

छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिएः





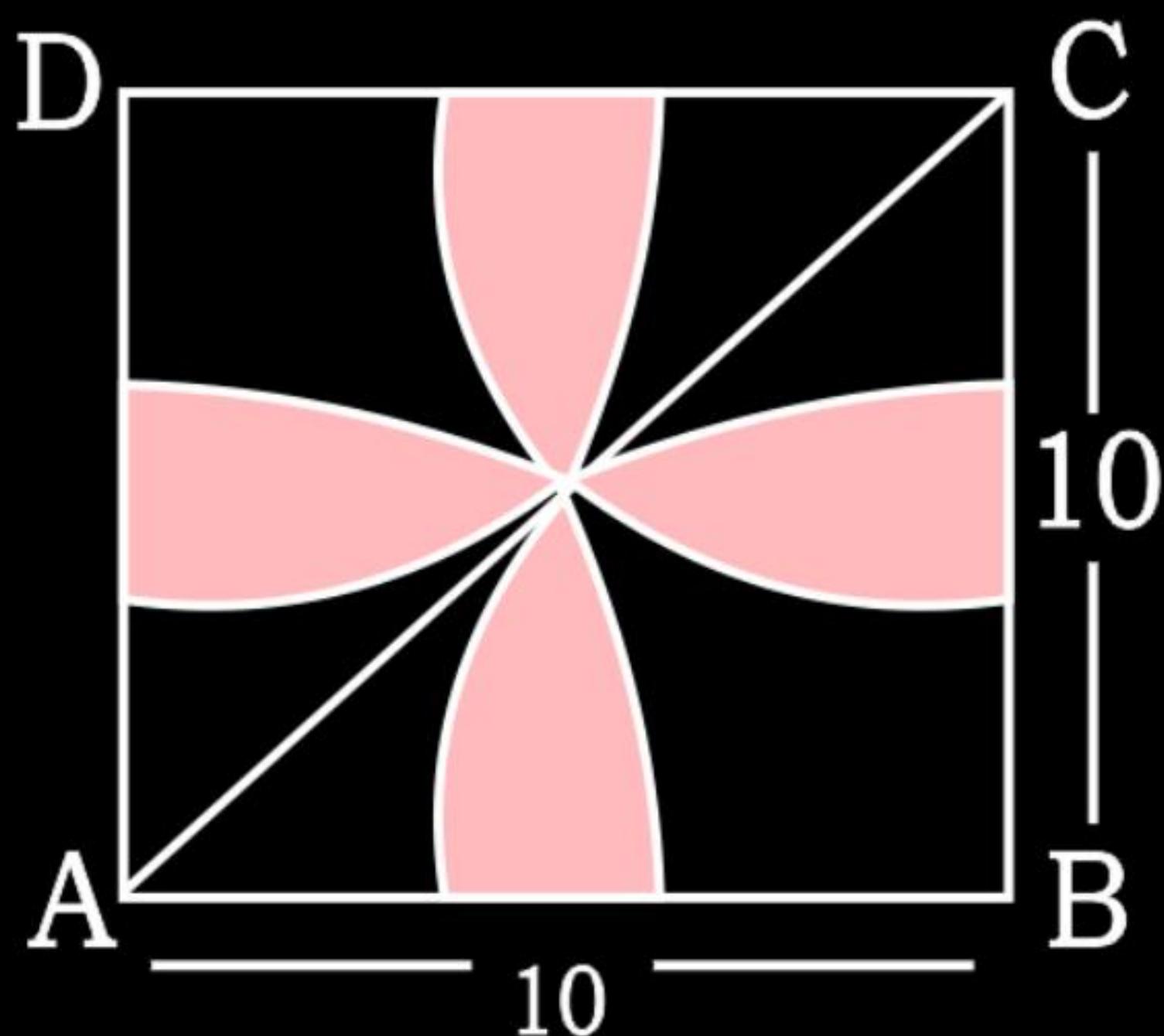
48. Two identical circles intersects each other such that their centres and point of intersection forms a square. If the radius of the circle is 2 cm. Find the common area of both the circles.

दो समरूप वृत्त एक दूसरे को इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि उनके केंद्र और प्रतिच्छेदन बिंदु एक वर्ग बनाते हैं। यदि वृत्त की त्रिज्या 2 सेमी. दोनों वृत्तों का उभयनिष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



49. ABCD is a square of side 10 cm. Four equal quadrilaterals are inscribed in it. Find the common area of all.

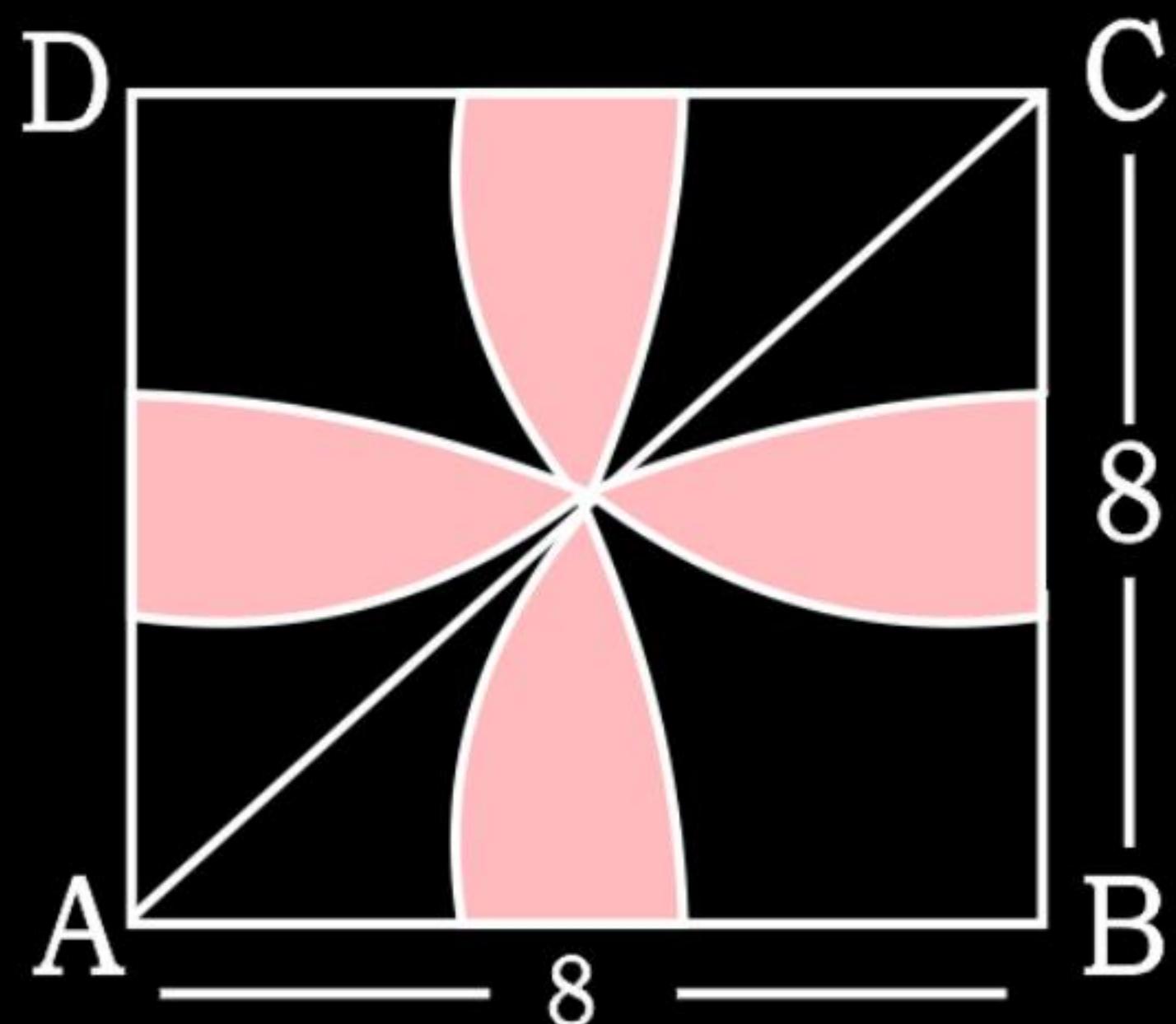
ABCD भुजा 10 सेमी का एक वर्ग है। इसमें चार समान चतुर्भुज अंकित हैं। सभी का सामान्य क्षेत्र ज्ञात कीजिए।





50. ABCD is a square. Four quadrants are inscribed in it in such a way that is shown in the figure:

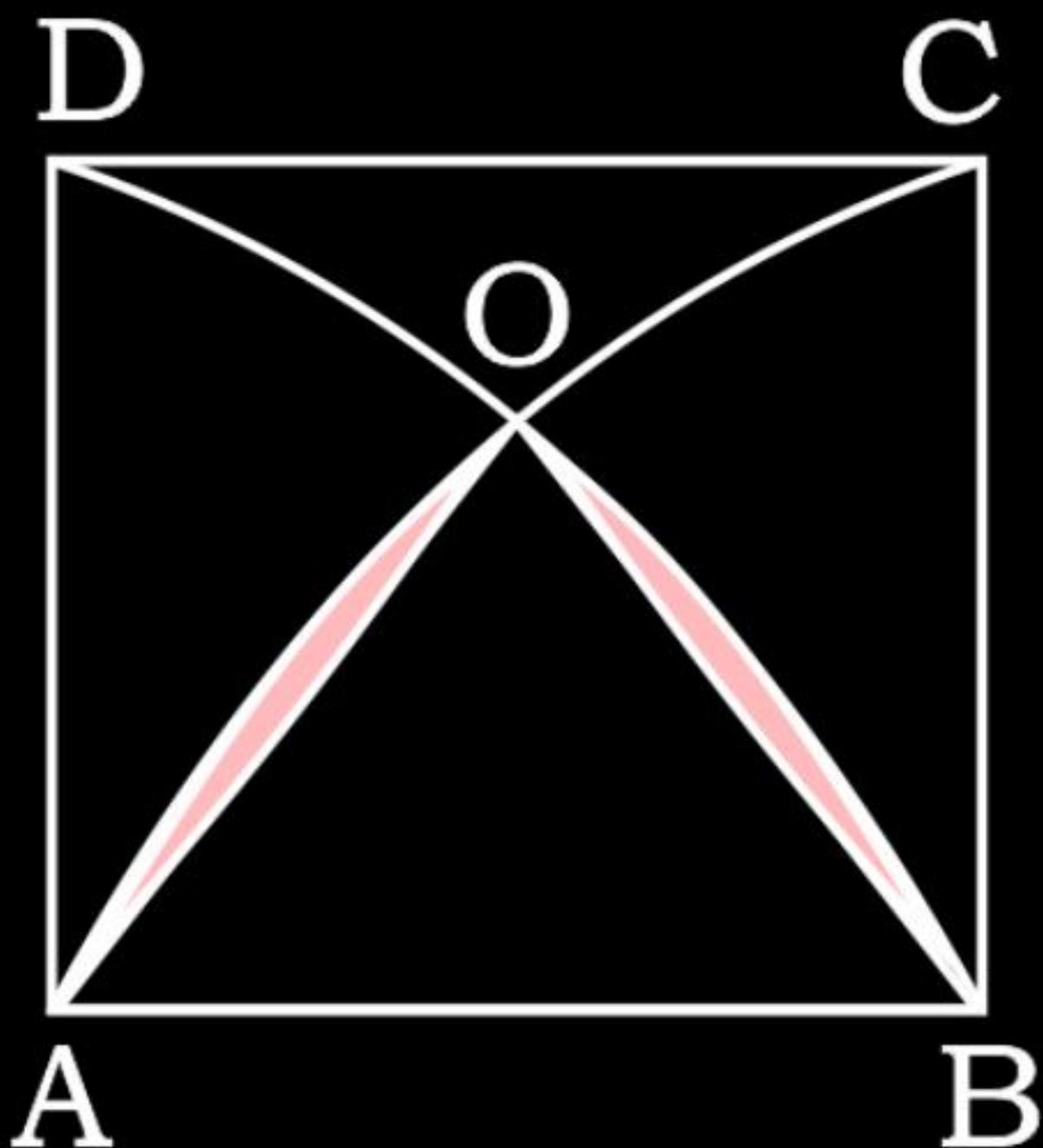
ABCD एक वर्ग है। इसमें चार चतुर्भुज इस प्रकार खदे हुए हैं जो चित्र में दर्शाए गए हैं:





51. ABCD is a square whose each side is of 6 cm and two quadrants are formed inside it and AOB is an equilateral triangle. Find the area of the shaded region.

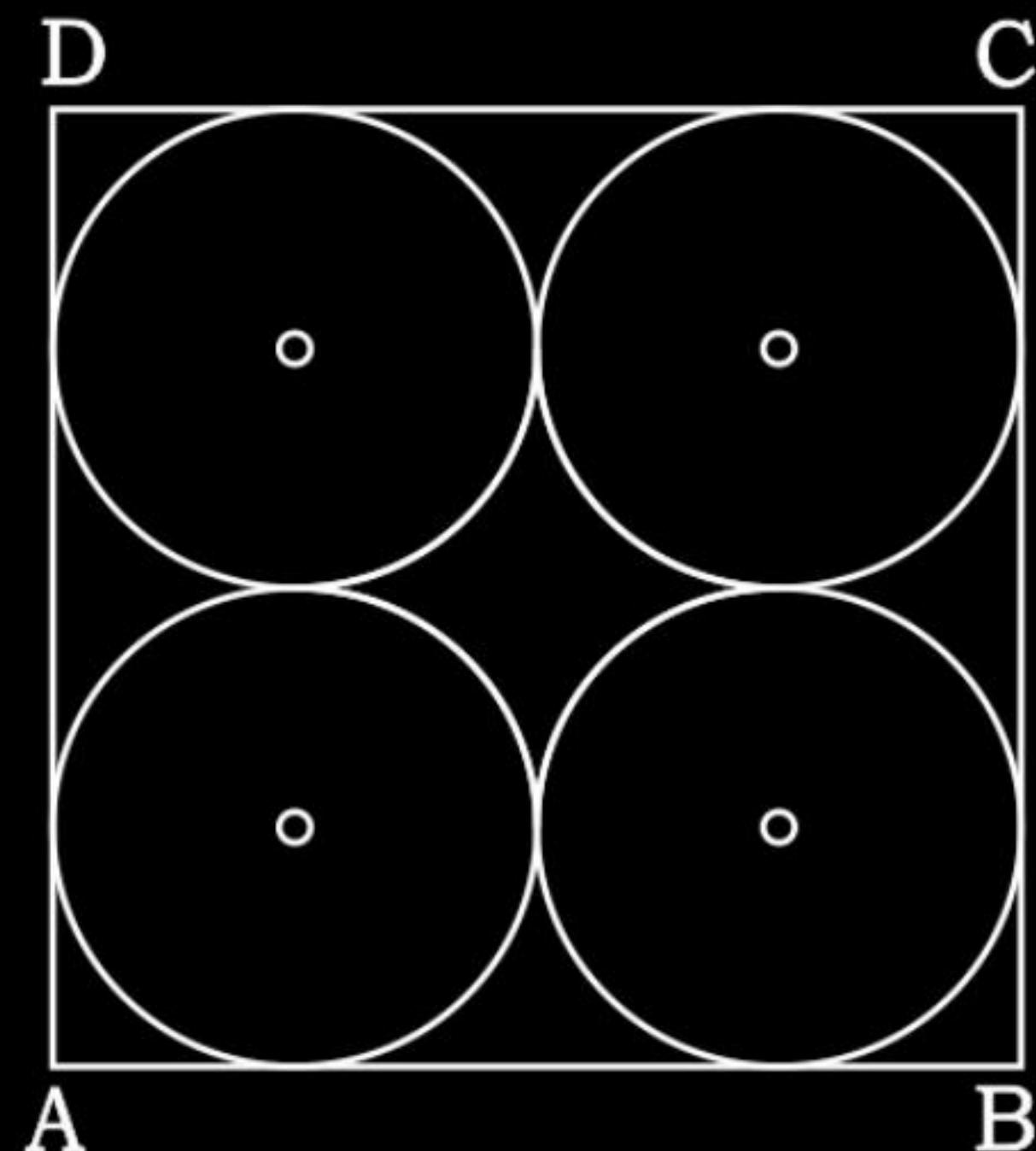
ABCD एक वर्ग है जिसकी प्रत्यक्ष भुजा 6 सेमी की है और इसके अंदर दो चतुर्भुज बने हैं और AOB एक समबाहु त्रिभुज है। छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।





52. ABCD is a square. Four identical circles are drawn inside it, and a square is formed in between four circles. Find the area of square.

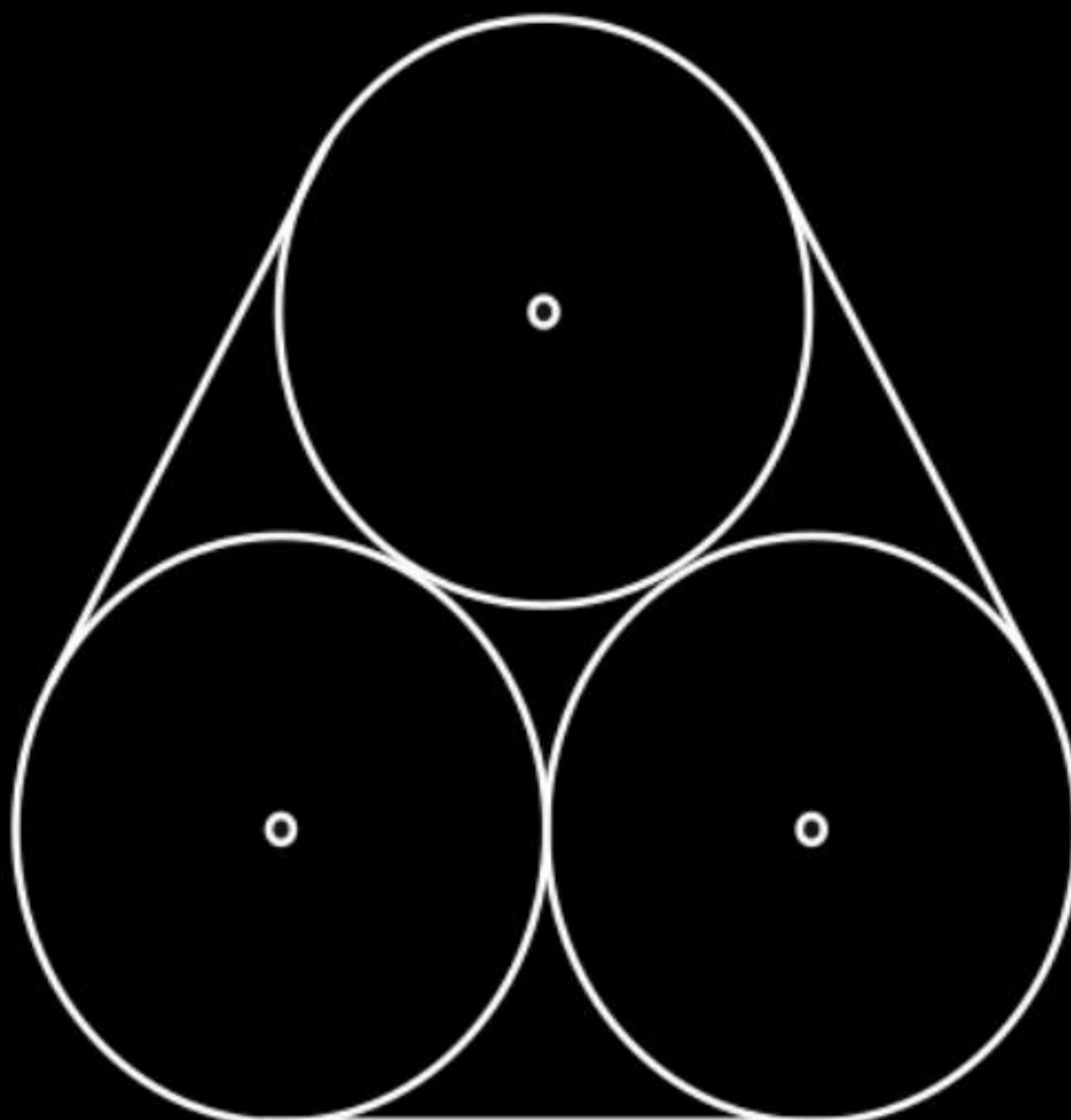
ABCD एक वर्ग है। इसके अंदर चार समान वृत्त खोंचे जाते हैं, और चार वृत्तों के बीच में एक वर्ग बनता है। वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।





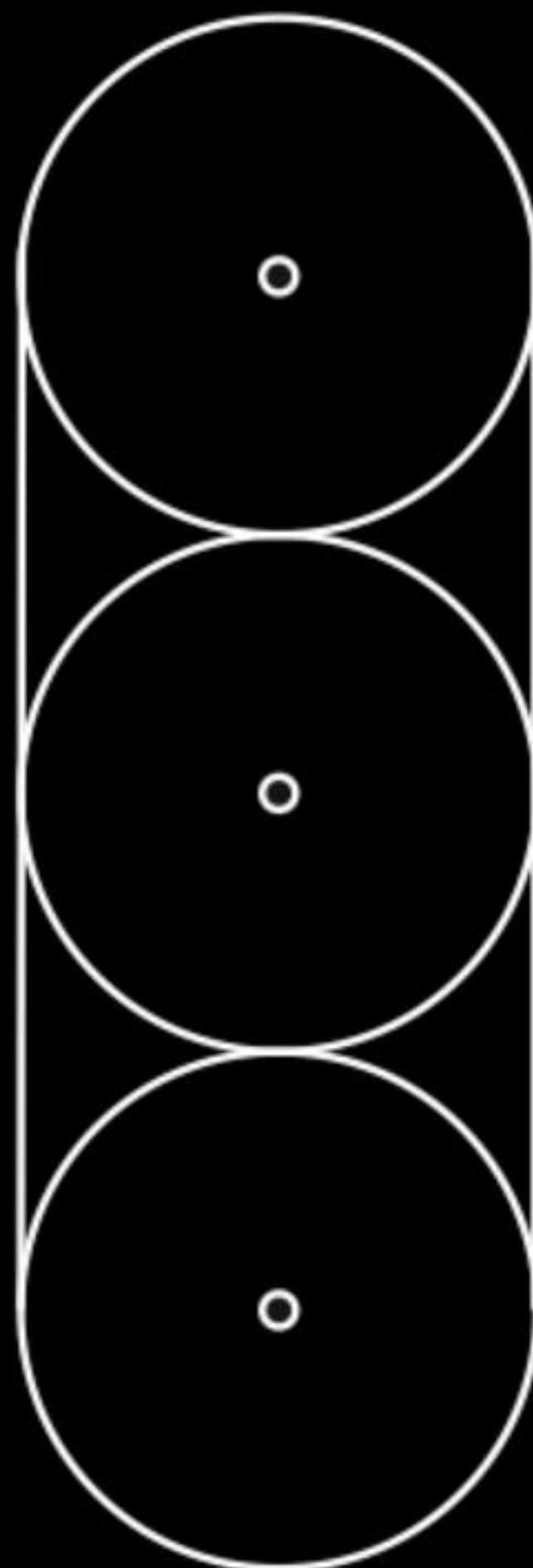
53. Three circles touch each other externally each has radii 5 cm. All three are tied with a thread. Find the length of the thread.

तीन वृत्त एक दूसरे को बाह्य रूप से स्पर्श करते हैं, प्रत्यक की त्रिज्या 5 सेमी है। तीनों को एक धागे से बांधा गया है। धागे की लंबाई ज्ञात कीजिए।



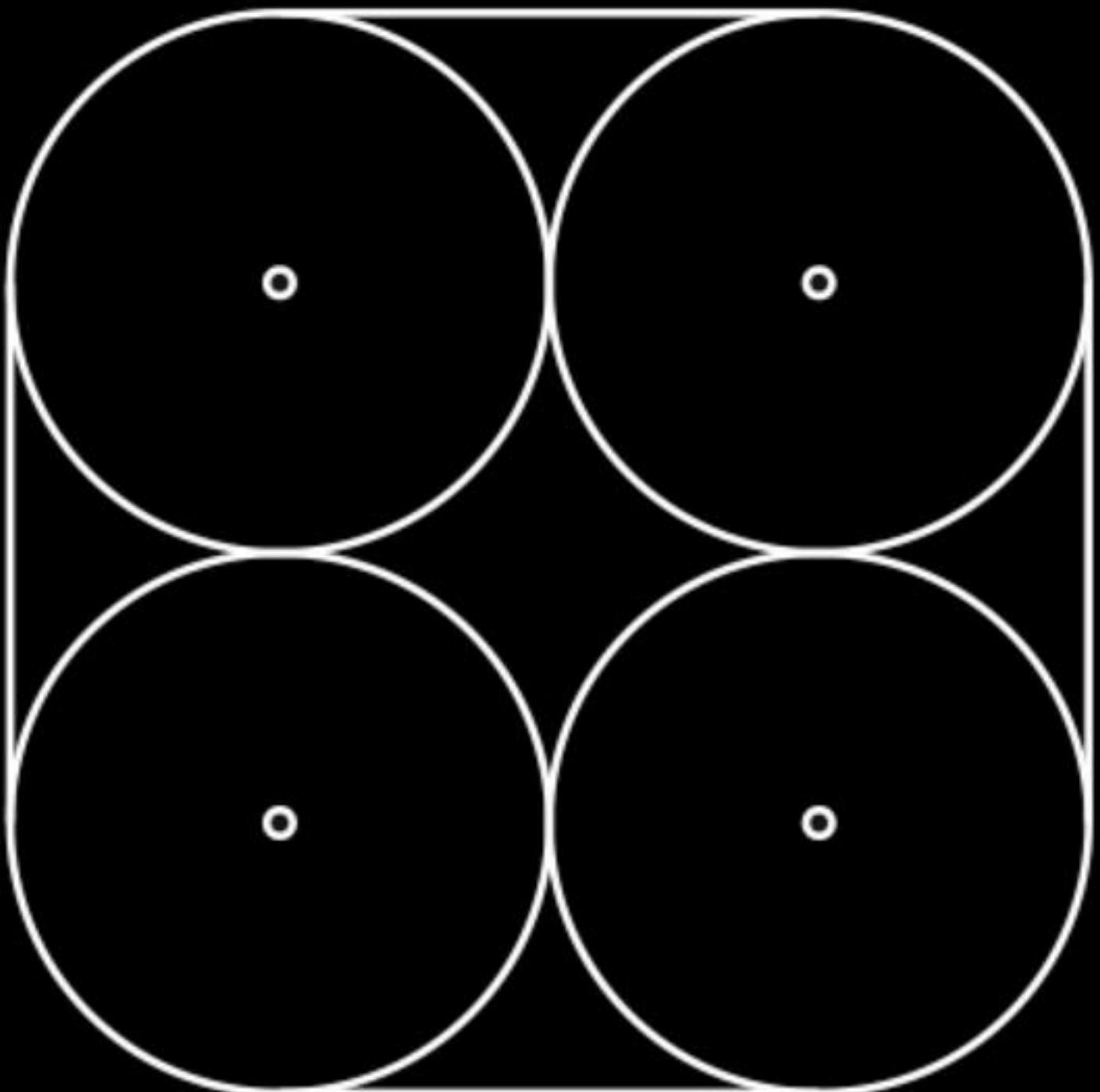


54. Find length of rope :



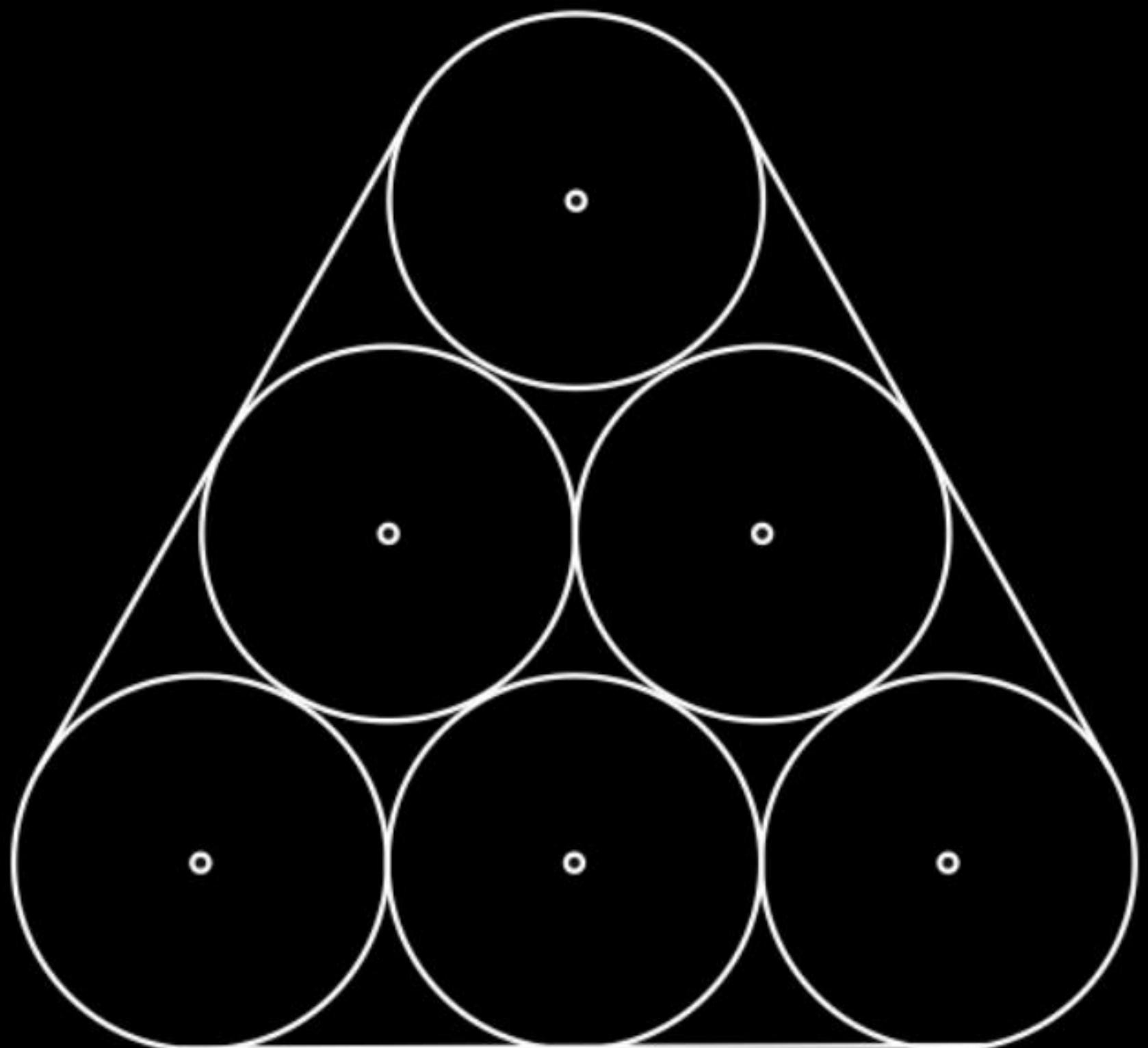


55. Find length of rope :





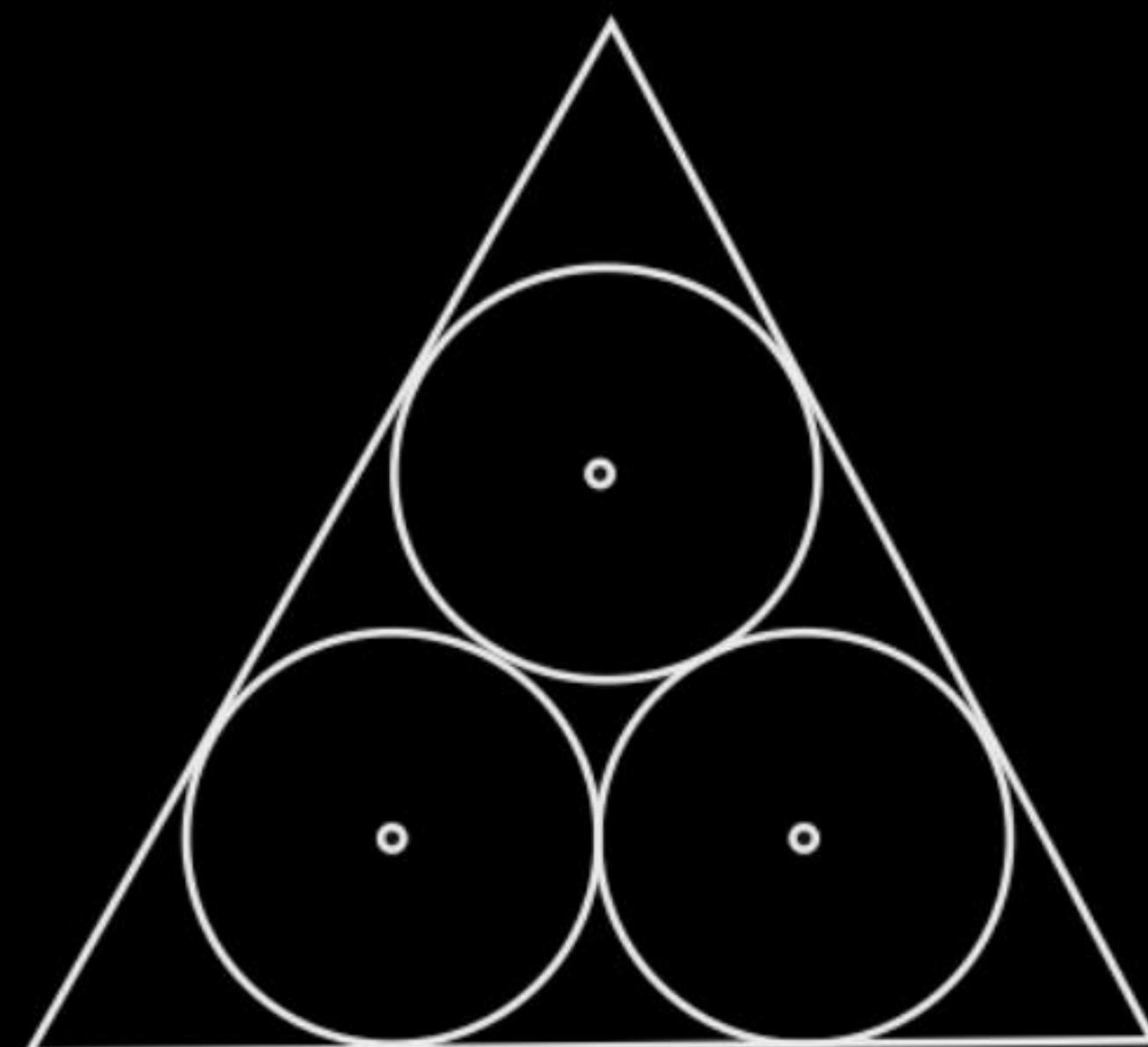
56. Find length of rope :





57. ABC is an equilateral triangle. There is three circles drawn inside it each have radii 'r'. Find the side of the triangle.

