

ARKUSZ 1

ZAD. 1. (5p) Dana jest funkcja

$$f(x) = (5 - 6 \ln x) \cdot x^3$$

- (a) Wyznacz lokalne maksima i minima oraz punkty przegięcia $f(x)$
- (b) Określ przedziały na których $f(x)$ jest jednocześnie rosnąca i wklęsła
- (c) Wykorzystując różniczkę funkcji oblicz przybliżoną wartość $f(x)$ w $x = 1,1$

ZAD. 2. (3p)

- (a) Podaj warunek konieczny różniczkowalności funkcji w punkcie x_0 .
- (b) Podaj przykład funkcji (wzór i wykres), która w $x_0 = \pi$ spełnia warunek konieczny różniczkowalności, ale nie jest różniczkowalna.
- (c) Używając definicji pochodnej, oblicz pochodną funkcji $g(x) = \frac{1}{x}$

ARKUSZ 2

ZAD. 3. (6p) Oblicz całki

(a) $\int x^2 \cdot \arctg x \, dx$

(b) $\int \frac{3x^2 + 5x - 2}{(x^2 + 4x + 8)(x - 2)} \, dx$

ARKUSZ 3

ZAD. 4. (3p) Oblicz objętość bryły powstałej przez obrót krzywej o równaniu

$$y = \frac{1}{(\ln^2 x + 1)} \sqrt{\frac{\ln x}{x}}$$

wokół osi OX na przedziale $\langle 1, \infty \rangle$.

ZAD. 5. (4p) Znajdź rozwiązanie równania

$$2y'' - 3y' + y = 4xe^x$$

ARKUSZ 4

ZAD. 6.

- (a) (2p) Rozwiąż równanie $y' - y^2 \cos x = 2xy^2$
- (b) (2p) Wyznacz i naszkicuj obszary istnienia i jednoznaczności rozwiązań równania

$$y' = \frac{y^3 + x}{(y - 1)(x - 2)}$$

a następnie określ na jakim maksymalnie przedziale (dla jakich x) może istnieć rozwiązanie tego równania z warunkiem początkowym $y(1) = 2$.

ZAD. 7. (5p) Dany jest szereg $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+2) \cdot 4^n}$

- (a) Określ przedział zbieżności tego szeregu i wyprowadź wzór na jego sumę.
- (b) Podaj warunek konieczny zbieżności szeregu liczbowego.