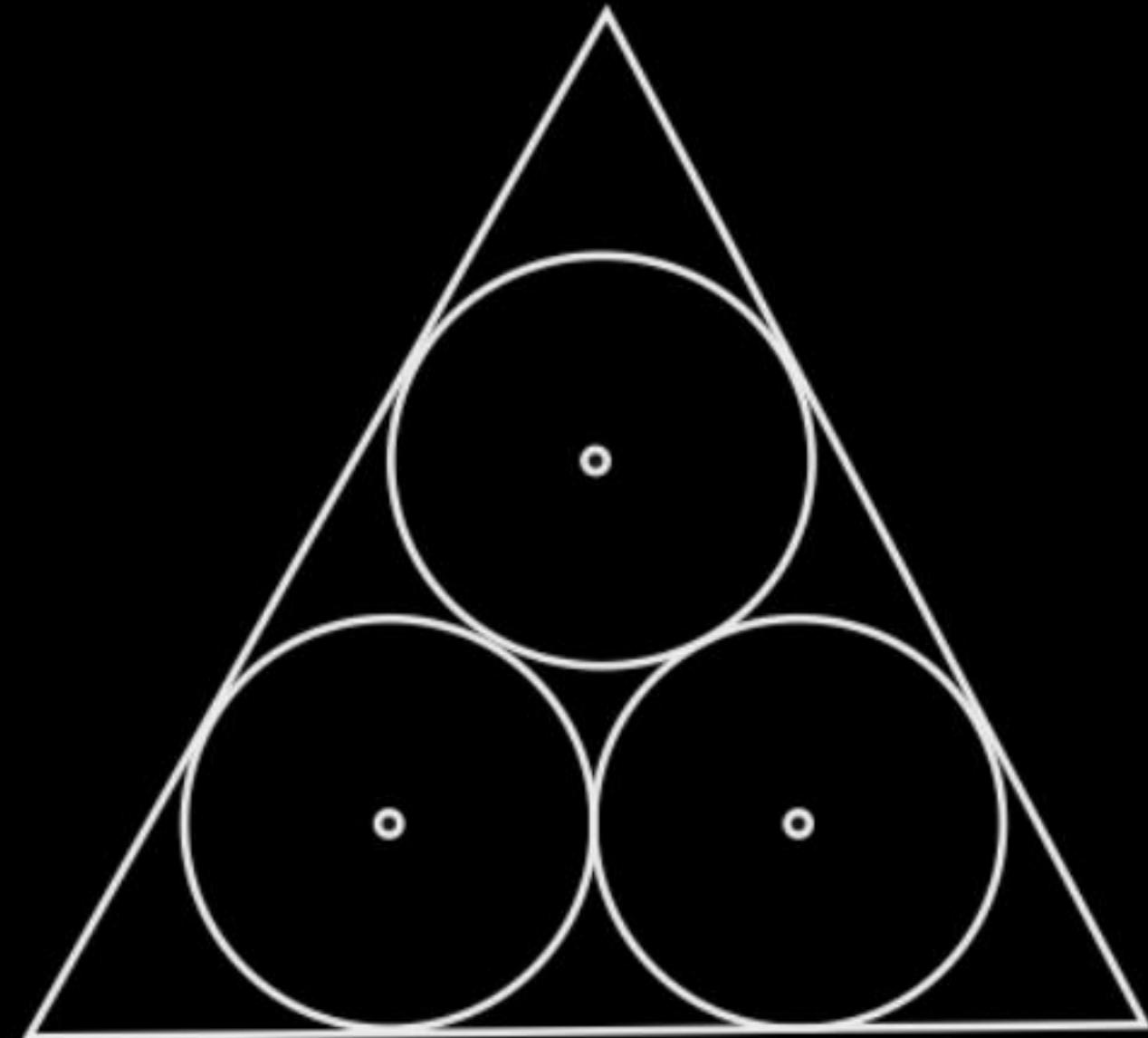
ABC एक समबाहु त्रिभुज है। इसके अंदर तीन वृत्त खोंचे गए हैं, जिनमें से प्रत्यक की त्रिज्या 'r' है। त्रिभुज की भुजा ज्ञात कीजिए।





58. ABC is an equilateral triangle. There is three circles drawn inside it each have radii 10. Find the side of the triangle.

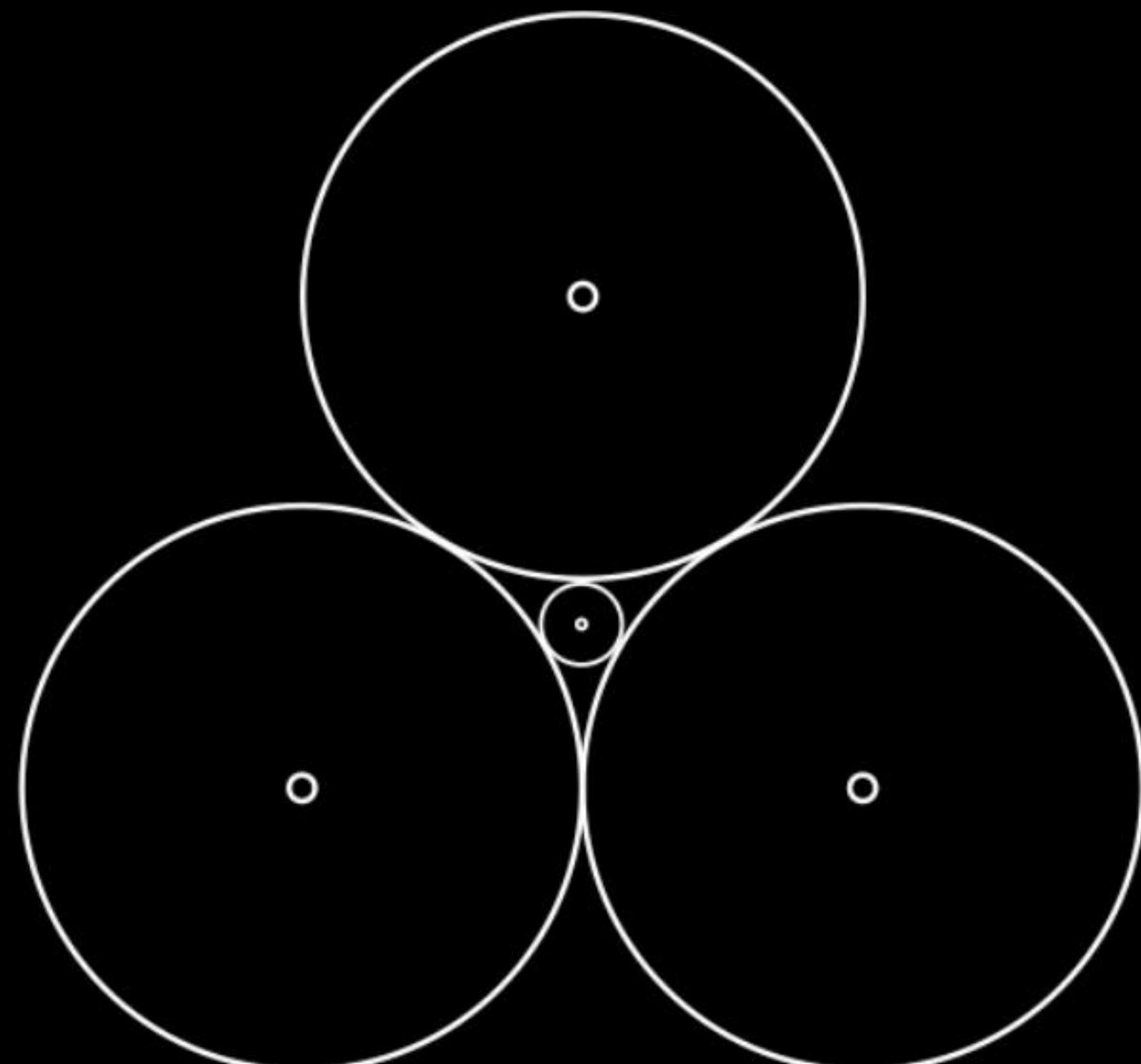
ABC एक समबाहु त्रिभुज है। इसके अंदर तीन वृत्त खोंचे गए हैं, जिनमें से प्रत्यक की त्रिज्या 10 है। त्रिभुज की भुजा ज्ञात कीजिए।





59. Three equal circles of radii ' $R$ ' cm touch each other externally. Find the radius of small circle as shown in figure.

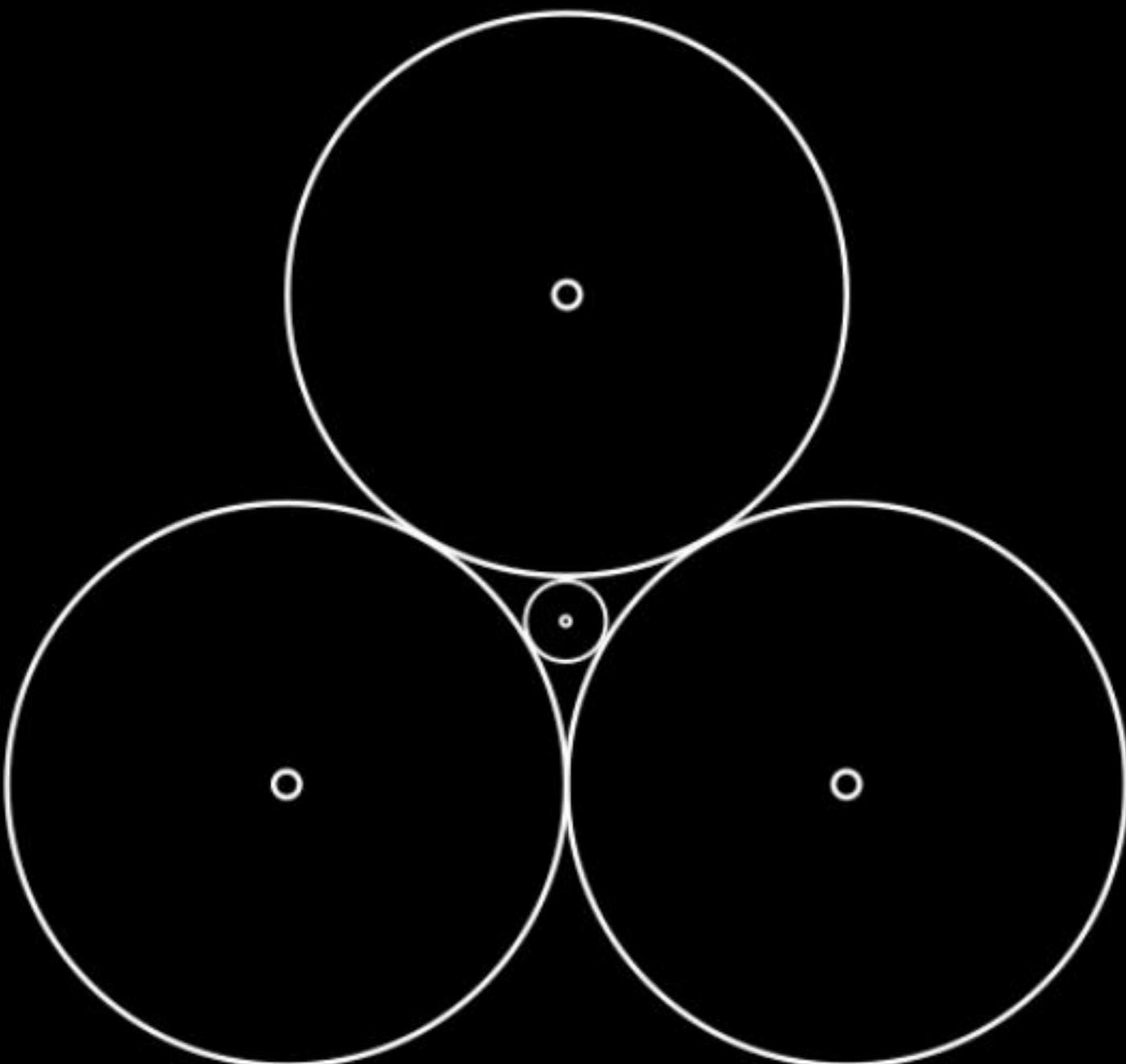
त्रिज्या ' $R$ ' सेमी के तीन बराबर वृत्त एक दूसरे को बाहरी रूप से स्पर्श करते हैं। चित्र में दर्शाए अनुसार छोटे वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।





60. Three equal circles of radii ' $R$ ' = 3 cm touch each other externally. Find the radius of small circle as shown in figure.

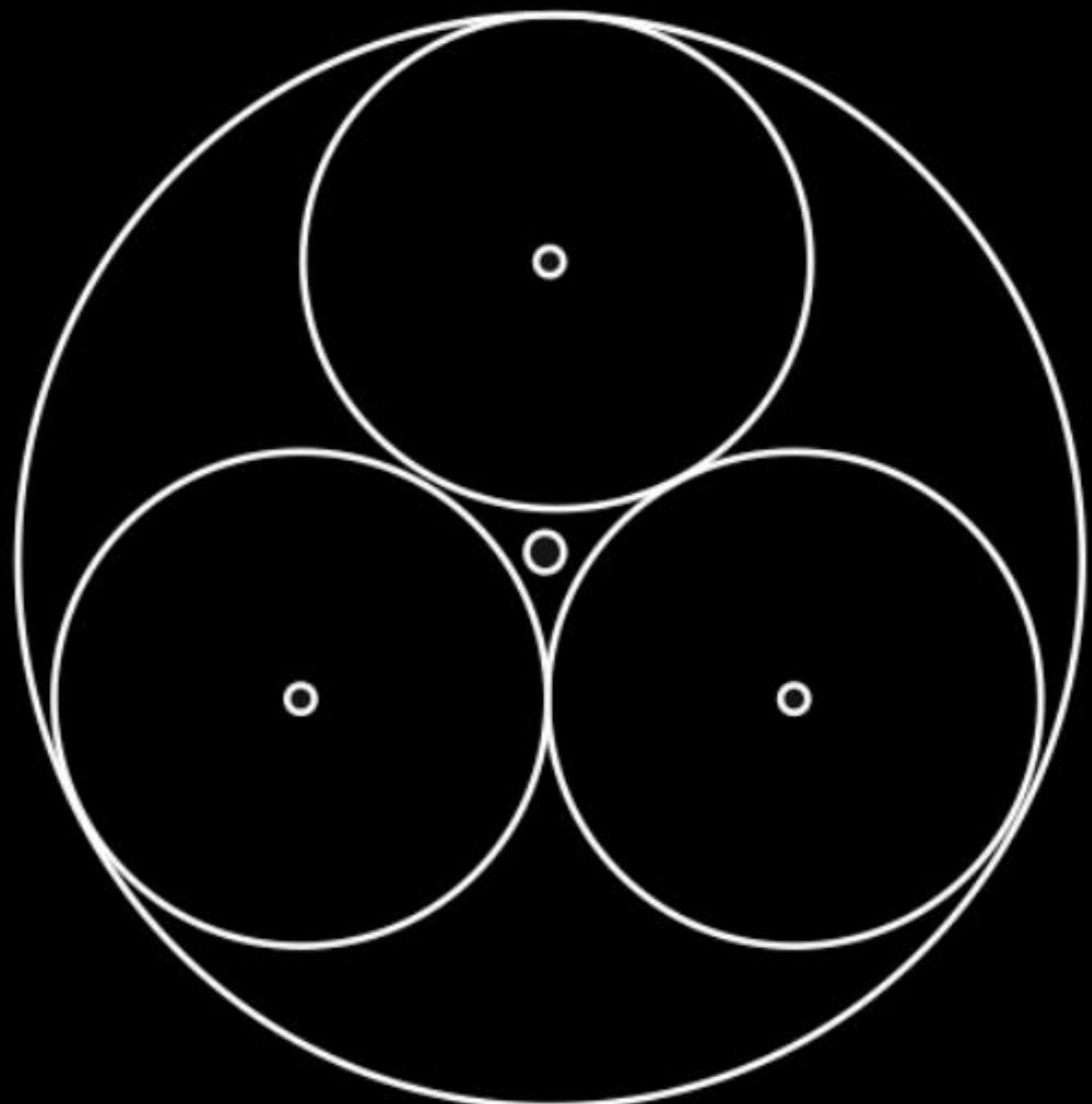
त्रिज्या ' $R$ ' = 3 सेमी के तीन बराबर वृत्त एक दूसरे को बाहरी रूप से स्पर्श करते हैं। चित्र में दर्शाए अनुसार छोटे वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।





61. Find the radius of all big circles circumscribing all three small circles having radius  $r$ :

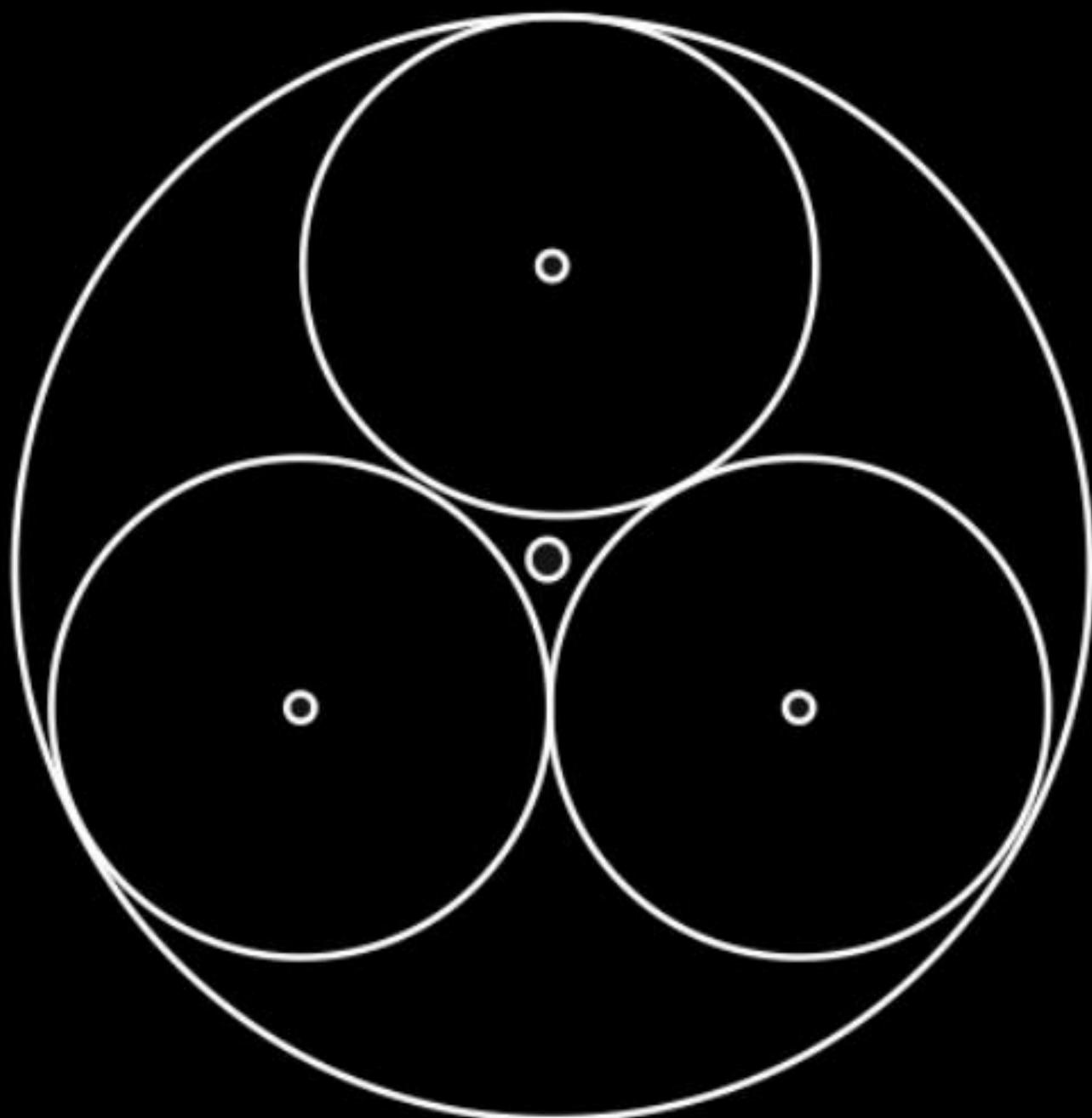
$r$  त्रिज्या वाले सभी तीन छोटे वृत्तों के परिगत सभी बड़े वृत्तों की त्रिज्या ज्ञात कीजिए:





62. Radius of smaller circle = 3, Find R of bigger circle = ?

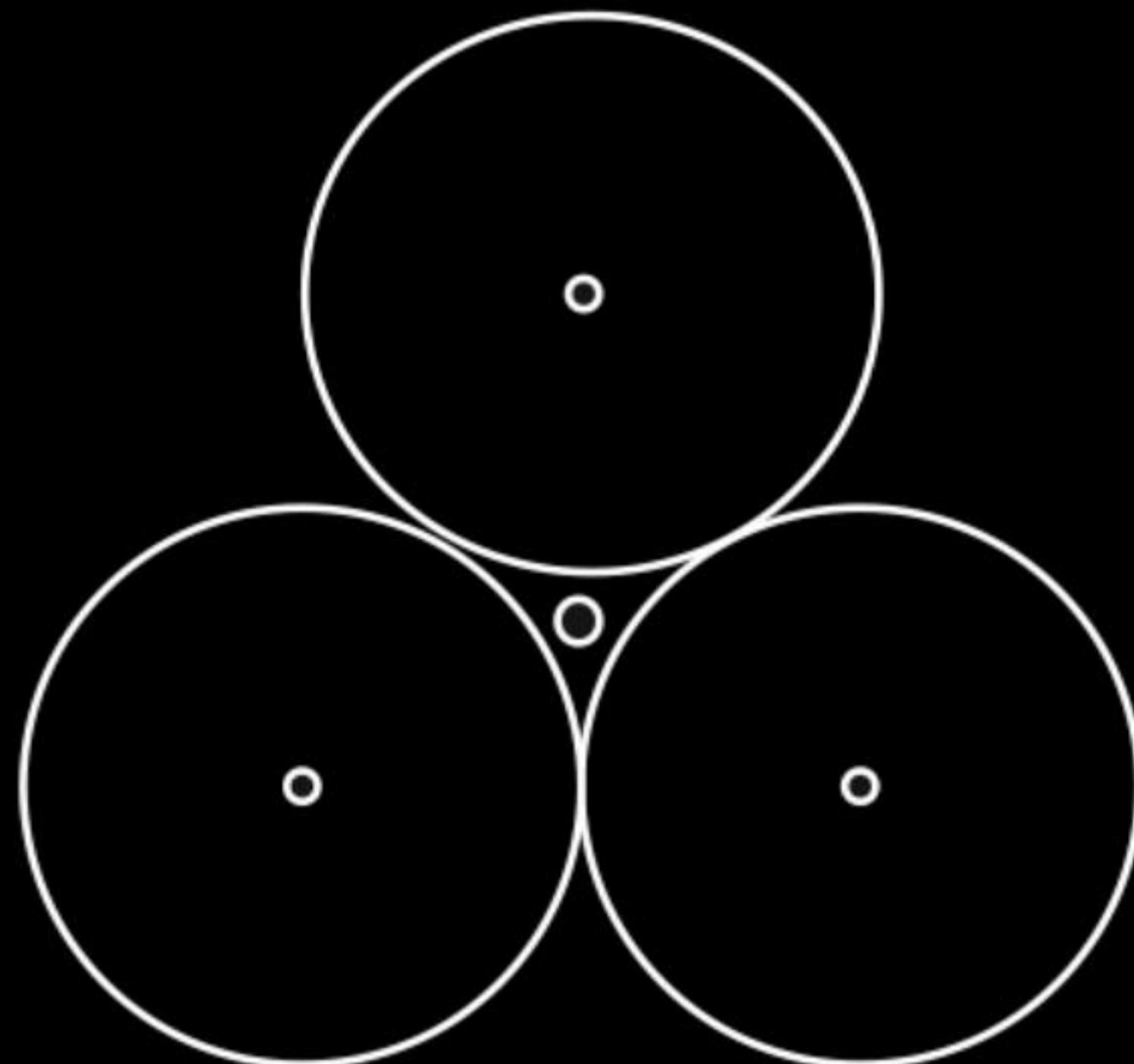
छोटे वृत्त की त्रिज्या = 3, बड़े वृत्त का R ज्ञात कीजिए।

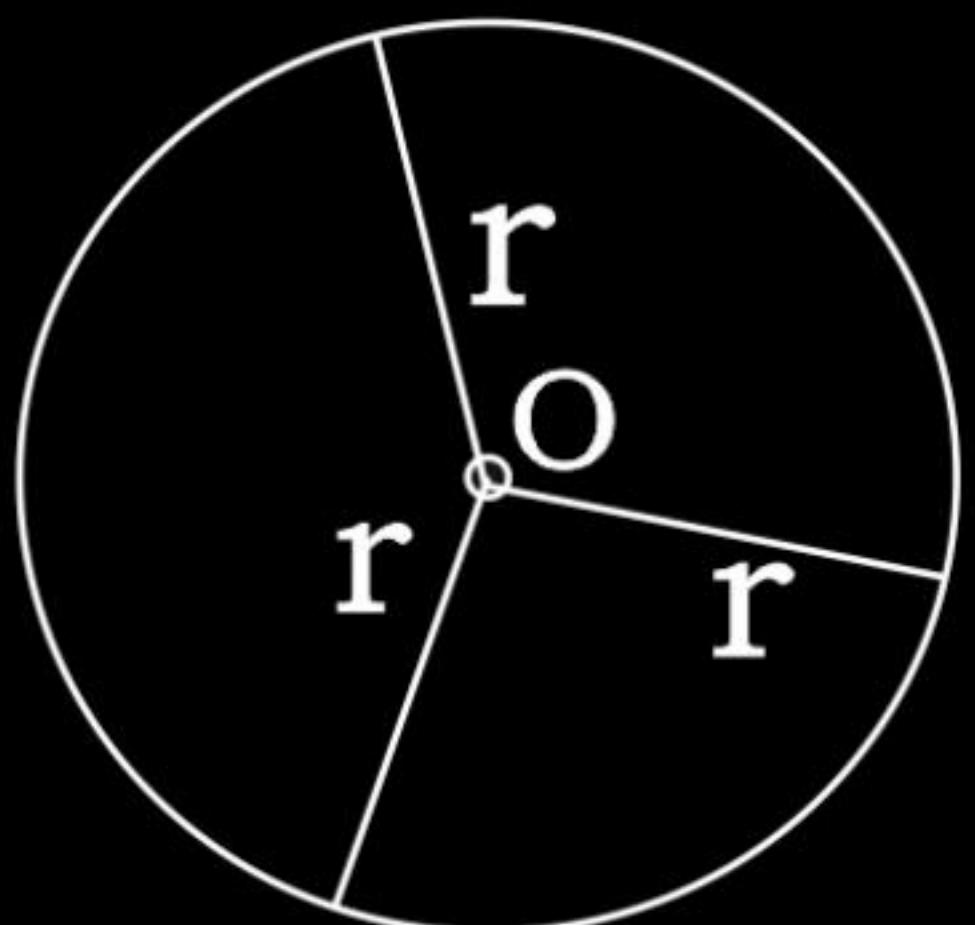




63. Radius of smaller circle = 3, Find R of bigger circle.

छोटे वृत्त की त्रिज्या = 3, बड़े वृत्त का R ज्ञात कीजिए।

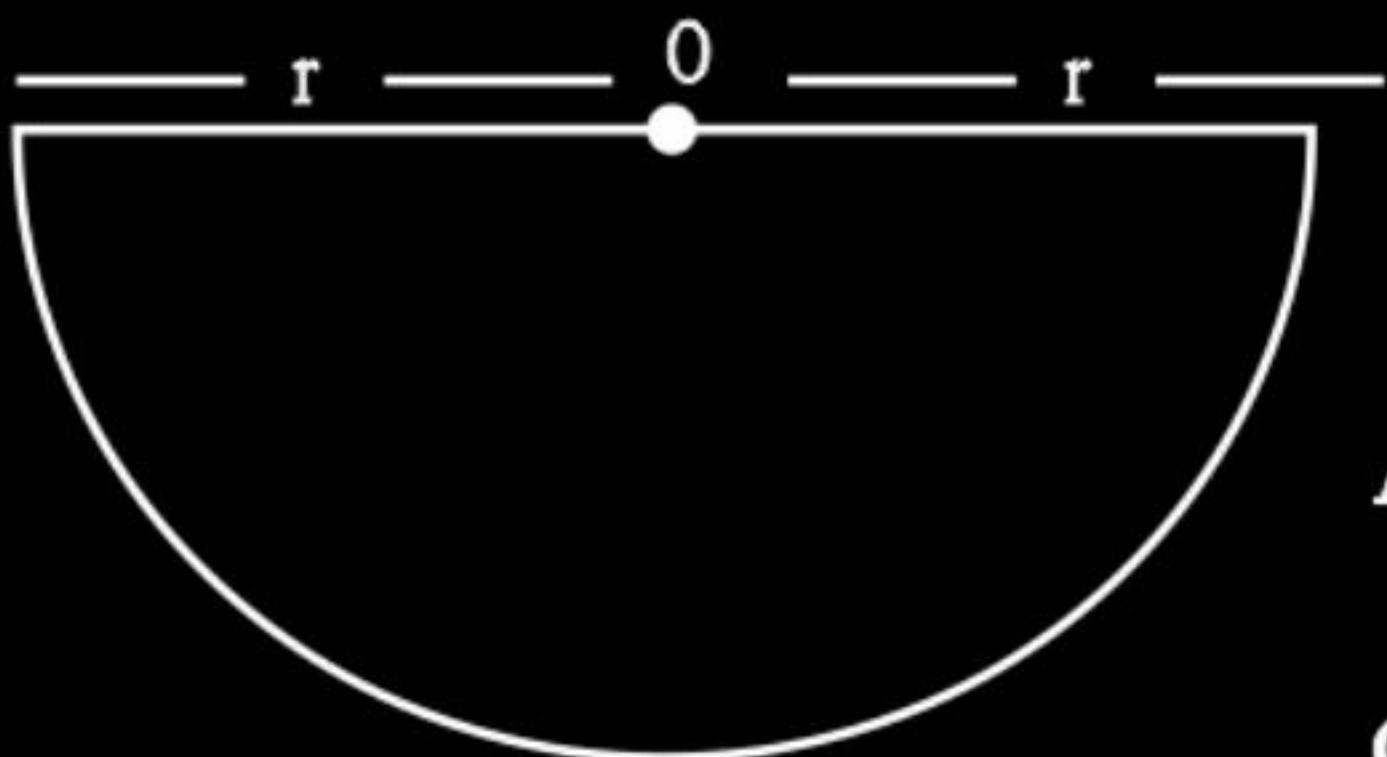




$$\text{Area} = \pi r^2$$

$$\text{Circumference} = 2 \pi r$$

circle



$$\text{Area} = \frac{\pi r^2}{2}$$

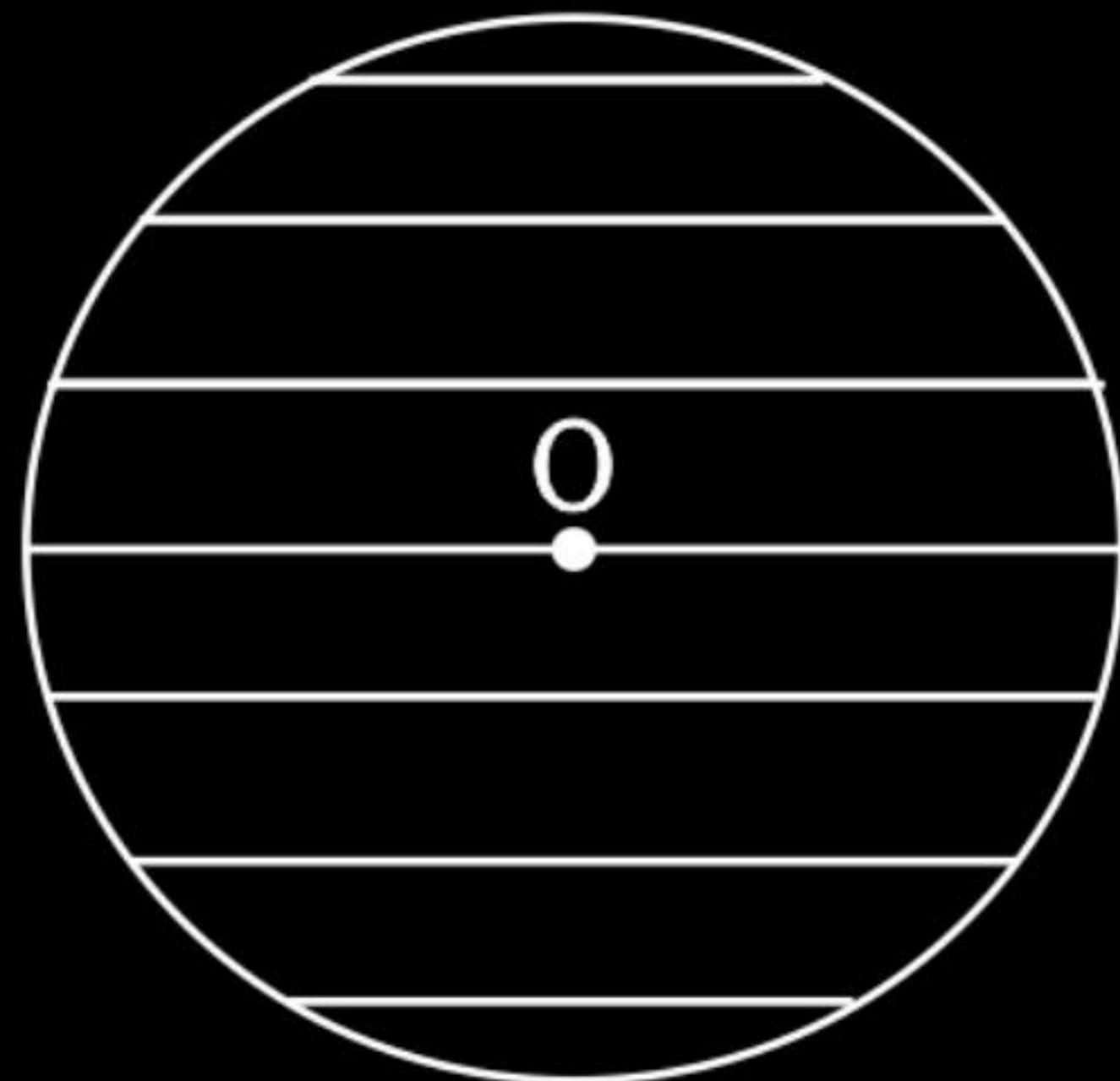
$$\text{Circumference} = \pi r + 2r$$

Semi-circle



**Chord (जीवा): A line whose end points lies on the circumference of the circle.**

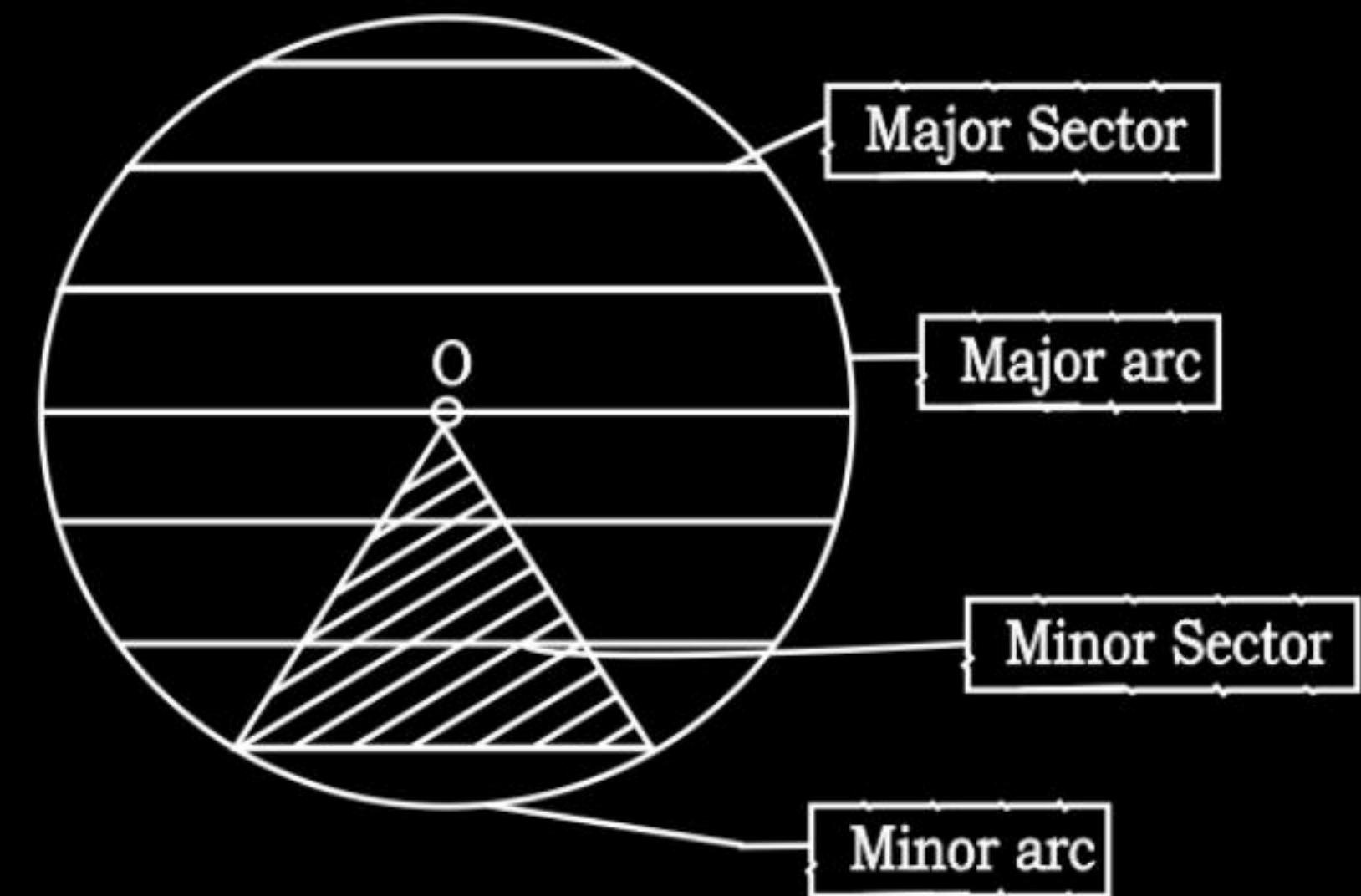
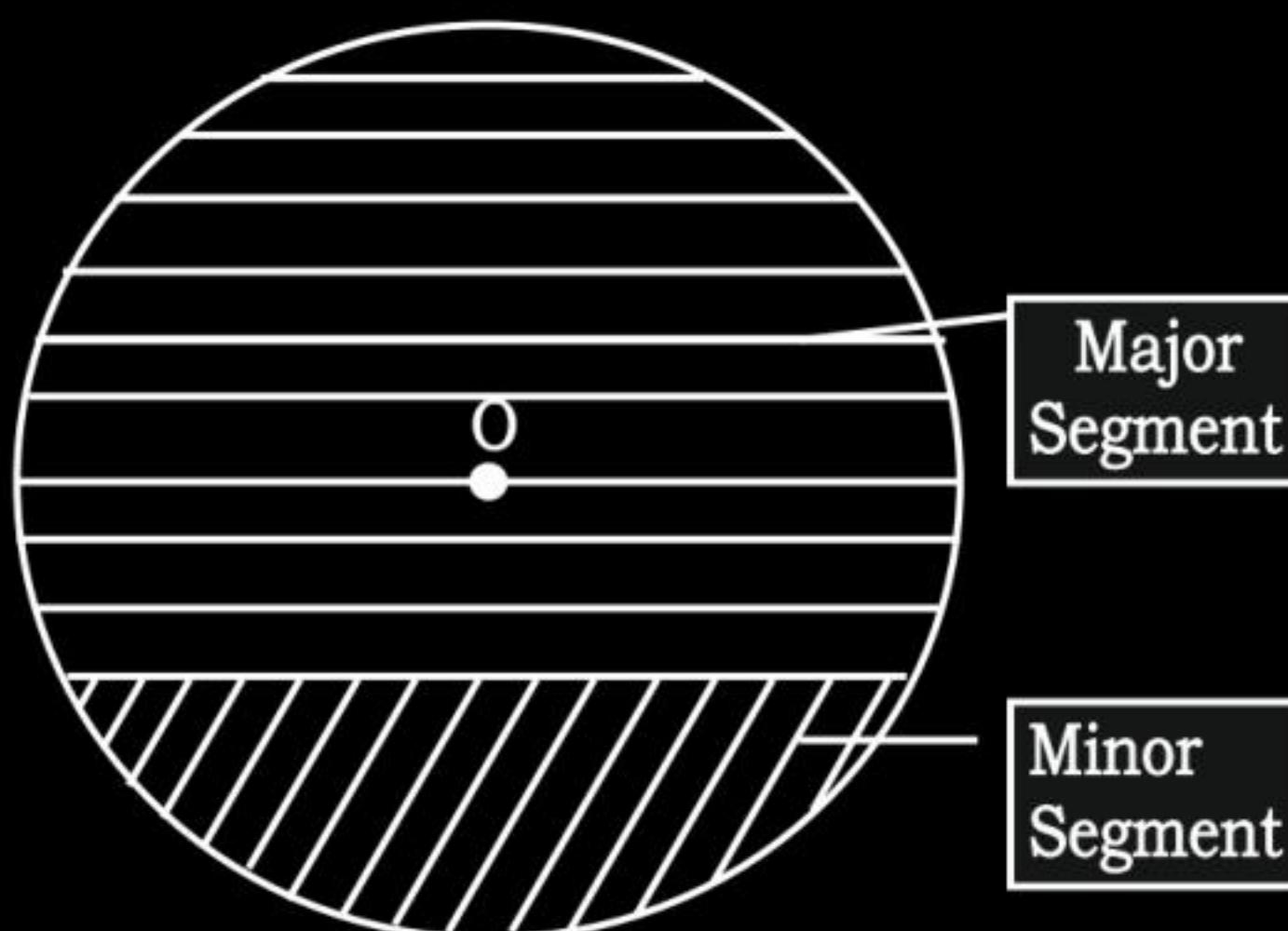
एक रेखा जिसका अंतिम बिंदु वृत्त की परिधि पर स्थित होता है।





The chord that passes through the centre is the largest and known as the diameter of the circle.

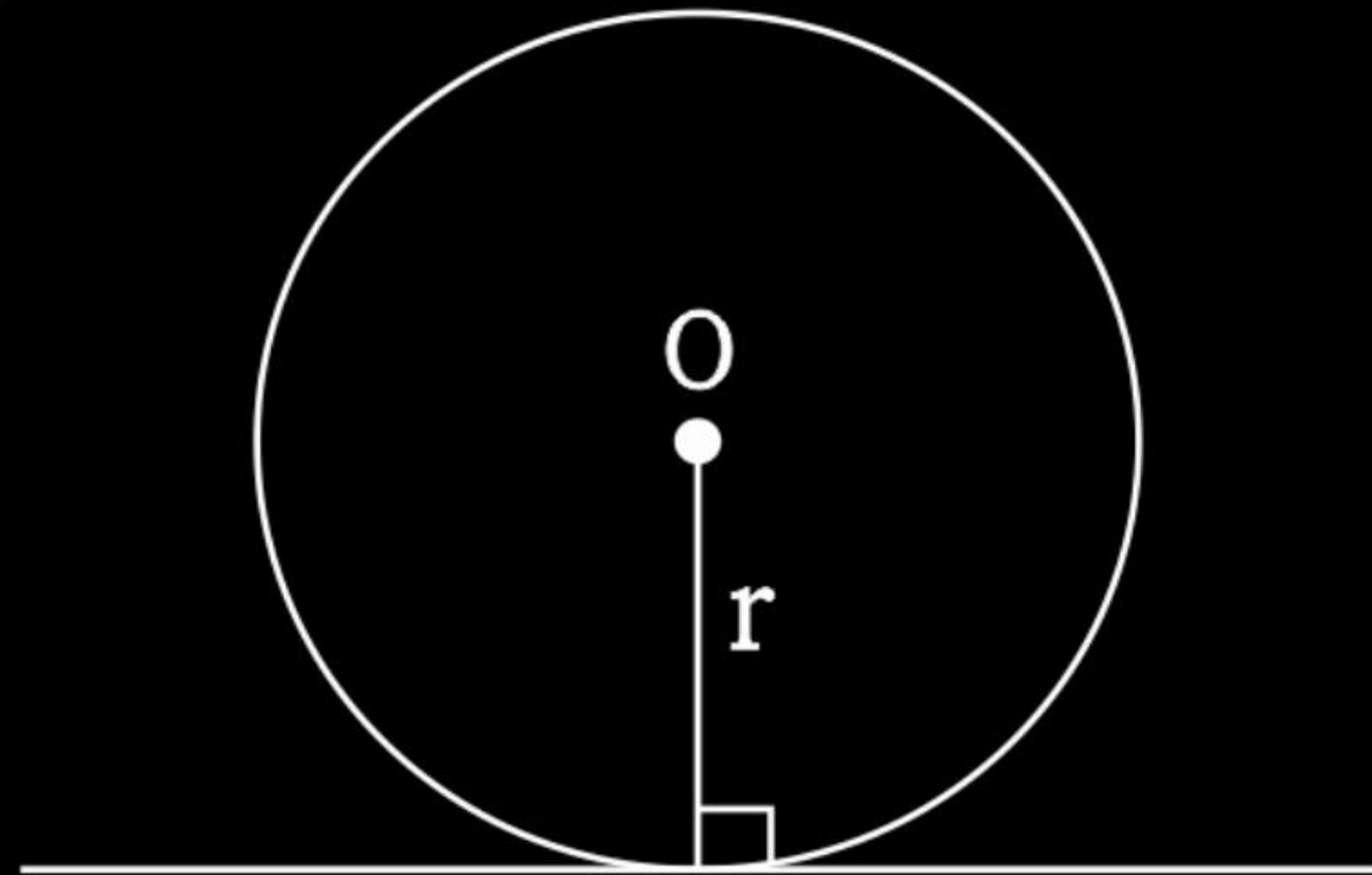
केंद्र से गुजरने वाली जीवा सबसे बड़ी होती है और वृत्त के व्यास के रूप में जानी जाती है।





**Tangent (स्पर्श रेखा :- A line which touches the circle at a point on its circumference is known as the tangent to the circle.**

:- वह रेखा जो वृत्त की परिधि के किसी बिंदु पर स्पर्श करती है, वृत्त की स्पर्श रेखा कहलाती है।



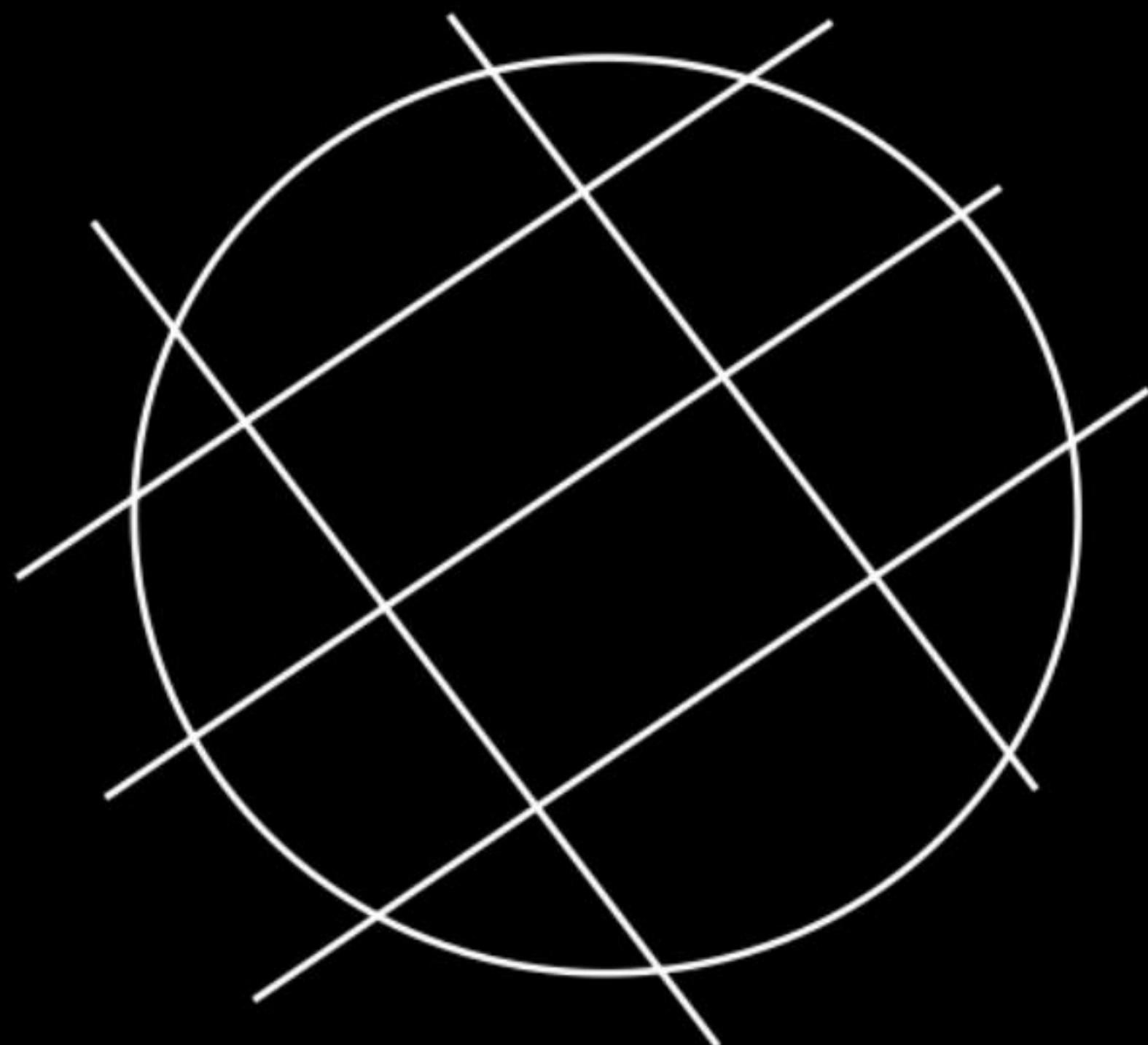
**Tangent always makes an angle of  $90^\circ$  with the circle's centre.**

स्पर्श रेखा हमेशा वृत्त के केंद्र से  $90^\circ$  का कोण बनाती है।



**Secant ( सिकंट ):-A line which passes through the circle.**

एक रेखा जो वृत्त से होकर गुजरती है।

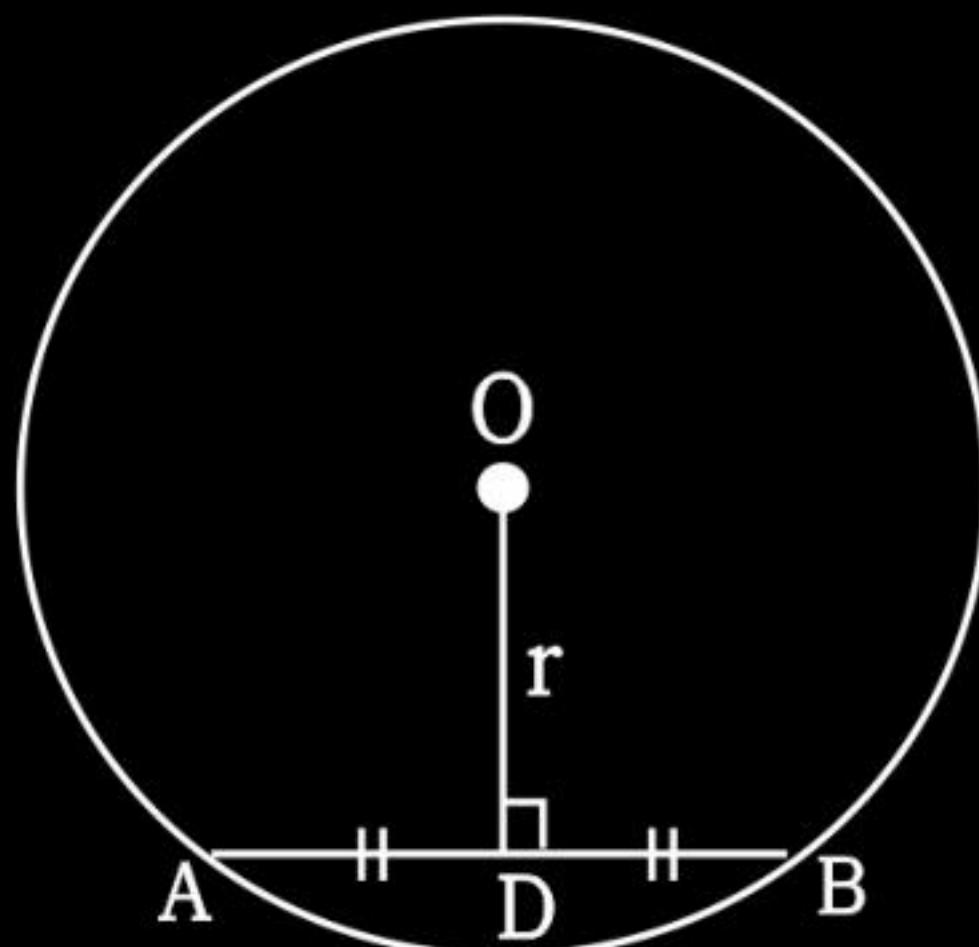




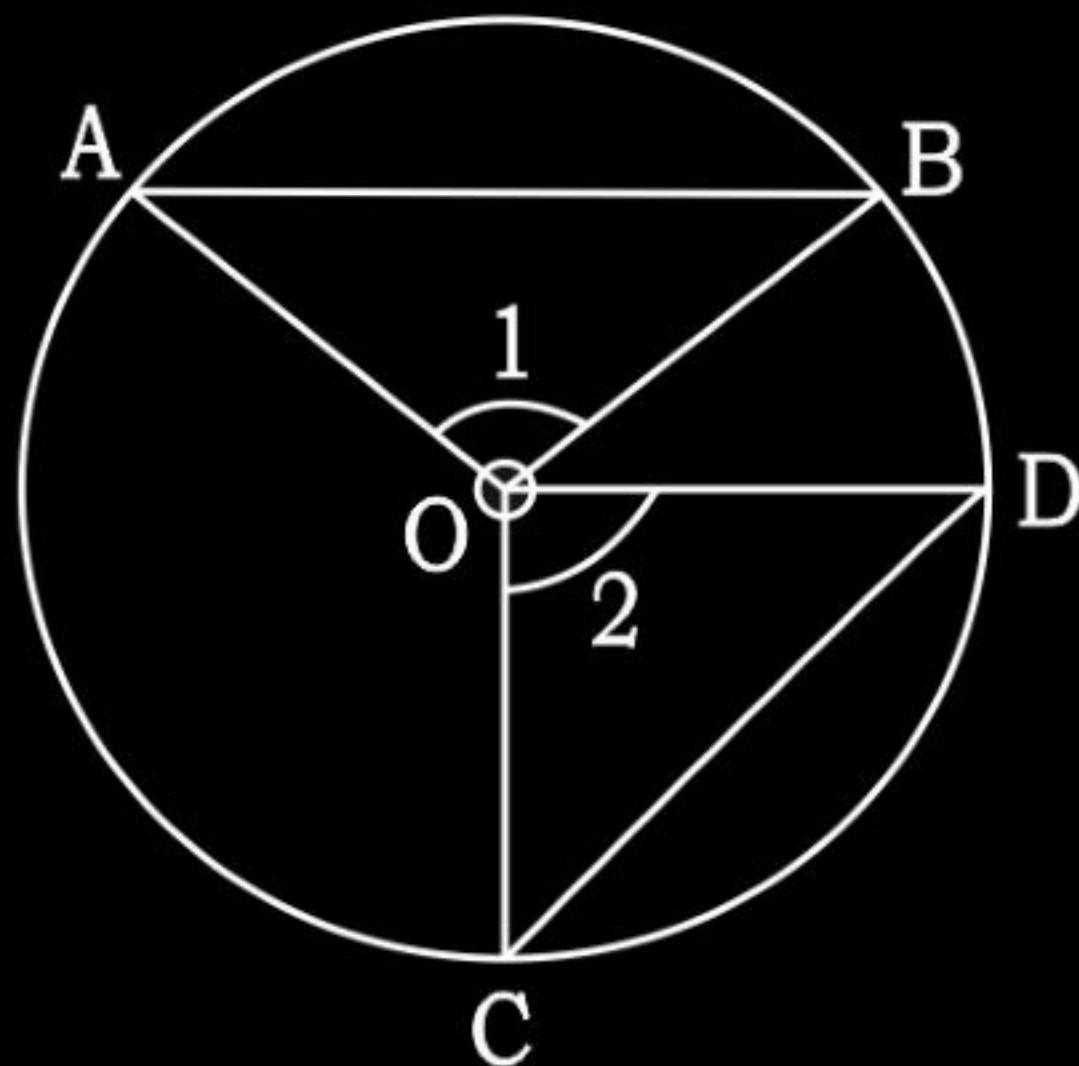
**A perpendicular from the centre on chord divides the chord into two equal halves-**

जीवा पर केंद्र से डाला गया लंब जीवा को दो बराबर भागों में विभाजित करता है:-

$$OD \perp AB \text{ and } AD = DB$$



### THEOREM

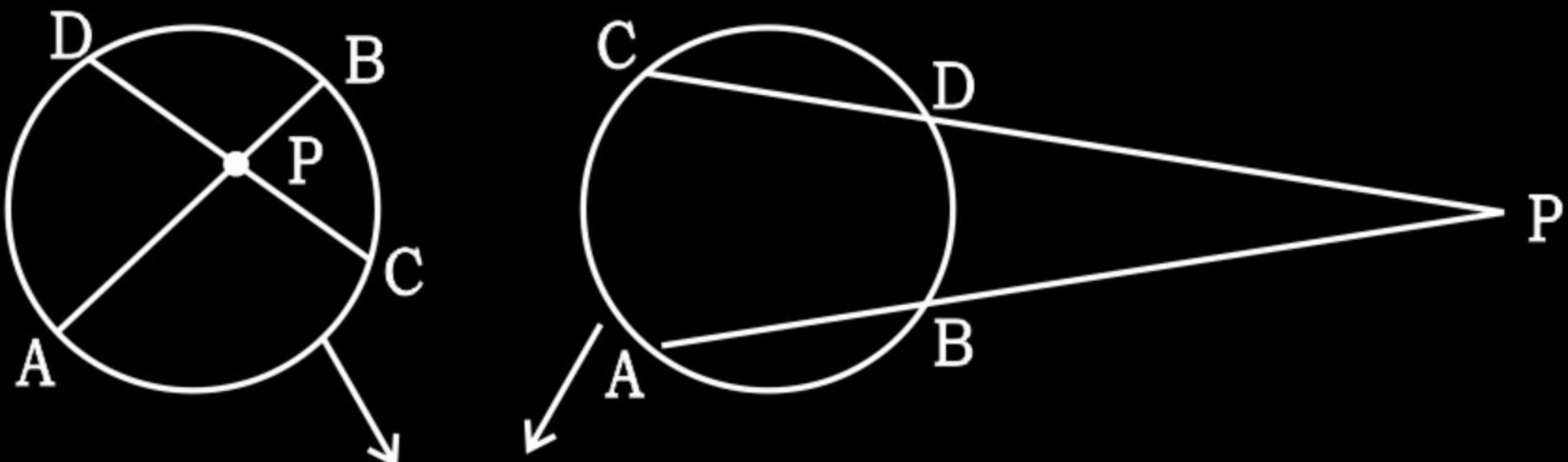


if  $AB = CD$   
then,  $\angle 1 = \angle 2$   
and vice-versa



**Two angles subtended by two equal chords to the centre of the circle will always be equal.**

दो समान जीवाओं द्वारा वृत्त के केंद्र पर अंतरित दो कोण हमेशा बराबर होंगे।



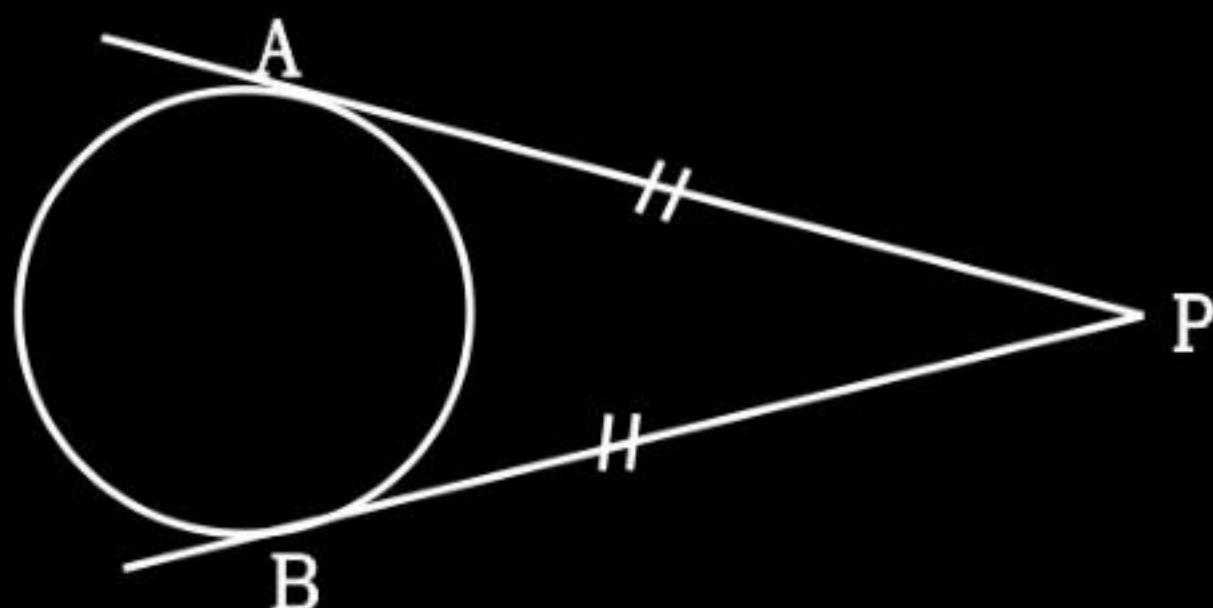
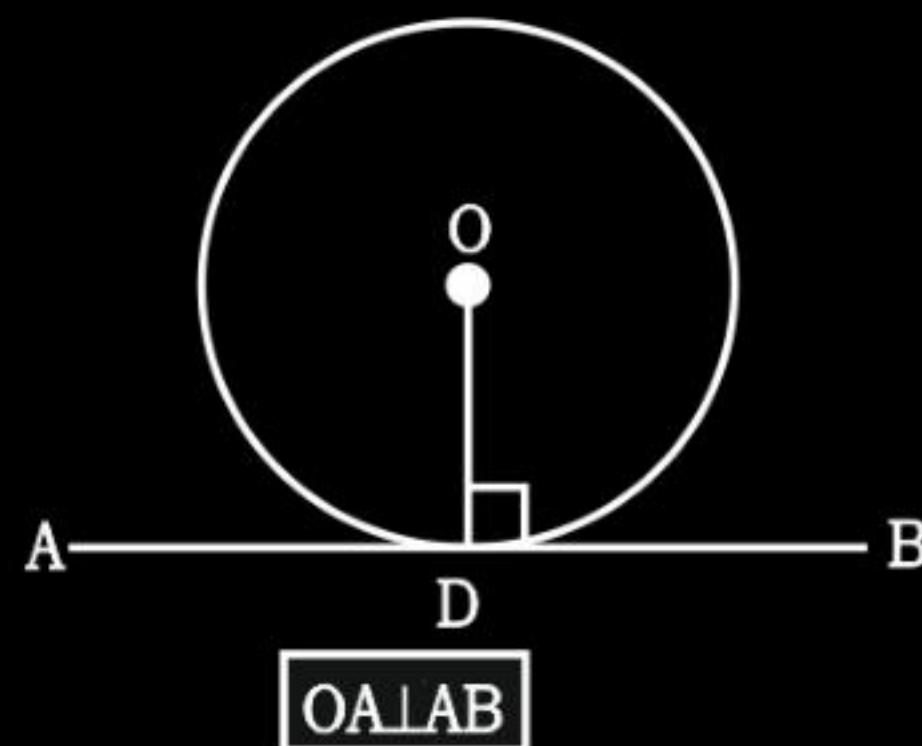
$$PA \times PB = PC \times PD$$

**P is the point of intersection of both the chord.**

P दोनों जीवाओं का प्रतिच्छेदन बिंदु है।



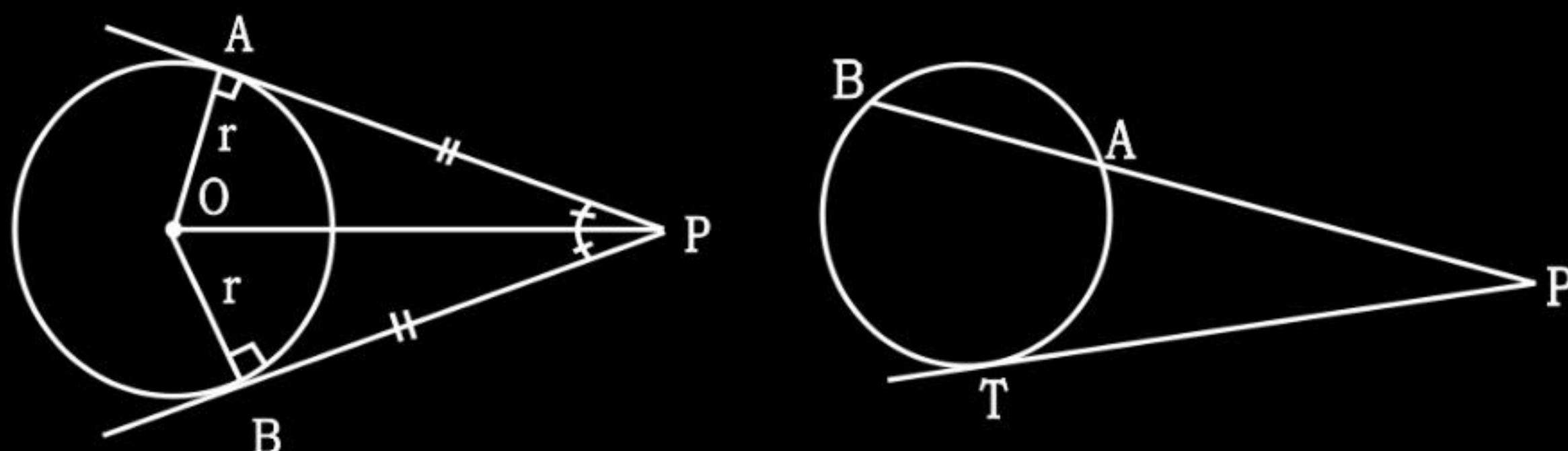
## Tangent ( स्पर्शरेखा ) :-



**PA, PB are tangents,  
then**

**PA, PB स्पर्शरेखा हैं, तो**

$$PA = PB$$



**PT = tangent**

**PAB = Secant**

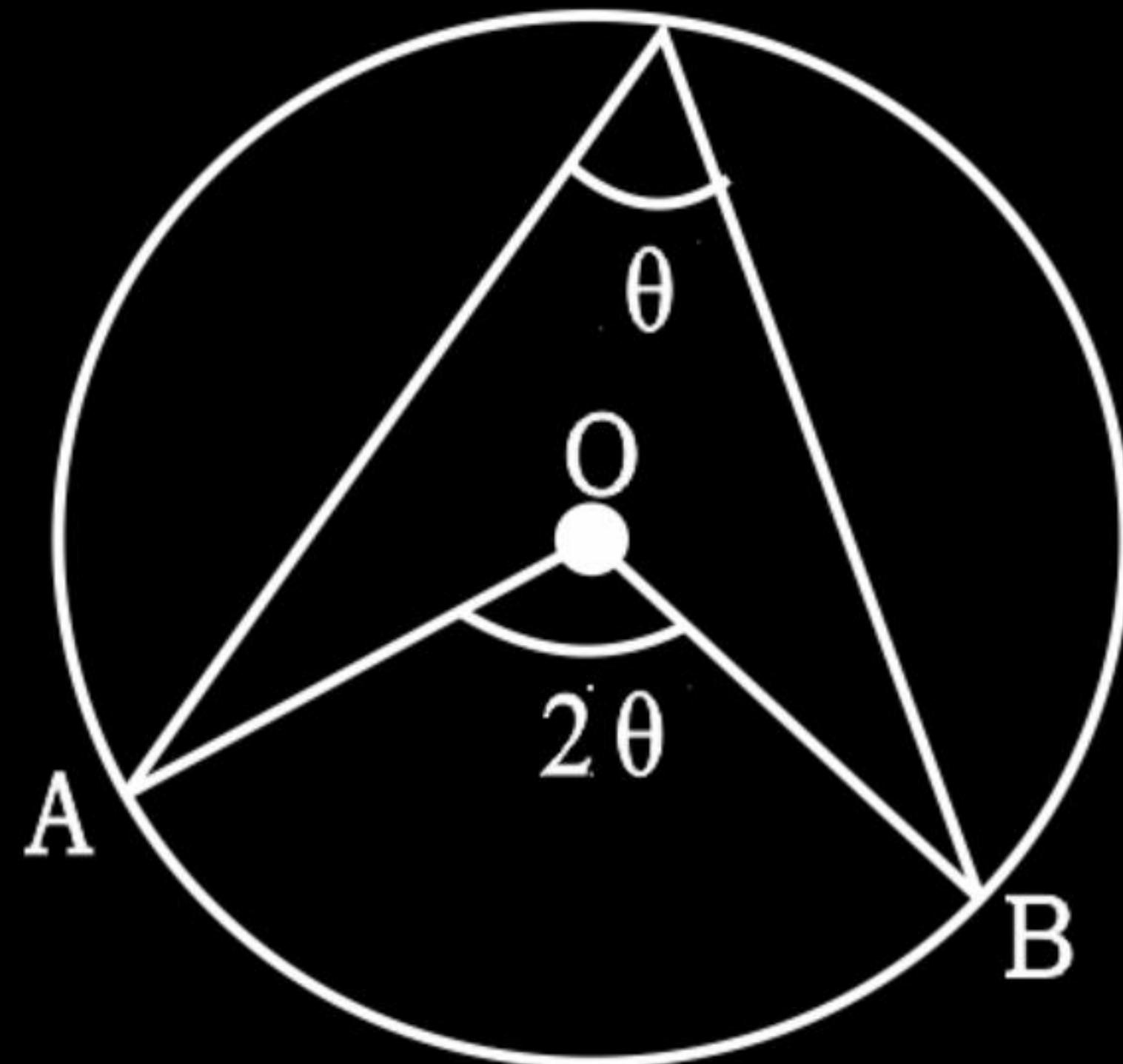
$$PT^2 = PA \times PB$$

**OP will be the angular bisector of  $\angle P$ .**

**AOBP will be a cyclic quadrilateral.**

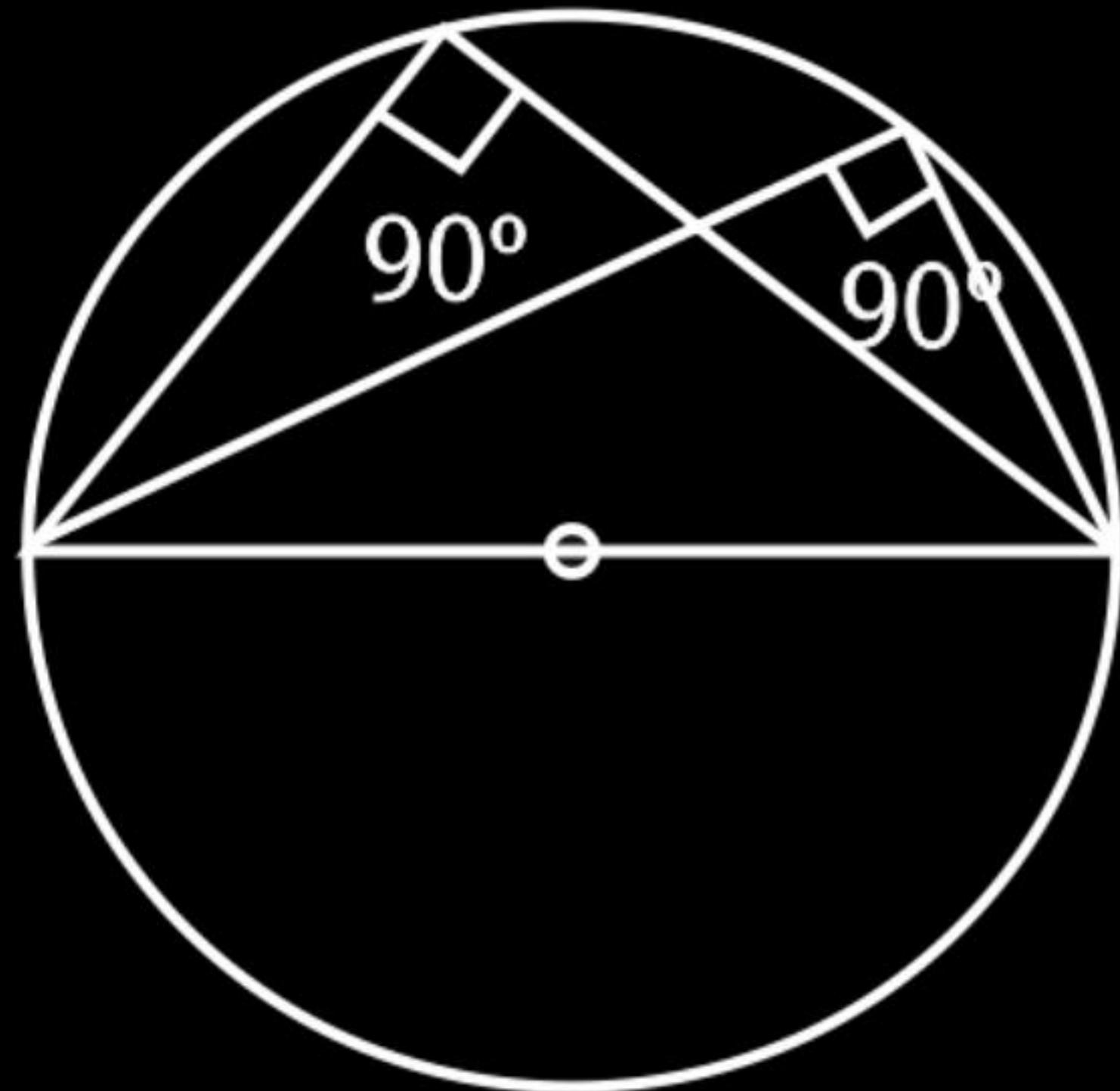
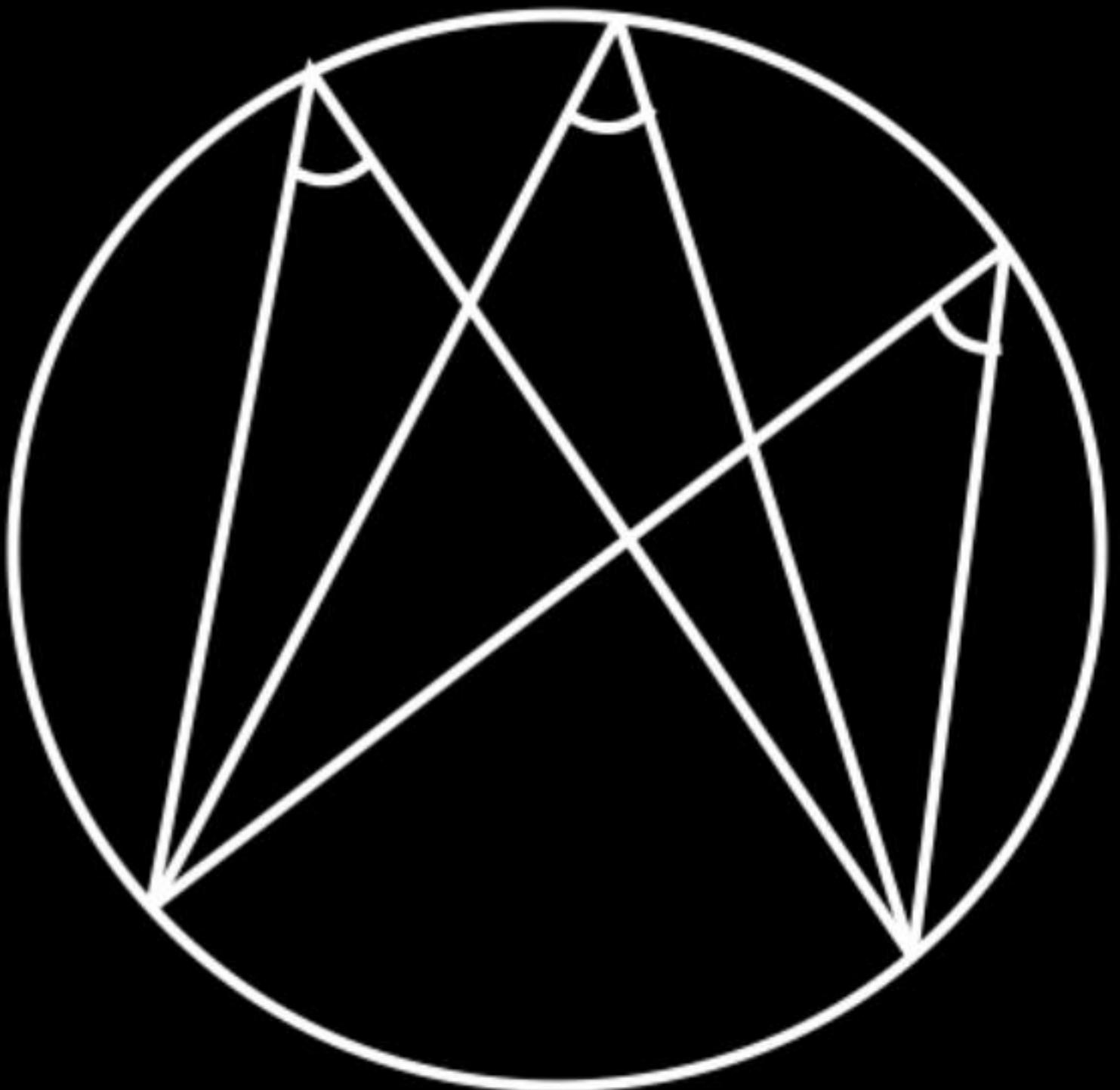
**OP,  $\angle P$  का कोणीय समद्विभाजक होगा।**

**AOBP एक चक्रीय चतुर्भुज होगा।**



**In the same segment, the angle forms by an arc to the centre will be the double of the angle made by the same arc on its circumference.**

उसी खंड में, एक चाप द्वारा केंद्र की ओर बनने वाला कोण उसी चाप द्वारा उसकी परिधि पर बनाए गए कोण का दोगुना होगा।



**Angles in semi-circle is always of  $90^\circ$ .** / अधृत में कोण हमेशा  $90^\circ$  के होते हैं।



## Cyclic Quadrilateral (चक्रीय चतुर्भुज) :-

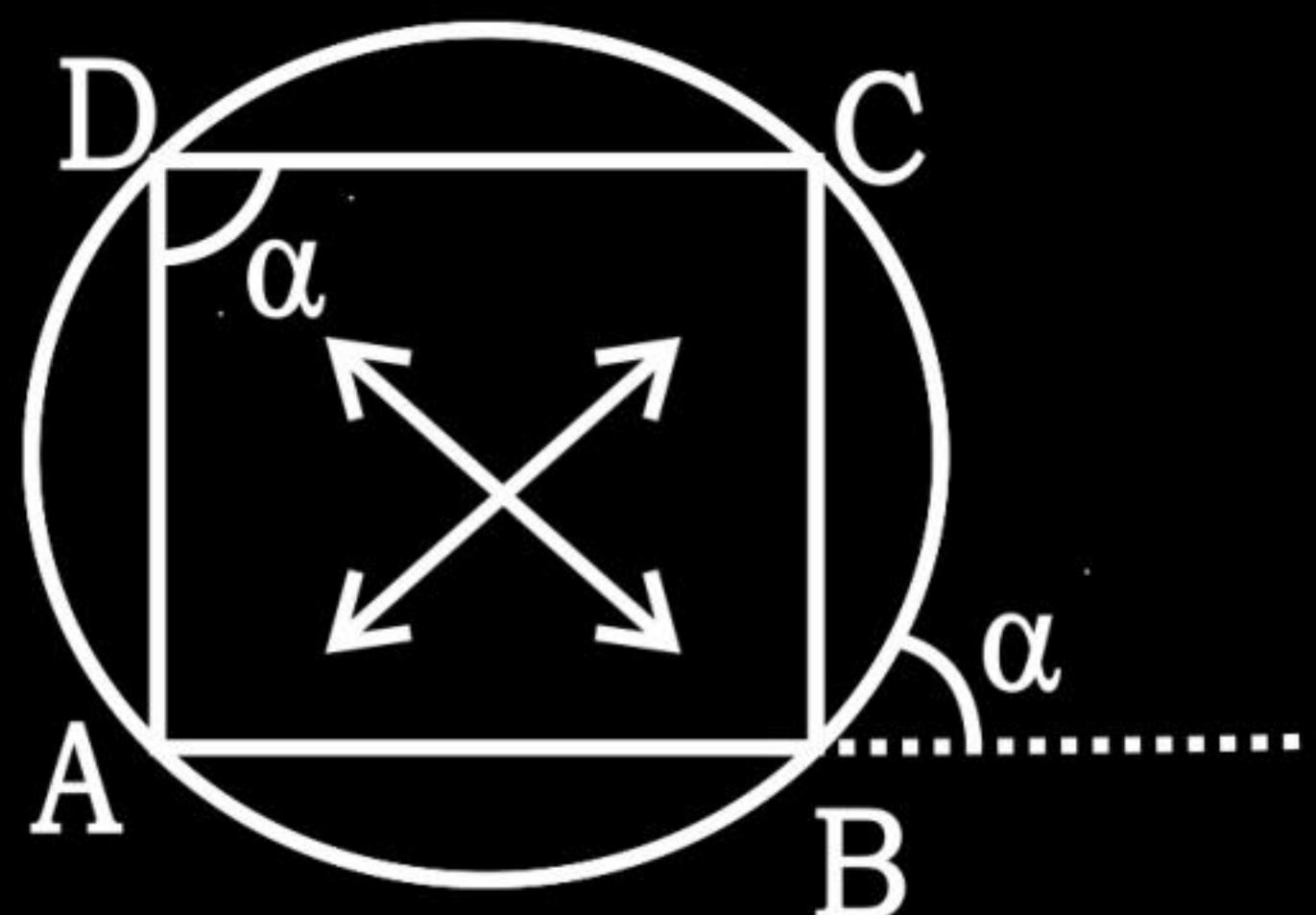
**Sum of the opposite angles of the cyclic quadrilateral is  $180^\circ$ .**

चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग  $180^\circ$  होता छे

$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$$

**In a cyclic quad., the exterior angle is equal to the opposite interior angle. (a)**

एक चक्रीय चतुर्भुज में, बाहरी कोण विपरीत आंतरिक कोण के बराबर होता है। (a)





**Three circles touches each other externally. Radius of the given circles  $\rightarrow x, y, z$  cm**

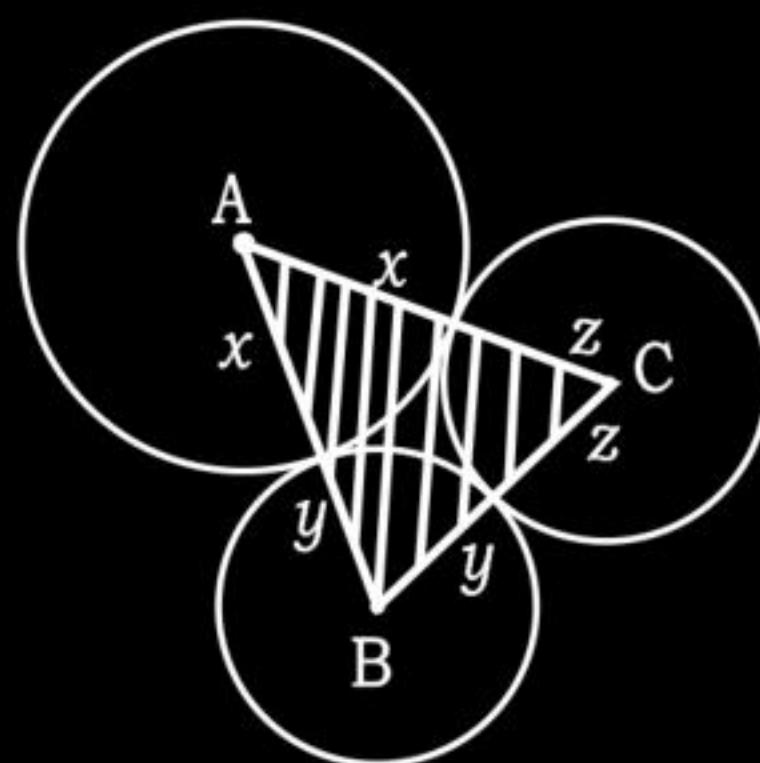
तीन वृत्त एक दूसरे को बाह्य रूप से स्पर्श करते हैं। दिए गए वृत्तों की त्रिज्या  $\rightarrow x, y, z$  सेमी

**Find the  $\text{ar}(\Delta ABC)$ , where A, B, C are given the centres of circles.**

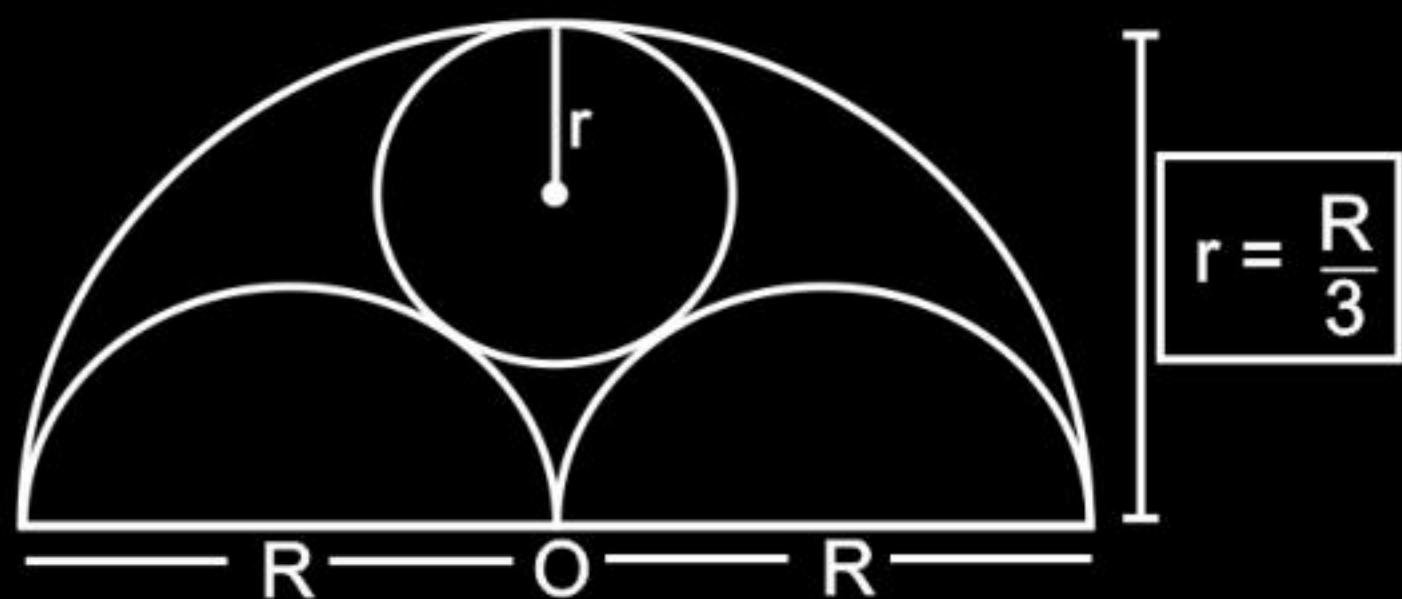
$\text{ar}(\Delta ABC)$  ज्ञात कीजिए, जहाँ A, B, C को वृत्तों के केंद्र दिए गए हैं।

$$\begin{aligned}\text{Sides of the } \Delta &= (x + z) + (z + y) + (x \\ &+ y) = 2(x + y + z)\end{aligned}$$

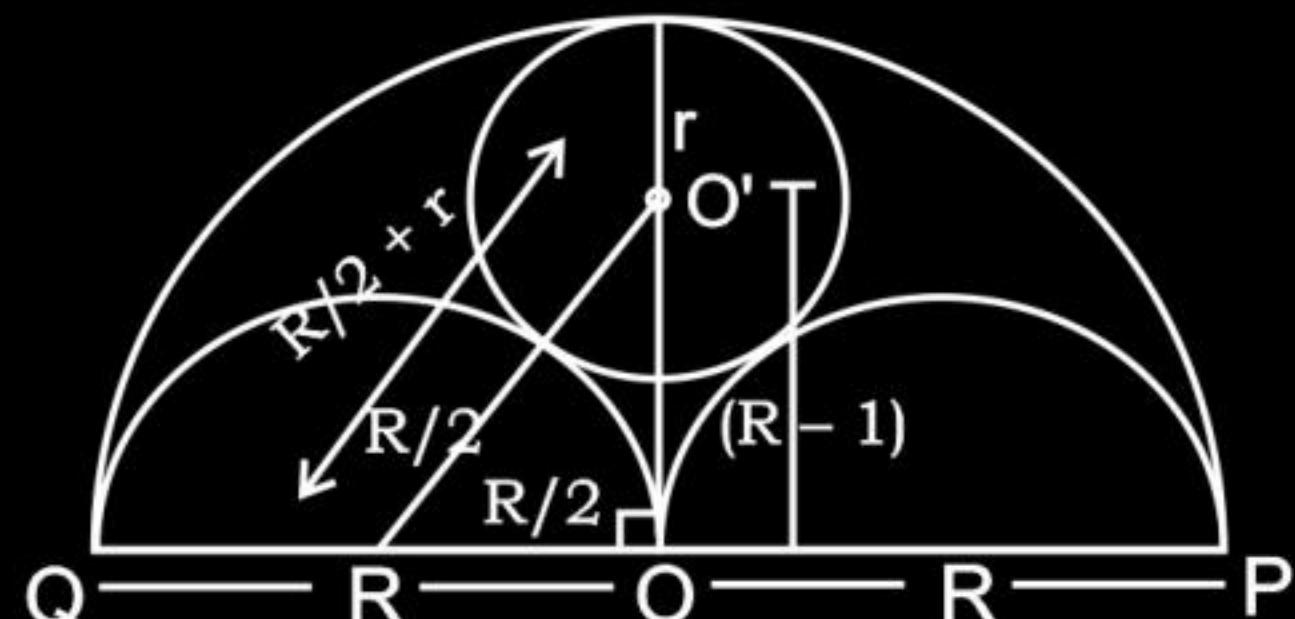
$$\text{Semi perimeter} = \frac{2(x+y+z)}{2}$$



$$\begin{aligned}\text{ar}(\Delta ABC) &= \sqrt{\frac{(x+y+z)(x+y+z-x-y)(x+y+z-y-z)}{(x+y+z-z-x)}} \\ &\quad \sqrt{(x+y+z)xyz} \quad \text{Result: } \text{ar}(\Delta ABC) = \sqrt{xyz(x+y+z)}\end{aligned}$$



Proof:

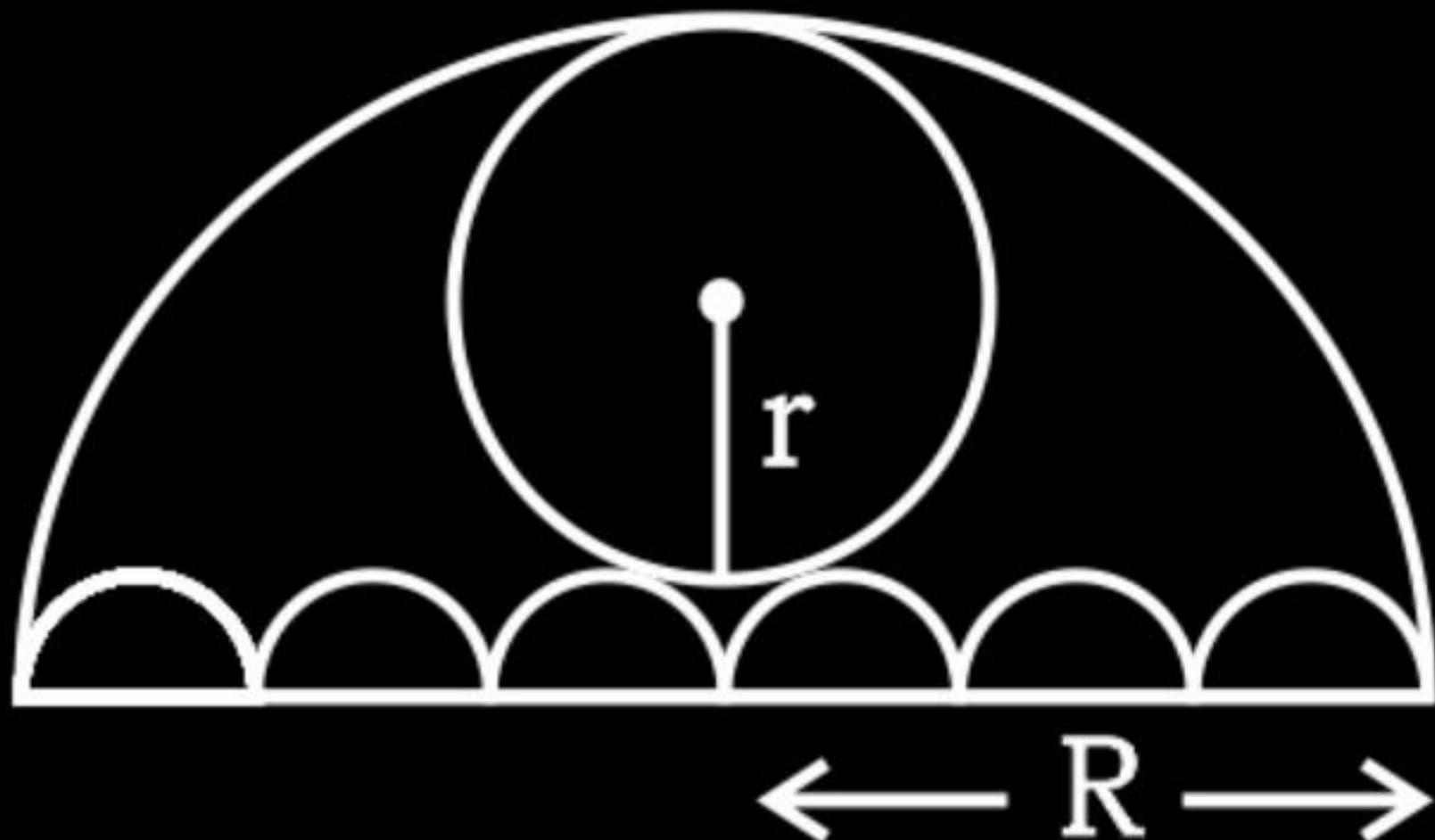
 $\ln , \perp \Delta$ 

$$\left(\frac{R}{2} + r\right)^2 = \left(\frac{R}{2}\right)^2 + (R + r)^2$$

$$\frac{R^2}{4} + r^2 + 2Rr = \frac{R^2}{4} + R^2 + r^2 - 2Rr$$

$$3Rr = R^2$$

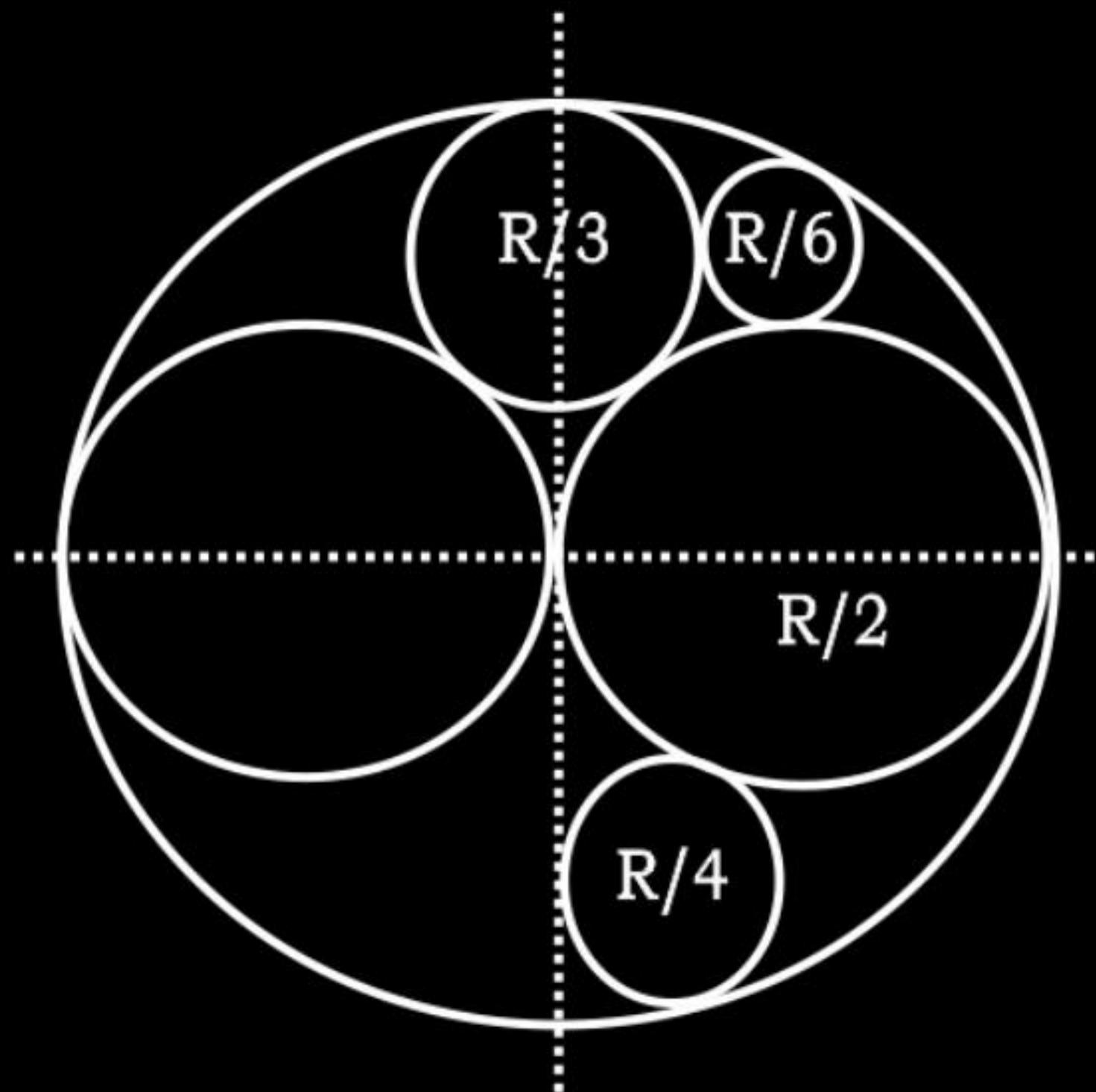
$$r = \frac{R}{3}$$



$$r = \frac{nR}{2(n+1)}$$

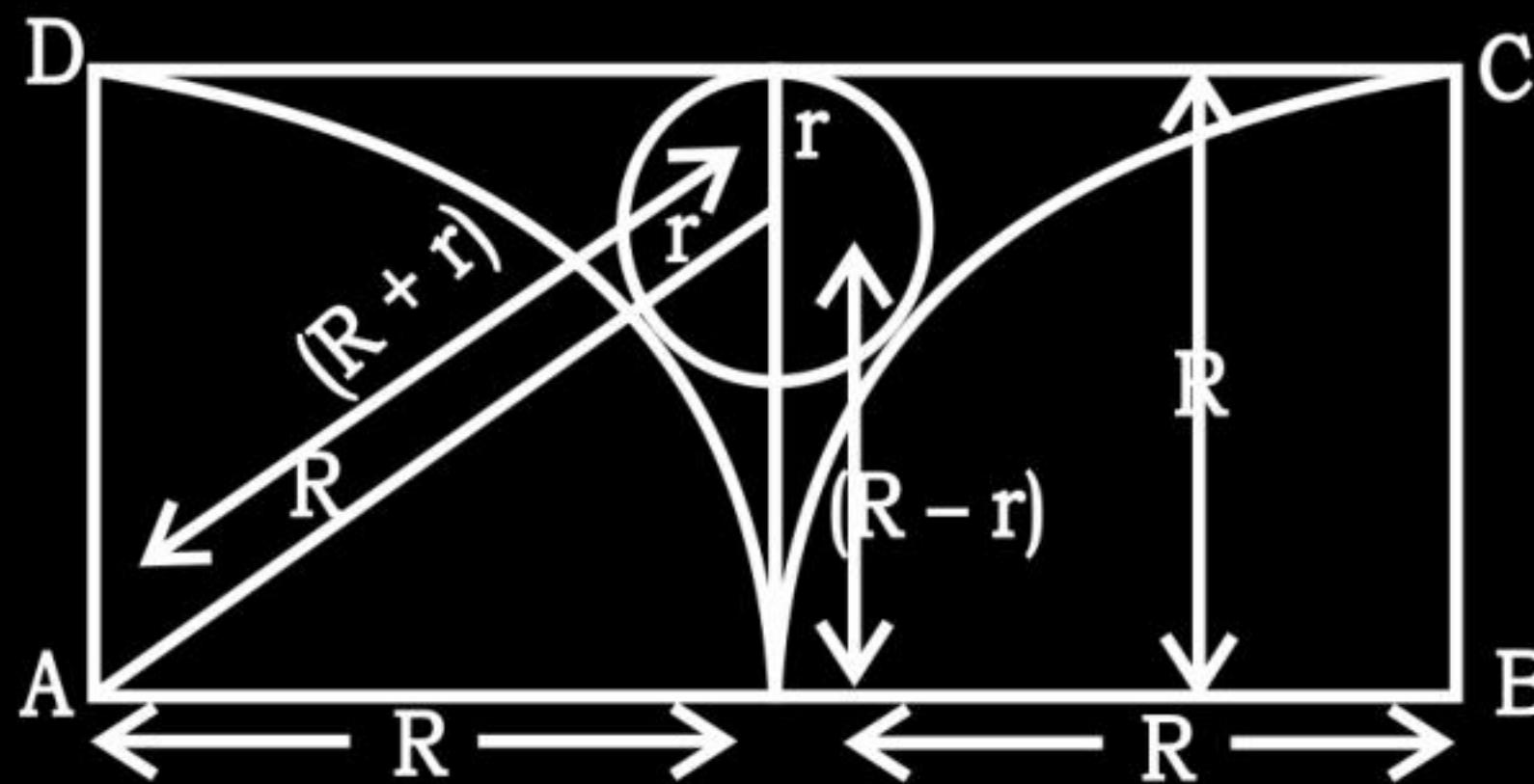
**n = total number of smaller circles**

n = छोटे वृत्तों की कुल संख्या



**Radius of bigger circle = R**

बड़े वृत्त की त्रिज्या = R



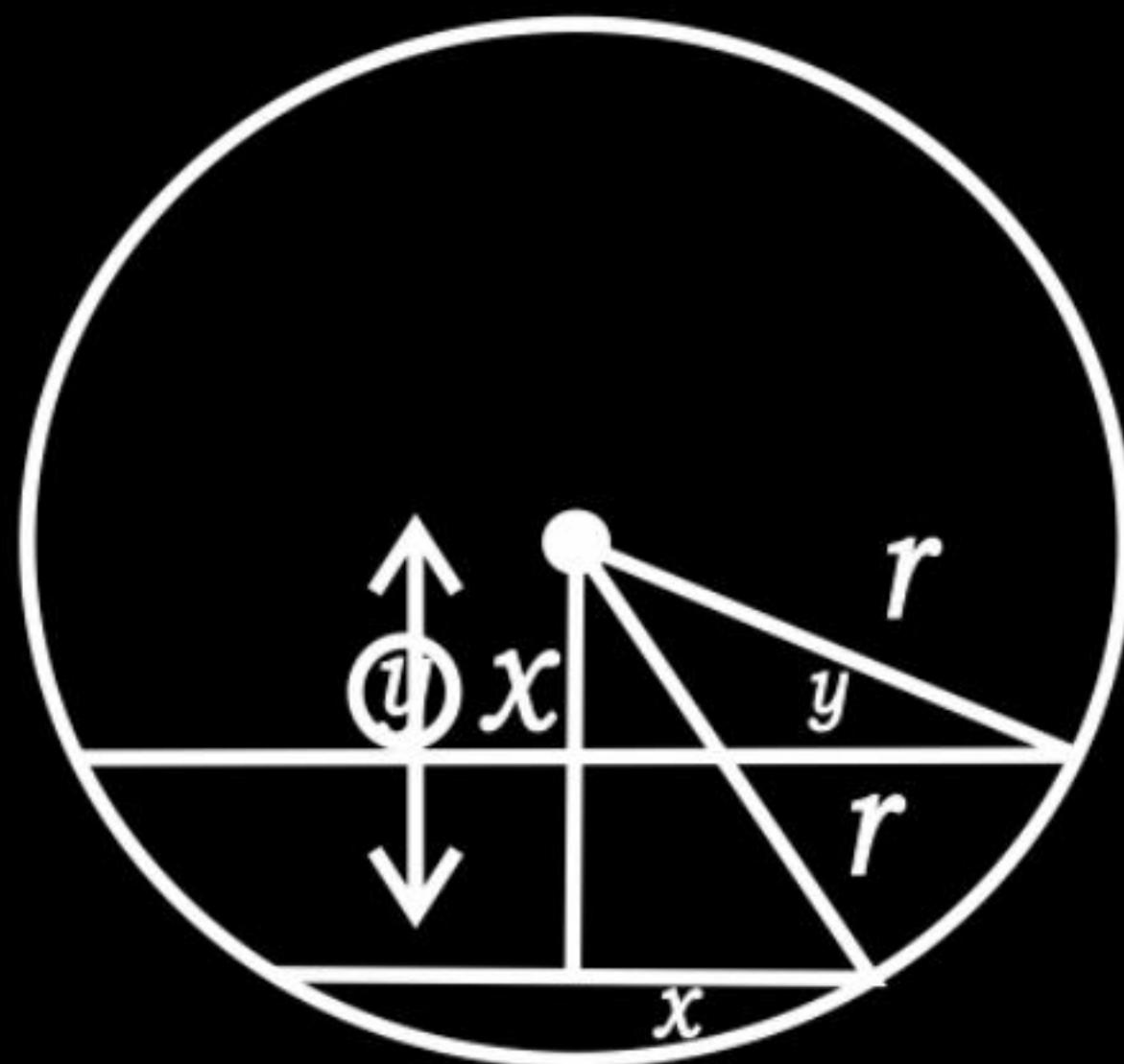
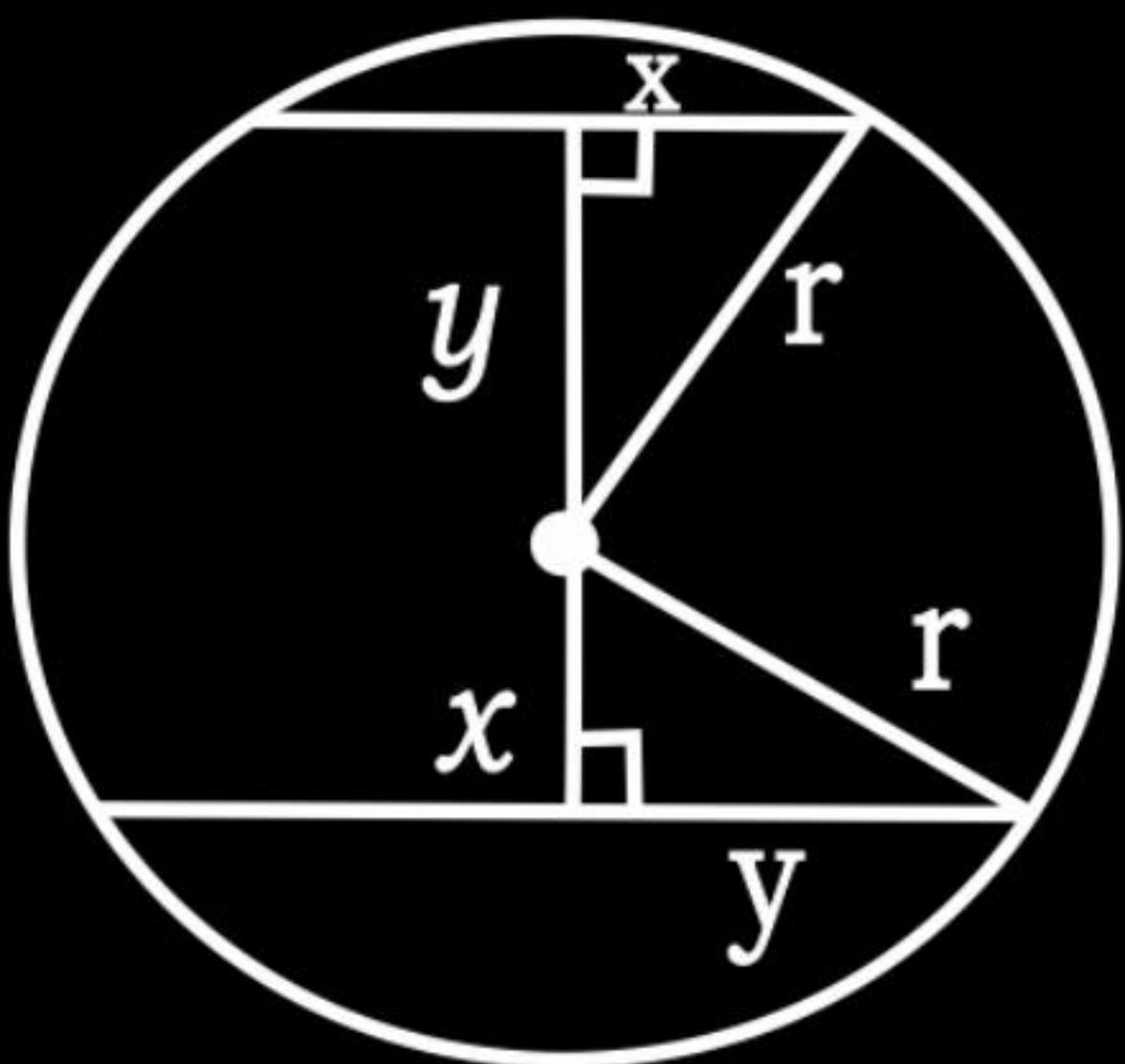
$$(R + r)^2 = R^2 + (R - r)^2$$

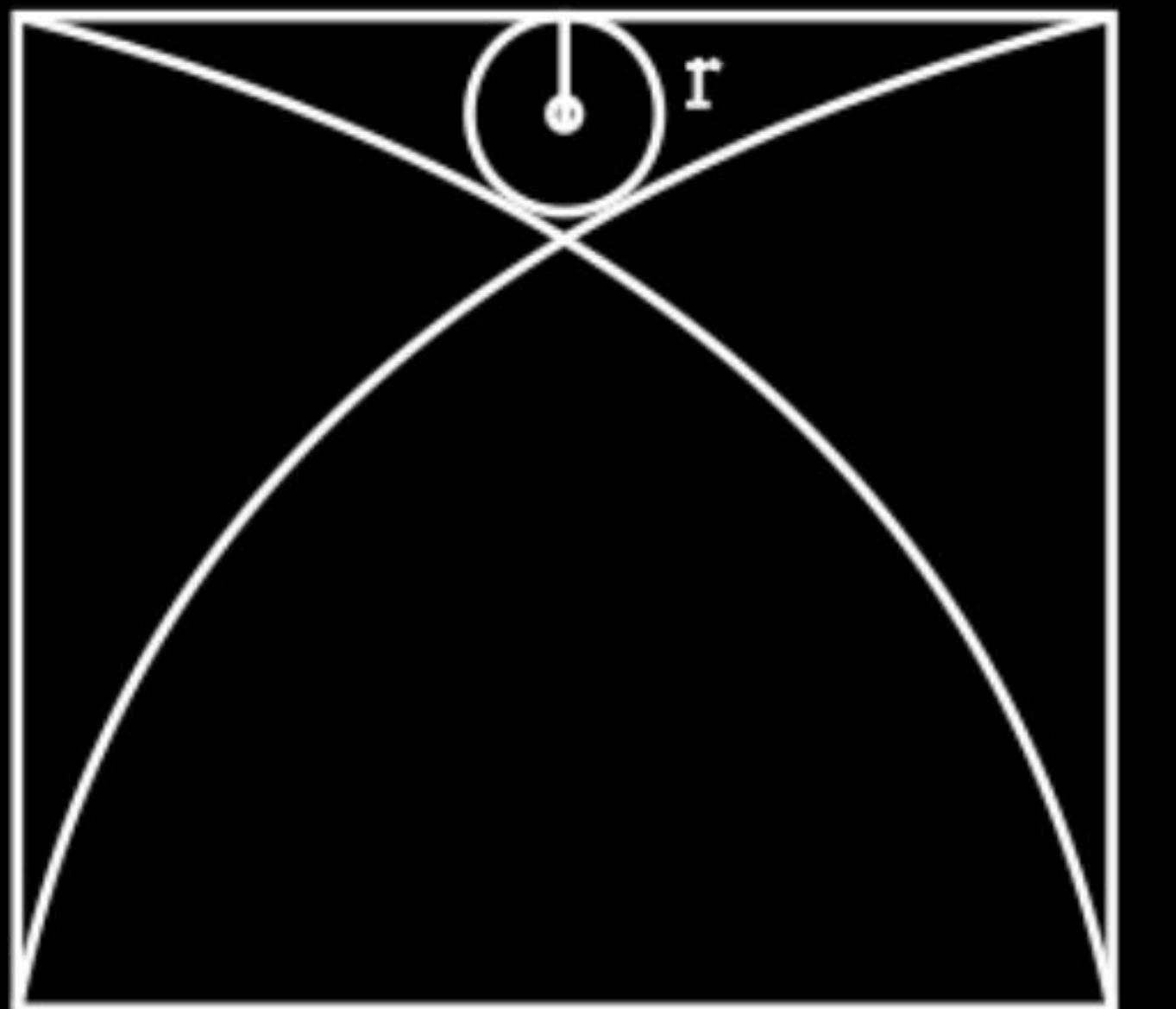
$$R^2 + r^2 + 2Rr = R^2 + R^2 + r^2 - 2Rr$$

$$4Rr = R^2$$

$$r = \frac{R}{4}$$

**Point to remember:-**





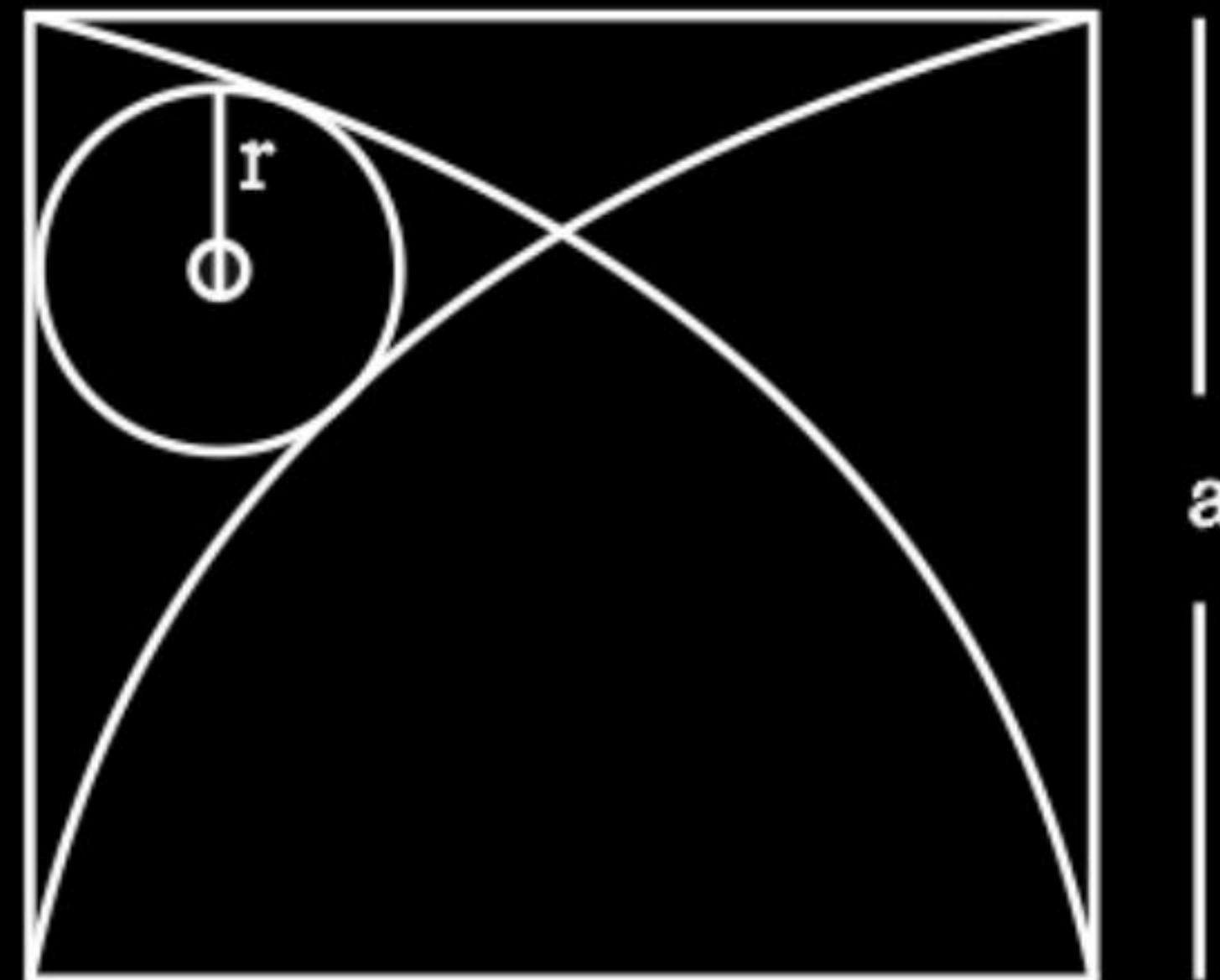
|

a

|

— a —

$$r = \frac{a}{4}$$



|

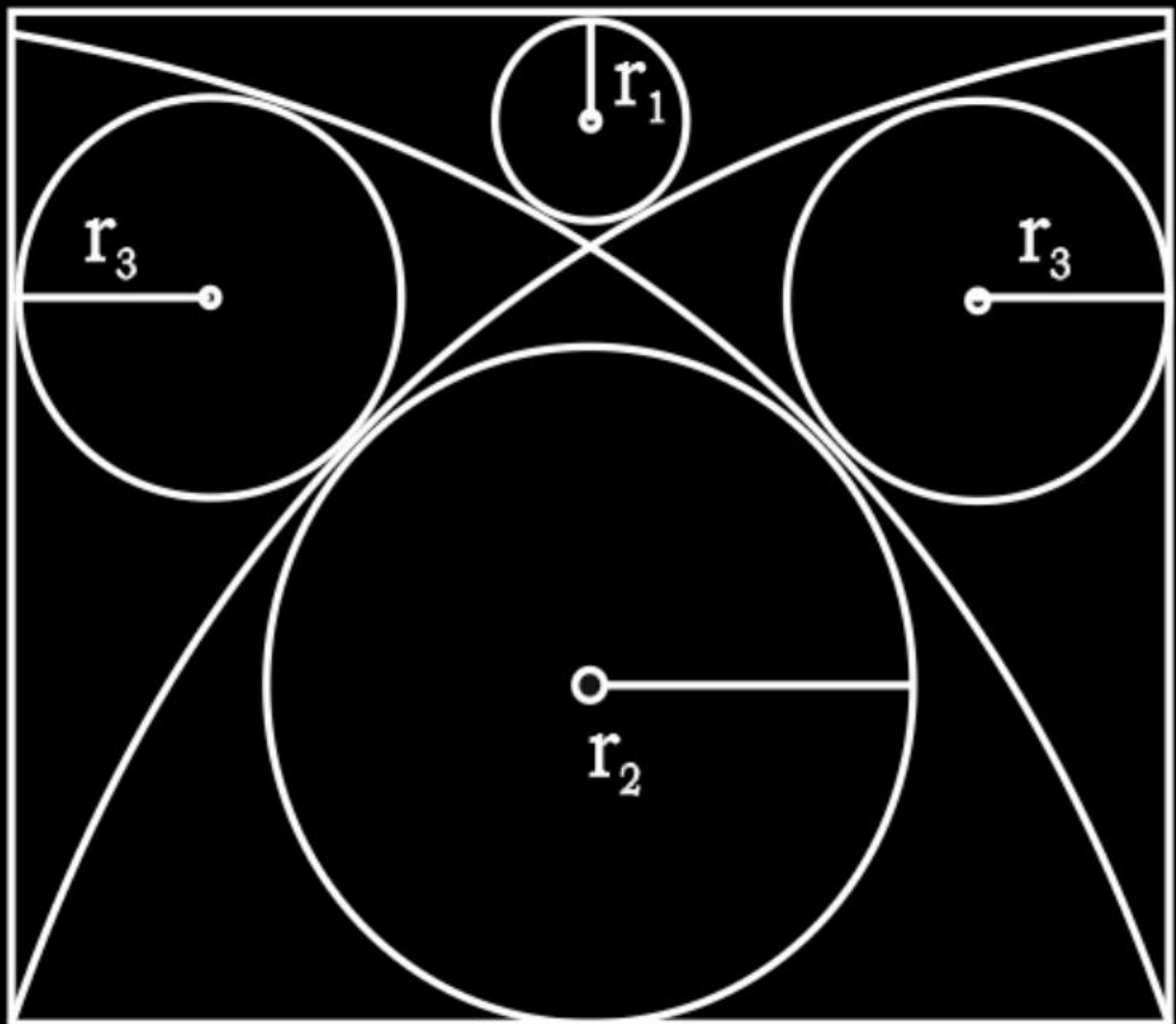
a

|

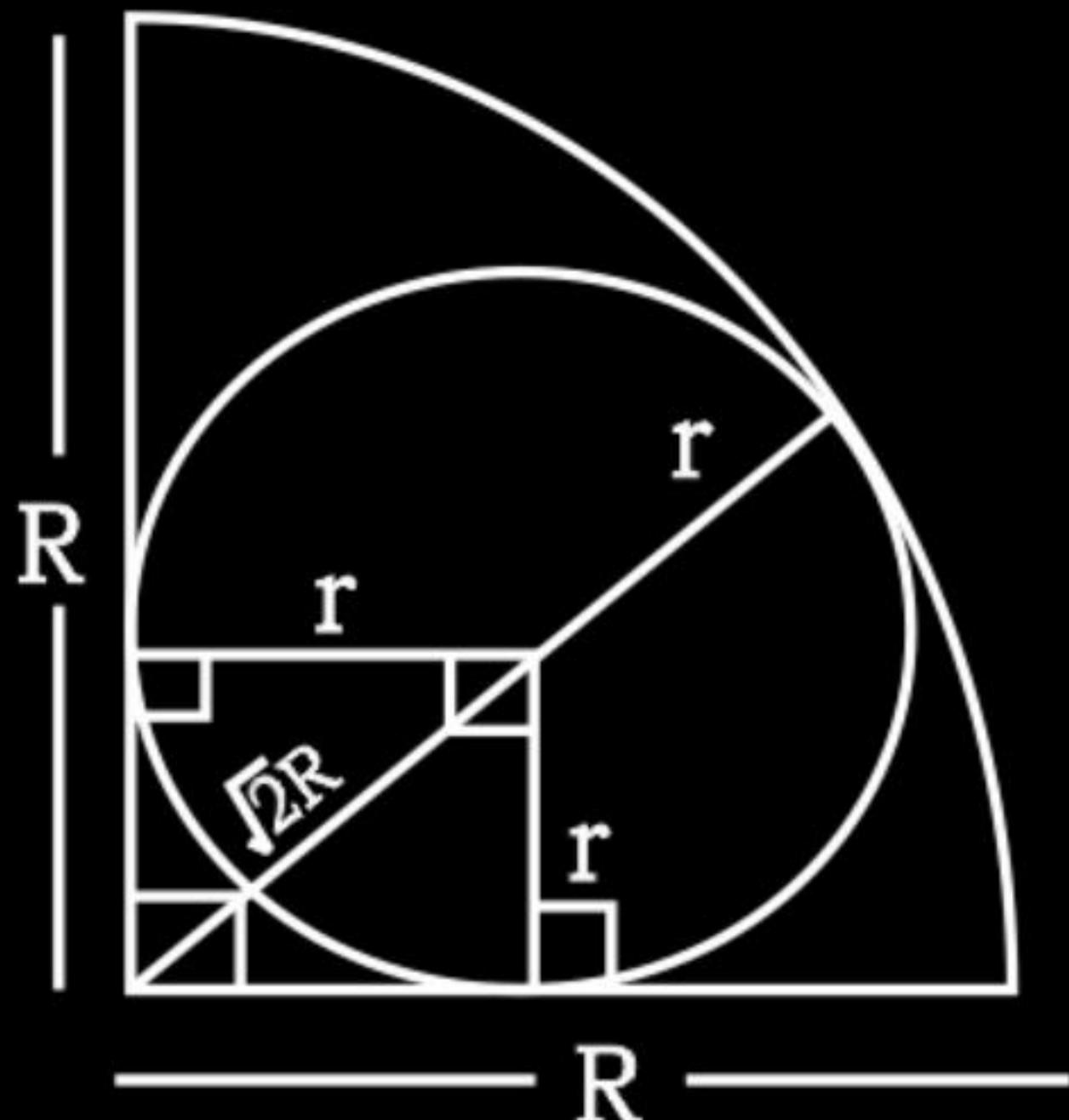
— a —

$$r = \frac{a}{6}$$

ABCD = square of  
side 'a' cm



$$r_1 = \frac{a}{16}, r_2 = \frac{3}{8}a, r_3 = \frac{a}{6}$$

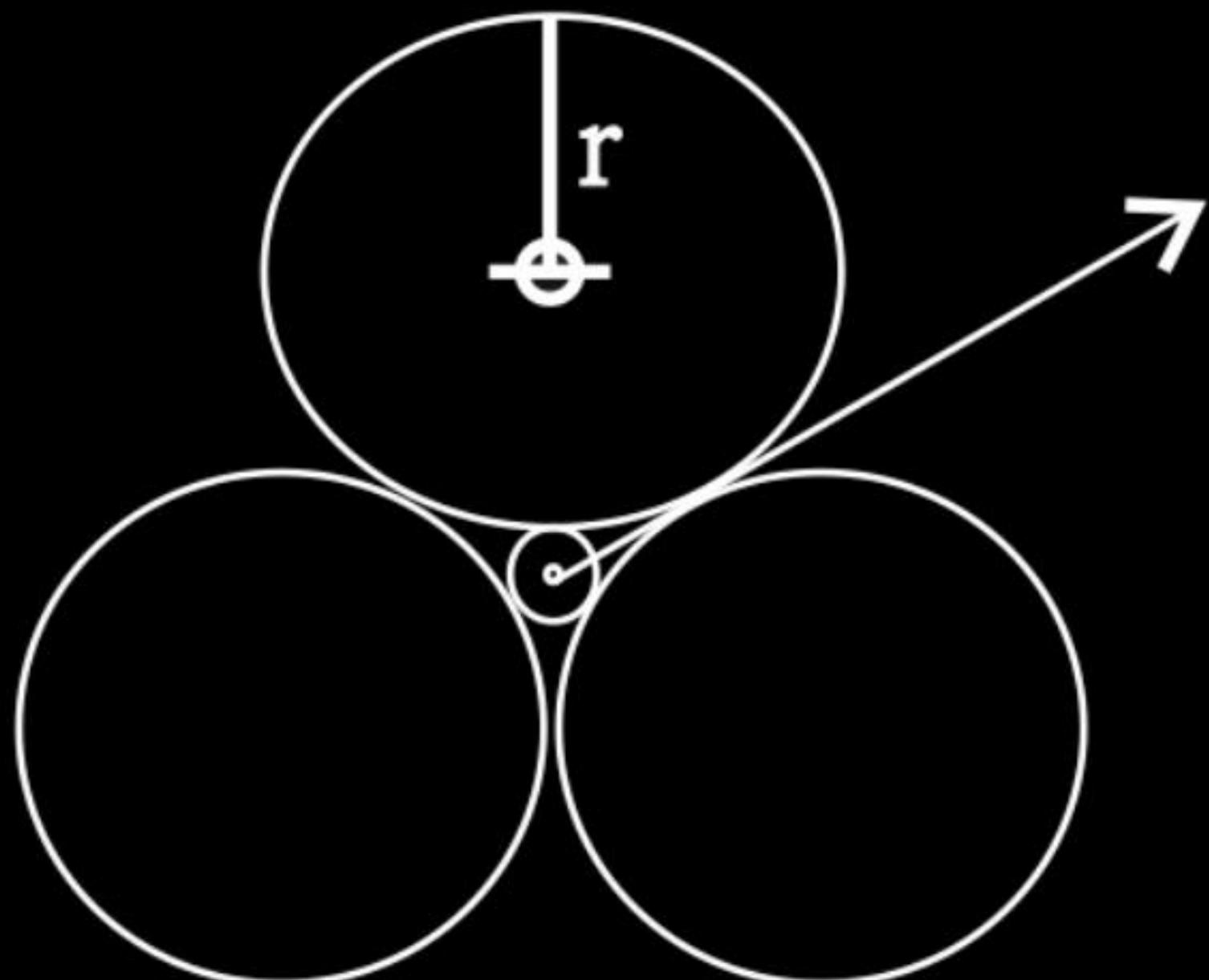


**Now,**  $\sqrt{2}r + r = R$

$$r(\sqrt{3} + 1) = R$$

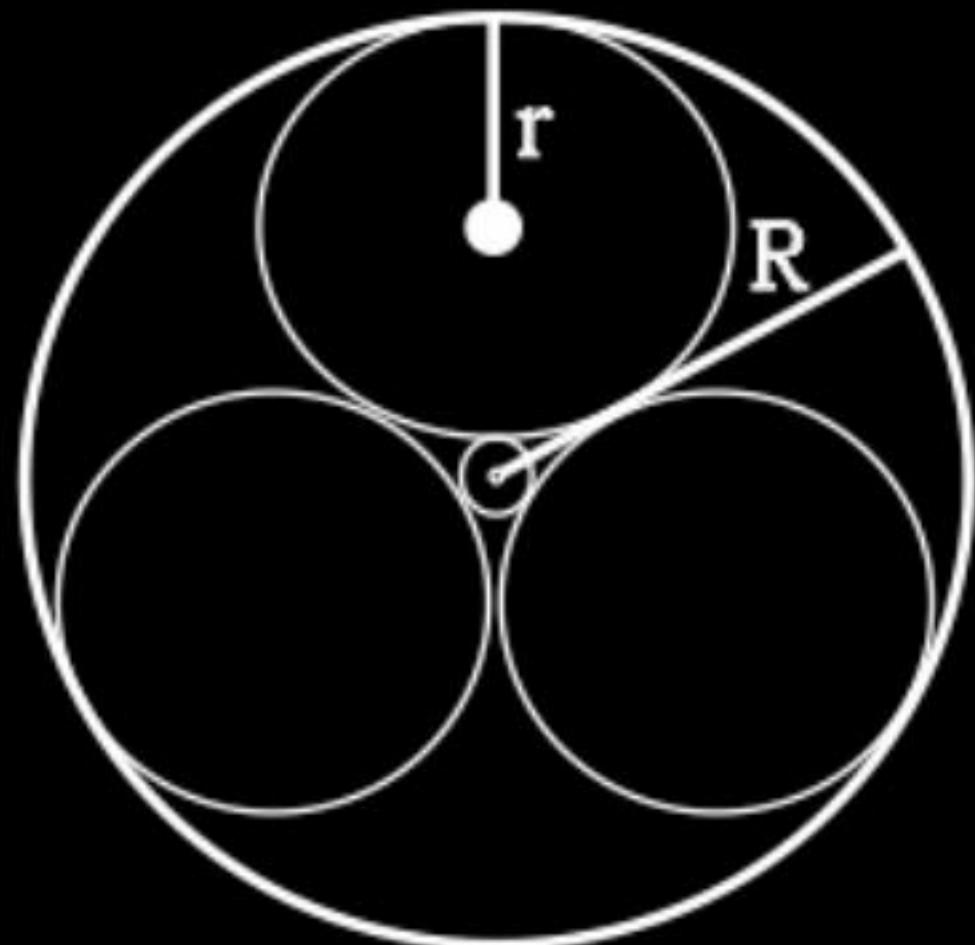
$$r = \frac{R}{\sqrt{2}+1} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}$$

$$r = R(\sqrt{2} - 1)$$

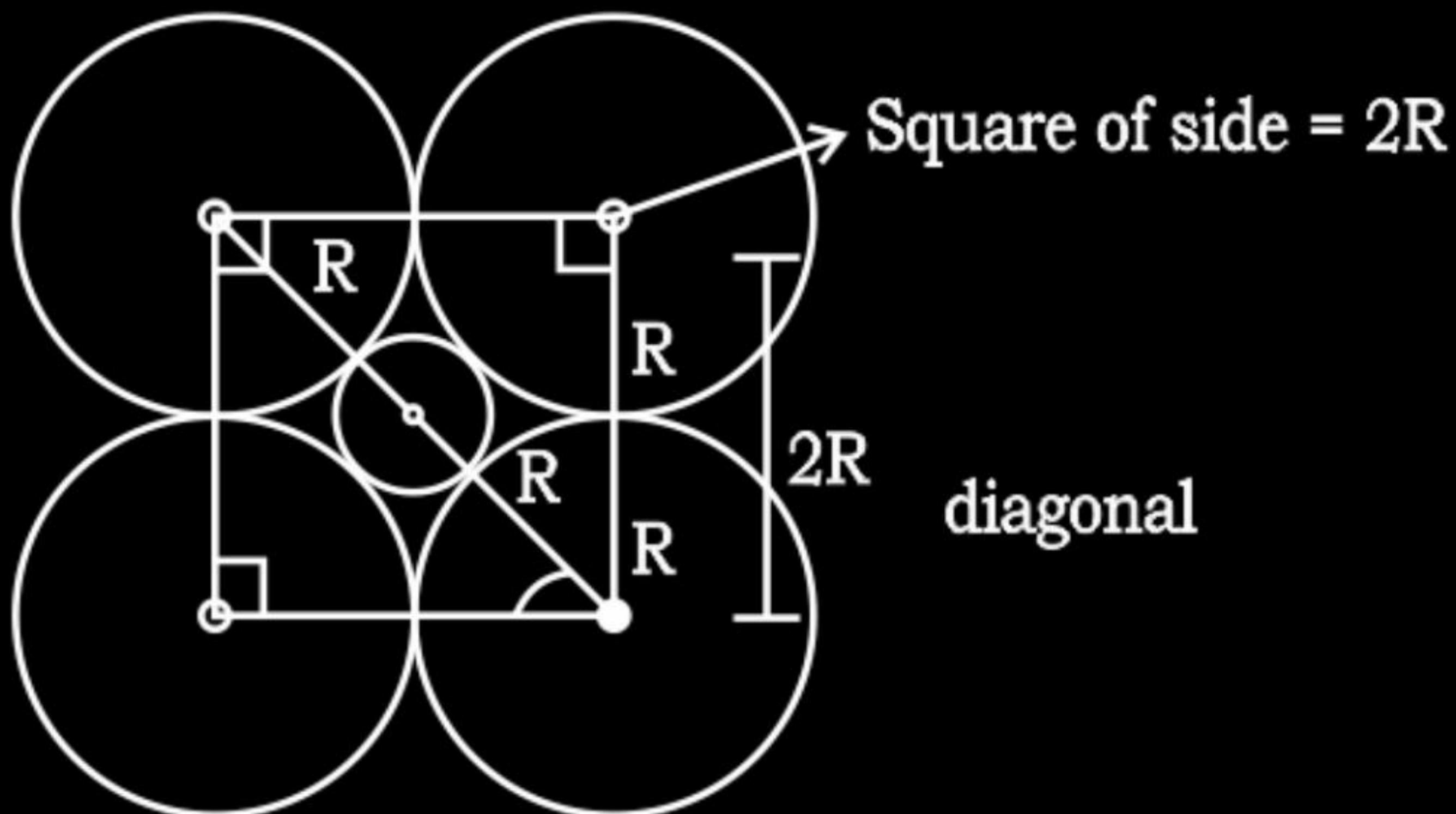


radius  
of small  
circle

$$= \frac{2r}{\sqrt{3}} - r$$



radius of bigger circle =  $r \frac{2r}{\sqrt{3}}$



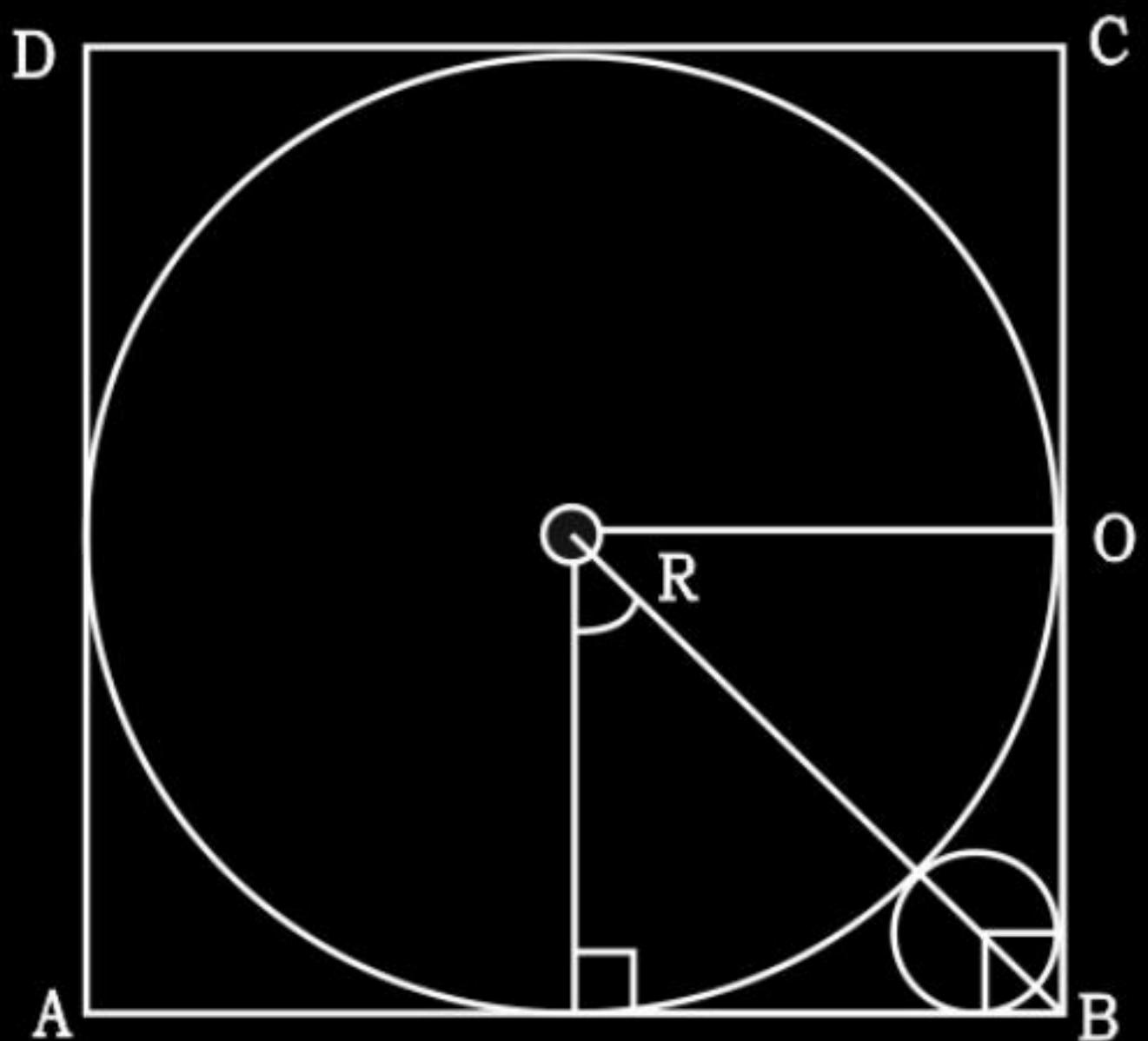
**Now,**

$$R + R + 2r = 2\sqrt{2}R$$

$$2R + 2r = 2\sqrt{2}R$$

$$R = \sqrt{2}R - R$$

$$r = R(\sqrt{2} - 1)$$



**Side of square =  $2R$**

**(OB) diagonal =  $\sqrt{2}R$**  ... (1)

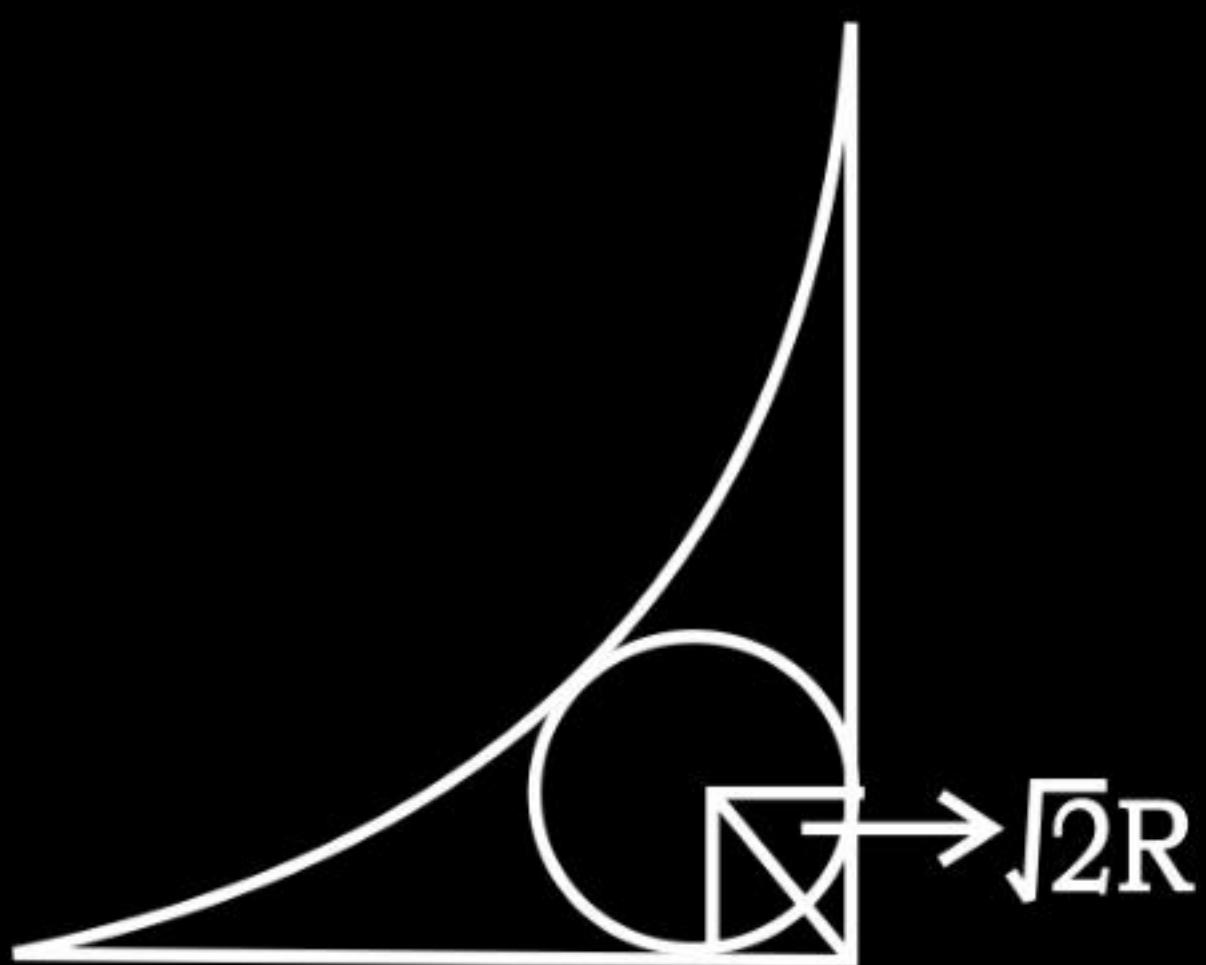
**Also,**

**$OB = R + r + \sqrt{2}r$**  ... (2)

**From (1) and (2)**

$$\sqrt{2}R = R + r + \sqrt{2}r$$

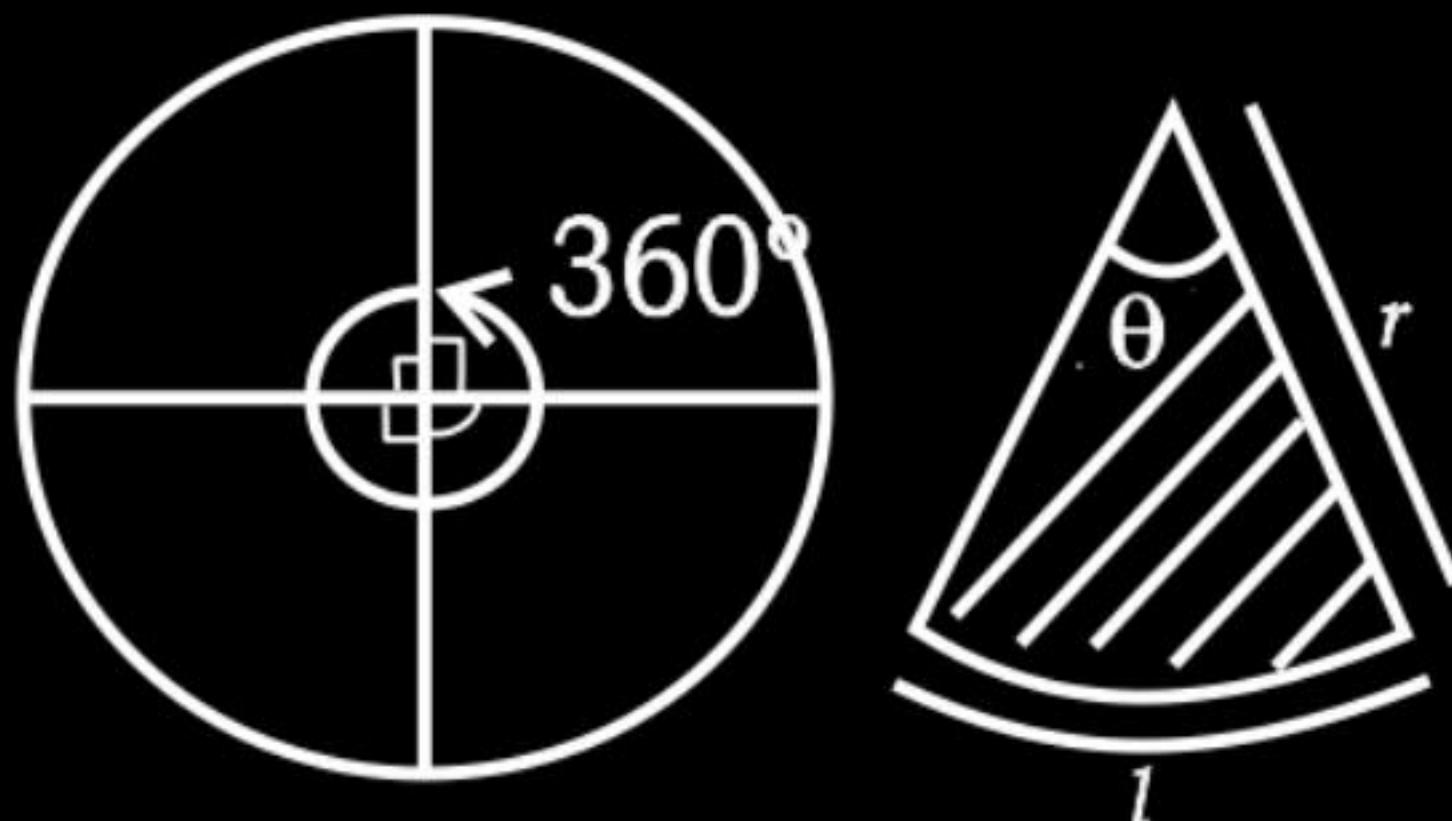
$$r = R(\sqrt{2} - 1)^2$$





## Points to remember:-

याद रखने वाले संकेत:-



$$\text{Area (sector)} = \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ}$$

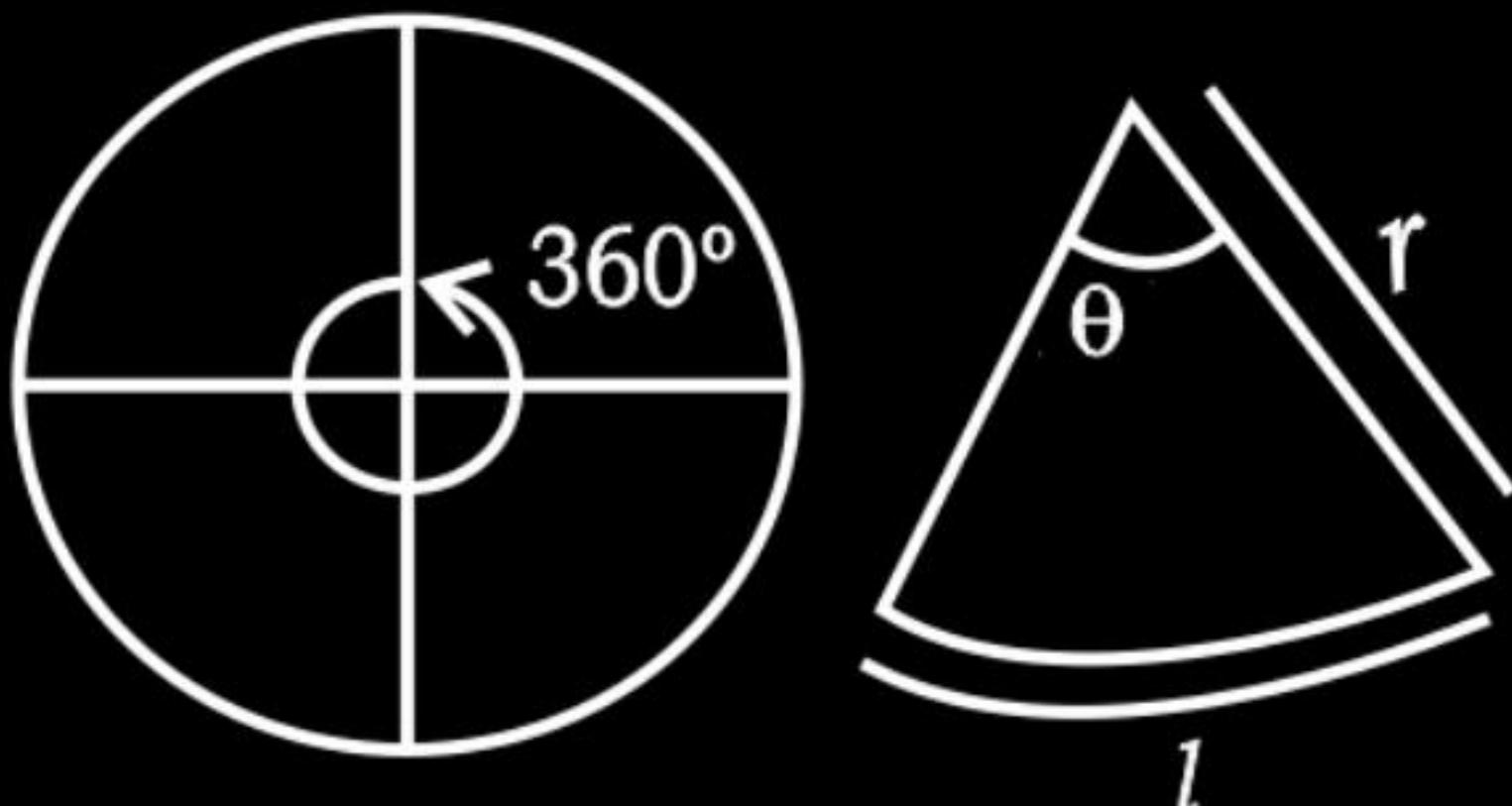
OR

$$\frac{1}{2} \times l \times r$$

$$360^\circ \xrightarrow{\text{Area}} \pi R^2$$

$$1^\circ \xrightarrow{\text{Area}} \frac{\pi R^2}{360^\circ}$$

$$\theta \xrightarrow{\text{Area}} \frac{\pi R^2 \theta}{360^\circ}$$

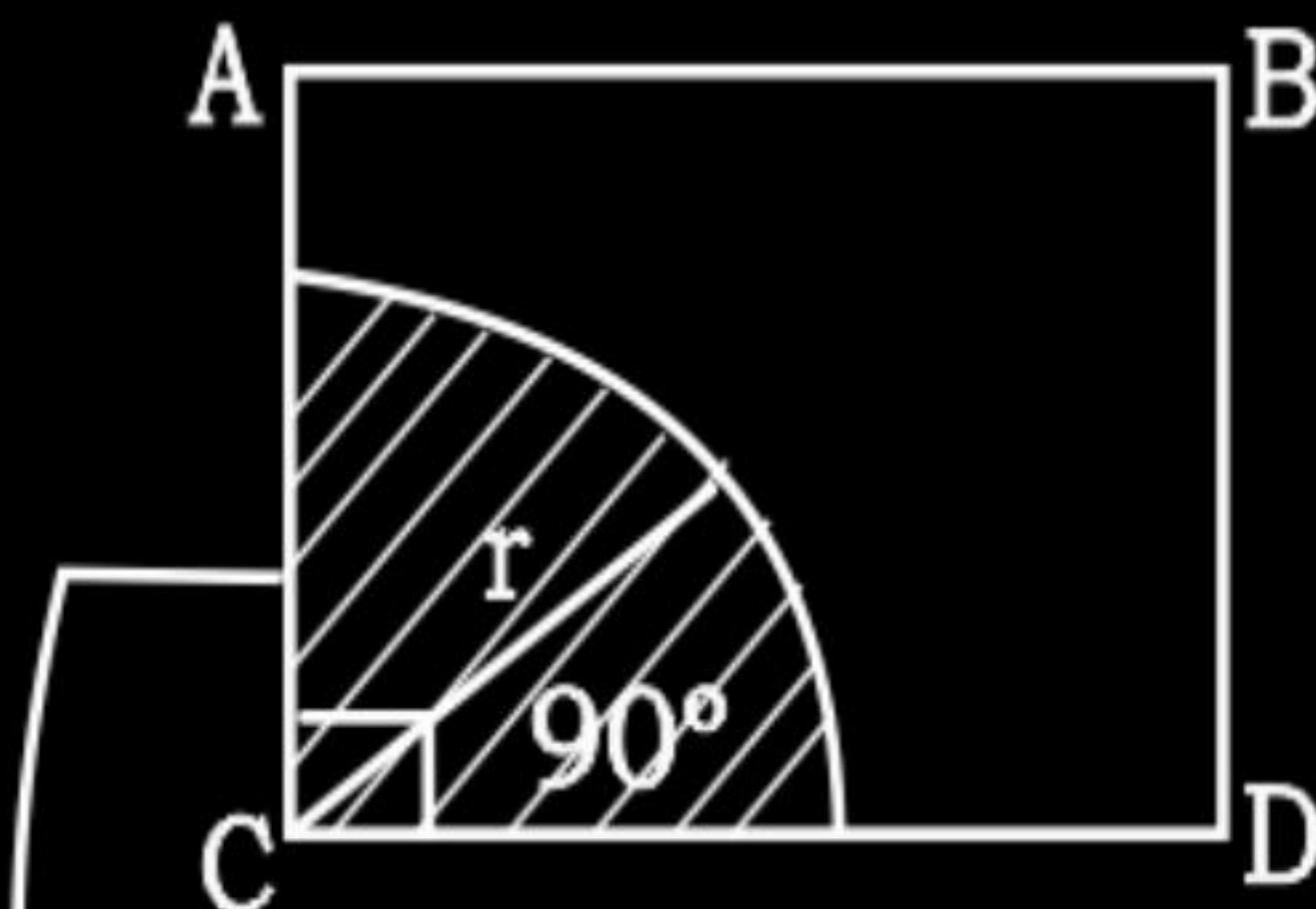


$$\text{Length of Arc} = \frac{2\pi r \theta}{360^\circ}$$

$$360^\circ \xrightarrow{\text{circumference}} 2\pi r$$

$$1^\circ \xrightarrow{\text{circumference}} \frac{2\pi r}{360^\circ}$$

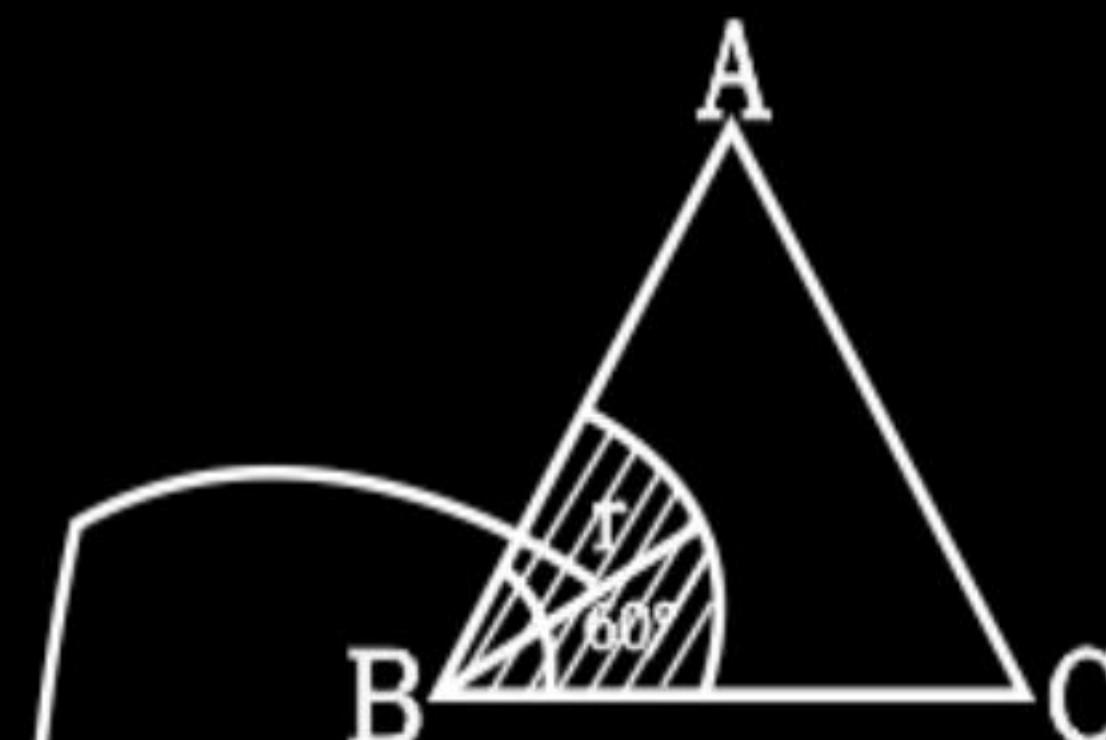
$$\theta \xrightarrow{\text{circumference}} \frac{2\pi r}{360^\circ} \times \theta$$



ABCD is a square.

$$\rightarrow \text{Area} = \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ} = \frac{\pi r^2 90}{360^\circ}$$

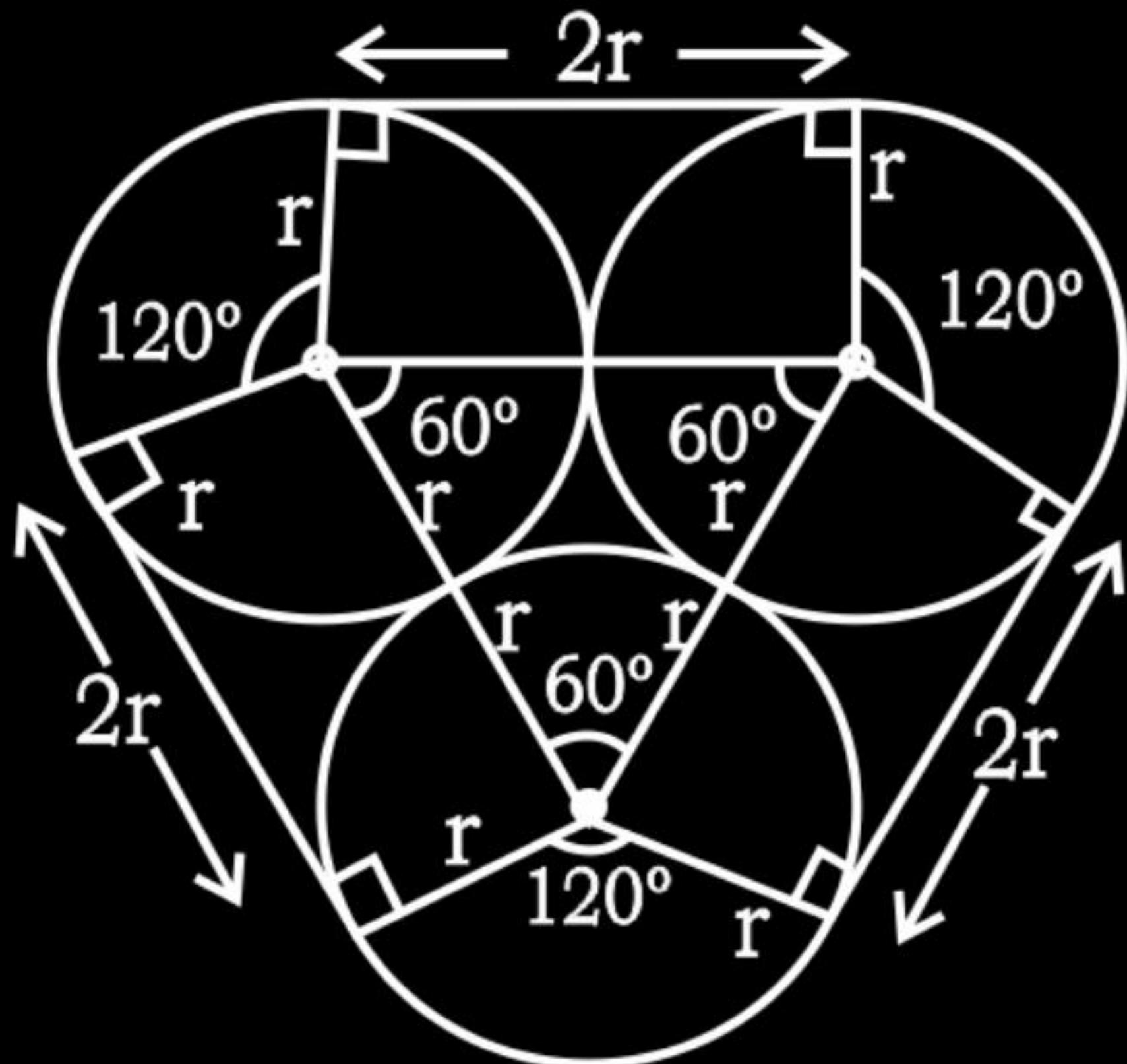
$$\boxed{\text{Area} = \frac{\pi r^2}{4}}$$



ABC is an equilateral triangle.

$$\rightarrow \text{Area} = \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ} = \frac{\pi r^2 60}{360^\circ}$$

$$\boxed{\text{Area} = \frac{\pi r^2}{6}}$$

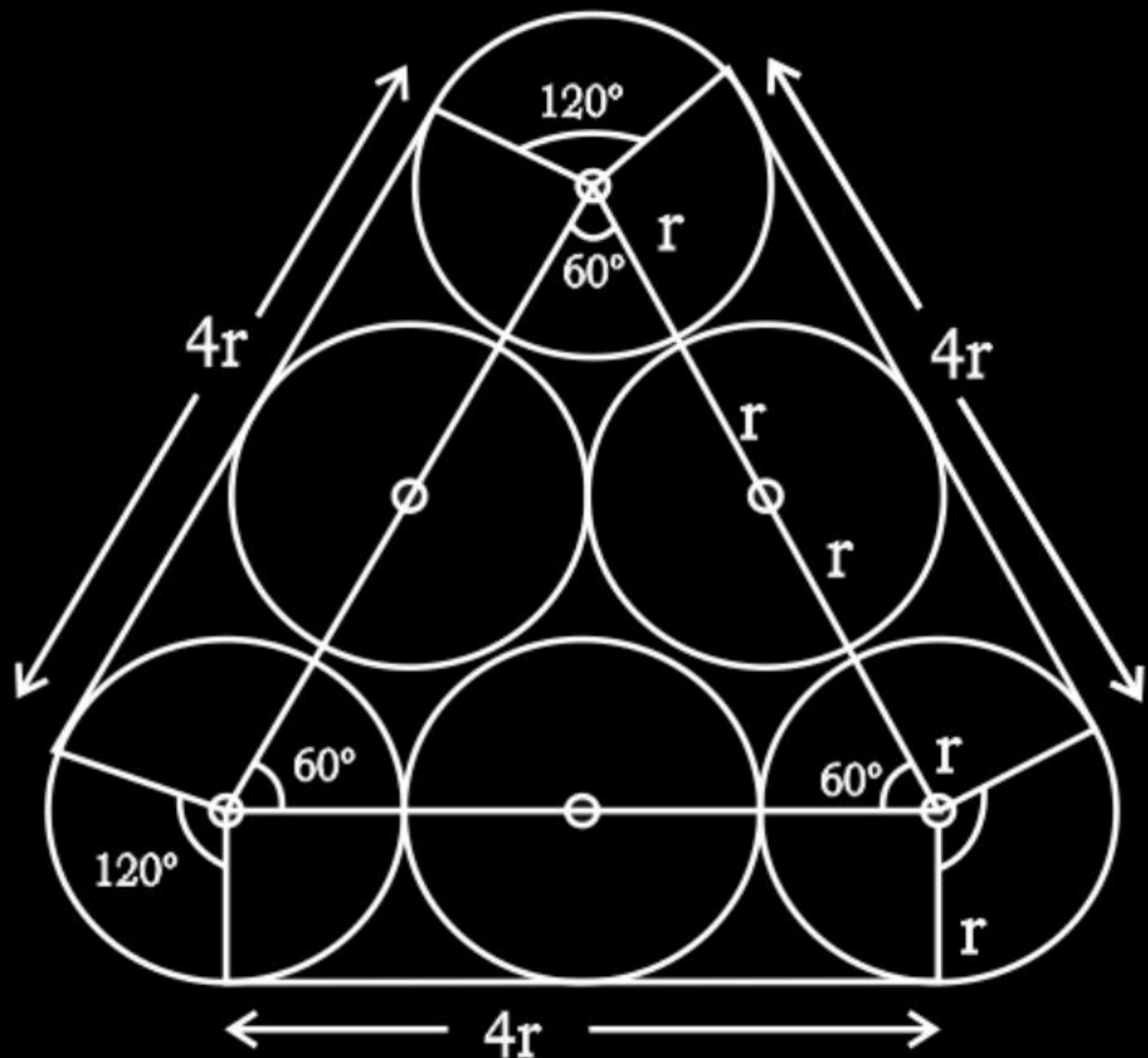


$$\text{Length of thread} = 2r + 2r + 2r + 360^\circ$$

$$\text{धागे की लंबाई} = 6r + 360^\circ$$

$$\text{Length of thread} = 6r + 2\pi r$$

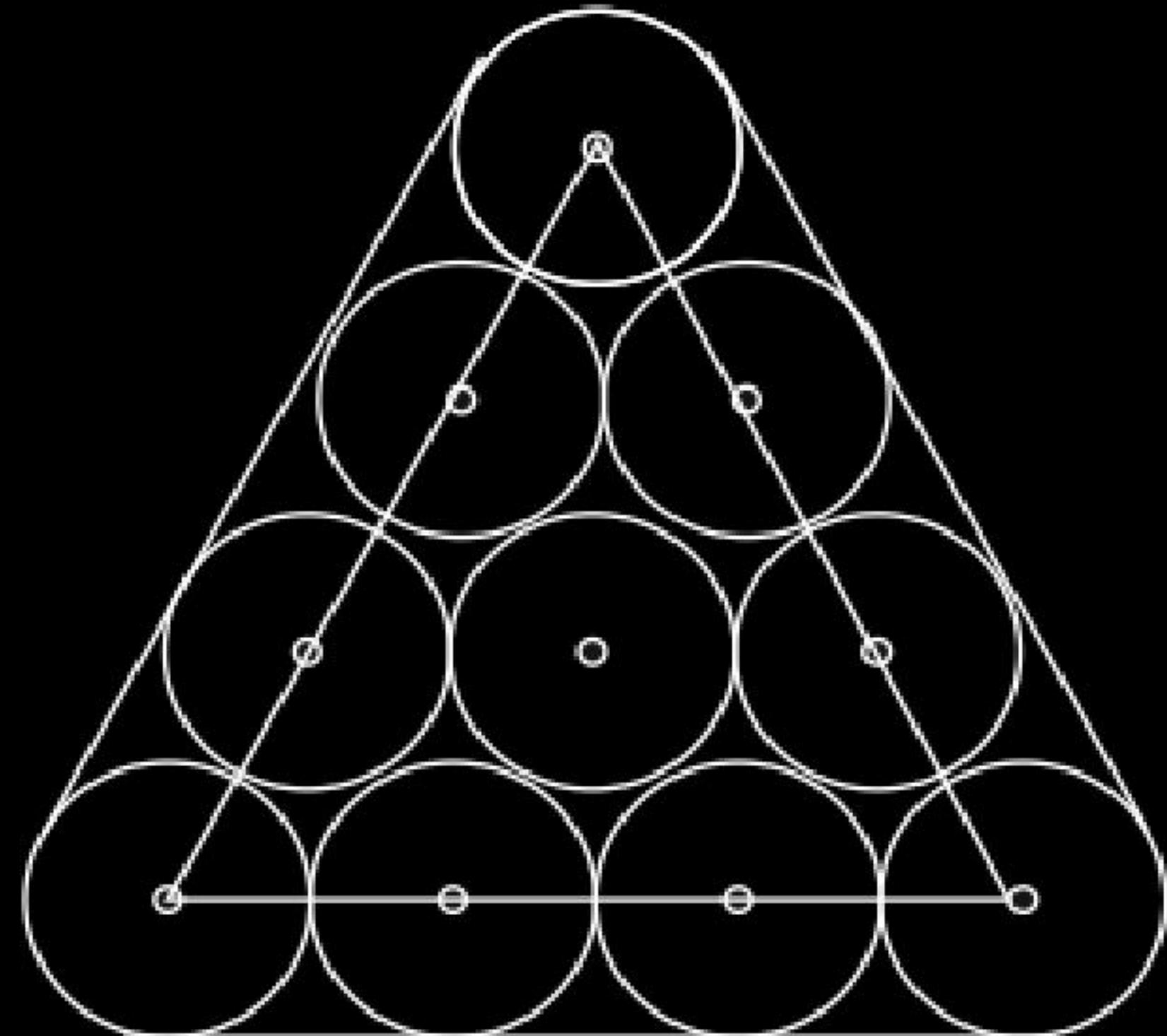
$$\text{धागे की लंबाई}$$



**6 identical circles, 'r' radius each**

**Length of thread =  $3(4r) + 360^\circ$  (circumference)**

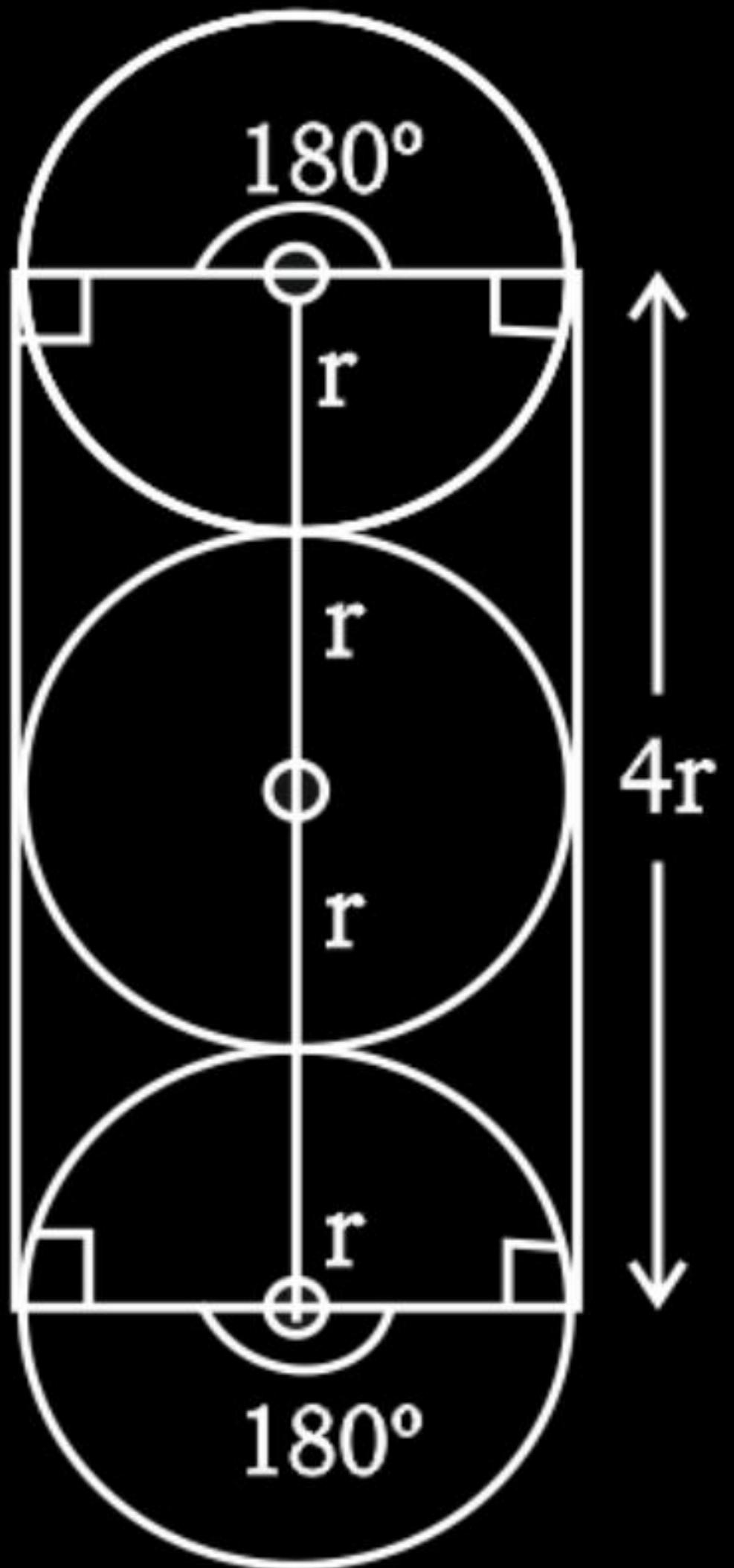
$$12r + 2\pi r$$



**10 identical circles, 'r' = radius each.**

**Length of thread =  $3(6r) + 360^\circ$  (circle)**

$$18r + 2\pi r$$



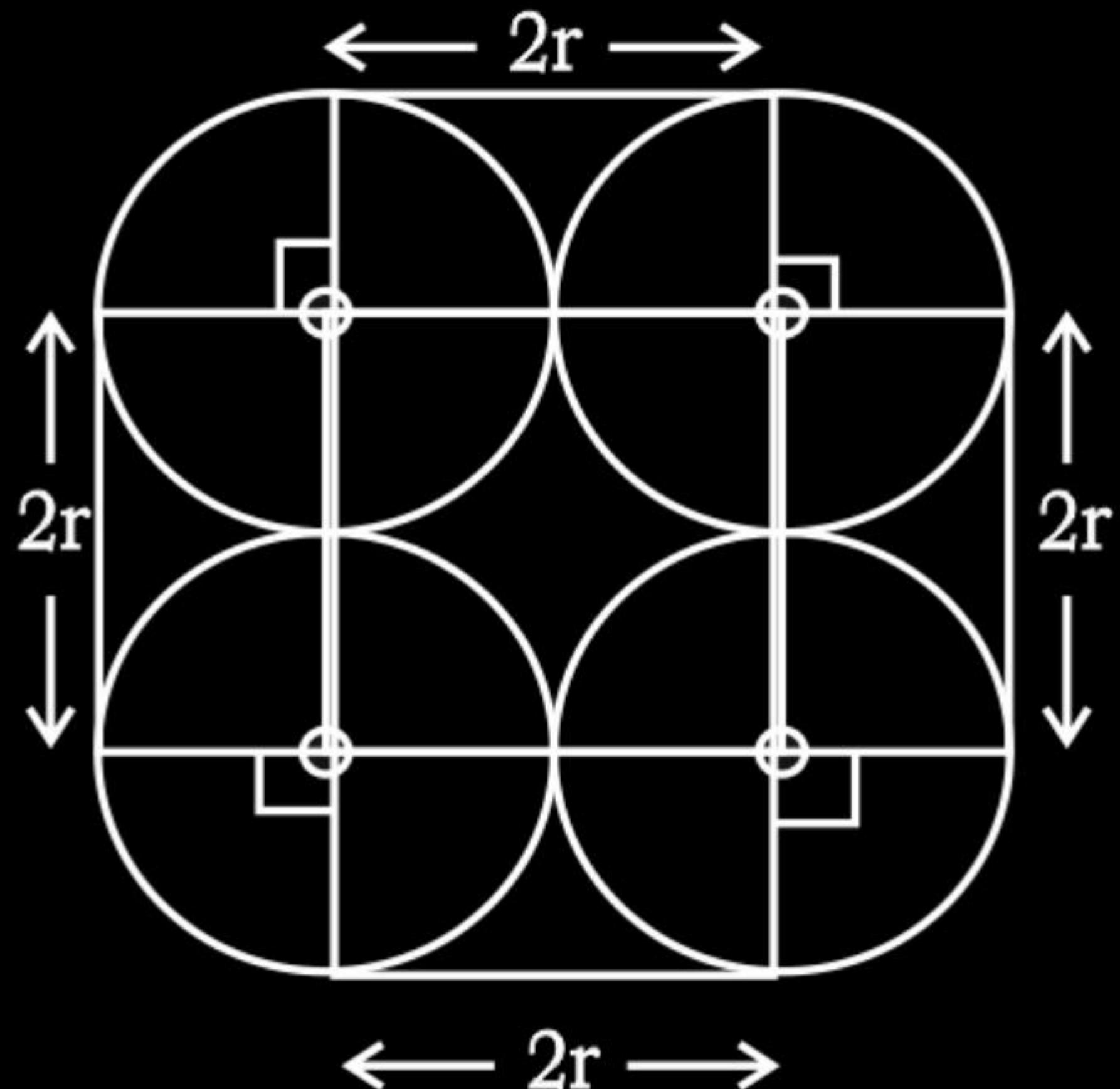
**3 identical circles.**

**$r$  = radius each**

**Length of thread**

$$= 2(4r) + 360^\circ \text{ (circumference)}$$

$$= 8r + 2\pi r$$



**3 identical circles.**

$r$  = radius each

**Length of thread**

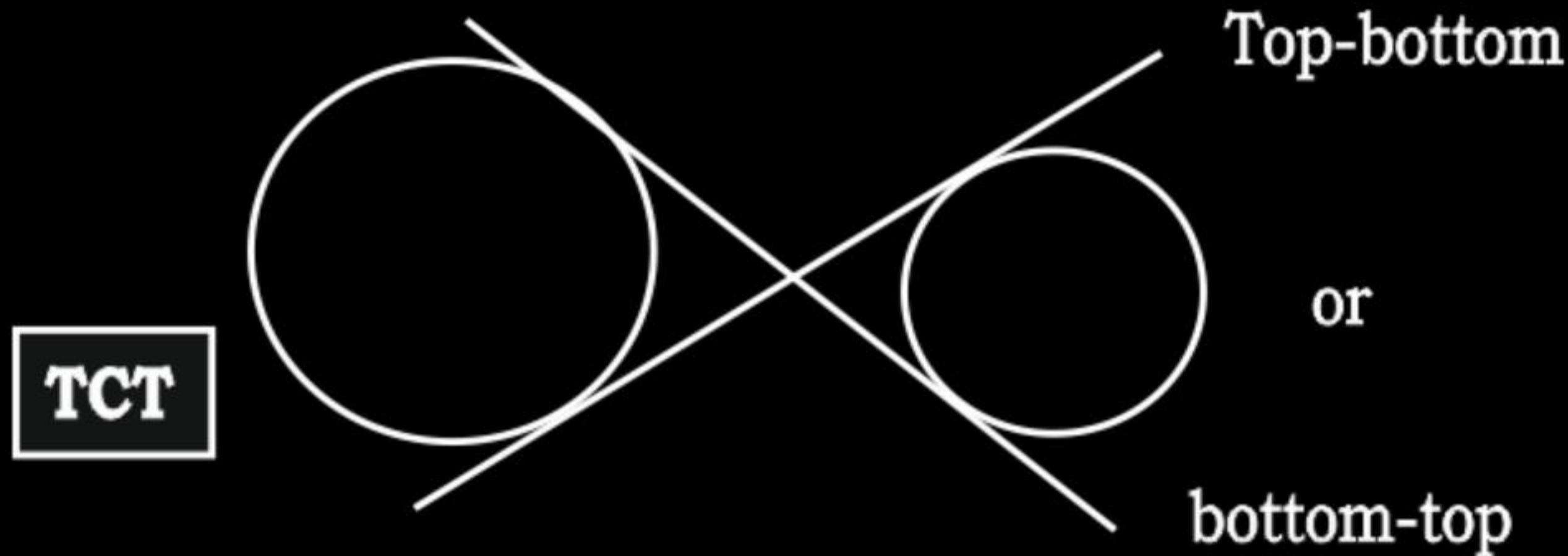
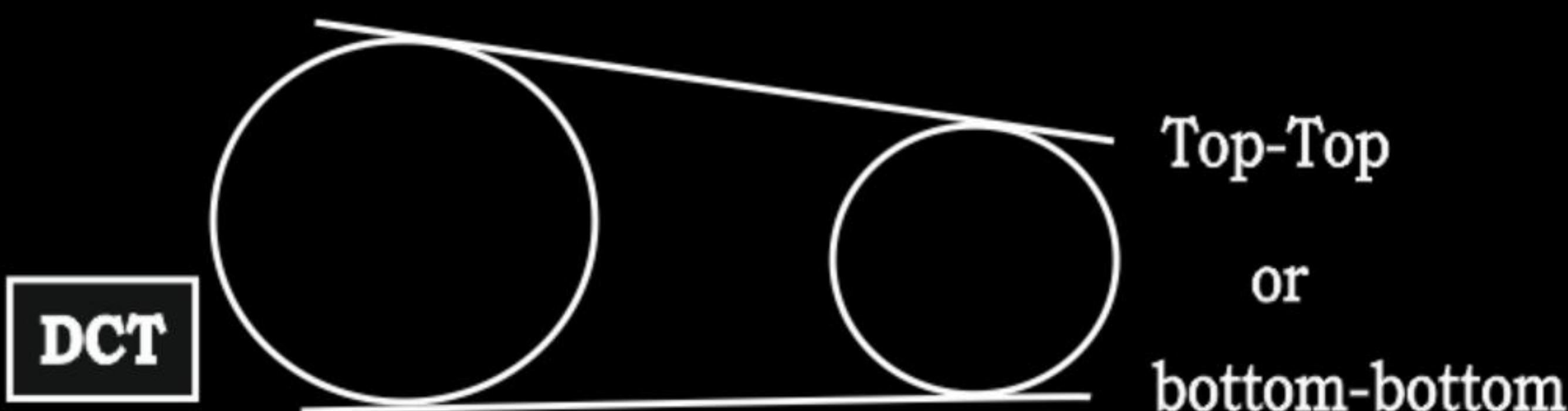
$$= 2(4r) + 360^\circ(\text{circumference})$$

$$= 8r + 2\pi r$$



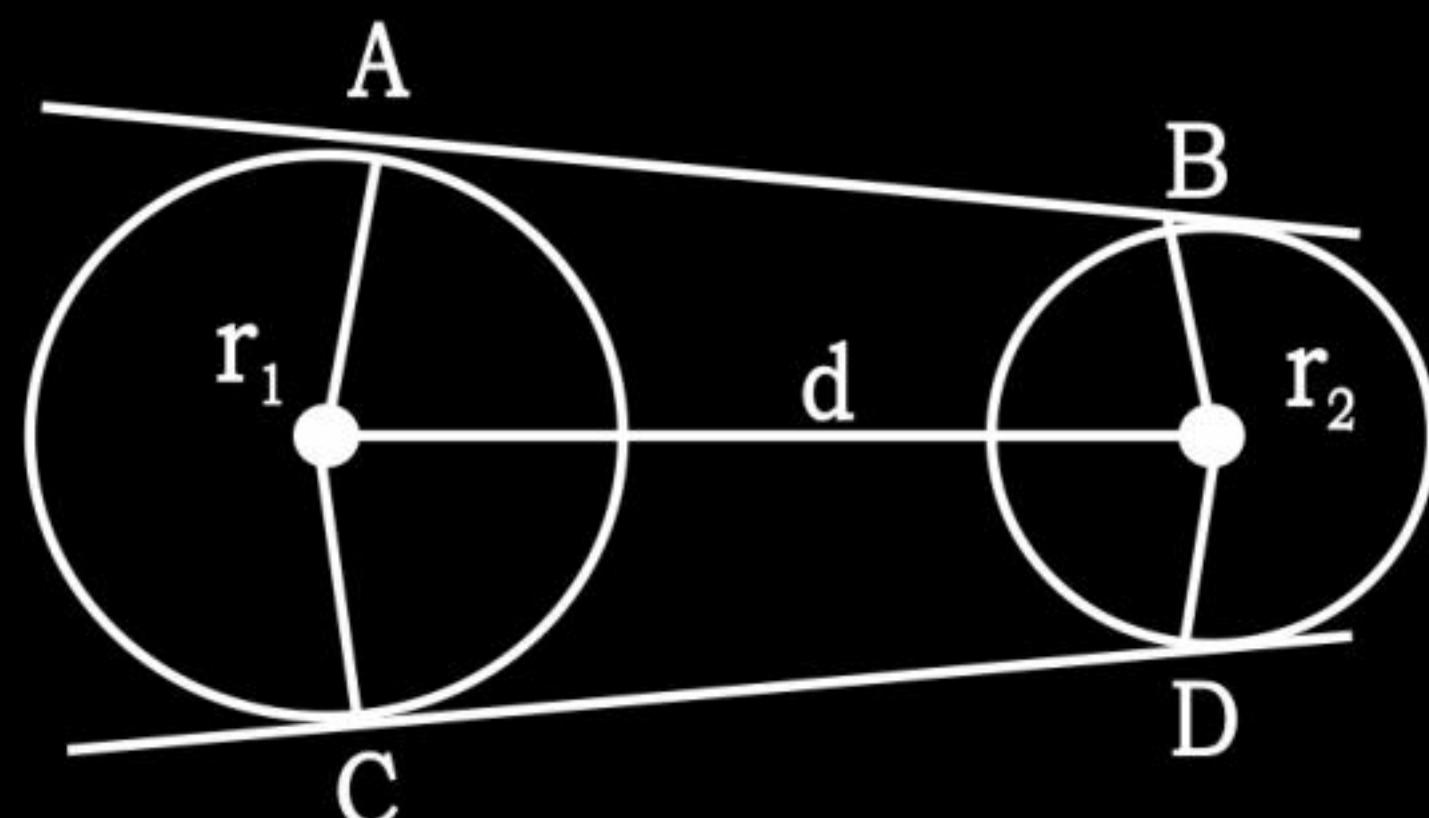
## Common Tangent ( समन्वय स्पर्शिखा ):-

- **Direct Common Tangent (DCT)**
- **Transverse Common Tangent (TCT)**





## Direct Common Tangent ( प्रत्यक्ष समन्वय स्पर्शरेखा ):-



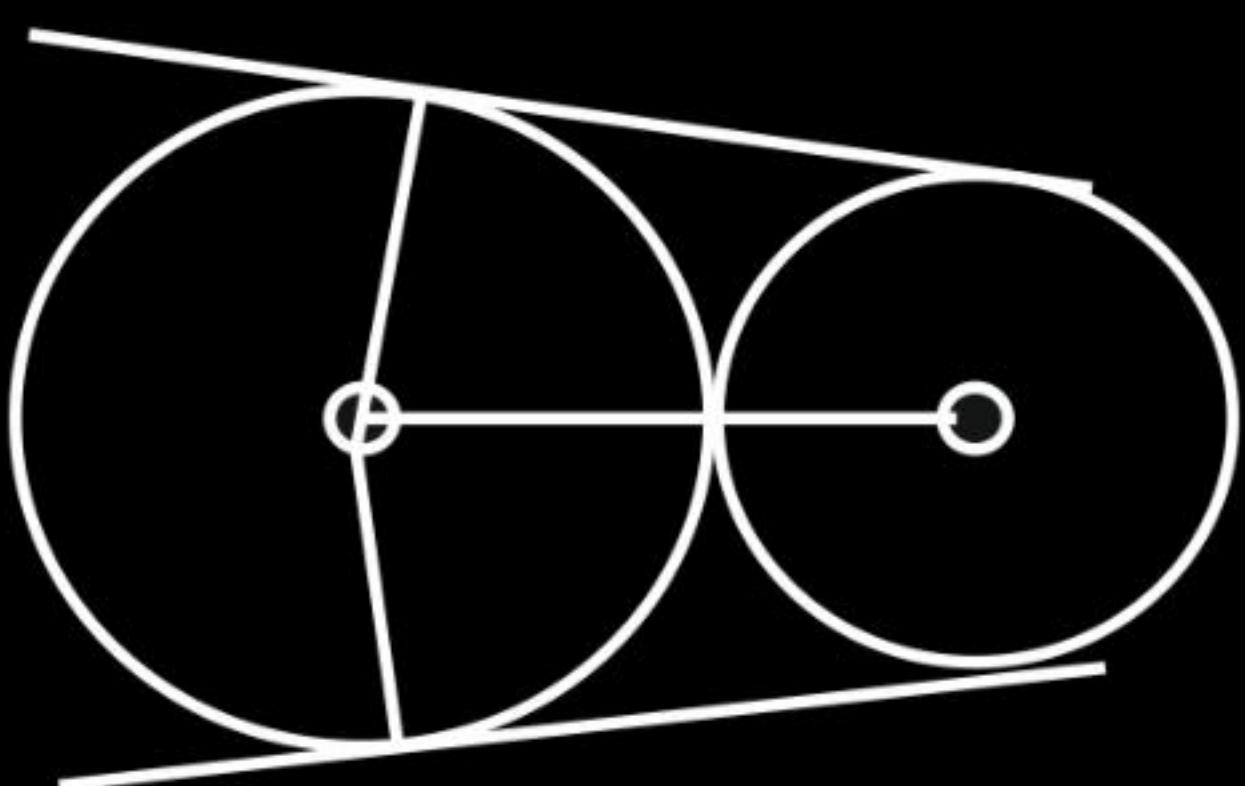
$$AB/CD/Direct\ Common\ Tangent = \sqrt{d^2 - (r_1 - r_2)^2}$$

**Special case:**

$$\text{Here, } d = r_1 + r_2$$

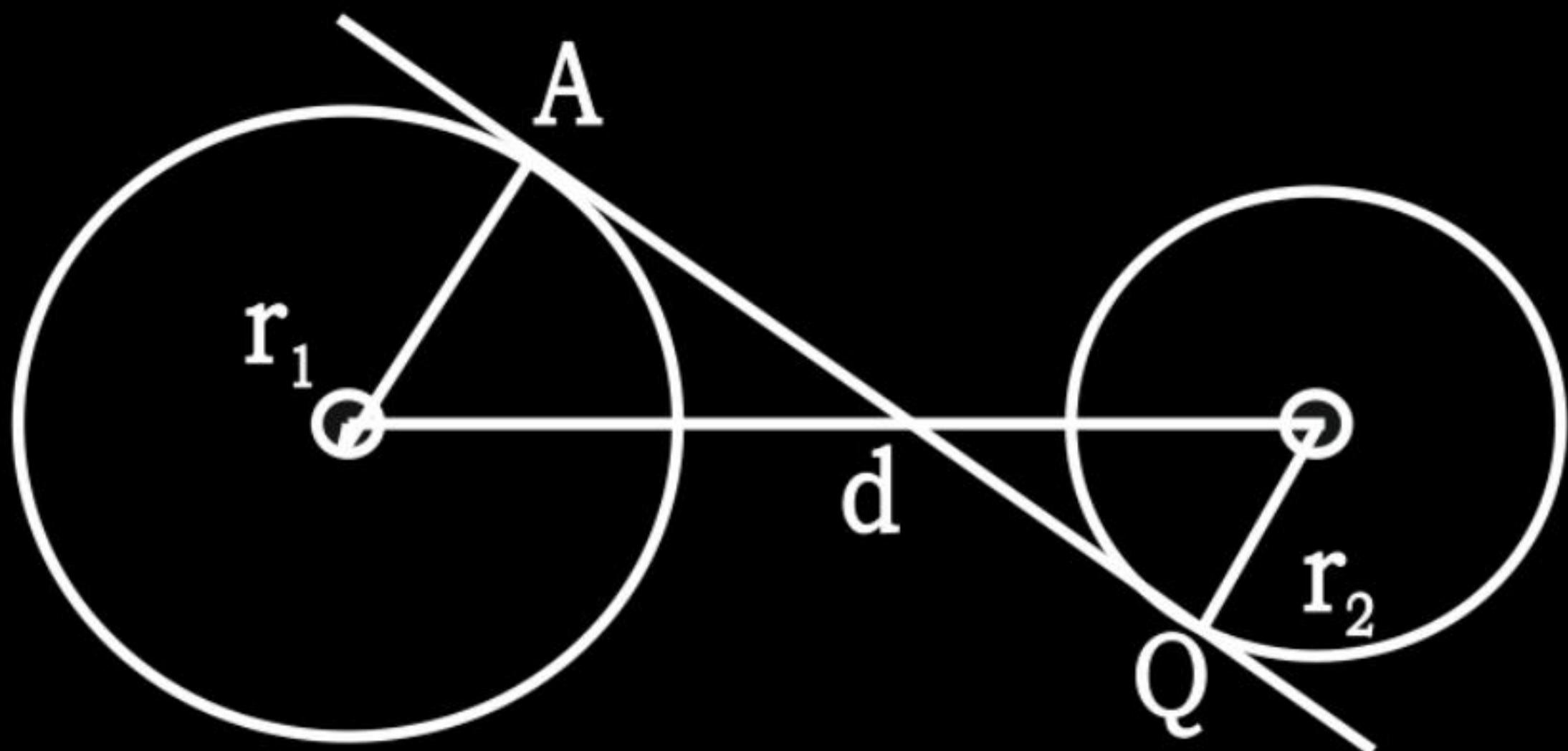
$$\begin{aligned} DCT &= \sqrt{(r_1 + r_2)^2 - (r_1 - r_2)^2} \\ &= \sqrt{(r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2) - (r_1^2 - r_2^2 + 2r_1r_2)} \end{aligned}$$

$$DCT = \sqrt{4r_1r_2} = 2\sqrt{r_1r_2}$$





## Transverse Common Tangent ( अनुप्रस्थ समन्वय स्पर्शरेखा ):-

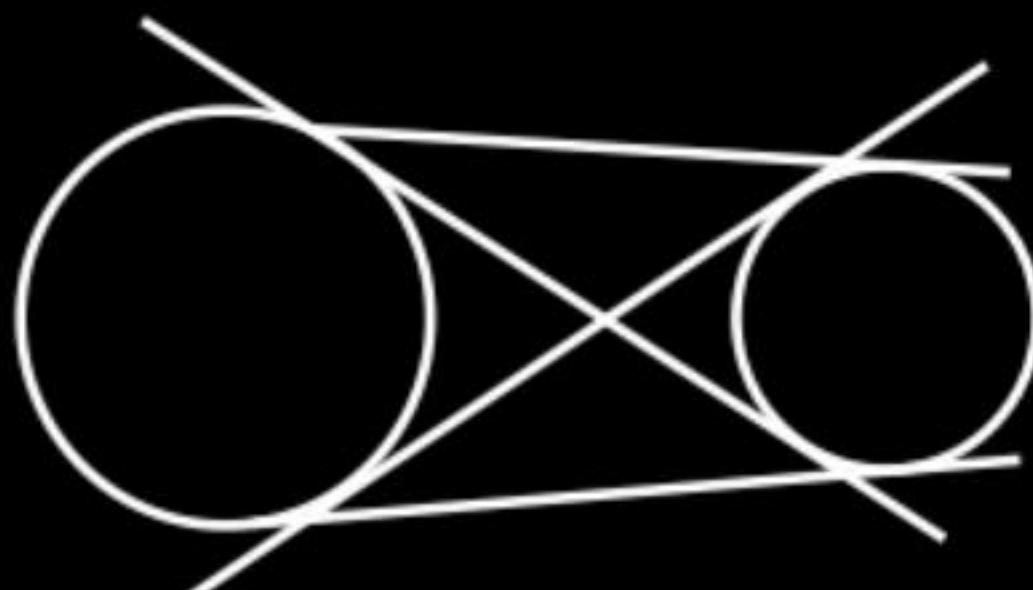


$$A Q/T CT = \sqrt{d^2 - (r_1 + r_2)^2}$$

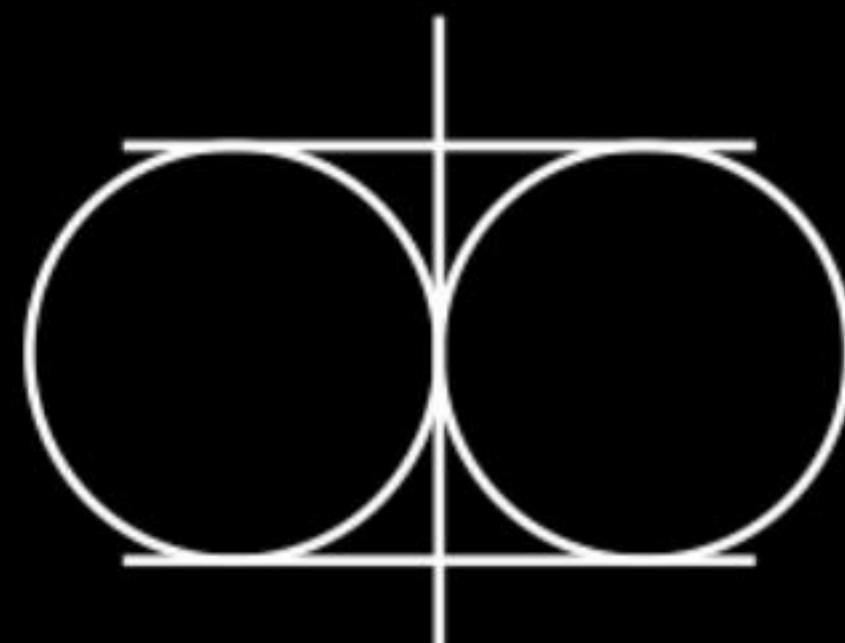


How many common tangents possible in?

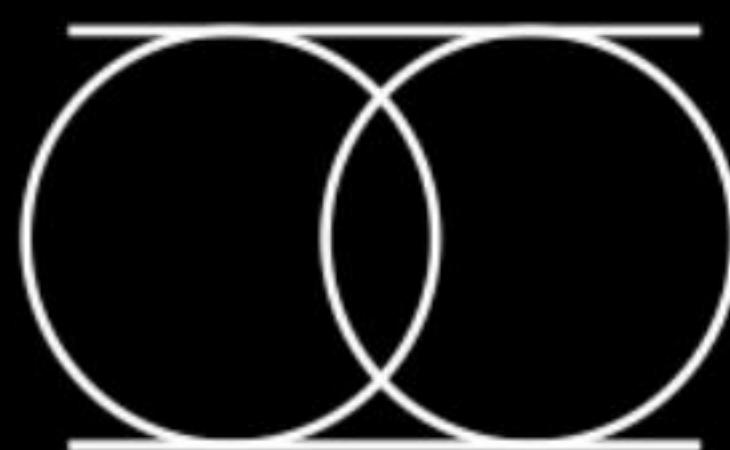
स्परिखाएँ में कितने उभयनिष्ठ संभव हैं?



4



3



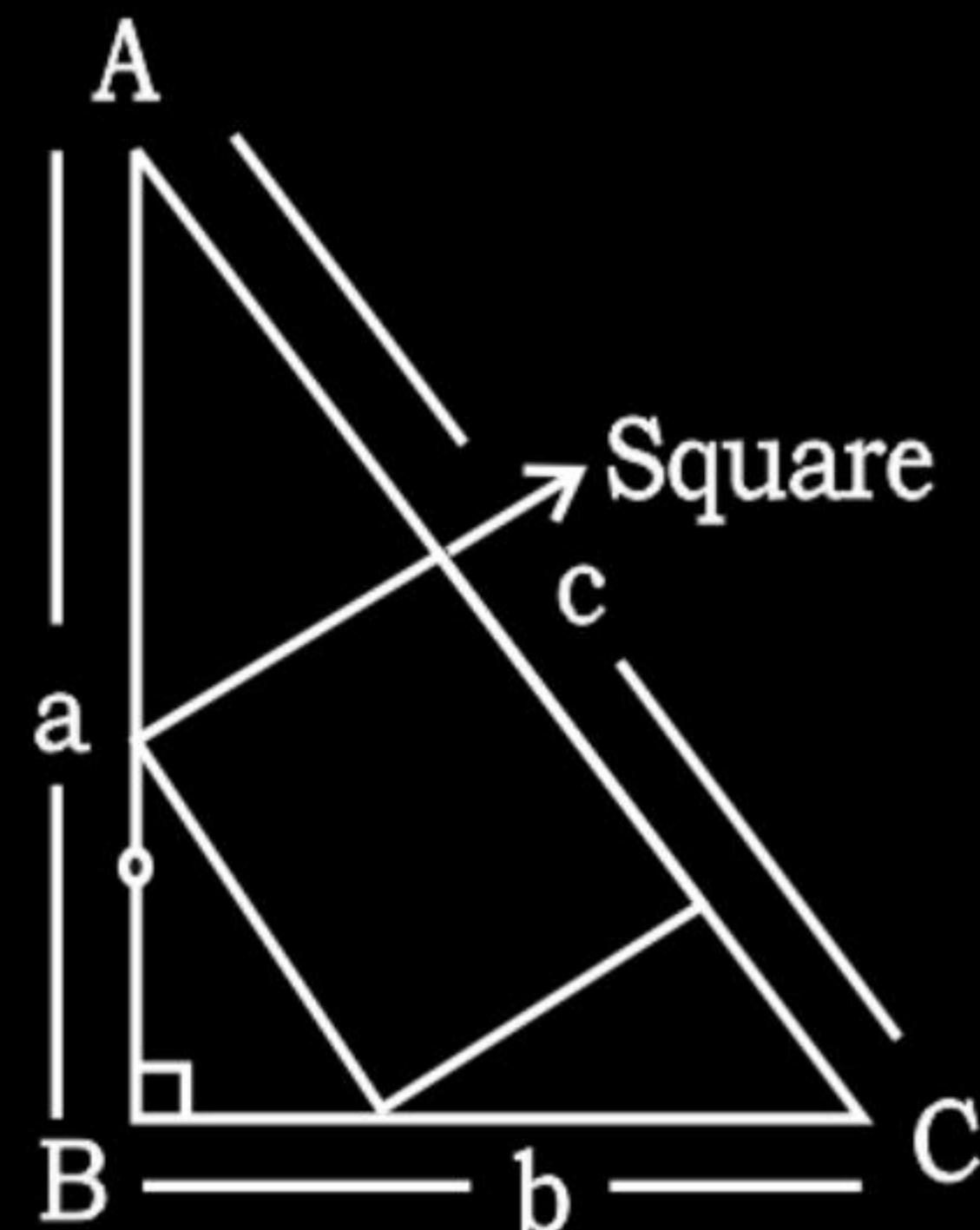
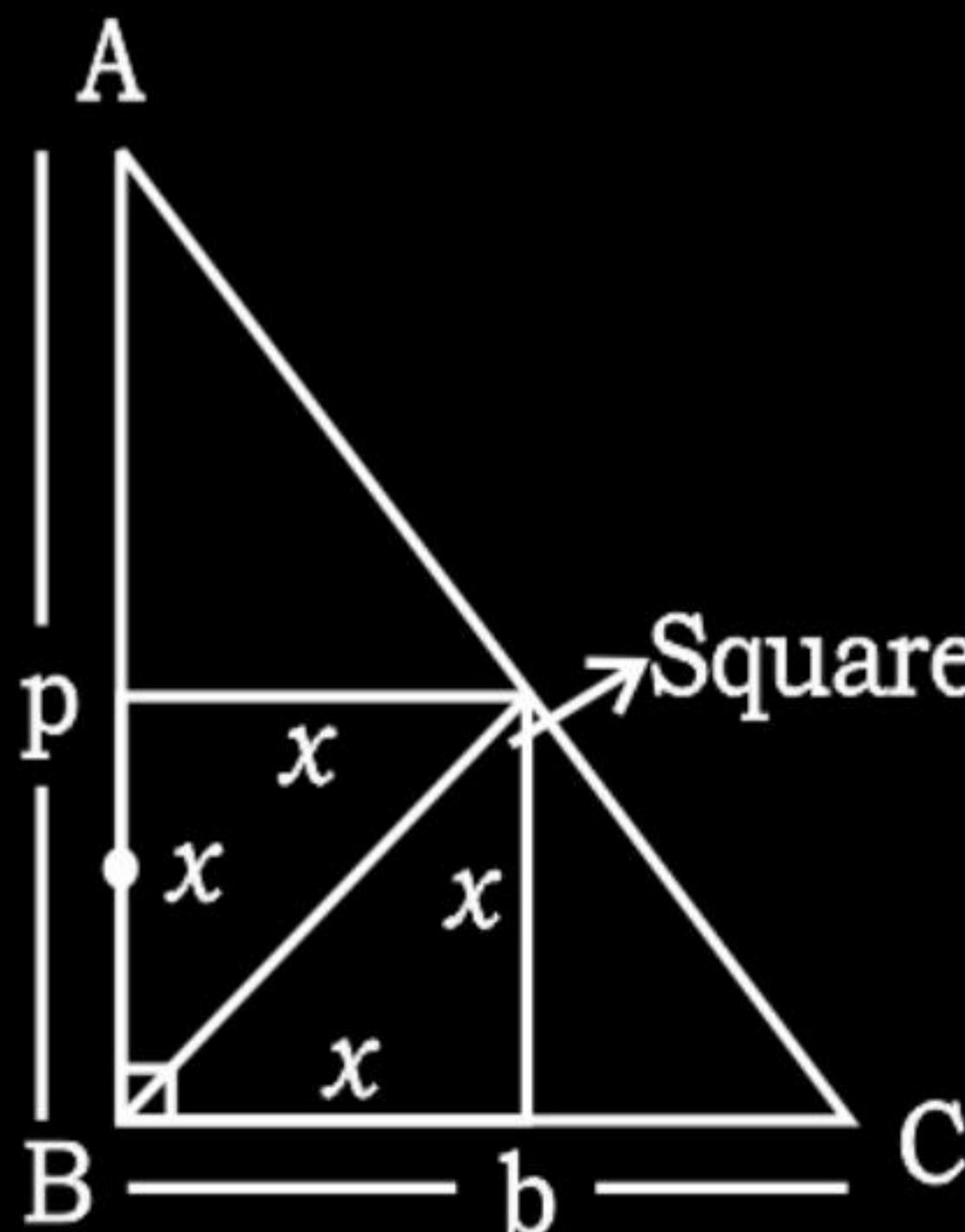
2

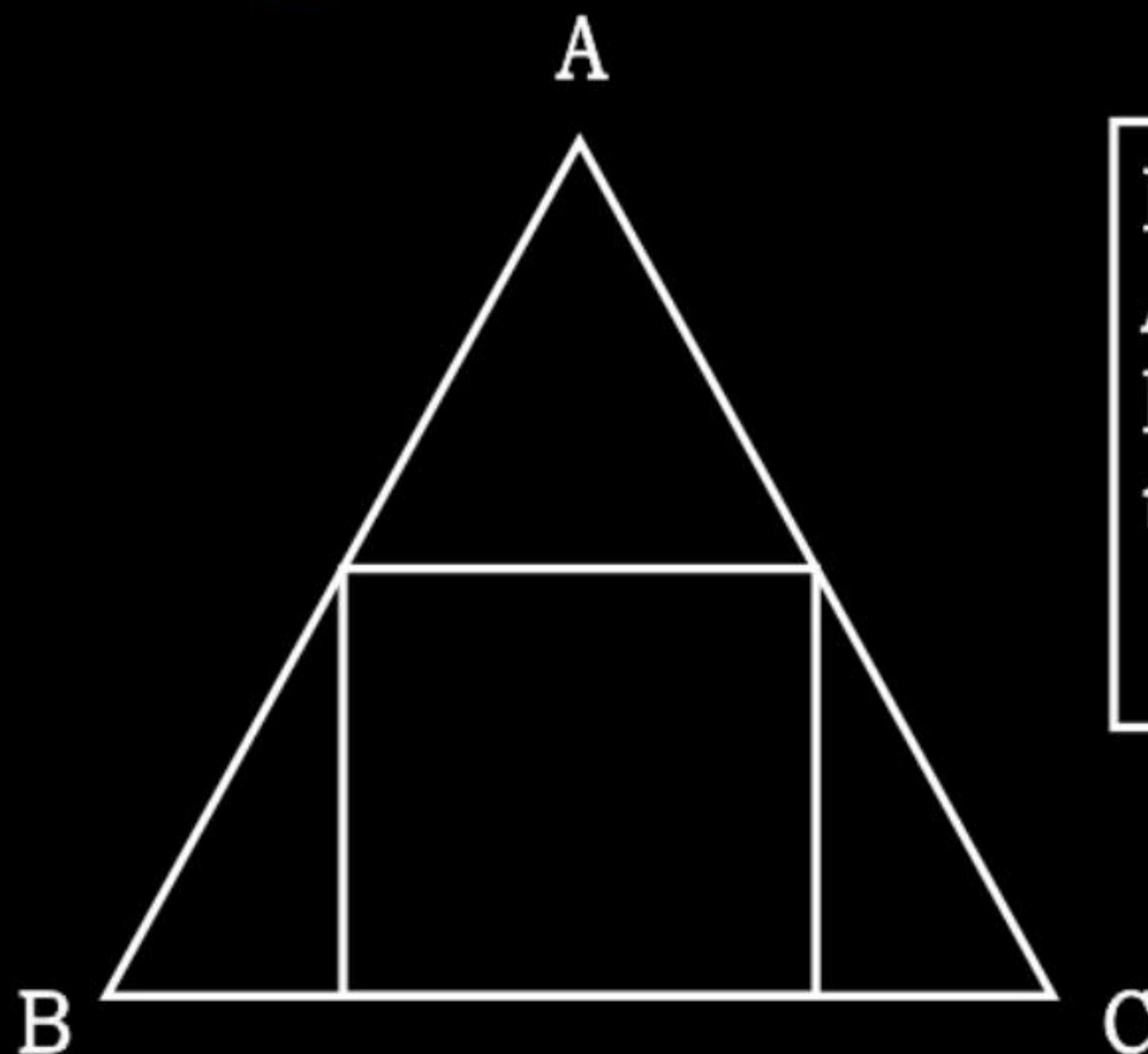


1



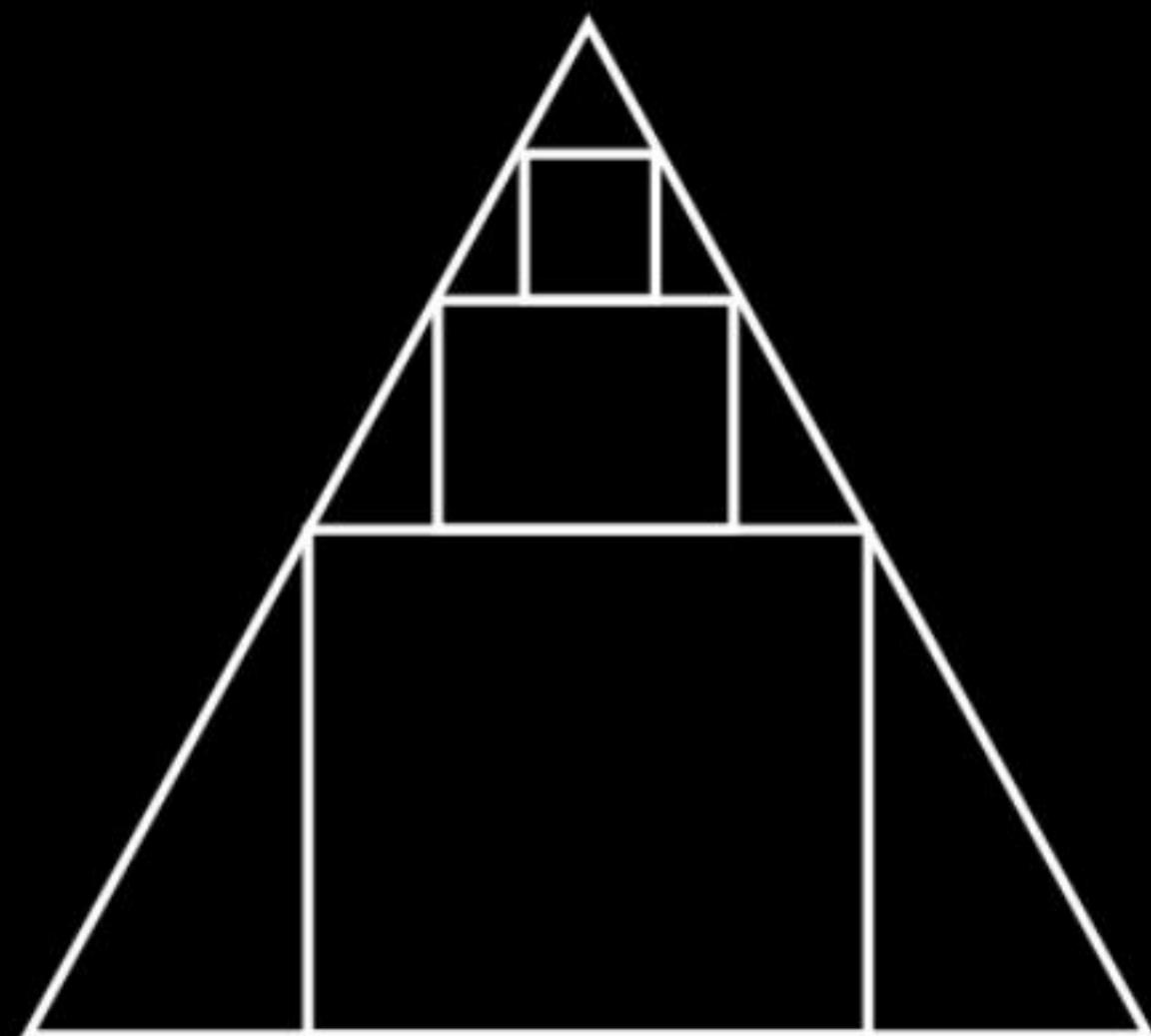
## Points to remember:-





Let side of square =  $a$   
 And Base of triangle =  $b$   
 height of triangle =  $h$   
 then,  

$$a = \frac{b \times h}{b + h}$$



Then, side of second square =  $\frac{b \times h^2}{(b + h)^2}$   
 And, side of third square =  $\frac{b \times h^3}{(b + h)^3}$   
 And, side of  $n^{\text{th}}$  square =  $\frac{b \times h^n}{(b + h)^n}$



**Three circles are concentric** ( तीन वृत्त संकेंद्रित होते हैं।)

Three circles are concentric and they are drawn such that they divide the area into three equal parts.

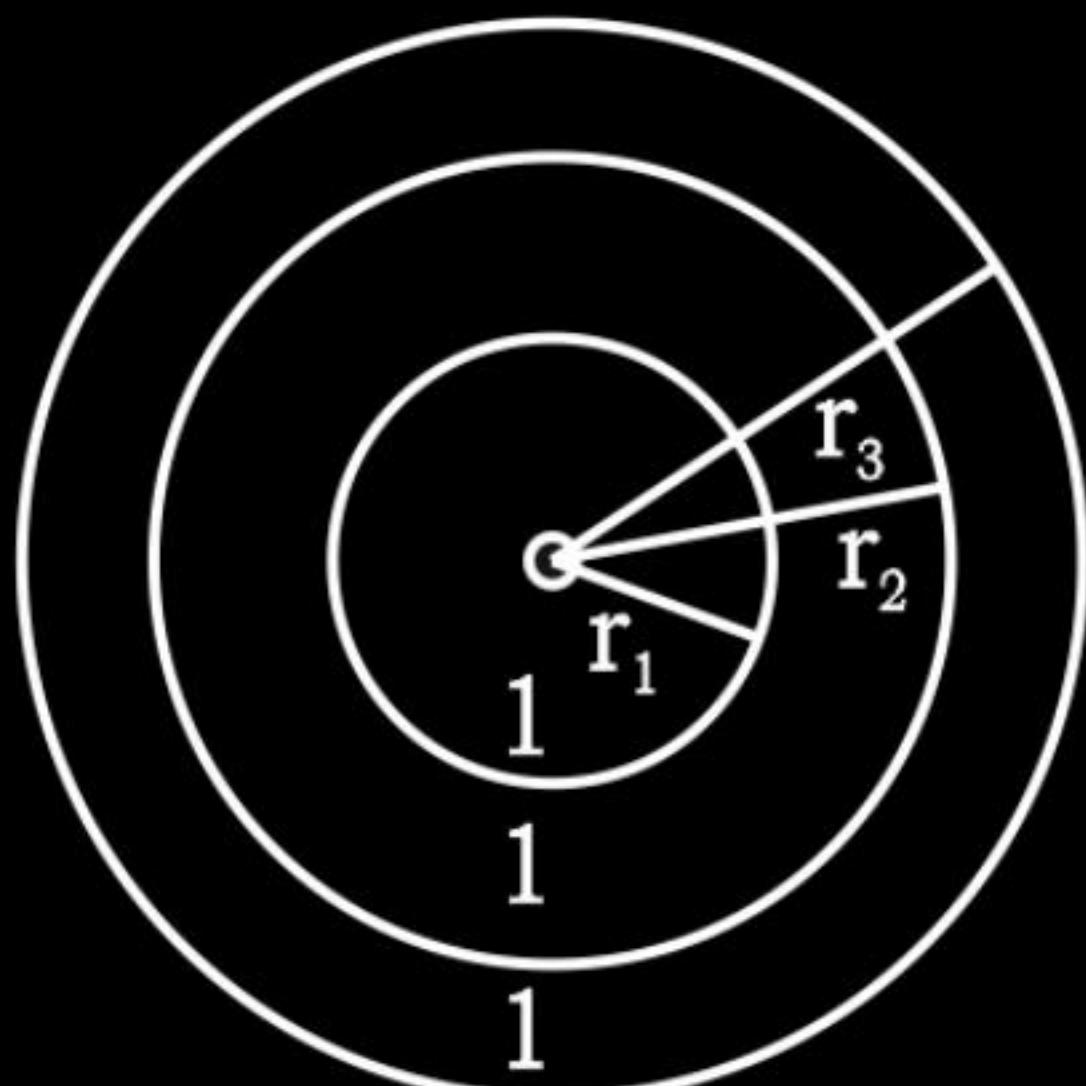
तीन वृत्त संकेंद्रित होते हैं और वे इस तरह खींचे जाते हैं कि वे क्षेत्र को तीन बराबर भागों में विभाजित करते हैं।

$$\text{Area} \rightarrow A_1 : A_2 : A_3 = 1 : 2 : 3$$

$$\pi r_1^2 : \pi r_2^2 : \pi r_3^2 = 1 : 2 : 3$$

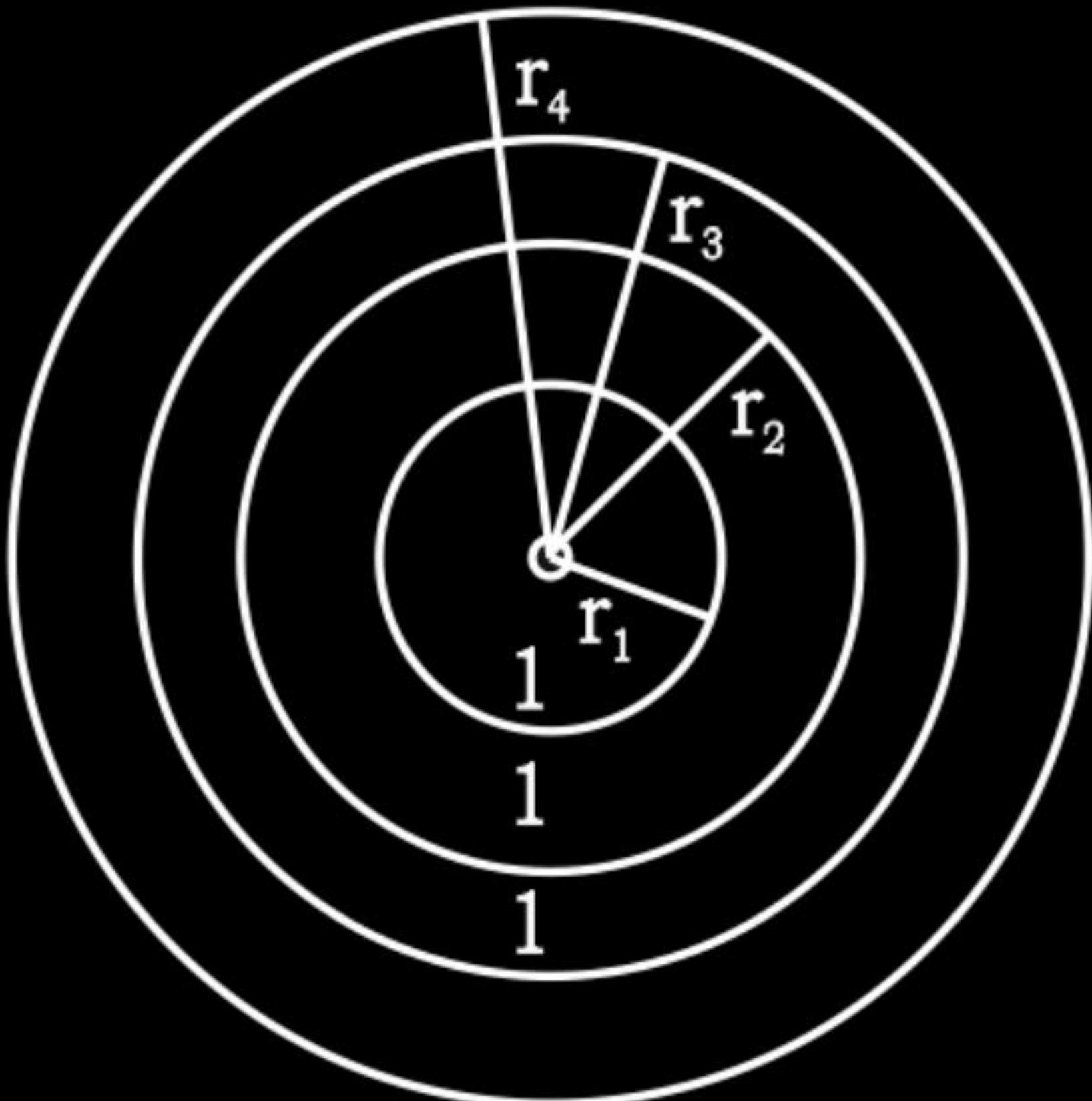
$$\rightarrow r_1^2 : r_2^2 : r_3^2 = 1 : 2 : 3$$

$$\rightarrow r_1 : r_2 : r_3 = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$$





## Concentric Circles ( संकेंद्रित वृत्त ) :-



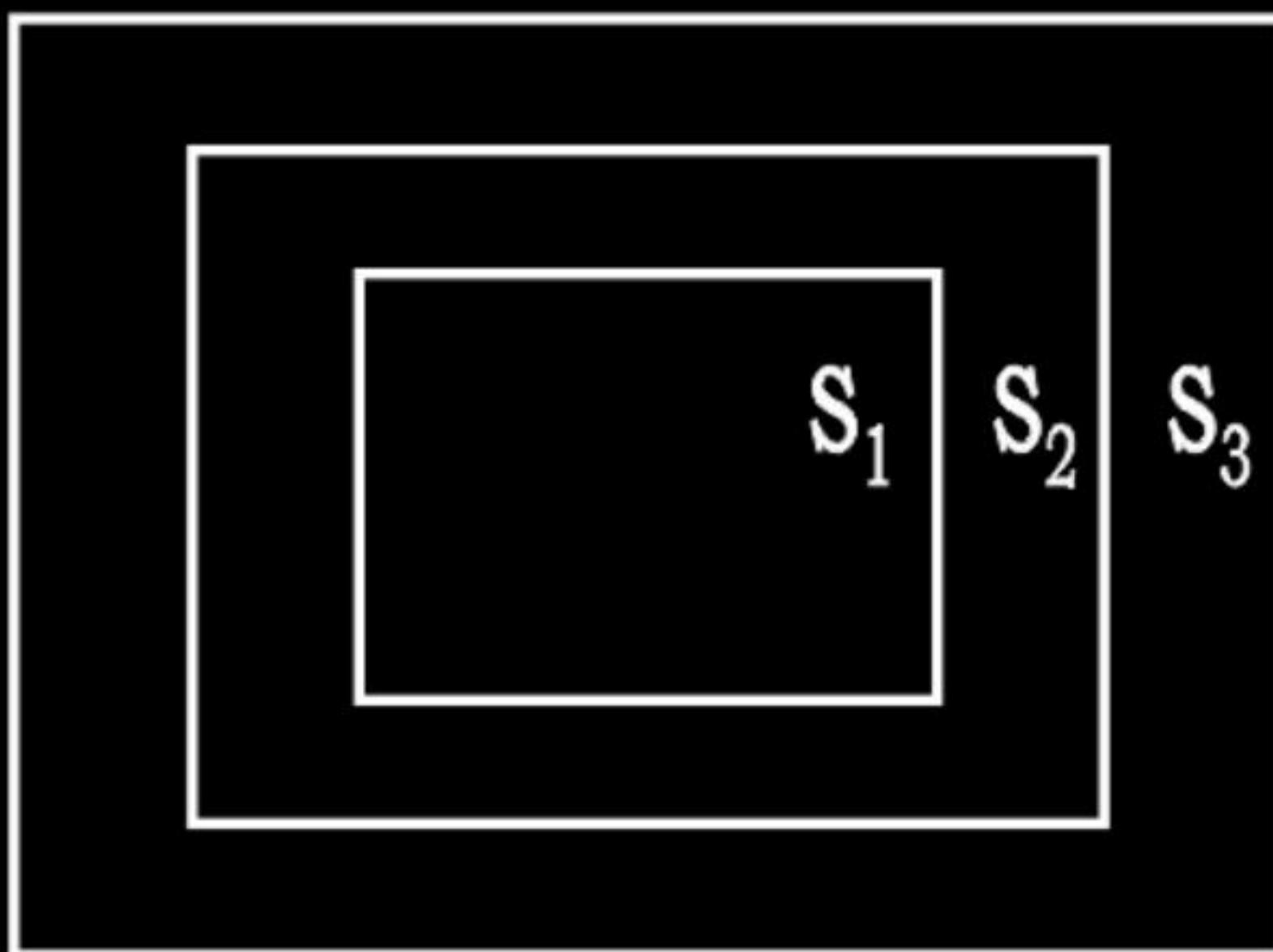
$$r_1 : r_2 : r_3 : r_4 = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{4}$$



## Concentric equilateral triangle's ( समबाहु त्रिभुज का संकेंद्रित )

$$s_1 : s_2 : s_3 : s_4 = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{4}$$

## Concentric Squares ( संकेंद्रित वर्ग- )



$$A_1 : A_2 : A_3 \Rightarrow 1 : 2 : 3$$

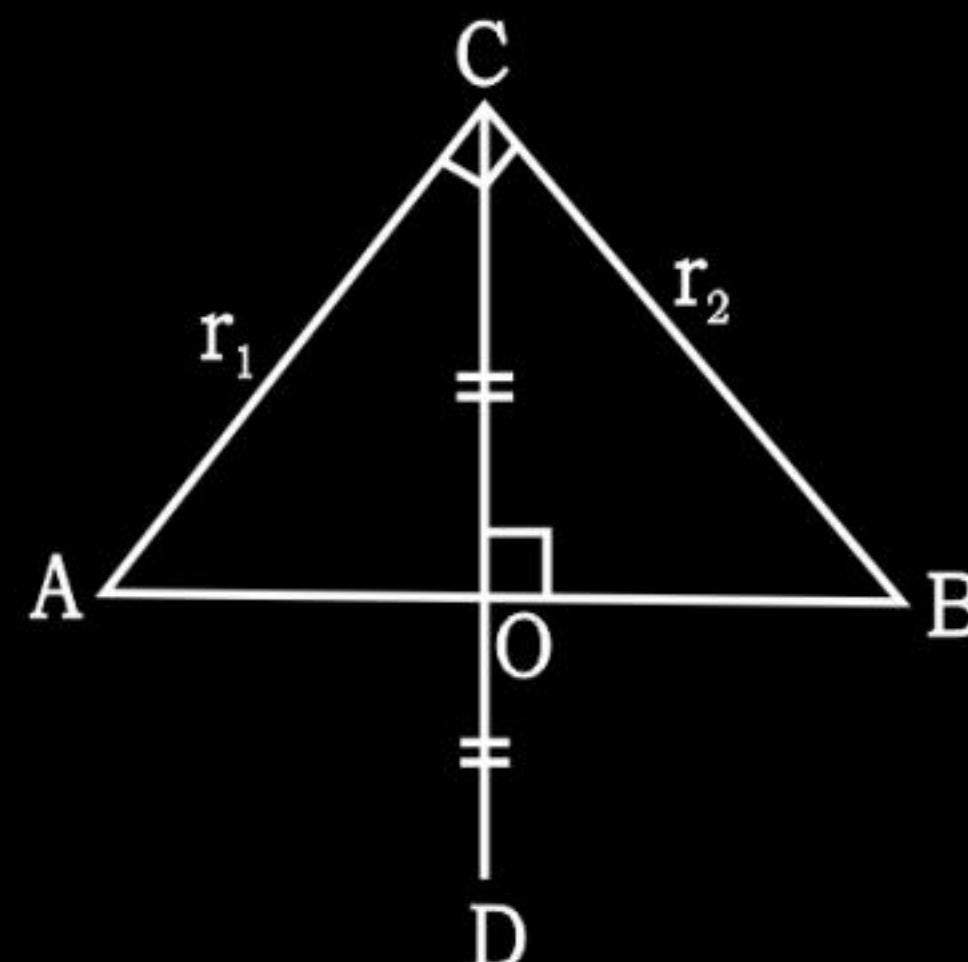
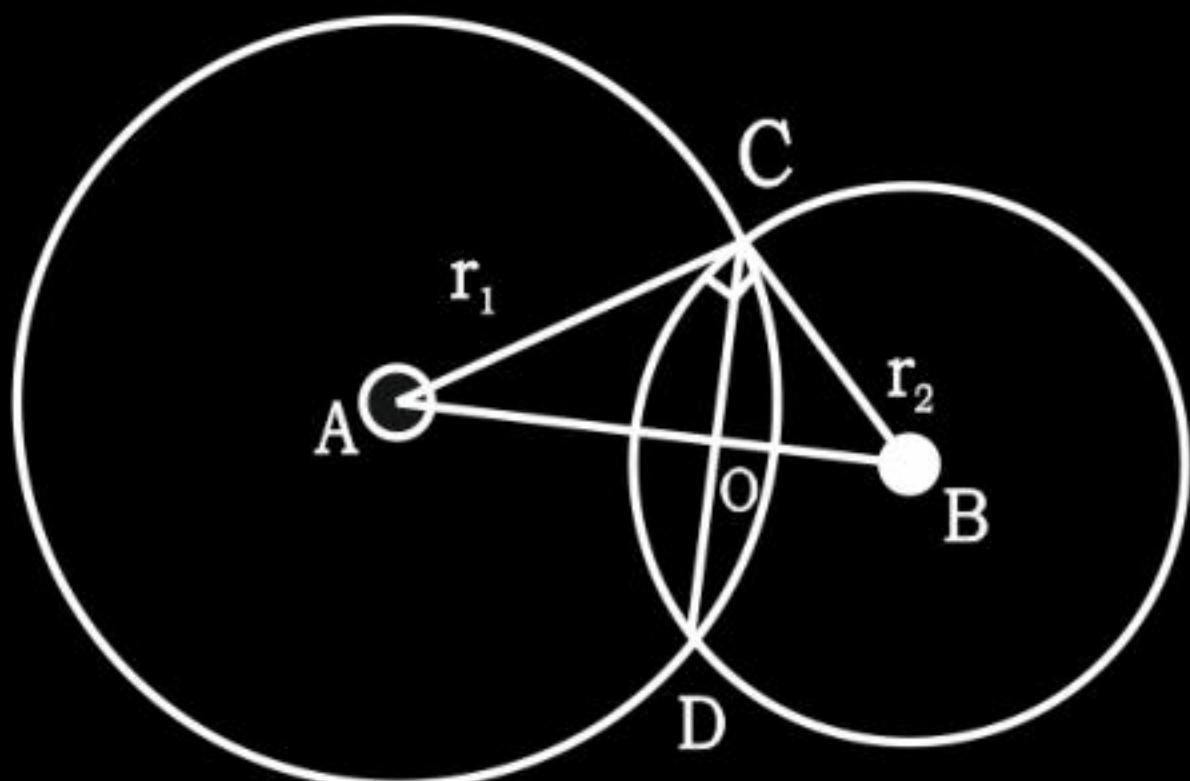
$$s_1 : s_2 : s_3 \Rightarrow 1 : 2 : 3$$

$$s_1 : s_2 : s_3 \Rightarrow 1 : 2 : 3$$



**Perpendicular from centre to the chord, bisects the chord.**

केंद्र से जीवा तक लंबवत्, जीवा को समद्विभाजित करता है।

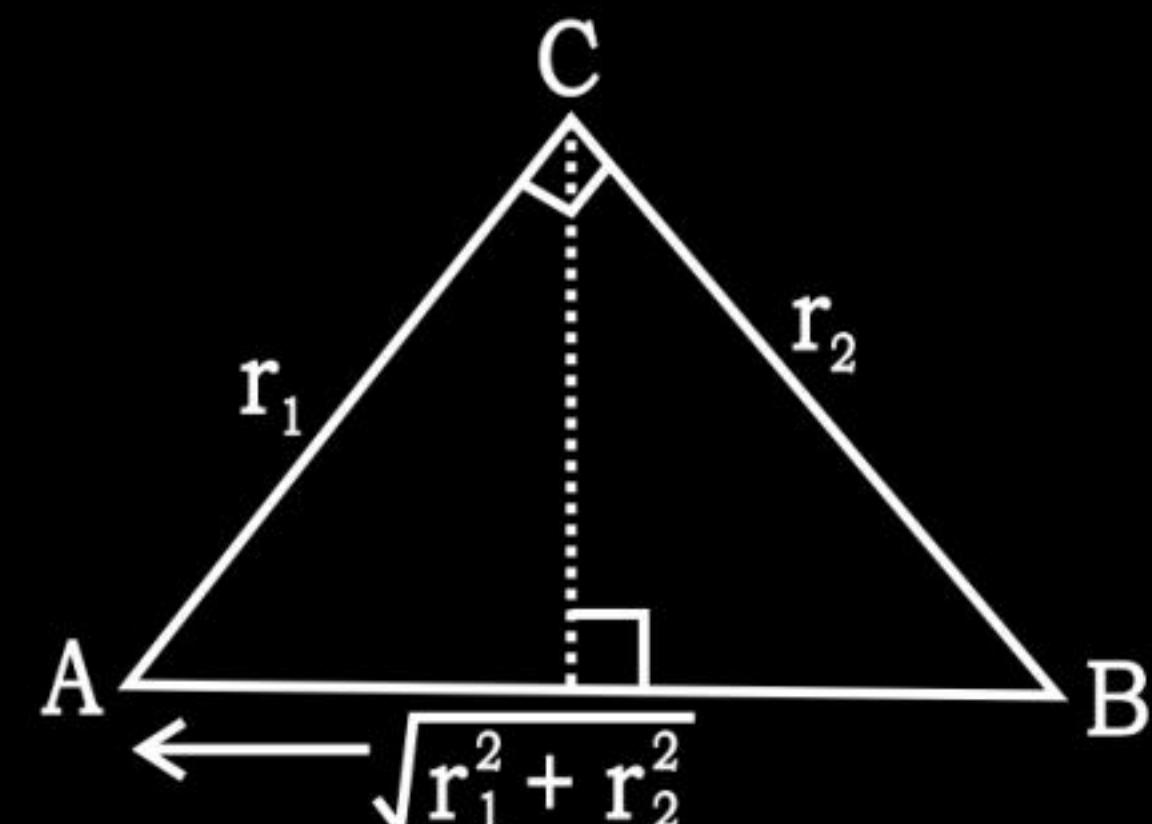


$$CD = 2CO$$

... (1)

In perpendicular  $\triangle ABC$ ,

$$\frac{1}{2} \times r_1 \times r_2 = \frac{1}{2} \times CO \times \sqrt{r_1^2 + r_2^2}$$



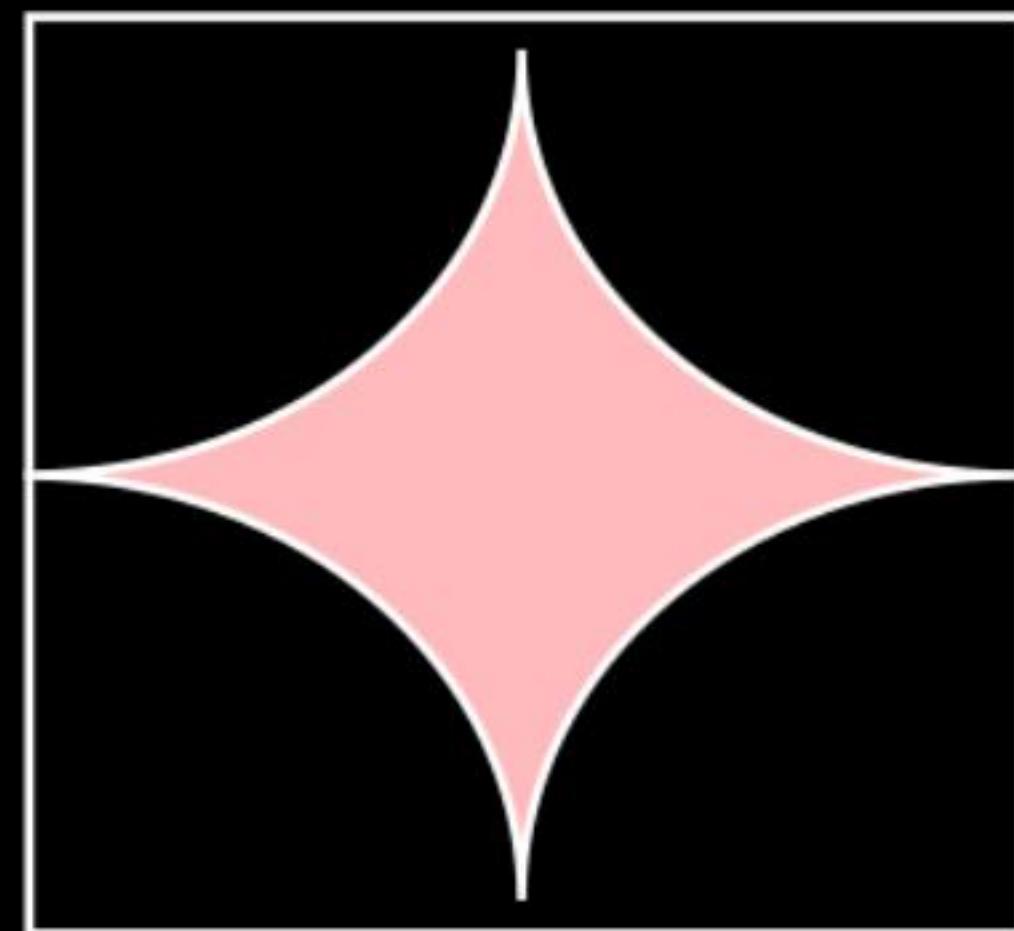
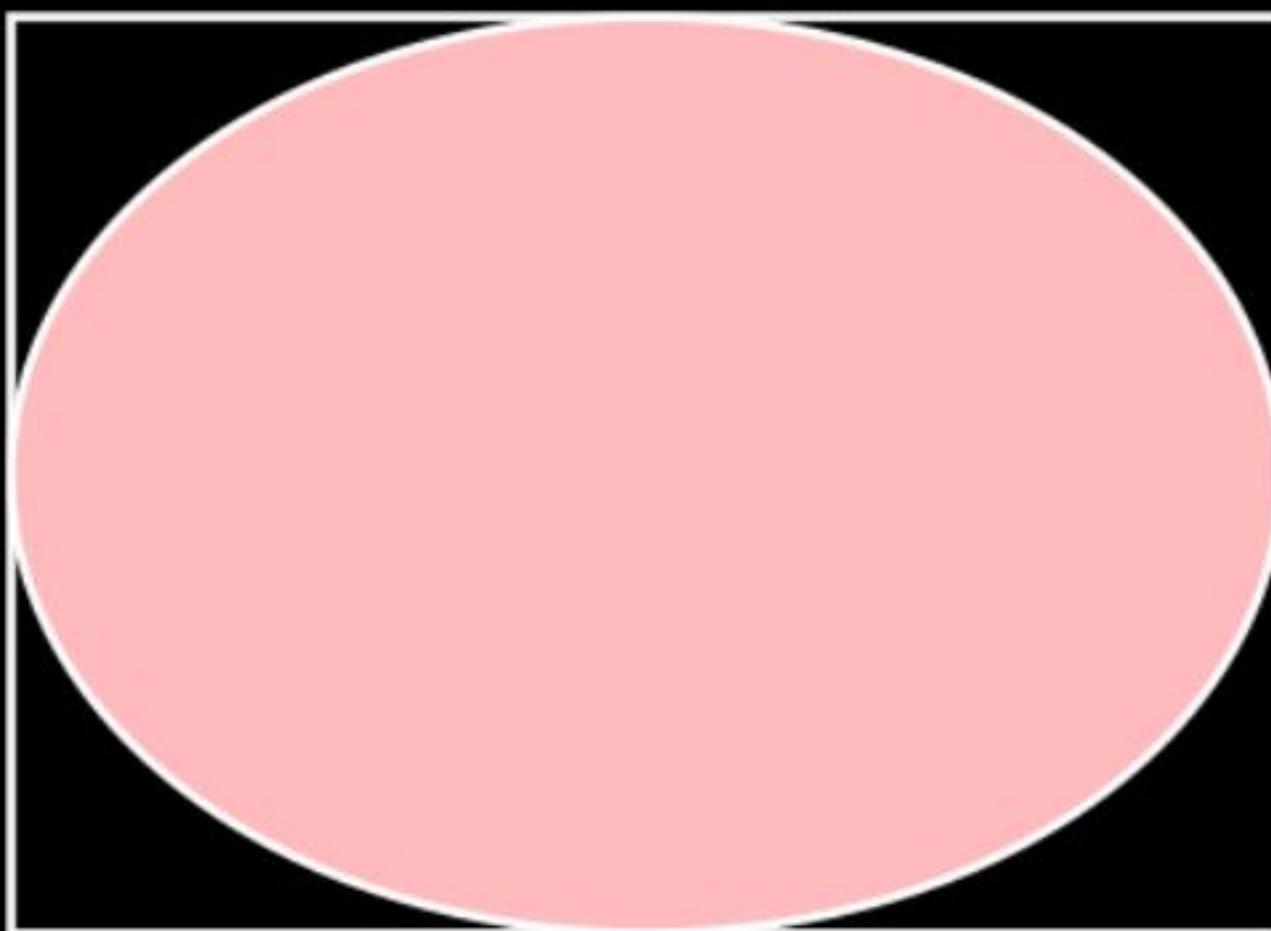
$$\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}} = CO$$

From (1),

$$CD = \frac{2r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$$



## Point to remember:-



**In both cases area of shaded region =  $\frac{3}{14} a^2$**

दोनों स्थितियों में छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल =  $\frac{3}{14} a^2$